

Формула Брейта-Вигнера

Breit-Wigner Equation

Формула Брейта-Вигнера описывает энергетическую зависимость сечения ядерной реакции или реакции между частицами вблизи резонансного значения в случае изолированного резонанса.

В реакции $a + x \rightarrow c \rightarrow b + y$, идущей через состояние составного ядра с со спином I^c в случае, когда во входном ($a + x$) и выходном ($b + y$) каналах орбитальный момент $l = 0$, формула Брейта-Вигнера имеет вид

$$\sigma_{ab} = \pi \tilde{\lambda}^2 \frac{2I^c + 1}{(2I_a + 1)(2I_x + 1)} \frac{\Gamma_a^c \cdot \Gamma_b^c}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2 / 4},$$

$\tilde{\lambda} = \sqrt{\frac{(m_a + m_x)}{2m_a m_x E}}$ — длина волны де Бройля, m_a, m_x, I_a, I_x — массы и спины частиц a и x , E —

кинетическая энергия частиц a и x в системе центра инерции, Γ_a^c, Γ_b^c — парциальные ширины уровня составного ядра c , связанные с вероятностями его распада по каналам a и b , $\Gamma = \sum \Gamma_i$ — полная ширина уровня.

Для реакции (n, n') формула Брейта-Вигнера имеет вид

$$\sigma(n, n') = \frac{2I^c + 1}{(2I^c + 1)(2I_n + 1)} \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n^2}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2 / 4}.$$

Сечение реакций в области изолированных резонансов (формула Брейта - Вигнера)

При небольших энергиях возбуждения ядра спектр возбужденных состояний имеет дискретный характер. Так как возбужденные состояния имеют конечное время жизни τ , в соответствии с принципом неопределенности они точно не определены по энергии $\Delta E = \Gamma \simeq \hbar/\tau$. Величина Γ называется шириной уровня, а уровни, обладающие конечной шириной, получили название квазистационарных. При энергии налетающей частицы $\varepsilon = E_r - B$, где E_r - энергия квазистационарного состояния, а B - энергия связи налетающей частицы в составном ядре сечение достигает максимума. Таким образом, процесс образования составного ядра, протекающий через возбуждение составного уровня, имеет резонансный характер.

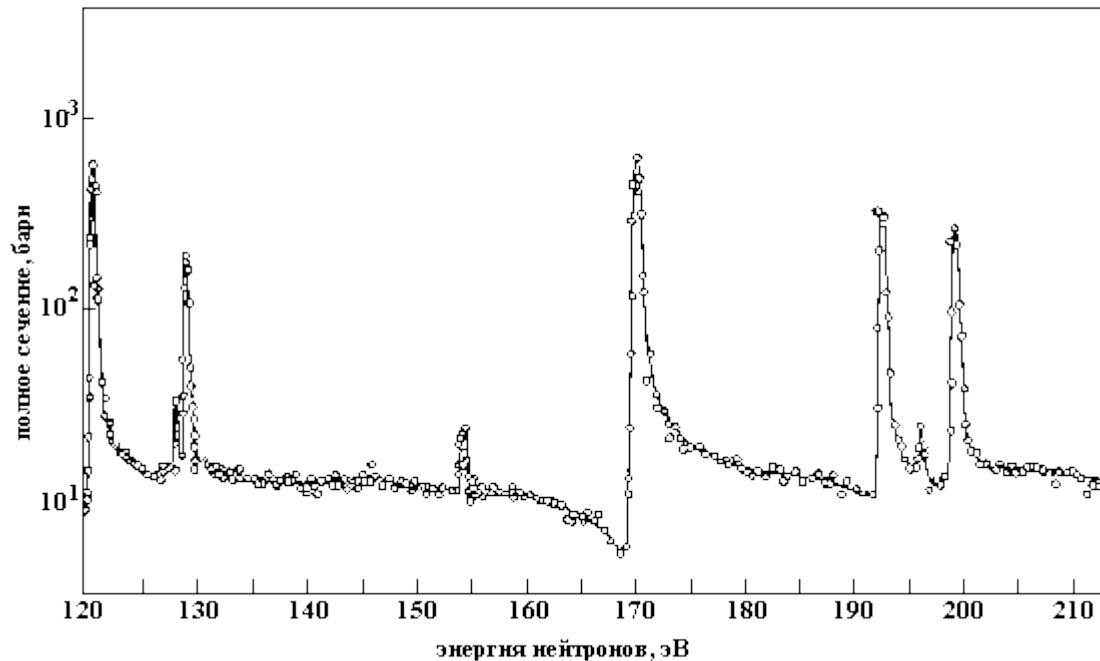


Рис. bw1. Зависимость полного сечения реакции $n + {}^{232}\text{Th}$ от энергии нейтронов [2]

Изолированные уровни составного ядра отчетливо проявляются при захвате медленных нейтронов ядрами (см. рис. bw.1). Экспериментальные данные говорят о том, что среднее расстояние между уровнями быстро уменьшается с ростом массового числа A и энергии возбуждения ядра. Так, при захвате медленных нейтронов легкими ядрами ($A < 30$) оно составляет несколько десятков килоэлектронвольт, а для ядер с $A > 100$ уменьшается по порядку величины до $\sim 10 - 100$ эВ. Увеличение плотности уровней с ростом энергии возбуждения и массового числа A объясняется возрастанием числа различных способов распределения энергии между нуклонами. С увеличением энергии возбуждения растет и ширина уровней. Все это приводит к тому, что с увеличением энергии нейтронов уровни начинают перекрываться. Для тяжелых ядер это происходит уже для нейтронов с энергией примерно 1 кэВ. Для высоких энергий возбуждения (15-20 МэВ) плотность уровней столь велика, что сильно перекрываясь, они образуют непрерывный спектр. В этом случае процесс образования составного ядра имеет нерезонансный характер и может быть описан, например в рамках [модели испарения](#).

Форма эффективного сечения в области изолированного уровня совпадает с формой резонанса в оптике или электричестве. Рассмотрим ядерную реакцию, идущую через составное ядро



Как показали [Брейт](#) и [Вигнер](#), для бесспиновых частиц и изолированного уровня, когда орбитальный момент налетающей частицы относительно ядра $l = 0$, сечение реакции имеет вид

$$\sigma_{ab} = \pi \tilde{\lambda}^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (\text{bw.1})$$

где $\tilde{\lambda}$ - длина волны, $E = \varepsilon + B_a$ (здесь ε - энергия налетающей частицы, B_a - энергия связи частицы a в ядре C), E_r - энергия уровня составного ядра, Γ - полная ширина уровня, Γ_a и Γ_b - парциальные ширины уровня, отвечающие испусканию частиц a и b из составного ядра. Γ/\hbar , Γ_a/\hbar

\hbar и Γ_b/\hbar являются соответственно полной вероятностью распада в единицу времени составного ядра и распада с вылетом частиц а и b. Γ_a , Γ_b пропорциональны квадратам матричных элементов соответствующих переходов. Очевидно, что

$$\Gamma = \Gamma_a + \Gamma_b + \dots = \sum_i \Gamma_i, \quad (\text{bw.2})$$

где суммирование ведется по всем возможным каналам распада i.

Формула Брейта-Вигнера (bw.1) может быть также представлена в виде произведения сечения σ_{ac} образования составного ядра и вероятности W_b его распада по каналу b:

$$\sigma_{ab} = \sigma_{ac} W_b = \sigma_{ac} (\Gamma_b / \Gamma) = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2 / 4} \frac{\Gamma_b}{\Gamma}. \quad (\text{bw.3})$$

Если спины налетающей частицы, ядра мишени и составного ядра равны соответственно s, I и J, то в формулу (bw.1) должен быть введен множитель $(2J+1)/(2I+1)(2s+1)$, появляющейся в результате суммирования по возможным конечным спиновым состояниям ядра и усреднения по возможным начальным спиновым состояниям ядра и налетающей частицы (по прежнему считаем, что орбитальный момент l налетающей частицы относительно ядра равен нулю). Если налетающей частицей является нейтрон, то множитель имеет вид $(2J+1)/2(2I+1)$.

В области расположения резонансов существует два механизма упругого рассеяния нейтронов. Первый из них - резонансное рассеяние, т.е. рассеяние, при котором промежуточной стадией процесса является образование составного ядра в одном из своих квантовых состояний или вблизи него. Вторым - так называемое потенциальное рассеяние, которое происходит во всей энергетической области и обусловлено взаимодействием нейтронной волны с потенциалом на поверхности ядра. В этом случае нейтрон не попадает внутрь ядра мишени и составное ядро не образуется. Очевидно длительность резонансного рассеяния во много раз превосходит длительность потенциального рассеяния. Аналогом потенциального рассеяния при больших энергиях нейтронов является упругое рассеяние на черной сфере. Из формулы (bw.1) легко получить сечение резонансного рассеяния нейтронов. Оно, очевидно, имеет вид

$$\sigma_{nn} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n^2}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2 / 4}. \quad (\text{bw.4})$$

Сечение рассеяния, с учетом вклада потенциального рассеяния можно записать в виде

$$\sigma_{nn} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n^2}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2 / 4} + 4 \pi R^2 + 4 \pi R \lambda \frac{\Gamma_n (E - E_r)}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2 / 4}. \quad (\text{bw.5})$$

Первый член в соотношении (bw.5) описывает резонансное упругое рассеяние нейтронов с образованием составного ядра. Второй член в этом соотношении - сечение потенциального рассеяния. Третий - описывает интерференцию между резонансным и потенциальным рассеянием. При энергии меньшей резонансной должен наблюдаться провал (деструктивная интерференция). Как видно из рис. bw1 этот эффект особенно ярко проявляется для резонанса в области 170 эВ. В области резонанса сечение резонансного рассеяния много больше сечения потенциального рассеяния. Полная ширина уровня Γ является суммой ширин резонансного рассеяния Γ_s и реакции Γ_{reac} . Последняя в свою очередь является суммой парциальных ширин, соответствующих возможным каналам реакции. Для медленных нейтронов единственной энергетически возможной реакцией обычно является испускание γ -квантов. Тогда $\Gamma_{\text{reac}} \simeq \Gamma_{\text{rad}}$,

где Γ_{rad} - радиационная ширина. Поскольку $\Gamma_s = \Gamma_n$, то $\Gamma = \Gamma_{\text{rad}} + \Gamma_n$. Для достаточно малых энергий нейтронов радиационная ширина больше нейтронной ширины, т.е. захват нейтронов более вероятен, чем рассеяние.

Сечения образования составного ядра нейтронами при малых энергиях в области ниже первого резонанса

$$\sigma_{\text{ac}} = \pi \lambda^2 P_0 = 4 \pi / kK = 2 \pi \hbar^2 (\varepsilon)^{1/2} (V_0)^{-1/2} \sim 1/v. \quad (\text{bw.6})$$

$k = (2m\varepsilon)^{1/2}/\hbar$ - волновое число частицы вне ядра, $K = (2m(\varepsilon + V_0))^{1/2}/\hbar$ - волновое число частицы в ядре, m, ε - масса и энергия частицы V_0 - глубина ядерного потенциала v - скорость нейтрона. Очевидно в области малых энергий ($k \ll K$) вдали от резонанса сечение образования составного ядра существенно меньше $\pi \lambda^2$.

Широкое распространение в расчетах сечений ядерных реакций в области перекрывающихся резонансов получила феноменологическая [модель испарения](#), предложенная [Вайскопфом](#) и Ивингом в 1937 году.

К началу 50-х годов создание последовательной теории реакций, идущих через составное ядро (Вольфшейн, Хаузер, [Фешбах](#)), было в основном завершено. С помощью моделей составного ядра удалось удовлетворительно описать большое количество экспериментальных данных - относительные выходы частиц, спектры и т.д. Извлекаемые из эксперимента данные о плотностях ядерных состояний хорошо коррелировали с данными прямого подсчета нейтронных резонансов. При вычислении сечений предполагали, что любая частица, попав в ядро, должна поглотиться (модель "черного ядра"), т.е. одночастичное движение должно полностью затухать.

Однако вскоре появились экспериментальные данные, которые свидетельствовали, что одночастичное движение не затухает полностью (см. также [Нейтронные резонансы, силовая функция](#)).