

Вступ

Техніка НВЧ широко використовується в системах зв'язку, радіотрансляції, радіонавігації, телебаченні...

До НВЧ відноситься діяння е/м спектру з частотами від 30 МГц до 3000 ГГц, що відповідає довжинам хвиль від 10 м до 0,1 мм.

$$f [\text{МГц}] = \frac{300}{\lambda [\text{м}]}$$

Цей діапазон поділяють на кілька піддіапазонів:

- 1) метрові (10 м ÷ 1 м, 30 МГц ÷ 300 МГц)
- 2) дециметрові (1 м ÷ 0,1 м, 300 МГц ÷ 3 ГГц)
- 3) сантиметрові (10 см ÷ 1 см, 3 ГГц ÷ 30 ГГц)
- 4) міліметрові (1 см ÷ 1 мм, 30 ГГц ÷ 300 ГГц)
- 5) субміліметрові (1 мм ÷ 0,1 мм, 300 ГГц ÷ 3000 ГГц)

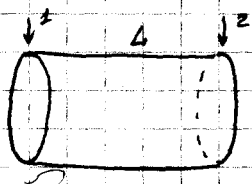
Особливості, які відрізняють хвилі НВЧ від інших ділянок спектру:

1. Розміри елементів структур менші за довжину хвилі. Це призводить до того, що хвилі мають квантові властивості.
2. Діапазон НВЧ має високу інф. ємність. Це означає, що поблизу 1 ГГц можна розташувати $10^3 \div 10^4$ незалежних каналів, тобто стільовий, стільовий зв'язок збільшує діапазон на довгих і ультракоротких хвилях.
3. Можливість здійснення багатоканальною зв'язку.

①

4. Хвиль НВЧ ($100 \text{ нм} \div 10 \text{ см}$) мають без перешкоди проходити через атмосферну і іоносферу (вільно простору). Можна вважати простір:

б. Електричні збуджувальні струми в провідниках діють керовано вільно простору в навколишній простір; відбуваються простіші виграш і односторонньо вільно простору небезпечно з'являється між антенами



Дві радіотехніки:

$$J_1(t) = J_2(t)$$

$$J(t) = J_m \cos \omega t; \Rightarrow J_1(t) = J_2(t)$$

Після цього частоти:

$$t_2 = t_1 - \Delta t;$$

$$\Delta t = \frac{L}{c}$$

$$J_2(t) = J_m \cos \left[\omega \left(t - \frac{L}{c} \right) \right]$$

$$\Delta d = \frac{\omega L}{c} = \frac{2\pi c}{\lambda} \frac{L}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} L; \quad L \ll \lambda$$

Умова (нерівність) узгодженості:

$$\boxed{L \ll \lambda} \quad (*)$$

Основні завдання:

- вивести розповсюдження хвиль у різних трохх (хвильоводах).

Рівняння для е/м полів

В основі аналізу швидкозмінних е/м полів лежить система рівнянь Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi \vec{j}}{c} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1) \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{D} = 4\pi \rho \end{cases}$$

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{j} = \sigma \vec{E} \end{cases} \quad (3)$$

(1) і (2) не є незалежними.

При обчисленні $\operatorname{div} \operatorname{rot}$ перших двох р-члів (1) і р-члє (2) справедливо, то отримавмо з і ч р-члє с-чл(1)

При різних розширеннях параметрів ϵ, μ, σ , тому слід додати граничні умови:

$$\begin{cases} (\vec{B}^{(2)} - \vec{B}^{(1)}) \cdot \vec{n}_{12} = 0 \\ (\vec{D}^{(2)} - \vec{D}^{(1)}) \cdot \vec{n}_{12} = 4\pi \rho_s \\ \vec{n} \times (\vec{H}^{(2)} - \vec{H}^{(1)}) = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_s \quad (4) \\ \vec{n} \times (\vec{E}^{(2)} - \vec{E}^{(1)}) = 0 \end{cases}$$

\vec{j}_s - щільність поверхневого струму;

ρ_s - зарядовість.

③

Таблицы значений (1), (2), (3) и (4) описывают аппарат ввещие НВЧ

Сигналы:

1) $\varepsilon = \mu = 1; \rho = 0; \nu = 0.$

2) $\beta = \infty$

Если браховусило вкратки, то $\beta \neq \infty$.
Поле существует при $\beta = \infty$, а поле не существует вкратки.

3) Градиент поля в малую величину макс. при $\beta = \infty$. Тангенциальны компоненты ел. поле $\neq 0$.

$\vec{E}_c = 0$, а нормальны складов магнитного поле также дан. $0 : H_n = 0$

Моментом - сила в форме разновременные энергии:

4) Две волны электромагнитные НВЧ думе взаимно с перпендикулярно поляризации, такую будем вводить

$$\vec{E}(x, y, z, t) = E_{mx}(x, y, z) \cos(\omega t + \varphi_x) \vec{e}_x + E_{my}(x, y, z) \cos(\omega t + \varphi_y) \vec{e}_y + E_{mz}(x, y, z) \cos(\omega t + \varphi_z) \vec{e}_z \quad (5)$$

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \text{Re} \left[\left\{ E_{mx} e^{i\varphi_x} \vec{e}_x + E_{my} e^{i\varphi_y} \vec{e}_y + E_{mz} e^{i\varphi_z} \vec{e}_z \right\} e^{i\omega t} \right] = \text{Re} \left\{ \vec{E}^0 e^{i\omega t} \right\}$$

Градиент поля можно также представить; также же можно представить и напряженность магнитного поле.

5) $U(x, y, z) = U(x, y) e^{ik_z z} (\beta)$

Внешнее поле ρ -ше и магнитное поле ρ -ше Гейнгольда.

Підготувавши такі умови можна записати р-не Максвелла для комплексного асимптоту.

$$\text{rot Re } \vec{H} e^{i\omega t} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{Re} (\vec{E} e^{i\omega t})$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{i\omega}{c} \vec{E}$$

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{E} = \pm \frac{i\omega}{c} \vec{H} \\ \text{rot } \vec{H} = \pm \frac{i\omega}{c} \vec{E} \\ \text{div } \vec{E} = 0 \\ \text{div } \vec{H} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Ця система р-не має виглядом системи: $\vec{E} \rightarrow \vec{H}$, $\vec{H} \rightarrow \vec{E}$, $\omega \rightarrow -\omega$ що не змінює

$\text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A}$, то отримавши хвильові рівняння

$$\Delta \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = 0 \quad (10)$$

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}_\perp(x, y) e^{ik_z z} = \vec{E}'(x, y) e^{ik_z z}$$

$$\Delta_\perp \vec{E}_\perp + (\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2) \vec{E}_\perp = 0$$

$$\Delta_\perp \vec{H}_\perp + (\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2) \vec{H}_\perp = 0 \quad (11)$$

Умова випромінювання на передній

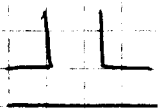
Для тих випадків, коли можна од. іде на нескінченності, або градиент пов-хне має геометрично симетричні точки можливо отримати деякі математичні похитливі криві р-не Максвелла, але тільки одні виходять.

Для забезпечення вимості розв. потрібно ввести умову випромінювання Золотаренко на нескінченності: $\lim_{r \rightarrow \infty} r (\frac{\partial \psi}{\partial r} - ikr) = 0 \quad (12)$

Рішення р-не Максвелла не виходять, отримавши також у випадку, коли мають певн. пов-хне з певн. кривими. Тому потрібно додати умову розв. що в нескінченності одні повинні бути стійкими к-сть швидкості -умова на передній

$$\int (\epsilon |\vec{E}|^2 + \mu |\vec{H}|^2) dV = 0 \quad (2)$$

Поме могут заметить
по роду:

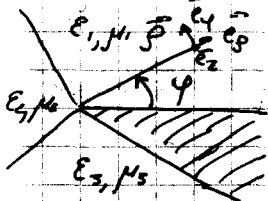


$$\rho^{-1} e^{-\rho z}, \quad z > 0$$



Рисунки вида ребер.

Повним вимити ρ області ребер
ра знайти записати похв в ρ
координат ребер.



\vec{E}_z - направлена на нас.

Вважаємо, що це ідеальний
проводник

Запишемо рівняння для загальної
випадку.

Запишемо р-ниє Максвелла:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

Розкладемо ротори по напрямкам
таке в циліндричній системі.

$$\text{rot } \vec{A} = \vec{e}_\rho \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right] + \vec{e}_\varphi \left[\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right] + \vec{e}_z \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\varphi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right]$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} &= \frac{i\omega}{c} \mu H_\rho \\ \frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} &= \frac{i\omega}{c} \mu H_\varphi \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E_\varphi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} &= \frac{i\omega \mu}{c} H_z \end{aligned} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} &= -\frac{i\omega \varepsilon}{c} E_\rho \\ \frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} &= -\frac{i\omega \varepsilon}{c} E_\varphi \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho H_\varphi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_\rho}{\partial \varphi} &= -\frac{i\omega \varepsilon}{c} E_z \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Ищем решение в виде:

$$\left\{ \begin{aligned} E_\rho &= \rho^{-1+\tau} [a_0^{(\nu)} + a_1^{(\nu)} \rho + a_2^{(\nu)} \rho^2 + \dots] \\ E_\varphi &= \rho^{-1+\tau} [\delta_0^{(\nu)} + \delta_1^{(\nu)} \rho + \delta_2^{(\nu)} \rho^2 + \dots] \\ E_z &= \rho^{-1+\tau} [c_0^{(\nu)} + c_1^{(\nu)} \rho + c_2^{(\nu)} \rho^2 + \dots] \end{aligned} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} H_\rho &= \rho^{-1+\tau} [A_0^{(\nu)} + A_1^{(\nu)} \rho + A_2^{(\nu)} \rho^2 + \dots] \\ H_\varphi &= \rho^{-1+\tau} [B_0^{(\nu)} + B_1^{(\nu)} \rho + B_2^{(\nu)} \rho^2 + \dots] \\ H_z &= \rho^{-1+\tau} [C_0^{(\nu)} + C_1^{(\nu)} \rho + C_2^{(\nu)} \rho^2 + \dots] \end{aligned} \right. \quad (7)$$

В результате подстановки (6) и (7) в систему (4) и (5) получаемое уравнение имеет вид:

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial c_0^{(\nu)}}{\partial \varphi} + \frac{\partial c_1^{(\nu)}}{\partial \varphi} \rho + \frac{\partial c_2^{(\nu)}}{\partial \varphi} \rho^2 + \dots \right] - \left[\frac{\partial \delta_0^{(\nu)}}{\partial z} + \frac{\partial \delta_1^{(\nu)}}{\partial z} \rho + \frac{\partial \delta_2^{(\nu)}}{\partial z} \rho^2 + \dots \right] = \frac{i\omega \mu}{c} [A_0^{(\nu)} + A_1^{(\nu)} \rho + A_2^{(\nu)} \rho^2 + \dots]; \quad (8)$$

$$\text{Прив } \rho^0: \quad \frac{i\omega\mu_0 A_0^{(j)}}{c} = \frac{\partial C_1^{(j)}}{\partial \varphi} - \frac{\partial \delta_0^{(j)}}{\partial z}; \quad (8.1)$$

$$\left[\frac{\partial a_0^{(j)}}{\partial z} + \frac{\partial a_1^{(j)}}{\partial z} \rho + \frac{\partial a_2^{(j)}}{\partial z} \rho^2 \dots \right] - \frac{(1+z)}{\rho} \left[C_0^{(j)} + C_1^{(j)} \rho + C_2^{(j)} \rho^2 \dots \right] - \left[C_1^{(j)} + z C_2^{(j)} \rho + \dots \right] = \frac{i\omega\mu_0}{c} \left[B_0^{(j)} + B_1^{(j)} \rho + B_2^{(j)} \rho^2 \dots \right]$$

$$\text{Прив } \rho^1: \quad C_0^{(j)} (z-1) = 0 \quad (8.2)$$

$$\text{Прив } \rho^0: \quad \frac{\partial a_0^{(j)}}{\partial z} - z C_1^{(j)} = \frac{i\omega\mu_0}{c} B_0^{(j)} \quad (8.3)$$

$$z \frac{1}{\rho} \left[\delta_0^{(j)} + \delta_1^{(j)} \rho + \dots \right] + \left[\delta_1^{(j)} + z \delta_2^{(j)} \rho + \dots \right] - \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial a_0^{(j)}}{\partial \varphi} + \dots \right] = \frac{i\omega\mu_0}{c} \left[C_0^{(j)} \dots \right]$$

$$\text{Прив } \rho^{-1}: \quad z \delta_0^{(j)} - \frac{\partial a_0^{(j)}}{\partial \varphi} = 0 \quad (8.4)$$

$$\left[\frac{\partial C_0^{(j)}}{\partial \varphi} + \frac{\partial C_1^{(j)}}{\partial \varphi} \rho + \dots \right] - \left[\frac{\partial B_0^{(j)}}{\partial z} + \dots \right] = -\frac{i\omega}{c} \epsilon_j \left[a_0^{(j)} + \dots \right]$$

$$\text{Прив } \rho^0: \quad -\frac{i\omega}{c} \epsilon_j a_0^{(j)} = \frac{\partial C_1^{(j)}}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_0^{(j)}}{\partial z} \quad (8.5)$$

$$\left[\frac{\partial A_0^{(j)}}{\partial z} + \dots \right] - \frac{(1+z)}{\rho} \left[C_0^{(j)} + C_1^{(j)} \rho + \dots \right] - \left[C_1^{(j)} + \dots \right] = -\frac{i\omega\epsilon_j}{c} \left[\delta_0^{(j)} + \dots \right]$$

$$\text{Прив } \rho^{-1}: \quad C_0^{(j)} (z-1) = 0 \quad (8.6)$$

$$\text{Прив } \rho^0: \quad \frac{\partial A_0^{(j)}}{\partial z} - z C_1^{(j)} = -\frac{i\omega}{c} \epsilon_j \delta_0^{(j)} \quad (8.7)$$

$$\frac{z}{\rho} \left[B_0^{(j)} + B_1^{(j)} \rho + \dots \right] + \left[B_1^{(j)} + \dots \right] = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial A_0^{(j)}}{\partial \varphi} + \dots \right] = -\frac{i\omega\epsilon_j}{c} \left[a_0^{(j)} \dots \right]$$

$$\text{Прив } \rho^{-1}: \quad z B_0^{(j)} - \frac{\partial A_0^{(j)}}{\partial \varphi} = 0 \quad (8.8)$$

8

См. (8.2) и (8.6) справедливы: адо
 при $\tau = 1$, адо при $\epsilon_0^{(1)} = 0$.
 В пограничных условиях на поверхности
 поле E_z и H_z непрерывны.

Подставим (8.5) на τ и (8.7) директно
 условием за φ .

(8.8) директно условие по z .
 То основное внимание, что $\omega \neq 0$ задае-
 мо φ три уравнения.

Отнимаем:

$$\frac{\partial \delta_0^{(1)}}{\partial \varphi} + \tau a_0^{(1)} = 0 \quad (9)$$

Подставим ρ -е (9) в (8.4) и за хоси-
 мо уравнение (10):

$$\frac{\partial^2 a_0^{(1)}}{\partial \varphi^2} + \tau^2 a_0^{(1)} = 0 \quad (10)$$

$$a_0^{(1)}(\varphi, z) = p^{(1)}(z) \sin \tau \varphi + q^{(1)}(z) \cos \tau \varphi \quad (11)$$

Аналогичным путем мы отнимаем
 уравнение для $A_0^{(1)}$:

$$A_0^{(1)}(\varphi, z) = P^{(1)} \sin \tau \varphi + Q^{(1)} \cos(\tau \varphi) \quad (12)$$

Подставляя в (11) и (12) отнимаем
 уравнение для a, c, b, e, B :

$$b_0^{(1)} = p^{(1)} \cos \tau \varphi - q^{(1)} \sin \tau \varphi \quad (13.1)$$

$$B_0^{(1)} = P^{(1)} \cos \tau \varphi - Q^{(1)} \sin \tau \varphi \quad (13.2)$$

$$C_1^{(1)} = \frac{1}{\tau} \left[\frac{\partial p^{(1)}}{\partial z} \sin \tau \varphi + \frac{\partial q^{(1)}}{\partial z} \cos \tau \varphi \right] - \frac{i \omega \mu_0}{\tau} \left[\frac{P^{(1)}}{2} \cos \tau \varphi - Q^{(1)} \sin \tau \varphi \right] \quad (13.3)$$

$$C_1^{(1)} = \frac{1}{\tau} \left[\frac{\partial P^{(1)}}{\partial z} \sin \tau \varphi + \frac{\partial Q^{(1)}}{\partial z} \cos \tau \varphi \right] + \frac{i \omega \mu_0}{\tau} \left[\frac{P^{(1)}}{2} \cos \tau \varphi - Q^{(1)} \sin \tau \varphi \right] \quad (13.4)$$

(9)

$$\{a_0^{(j)}, b_0^{(j)}, c_1^{(j)}, A_0^{(j)}, b_0^{(j)}, c_1^{(j)}, p^{(j)}, q^{(j)}, P^{(j)}, Q^{(j)}\}$$

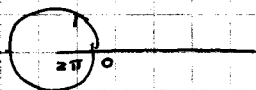
Ми маємо одержати додатт. r -ий члн змиваних поє на поверхні розриву $\varphi = 0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

Необхідно вимістити: 1) обернені до 0 дотичних складових члн $\varphi = 0, \varphi_3$ на складові E_0 і E_2 2) неперервності дотичних складових ал. і мат. поє члн $\varphi = \varphi_1, \varphi_2$.

При цьому отримуємо 12 рівнянь.

$$12 + 18 = 30 \text{ рівнянь і } 30 \text{ невизначених.}$$

Вибіримо область:



Перетинемо r -ий члн цієї області:

$$a_0 = r \sin z\varphi + g \cos z\varphi$$

$$b_0 = r \cos z\varphi - g \sin z\varphi$$

$$A_0 = P \sin z\varphi + Q \cos z\varphi$$

$$b_0 = P \cos z\varphi + Q \sin z\varphi$$

$$c_1 = \frac{1}{z} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \sin z\varphi + \frac{\partial Q}{\partial z} \cos z\varphi \right) - \frac{1+z}{z} (P \cos z\varphi - Q \sin z\varphi);$$

$$c_1 = \frac{1}{z} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \sin z\varphi + \frac{\partial Q}{\partial z} \cos z\varphi \right) + \frac{1+z}{z} (P \cos z\varphi - Q \sin z\varphi).$$

Беремо, що $a_0(0) = 0$, бо E_0 звідси $g = 0$

$$a_0(2\pi) = 0 \rightarrow z = \frac{1}{2}$$

(10)

$$a_0(z, \varphi) = \rho(z) \sin \frac{\varphi}{2}; \quad b_0(z, \varphi) = \rho(z) \cos \frac{\varphi}{2}$$

$$c_1(\varphi, z) = 2 \frac{\partial \rho}{\partial z} \sin \frac{\varphi}{2} - 2i\omega \mu (\rho \cos \frac{\varphi}{2} - Q \sin \frac{\varphi}{2})$$

Выборочно улову, что $c_1(0) = 0: \rightarrow P = 0$

$$c_1(\varphi, z) = 2 \frac{\partial \rho}{\partial z} \sin \frac{\varphi}{2} + 2i\omega \mu Q \sin \frac{\varphi}{2};$$

Выводим улову неперев. из что
виглоаеае го c_1

$$c(0) = c(2\pi)$$

$$2 \frac{\partial \rho}{\partial z} + 2i\omega \mu \rho = -2 \frac{\partial \rho}{\partial z} - 2i\omega \mu \rho$$

$$\text{Збигае } \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \Rightarrow Q = \text{const}; \quad \rho = 0$$

Отте, отримали:

$$a_0 = 0;$$

$$b_0 = 0;$$

$$A_0 = Q \cos \frac{\varphi}{2};$$

$$b_0 = -Q \sin \frac{\varphi}{2}$$

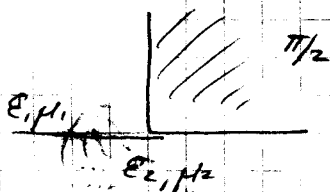
$$\rho = \varphi = 0, \quad P = 0;$$

$$c_1 = 2i\omega \mu Q \sin \frac{\varphi}{2}; \quad c_2 = 0.$$

$$\vec{H}_{\text{конечное}} = O(\rho^{-1+t}) + O(\rho^{-1/2})$$

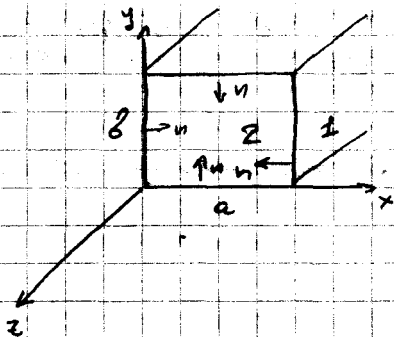
$$\vec{H}_{z, E} = O(\rho^{3/2})$$

D/S:



Хвиевог правокутног теразију

Розметимо правокутни односвези
 ии хвиевог с оталим терази-



Запишемо р-ице Максвелла:

$$\left\{ \begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= + \frac{i\omega \delta \vec{B}}{c} \\ \text{rot } \vec{H} &= - \frac{i\omega \delta \vec{E}}{c} \\ \text{div } \vec{E} &= 0; \text{div } \vec{H} = 0 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Спроецирамо у р-ице на ос
 координат:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - i k_z E_y &= i \frac{\omega}{c} H_x \\ - \frac{\partial E_z}{\partial x} + i k_z E_x + i \frac{\omega}{c} H_y &= 0 \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= i \frac{\omega}{c} H_z \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + i k_z E_z &= 0 \\ \frac{\partial H_z}{\partial y} &= i k_z H_y - i \frac{\omega}{c} E_x \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} + i k_z E_z &= - i \frac{\omega}{c} E_y \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -i \frac{\omega}{c} E_z \\ \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + i k_z H_z = 0 \end{cases}$$

Пам'яті розглянемо n -ий z -ий рівняння вільного змінних x, y, H_x, H_y , які виразимо як функції координат x, y .

Застосуємо правило Крамера отримавши E_x :

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} = i k_z H_y - i \frac{\omega}{c} E_x \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} = -i k_z E_x + i \frac{\omega}{c} H_y \end{cases} \quad (3)$$

$$E_x = \frac{1}{\epsilon^2} \left(i \frac{\omega}{c} \frac{\partial H_z}{\partial y} + i k_z \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \quad (4), \quad \epsilon^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2$$

Оскільки x та y є вільними, то їх можна покласти рівними i система змін. З правого боку:

$$E_y = \frac{1}{\epsilon^2} \left(-i \frac{\omega}{c} \frac{\partial H_z}{\partial x} + i k_z \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (5)$$

Враховуючи властивість галиць E_x та H_x і ω та $-\omega$ рівняння галиць мають схожий вигляд (лише змінює знаки):

$$H_x = \frac{1}{\epsilon^2} \left(-i \frac{\omega}{c} \frac{\partial E_z}{\partial y} + i k_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (6)$$

$$H_y = \frac{1}{\epsilon^2} \left(i \frac{\omega}{c} \frac{\partial E_z}{\partial x} + i k_z \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (7)$$

З цього видно, що координати x, y

(13)

дові ел. і магн. полів можна визначити через поведінку когерентності. Якщо взяти (4), (5), (6) і (7) у останніх гонах у нас скотали (2) отрималимо згадані поведінки когерентності.

Р-ливі Гейттольда:

$$a_{\perp} (E_z, H_z) + a_{\parallel}^2 (E_z, H_z) = 0 \quad (8), (9)$$

Згадуємо:

— Р-ли (4)-(7) не є поперезними хвильовими, тому що для згочодження кінцівок для π -хвиль необхідно $k_z = 0$, $k_z = \frac{\pi}{L}$.

— Всі складові (4)-(7) нібищо вказують на те, що E_z і H_z це одне і те саме, що є два типи незалежних хвиль:

$$T.E (H), E_z \neq 0, H_z = 0$$

$$T.H (E) \rightarrow$$

$$T.E (H), E_z \neq 0, H_z \neq 0$$

Перші хвилі згодв. р-ливі (8), а другі тип - р-ливі (9).

Хвилі незалежні, оскільки р-ливі Максвелла є лінійними обов'язково, ніякі граничні умови.

Тому ці два типи хвиль (хвильоводи типу) можуть розповсюджуватися в хвильоводі незалежно один від одного, бош не можуть розповсюджуватися у бічній частині.

Граничні умови:

Нехай серед 1-го середовища, що відноситься до довільного хвильового, а 2-ге середовище є одн. хвильовим.

$$[\vec{n}, \vec{H}] = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_s \quad (10)$$

$$E_n = 4\pi \vec{\rho}_s \quad (11); \quad E_z = 0 \quad (12) \quad H_n = 0 \quad (13)$$

Для зм. е/м поле в середовищі хвильовому має потрібні тисківі р-ції (12), (13).

З цих умов випливає, що електричне поле \perp до поверх. цієї перегородки, а магнітне поле паралельне.

Линію врах. р-ції (4)-(7), то можливі наступні варіанти:

- 1) E_z на поверхні дор. 0. $E_z|_s = 0$ (14)
- 2) Всі похідні по нормалі дор. 0. $\frac{\partial H_z}{\partial n}|_s = 0$ (15)

Перейдемо до згільного погляду E -хвиль.

В цьому напрямку $H_z = 0$.

$$\Delta \perp E_z + \chi^2 E_z = 0, \quad H_z = 0 \quad (16)$$

$$\begin{cases} E_x = \frac{1}{\chi^2} i k_z \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ E_y = \frac{i k_z}{\chi^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \\ H_x = -\frac{i \omega}{\chi^2 c} \frac{\partial E_z}{\partial y} \\ H_y = \frac{i \omega}{\chi^2 c} \frac{\partial E_z}{\partial x} \end{cases} \quad (17)$$

Розв. р-ие Гейнгольца методом разделения переменных:

$$E_z(x, y) = X(x)Y(y); \quad (18)$$

Подставим (18) в (17):

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + \varepsilon^2 = 0$$

Осевые x и y независимы, поэтому можно считать минимальными ε^2 по x , а тогда — минимальными по y .

$$k_x^2 + k_y^2 = \varepsilon^2 \quad (20)$$

Решим матричные задачи отдельно:

$$X'' + k_x^2 X = 0 \quad (21)$$

$$\begin{cases} X(x) = A_1 \cos k_x x + A_2 \sin k_x x; \\ Y(y) = B_1 \cos k_y y + B_2 \sin k_y y; \end{cases} \quad (22)$$

$$E_z(0, y) = E_z(x, 0) = E_z(x, y) = E_z(x, a) = E_z(x, b) = 0 \quad (23)$$

$$A_1 = B_1 = 0; \quad a k_x = \pi m; \quad k_x = \frac{\pi m}{a}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$b k_y = \pi n; \quad k_y = \frac{\pi n}{b}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Итак, мы имеем решение E_z -х в виде, где индексами m и n обозначены номера чисел m и n .

$$\varepsilon_{mn}^2 = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] \quad (24)$$

Вид обобщенного решения E_z имеет вид:

$$\begin{cases} E_{zmn}(\vec{r}, t) = C_0 \sin \frac{\pi m x}{a} \sin \frac{\pi n y}{b} \exp\{i k_z z - i \omega t\} \\ E_{xmn}(\vec{r}, t) = C_0 \frac{i k_z}{a \varepsilon_{mn}^2} \cos \frac{\pi m x}{a} \sin \frac{\pi n y}{b} \exp\{i k_z z - i \omega t\} \end{cases} \quad (25)$$

$$E_{ymn}(\vec{r}, t) = C_0 \frac{ik_z \pi n}{\delta z_{mn}^2} \sin \frac{\pi m x}{a} \cos \frac{\pi n y}{\delta} \exp\{ik_z z - i\omega t\}$$

$$H_{xmn}(\vec{r}, t) = C_0 \frac{i\omega \pi n}{\delta z_{mn}^2} \sin \frac{\pi m x}{a} \cos \frac{\pi n y}{\delta} \exp\{ik_z z - i\omega t\}$$

$$H_{ymn}(\vec{r}, t) = -C_0 \frac{i\omega \pi m}{\delta z_{mn}^2} \cos \frac{\pi m x}{a} \sin \frac{\pi n y}{\delta} \exp\{ik_z z - i\omega t\}$$

Константа C_0 в рамках x y z теоретически задана.

(25) $z=0$. Значити розглянути поле у вигляді H_{xmn} . Можемо значить поле H_{xmn} .

Силова лінія - це лінія, дотична до якої співпадає з напрямком поле.

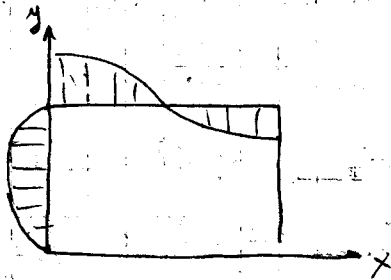
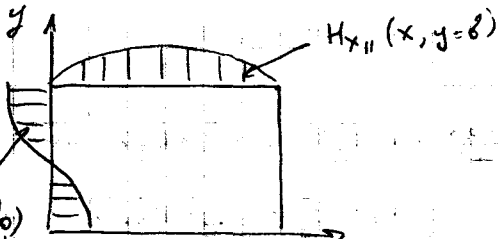
$$\frac{dy}{dx} = \frac{E_y(z)}{E_x(z)}; \quad \frac{dz}{dx} = \frac{E_z(z)}{E_x(z)}; \quad \frac{dy}{dz} = \frac{E_y(z)}{E_z(z)}$$

Подружимо еліпсоподібну лінійку. Силова лінія ел. поле паралельно до поверхні металу, наг. поле - паралельно y , а z лінійкою буде корист. H_{xmn} лінійкою.

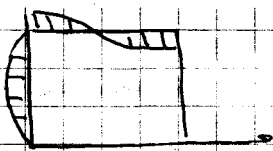
Розв. E_{11} :

З системи (25) видно:

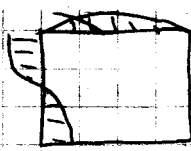
Подружимо еліпсоподібну лінійку. Силова лінія ел. поле паралельно до поверхні металу, наг. поле - паралельно y , а z лінійкою буде корист. H_{xmn} лінійкою.



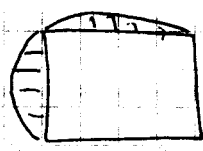
$H_{z||}$



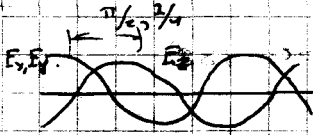
E_{x11}



E_{y11}



E_{z11}



H-хвилі в прямокутній хвилеводі

$$E_z = 0$$

$$\Delta_{\perp} H_z + \gamma^2 H_z = 0$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial n} \Big|_S = 0 \quad (29)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = \frac{i\omega}{c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ E_y = -\frac{i\omega}{c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ H_x = \frac{ik_z}{\gamma^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ H_y = \frac{ik_z}{\gamma^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \end{array} \right. \quad (30)$$

Отпишавме методом варијације змишља:

$$H_z(x, y) = (A_1 \cos k_x x + A_2 \sin k_x x) (B_1 \cos k_y y + B_2 \sin k_y y) \quad (31)$$

$$\frac{\partial H_z(x, 0)}{\partial x} = \frac{\partial H_z(x, b)}{\partial x} = \frac{\partial H_z(0, y)}{\partial y} = \frac{\partial H_z(a, y)}{\partial y} = 0 \quad (32)$$

Отпишавме

$$A_2 = B_2 = 0;$$

$$k_x = \frac{\pi m}{a}$$

$$k_y = \frac{\pi n}{b}, \quad n, m = 0, 1, \dots, \quad m+n \neq 0$$

В резултату отпишавме:

$$H_{zmn}(r, t) = D_0 \cos \frac{\pi m x}{a} \cos \frac{\pi n y}{b} e^{ik_z z - i\omega t};$$

$$H_{xmn}(r, t) = -D_0 \frac{ik_z \pi m}{a^2} \sin \frac{\pi m x}{a} \cos \frac{\pi n y}{b} e^{ik_z z - i\omega t};$$

(33)

$$E_{xmn}(r, t) = -D_0 \frac{i\omega \pi m}{bc^2} \cos \frac{\pi m x}{a} \sin \frac{\pi n y}{b} e^{ik_z z - i\omega t};$$

$$E_{ymn}(r, t) = D_0 \frac{i\omega \pi n}{a^2} \sin \frac{\pi m x}{a} \cos \frac{\pi n y}{b} e^{ik_z z - i\omega t};$$

$$H_{ymn}(r, t) = -D_0 \frac{ik_z \pi n}{b^2} \cos \frac{\pi m x}{a} \sin \frac{\pi n y}{b} e^{ik_z z - i\omega t}$$

На крајници веома је хваљено H_{10}

Елемент

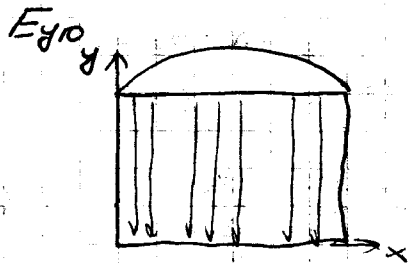
Питамо се $m=1$ и $n=0$:

$$E_{y10} \sim \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$

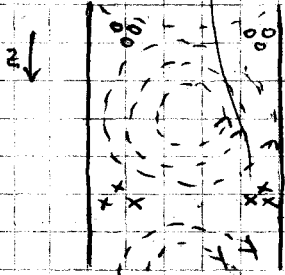
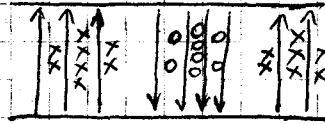
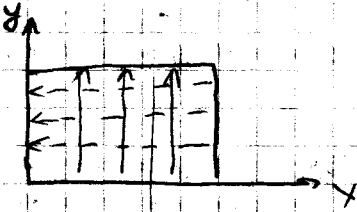
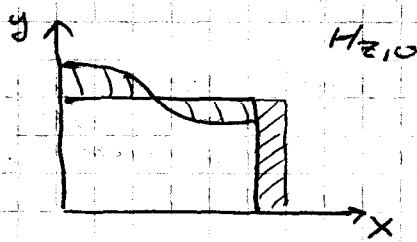
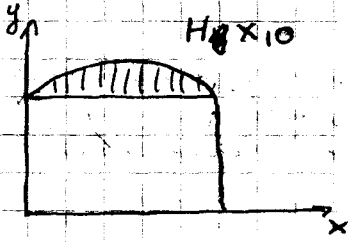
$$H_{x10} \sim -\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$

$$H_{z10} \sim -i \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$

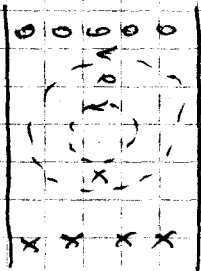
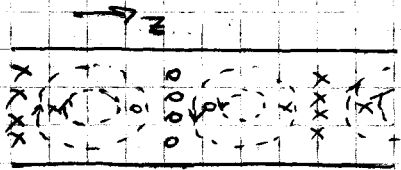
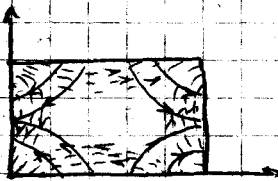
$$E_{x10} = H_{y10} = E_{z10} = 0$$



(19)



Две версии H_2O :



Структури полів різних типів «вель» необхідно знати, щоб управлялося вимо-
вувати з'єднання між «велевою»
«велев. техніки».

Ступені у спішках циліндричності
«велевою»

По внутр. ков. «велевою» градиентів
високого ст. спірки, зображення яких
місце ков'езає із структурою спі-
р. і маш. полів.

$$\vec{J}_s = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \vec{H}_0$$

При цьому вектор $\vec{H}_0 \perp$ вектору \vec{J}_s
це означає, що позовомі спірки \vec{J}_s визна-
чається як нормальна до H_x і H_y ,
а J_x і $J_y \leftarrow H_z$.

Знаючи напрямку та величину спірки
у спішках «велевою» нам необхідно
для вирішення задачі:

- ① для спірки «велевою». З метою міні-
мізації витрати, що пов'язано з затухан-
ням «велеві»;
- ② коли існують порушення в спішках
«велевою». ці порушення можуть
бути виправдані.
- ③ якщо цінність випадає на спірки,
то величина витрати спірки і
частина це використ, але і частка
воно не бачимо.

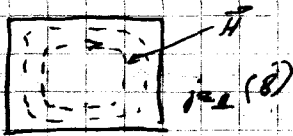
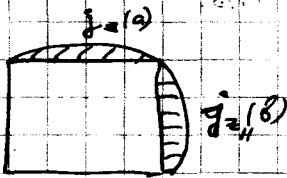
В силу відсутності $H_z (H_z = 0)$, то в
цьому випадку відсутній поперечні
«велевою», високого спірки, а по-

добрый вечер.

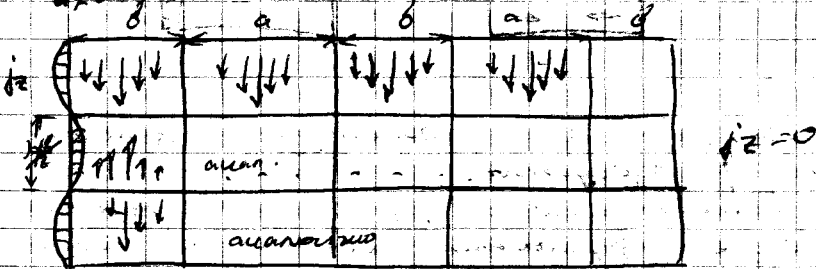
$$\sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) - jz(a) = \frac{C}{4\pi} Hx; \quad y=0; \quad y=a$$

$$\sin\left(\frac{\pi x}{b}\right) - jz(b) = \frac{C}{4\pi} Hy; \quad x=0; \quad x=b$$

E_{11}



Розгляди структуру у стінах × вилевоу зображається на картині. $a \neq b$



Структура на ребрах × вилевоу до - ребра 0, тому константи на ребрах до 0.

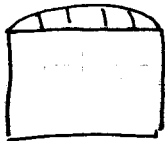
Мета розробити функцію мех на впливає на розробку структури для цієї мети.

Поперек впливають

Для H -хвни припустим всі струми
основні існують з частотою ω магн. поле.

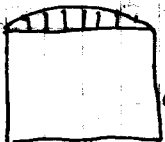
Для H_{10} :

$$jz(\beta) = 0, \quad jx(\alpha) = i \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right); \quad jy(\beta) = i H_{10}.$$

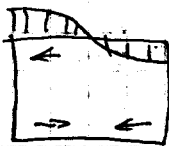


$$jz(\beta) = 0$$

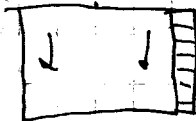
Густина струми в стінках пря-
мокутнього хвелеводу для хвни H_{10} :



$$jz(\beta) = 0$$



$$jx(\alpha)$$



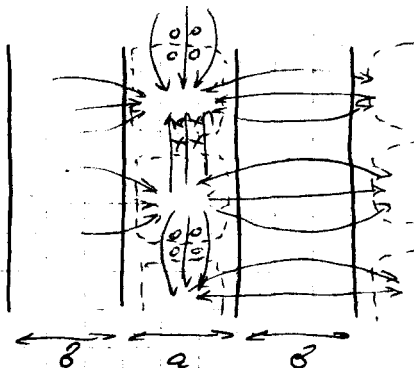
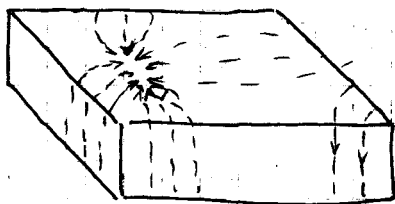
$$jy(\beta)$$

У вузкій стінці хвелеводу розподіл
струми є відсутні:

Важко також зрозуміти, будь-яка розподіл
струми буде збудована хвилею, а потен-
ціальна функція в середині.

2016!

На ребрах цилиндра маломощнейшие стержни. Тому потрібно подати хороший контакт.



Цилиндричний хвелевод (СРС)

④ с. 243 - 253
е. 386 -

Критична довжина хвилі у прямокутному хвелеводі

Від критичною довж. хвилі $\lambda_{кр}$ розрив. тому довжину хвилі у більшому циліндрі цим самі значення розповсюдження хвилі від повільного типу вздовж хвелеводу самі має вичислити заповнення.

$$\lambda < \lambda_{кр}$$

$$\lambda_{кр mn} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} ; (2) \quad \epsilon^2_{mn} = k^2_{xmn} + k^2_{ymn} \quad (2)$$

$$\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]; \quad (2) \quad \frac{\omega}{c} = 2\pi f$$

$$k_z = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{дв}}}$$

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda_{\text{дв}}}\right)^2 = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right] \quad (3)$$

Видно, що λ повинна бути менше ніж $\lambda_{\text{дв}}$, адже те що стоїть з права завжди > 0 .

Якщо довжини λ у вільному просторі здійснювати (змешувати), то довжина хвилі у хвильоводі буде здійснює значно швидше. Прямуватиме до ∞ .

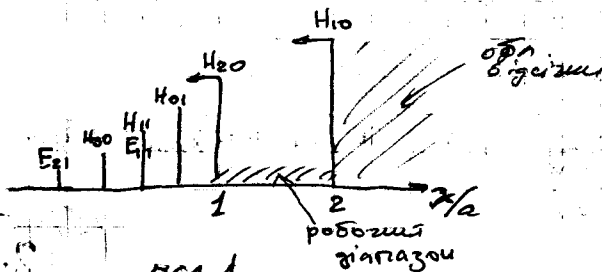
Поплавівши у (3) $\lambda = \infty$, отримуємо формулу (1).

З формули (1) видно, що $\lambda_{\text{кр}}$ залежить лише від геометр. параметрів хвильоводу, та чимх менш ті n .

Звідси слідує, що для кожного типу хвилі своє критична довжина хвилі.

Якщо $\lambda > \lambda_{\text{кр}}$, то хвильовод буде для хвилі як суцільно тіло у воєн буде дитрагувати на повну.

Споштує власних хвиль πx зображені на мал. 1 ($a > 2b$):

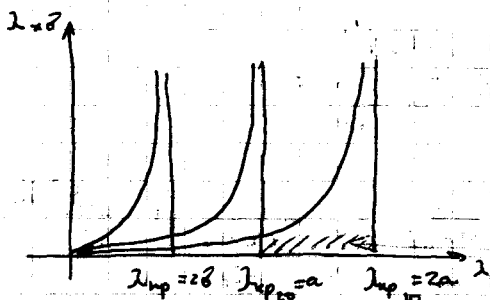


Слід відзначити, що при заданих a і b треба використати хвильову на швидкостях або бачимо величезну кількість хвиль з коїб. мовилою зр (Ніо).

Щоб упростити ситуацію покладемо на мал. 2 залежність

$$\lambda \times v = \lambda \times v(\lambda) \quad \leftarrow \text{у просторі}$$

$$\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2 \times v} = \frac{1}{\lambda^2 \times v} \quad ; \quad \lambda \times v = \frac{a}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}$$



$$a > 2b$$

Звідси видно, що у частоту вищеї мовилою

збудити лише хвилю Ніо, якщо $a < \lambda < 2a$

У випадку, не можна збудити лише одну хвилю Ніо.

Для збудження різних типів хвиль треба використовувати різні типи джерел для подальшого усилених хвиль.

Дисперсія хвиль у ПХ

Дисперсія - це залежність фазової швидкості хвиль від довжини хвиль

Але різні довжини хвиль збудити різними джерелами різноє.

З огляду на швидкість, то це бездисперсійне середовище.

$$v_{\varphi} = \frac{\omega}{k_z} = c \frac{\omega}{k_z} = c \frac{\frac{2\pi\nu}{\lambda}}{\frac{2\pi}{\lambda_{\text{вб}}}} = \frac{c\lambda_{\text{вб}}}{\lambda} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{вб}}}\right)^2}} \quad (1)$$

Звідси видно, що фазова швидкість у хвилеводі завжди більша ніж швидкість світла у вакуумі.

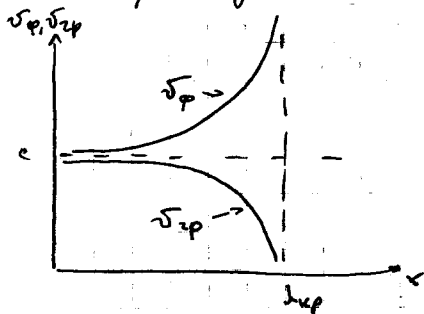
Отримаємо вираз, для групової швидкості:

$$\begin{aligned} v_{\text{гр}} &= \frac{d\omega}{dk_z} = c \frac{d\left(\frac{\omega}{c}\right)}{d\left(\frac{k_z}{1/\lambda_{\text{вб}}}\right)} = c \frac{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)}{d\left(\frac{1}{\lambda_{\text{вб}}}\right)} = \\ &= \frac{c \frac{1}{\lambda^2} d\lambda}{\frac{1}{\lambda_{\text{вб}}^2} d\lambda_{\text{вб}}} = \frac{c\lambda_{\text{вб}}^2 d\lambda}{\lambda^2 d\lambda_{\text{вб}}} = \frac{c}{\left(1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{вб}}}\right)^2\right)} \left(1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_{\text{вб}}^2}\right)^{3/2} = \\ &= c \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_{\text{вб}}^2}} \quad (2) \end{aligned}$$

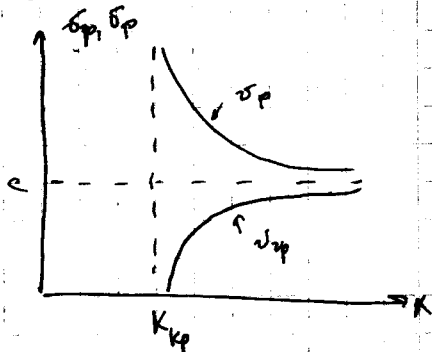
$$v_{\text{гр}} \cdot v_{\varphi} = c^2 \quad (3)$$

Побудуємо графіки

$v_{\text{гр}}$ від c :



залежності $v_{\text{гр}}$



При $\lambda > \lambda_{\text{вб}}$ і $k < k_{\text{гр}}$ хвилі у каб. розповсюджуються з швидкістю меншою ніж швидкість світла у вакуумі.

27

(шоран) Н (акан) А

$\bar{v}_p > \bar{v}_{kp}$	$\bar{v}_p < \bar{v}_{kp}$
$\bar{v}_p \bar{v}_{kp} > 0$	$\bar{v}_p \bar{v}_{kp} > 0$
$\bar{v}_p \bar{v}_{kp} < 0$	$\bar{v}_p \bar{v}_{kp} < 0$
$\bar{v}_p > \bar{v}_{kp}$	$\bar{v}_p < \bar{v}_{kp}$

Виназион хвилеводи

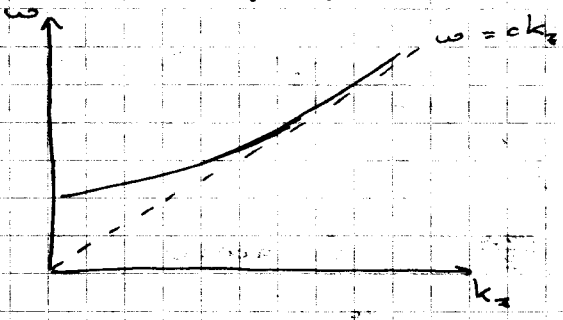
В (вогдат)

В (виг)сми

Подукуемо зависимость частоты $\omega = \omega(k_z)$ хвилеводного шпала

$$\frac{\omega}{k_z} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{2\pi}{\omega} c}{k_{kp}}\right)^2}$$

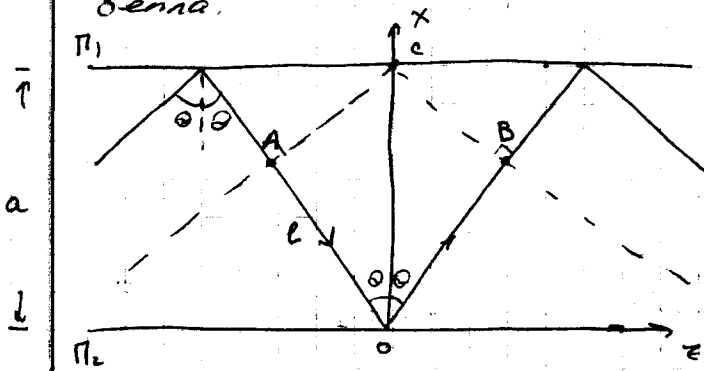
$$\left(\frac{\omega}{k_z}\right)^2 = \frac{c^2}{1 - \left(\frac{k_{kp} c}{\omega}\right)^2}; \quad \omega = c \sqrt{k_z^2 + k_{kp}^2}$$



Колучение парциальных хвиль

Решение волнового уравнения для шпала хвилеводного типа возможно для едн хвиль. Мы же хотим рассмотреть поле у волнеди арми элементной (карманной) хвиль ширины T (поперечн). ϵ_1 хвиль багатомодно видди-важно видди идеал. шовдиши

ув. параллель, на осис. μ -шамі Макс
 Векла.



Ефект.
 вектор
 парал.
 площин
 по дани
 зображен
 в площ.
 Π_1 і Π_2

В т. С відб. інтерференційна хвиля, яка падає на шпильку пошуку в т. О.

AB і BC - фронтні падаючої і відбитої хвилі.

Об'єктив - в т. С.

Заг. фронт на шляху АОВ повинен бути кратним π

$$2kl - \pi = \pi(2n - 1)$$

Звідси: $l = \frac{\pi m}{k} = \frac{m\lambda}{2}$; $l = a \cos \theta$

$\cos \theta = \frac{m\lambda}{2a}$, $\lambda_{кр} = \frac{2a}{m}$

$\lambda = \lambda_{кр} \Rightarrow \cos \theta = 1$ - неможливо.

Ефект/м подя між площинами Π_1 і Π_2 представляє собою суперпозицію падаючої і відбитої хвилі.

$\vec{k}_{по} = \vec{e}_x k \cos \theta + \vec{e}_z k \sin \theta$ - падаюча і відбита хвиля

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \left[e^{i(kx \cos \theta)} - e^{-i(kx \cos \theta)} \right] e^{i(kz \sin \theta)} \vec{e}_y =$$

$$= 2i \vec{E}_0 \vec{e}_y \sin(kx \cos \theta) e^{i(kz \sin \theta)} = 2i \vec{E}_0 \vec{e}_y \times$$

$$\times \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right) e^{i(kz \sin \theta)} = 2i \vec{E}_0 \vec{e}_y \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right) e^{i k_z z} \quad (4)$$

$$\vec{H} = 2 \vec{E}_0 \left[i \vec{e}_x \sin \theta \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right) + \vec{e}_z \cos \theta \cos\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \right] e^{i k_z z} \quad (5)$$

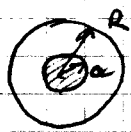
с. 17, Ноби-ков, А. Я. Задача "Слово".
 "Слово".
 "Слово".
 "Слово".
 "Слово".
 "Слово".
 "Слово".

Там же там, сферический маяк
 Вектор волны \vec{k} в вектор \vec{e}_z равно
 3000 м/с $\vec{k} \cdot \vec{e}_z = \frac{\omega}{k_z} = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{2a}\right)^2}} \quad (6)$

для больше, м/с $\vec{k} \cdot \vec{e}_z = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{2a}\right)^2}}$
 Вектор

Концентрация света

На величину v_0 для $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$
 есть v_0 $\vec{k} \cdot \vec{e}_z = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{2a}\right)^2}}$
 $\vec{k} \cdot \vec{e}_z = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{2a}\right)^2}}$



же приводит до то-го, но где $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$
 или могут быть $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$
 или $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$

$$\vec{k} \cdot \vec{e}_z = 0 \quad - \text{возврат } \vec{k} \cdot \vec{e}_z$$

возвращается $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$ (показатель)
 и. Кроме того $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$
 $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$. Показатель $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$
 Показатель $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$ $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$
 $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$ $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$

В $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$ $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$
 Аналогично $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$
 $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$ $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$
 $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$ $\vec{k} \cdot \vec{e}_z$

Полнагасимо $E_z = H_z = 0$.

$$\operatorname{rot} \vec{H} = -\frac{i\omega}{c} \vec{E}; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = \frac{i\omega}{c} \vec{H}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - ik_z E_\varphi &= \frac{i\omega}{c} H_r \\ -\frac{\partial E_z}{\partial r} + ik_z E_r &= \frac{i\omega}{c} H_\varphi \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (rE_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} &= \frac{i\omega}{c} H_z \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - ik_z H_\varphi &= -\frac{i\omega}{c} E_r \\ -\frac{\partial H_z}{\partial r} + ik_z H_r &= -\frac{i\omega}{c} E_\varphi \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (rH_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} &= -\frac{i\omega}{c} E_z \end{aligned} \right.$$

Полнагасимо менер $E_z = H_z = 0$.

$$\left\{ \begin{aligned} -ik_z E_\varphi &= \frac{i\omega}{c} H_r \quad (a) \\ ik_z E_r &= \frac{i\omega}{c} H_\varphi \quad (b) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (rE_\varphi)}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} \quad (g) \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$ik_z H_\varphi = i\frac{\omega}{c} E_r \quad (2)$$

$$ik_z H_r = -\frac{i\omega}{c} E_\varphi \quad (d)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rH_\varphi)}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi}$$

Переходим к р-миле (a) и (d), то отнимаме:

$$\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 = 0 \quad (2); \quad k_z = \pm \frac{\omega}{c} \quad (3)$$

Выбираем $k_z = +\frac{\omega}{c}$, и подставляем в р-миле (a), (b), (d), (2) отнимаме:

(3)

$$\begin{cases} H_n = -E\varphi \\ H_{\varphi} = E_n \end{cases} \quad (4)$$

Берем m -ую (г), получим $\text{div} H = 0$ и упрощаем: max , отыскиваем ;

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial (r H_{\varphi})}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (r H_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \varphi} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} r \frac{\partial (r H_{\varphi})}{\partial r} - \frac{\partial (r H_r)}{\partial \varphi} = 0 \\ \frac{\partial (r H_r)}{\partial r} + \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \varphi} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Отыскиваем:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial (r H_{\varphi})}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 H_{\varphi}}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (7)$$

Теперь заменим $H_{\varphi} = E_n$:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial (r E_n)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r E_n)}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (8)$$

Розв'язуємо методом вг. змінних:

$$r E_n = R(r) \cdot \Phi(\varphi) \quad (9)$$

Підставив (9) у (8) і отыскиваем:

$$\frac{r}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + m^2 \Phi = 0 \quad (11)$$

$$\Phi(\varphi) = A \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} m \cdot \varphi \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial R}{\partial r} \right) - m^2 R = 0 \quad (13)$$

Введемо нову змінну: $\tau = \ln nr$.

$$\frac{\partial R}{\partial r} = \frac{\partial R}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial r} = \frac{\partial R}{\partial \tau} (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(n \frac{\partial R}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial R}{\partial \tau} \right) = \frac{1}{n} \frac{\partial^2 R}{\partial \tau^2} (15)$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial \tau^2} - m^2 R = 0 (16)$$

$$R(\tau) = A e^{m\tau} + B e^{-m\tau} (17)$$

$$R(r) = A r^m + \frac{B}{r^m} (18)$$

$$E_n = \frac{1}{n} \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} m\varphi \left\{ A r^m + \frac{B}{r^m} \right\} (19)$$

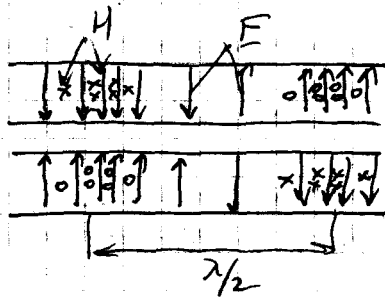
Проте згідно лінійності системи-баз, що складає ідеал. функц. систем. ліній. функц. залежн. радіал. координат ел. поле визначається (визначається) цією системою функцій, якщо функції цією системою (т.б.) є лінійними.

Практично уявляється, що хвильові $m \neq 0$, подібно $E(r) = \frac{A}{r}$

Такі ж самі лінійні функції можна використовувати для ліній. функц. систем.

Але отримавши результати, що така система лінійності відноситься до системи лінійності функцій $E \neq 0 = H_n$.

Визначається структура функц. систем. ліній. функц. систем. ліній. функц. систем.



$$\vec{\nabla} p = 0$$

рис. 1.

$E_z = x \sin \dots$ в координ. m, n, z

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + k^2 E_z = 0 \quad (21)$$

$$E_z(\varphi, z) = (A J_m(\alpha r) + B N_m(\alpha r)) \left(\frac{\cos}{\sin} \right)_m \varphi \quad (22)$$

Треба накласти граничні умови:
електр. поле зорівнює 0 при
 $r = a$; $r = R$

Отримуємо:

$$\begin{cases} A J_m(\alpha a) + B N_m(\alpha a) = 0 \\ A J_m(\alpha R) + B N_m(\alpha R) = 0 \end{cases} \quad (23)$$

Система має ненульов. рішення, коли
визначник дорівнює 0.

$$J_m(\alpha a) N_m(\alpha R) - J_m(\alpha R) N_m(\alpha a) = 0 \quad (24)$$

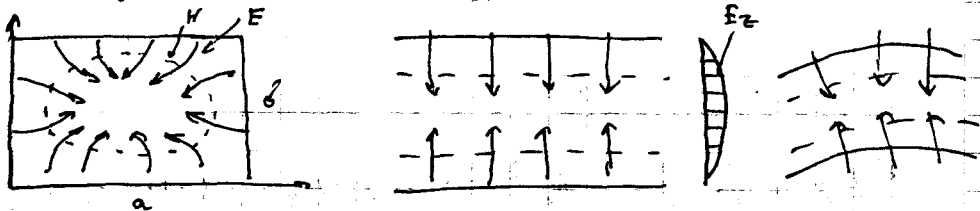
Для кожного значення m , існує
 β_{zpmn} значення α , які задовольняють
це рівняння (Е_{zm} і Е_{nm})

Вироз для критич. довжини x_{zpmn} :

$$\lambda_{zpmn} = \frac{2\pi}{\alpha_{zpmn}} \quad (25)$$

Малые радиусы описаны для
 малых критической долин хвост.
 Возьмем хвост E_{01}

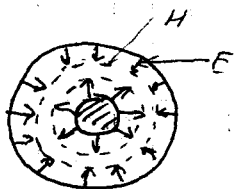
Возьмем тип хвост E_{11} где
 по хвосту. Возьмем
 окружность:



Излучающий хвост

Оценим хвост типа E_{01} из хвост
 E_{11} излучающий хвосту

$$I_{кр}^n = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{(\frac{1}{a})^2 + (\frac{1}{b})^2}} = 2b$$



Ситуацию в которой
 описываем структуру
 мал. по хвосту где хвост
 типа E_{01} в поперечном

Такие мал.

$$I_{крE_{01}}^k \approx 2(R-a)$$

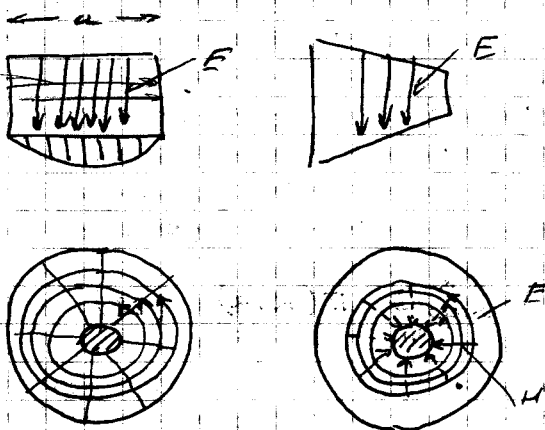
Розглянемо H -хвилі в циліндричній трубці:

Визначимо частоту ω та константу k .

$$J_m'(ka) N_m'(ka) - J_m(ka) N_m''(ka) = 0 \quad (26)$$

Для кожного m існує безліч значень ka , які задовільняють умову (26).

Хвилі H_{01} мають найменшу частоту, тобто найменшу довжину хвилі.

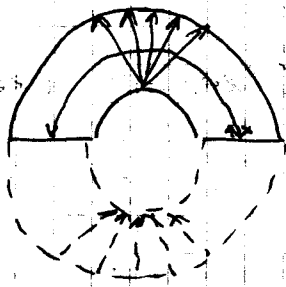


На мал. структура E і H -хвилі для H_{01} .

$$\lambda_{pH_{01}} \approx 2(R-a) \quad (27)$$

Властивості хвилі типу H_{01} близько до звичайної хвилі типу H_{01} в циліндричній трубці: це хвилі малої частоти, коли довжина хвилі λ набагато більша за радіус R трубки. У цьому випадку структура електричного поля E і магнітного поля H наближається до структури хвилі типу H_{01} в циліндричній трубці.

Скопи пак. геткување можда во
 константни две знак. структурни
 хвели тину H_{II} в пак H_{II} .



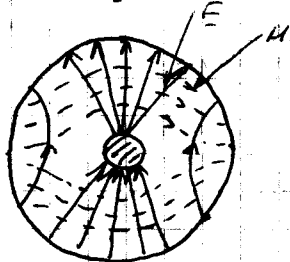
Достигаеме кмет
 зовне, хвели в KL ,
 ево збуди. на хвели
 тину H_{II}

Дне тко, аод вгдании оини вуде-
 и тини, еи знак в однои ауро.
 вого екипираниого поле мождо
 аод акинит хвеливо, дуд збуди
 еи вгдносо верхового ауро
 в часу владну пак чот доини
 до збудио ауро ево збудио
 тко ауро.

Дне H_{II} ;

$$a_c = \frac{1}{2} \pi (R+a)$$

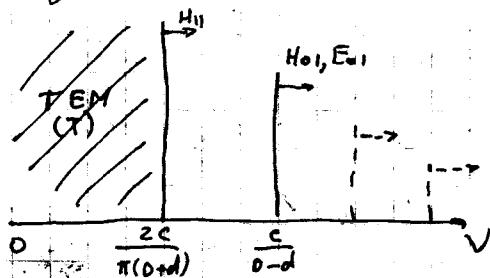
$$I_{up} = 2ac$$



$$I_{up} = \pi (R+a) \quad (28)$$

У геткувани аурови
 в пак не дуди пак
 му вгдани. разди a .

Наблнн картинио буритишк
 пак KL :



Принципиально реализуемая для идеальной среды в том смысле, что в идеальной среде не существует волн, которые распространяются в направлении, отличном от направления распространения волны, т.е. не существует волн, которые распространяются в направлении, отличном от направления распространения волны.

Видно, что для идеальной среды $\epsilon = \epsilon_0$ и $\mu = \mu_0$, а для идеальной среды $\epsilon = \epsilon_0$ и $\mu = \mu_0$.

Чтобы в идеальной среде существовали волны, то $\epsilon > \epsilon_0$, т.е. $(\epsilon - \epsilon_0) < \epsilon_0$. Для идеальной среды не существует волн, которые распространяются в направлении, отличном от направления распространения волны.

Для $\epsilon < \epsilon_0$ - волны не существуют.

Хвостовая (идеальная), что является идеальной

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

Уравнения Максвелла:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \dot{\vec{H}}; \\ \text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \dot{\vec{E}}; \\ \text{div } \vec{E} = 0; \\ \text{div } \vec{H} = 0; \\ \Delta \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \mu \vec{E} = 0; \end{array} \right.$$

Отсюда видно, что идеальная среда:

$$\Delta \vec{E} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \mu + k_z^2 \right) \vec{E} = 0;$$

$$\Delta \vec{H} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \mu + k_z^2 \right) \vec{H} = 0;$$

$c_g = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} < c$ - шв. свѣта в средоу

$$\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \mu + k_z^2 = \lambda^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \mu \left(\frac{z \mu}{\lambda} \right)^2 \epsilon \mu + \left(\frac{z \mu}{\lambda} \right)^2 = \pi^2 \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]$$

$\lambda \rightarrow \infty$, тогда:

$$\lambda_{кр} = \frac{2\sqrt{\epsilon \mu}}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

Тогда $\lambda_{кр}$ задаетелементы на $\sqrt{\epsilon \mu}$ в
коробке δ $\lambda_{кр}$ задает ПЧ.

Поток энергии взовек от хвелевду

Амплитуды e_n и h_n константы
в резонансе диметри хвелевду
растение конформитивно, а в
ае ко хвелевду.

По теореме Фредгольма-Колманна
или за расоне конформитивно
нормированы, а в конформитивно
нов. δ в конформитивно
будет обман. конформитивно

$$P_s = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \int_S [\vec{E} \cdot \vec{H}^*]_z ds$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 e_z$$

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 e_z$$

$$P_s = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_S [\vec{E}_1 \vec{H}_1^*]_z ds + \right.$$

$$\left. + \int_S [\vec{E}_2 \vec{H}_1^*]_z ds + \int_S [\vec{E}_1 \vec{H}_2^*]_z ds + \int_S [\vec{E}_2 \vec{H}_2^*]_z ds \right\} =$$

ли при-
млет.
зобк.
эвни
и зобк.
левоз

Борн,
Волны
6.600

$$= \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \int_S [E_x H_x^* - E_y H_y^*]_z ds$$

Точно так же можно показать, что закон сохранения энергии в волновом канале имеет следующий вид:

Заменяем в нем выражение P_z ПХ:

$$P_s = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \int_0^a \int_0^a (E_x H_y^* - E_y H_x^*) dx dy;$$

Рассчитаем где можем H_{10} :

$$E_{x10} = 0; \quad E_{y10} = D_0 \frac{i\omega\pi}{ac\pi^2} \sin \frac{\pi}{a} x;$$

$$H_{x10} = -D_0 \frac{ik_z\pi}{a^2\pi^2} \sin \frac{\pi}{a} x;$$

Подставим:

$$P_s = \frac{c}{8\pi} D_0^2 \frac{\pi^2 k_z \omega}{a^2 \pi^2 c} \int_0^a \int_0^a (\sin^2 \frac{\pi x}{a} dx dy) =$$

$$= \left\{ \int_0^a \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx = \frac{1}{2} \int_0^a (1 - \cos \frac{2\pi x}{a}) dx = \frac{a}{2} \right\} =$$

$$= D_0^2 \frac{c}{2} \frac{ak_z \omega}{16\pi^4} = D_0^2 \frac{ka^3 k_z \omega}{16\pi^3}$$

Из этого выражения можно получить амплитуду D_0 , если заданы ее величина и частота. В волновом канале имеет место соотношение:

$$D_0 = 4\pi \left[\frac{a}{\pi B} \frac{P_s}{k_z \omega} \right]^{1/2}; \quad \nu = \frac{\pi}{a}$$

$$E_y = i D_0 \frac{\omega}{c} \frac{\pi}{a^2} \sin \frac{\pi x}{a} = i E_m \sin \frac{\pi x}{a}$$

$$E_m = \frac{4}{\pi c} \left[\frac{P_5}{ab} \frac{\pi \omega}{k_z} \right]^{1/2} = 4 \sqrt{\frac{a P_5}{\pi b c}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z}{\lambda_{xp}}\right)^2}}$$

Витрати в машині потужності значення максимуму досягають великих

Витрати у хвилеводах

При передачі енергії по хвилеводу мають місце витрати потужності за рахунок синхронного опору матеріалу (згодіві витрати).

Побудова строгої теорії з урах. витрат зумовлена випадковим пов'язаним з граничними умовами.

Тому користуючись методом малодонності ми не враховували витрати; пов'яз. збитки крайові задачі, при чому згодіві пов'яз. Потім докучило, що наевні витрати не впливають на структуру хвиль.

Величезною вартістю створюється згодіві витрати.

При наевні витрат:

$$\gamma = k_z k_2 + i d \quad (1)$$

квантовий згодіві витрат

$$\vec{E} = \vec{E}_m e^{+i(k_2 z - \omega t)}; \rightarrow$$

$$\rightarrow \vec{E} = E_m e^{+i(k_2 + i d) z - i \omega t} = \vec{E}_m e^{-d z} e^{i(k_2 z - \omega t)}$$

Страну витрат: δ обчислюємо з наступних міркувань: $\int (2) \Rightarrow$ поле на одностовій довжині $z = z$.

Там же показуємо, потужність, що потрапляє на одностовій довжині:

$$P_1 = P(1 - e^{-2z}) \quad (3)$$

Оскільки z мале, можна розкласти експоненту:

$$P_2 = P(1 - 1 + 2z) = 2Pz;$$

$$z \approx \frac{1}{2} \frac{P_1}{P} \quad (4)$$



кусок внутр. поверхні \times довжині одностовій довжини.

\int - ступінь, що проходить.

Активна поверхня: $R = \frac{1}{2S} \quad (5); \quad S = \delta \cdot dl; \quad (6)$

Потужність теплової витрати δ у даній елементі стінки:

$$dP_1 = \frac{1}{2} (R dI)^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\delta \delta \cdot dl} (dI)^2 \quad (7); \quad dI = \int j^* dl \quad (8)$$

Тоді потужність витрати δ стінки \times довжині z можна бути знайдено інтегруванням по довжині z \times довжині:

$$P_2 = \frac{1}{2\delta\delta} \int j^*{}^2 dl \quad (9)$$

$R_2 = \frac{1}{\delta\delta}$ - поверхневий активний опір стінки на под. довжині z

42

$$R_n(\omega) = \frac{L}{2\delta(\omega)}; \quad \delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\mu} \omega} \quad (10)$$

Отсюда:

$$R_n(\omega) = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{2\pi\mu\omega}{2}} \quad (11)$$

$$|\vec{j}| = \frac{c}{4\pi} |\vec{H}_t| \quad (12)$$

$$P_z = \frac{c^2 R_n}{32\pi^2} \oint_L |\vec{H}_t|^2 dl \quad (13)$$

Замыкаем контур в бугор - если не
 имеем лезвия, то контуром будут
 эти бугоры и лезвия. Одинаковых - длины
 бугор; ив. элементная контура. Контур
 этого контур замыкаем.

$$L = 10 \lg \left(\frac{P_{\text{вх}}}{P_{\text{вх}}} \right); \quad P_{\text{вх}} = P_{\text{вх}} e^{-2L}$$

$$L = 10 \lg e^{2L} \approx 8,68 L \quad [L] = 85 \text{ км}$$

Давайте рассмотрим контур где
 контур H_{10} ($\epsilon = \mu = 1$, $2a = 2a$):

$$H_z = -i D_0 \frac{k_z a}{\pi} \sin \frac{\pi x}{a};$$

$$H_x = D_0 \cos \frac{\pi x}{a}$$

Плотность тока y (13) описываем:

$$P_z = \frac{c^2}{32\pi^2} R_n \oint |\vec{H}_t|^2 dl = \frac{(cD)^2}{32\pi^2} R_n \times$$

$$\times \left\{ 2 \int_0^a \left[\cos^2 \frac{\pi x}{a} + \frac{k_z^2 a^2}{\pi^2} \sin^2 \frac{\pi x}{a} \right] dx + \right.$$

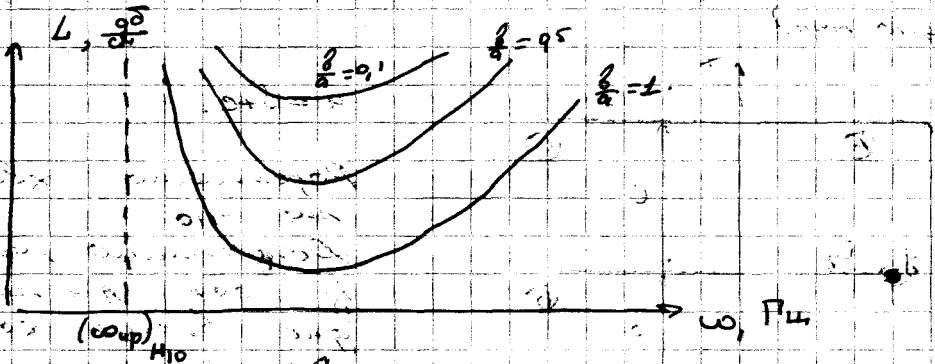
$$\left. + 2 \int_0^a dy \right\} = \frac{c^2}{32\pi^2} R_n D^2 a \left(\frac{2a}{a} + L + \frac{k_z^2 a^2}{\pi^2} \right) = \quad (13)$$

$$= \frac{c^2 D_0^2 a^3}{8 \pi^2 \lambda^2} R_n \left[1 + 2 \frac{b}{a} \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right],$$

$$\text{то } K_n = \frac{2\pi}{\lambda \cdot b} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2};$$

Тогда стала затухающей к сверх-
частотам координатного направления;

$$L(\omega) \sim \frac{\sqrt{\omega}}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{cp}^2}}} \left\{ 1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\pi c}{\omega a} \right)^2 \right\}$$



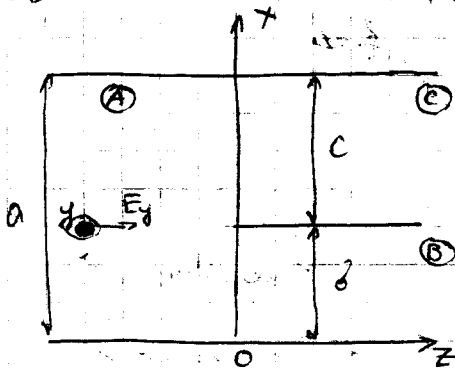
Зависимость Вспомогательных частот от частоты
всплесков. Вспомогательные частоты где
всплески. Вспомогательные частоты где
всплески. Вспомогательные частоты где
всплески.

Зависимость Вспомогательных частот от частоты
всплесков. Вспомогательные частоты где
всплески. Вспомогательные частоты где
всплески. Вспомогательные частоты где
всплески.

Розгалужуючий хвильовод

Умова задачі

Розв'язати задачу; маємо довгою трубку, товщина якої невелика; в площину хвильового поля розсіюється ідеально циліндричного перетинного товстого канальця, яка паралельна стінкам хвильоводу (див. мал.).



$$a = b + c$$

Розв'язано хвильово H_{10} .
Доведено, що із обох А на даної базиса хвильово H_{10}

$$E_y^{(1)} = \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-\gamma_{10} z} \quad (1)$$

$$H_x^{(1)} = -\frac{c}{i\omega\mu} \frac{\partial}{\partial z} E_y^{(1)} = \frac{\gamma_{10} c}{i\omega\mu} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-\gamma_{10} z}$$

$$H_z^{(1)} = \frac{c}{i\omega\mu} \frac{\partial E_y^{(1)}}{\partial x} = \frac{\pi c}{i\omega\mu a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-\gamma_{10} z}$$

$$\chi_{mn}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon\mu - k_z^2 = k^2 - k_z^2;$$

$$-k_z^2 = \chi_{mn}^2 - k^2;$$

$$k_z = \left[\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - k^2 \right]^{1/2} = \gamma_{10} \text{ — розривне хвильове число}$$

(45)

i — нагору
за хвилею

Треба знайти розв'язок поле у області x, y, z .

Основні електричне поле E розгорнули в напрямку осі y , то поле, яке розв'язується. повинно мати вигляд $E = E_y \hat{y}$.

Усі поточності розв'язаного поля виходять через E_y , вони будуть задовольняти умови:

① Поле E_y задовольняє умову виходності - $\text{div} E = \rho$ при $\rho = 0$.

② $E_y = 0$ при $x = 0$ та $x = a$ для $z > 0$; при $x = 0$; $z > 0$.

③ Поточності сферичні: новий електричний заряд $(E_y^{(1)} + E_y)$ та новий магнітний момент $(\frac{\partial E_y^{(1)}}{\partial z} + \frac{\partial E_y}{\partial z})$ повинні бути перпендикулярні до осі z для $z > 0$.

④ E_y повинна задовольняти умову на границі $z=0$ (при $z=0, x=a$):

$$E_y = \rho z; \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial E_y}{\partial z} = \rho; \quad \rho = [\epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial z}]_{z=0}$$

Умови ① та ② будуть виконані, якщо записати E_y в області A, B, C у вигляді розв'язку координатної функції, яка буде біг-функцією $z=0$.

Масштаб частоты: $\omega = \frac{2\pi}{a}$

$$\text{Для } \varphi = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right) e^{\gamma_n a z}, \quad \text{где } (A) \quad z < 0$$

$$\text{Для } \varphi = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right) e^{-\gamma_n b z}, \quad \text{где } (B), \quad 0 < x < b, \quad z > 0$$

$$\text{Для } \varphi = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left[\frac{\pi n}{c}(x-b)\right] e^{-\gamma_n c z}, \quad \text{где } (C), \quad b < x < a, \quad z > 0$$

$$\gamma_{nd} = \left[\left(\frac{\pi n}{d}\right)^2 - k^2 \right]^{1/2}, \quad d = a, b, c \quad (8)$$

↑
 периодические значения (стационарные колебания) тогда a, b, c .

Значит в (8) выберем такие n и d ,
 так, чтоб γ_{nd} была действительной,
 где γ_{nd} — действительная величина,
 где γ_{nd} — действительная величина,
 где γ_{nd} — действительная величина,
 где γ_{nd} — действительная величина.

Заставим условие (5), тогда что
 бы выполнялись условия разрывности
 поле при $z=0$ удовлетворяет
 следующим:

При $0 < x < b$:

$$\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{\pi n}{b}x\right) \quad (10)$$

$$\gamma_{na} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \gamma_{na} \sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \gamma_{nb} \sin\left(\frac{\pi n}{b}x\right) \quad (11)$$

При $b < x < a$:

$$\sin\frac{\pi}{a}x + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\frac{\pi n}{a}x = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{\pi n}{c}(x-b)\right) \quad (12)$$

(13)

$$\chi_1 \sin \frac{\pi}{a} x - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \chi_{na} \sin \frac{\pi n}{a} x = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \chi_{nc} \sin \left(\frac{\pi n}{c} (x-b) \right) \quad (13)$$

Сопоставив члены одинаковыми
знаками $\varphi = \psi$ и χ из (11) и (10)
отнимаясь аккуратно получаем где по-
лучим $\{A_n\}$.

Для этого найдем (11) и (10)
на $\sin \frac{\pi n x}{a}$ и интегрируем по
 x от 0 до a , отнимаясь акку-
ратно $p=1$:

$$\frac{\sin \left(\frac{\pi b}{a} \right)}{\chi_{1a}^2 - \chi_{na}^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \sin \left(\frac{\pi n b}{a} \right)}{\chi_{na}^2 - \chi_{na}^2} = \frac{(-1)^n b^2}{2\pi n} B_n \quad (14)$$

$$\frac{\chi_{1a} \sin \left(\frac{\pi b}{a} \right)}{\chi_{1a}^2 - \chi_{na}^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \chi_{na} \frac{A_n \sin \left(\frac{\pi n b}{a} \right)}{\chi_{na}^2 - \chi_{na}^2} = \chi_{na} \frac{(-1)^n b^2}{2\pi n} B_n \quad (15)$$

Из отабедливо, тогда, как b/a - рацио-
нальное

Аналогично где (12) и (13) (интег-
руем b/a до b):

$$\frac{\sin \left(\frac{\pi b}{a} \right)}{\chi_{1a}^2 - \chi_{nc}^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \sin \left(\frac{\pi n b}{a} \right)}{\chi_{na}^2 + \chi_{nc}^2} = -\frac{c^2}{2\pi n} C_n \quad (16)$$

$$\chi_{1a} \frac{\sin \left(\frac{\pi b}{a} \right)}{\chi_{1a}^2 - \chi_{nc}^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \chi_{na} \frac{A_n \sin \left(\frac{\pi n b}{a} \right)}{\chi_{na}^2 - \chi_{nc}^2} = -\frac{\chi_{nc} c^2}{2\pi n} C_n \quad (17)$$

Величины $\{B_n\}$ и $\{C_n\}$ из (14), (15), (16) и (17)
используя $\{B_n\}$ и $\{C_n\}$ отнимаясь:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \sin \left(\frac{\pi n b}{a} \right)}{\chi_{na} - \chi_{na}} = A_n \frac{\sin \frac{\pi b}{a}}{\chi_{1a} + \chi_{na}} \quad (18)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \sin \left(\frac{\pi n b}{a} \right)}{\chi_{na} - \chi_{na}} = \frac{\sin \left(\frac{\pi b}{a} \right)}{\chi_{1a} + \chi_{na}} \quad (19)$$

Система p -й (18) и (19) называется свободной парой уравнений системы p -й, для которой получено разложение.

Положим $\gamma_m = \gamma_{1m} - \gamma_{2m}$ и $\gamma_{0m} = \gamma_{1m} + \gamma_{2m}$, где γ_{1m} и γ_{2m} — корни уравнения $\gamma^2 - \gamma_{0m}\gamma + \gamma_{1m}\gamma_{2m} = 0$. Тогда система (18) и (19) примет вид:

$$B_m = \frac{(-1)^m \pi m}{\delta^2 \gamma_m} \left(\frac{A_1}{\gamma_{1m} - \gamma_{2m}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\gamma_{nm} + \gamma_{2m}} \right) \quad (20)$$

$$C_m = \frac{(-1)^m \pi m}{\delta^2 \gamma_m} \left(\frac{A_1}{\gamma_{1m} - \gamma_{2m}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\gamma_{nm} - \gamma_{2m}} \right) \quad (21)$$

В системе (18) и (19) функции B_m и C_m являются свободными членами.

Найдем решение p -й системы (10) и (13) методом разложения системы в ряд по степеням γ . Пусть $B_m = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \gamma^n$ и $C_m = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \gamma^n$, где B_n и C_n — функции p -й системы (18) и (19).

Для системы p -й будем использовать метод разложения по степеням γ (Крайера).

Для γ_{0m} и γ_{1m} найдем корни уравнения $\gamma^2 - \gamma_{0m}\gamma + \gamma_{1m}\gamma_{2m} = 0$ и γ_{2m} найдем из уравнения $\gamma_{2m} = \frac{\gamma_{1m}\gamma_{2m}}{\gamma_{0m} - \gamma_{2m}}$.

$$\frac{q}{2} (\delta^2 + A_m) = \text{shk} \left(\frac{m\gamma}{a} \right) \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \left(\frac{m\gamma}{a} \right)^{n-1}}{\gamma_{nm}^2 - \gamma_{2m}^2} B_n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n C_n}{\gamma_{nm}^2 - \gamma_{2m}^2} \right] \quad (22)$$



$$\frac{a}{2} \gamma_{m0} (\gamma_{m1}^2 - A_m) = \sin\left(\frac{m\pi b}{a}\right) \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_{n0} (-1)^{n+1} \left(\frac{\pi n}{a}\right)}{\gamma_{n0}^2 - \gamma_{m0}^2} b_n + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{n0} \frac{\left(\frac{\pi n}{a}\right) C_n}{\gamma_{n0}^2 - \gamma_{m0}^2} \right] \quad (23)$$

Вспомогательные коэффициенты $\{A_n\}$ и $\{C_n\}$ системы уравнений n -го ряда $\{B_n\}$ и $\{C_n\}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n'}{\gamma_{n0} - \gamma_{m0}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n'}{\gamma_{n0} + \gamma_{m0}} = \frac{a \gamma_{m0}}{\sin\left(\frac{\pi n}{a}\right)} \delta_{nm}, \quad m=1, 2, \dots \quad (24)$$

$$B_n' = (-1)^{n+1} \left(\frac{\pi n}{b}\right) B_n, \quad C_n' = \left(\frac{\pi n}{a}\right) C_n'$$

Методы замены приводятся до трех различных систем алгебраических уравнений. (20, 21, 24)

Покажем, что условия на рядах (5) выполняются асимптотически по мере $\{A_n\}$, $\{B_n\}$, $\{C_n\}$ при больших значениях n .

Запишем выражения для суммарных:

$$H_x = \frac{ic}{\omega \mu} \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{ic}{\omega \mu} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{n0} A_n \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right) e^{-\gamma_{n0} z} \quad (25)$$

$$H_z = \frac{c}{i \omega \mu} \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{c}{i \omega \mu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi n}{a} A_n \cos\left(\frac{\pi n x}{a}\right) e^{-\gamma_{n0} z} \quad (26)$$

$$\gamma_{n0} = O(n), \quad n \rightarrow \infty$$

Допустим, что $\{A_n\}$: $A_n = O(n^\epsilon)$, $n \rightarrow \infty$, где ϵ — любой. Значит:

Из (25), (26) $x = 0$, $z = 0$, что покажем, отрицательно, что:

$$\frac{\partial E_x}{\partial z}, \frac{\partial E_x}{\partial x} = O(h(z)), \quad z \rightarrow 0$$

$$h(z) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{1+\epsilon} e^{-n|z|}$$

Теорема: Если $\rho > 0$

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{\rho} e^{-nz}, \quad z > 0, \quad 1 < \rho < \infty.$$

Тогда справедлива оценка:

$$f(z) \sim \Gamma(\rho+1) z^{-(\rho+1)}, \quad z \rightarrow +0$$

Доказание: используем ρ -ую формулу Меллера - Минореса.

$$\sum_{n=1}^N g(n) = \int_1^N g(x) dx + \frac{1}{2} \{g(1) + g(N)\} + \int_1^N (x - [x] - \frac{1}{2}) \frac{dg}{dx} dx$$

ρ -я $g(x)$ непрерывна на $[1, N]$.

Числа ρ -на γ больше заданному ϵ -найдутся:

$$\sum_{k=p}^{n-1} \varphi(k) = \int_p^{n-1} \varphi(x) dx + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{B_j}{j!} \left[\varphi^{(j)}(n) - \varphi^{(j)}(p) \right] + R_n$$

ρ -я формула

ρ -на γ удовлетворяет, если ρ не является целым числом, γ — натуральное, γ — натуральное, γ — натуральное

Мат. анализ.
Том 5.
Ст. 95

$$R_n = -\frac{1}{n!} \int_0^1 [B_0(t) - B_0] \sum_{k=p}^{n-1} \varphi^{(k)}(n+t-1) dt$$

Г. Харди
"Расхождение
чисел"
1917 г.

Доказано ρ -ую Меллера - Минореса:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N g(n) &= \int_1^N g(x) dx + \frac{1}{2} \{g(1) + g(N)\} + \int_1^N (x - [x] - \frac{1}{2}) \frac{dg}{dx} dx = \\ &= \int_1^N g(x) dx + \frac{1}{2} \{g(1) + g(N)\} + \int_1^N \frac{dg}{dx} dx - \frac{1}{2} g(x) \Big|_1^N = \\ &= \sum_{n=1}^N \int_0^1 \Theta(x-n) \frac{dg}{dx} dx = \int_1^N g(x) dx + g(1) + \left\{ 2g(x) \Big|_1^N - \right. \\ &\quad \left. - \int_1^N g(x) dx \right\} - \sum_{n=1}^{N-1} \int_0^1 \Theta(x-n) \frac{dg}{dx} dx = Ng(N) - (g(N) - g(1)) - \\ &\quad - (g(N) - g(2)) - \dots - (g(N) - g(N-1)) = g(1) + \dots + g(N) = \sum_{n=1}^N g(n) \end{aligned}$$

51

Вычислим остаточный член p -ной гамма-функции $\Gamma(p, z)$:

$$f(z) = \int_0^{\infty} t^p e^{-zt} dt + \frac{1}{z} e^{-z} + \int_0^{\infty} (x - \lfloor x \rfloor - \frac{1}{2}) (\rho e^{-z\rho} - z) d\rho$$

$\underbrace{\int_0^{\infty} t^p e^{-zt} dt}_{= J_1} \quad \underbrace{\int_0^{\infty} (x - \lfloor x \rfloor - \frac{1}{2}) (\rho e^{-z\rho} - z) d\rho}_{= J_2}$

$$J_2 = \int_0^{\infty} d\rho e^{-z\rho} d\rho = z^{-(p+1)} \int_0^{\infty} t^p e^{-t} dt =$$

$$= z^{-(p+1)} [\Gamma(p+1) - \gamma(p+1, z)]$$

неполная гамма-функция

$$\gamma(x, x) = \int_0^x t^{x-1} e^{-t} dt, \quad \text{Re } x > 0$$

$$\gamma(x, x) = \int_0^x t^{x-1} (1 - t + \frac{t^2}{2} - \dots) dt = \int_0^x t^{x-1} dt -$$

$$- \int_0^x t^x dt + \dots \approx x^x (\frac{1}{x} - \frac{x}{2x^2} + \dots)$$

При малых z :

$$J_2 \sim z^{-(p+1)} \left[\Gamma(p+1) - \frac{1}{p+1} \right]$$

Основная величина $\text{из } J_2$ не
 преобладает значимая $\frac{1}{z}$ но
 справедлива оценка: $J_2 = O(1), z \rightarrow \infty$

Итого:

$$f(z) \sim z^{-(p+1)} \Gamma(p+1) \quad \text{зависит от порядка}$$

Каким образом теорему можно доказать?

$$h(z) = O(|z|^{-p-1})$$

Э сигнатурности ξ условие на μ -
 $\mu(5)$:

$$-z - z = \frac{1}{2}$$

$$z = -\frac{1}{2}$$

Отсюда:

$$A_n, B_n, C_n = O(n^{-2k}), n \rightarrow +\infty \quad (30)$$

Результување за методом прямого
 одержиме

Використовуємо (18), (19) і (24) результую
 в два етапи.

Спочатку виконуємо розумно селек-
 тивної системи p -ів такий чи-
 нам, щоб розробила система
 на P -к-сть p -ів (18) і
 Q - p -ів (19).

Розробили систему p -ів резуль-
 то по q -там вивер Крамера.
 ξ потім переходимо до $P, Q \rightarrow \infty$

Розробили систему:

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{\delta_{n1} - \gamma_{p2}} A_n' = \frac{A'}{\delta_{n1} + \gamma_{p2}}, p=1, \dots, P \quad (31)$$

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{\delta_{n1} - \gamma_{q2}} A_n' = \frac{A'}{\delta_{n1} + \gamma_{q2}}, q=1, \dots, Q \quad (32)$$

$$N = P + Q$$

$$HA = B \quad (33)$$

53

$A = [A_1', \dots, A_n']^{+T}$ - n -векторный вектор.

B_n - заданный вектор.

$$A_n' = \frac{\Delta^{(n)}}{\Delta} \quad (34)$$

Ключом го решения системы (35) ϵ та обратная, что элементы матрицы H (всегда меньше 0) являются отрицательными.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{\gamma_{1a} - \gamma_{1a}} & \frac{1}{\gamma_{2a} - \gamma_{1a}} \\ \frac{1}{\gamma_{1a} - \gamma_{2a}} & \frac{1}{\gamma_{1a} - \gamma_{2a}} \\ 1 & 1 \\ \frac{1}{\gamma_{2a} - \gamma_{2a}} & \frac{1}{\gamma_{2a} - \gamma_{2a}} \\ 1 & 1 \\ \frac{1}{\gamma_{2a} - \gamma_{2a}} & \frac{1}{\gamma_{2a} - \gamma_{2a}} \end{vmatrix} \quad \text{- матрица определит}$$

Пример $N=5, P=2, Q=1$:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{\gamma_{1a} - \gamma_{1a}} & \frac{1}{\gamma_{2a} - \gamma_{2a}} & \frac{1}{\gamma_{3a} - \gamma_{1a}} \\ \frac{1}{\gamma_{1a} - \gamma_{2a}} & \frac{1}{\gamma_{2a} - \gamma_{2a}} & \frac{1}{\gamma_{3a} - \gamma_{2a}} \\ \frac{1}{\gamma_{1a} - \gamma_{3a}} & \frac{1}{\gamma_{2a} - \gamma_{3a}} & \frac{1}{\gamma_{3a} - \gamma_{3a}} \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\ominus (-1)^{\sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^2} \frac{\prod_{n=1}^3 \prod_{m=1}^2 (\gamma_{na} - \gamma_{ma}) \prod_{p=1}^2 \prod_{q=1}^1 (\gamma_{pa} - \gamma_{qa}) \prod_{p=1}^2 \prod_{q=1}^1 (\gamma_{pa} - \gamma_{qa})}{\prod_{n=1}^3 \prod_{p=1}^2 (\gamma_{na} - \gamma_{pa}) \prod_{n=1}^3 \prod_{q=1}^1 (\gamma_{na} - \gamma_{qc})}$$

В гармоническом случае:

$$\Delta = (-1)^{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^{N-1}} \frac{\prod_{n=1}^N \prod_{m=1}^{N-1} (\gamma_{na} - \gamma_{ma}) \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^{P-1} (\gamma_{pa} - \gamma_{qa}) \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^{Q-1} (\gamma_{pa} - \gamma_{qa}) \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^Q (\gamma_{pa} - \gamma_{qa})}{\prod_{n=1}^N \prod_{p=1}^P (\gamma_{na} - \gamma_{pa}) \prod_{n=1}^N \prod_{q=1}^Q (\gamma_{na} - \gamma_{qa})}$$

$$A_m = - \frac{\sin(\frac{\pi \delta}{2})}{\sin(\frac{m\pi \delta}{2})} \frac{\Delta(\gamma_{na} \rightarrow \gamma_{ia})}{\Delta} \quad (55)$$

$$A_m = - \frac{\sin(\frac{\pi \delta}{2})}{\sin(\frac{m\pi \delta}{2})} \prod_{p=1}^P \frac{(\gamma_{pa} - \gamma_{ia})}{(\gamma_{pa} + \gamma_{ia})} \prod_{q=1}^Q \frac{(\gamma_{qa} - \gamma_{ia})}{(\gamma_{qa} + \gamma_{ia})} \times$$

$$\times \prod_{n=1}^N (m) \left(\frac{\gamma_{na} + \gamma_{ia}}{\gamma_{na} - \gamma_{ia}} \right) \quad (56)$$

$$\frac{\Delta(\gamma_{na} \rightarrow -\gamma_{ia})}{\Delta} =$$

$$= \frac{\prod_{n=1}^N \prod_{p=1}^P (\gamma_{na} - \gamma_{pa}) \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^Q (\gamma_{pa} - \gamma_{qa}) \prod_{n=1}^N \prod_{q=1}^Q (\gamma_{na} - \gamma_{qa}) \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^Q (\gamma_{pa} - \gamma_{qa})}{\prod_{n=1}^N \prod_{p=1}^P (\gamma_{na} - \gamma_{pa}) \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^Q (-\gamma_{ia} - \gamma_{pa}) \prod_{n=1}^N \prod_{q=1}^Q (\gamma_{na} - \gamma_{qa}) \prod_{p=1}^P \prod_{q=1}^Q (-\gamma_{ia} - \gamma_{qa})}$$

Перепишем $\prod_{n=1}^N (m) \left(\frac{\gamma_{na} + \gamma_{ia}}{\gamma_{na} - \gamma_{ia}} \right) = \dots$

Перепишем го произведение иначе
или p-но.

$$A_m = \frac{-\sin(\frac{\pi \delta}{2})}{\sin(\frac{m\pi \delta}{2})} \exp\left(\left(\frac{\gamma_{na} + \gamma_{ia}}{\pi}\right)\left(\chi - \frac{\pi}{m}\right)\right) \times$$

$$\times \left\{ \prod_{p=1}^P \frac{1 + \gamma_{na}/\gamma_{pa}}{1 + \gamma_{ia}/\gamma_{pa}} \exp\left(\frac{\delta}{p\pi} (\gamma_{na} + \gamma_{ia})\right) \right\} \times$$

$$\times \left\{ \prod_{q=1}^Q \frac{1 - \gamma_{na}/\gamma_{qa}}{1 + \gamma_{ia}/\gamma_{qa}} \exp\left[\frac{c}{q\pi} (\gamma_{na} + \gamma_{ia})\right] \right\} \times$$

$$x \left\{ \prod_{n=1}^{N(m)} \frac{1 + \gamma_{1a}/\gamma_{na}}{1 - \delta_{na}/\gamma_{na}} \exp \left[-\frac{a}{n\pi} (\gamma_{na} + \gamma_{1a}) \right] \right\};$$

$$x = a \sum_{n=1}^N \frac{1}{n} - \delta \sum_{p=1}^P \frac{1}{p} - c \sum_{q=1}^Q \frac{1}{q}$$

$$\left\{ \prod_{p=1}^Q (\dots) \exp \left[\frac{c}{p\pi} (\gamma_{na} + \gamma_{1a}) \right] = \prod_{p=1}^Q (\dots) \prod_{q=1}^Q \exp(\dots) = \right.$$

$$\left. = \prod_{q=1}^Q (\dots) \exp \left(\frac{c}{\pi} (\gamma_{na} + \gamma_{1a}) \sum_{p=1}^Q \frac{1}{p} \right) \dots \right.$$

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ P \rightarrow \infty \\ Q \rightarrow \infty}} x = \lim \left[a \left(\sum_{n=1}^N \frac{1}{n} - \ln N \right) - \delta \left(\sum_{p=1}^P \frac{1}{p} - \ln P \right) - \right.$$

$$\left. - c \left(\sum_{q=1}^Q \frac{1}{q} - \ln Q \right) \right] + \lim [a \ln N - \delta \ln P - c \ln Q] \quad (58)$$

$$c = \lim_{M \rightarrow \infty} \left(\sum_{m=1}^M \frac{1}{m} - \ln M \right) = 0,57721 \quad - \text{сигма Эйлера}$$

Обчислення для заданих: c — дробів у годанню.

Звідси видно, що границя для величини x визначається границями дробів P/Q при неабеле, зростаючому P, Q .

Величина x можна p -ю (18), (19) має відносно збігати. Тобто при неабеле, зростаючому P, Q матриці розбіжності збігаються до певних значень x і y .

Показано, що за даного умови всі на межі визначення величини x єдині значення.

Перепишем выраж (37) в виде

$$A_m = - \frac{\sin(\frac{\pi \delta}{a})}{\sin(\frac{m \pi \delta}{a})} \exp\left(\frac{(\gamma_{m\alpha} + \gamma_{1\alpha}) x}{\pi}\right) E_m F \cdot G_m \quad (40)$$

$$E_m = \prod_{p=1}^p \frac{(1 - \gamma_{m\alpha}/\delta p \pi)(2 + \gamma_{1\alpha}/p \pi)}{(2 - \frac{\gamma_{m\alpha} \delta}{p \pi})(2 + \frac{\gamma_{1\alpha}}{\delta p \pi})} \prod_{q=1}^Q \frac{(1 - \frac{\gamma_{m\alpha}}{\delta q \pi})(2 + \frac{\gamma_{1\alpha}}{q \pi})}{(2 - \frac{\gamma_{m\alpha} c}{q \pi})(2 + \frac{\gamma_{1\alpha}}{\delta q \pi})} \times$$

$$\times \prod_{n=1}^N \frac{(1 + \frac{\gamma_{1\alpha}}{\delta n \pi})(2 - \frac{\gamma_{m\alpha} a}{n \pi})}{(2 + \frac{\gamma_{1\alpha} a}{n \pi})(2 - \frac{\gamma_{m\alpha}}{\delta n \pi})} \quad (41)$$

$$F = \frac{\prod_{p=1}^p (2 + \frac{a \gamma_{1\alpha}}{p \pi}) \exp(-\frac{a \gamma_{1\alpha}}{p \pi})}{\prod_{p=1}^p (2 + \frac{\delta \gamma_{1\alpha}}{p \pi}) \exp(-\frac{\delta \gamma_{1\alpha}}{p \pi})} \prod_{q=1}^Q (2 + \frac{c \gamma_{1\alpha}}{q \pi}) \exp(-\frac{c \gamma_{1\alpha}}{q \pi}) \quad (42)$$

$$G_m = \frac{(2 - \frac{\gamma_{m\alpha} a}{\delta m}) \prod_{p=1}^p (2 - \frac{\delta \gamma_{m\alpha}}{p \pi}) \exp(\frac{\delta \gamma_{m\alpha}}{p \pi})}{(2 + \frac{\gamma_{1\alpha} a}{\delta m}) \prod_{n=1}^N (2 - \frac{c \gamma_{m\alpha}}{n \pi}) \exp(c \gamma_{m\alpha}/n \pi)} \quad (43)$$

Для того, чтоб сформировать функцию ψ на основе (30), необходимо знать ее аддитивность по отношению к A_n , $n \rightarrow \infty$

Теорема 2: пусть $\epsilon \in \mathbb{R}^+$

$$F(z) = \prod_{n=1}^{\infty} [1 + \frac{\epsilon}{a n + b}] \exp(-\frac{\epsilon}{a n}),$$

где a, b - стая, $\text{Re}\{z\} > 0$. Асимптотический вид выраж (30) при $q \rightarrow \infty$ имеет вид:

$$F(z) \sim \begin{cases} \frac{\Gamma(\frac{z}{a}) \Gamma(1 + \frac{b}{a})}{\sqrt{2\pi}} (\frac{z}{a})^{-1(\frac{z}{a}) + (\frac{b}{a})} \exp\{-\frac{z}{a} [1 - c - \ln(\frac{z}{a})]\}; & |z| \rightarrow \infty \\ \frac{\Gamma(\frac{z}{a}) \Gamma(1 + \frac{b}{a})}{\sqrt{\pi}} \sin(-\frac{z}{a} - \frac{b}{a}) (\frac{z}{a})^{-1(\frac{z}{a}) + (\frac{b}{a})} \exp\{\frac{z}{a} [1 - c - \ln(\frac{z}{a})]\}; & |z| \rightarrow \infty \end{cases}$$

(37)

Доведение: габеземе алогатку
монотонност.

$$\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{z}{an+b}\right) e^{-\frac{z}{an}} = e^{-c\left(\frac{z}{a}\right)} \frac{\Gamma\left[\left(\frac{a}{a}\right)+1\right]}{\Gamma\left[\left(\frac{a}{a}\right)+\left(\frac{b}{a}\right)+1\right]} = \delta.$$

Переменимо краду раскнну $z \in \mathbb{C}$
и вкост z а гон. вкост. Γ -г $z \in \mathbb{C}$
(губ. $\Re z > 0$):

$$\Gamma(\omega) = \frac{1}{\omega} \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{z}{n}\right)^{-\omega} \left(1 + \frac{\omega}{n}\right)^{-1}$$

$$\delta = e^{-c\left(\frac{z}{a}\right)\left(\frac{a+b+d}{a+d}\right)} \frac{\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{z}{n}\right)^{-\frac{z}{a}} \left[1 + \frac{a+b+d}{(n+1)a+b+d}\right]}{\left[1 + \frac{b+d}{(n+1)a+b+d}\right]}.$$

$$\prod_{n=1}^N \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 2 \cdot \frac{3}{2} \dots \frac{(N+1)}{N} = N+1$$

Талеу:

$$\begin{aligned} \delta &= e^{-c\left(\frac{z}{a}\right)} \lim_{N \rightarrow \infty} \left[(N+1)^{-\frac{z}{a}} \prod_{n=1}^{N+1} \left(1 + \frac{z}{na+b}\right) \right] = \\ &= e^{-c\left(\frac{z}{a}\right)} \lim_{N \rightarrow \infty} \exp \left\{ \frac{z}{a} \left[\sum_{n=1}^{N+1} \frac{1}{n} - \ln(N+1) \right] \right\} \times \\ &\times \prod_{n=1}^{N+1} \left(1 + \frac{z}{an+b}\right) e^{-\frac{z}{an}}. \end{aligned}$$

Оаме, габезе томохкосте.

Кориснугоу гесе η -ноо Стривинга:

$$\Gamma(z) \sim (2\pi)^{1/2} e^{-z} z^{z-1/2}, \quad z \rightarrow \infty, \quad |\arg z| < \pi.$$

Отримujemy:

$$F(z) \sim \frac{\Gamma\left(\frac{\rho}{\pi}\right) + 1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{z}{a}\right)^{-\left[\frac{1}{\pi}\right] + \left(\frac{\rho}{\pi}\right)} \exp\left\{-\frac{z}{\pi} \left[1 - c - \ln\left(\frac{z}{a}\right)\right]\right\},$$

φ -на відбиваємо:

$$F(z) \cdot F(-z) = -\frac{\pi}{z \sin \pi z}$$

Линия симметрии относительно φ -на ось отрицательно мнимую φ -ю.

Докази. (!!!)

Звигнає ситуацію, що E_m прилегло до сталої величини при $m \rightarrow \infty$. Значить ρ та σ збігаються.

Множимо F при $\rho, \sigma \rightarrow \infty$ і виразимо через Γ :

$$F = \frac{\delta c}{a} \frac{\delta i \rho}{\pi} \frac{\Gamma\left(\frac{\delta x m}{\pi}\right)}{\Gamma(\delta \rho / \pi)} \Gamma\left(\frac{c x m}{\pi}\right),$$

а G_m покаже асимптотичну форму A_m .

$$G_m \sim \left\{ \frac{1 - \frac{\delta x m a}{\pi \rho}}{\left[\frac{\delta c}{2a}\right] \delta m \frac{1}{2} \sin(\alpha \delta m b)} \right\} \sin(\delta \gamma m a) \sin(c \delta m a) \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{\delta x m a}{\pi} \left[2 \ln\left(\frac{a}{\delta}\right) + c \ln\left(\frac{a}{c}\right)\right]\right\}, \quad m \rightarrow \infty \quad (45).$$

$$\prod_{\rho=1}^{\rho} \left(1 - \frac{\delta x m a}{\pi \rho}\right) e^{\frac{\delta x m a}{\pi \rho}} \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\delta x m a}{\pi}\right)^{-1/2} \sin(\delta \gamma m a) \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{\delta x m a}{\pi} \left[1 - c - \ln\left(\frac{\delta x m a}{\pi}\right)\right]\right\};$$

$$\prod_{\sigma=1}^{\sigma} \left(1 - \frac{c x m a}{\pi \sigma}\right) e^{\frac{c x m a}{\pi \sigma}} \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{c x m a}{\pi}\right)^{-1/2} \sin(c \delta \gamma m a)$$

$$\prod_{n=1}^N \left(1 - \frac{a \gamma_{na}}{\pi n}\right) e^{\frac{a \gamma_{na}}{\pi n}} \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\gamma_{na} a}{\pi}\right)^{-1/2} \sin(a \gamma_{na}) \times$$

$$\times e^{-\left[\gamma_{na} \frac{a}{\pi}\right] \left[1 - c - \ln\left(\frac{\gamma_{na} a}{\pi}\right)\right]}$$

Оцениваем γ_{na} при $m \rightarrow \infty$ по формуле

$$\gamma_{na} \sim \left(\frac{m \pi}{a}\right) \left[1 - \frac{1}{2} \left[\frac{K}{m \pi/a}\right]^2\right], \quad m \rightarrow \infty,$$

то асимптотика множителя \sin γ_{na} \in по формуле $O(m^{-3/2})$.

$$A_m = O\left(m^{-3/2} e^{\left(\frac{m}{\pi}\right) \pi}\right) \quad (47)$$

$$x' = \lim_{\substack{p \rightarrow \infty \\ b \rightarrow \infty}} \left[b \ln\left(\frac{1 + \frac{p}{b}}{1 + \frac{c}{b}}\right) + c \ln\left(\frac{1 + \frac{p}{b}}{1 + \frac{c}{b}}\right) \right] \quad (48)$$

$$\lim_{p, b \rightarrow \infty} \frac{p}{b} = \frac{\beta}{c}$$

След. ясно из формулы (37) $\lim_{m \rightarrow \infty} A_m = 0$

$$A_m = -\frac{\sin(\pi \beta/a)}{\sin(\pi \beta/a)} \exp\left\{\left(\frac{\gamma_{na} + \gamma_{ia}}{\pi}\right) \left[b \ln\left(\frac{a}{\beta}\right) + c \ln\left(\frac{a}{c}\right) \right] - \frac{\pi}{m}\right\} \times$$

$$\times \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \gamma_{ia}/\gamma_{na}}{1 - \gamma_{na}/\gamma_{na}} e^{-(a/n\pi)(\gamma_{na} + \gamma_{ia})}$$

$$\times \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \gamma_{na}/\gamma_{na}}{1 + \gamma_{ia}/\gamma_{na}} e^{(b/n\pi)(\gamma_{na} + \gamma_{ia})} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \gamma_{na}/\gamma_{na}}{1 + \gamma_{ia}/\gamma_{na}}$$

$$\times e^{(c/n\pi)(\gamma_{na} + \gamma_{ia})}$$

$$G_m \sim \frac{(-1)^{m+1} 2}{\sqrt{2bc} (\pi m)^{3/2}} \sin(\alpha \gamma m) \sin(\gamma m) e^{-\frac{m}{2}} \left\{ \beta \ln \left(\frac{a}{b} \right) + c \ln a \right\}$$

$$1 - \frac{\frac{m}{\pi m}}{\frac{m}{\pi m}} \sim \frac{k^2 a^2 / 2m \approx \pi^2}{\left[\left(\frac{bc}{2a} \right) \frac{m \pi}{4} \right]^{1/2} \sin \left(\pi m - \frac{k^2 a^2}{2\pi m} \right)}$$

$$= \frac{(-1)^{m+1} 2}{\sqrt{2bc} (\pi m)^{3/2}}$$

Задача 6

① Вычислить годичную сумму $\Gamma(z)^2$

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt \quad (1)$$

$$z > 0$$

$$e^{-t} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{t}{n} \right)^n \quad (2)$$

Заменяем интервал $(0, +\infty) \rightarrow (0, n)$

$$P_n(z) = \int_0^n \left(1 - \frac{t}{n} \right)^n t^{z-1} dt \quad (3)$$

Переходим к новой переменной: $t = n\tau$

$$P_n(z) = n^z \int_0^1 (1-\tau)^n \tau^{z-1} d\tau \quad (4)$$

$n \rightarrow \infty$ ищем все годичные значения.

$$\int_0^1 (1-\tau)^n \tau^{z-1} d\tau = \left[\frac{1}{z} \tau^z (1-\tau)^n \right]_0^1 + \frac{n}{z} \int_0^1 (1-\tau)^{n-1} \tau^z d\tau$$

⑥

$$\int_0^1 (1-z)^n e^{z^2} dz = \frac{n}{2} \int_0^1 (1-z)^{n-1} z^2 dz +$$

$$= \frac{n}{2(n+1)} \int_0^1 (1-z)^{n-1} z^{2+1} dz$$

$$\int_0^1 (1-z)^{n-1} z^2 dz = \frac{n}{2(n+1)} \int_0^1 (1-z)^{n-2} z^{2+1} dz$$

Отсюда, даемому условие;

$$P_n(z) = \frac{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n}{z(z+1) \cdot \dots \cdot (z+n)} n^z \quad (6)$$

При необходимости зростания n в отрицательном Γ - γ -функцию;

$$\Gamma(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n}{z(z+1) \cdot \dots \cdot (z+n)} n^z \quad (7)$$

Або:

$$\frac{1}{\Gamma(z)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{z(z+1) \cdot \dots \cdot (z+n)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n} n^{-z} = \lim_{n \rightarrow \infty} (\dots) e^{-z \ln n} \quad (8)$$

$$n^{-z} = e^{-z \ln n}$$

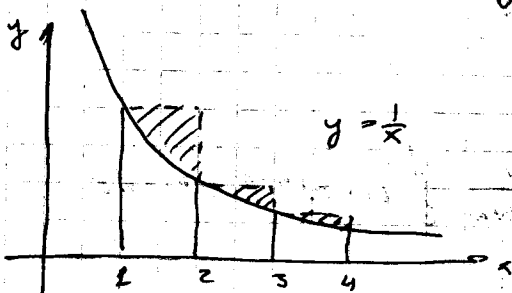
Чтобы преобразовать весь выражение в экспоненту: $e^{z(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n})}$.

$$\frac{1}{\Gamma(z)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ e^{\frac{(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n)z}{U(n)}} \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{z}{k}\right) e^{-z/k} \right\} \quad (9)$$

Покажем, что функция $U(n)$ имеет γ сходимости:

Для этого попробуем показать, что функция $\delta_n = U_n - \frac{1}{n}$ имеет сходимости.

Розглянемо площу під кривою



$\frac{1}{k}$ — ордината точки

$\ln n$ — гоміологічна функція області між болюю, віссю Ox і прямою l .

$(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n-1})$ — площа площі між кривою $y = \frac{1}{x}$ і віссю Ox за межі n і $n+1$

Звідси видно, що:

$S_n = 1 + \dots + \frac{1}{n-1}$ — $\ln n$ — зростає при зростанні n

З іншого боку, для фізичного мислення n зростає площа області між кривою $y = \frac{1}{x}$ і віссю Ox за межі n і $n+1$, і зростає $\ln n$ менше, ніж величина гоміологічної $1 - \frac{1}{n}$.

Таким чином зростає S_n і є обмеженою зліва, що дає границю (число Єйлера):

$$e = 2,718281828 \dots$$

Отже:

$$\frac{1}{\Gamma(x)} = e^{cx} = \prod_{k=1}^{\infty} (1 + \frac{x}{k}) e^{-x/k} \quad (1)$$

② φ -на Ейтнера гал Γ - q - y_i

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Gamma(z)} &= z \left[\lim_{m \rightarrow \infty} e^{(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{m} - \ln m)z} \right] \left[\lim_{m \rightarrow \infty} \prod_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(1 + \frac{z}{n}\right) e^{-z/n} \right\} \right] = \\ &= z \lim_{m \rightarrow \infty} \left[e^{(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{m} - \ln m)z} \prod_{n=1}^m \left\{ \left(1 + \frac{z}{n}\right) e^{-z/n} \right\} \right] = \\ &= z \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ m^{-z} \prod_{n=1}^m \left(1 + \frac{z}{n}\right) \right\} = z \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{z}{z} \dots \frac{z}{m}\right)^{-z} \prod_{n=1}^m \left(1 + \frac{z}{n}\right) \right] = \\ &= z \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\prod_{n=1}^{m-1} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{-z} \prod_{n=1}^m \left(1 + \frac{z}{n}\right) \right] = z \lim_{m \rightarrow \infty} \left\{ \prod_{n=1}^{m-1} \left[\left(1 + \frac{z}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{-z} \right] \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{-z} \right\} \end{aligned}$$

Отже: $\Gamma(z) = \frac{1}{z} \prod_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^z \left(1 + \frac{z}{n}\right)^{-1} \right\}$

Метод ЛІЛЛІКІВ

Тут розглядається інший метод системи нескінченних рівнянь, які ринк. розташують. хвильовод.

Основним інструментом МЛ є зворотні інтегралу по контуру внутр. площини від мероморфної q - y_i $f(\omega)$ до одної площини.

Властивості q - y_i $f(\omega)$ задаються розташуванням її полюсів, її нулів і нулів, які вибраною системою умов, щоб унеможливити співвідношення з системою рівнянь, яку ми зобра-

иная разоблачувани.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n'}{\gamma_{1n} - \gamma_{m0}} = \frac{A'}{\gamma_{1a} + \gamma_{m0}}, \quad m=1, 2, 3.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n'}{\gamma_{m0} - \gamma_{1n}} = \frac{A'}{\gamma_{1a} + \gamma_{m0}} \quad (1).$$

Тунелгани ко конетуру.

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(w)}{w - \gamma_{m0}} dw \quad (2)$$

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(w)}{w - \gamma_{1a}} dw$$

C - коно з меншигемени радиусом

Некайт $f(w)$ задовольнее конетуру -
имеи фробани;

1) φ -фие аналитична; за вискогемени
конетуру $w = \gamma_{1n} (n=1, 2, \dots)$
 $w = -\gamma_{1a}$

2) φ -фие коно конетуру конетуру γ конетуру
 $w = \gamma_{m0}, w_{\gamma} = \gamma_{m0}, m=1, \dots$

3) Личнок $\text{Res } f(-\gamma_{1a}) = A' = \sin \frac{\pi \beta}{a}$

4) Поводина φ -фие на меншигемени
конетуру конетуру конетуру конетуру

$$f(w) = O(w^{-3/2}), \quad w \rightarrow \infty$$

В силу фробани (1) интеграл (2)
малот конетуру малот $O(w^{-3/2})$

Выражение интеграл у выведи су-
ма $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\delta_{na} - \delta_{nb}}$ равно:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{Res} f(\delta_{na})}{\delta_{na} - \delta_{nb}} = \frac{A'}{\delta_{1a} + \delta_{nb}} = 0 \quad (5)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{Res} f(\delta_{nb})}{\delta_{na} - \delta_{nb}} = \frac{A'}{\delta_{1a} + \delta_{nb}} = 0$$

Считаем (2), (3) следовательно,
лучо:

$$\operatorname{Res} f(\delta_{na}) = A_n \operatorname{ctg} \left(\frac{n\pi b}{a} \right) \quad (4)$$

Если брать по формуле $f(\omega)$, то
небольшой δ_{na} берем за докомплекс
 p -ли (4).

Там же выведем, используя мо-
ментальную методику, формулу
подбора p -ли $f(\omega)$.

Подбор

Формулы (1), (2), что дают значение
лучо, и формулы, будут выведены
вспомогательные, если p -ли $f(\omega)$ на
таких выведем:

$$f(\omega) = f_0(\omega) \frac{\prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{\omega}{\delta_{nb}}) e^{\frac{\omega \delta_{nb}}{n\pi}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{\omega}{\delta_{na}}) e^{\frac{\omega \delta_{na}}{n\pi}}}{(1 + \frac{\omega}{\delta_{1a}}) \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{\omega}{\delta_{na}}) e^{\frac{\omega \delta_{na}}{n\pi}}} \quad (5)$$

Мы введем вспомогательную функцию
лучо, и мы обеспечим сходимость.

Из формулы (5) и (4) можно вывести
формулу $f_0(\omega)$. Перепишем ее
и выведем:

$$f(\omega) = f_0(\omega) \frac{\prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{\omega \delta}{n\pi}) e^{\frac{\omega \delta}{n\pi}}}{(1 + \frac{\omega}{\delta i a}) \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{\omega a}{n\pi}) e^{\frac{\omega a}{n\pi}}} \varphi(\omega) \quad (6)$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{\omega}{\delta n \delta}) e^{\frac{\omega \delta}{n\pi}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{\omega c}{\delta n a}) e^{\frac{\omega c}{n\pi}}}{\prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{\omega \delta}{n\pi}) e^{\frac{\omega \delta}{n\pi}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{\omega c}{n\pi}) e^{\frac{\omega c}{n\pi}}}$$

Асимптотическую величину $\varphi(\omega)$ найдем, если вложить $\varphi(\omega)$ в формулу 2.

В результате получим:

$$f(\omega) \sim \varphi(\omega) f_0(\omega) \sqrt{\frac{a}{2\delta c}} \frac{1}{\omega^{3/2}} e^{\left[-\frac{2\omega}{\pi} \ln\left(\frac{a}{\delta}\right) - \frac{c\omega}{\pi} \ln\left(\frac{a}{c}\right) \right]} \quad (7)$$

$$f(\omega) \sim \varphi(\omega) f_0(\omega) \frac{1}{\omega^{3/2}} \frac{\sin(b\omega) \sin(c\omega)}{\sin(a\omega)} e^{[...]} \quad (8)$$

Основная часть $\varphi(\omega)$ и $f_0(\omega)$ из формулы (4) и \sin не зависят от ω и $f(\omega) \sim O(\omega^{-3/2})$ малу:

$$f_0(\omega) = h \exp\left[\frac{\delta \omega}{\pi} \ln\left(\frac{a}{\delta}\right) + \frac{c \omega}{\pi} \ln\left(\frac{a}{c}\right) \right] \quad (9)$$

А амплитуда h определяется из условия (5).

Тогда:

$$f(\omega) = \frac{\sin\left(\frac{\pi \omega}{a}\right)}{\pi a + \omega} e^{\left(\frac{\omega \delta}{\pi}\right) \left[\delta \ln\left(\frac{a}{\delta}\right) + c \ln\left(\frac{a}{c}\right) \right]}$$

$$\times \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \frac{\omega \delta}{n\pi}}{1 + \frac{\delta i a}{n\pi}} e^{\frac{(\omega + \delta i a) \delta}{n\pi}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \frac{\omega \delta}{n\pi}}{1 + \frac{\delta i a}{n\pi}} e^{\frac{(\omega + \delta i a) c}{n\pi}} \quad (10)$$

$$\times \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \frac{\delta i a}{n\pi}}{1 - \frac{\omega \delta}{n\pi}} e^{-\frac{(\omega + \delta i a) a}{n\pi}}$$

Следовательно (10) $\lim_{\omega \rightarrow \infty} f(\omega) \sim O(\omega^{-3/2})$

Розглянемо функцію $f(z)$ в області $|z| > R$.
 Знаючи, що функція $f(z)$ має полюси в точках z_1, z_2, \dots, z_n ,
 тоді функція $f(z)$ має вигляд $f(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$, де $P(z)$ — многочлен степеня n , а $Q(z)$ — многочлен степеня n .

Розглянемо функцію $f(z)$ в області $|z| > R$.
 Знаючи, що функція $f(z)$ має полюси в точках z_1, z_2, \dots, z_n ,
 тоді функція $f(z)$ має вигляд $f(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$, де $P(z)$ — многочлен степеня n , а $Q(z)$ — многочлен степеня n .

Функція $f(z)$ в області $|z| > R$ має вигляд $f(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$, де $P(z)$ — многочлен степеня n , а $Q(z)$ — многочлен степеня n .

Функція $f(z)$ в області $|z| > R$ має вигляд $f(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$, де $P(z)$ — многочлен степеня n , а $Q(z)$ — многочлен степеня n .

$$A_n = \frac{1}{2\pi i} \operatorname{Res} f(z) = O(n^{-3k}), \quad n \rightarrow \infty \quad (11)$$

Тоді можна знайти коефіцієнти B_n і C_n за допомогою формул (21) і (22) попарно порівнюючи коефіцієнти при z^n в $f(z)$.

$$B_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2\pi i} f(-z_1) \quad (12)$$

$$C_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2\pi i} f(-z_2) \quad (13)$$

Відбиття ліній передачі

- При переході до більш гнотаншим високочастоті: 1) сила і частота виготовляють хвильовий вуз;
 2) хвилі затухають;
 3) потужність, що передається - з меншуватиме.

Теорема Кунца: якщо високочастотні джерела великої потужності, наприклад, малюють λ , то:

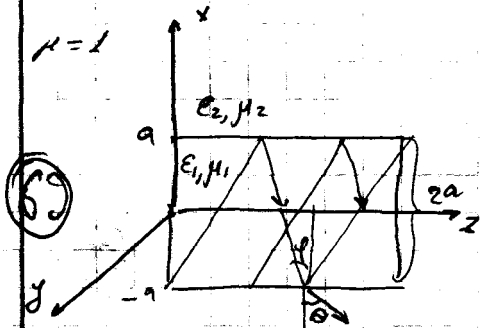
$$\Delta N = \frac{S}{\pi c^2} \omega \omega \omega \omega \text{ - менше хвилі в радіотехнічній діапазоні}$$

$$N = \frac{S}{\frac{\lambda^2}{4}} = \frac{S \omega^2}{\pi^2 c^2} \quad (2)$$

$$\Delta N = \frac{2S}{\pi^2 c^2} \omega \omega \omega \omega \approx \frac{S}{\pi c^2} \omega \omega \omega$$

Ефект самогашення: коли джерело гнотаншим високочастоті великої потужності затухає. Вибіркове не ми окремі частоти.

Діелектричний хвильовий з'єднання з товщиною зони координати паралельних хвиль



$$n_1 > n_2$$

Діелектричний хвильовий передачі, але сила з обох боків менше ніж з мз.

шарики направляющих.

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_n e^{-i(-k_x x \cos \varphi + k_z z \sin \varphi)} + \vec{E}_0 e^{-i(k_x x \cos \varphi + k_z z \sin \varphi)}$$

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_n e^{i\varphi}$$

лучи направляющих, углы E_1 :

$$\vec{E}_1 = 2 \vec{E}_n \cos(k_x x \cos \varphi - \frac{\pi}{2}) e^{-i(k_z z \sin \varphi - \frac{\pi}{2})} \quad (5)$$

Тогда угол, в нормальном направлении
длина волны $\lambda_{\text{диф}}$ $\lambda_{\text{диф}} = \frac{c}{v_{\text{диф}}}$

$$\lambda_{\text{диф}} = \frac{c}{v_{\text{диф}}} = \frac{c}{\omega \sqrt{\epsilon} \sin \varphi} = \frac{c}{n_2 \sin \varphi} \quad (4)$$

Угол поворота φ $\varphi = \arccos \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$

$$\varphi = \arccos \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

$$k_x \cos \varphi = 2\pi \ll 2\pi \Rightarrow k_x = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{диф}}} \quad (5)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_3 e^{-i(-k_x x \cos \varphi + k_z z \sin \varphi)} \quad (6)$$

$$\sin \vartheta = \frac{n_1}{n_2} \sin \varphi, \quad \cos \vartheta = \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \varphi} \quad (7)$$

Тогда, при повороте ϑ $\vartheta = \arccos \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \varphi \right)$

$$\cos \vartheta = \pm i \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \varphi - 1} = \pm i d \quad (8)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_3 e^{\pm i k_x x} e^{-i k_z z \sin \varphi} \quad (9)$$

$$k_x \sin \vartheta = k_x \sin \varphi$$

↑ ϑ — угол отражения
↓ ϑ — угол преломления

Там же мы имеем поле у (2) сже-
 добней ебнее ебдой ипоаму
 следомому χ вим, что χ вим. но
 се χ вим, дои того, что χ вим
 поиматовае вэдои поветие, и
 называют поветием

Омпыш $k_1 \sin \varphi > k_2$, то:

$$k_2 \sin \theta = k_2 \frac{v_1}{v_2} \sin \varphi = k_1 \sin \varphi$$

Фозова ивизити в одо с е -
 медов. буже одимов, але
 χ (2) сеп. буже мелевюю
 за ив. свитна, таму таи χ вим
 и казв ив. поветие.

$$v_{1,2} = \frac{v_0}{k_{1,2}}$$

$$v_1 \leq v_\varphi \leq v_2 \quad (10)$$

↑ ивизити в таеишу.

Поле на мети срезовиш поветие
 бужт мелевююю.

$\varphi = \varphi(2)$, таму где ивюи добиме
 χ вим поиматовае вимрови поветие.

Тодто ив ивимиме галто-
 ти φ ивимиме галто-
 $\varphi < \varphi_0$ едгит ивюио видив.

иногда и поветие. таму таме χ вим.
 Таме евиме казв. евиме вид -

и таме

$$\lambda_c = \frac{v_2}{f_c} - \chi \text{ вим видивим.}$$

Зв. зим видиво, что χ евиме
 в χ виме χ виме
 маюте ивизити ивиме.

41

Електромагнитни потенцијали вектори Гекса.

Замислимо p -ије Македана;

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad (11)$$

$$\text{rot } \vec{E} = \frac{i\omega}{c} \mu \vec{H}; \quad (12)$$

$$\text{rot } \vec{H} = -\frac{i\omega}{c} \epsilon \vec{E}$$

$$\text{div } \vec{E} = 0; \quad \text{div } \vec{B} = 0$$

Можемо замислити конвект ввектори
векторнимет и скаларнимет потенцијали;

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}^e; \quad \text{Гекс. вектор.} \quad (13)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}^e$$

$$\text{rot} \left(\vec{E} - \frac{i\omega}{c} \vec{A}^e \right) = 0; \quad (\mu) \text{div rot } \vec{A} = 0 \quad (14)$$

$$\text{rot grad } \varphi = 0.$$

$$\vec{E} = \frac{i\omega}{c} \vec{A}^e + \text{grad } \varphi^e \quad (15)$$

Погледајмо (13), (15) и (12):

$$\text{rot rot } \vec{A}^e = -\Delta \vec{A}^e + \text{grad div } \vec{A}^e \quad (16)$$

$$-\Delta \vec{A}^e + \text{grad div } \vec{A}^e - \frac{i\omega \epsilon \mu}{c^2} \vec{A}^e + \frac{i\omega \epsilon \mu}{c} \text{grad } \varphi^e = 0 \quad (16)$$

$$\text{div } \vec{A}^e + \frac{i\omega}{c} \epsilon \mu \varphi^e = 0 \quad (17)$$

- кандровске Но -
келла

Этот же (18) и (17) означают $\text{div} \vec{A}^e = \varphi^e$.

Φ -ла Гейнгольцо:

$$\Delta \vec{A}^e + k^2 \vec{A}^e = 0; \quad k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \text{ см (18)}$$

Поготовл. (15), (17) и $\text{rot} \vec{A}^e = \vec{H}^e$

$$\Delta \varphi^e + k^2 \varphi^e = 0. \quad (19)$$

Таким образом, где $\text{rot} \vec{A}^e = \vec{H}^e$ и $\Delta \vec{A}^e + k^2 \vec{A}^e = 0$, где $\Delta \varphi^e + k^2 \varphi^e = 0$. А потом находим \vec{E}^e и \vec{H}^e .

Для дальнейшего упростим \vec{E}^e на величинах введем вектор Гейнца.

$$\vec{A}^e = \frac{i\omega \mu}{c} \vec{H}^e; \quad \varphi^e = -\text{div} \vec{H}^e; \quad (20)$$

Из (20) и (17), то не-
нормальное, что $\text{rot} \vec{H}^e = \vec{E}^e$
вектор Гейнца \vec{H}^e $\text{rot} \vec{H}^e = \vec{E}^e$

Гейнгольцо:

$$\Delta \vec{H}^e + k^2 \vec{H}^e = 0 \quad (21)$$

$$\begin{cases} \vec{E} = -\text{grad} \text{div} \vec{H}^e - k^2 \vec{H}^e \\ \vec{H} = \frac{i\omega \mu}{c} \text{rot} \vec{H}^e \end{cases} \quad (22)$$

Таким образом, обменив \vec{E}^e и \vec{H}^e $\text{rot} \vec{H}^e = \vec{E}^e$ $\Delta \vec{H}^e + k^2 \vec{H}^e = 0$

одномерного векторного r -меша \mathcal{G} векторного поля

Вектор Гельфа \mathbf{H} \in неоднородности;

$\vec{H}_0 = \vec{H}_e + \text{grad} \varphi^e$ — φ^e — неградиентная скалярная функция.

\mathcal{G}_3 (22) Векторное поле, из векторного поля Гельфа заданного на \mathcal{G} вектор \vec{H} .

В то же время вектор \vec{E} имеет такую же структуру, так как возбудились элементы, так же как и поле, так же как и векторное поле Гельфа \vec{H} — так же.

Помогает \mathcal{G} элементу \vec{H} вводить вектор Гельфа

Основной дивергенция $\text{div} \vec{H} = 0$, то

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon} \text{rot} \vec{H} \quad (23)$$

Плоскость (23) \mathcal{G} имеет r -меша \mathcal{G}^m .
Матрица:

$$\text{rot} \left(\vec{H} - \frac{i\omega}{c} \vec{A}^m \right) = 0 \quad (24)$$

$\text{grad} \varphi^m$

$$\vec{H} = \frac{i\omega}{c} \vec{A}^m + \text{grad} \varphi^m \quad (25)$$

Плоскость (25): $\text{div} \vec{H}^m + \frac{i\omega \epsilon}{c} \varphi^m = 0 \quad (26)$

Отсюда:

$$\Delta \vec{A}^m + k^2 \vec{A}^m = 0 \quad (27)$$
$$\Delta \varphi^m + k^2 \varphi^m = 0$$

Пусть введем вектор Гельмгольца, т.е.:

$$\Delta \vec{F} + k^2 \vec{F} = 0 \quad (28)$$

$$\vec{A}^m = \frac{i\omega \epsilon \mu}{c} \vec{F}^m; \quad \varphi^m = -\text{div} \vec{F}^m \quad (29)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{U} = -\text{grad} \text{div} \vec{F}^m - k^2 \vec{F}^m \quad (30) \\ \vec{E} = \frac{i\omega c}{\epsilon} \text{rot} \vec{F}^m \quad (31) \end{array} \right.$$

Пусть вектор Гельмгольца — возмущенный потенциал Фитцджеральда.

Пусть также знаем, что в декартовой системе координат x, y, z ступень \vec{E} вектор \vec{E} перпендикулярен вектору Фитцджеральда, а вектор \vec{E} имеет две компоненты.

Таким образом, можно считать, что поле U — скалярное.

Скалярное поле U — потенциал Фитцджеральда для U — скалярное поле.

Введем угловые координаты (θ, φ) и координаты (x, y, z)

Выводим, что скалярное поле U — вектор Гельмгольца

$$\vec{F} = \vec{F}^e - \text{grad} \vec{F}^e \quad (32)$$

Выбираем \vec{F}^e — скалярное поле, что \vec{F} — вектор Гельмгольца — скалярное поле U — скалярное поле.

$$\vec{\Pi}_1 = \vec{\Pi}_1^e - \frac{1}{h_1} \frac{\partial \Pi^e}{\partial x^1} = 0 \quad (53)$$

Поскольку в уравнении (52) в (21) уже показано, что вектор $\vec{\Pi}_e$ удовлетворяет р-уравнению (21), то и само уравнение вектор $\vec{\Pi}_e$:

$$\Delta \vec{\Pi}_e + k^2 \vec{\Pi}_e = 0,$$

$$\begin{aligned} & \Delta \vec{\Pi}_e + \Delta \operatorname{grad} \Pi_e + k^2 \vec{\Pi}_e + k^2 \operatorname{grad} \Pi_e = \\ & = \Delta \vec{\Pi}_e + k^2 \vec{\Pi}_e + \operatorname{grad}(\Delta \Pi_e + k^2 \Pi_e) = 0 \end{aligned}$$

Таким образом, добавив еще поле вольтовых хвостов можно будет отменить за счет помощи вольтовых скалярных функций: вводящих $\vec{\Pi}_e$ на x_1, x_2 .

Единственное поле в линии, которое можно будет отменить за счет помощи вольтовых хвостов магнитного вектора Герца.

Аналогично уже другие способы отменить еще одно поле. Из уравнений (22) и (23) видно, что векторы Герца $\vec{\Pi}_e, \vec{\Pi}_m$ независимы:

$$\operatorname{rot} \vec{\Pi}_e = -\frac{i\omega\mu}{c} \vec{\Pi}_m \quad (34)$$

$$\vec{E} = \frac{i\omega\mu}{c} \operatorname{rot} \vec{\Pi}_m, \quad i\omega\epsilon \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{\Pi}_e = -\frac{i\omega\epsilon}{c} i\omega \vec{E} = \epsilon \operatorname{rot} \vec{\Pi}_m$$

$$\vec{H} = \frac{i\omega\epsilon}{c} \operatorname{rot} \vec{\Pi}_e, \quad \operatorname{rot}[\operatorname{rot} \vec{\Pi}_e = -\frac{i\omega\mu}{c} \vec{\Pi}_m]$$

$$\frac{i\omega\epsilon}{c} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{\Pi}_e = \operatorname{rot} \vec{H} = -\frac{i\omega\epsilon}{c} \vec{E} = -\frac{i\omega\epsilon}{c} \vec{E} = \frac{i\omega\mu}{c} \operatorname{rot} \vec{\Pi}_m,$$

$$\boxed{\operatorname{rot} \vec{\Pi}_e = -\frac{i\omega\mu}{c} \vec{\Pi}_m} \quad (35)$$

Выбором (34) и (35) для \vec{r} и \vec{r}^m имеем

$$\vec{r}^e = \vec{r}^m = 0$$

Из (34) следует, что:

$$\frac{1}{k_1 k_2} \frac{\partial (k_2 \vec{r}_2^e)}{\partial x_1} = -\frac{1}{2} \vec{r}_2^m \quad (35), \quad \Delta \vec{r}_2^{(e,m)} + k_2 \vec{r}_2^{(e,m)} = 0 \quad (36)$$

Таким образом, зависимость \vec{r}_2^e от x_1 можно ввести с помощью \vec{r}_2^m .

Отсюда, отсюда же ели поле за допомогою \vec{r}_2^e и \vec{r}_2^m .

$\vec{r}_2^e = \vec{r}_2^e \vec{e}_z$ создает поле E-типу

$\vec{r}_2^m = \vec{r}_2^m \vec{e}_z$ создает поле H-типу

У заданному виду ели поле представляе собой суперпозицию E и H-полюс.

Выводя формулу (36) выводит метод вычисления \vec{r}_2^m и \vec{r}_2^e :

$$\vec{r}_2(x_1, x_2, z) = \psi(x_1, x_2) \varphi(z) \quad (37)$$

ψ — функция Борнуса

Подстановка (37) в (36) дает:

$$\frac{1}{\psi} \Delta_{x_1} \psi + \frac{1}{\varphi} \varphi'' = -k^2 \quad (38)$$

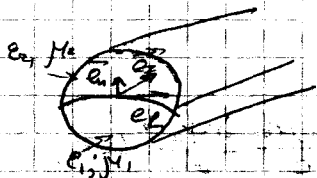
но по условию $\Delta_{x_1} \psi + k_1^2 \psi = 0$ (37)

$$\varphi'' + k_z^2 \varphi = 0 \quad (40)$$

$$k^2 = k_x^2 + k_z^2 \quad (41) \quad \text{— x — направление распространения}$$

Для вычисления φ -интеграла (39) нужна заданная структура параметров условия:

$$\vec{E}_{1z} = E_{1z} \vec{e}_z, \quad \vec{H}_{1z} = H_{1z} \vec{e}_z \times \vec{e}_z \vec{e}_z$$



$$E_{1z} = E_{2z}, \quad H_{1z} = H_{2z} \quad (42)$$

$$E_{1z} = E_{2z}, \quad H_{1z} = H_{2z} \quad (43)$$

Комплексное формальное значение вектора Перица.

Рассмотрим «вспомогательную» φ -функцию:

$$\vec{r} = \varphi^e \varphi \vec{e}_z;$$

$$\vec{E} = -\text{grad}(\varphi^e \varphi) - k_z^2 \varphi^e \varphi \vec{e}_z =$$

$$= -\left\{ \varphi' \nabla_{\perp} \varphi^e + \varphi'' \varphi^e \vec{e}_z - k_z^2 \varphi^e \varphi \vec{e}_z \right\} =$$

$$= -\frac{1}{\varphi} \varphi' \nabla_{\perp} \varphi^e - k_z^2 \varphi^e \varphi \vec{e}_z, \quad (44)$$

$$\vec{H} = \frac{i\omega}{c} \varepsilon \varphi \left[\nabla_{\perp} \varphi^e \varphi \vec{e}_z \right] \quad (45);$$

$$\vec{E} = -\frac{i\omega \mu}{c} \varphi \left[\nabla_{\perp} \varphi^m \vec{e}_z \right] \quad (46);$$

$$\vec{H} = -\varphi' \nabla_{\perp} \varphi^m - k_z^2 \varphi^m \varphi \vec{e}_z \quad (47)$$

Угловые компоненты векторов \vec{E} и \vec{H} представим себе свободно сферическими функциями

$$(44+46, \quad \text{и} \quad 45+47)$$

48

49

48

$$\varphi' = \epsilon k_z \varphi$$

Враховуючи (48), (49), (42) і (43) чинитимемо такий вираз:

$$k_z^2 \psi_1^e = k_{ze}^2 \psi_2^e \quad (50)$$

$$k_z^2 \psi_1^m = k_{ze}^2 \psi_2^m \quad (51)$$

$$k_z \frac{\partial \psi_1^e}{\partial z} - \frac{\omega \mu_1}{c} \frac{\partial \psi_1^m}{\partial t} = k_z \frac{\partial \psi_2^e}{\partial z} - \frac{\omega \mu_2}{c} \frac{\partial \psi_2^m}{\partial t} \quad (52)$$

$$\frac{\omega \epsilon_1}{c} \frac{\partial \psi_1^e}{\partial t} + k_z \frac{\partial \psi_1^m}{\partial z} = \frac{\omega \epsilon_2}{c} \frac{\partial \psi_2^e}{\partial t} + k_z \frac{\partial \psi_2^m}{\partial z} \quad (53)$$

$$\frac{\partial \psi_1^m}{\partial z} = (\vec{e}_z, \nabla_{\perp} \psi_1^e, m)$$

$$\vec{e}_z (\vec{e}_z, \nabla_{\perp} \psi_1^e, m) = (\vec{e}_z, \nabla_{\perp} \psi_1^e, \vec{e}_z) =$$

$$= (\vec{e}_z, [\vec{e}_z, \nabla_{\perp} \psi_1^e]) = (\nabla_{\perp} \psi_1^e, [\vec{e}_z, \vec{e}_z]) =$$

$$= - \frac{\partial \psi_1^e}{\partial t}$$

Аналіз показує, що \vec{E} занадто мала величина $E \ll \mu$ - хвилі не відокремлюються. Тому існують $E \ll \mu$ або μE - хвилі (зблизилася хвилі). В залежності від того, що зони першамі створює $E \ll \mu$ або μ .

Якщо $\frac{\partial \psi}{\partial t} = 0$, тоді чинитимемо такий вираз:

$$\epsilon_1 \frac{\partial \psi_1^e}{\partial t} = \epsilon_2 \frac{\partial \psi_2^e}{\partial t} \quad (54)$$

$$\mu_1 \frac{\partial \psi_1^m}{\partial t} = \mu_2 \frac{\partial \psi_2^m}{\partial t} \quad (55)$$

$\varphi - \psi_1^e$ боремо згодом

Если даны граничные условия (54) и (55), то E, H-волны распространяются только вперед, и к-волн (59) возбуждены.

Плоские гравитризмальные волны

Необходимо выразить ψ_1 и ψ_2 .
 Имеем два средовых ϵ_1 и ϵ_2 .

Для μ -волн (59) тогда получаем:

$$\psi_1 = A_1 \cos k_c x + B_1 \sin k_c x \quad (56)$$

Связь между непрерывностью и краевыми условиями (44) и (45):

$$E_x(x, z, t) = -i k_c k_0 (-A_1 \sin k_c x + B_1 \cos k_c x) \times e^{i(k_c z - \omega t)} \quad (57)$$

$$E_z(x, z, t) = -k_c^2 (A_1 \cos k_c x + B_1 \sin k_c x) e^{i(k_c z - \omega t)} \quad (58)$$

$$\vec{H} = \frac{i\omega\epsilon}{c} \begin{pmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & \psi \end{pmatrix} \vec{z}$$

$$H_y = -\frac{i\omega\epsilon}{c} (-A_1 \sin k_c x + B_1 \cos k_c x) e^{i(k_c z - \omega t)} \quad (59)$$

$$E_y = H_x = H_z = 0 \quad (60)$$

H_z члн x граничных условий, но члн $A_1 = 0$:

$$E_x(-x) = E_x(x); \quad H_y(-x) = H_y(x)$$

имеем пары члн E_x и H_y .

При $B_1 = 0$: E_x и H_y — антисимметричны относительно $y=0$.

(80)

снова формула ($\beta = \frac{\omega}{v_0}$), условие для ω связанное

$$k_1^2 = \beta^2 + k_{e1}^2, \quad k_2^2 = \beta^2 + k_{e2}^2 \quad (61)$$

$$k_{1,2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{1,2} \mu_{1,2}}$$

Из непрерывности (10) следует, что:

$$\frac{\omega}{k_1} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{k_2}$$

и следовательно имеет место: $k_1 \geq \beta \geq k_2$

Таким образом в формуле (61) значения k_1^2 всегда действительные, а k_2^2 всегда действительные.

$$k_{e1} = k, \quad k_{e2} = i\tau$$

Подставив в уравнение (61):

$$k_1^2 - k_0^2 = k_e^2 + \tau^2 \quad (62)$$

Введем безразмерные координаты и время:

$$x_1 = k_1 a; \quad x_2 = k_2 a; \quad x_3 = k_0 a; \quad \tau_0 = \tau a$$

$$\tilde{\epsilon} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}; \quad \tilde{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$R = x_2 \sqrt{\tilde{\epsilon} \tilde{\mu} - 1}^{1/2}; \quad x_3^2 + \tau_0^2 = R^2 \quad (63)$$

С учетом (63) соответствующее соотношение между координатами и временем имеет вид:

$$\Delta_1 \psi_1 - R^2 \psi_2 = 0 \quad (64)$$

$$\psi_2(x) = A_2 e^{-\tau x} + B_2 e^{\tau x} \quad (65), \quad x \rightarrow \infty, \quad \psi_2(x) \rightarrow 0, \quad B_2 = 0$$

$$\psi_2(x) = A_2 e^{-\tau x} \quad (65')$$

Отримавши ψ_1, ψ_2 дають можливість на основі граничних умов (50), (54) отримати дисперсійні рівняння у вигляді парних E -хвиль

$$\begin{cases} k_c^{(e)2} B_1 \sin k_c^{(e)} a = -\tau^{(e)2} A_2 e^{-\tau^{(e)} a} & (66) \\ k_c^{(e)2} B_1 \cos k_c^{(e)} a = -\tau^{(e)2} A_2 e^{-\tau^{(e)} a} \end{cases}$$

Отримавши співвідношення системи односторонніх μ -хвиль відносно коєф. A_2 і B_1 .

$$E_2 k_c^{(e)2} \tau^{(e)} \sin k_c^{(e)} a e^{-\tau^{(e)} a} + E_2 k_c^{(e)2} \tau^{(e)2} \cos k_c^{(e)} a \times e^{-\tau^{(e)} a} = 0 \quad (67)$$

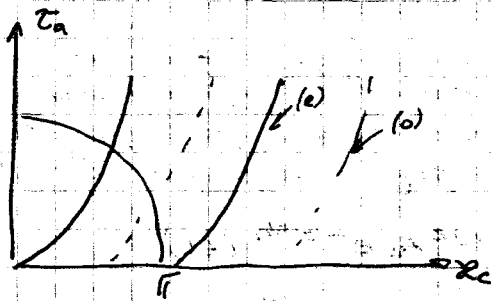
$$E_2 \tau_a^{(e)} = \tau_c^{(e)} \operatorname{tg} \tau_c^{(e)} \quad (68) \quad \text{— где пар-} \\ \text{них } E\text{-хвиль} \\ \text{характ. рівняння}$$

$$E_2 \tau_a^{(e)} = -\tau_a^{(e)} \operatorname{ctg} \tau_a^{(e)} \quad (69) \quad \text{— где непарних} \\ E\text{-хвиль}$$

Порядки дисперсійні рівняння для H -хвиль:

$$\begin{cases} \mu \tau_a^{(e)} = \tau_c^{(e)} \operatorname{tg} \tau_c^{(e)} & (70) \\ \mu \tau_a^{(e)} = -\tau_a^{(e)} \operatorname{ctg} \tau_a^{(e)} & (71) \end{cases}$$

Співона рішення (69), (65) дозво-
ляє проаналізувати умови розповсю-
дження хвиль у ПАХ.



Графиком разбегает наших
 E - волны.

Видно, что ясно можно заметить
 в z между x волн.

Таким образом можно найти
 максимумы E волн в z и x .

Можно характеризовать z волна x волн
 индексом, что характеризует z волн
 x волн, если z волн x волн z волн
 x волн z волн x волн z волн
 x волн z волн x волн z волн

$R = \frac{m\pi}{z}$ - отсюда R - это z волн x волн
 для z волн x волн z волн x волн

$$R = k_0 a \sqrt{\epsilon_r - 1} \sqrt{k_c} \frac{z}{z}$$

$$f_{up} = \frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_r - 1} z} \quad (72)$$

$$z_c = \frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_r - 1} m}$$

Значит где 1500 в z волн x волн z волн x волн
 тогда x волн z волн x волн z волн x волн
 А не z волн x волн z волн x волн z волн x волн
 можно заметить z волн x волн z волн x волн
 поэтому z волн x волн z волн x волн z волн x волн
 можно заметить z волн x волн z волн x волн z волн x волн

Але це похибка не враховує, коли розглядає об'єкту показу довжи. хвилі.

Розгля. залежність v_p від частоти ω ПДХ, тобто диспер. залежність ω ПДХ.

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = v_0 \frac{k_0}{\beta} = v_0 \frac{k_0 a}{\beta a} = \frac{v_0 \lambda_0}{\sqrt{\lambda_0^2 + z_0^2}}; \textcircled{1}$$

$$\textcircled{2} \left\{ R = \lambda_0 (\epsilon \mu - 1)^{1/2} \right\} =$$

$$= v_0 \frac{\frac{R}{\sqrt{\epsilon \mu - 1}}}{\sqrt{\frac{R^2}{\epsilon \mu - 1} + z_0^2}}; = v_0 \frac{\sqrt{\lambda_0^2 + z_0^2}}{\sqrt{\lambda_0^2 + \epsilon \mu z_0^2}}$$

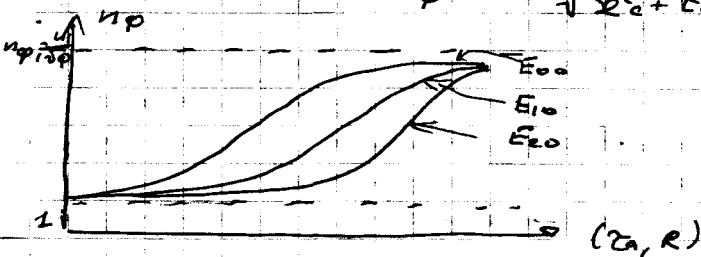
Звідси видно, що фазова швидкість v_p збільшується швидкістю світла.

На критичній частоті $\omega_0 = 0$ і $v_p = v_0$. По мірі збільшення частоти значення ω_0 для даної лини хвилі зростає, а фазова швидкість v_p зменшується.

$$v_{p\infty} = \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon \mu}} = v_1, \quad \omega_0 \rightarrow \infty$$

Запишемо залежність у вигляді фазової швидкості:

$$v_p = \frac{\omega}{k_0} = \frac{v_0}{\beta} = \frac{\sqrt{\lambda_0^2 + \epsilon \mu z_0^2}}{\sqrt{\lambda_0^2 + z_0^2}}$$

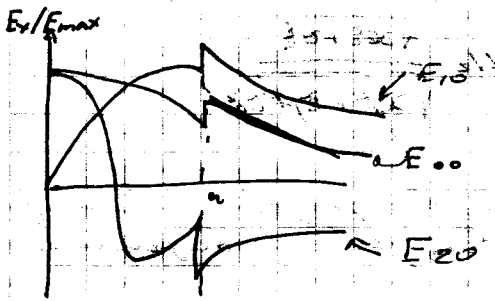


Найд. границя в середн. частотн. діапазоні

По мере увеличения ширины слоя
 увеличивается ϵ фазов. шв. умень-
 шивается, а дисперсия увеличивается.

Розничная цена у покупателя через
 хвостов. биз. попер. сечения R_1, R_2
 на пути частоты ($\epsilon_0 = 0$) поле
 по мере б.г.д.д. б.г.д.д. пламени
 не увеличивается.

Где ϵ б.г.д.д. частоты, ϵ_0, Γ
 поле критического, ρ_0 пламени
 м.



Анализ

Критическая частота
 где E_{10} и что св-
 падает и там
 там вил с дво-
 кратное увеличение
 где обстановка не

крупное вмешательство. П.В.Х. где изредка
 СВЧ сигналов у озонировальн
 не имеет.

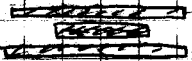
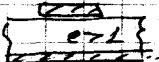


Смешивание хвостов

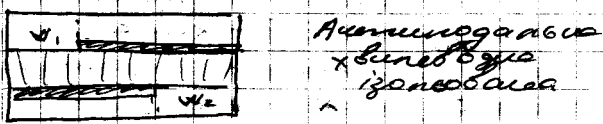
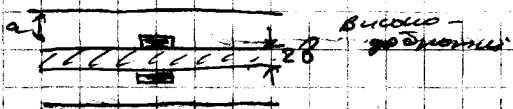
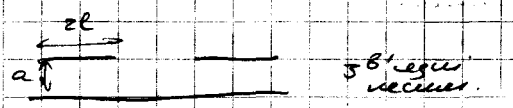
Уже существуют аппараты для ме-
 родов. Все выделено в результате
 истор. СВЧ - стел, ϵ_0 , заданная
 кинетика с опти. выделен СВЧ - стелитам,
 что не имеет.

Смешивание микров. излуч. провод-
 ник ступенчатого, чужд. адо чужд.
 переключ. экстр. микров. изл.
 заземленного металлического сплоченного

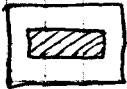
або одне з двох машин
 існують. Лише шовковий
 пілі розділи декоративом, магі
 б'язьку б'язьку пілі магі, лише
 сукнішова (хвіст магі). В магі
 декорат. оздобили).
 Сукнішова пілі є класичні
 б'язьковий шовковий або магі-
 сукнішова пілі.

Типи пілі:

- ССА (Сукніш. Оздоб. Пілі) 
- НСА (Несукніш.) 
- Шинель 
- Камітасура 



Прямокутний діелектричний хв-діл



Служить для
діелектричного

Служить для того, щоб збільшити передачу енергії, щоб збільшити ефективність пристрою.

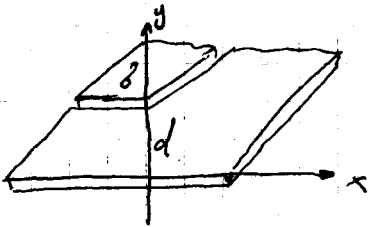
Крім того, діелектричний матеріал може бути використаний для збільшення ширини пропускної здатності.



Служить для збільшення ширини пропускної здатності.

Електромагнітний аналіз

Проведемо аналіз для нескінченної прямокутної діелектричної пластини.



Нехай ϵ діелектричне.

Основними хв-вими будуть Т-хвими. Це є згасшими змагнітними хв-вими.

Тому:

$$k_x = 0, \quad k_z \equiv k, \quad E_z = 0$$

$$\vec{E} = -\text{grad} \psi = -ik e^{ikz} \text{grad} \psi \quad (1)$$

$$\vec{H} = \frac{i\omega\epsilon}{c} \varphi [\nabla_{\perp}, \psi \vec{e}_z] \quad (2)$$

$\vec{z}_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$
 = 376,730 Ом
 \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$
 \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$

Поставим $\varphi = \psi e^{ikz}$ Борнштейн:

$\varphi(x, y) = ik \psi(x, y)$. — $\psi \in$ ϵ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$
 \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$
 \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$

$$\vec{E} = -\nabla_{\perp} \varphi e^{ikz} \quad (3)$$

$$\vec{H} = \frac{i\omega}{c} [\nabla_{\perp}, \varphi \vec{e}_z] e^{ikz} \quad (4)$$

Предполагаем, что φ -чл $\varphi(x, y)$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$
 \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$

$$\Delta_{\perp} \psi = 0 \Leftrightarrow \Delta_{\perp} \varphi = 0 \quad (\text{т.е. } k_z = 0)$$

Будем считать, что потенциалы $\varphi(x)$, $\varphi(y)$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$
 \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$

Введем комплексный потенциал:

$$\bar{z} = x + iy$$

$$\Phi(\bar{z}) = \varphi(x, y) + i \Theta(x, y) \quad \text{— еще } \psi$$

Аналитичность φ -чл, что $i\psi$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$
 \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$ \leftarrow $\frac{1}{\epsilon_0}$

$$\Delta_{\perp} \varphi = 0, \quad \Delta_{\perp} \Theta = 0 \quad (5)$$

$$\Phi'(\bar{z}) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + i \frac{\partial \Theta}{\partial x} \quad (6)$$

Услови Коши — Римана: $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \Theta}{\partial x}$

Тогда:

$$\Phi'(\bar{z}) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + i \frac{\partial \Theta}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - i \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (7)$$

$$\vec{E} = -\vec{E}_x + i E_y (z)$$

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

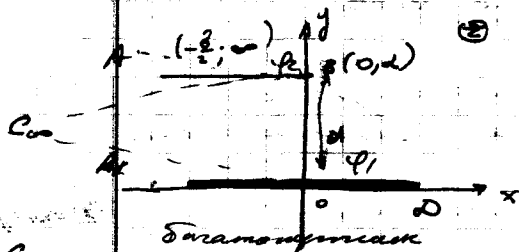
$$\vec{E} = -\overline{\Phi}'(\bar{z})$$

↖ конформное отображение

φ — это основная φ -на для значения электростатического поля.

Для значения $\Phi(\bar{z})$ конформное отображение:

$$\bar{z} \rightarrow w = u + i v \rightarrow z = \xi + i \eta \quad (10)$$



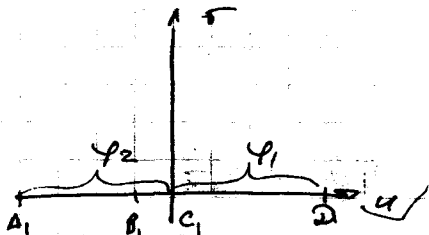
Сфера потенциалов ($\varphi = \infty$), а поле реального хвостового поля. Визуализация поля с границей $(-\frac{1}{2}, \infty)$

C_{∞} — точка на прямой $\varphi = \infty$. Минимум на линии $\varphi = \infty$

Выберем также отображение, чтобы точки A, A₁ на действительности не лежали:

$$A \rightarrow A_1, \quad D \rightarrow D_1; \quad B \rightarrow B_1, \quad C_{\infty} \rightarrow C_1 = \infty$$

A — точка на прямой $\varphi = \infty$



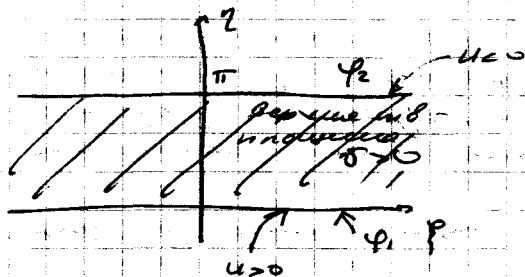
Выберем так, чтобы балластическая не лежала в $\varphi = \infty$.

$$\Phi(w) = \int_a^w (w-w_1)^{d_1-1} (w-w_2)^{d_2-1} dw + N$$

$$A \rightarrow B_1 = 2$$

$$C_{\infty} \rightarrow C_2 = 0$$

Все возможные значения z находятся в области $z =$



$$u > 0 - \varphi$$

$ABCO D$ — область значений z в z -плоскости. $z = u + iv$ — комплексное значение переводится u — действительная часть и v — мнимая часть.

Если z переводится в $u + iv$ — значит $u = \text{Re } z$ и $v = \text{Im } z$.

$$u + iv = e^{\varphi + i\eta} \quad \text{⊖} \quad \text{— переводится так же и наоборот}$$

$$\text{⊖} \quad e^{\varphi} (\cos \eta + i \sin \eta) \Rightarrow \begin{cases} u = e^{\varphi} \cos \eta \\ v = e^{\varphi} \sin \eta \end{cases}$$

Тогда точка: $B(-1, 0)$

$$-1 = e^{\varphi} \cos \eta \rightarrow \boxed{\varphi = 0 \vee \eta = \pi}$$

$$0 = e^{\varphi} \sin \eta$$

⤴ для точки z удовлетворяют этим условиям.

$$\frac{dz}{dw} = \frac{M}{(w-w_1)^{\alpha_1} (w-w_2)^{\alpha_2}} \quad (11)$$

$$\gamma_1 = -\alpha_1 + 1; \quad \gamma_2 = -\alpha_2 + 1.$$

$$\gamma_1 = -1; \quad \gamma_2 = 1.$$

$$w_1(-1, 0) \quad ; \quad w_2(0, 0)$$

$B \qquad \qquad \qquad C$

$$\frac{d\tilde{z}}{d\omega} = M \frac{\omega + i\beta}{\omega} \quad (12)$$

Точки ω_1 и ω_2 в z переходят
 точки β и $e^{i\beta}$ и $e^{-i\beta}$ в z плоскости
 и \tilde{z} и \tilde{z} соответственно
 в \tilde{z} плоскости и z плоскости
 соответственно.

Тогда z -на (11) переходят в z -плоскости (12)

Принимая во внимание (12) получим:

$$\tilde{z} = M(\omega + \ln \omega) + N \quad (13)$$

Треба знать константы M и N :

$$\omega = ze^{i\beta}$$

$$x + iy = M(ze^{i\beta} + i\beta + \ln z) + N \quad (14)$$

Принимая во внимание $z = e^{i\beta}$ и $z = e^{-i\beta}$ заметим
 следующие:

$$\begin{cases} x = M(ze^{i\beta} + \ln z) + N \\ y = M(ze^{-i\beta} + \beta) \end{cases} \quad (15)$$

Треба определить M и N с точки зрения β .

$$\begin{cases} 0 = M(\cos \beta + \ln 1) + N \\ d = M(ze^{i\beta} + \beta) \end{cases} \Rightarrow M = N = \frac{d}{\beta}$$

$$\tilde{z} = \frac{d}{\beta} (\omega + \ln \omega + 1) \quad (16)$$

$$\tilde{z} = \frac{d}{\beta} (e^z + z + 1) \quad (17)$$

$\Phi = -i d z + \gamma$ (18), где d и γ постоянные
и вещественных чисел.

$$\varphi + i\theta = -i d (\xi + i\eta) + \gamma; \quad (19)$$

$$\varphi = d\eta + \gamma; \quad (20) \quad \theta = -d\xi \quad \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} = -\frac{\partial\theta}{\partial\xi} \right)$$

$$\vec{E} = -\overline{\Phi}' = -i d$$

$$E_x + i E_y = -i d; \quad E_x = -d; \quad E_y = 0.$$

$$\eta = 0 \rightarrow \gamma = \varphi_1.$$

$$\eta = \pi \rightarrow d = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\pi}$$

Тогда:

$$\Phi = -i \left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\pi} \right) z + \varphi_1 \quad (21)$$

$$\vec{E} = -\overline{\Phi}' \frac{dz}{dz} = -\overline{\Phi}' \frac{1}{\left(\frac{dz}{dz} \right)} =$$

$$= -\frac{i(\varphi_2 - \varphi_1) \pi}{\pi} \frac{1}{d} \frac{1}{(e^{\eta} + 1)} = -\frac{i(\varphi_2 - \varphi_1)}{d} \frac{1}{e^{\eta} (\cos \eta - i \sin \eta) + 1}$$

$$= -\frac{i(\varphi_2 - \varphi_1)}{d} \frac{e^{\eta} (\cos \eta + i \sin \eta) + 1}{e^{2\eta} + 2e^{\eta} \cos \eta + 1} = E_x + E_y;$$

$$E_x = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d} \frac{e^{\eta} \sin \eta}{(e^{2\eta} + 2e^{\eta} \cos \eta + 1)} \quad (22)$$

$$E_y = -\frac{(\varphi_2 - \varphi_1)}{d} \frac{e^{\eta} \cos \eta + 1}{(e^{2\eta} + 2e^{\eta} \cos \eta + 1)} \quad (23)$$

Смотри рисунки

