1. Ядерні величини.
2. Закони радіоактивного розпаду.
   2.1. Задача 1 (Знайти N_2 при умові $\lambda_1 < \lambda_2$).
   2.2. 11.4.
3. Активність радіоактивного препарату.
   3.1. 11.21а.
   3.2. Задача про $\lambda_1 = \lambda_2$.
   3.3. 11.21б.
   3.4. 11.24а.
4. Структура ядра. Енергія зв'язку.
   4.1. 10.11.
   4.2. 10.13.
   4.3. 10.15.
   4.4. 10.17.
5. Доріжка стабільності.
6. Модель Фермі-газу нуклонів.
7. α-розпад важких ядер.
8. Модель α-розпаду (Гамова).
   8.1. Задача (Оцінити ширину кулонівського бар'єру + екранування).
   8.2. 11.27.
9. Випромінювання γ-кванту.
   9.1. 11.29.
   9.2. 11.29. для γ-кванту.
   9.3. 11.25.
   9.4. 11.28.
10. β-розпад . Властивості.
   10.1. 11.39.
   10.2. 11.42.
   10.3. 11.43.
   10.4. Задача (Визначити типи розпаду для In).
   10.5. 11.48.
   10.6. 11.38.
11. γ-випромінювання. Внутрішня конверсія.
   11.1. 11.50.
   11.2. 11.52.
   11.3. 11.54.
12. Ефект Мессбауера.
   12.1. 11.56.
   12.2. 11.57.
   12.3. 11.60.
   12.4. 11.61.
   12.5. 11.62а.
   12.6. 11.58.
13. Перша модульна контрольна робота.
   13.1. В3. №1. (Розрахувати α та β активності препарату).
   13.2. В3. №2. (Знайти ширину 1 збудженого рівня Po).
   13.3. В3. №3. (Знайти E_γ та $E_{\text{зв. конверс.}}$).
   13.4. В2. №1. (Через який час після початку утворення активність ізотопу стане).
14. Ядерні реакції. Закони збереження.
   14.1. 13.23.
15. Векторна діаграма імпульсів для непружного зіткнення.
   15.1. 13.31.
   15.2. 13.49.
16. Переріз та вихід ядерної реакції.
   16.1. 13.27.
   16.2. 13.60.
   16.3. 13.63.
   16.4. 13.66.
   16.5. 13.68.
   16.6. 13.64.
   16.7. 13.56.
   16.8. 13.69.
   16.9. 14.35.
17. Резонансні реакції. Формула Брейта-Вігнера.
   17.1. 14.23.
   17.2. 14.44.
   17.3. 14.45.
   17.4. 14.21.
   17.5. 14.36.
18. Реакції ділення важких ядер.
   18.1. 15.7 (модифікована).
19. Ланцюгова реакція.
   19.1. 15.18.
   19.2. Задача (Знайти η під час процесу захоплення теплових нейтронів).
20. Прискорювачі заряджених частинок.
   20.1. 17.26.
   20.2. 17.34.
   20.3. 17.36а.
   20.4. 17.39.
   20.5. 17.42.
   20.6. 17.27.
   20.7. 17.33.
   20.8. 17.40.
   20.9. 17.43.
21. Взаємодія заряджених частинок та γ-квантів з речовиною.
   21.1. 12.6.
   21.2. 12.8.
   21.3. 12.12.
   21.4. 12.30.
   21.5. 12.49.
22. Друга модульна контрольна робота.
   22.1. В1. №1. (Знайти максимальну кінетичну енергію α-частинок за допомогою векторної діаграми імпульсів).
   22.2. В1. №3. (Знайти закон зміни магнітного поля B(r)).
   22.3. В1. №2. (Визначити, що більше: сумарна іонізація α-частинок чи уламків).
   22.4. В2. №1. (У скільки разів зменшиться інтенсивність вузького пучка теплових нейтронів).
   22.5. В2. №2. (Якою є інтенсивність потоку γ-квантів через кристал NaI).
   22.6. В2. №3. (Визначити яку енергію отримує протон в середньому за один оберт).
23. Астрофізика (електронний газ; різні тиски).
24. Рівноважний стан ультра релятивістської зірки.
25. Нейтранізація зіркової речовини.
26. Задача: потік протонів, товста платівка, інтенсивність.
27. Задача на векторну діаграму імпульсів.

1 фм = 10^{-13} см

1 а.е.м. = $1,66\cdot10^{-24}$ г

1 а.е.м.$\cdot c^2 \to$ [МэВ]

1 а.е.м. = 931,5 МэВ.

1 эВ = $1,6\cdot10^{-19}$ Дж

1 Дж = $6,2415\cdot10^{18}$ эВ

1 Ки = $3,7\cdot10^{10}\ \frac{\text{расп}}{\text{с}}$

1 Бк = $1\ \frac{\text{расп}}{\text{с}}$

1 Рд = 10^6 Бк

$T_{1/2} = \tau \ln 2 = 0,6931\tau$

$E_n = 0,025$ эВ (= kT при $T = 300K$)

Generated by CamScanner from intsig.com

Атомна та ядерна фізика в задачах. Висоцький і т.д

Закони радіоактивного розпаду

A масове число

$$^{238}_{92}U \to {}^{234}_{90}Th + \underbrace{{}^{4}_{2}He}_{\alpha} \qquad | \; A = \underset{p}{Z} + \underset{n}{N}$$

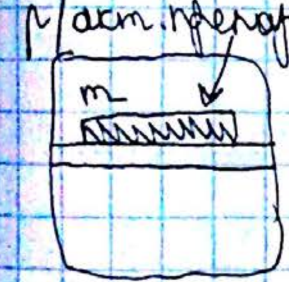
кількість протонів Z

α-радіоактивність

1) A - дуже приблизна маса ядра

Для характеристики процесу розпаду вводять λ-сталу розпаду. λ характеризує швидкість радіоактивного розпаду. (c^{-1})

$\tau = 1/\lambda$ - середній час життя ядра



$t = t_0$, N_0 ядер в початковий момент

$$N_0 = \frac{m}{M_{ядра}}$$

Нехай маємо на початку ядро: N_1 - материнські

$$\underset{материнські}{N_1} \xrightarrow{\lambda} \underset{\substack{дочірні\\(стабільні)}}{N_2}$$ - простий розпад (1)

Записуємо диф. рівняння:

$$\underbrace{dN_1}_{\text{зміна материнських ядер}} = -\lambda N_1 \, dt \Rightarrow N_1(t)$$

бо зменшується

Задаємо початкові умови: $t = t_0$; $N_1 = N_{10}$; $N_2(t_0) = 0$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$\frac{dN_1}{N_1} = -\lambda dt \Rightarrow \int_{N_{10}}^{N_1} \frac{dN_1}{N_1} = -\int_0^t \lambda dt$$

$\boxed{N_1 = N_{10} e^{-\lambda t}}$ закон зміни кількості материнських ядер при простому розпаді

$T_{1/2}$ (T) – період піврозпаду

$$\frac{N_1}{N_{10}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{N_{10} e^{-\lambda T}}{N_{10}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^{-\lambda T} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\lambda T = -\ln 2$$

$$\boxed{T = \frac{\ln 2}{\lambda}; \quad T = \tau \ln 2}$$

(2) $N_1 \xrightarrow{\lambda_1} N_2$, $N_1 \xrightarrow{\lambda_2} N_3$

Диф. рівняння:

$$dN_1 = -(\lambda_1 + \lambda_2) N_1 dt \Rightarrow$$

$$N_1 = N_{10} e^{-\underbrace{(\lambda_1+\lambda_2)}_{\lambda} t}$$

якщо ядро розпадається за декількома каналами, то

$$\lambda = \sum_i \lambda_i$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \ldots$$

Мат. ядра сорту N_1 зі сталою λ_1 розпадаються, утворюючи доч. ядра сорту N_2, які в свою чергу є радіоактивними, зазнають розпаду з λ_2. Знайти $N_2(t)$ при умові $\lambda_1 < \lambda_2$

$t = 0$; $N_1 = N_{10}$; $N_2 = N_{20}$ (частковий випадок $N_{20} = 0$)

Generated by CamScanner from intsig.com

Автоматично знаємо: $N_1(t) = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$

Дифр. рівняння для N_2:

$$dN_2 = \underbrace{-\lambda_2 N_2 dt}_{\text{розпад } N_2} + \underbrace{\lambda_1 N_1 dt}_{\text{притікання з } N_1}$$

$$dN_2 = -\lambda_2 N_2 dt + \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} dt$$

$$N_2' + \lambda_2 N_2 = N_{10} \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}$$

Однорідне: $N_2' + \lambda_2 N_2 = 0 \Rightarrow N_{2\,одн}(t) = N_{20} e^{-\lambda_2 t}$

Підбираємо самі: $N_2(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + C_3(t)$, підставимо в рівняння:

$$-\lambda_1 C_1 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 C_2 e^{-\lambda_2 t} + C_3' + \lambda_2 C_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{-\lambda_2 t} +$$

$$+ \lambda_2 C_3(t) = N_{10} \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}$$

$-\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_1 = N_{10} \lambda_1$ - прирівнюючи при експонентах коефіцієнти

$$C_3' + \lambda_2 C_3 = 0$$

$$C_1 = \frac{N_{10}\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}; \quad C_3 = C_{30} e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_2(0) = \frac{N_{10}\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} + C_2 + C_{30} = N_{20} \Rightarrow C_2 + C_{30} = -\frac{N_{10}\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} + N_{20}$$

$$N_2(t) = \frac{N_{10}\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) + N_{20} e^{-\lambda_2 t}$$

$N_{20} = 0$: $N_2(t) = \frac{N_{10}\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$

Розв'яжемо 2 способом:

Generated by CamScanner from intsig.com

$N_{2одн}(t) = C_1 e^{-\lambda_2 t}$ - однорідне

$N_2' + \lambda_2 N_2 = N_{10} \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}$ (неоднорідне)

Частковий розв'язок:

$N_{2част} = C_2 e^{-\lambda_1 t}$, підставляємо в неоднорідне:

$-\lambda_1 C_2 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{-\lambda_1 t} = N_{10} \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}$

при exp коефіцієнти повинні бути рівними:

$C_2 (\lambda_2 - \lambda_1) = N_{10} \lambda_1$

$C_2 = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$

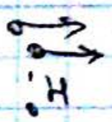
Розв'язок: сума однорідного + часткового:

$N_2 = C_1 e^{-\lambda_2 t} + N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}$

$N_2(0) = N_{20} \Rightarrow C_1$

Д/з $N_1 \xrightarrow[\lambda_1]{} N_2 \xrightarrow[\lambda_2]{}$, $\lambda_1 = \lambda_2$

11.4 Є пучок нейтронів з кінетичною енергією 0,025 еВ



$E_n = 0{,}025$ еВ (kT, $T = 300$ K)

Яка частина нейтронів розпадається на $l = 2$ м.

$\frac{\Delta N}{N}$ - ? ΔN - розпалось, N_0 - початкове

$${}^1_0 n \rightarrow {}^1_1 p + {}^0_{-1}\beta + \tilde{\nu}_e$$

вільний нейтрон

$T_{1/2\,n} = 11,7$ хв

$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$; $N = N_0 \cdot 2^{-t/T}$

$E = \frac{m_n \vartheta^2}{2} \Rightarrow \vartheta = \sqrt{\frac{2E}{m_n}}$; $t = \frac{l}{\vartheta} = l\sqrt{\frac{m_n}{2E}}$ ← згадуй!

$m_n \approx 1$ АОМ $= 1,66 \cdot 10^{-24}$ г

1еВ $= 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж

$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - 2^{-t/T_{1/2}} \Rightarrow$

$\Delta N = N_0 - N = N_0 (1 - 2^{-t/T_{1/2}})$

активність радіоактивного препарату

$A = -\frac{dN}{dt}$; $N_1 = N_{10} e^{-\lambda t}$; $\boxed{A_1(t) = \lambda N_1}$ для власного розпаду

кількість ядер змінюються

$[A] = \frac{\text{розп}}{\text{с}}$ (Бк - беккерель)

1 Кі (кюрі) $= 3,7 \cdot 10^{10}$ Бк

$A_1(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$
визначити λ
Графік $\ln(A) = f(t)$

$N_1 \xrightarrow[\lambda_1]{} N_2 \xrightarrow[\lambda_2]{}$

$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$; $A_2(t) = \lambda_2 N_2(t)$

Generated by CamScanner from intsig.com

11.21а) $\xrightarrow[q]{} {}^{124}Sb \xrightarrow[T_{1/2}]{} {}^{124}Te$; $q = 1\cdot 10^9$ ядер/с $\quad \Big| \; t=0, \; N_{Sb}=0$

q — швидкість утворення

$T_{1/2} = 60$ діб

В який момент часу після початку випромінювання

$A(t_m) = 3{,}7\cdot 10^8$ Бк

t_m - ?

Для Sb $\frac{dN_{Sb}}{dt} = q - \lambda N_{Sb} \Rightarrow N' + \lambda N_{Sb} = q$

$N(t) = \underbrace{C_1(t)}_{=const} + C_2 e^{-\lambda t}$ — підставляємо

$-\lambda C_2 e^{-\lambda t} + \lambda(C_1 + C_2 e^{-\lambda t}) = q \Rightarrow C_1 = q/\lambda$

Знаходимо C_2, використовуючи поч. умови:

$N(t=0) = C_2 + C_1 = 0 \Rightarrow C_2 = -q/\lambda$

Остаточно, $\boxed{N(t) = q/\lambda \, (1 - e^{-\lambda t})}$

$A = q(1 - e^{-\lambda t_m}) \Rightarrow A/q = 1 - e^{-\lambda t_m} \Rightarrow \ln\left(\frac{-A_m + q}{q}\right) = -\lambda t_m$

$t_m = -\frac{\ln(1 - A/q)}{\lambda} = -\frac{\ln\left(1 - \frac{3{,}7\cdot 10^8}{10^9}\right)}{\ln 2} T_{1/2} = \frac{-\ln(1 - 3{,}7\cdot 0{,}1)}{\ln 2} \, 5184000 =$

Відп: $= -\frac{\ln 0{,}63}{\ln 2} \, 5184000 = +\frac{0{,}46}{0{,}6931} \, 5184000 \approx 39{,}81$ діб ≈ 40 діб

11.21б Задача про $\lambda_1 = \lambda_2$.

11.24а При $A \xrightarrow{\lambda_1} B \xrightarrow{\lambda_2} C_{stab}$ маємо диф. рівняння:

$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \Leftrightarrow \frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 - \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} = 0$

Generated by CamScanner from intsig.com

Нехай $N_2 = u \cdot v$, тоді $dN_2 = u dv + v du$, підставляємо в рівняння, маємо:

$$u\frac{dv}{dt} + v\frac{du}{dt} + \lambda_2 u v - \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} = 0 \quad \text{або}$$

$$u\left(\frac{dv}{dt} + \lambda_2 v\right) + v\frac{du}{dt} - \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} = 0$$

інший варіант
$\lambda_1 = \lambda + \delta\lambda$
$\lambda_2 = \lambda - \delta\lambda$
$\delta\lambda << 1$

Обираємо v так, щоб дужка дорівнювала $= 0$:

$$\frac{dv}{dt} + \lambda_2 v = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\lambda_2 v \Rightarrow v = e^{-\lambda_2 t} \Rightarrow$$

$$e^{-\lambda_2 t} \cdot \frac{du}{dt} - \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} = 0 \Rightarrow du = \lambda_1 N_{10} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}\, dt$$

При $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ маємо $du = \lambda N_{10}\, dt \Rightarrow u = \lambda N_{10} t + C$

Отже, $N = \lambda N_{10} t e^{-\lambda t} + Ce^{-\lambda}$. З початкових умов $C = N_{20}$

$$N = \lambda N_{10} t e^{-\lambda t} + N_{20} e^{-\lambda t} = e^{-\lambda t}(\lambda N_{10} t + N_{20}).$$

11.215

^{124}Sb

$q = 10^9 \frac{\text{розп}}{c}$

$T = 60$ діб

^{124}Te, $\tau = 4$ місяці $= 10368000c$

---

m_{Te} — ?

$$\xrightarrow{q} {}^{124}Sb \to {}^{124}Te$$

$$\frac{dN_{Sb}}{dt} = q - \lambda N_{Sb}$$

$$N'_{Sb} + \lambda N_{Sb} = q$$

$$N_{Sb} = C_1 + C_2 e^{-\lambda t}$$

$$-\lambda C_2 e^{-\lambda t} + \lambda C_1 + \lambda C_2 e^{-\lambda t} = q$$

$$C_1 = q/\lambda$$

$$N_{Sb}(0) = 0 = C_1 + C_2 \Rightarrow C_2 = -C_1$$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$N_{86} = C\left(1 - e^{-\lambda t}\right) = \frac{q}{\lambda}\left(1 - \exp(-\lambda t)\right) = \frac{q T_{1/2}}{\ln 2}\left(1 - 2^{-t/T_{1/2}}\right)$$

$$dN_{Te} = \lambda N\, dt = \lambda \frac{q T_{1/2}}{\ln 2}\left(1 - 2^{-t/T_{1/2}}\right) dt$$

$$dN'_{Te} = q\left(1 - e^{-\lambda t}\right) \Rightarrow N_{Te} = \int_0^{\tau} q\left(1 - e^{-\lambda t}\right) dt = q\left(t + \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t}\Big|_0^{\tau}\right) =$$

$$= q\left(\tau + \frac{1}{\lambda}\left(e^{-\lambda \tau} - 1\right)\right) = q\left(\tau + \frac{T_{1/2}}{\ln 2}\left(2^{-\tau/T_{1/2}} - 1\right)\right)$$

$$m(Te) = N_{Te} m_0(Te) = m_0(Te)\, q\left(\tau + \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \cdot 2^{-\tau/T_{1/2}} - \frac{T_{1/2}}{\ln 2}\right) =$$

$$= 124 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{9}\left(120 \cdot 24 \cdot 3600 + \left(\frac{\ln 2}{60 \cdot 24 \cdot 3600}\right)^{-1}\left(2^{-2} - 1\right)\right) = 1\text{мкг}$$

11.249

$T_{1/2\,Mo} = 67\text{г} = 241200\text{с}$

$T_{1/2\,Tc^m} = 6{,}04\text{г} = 21744\text{с}$

$t = 5\text{г} = 18000\text{с}$

$\Delta N / N_0 - ?$

1. $^{99}Mo \xrightarrow{25\%} {}^{99}Tc$
2. $^{99}Mo \xrightarrow{75\%} {}^{99}Tc^m \rightarrow {}^{99}Tc$

Оскільки в момент $t=0$, Tc і Tc^m ще не було, то $N_{20} = 0$ і:

$$N_2 = \frac{3/4\, N_{10} \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1 dt \Rightarrow N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

$$dN_2 = -\lambda_2 N_2 dt + \lambda_1 N_1 \cdot 0{,}75 \cdot dt$$

Однорідне: $dN_2 = -\lambda_2 N_2 dt$; $N_2 = C e^{-\lambda_2 t}$ $\Rightarrow$

$$N_2 = \frac{\lambda_1 \eta N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$dN_3 = \lambda_2 N_2 dt \Rightarrow -\frac{\lambda_1 \lambda_2 N_0 \eta}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(-\frac{e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1} + \frac{e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2}\right) = N_3 -$$ кількість [illegible] [illegible] у [illegible]

$^{99}Tc^m$ - ізобар

m - „metastable"

75% - збуджений

25% - ^{99}Tc

Generated by CamScanner from intsig.com

Канал: $^{99}Mo \to {}^{99}Tc$

$dN_3^{(2)}(Tc) = (1-\eta)\lambda_1 N_1 \, dt$, підставляємо N_1:

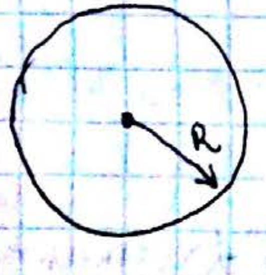
$$N_3^{(2)} = (1-\eta)\lambda_1 N_0 \frac{e^{-\lambda_1 t}}{-\lambda_1} + C = (1-\eta) N_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

Результат: $N_{3\Sigma} = N_3^{(2)} + N_3^{(1)}$

$$N_3^{(1)} = \underbrace{\frac{\lambda_1 \lambda_2 N_0 \eta}{\lambda_2 - \lambda_1}}_{C^*} \int_0^t (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})\, dt = C^* \left[-\frac{e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_1} + \frac{e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_2} \right]$$

Структура ядра. Енергія зв'язку

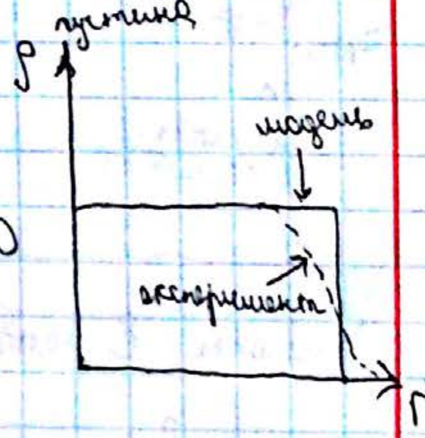
Ядро складається з Z - кількість p,



N - кількість $^1_0 n$

$A = Z + N$ - масове число

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ - груба модель



У цій моделі: $R = R_0 \cdot A^{1/3}$ (фм), де

R_0 - визначається експериментально

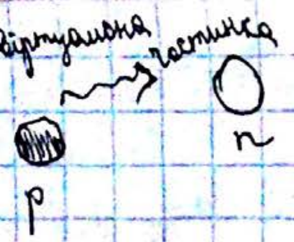
$R_0 = 1,2 \div 1,5$ фм

Розсіювання швидких електронів ядрами - дає реальний розподіл. Він показав: $\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R}{\delta R}\right)}$ - розподіл Фермі-Дірака

$\delta R = 0,55$ фм - емпірично. З цього експерименту:

$R_0 = 1,22$ фм

Generated by CamScanner from intsig.com



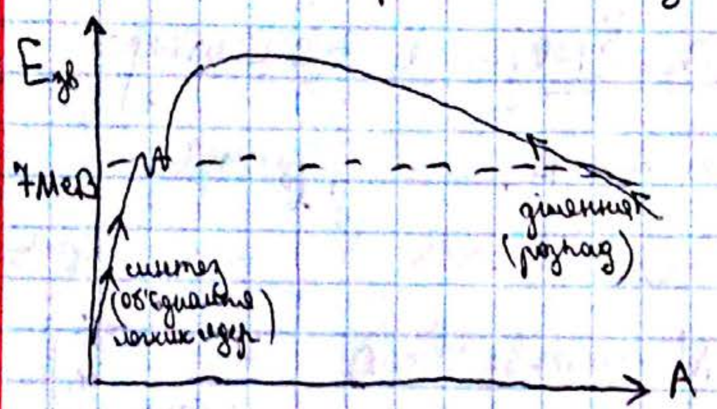
$\Delta E \, \Delta t \sim \hbar$

Енергія зв'язку - міцність нуклонів у ядрі:

$$E_{зв}(Z,A) = (\underbrace{Z m_p + N m_n}_{\text{сумарна маса нуклонів}} - m_{яд})c^2$$

Дефект маси ядра: $-\Delta = A - m_{яд}$ (а.о.м. або МеВ)

$$E_{зв}(Z,A) = (Z\Delta_p + N\Delta_n - \Delta_{яд}) \; [МеВ]$$



$\varepsilon_{зв. питома} = E_{зв}/A$

10.11 Знайти Е необхідну для розділення ^{16}O на α частинку і ізотоп вуглецю 12-20

$^{16}_{8}O \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}\alpha$

$E_{зв}(^{16}O) = 127,6$ МеВ

$E_{зв}(^{12}C) = 92,16$ МеВ

$E_{зв}(^{4}\alpha) = 28,3$ МеВ

Q-?

$\underbrace{X + \overset{\text{бомбардуючі частинки}}{a}}_{\text{материнські}} \longrightarrow \underbrace{Y + b}_{\text{дочірні}}$

Знайти $Q(m_{яд})$, $Q(E_{зв})$, $Q(\Delta)$

За означенням: $Q = \underbrace{\sum_i m_i}_{мат.} - \underbrace{\sum_f m_f}_{дочірні}$ [М

Якщо $Q > 0 \longrightarrow$
$Q < 0 \;\; \overset{+Q}{\longleftarrow} \longrightarrow$ } хід реакції:

Generated by CamScanner from intsig.com

33 Е для реакції (1) $\underbrace{m_x c^2 + m_a c^2}_{спокою} + \underbrace{E_x + E_a}_{кінетична} = m_y c^2 + m_b c^2 + E_y + E_b$

Якщо всі ядра в стані спокою $Q = (m_x + m_a - m_y - m_b)c^2$

Q через енергії зв'язку:

$Q = m_O - m_C - m_\alpha$

$m_{яд} = Zm_p + Nm_n - \frac{E_{зв}}{c}$

$Q = 8m_p + 8m_n - E_{зв}(^{16}O) - (6m_p + 6m_n - E_{зв}(^{12}C)) -$

$-(2m_p + 2m_n - E_{зв}(^{4}\alpha)) = E_{зв}(^{4}\alpha) + E_{зв}(^{12}C) - E_{зв}(^{16}O)$

Результат: $Q = \sum_f \underbrace{E_{зв_f}}_{дочірні} - \sum_i \underbrace{E_{зв_i}}_{мат.}$

Отже, $Q = -7{,}14$ МеВ

Визначити, Q через Δ: ← 1 Д/з

Енергія кулонівського притягування $U_{кул}$ - ? Задача 10.13

Z рівномірно розподілено в сфері радіуса R.

$U_{кул} = 3/5 \cdot \frac{(Ze)^2}{R}$ СГСЕ | $1e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ од.

$\rho(r) = \rho_0 = const$

Шукаємо напруженість поля:

$E\, 4\pi r^2 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho\, 4\pi \Rightarrow E = \frac{\rho}{3} r\, 4\pi$, $W = \frac{1}{8\pi} E^2$ $(r < R)$

$E\, 4\pi r^2 = 4\pi Ze \to E = \frac{Ze}{r^2}$ $(r > R)$

$W = \int_V w\, dV = [\text{інтегрування кутової частини дає } 4\pi] = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{\rho}{3} 4\pi\right)^2 \int_0^R r^2\, 4\pi r^2\, dr +$

$$+\frac{1}{8\pi}\int_R^{\infty}\frac{(Ze)^2}{r^4}\,4\pi r^2\,dr =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{Ze}{R^3}\right)^2\cdot\frac{R^5}{5} + \frac{1}{2}\frac{(Ze)^2}{(+R)} = \frac{3}{5}\cdot\frac{(Ze)^2}{R}$$

Д/з

10.15 Вважаючи, що $\Delta E_{зв}$ дзеркальних ядер ${}^{23}Na$, ${}^{23}Mg$.

10.17 $\Delta E_{зв} \longrightarrow \Delta E_{кул}$, визначити R

${}^{23}_{11}Na \downarrow$ 11 p, 12 n

${}^{23}_{12}Mg \downarrow$ 12 p, 11 n

дзеркальні

Формула Бете-Вейцзеккера для енергії зв'яз...

$$E_{зв} = \underset{\text{коеф. [Енер]}}{\varepsilon_1 A} - \varepsilon_2\frac{Z^2}{A^{1/3}} - \varepsilon_3 A^{2/3} - \varepsilon_4\frac{(A/2 - Z)^2}{A} + \varepsilon_5\cdot\frac{\delta}{A^{3/4}}$$

$\varepsilon_1 A$: $(R \sim A^{1/3})$ - об'ємна енергія

рідка краплина

$\varepsilon_3 A^{2/3}$: поверхнева енергія

$\varepsilon_2 \frac{Z^2}{A^{1/3}}$: кулонівська взаємодія

$-\varepsilon_4\frac{(A/2 - Z)^2}{A}$: симетрічний доданок

$\varepsilon_5 \cdot \frac{\delta}{A^{3/4}}$ - енергія попарного спарювання

$\xrightarrow{1}$ $Q = E_{зв}({}^4\alpha) + E_{зв}({}^{12}C) - E_{зв}({}^{16}O) = 2\Delta_p + 2\Delta_n - \Delta_{яд}({}^4\alpha) + 6\Delta_p + 6\Delta_n +$
$+(-\Delta_{яд}({}^{12}C)) - 8\Delta_p - 8\Delta_n + \Delta_{яд}({}^{16}O) = \Delta_{яд}({}^{16}O) - \Delta_{яд}({}^4\alpha) - \Delta_{яд}({}^{12}C)$

Generated by CamScanner from intsig.com

$E_{зв}(^{23}Na) - E_{зв}(^{23}Mg) = U_{кул}(^{23}Na) - U_{кул}(^{23}Mg)$

$$\frac{3}{5}\frac{(ze)^2}{R}\Big|_{Na} - \frac{3}{5}\frac{(ze)^2}{R}\Big|_{Mg} = \frac{3}{5}\frac{e^2}{R}(121-144) \Rightarrow$$

$$\Delta E_{зв} = 11m_p + 12m_n - m_{ядNa} - 12m_p - 11m_n + m_{ядMg} = m_n - m_p + m_{ядMg} - m_{ядNa} =$$

$$= \underbrace{11\Delta_p + 12\Delta_n - \Delta_{ядNa}}_{181,72 МеВ} \underbrace{- 12\Delta_p - 11\Delta_n + \Delta_{ядMg}}_{186.5 МеВ} = -4,84 \text{ МеВ}$$

$$4,84 = \frac{3}{5}\cdot\frac{e^2}{R}\cdot 23 \Rightarrow R^{-1} = \frac{4,84\cdot 5}{23\cdot 3e^2}$$

$$R = \frac{23\cdot 3e^{2}\text{ - СГСЕ}}{4,84\cdot 5\cdot 10^6\, e\cdot 10^7} = \frac{23\cdot 3\,(4,8\cdot 10^{-10})^2}{4,84\cdot 5\cdot 10^6\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10^7} = 4,1 \text{ фемтометрів.}$$

Відповідь: $R = 4,1$ фм

Определить с помощью полуэмпирической формулы заряд ядра, имеющего наименьшую массу среди ядер с одинаковыми нечетными значениями массового числа A. Сказать характер активности β-активных ядер: ^{103}Ag, ^{127}Sn, ^{141}Cs. **10.17**

$$E = 14,0A - 13,0A^{2/3} - 0,584\frac{z^2}{A^{1/3}} - 19,3\frac{(A-2z)^2}{A} + \frac{33,5}{A^{3/4}}\delta \quad \begin{cases} +1, & A, z - \text{парні} \\ 0, & A - \text{непарне}, z \\ -1, & A - \text{парне}, z - \text{непарне} \end{cases}$$

Оскільки A-непарне, то: $E = 14A - 13A^{2/3} - 0,584\frac{z^2}{A^{1/3}} - 19,3\frac{(A-2z)^2}{A}$

$$\frac{dE}{dz} = -2\cdot 0,584\frac{z}{A^{1/3}} + 19,3\cdot 2\cdot 2(A-2z)\frac{1}{A} = -1,168\frac{z}{A^{1/3}} + 77,2 - 154,4\cdot\frac{z}{A} = 0$$

$$-1,168\,zA^{2/3} + 77,2A - 154,4z = 0$$

$$z(1,168A^{2/3} + 154,4) = 77,2A \Rightarrow z_{opt} = \frac{A}{0,015A^{2/3} + 2}$$

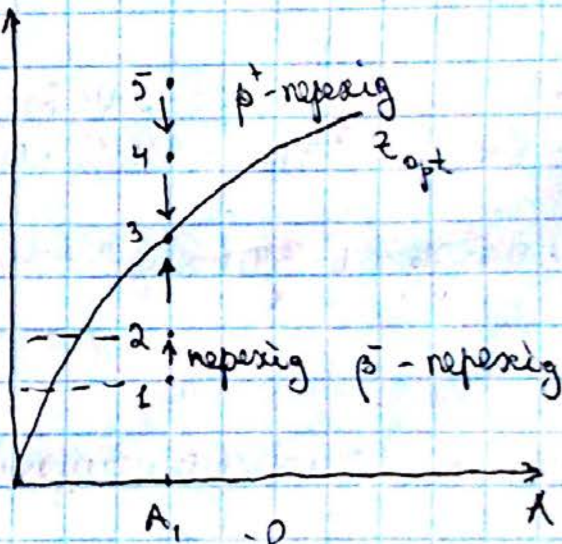
Generated by CamScanner from intsig.com

Відповідно: $^{103}Ag \to z_m = 44{,}9$ (47) — позитронна
$^{127}Sn \to z_m = 54{,}1$ (50) — електронна
$^{141}Cs \to z_m = 59{,}5$ (55) — електронна
з даних ядер

Доріжка стабільності

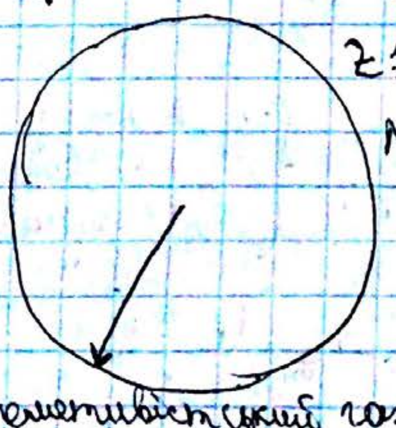
$A = const$; $\left(\frac{dE_{зв}}{dZ}\right) = 0 \Rightarrow$ формула доріжки стабільності

$$Z_{opt} = \frac{A}{2 + 0{,}015A^{2/3}}$$



Модель фермі-газу нуклонів

Ядро є сферою радіуса R, в межах якої Z p-ів і N n-ів незалежно рухаються, утворюючи взаємонезалежні вироджені Фермі-гази



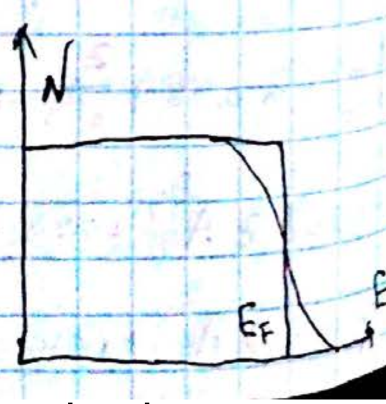
$\langle E \rangle_n = 20$ МеВ

$\ll$

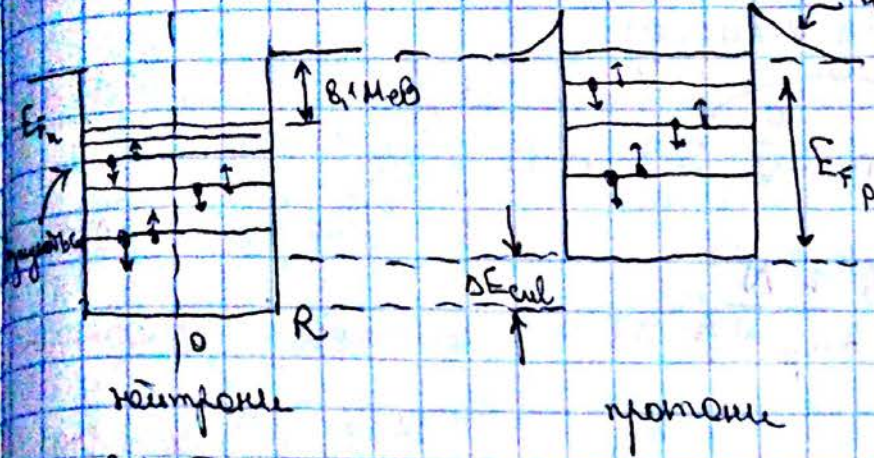
$m_n c^2 \approx 939$ МеВ

нерелятивістський газ

Виродженість означає, що кількість частинок підпорядковується розподілу Фермі (приблизно $T = 0$ K)



Для нуклонів у ядрі є тривимірна потенціальна яма:

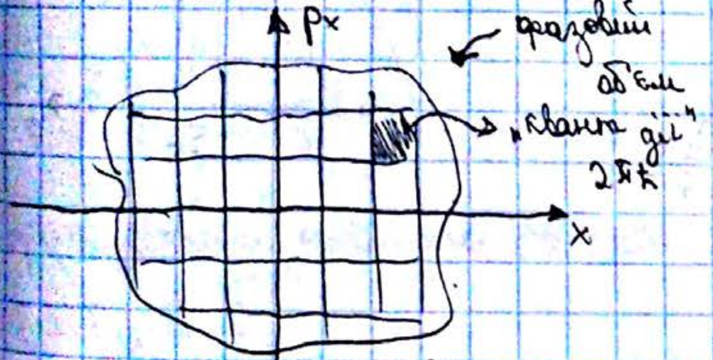


Усі рівні будуть заняті, до деякої енергії E_{F_n}] нейтрони
8,1 МеВ – середня енергія зв'язку нейтронів у ядрі.]

Задача

Знайти енергію Фермі для n і p, $\langle E \rangle_{n,p}$ -?, повну кінетичну енергію $E(Z,N)$. Доказати, що при $Z = N_{=1/2}$ $E(Z,N)$ має мінімум.

Знайти залежність $E(Z,N)$ від $\varepsilon = \frac{Z-N}{A} << 1$ $\left(E_{сим} = \frac{\alpha_{сим}(Z-N)^2}{A}\right)$



У тривимірному випадку:
$(2\pi\hbar)^3$ – елементарна комірка

Одновимірний випадок

фазовий об'єм   ССК

Нейтрони: загальна кількість $N = \frac{\int d^3p \int d^3x}{(2\pi\hbar)^3}\, 2$

бо 2 ферміони з антипаралельними спінами

спін   аналогічно об'єму

$$N = \frac{2V}{8\pi^3\hbar^3}\cdot\frac{4\pi p_F^3}{3} = \frac{p_F^3 V}{3\pi^2\hbar^3}$$

$$\iiint d^3p = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\Theta\, d\Theta \int_0^{p_F} p^2\, dp = 4\pi\frac{p_F^3}{3}$$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m_n} = \frac{1}{2m_n}\left(3\pi^2\hbar^3 N\right)^{2/3}\frac{1}{V^{2/3}} = [3\pi^2 \approx \pi^3] = \frac{\pi^2\hbar^2 N^{2/3}}{2m_n V^{2/3}} = E_F$$

У нерелятивістському випадку:

$$E_{F_n} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_n} n_n^{2/3}, \quad n = \frac{N}{V} \simeq 32\ \text{МеВ}$$

Аналогічно: $$E_{F_p} = \frac{\pi^2\hbar^2 Z^{2/3}}{2m_p V^{2/3}}$$

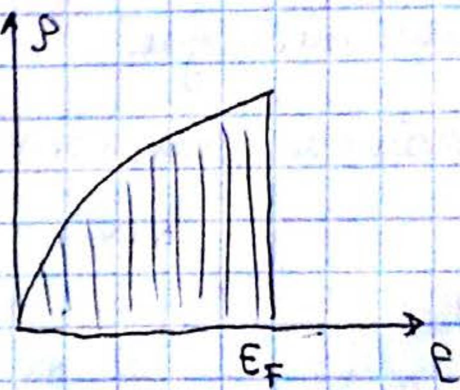
Середня енергія:

$$\langle E\rangle = \frac{\int E\rho(E)\,dE}{\int \rho(E)\,dE}$$ – квантово-механічне середнє

$$N = \frac{V\int_0^{p_F} p^2\,dp}{\pi^2\hbar^3}$$ Переходимо до енергії: $p = \sqrt{2m_n E}$, $dp = \sqrt{2m_n}\,\frac{dE}{2\sqrt{E}}$

$$N = \frac{V\int_0^{E_F} 2m_n E\,\frac{dE}{\sqrt{E}}}{\pi^2\hbar^3} = \frac{V m_n^{3/2}\sqrt{2}}{\pi^2\hbar^3}\int_0^{E_F}\sqrt{E}\,dE$$

$$\boxed{\rho(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{V m_n^{3/2}\sqrt{2}}{\pi^2\hbar^3}\sqrt{E}}$$



$$\langle E\rangle_n = \frac{\int_0^{E_F} E\sqrt{E}\,dE}{\int_0^{E_F}\sqrt{E}\,dE} = \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}E_F^{5/2}}{\frac{2}{3}E_F^{3/2}} = \frac{3}{5}E_F$$

Підставимо E_F:

$$\langle E\rangle_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_n}\cdot\frac{3}{5}n_n^{2/3} = [\pi^2 \approx 10] = \frac{3\hbar^2}{m_n}n_n^{2/3}$$ – середня кінетична енергія, що припадає на нуклон

$$E(N,Z) = \langle E\rangle_n N + \langle E_p\rangle Z$$ – сумарна кінетична енергія нуклонів

$$E(N,Z) = \frac{3\hbar^2\left(N^{5/3} + Z^{5/3}\right)}{m_0 V^{2/3}}$$, за умови $m_0 = m_n \approx m_p$

$$E(N,Z)=\frac{3\hbar^2}{m_n V^{2/3}}\left((A-Z)^{5/3}+Z^{5/3}\right),\ \text{де } N=A-Z$$

$$\frac{dE(Z,A)}{dZ}=\frac{3\hbar^2}{m_n V^{2/3}}\left(-\frac{5}{3}(A-Z)^{2/3}+\frac{5}{3}Z^{2/3}\right)=0$$

$$Z=A-Z \Rightarrow Z=\frac{A}{2}=N$$

Знаходимо залежність $E(N,Z)$ від ε:

З формули $\begin{cases}\varepsilon=\frac{Z-N}{A}\ll 1\\ Z+N=A\end{cases}$ виражаємо Z, N / ε - параметр

$$Z=\varepsilon A+N=\varepsilon A+A-Z \Rightarrow Z=\frac{\varepsilon+1}{2}A;\ N=\frac{1-\varepsilon}{2}A$$

Підставляємо Z, N в $E(N,Z)$:

$$E=\frac{3\hbar^2}{m_n V^{2/3}}\frac{A^{5/3}}{2^{5/3}}\left((1-\varepsilon)^{5/3}+(1+\varepsilon)^{5/3}\right)=\left[\begin{matrix}\text{розкладаємо в Тейлора}\\ \text{до квадратичного доданку}\end{matrix}\right]\Rightarrow$$

$$(1-\varepsilon)^{5/3}\approx 1-5/3\,\varepsilon+5/9\,\varepsilon^2+o(\varepsilon^3)$$

$$E=\frac{3\hbar^2 A^{5/3}}{2^{5/3}m_n V^{2/3}}\left(2+\frac{10}{9}\varepsilon^2\right)=\left[V=4/3\,\pi \underbrace{R_0^3 A}_{=R}\right]=\frac{3\hbar^2 A\left(1+5/9\,\varepsilon^2\right)\cdot 2}{2^{5/3}m_n\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{2/3}R_0^2}$$

Приводячи до формули В - В, маємо:

$$E=\underset{\sim A}{E_\delta}+\underset{\sim A\varepsilon^2}{E_{\text{сим}}}$$

$$E_{\text{сим}}=\overbrace{\frac{5}{9}\cdot\frac{3\hbar^2 A}{2^{2/3}m_n\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{2/3}R_0^2}}^{\alpha\ \text{симетрії}}\cdot\frac{(Z-N)^2}{A^2}$$

порівняти $\alpha_{\text{сим}}\rightarrow\varepsilon_4$ Д/З

У формулі В - В: $\varepsilon_4=94{,}8$ МеВ

$$\frac{6\hbar^2 A\,5/9\,\varepsilon^2}{2^{5/3}m_n\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{2/3}R_0^2}=\frac{10\hbar^2\varepsilon^2 A}{2^{5/3}3m_n\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{2/3}R_0^2}=\frac{5\hbar^2\varepsilon^2 A}{2^{2/3}3m_n\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{2/3}R_0^2}=\frac{5\hbar^2\varepsilon^2 A}{2^{5/3}3^{1/3}(4\pi)^{2/3}m_n R_0^2}=$$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$= \frac{5\hbar^2}{8\cdot 3^{1/3}\pi^{2/3} m_n R_0^2}\, A\left(\frac{Z-N}{A}\right)^2 = \frac{5\hbar^2}{8\cdot 3^{1/3}\pi^{2/3} m_n R_0^2}\,\frac{(2Z-A)^2}{A} =$$

$$= \overbrace{\left(\frac{5\hbar^2}{2\cdot 3^{1/3}\pi^{2/3} m_n R_0^2}\right)}^{=\alpha}\cdot\frac{(A/2-Z)^2}{A}$$

$$\alpha = \frac{2{,}5}{3^{1/3}\pi^{2/3} m_n}\left(\frac{\hbar}{R_0}\right)^2 = \frac{2{,}5}{3^{1/3}\pi^{2/3}\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\,\text{кг}}\left(\frac{1{,}054\cdot 10^{-34}\,\text{Дж}\cdot\text{с}}{1{,}22\cdot 10^{-15}\,\text{м}}\right)^2 =$$

$$= 0{,}484\cdot 10^{27}\,\text{кг}^{-1}\cdot 0{,}747\cdot 10^{-38}\left(\frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\text{м}}\right)^2 = 0{,}362\cdot 10^{-11}\,\text{Дж}.$$

Дж $\to$ MeV: $0{,}362\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}242\cdot 10^{18} = 2{,}257\cdot 10^{7} = 22{,}6$ MeV.

α-розпад важких ядер

$${}^{A}_{Z}X \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + \underbrace{{}^{4}_{2}He}_{\alpha\text{-частинка}}$$ / говоримо про спонтанний розпад

Характерний для ядер з $Z>82$, рідко для $A=140\div160$

$$Q = E_{зв\,y} + E_{зв\,\alpha} - E_{зв\,x} > 0$$

$$Q = E_{кін\,\alpha} + E_{кін\,y}$$

Якщо ядро важке, то $E_{кін\,y} \ll E_{кін\,\alpha}$

$E_{кін\,\alpha}$ – визначається експериментально: (камера Вільсона)

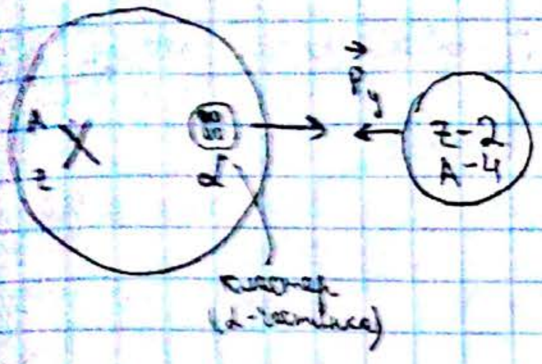
} треки – по довжині треку визначають $E_{кін\,\alpha}$

Характеристика α-розпаду:

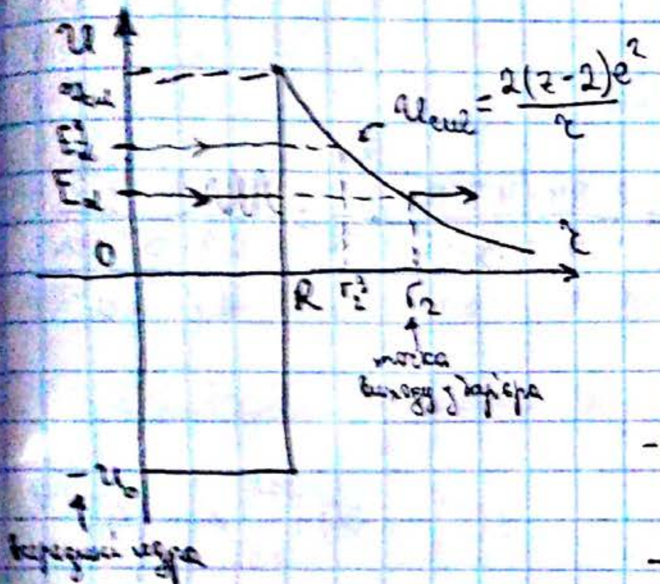
- лінійчатий спектр α-частинок ($E_{кін\,\alpha}$ – дискретна)

Generated by CamScanner from intsig.com

Модель α-розпаду (Гамова)



$\overset{\alpha}{O} \xrightarrow{p_y} $ – ядро розпадається



$$U_{кул} = \frac{\overset{2e}{q_1}\,\overset{(z-2)e}{q_2}}{r} = \frac{2(z-2)e^2}{r}$$

E_α - додатня

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_{r_1=R}^{r_2}\sqrt{2m(U(r)-E_\alpha)}\,dr\right)$$

- імовірність тунелювання через бар'єр

$T_\alpha \sim 4\cdot 10^9$ років ($z=92$ для Урану)

Довгопробіжні α-частинки: частинка,із збільшеною енергією: E_α^{δ} - її енергія, часто > 9 МеВ.

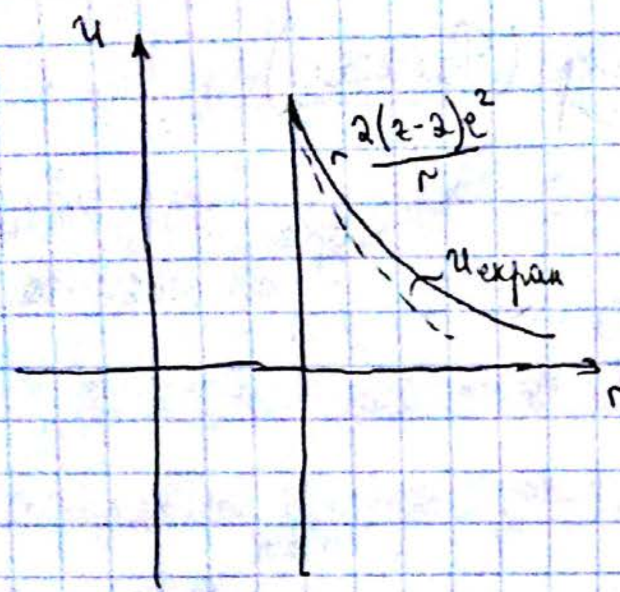
Оцінити ширину кулонівського бар'єра для α-частинок з енергією 5,5 МеВ, які випромінюють ядра Радона з $z=86$. Як зміниться ширина бар'єра за наявності екранування зовнішніми електронами. Задача

$\Delta = r_2 - R$

$^{222}_{86}Rn \to {}^{4}_{2}\alpha + {}^{218}_{84}Po$

Generated by CamScanner from intsig.com

МеВ → ерг : МеВ $\cdot 1{,}6\cdot 10^{-12}$ = ерг



$$\boxed{U_{екран} = \frac{2(Z-2)e^2}{r}\exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)}$$

r_0 - дебаївський радіус екранування

$R = R_0 A^{1/3} = 1{,}22$ фм $A^{1/3} = 7{,}34$ фм

$$E_\alpha = \frac{2(z-2)e^2}{r_2} \Rightarrow r_2 = \frac{2(z-2)e^2}{E_\alpha(\text{ерг})} = \frac{2\cdot 84\cdot(4{,}8\cdot 10^{-10})^2}{5{,}5\ \text{МеВ}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-12}} = \frac{168\cdot 4{,}8^2\cdot 10^{-20}}{8{,}8\cdot 10^{-6}\ \text{ерг}} =$$

$= 44$ фм

$\Delta = r_2 - R = 44 - 7{,}34 = 36{,}66$ фм

Враховуємо екранування:

$\Delta' = r_2' - R$ | r_0 залежить від моделі

$$E_\alpha = \frac{2(z-2)e^2}{r_2'} e^{-r/r_0}$$

модель електронного Фермі-газу $\boxed{r_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon(0) E_F}{3\pi n_0 e^2}}}$ енергія Фермі; n_0 - концентрація електронів газу

$\boxed{E_F = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e} n_0^{4/3}}$, $\varepsilon(0)$ - статична діелектрична проникність

Ми обираємо $E_F \approx 3{,}75$ еВ; $n \approx 10^{22}$ см$^{-3}$; $\varepsilon(0) \approx 2 \div 3$ →

$r_0 \approx 7{,}4\cdot 10^{-9}$ см

Виконується умова $r_0 > r_2'$, тому розкладаємо exp в ряд

$$E_\alpha = \frac{2(z-2)e^2}{r_2'}\left(1 - \frac{r_2'}{r_0}\right) \Rightarrow E_\alpha r_2' = 2(z-2)e^2\left(1 - \frac{r_2'}{r_0}\right)$$

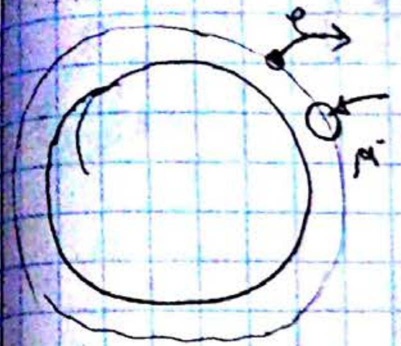
Generated by CamScanner from intsig.com

$$E_\alpha = \frac{2(Z-2)e^2}{1}\left(\frac{1}{r_2'} - \frac{1}{r_0}\right) \Rightarrow \frac{1}{r_2'} = \frac{E_\alpha}{2(Z-2)e^2} + \frac{1}{r_0} \ldots \Rightarrow r_2' = \frac{2r_0(Z-2)e^2}{E_\alpha r_0 + 2(Z-2)e^2} \leftarrow \delta r_2$$

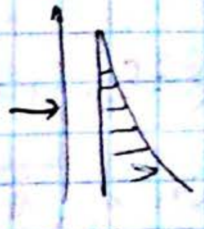
підставити δr_2

$$\frac{r_0}{\frac{E_\alpha r_0}{2(Z-2)e^2}+1} = \frac{1}{\underbrace{\frac{E_\alpha}{2(Z-2)e^2}}_{r_2} + \frac{1}{r_0}} = \frac{1}{1/r_2 + 1/r_0} = \frac{1}{1/44 + 1/24000}\,(\text{фм}) = \frac{1}{0{,}02274}\,(\text{фм}) = 43{,}973 \text{ фм}$$

Мезоатоми: заряд електрона, $m_{\mu^-} = 207 m_e$



$$r_Б(\mu^-) = \frac{a_0}{200}$$

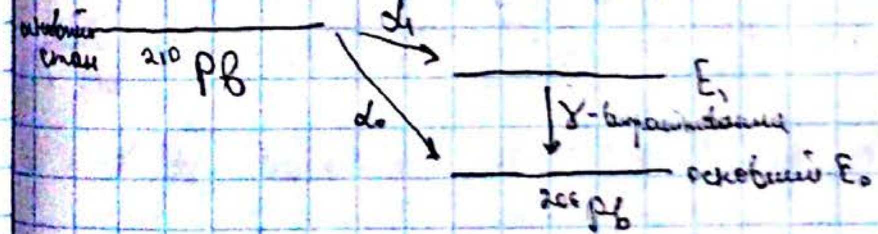


тобто μ^- практично рухатиметься по поверхні ядра

Ізотоп ^{210}Po, супроводжується випусканням $E_{\alpha_0} = 5{,}3$ МеВ; <u>Задача 11.27</u>

$E_{\alpha_1} = 4{,}3$ МеВ. Знайти Q_α - ?; E_γ - ?

$$^{210}_{84}Po \to ^{206}_{82}Pb + ^{4}_{2}He$$



$$E^\gamma = E_1 - E_0$$

<u>Основна група</u>:

ЗЗЕ: $M_{Po}c^2 = M_{Pb}c^2 + M_\alpha c^2 + E_{кін\,Pb} + E_{кін\,\alpha} \Rightarrow Q = E_{Pb} + E_\alpha$

ЗЗІ: $M_{Pb} v_{Pb} = M_\alpha v_\alpha \Rightarrow v_{Pb} = M_\alpha v_\alpha / M_{Pb}$

$$Q = E_\alpha\Big(1 + \underbrace{\frac{M_\alpha}{M_{Pb}}}_{\approx \frac{4}{206}}\Big) \approx E_\alpha \quad // \quad Q = E_\alpha\left(1+\frac{E_{Pb}}{E_\alpha}\right) = E_\alpha\left(1 + \frac{2M_{Pb}v_{Pb}^2}{2M_\alpha v_\alpha^2}\right) = E_\alpha\left(1+\frac{M_{Pb}M_\alpha^2 v_\alpha^2}{M_{Pb}^2 M_\alpha v_\alpha^2}\right)$$

Generated by CamScanner from intsig.com

Інша група:

ЗЗЕ: $M_{Po}c^2 = M_{Pb}c^2 + M_\alpha c^2 + E_{\alpha_1} + E_{Pb} + \underbrace{E^*}_{\text{енергія збудження дочірнього ядра}}$

$Q = E_{\alpha_1} + E_{Pb} + E^*$

$Q = E_{\alpha_1}\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Pb}}\right) + E^* \Rightarrow E^* = Q - E_{\alpha_1}\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Pb}}\right)$, підставляємо Q

$E^* = \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Pb}}\right)(E_{\alpha_0} - E_{\alpha_1})$

Випромінювання γ-кванту

Дочірнє ядро в збудженому стані. Частина енергії на γ-квант

Д/З ЗЗЕ: $E^* = E_{Pb} + h\nu$ / Знайти $h\nu$

ЗЗІ: $M_{Pb}v = \frac{h\nu}{c}$

11.29 $^{212}Po \to {}^{208}Pb + \alpha$

Чотири групи частинок під час розпаду:

$E_{\alpha_0} = 8{,}78$ МеВ

$E_{\alpha_1} = 9{,}492$ МеВ

$E_{\alpha_2} = 10{,}422$ МеВ

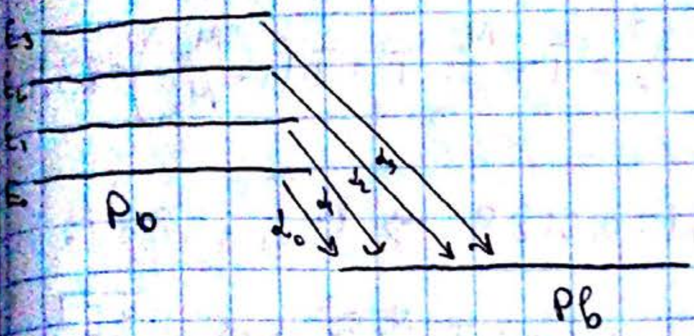
$E_{\alpha_3} = 10{,}543$ МеВ

Розрахувати і побудувати схему рівнів мат. ядра

Обираємо $E_0 = 0$ (адже ми самі обираємо відлік)

Generated by CamScanner from intsig.com

$E^*_i = E_1; E_2; E_3$



$E^*_i + Q = E_{\alpha i} + E_{Pb i}$

ЗЗІ: $M_{Pb} V_i = m_\alpha v_i \Rightarrow V_i = \frac{m_\alpha}{m_{Pb}} v_i$

$Q + E_i = \frac{M_{Pb}}{2} \cdot \frac{m_\alpha^2}{M_{Pb}^2} v_i^2 + E_{\alpha i}$

підставимо $v_i^2 = \frac{2}{m} E_{\alpha i}$

Д/з 11.25 11.28

$E_{\alpha i}\left(1 + \frac{m_\alpha}{M_{Pb}}\right) = Q + E_i$, де Q визначається:

$Q = E_{\alpha 0}\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Pb}}\right) \Rightarrow E_i = \left(1 + \frac{m_\alpha}{M_{Pb}}\right)\left(E_{\alpha i} - E_{\alpha 0}\right)$

γ Д/з

β-розпад рел. енерг. [illegible]

ЗЗЕ: $E^*_{мас} = E_{кін Pb} + h\nu$

ЗЗІ: $M_{Pb} v_{Pb} = h\nu / c \Rightarrow v_{Pb} = \frac{h\nu}{c M_{Pb}}$

$\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Pb}}\right)\left(\underbrace{E_{\alpha_0} - E_{\alpha_1}}_{\Delta E}\right) = E_{Pb} + h\nu = \frac{M_{Pb} v_{Pb}^2}{2} + h\nu$

$\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Pb}}\right)\Delta E = h\nu + \frac{M_{Pb} h^2 \nu^2}{2c^2 M_{Pb}^2} \Rightarrow \Delta E\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Pb}}\right) = h\nu + \frac{1}{2c^2 M_{Pb}}(h\nu)^2$ // $h\nu = x$

$\frac{1}{2c^2 M_{Pb}} x^2 + x - \Delta E\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Pb}}\right) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2c^2 M_{Pb} x - 2c^2 \Delta E (M_{Pb} + M_\alpha) = 0$

$D = 4c^4 M_{Pb}^2 + 8c^2 \Delta E (M_{Pb} + M_\alpha) = 4c^2\left(c^2 M_{Pb}^2 + 2\Delta E (M_{Pb} + M_\alpha)\right)$

$h\nu = \frac{-2c^2 M_{Pb} \pm 2c\sqrt{c^2 M_{Pb}^2 + (M_\alpha + M_{Pb})2\Delta E}}{2} = c\left(-cM_{Pb} \pm \sqrt{c^2 M_{Pb}^2 + 2\Delta E (M_{Pb} + M_\alpha)}\right)$

"+": $h\nu = c\left(-cM_{Pb} + cM_{Pb}\sqrt{1 + \frac{2\Delta E (M_{Pb} + M_\alpha)}{c^2 M_{Pb}^2}}\right) = M_{Pb} c^2 \left(\sqrt{1 + \frac{2\Delta E (M_{Pb} + M_\alpha)}{c^2 M_{Pb}^2}} - 1\right)$

$^{213}Po \rightarrow {}^{209}Po + \alpha$ 11.25

ЗЗЕ: $M_{Po} c^2 = M'_{Po} c^2 + M_\alpha + E'_{кін Po} + E''^{T}_{кін \alpha}$ / $Q = E'_{кін Po} + T$

$T_\alpha = 8{,}34$ МеВ

Generated by CamScanner from intsig.com

$$ЗЗІ: M'_{Po} v'_{Po} = M_\alpha v_\alpha \Rightarrow v'_{Po} = \frac{M_\alpha v_\alpha}{M'_{Po}}$$

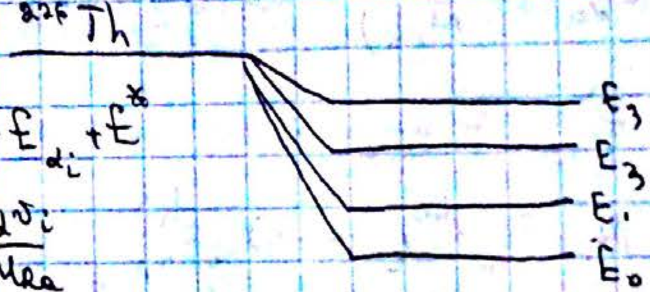
$$Q = \frac{M'_{Po} M_\alpha^2 v_\alpha^2}{2 M'^2_{Po}} + T = T + \frac{M_\alpha^2}{2M'_{Po}} v_\alpha^2 = T + \frac{M_\alpha}{M'_{Po}} T = T\left(1 + \frac{M_\alpha}{M'_{Po}}\right) = 8{,}5 МеВ$$

$$1 - \frac{T}{Q} = \frac{Q-T}{Q} = 1 - \frac{8{,}34}{8{,}5} = 1 - 0{,}981 = 0{,}0188 \Rightarrow 1 - \frac{T}{Q} = 1{,}88\%$$

Швидкість віддачі дочірнього ядра: $T = \frac{M_\alpha v_\alpha^2}{2} \Rightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{2T}{M_\alpha}}$

$$v'_{Po} = \frac{M_\alpha}{M'_{Po}} \sqrt{\frac{2T}{M_\alpha}} = \frac{4}{209} \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}34 МеВ \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-13} Дж}{6{,}64 \cdot 10^{-27} кг}} = 0{,}0191 \sqrt{4{,}019 \cdot 10^{14}} = 3{,}82 \cdot 10^{5} м/с$$

11.28 $^{226}Th \to {}^{222}Ra + \alpha$



$$ЗЗЕ: M_{Th} c^2 = M_{Ra} c^2 + M_\alpha c^2 + E_{Ra_i} + E_{\alpha_i} + E^*$$

$$ЗЗІ: M_{Ra} V_i = M_\alpha v_i \Rightarrow V_i = \frac{M_\alpha v_i}{M_{Ra}}$$

$$Q = E_{Ra_i} + E_{\alpha_i} + E^*$$

$$Q = \frac{M_{Ra}}{2} \cdot \frac{M_\alpha^2 v_i^2}{M_{Ra}^2} + E_{\alpha i} + E^* = \left[v_i^2 = \frac{2E_{\alpha i}}{M_{\alpha i}}\right] = \frac{M_{\alpha i}^2}{2M_{Ra}} \cdot \frac{2E_{\alpha i}}{M_{\alpha i}} + E_{\alpha i} + E^* =$$

$$= \frac{M_{\alpha i}}{M_{Ra}} E_{\alpha i} + E_{\alpha i} + E^* = E_{\alpha i}\left(1 + \frac{M_{\alpha i}}{M_{Ra}}\right) + E^*, \text{ де } Q = \left(1 + \frac{M_{\alpha i}}{M_{Ra}}\right)(E_{\alpha 0})$$

$$\left(1 + \frac{M_{\alpha i}}{M_{Ra}}\right) E_{\alpha 0} - E_{\alpha i}\left(1 + \frac{M_{\alpha i}}{M_{Ra}}\right) = E^* \Rightarrow E^* = \left(1 + \frac{M_{\alpha i}}{M_{Ra}}\right)(E_{\alpha 0} - E_{\alpha i})$$

$E_{\alpha 0} = 6{,}33$ МеВ, тоді $E^*_0 = 0$

$E^*_1 = 0{,}11$ МеВ

$E^*_2 = 0{,}24$ МеВ

$E^*_3 = 0{,}31$ МеВ

Generated by CamScanner from intsig.com

β-розпад. Властивості

Ч/р
- закони р/а розпаду
- α/β-розпад

середня
ядерна

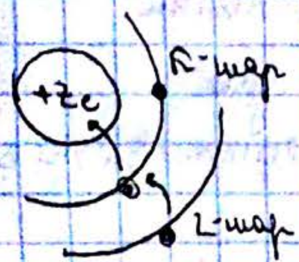
характерні практично для всіх ядер. β-розпадні процеси:

- β^--розпад $\quad {}^A_ZX \to {}^A_{Z+1}Y + \beta^- + \tilde{\nu}_e$ / $m_{0\nu_e}=0$; $E_{\nu_e}=p_\nu c$

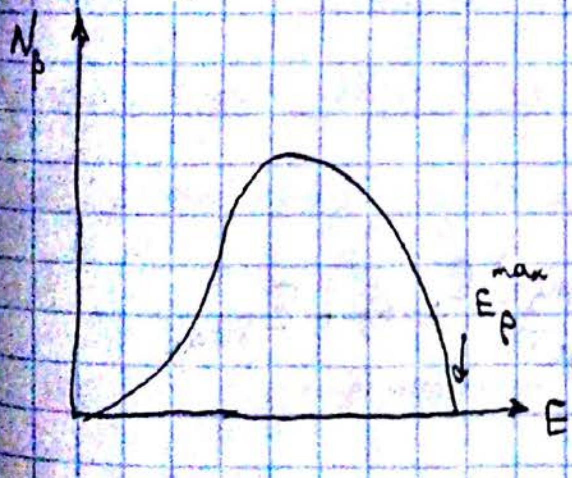
це процес перетворення ${}^1_0n \to {}^1_1p + \beta^- + \tilde{\nu}_e$

- β^+-розпад $\quad {}^A_ZX \to {}^A_{Z-1}Y + \beta^+ + \nu_e$
- е-захват $\quad {}^A_ZX + \underbrace{\beta^-}_{\text{з оболонки}} \to {}^A_{Z-1}Y + \nu_e$

енергії реакцій відрізняються



Спільне у всіх розпадах: утворюються 3 частинки, спектр β-частинок неперервний

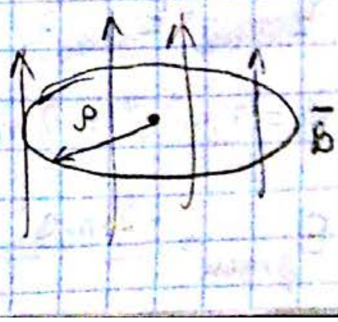


Неперервний спектр оскільки $\tilde{\nu}_e, \beta^-$ і β^+, ν_e - вільні частинки (енергія не квантується)

$Q_\beta = E_{kY} + E_{k\beta} + E_{k\nu}$

$E^\beta_{max}: E_\nu = 0$

$E_{k_\beta} \to \underbrace{B\rho}_{\text{параметр}}$, ρ-радіус траєкторії



11.39

Ядро ^{32}P зазнає β-розпаду, у результаті дочірнє ядро утворюється в основному стані. Визначити E_β^{max}.

$$Z_{opt} = \frac{A}{2+0{,}015A^{2/3}} = \frac{32}{\underbrace{0{,}015(32)^{2/3}+2}_{2{,}15}} \approx 14{,}88$$

$Z > Z_{opt} \rightarrow \beta^-$ (оскільки Z=15)

$$^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}S + \beta^- + \tilde{\nu}_e$$

$$m_Pc^2 = m_Sc^2 + m_\beta c^2 + m_\nu c^2 + E_{кін\,\beta}^{max} + E_{кін\,\nu}^{0} + E_{кін\,S}$$

ЗЗЕ: $Q_\beta = E_S^{кін} + E_{\beta^-}$ | β-частинки завжди релятивістські!

ЗЗІ: $\underset{0}{\bar{P}_P} = \bar{P}_{\beta^-} + \bar{P}_S \rightarrow P_S = P_\beta$

розписали на повну: кінетична + спокою

$$E^2 = p_\beta^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$(E_\beta + m_0c^2)^2 = p_\beta^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$E_\beta^2 + 2m_0c^2E_\beta + \cancel{m_0^2c^4} = p_\beta^2c^2 + \cancel{m_0^2c^4}$$

$$\boxed{p_\beta c = \sqrt{E_\beta^2 + 2m_0c^2E_\beta}}$$

підставили $p_\beta c$

$$Q_\beta = \frac{p_S^2}{2m_S} + E_\beta^{max} = \frac{p_\beta^2c^2}{2m_Sc^2} + E_\beta^{max} = \frac{E_{\beta max}^2 + 2m_0c^2E_{\beta max}}{2m_Sc^2} + E_{\beta max}$$

нехтуємо, бо

Оскільки $m_0/m_S \ll 1$, то:

$$E_{\beta max}^2 + E_{\beta max}2m_Sc^2 = 2m_Sc^2Q_\beta$$ | квадратне рівняння

$$D = 4m_S^2c^4 + 8m_Sc^2Q_\beta$$

$$E_{\beta max} = \frac{-2m_Sc^2 + \sqrt{4c^2(m_S^2c^2 + 2m_SQ_\beta)}}{2} =$$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$= c\sqrt{m_S^2c^4 + 2m_S Q_\beta c^2} - m_S c^2 = c m_S c^2\sqrt{1 + \frac{2m_S Q_\beta c^2}{m_S^2 c^4}} - m_S c^2 =$$

$$= m_S c^2\left(\sqrt{1 + \frac{2m_S Q_\beta c^2}{m_S^2c^4}} - 1\right)$$

Оцінка $Q_\beta \approx 1$ МеВ, $m_S c^2 = 32\,931{,}5$ МеВ

$$\frac{2Q_\beta}{m_S c^2} << 1$$

$$E_\beta^{max} = m_S c^2\left(-1 + 1 + \frac{Q_\beta}{m_S c^2} - \frac{1}{8}\left(\frac{4Q_\beta^2}{m_S^2c^4}\right)\right) = Q_\beta - \frac{Q_\beta^2}{2m_S c^2}.$$

Дуже наближено $E_\beta^{max} \simeq Q_\beta$.

$$Q_\beta = m_P c^2 - m_S c^2 - m_\beta c^2$$

$m_P = A\,(\text{а.о.м.}) + \Delta_{32P}$ і $m_S = A + \Delta_{32S}$

$Q_\beta = (\Delta_{32P} - \Delta_{32S} - m_\beta)c^2$ $\quad /\ m_\beta c^2 = 0{,}511$ МеВ

$Q_\beta = 1{,}71$ МеВ

Ізотоп ${}^6_2He$ зазнає β^--розпаду; дочірнє ядро в основному стані. $Q_\beta = 3{,}5$ МеВ. Відомо, що $E_{кін\,\beta} = 0{,}6$ МеВ. Під яким кутом від напрямку руху електрона вилетіло $\tilde{\nu}$, якщо $\angle(\vec{p}_\beta; \vec{p}_{Li}) = \pi/2$ 11.42

${}^6_2He \to {}^6_3Li + \beta^- + \tilde{\nu}_e$

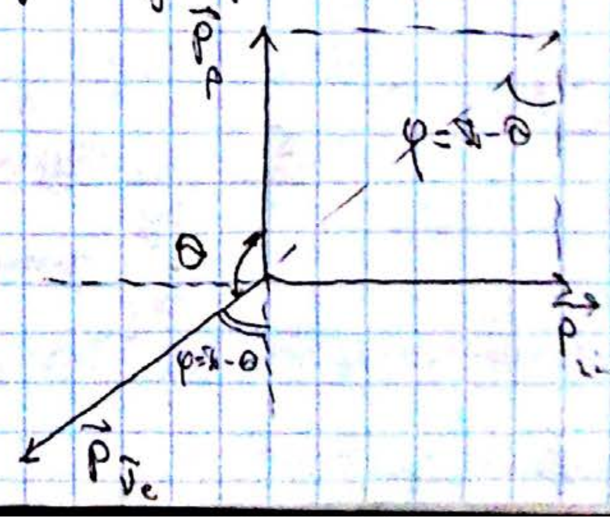
$Q_\beta = 3{,}5$ МеВ

$E_\beta = 0{,}6$ МеВ

$\theta(\bar{p}_\beta, \bar{p}_{\tilde{\nu}_e})$ - ?

$\angle(\bar{p}_\beta, \bar{p}_{Li}) = \frac{\pi}{2}$

Векторна діаграма



Generated by CamScanner from intsig.com

(1) ЗЗЕ: $Q_\beta = E_{Li} + E_\beta + E_{\tilde{\nu}_e}$ | $\cos\varphi = \frac{p_\beta}{p_{\tilde{\nu}_e}}$

(2) ЗЗІ: $p_\beta^2 + p_{Li}^2 = p_{\tilde{\nu}_e}^2$

$p_\beta^2 c^2 + p_{Li}^2 c^2 = p_{\tilde{\nu}_e}^2 c^2$

$E_\beta^2 + 2E_\beta m_\beta c^2 + 2E_{Li} c^2 m_{Li} = [p^2 = 2m_{Li}E_{Li}] =$

$= E_{\tilde{\nu}_e}^2$

3 (1) $E_{Li} = Q_\beta - E_\beta - E_{\tilde{\nu}_e}$

$E_\beta^2 + 2E_\beta m_\beta c^2 + 2(Q_\beta - E_\beta - E_{\tilde{\nu}_e}) c^2 m_{Li} = E_{\tilde{\nu}_e}^2 \Rightarrow E_{\tilde{\nu}_e}$

Звідси $p_{\tilde{\nu}_e} = \frac{E_{\tilde{\nu}_e}}{c}$.

в/з Нехтуємо у (1) E_{Li}, тоді, тобто $E_{Li} = 0$

$Q_\beta = E_\beta + E_{\tilde{\nu}_e}$ (1')

$p_\beta^2 + p_{Li}^2 = p_{\tilde{\nu}_e}^2$ (2')

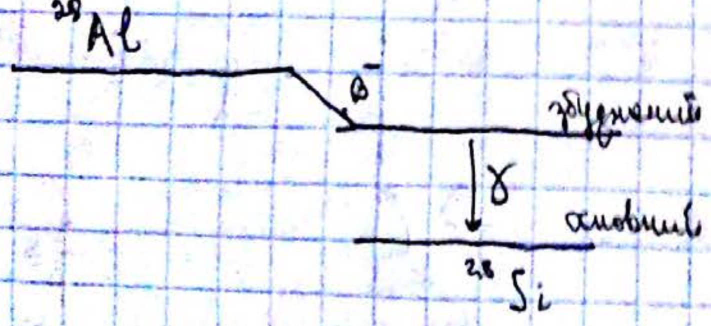
$\cos\varphi = \frac{p_\beta c}{E_{\tilde{\nu}}} = \frac{\sqrt{E_\beta^2 + 2m_0 c^2 E_\beta}}{Q_\beta - E_\beta} = \frac{\sqrt{0,6^2 + 2 \cdot 0,511 \cdot 0,6}}{2,9} \approx 0,34$

Тобто, $\varphi = 70°$, а $\Theta \approx 110°$.

14.43

в/з

E_γ - ?



Вважаємо, що ^{28}Al:

$^{28}Al \to {}^{28}Si^* + \beta^- + \tilde{\nu}_e$

$^{28}Si^* \to {}^{28}Si + \hbar\omega$

Запишемо закони:

ЗЗЕ: $Q_\beta = E_{Si} + E_{\beta^-} + E_{\tilde{\nu}_e} + E^*$

ЗЗІ: $\overline{P}_{Si} + \overline{P}_{\beta^-} + \overline{P}_{\tilde{\nu}_e} = 0$

Користуємось табличними даними: $E_\beta^{max} = 2{,}86\ MeV$; $E_{\tilde{\nu}_e} = 0$

$$Q_\beta = M_{Si}\frac{V_{Si}^2}{2} + E_\beta^{max} + E^* = \frac{P_{Si}^2 c^2}{2M_{Si}c^2} + E_\beta^{max} + E^* = \frac{P_\beta^2 c^2}{2M_{Si}c^2} + E_\beta^{max} + E^*$$

$P_{Si}^2 = P_{\beta^-}^2 \quad | \cdot c^2 \Rightarrow P_{\beta^-}^2 c^2 = P_{Si}^2 c^2$ $\qquad m_0/m_{Si} \ll 1$, нехтуємо

8/3

11.42

11.43

11.38

Як відомо, $p_\beta c = \sqrt{E_\beta^2 + 2m_0c^2 E_\beta}$, тоді: $Q = \frac{E_{\beta max}^2 + 2m_0c^2 E_{\beta max}}{2M_{Si}c^2} + E_{\beta max} + E^*$

$$E^* = Q_\beta - E_{\beta max} - \frac{E_{\beta max}^2 + E_\beta^{max}\, 2M_{Si}c^2}{2M_{Si}c^2} = 4{,}13 - 2{,}86 - \frac{2{,}86^2 + 2{,}86\cdot 2\cdot 0{,}511}{2\cdot 28\cdot 931{,}5} = 1{,}27\ МеВ$$ за помилкою правки

$Q_\beta = (\Delta_{Al} - \Delta_{Si} - m_\beta)c^2 = (-0{,}018092 + 0{,}023073)\,931{,}5 - 0{,}511 = 4{,}13$ (МеВ)

ЗЗЕ: $E^* = E_{Si} + h\nu = \frac{p_\gamma^2}{2M_{Si}} + h\nu = \frac{(h\nu)^2}{2M_{Si}} + h\nu \;\Big|\Rightarrow (h\nu)^2 + 2M_{Si}h\nu - 2M_{Si}E^* = 0 \Rightarrow h\nu = \frac{-2M_{Si} + 2M_{Si}\sqrt{1 + 2E^*/M_{Si}}}{2} =$

$D = 4M_{Si}^2 + 8M_{Si}E^* = 4M_{Si}^2\left(1 + \frac{2E^*}{M_{Si}}\right)$ $\qquad = M_{Si}\left(\sqrt{1 + 2E^*/M_{Si}} - 1\right) =$

ЗЗІ: $p_{Si}^2 = p_\gamma^2$ $\qquad = M_{Si}\left(1 + \frac{2E^*}{M_{Si}} - \frac{4E^{*2}}{8M_{Si}^2}\right) = 2E^* - \frac{E^{*2}}{2M}$

Визначити можливі типи розпаду β для In, якщо задані **задача** енергії зв'язку:

$E_{зв}(^{114}In) = 970{,}2\ МеВ$ $\qquad {}^{114}_{49}In \rightarrow {}^{114}_{50}Sn + \beta^- + \tilde{\nu}_e$ (1)

$E_{зв}(^{114}Cd) = 972{,}4\ МеВ$ $\qquad {}^{114}_{49}In \rightarrow {}^{114}_{48}Cd + \beta^+ + \nu_e$ (2)

$E_{зв}(^{114}Sn) = 971{,}4\ МеВ$ $\qquad {}^{114}_{49}In + \beta^- \rightarrow {}^{114}_{48}Cd + \nu_e$ (3)

$Q_1 = (m_{In} - m_{Sn} - m_\beta)c^2$

$E_{зв} = Zm_p + Nm_n - m_{яд} \Rightarrow m_{яд} = Zm_p + Nm_n - E_{зв}$

$Q_1 = (49m_p + 65m_n - E_{зв}(In)) - 50m_p - 64m_n + E_{зв}(Sn) - m_\beta) =$

$= m_n - m_p - E_{зв}(In) + E_{зв}(Sn) - m_\beta.$

$(m_n - m_p - m_\beta)c^2$ – відображає перетворення нейтрона на протон

$m_n = 1{,}008665$ (а.о.м) $\qquad m_p = 1{,}007835$ (а.о.м)

Generated by CamScanner from intsig.com

$m_n - m_p = 1{,}29$ МеВ

$Q_1 = 1{,}89 - 0{,}511 + 971{,}4 - 970{,}2 = 1{,}98$ МеВ

$Q_2 = (m_{In} - m_{Cd} - m_p)c^2 = (m_p - m_n - m_\beta)c^2 + E_{зв}(Cd) - E_{зв}(In) =$

$= -1{,}29 - 0{,}511 + 972{,}4 - 970{,}2 = 0{,}4$ (МеВ)

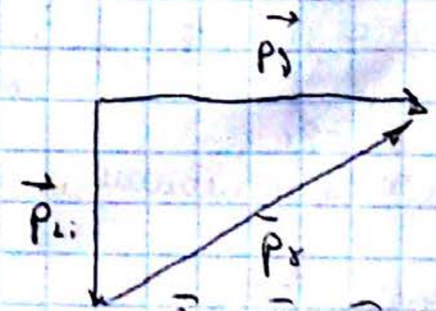
$Q_3 = (m_{In} + m_\beta - m_{Cd})c^2 = (m_\beta + m_p - m_n)c^2 + E_{зв}(Cd) - E_{зв}(In) =$

$= -1{,}29 + 0{,}511 + 972{,}4 - 910{,}2 = 1{,}48$ (МеВ)

$Z_{стаб} = \left[\dfrac{114}{2 + 0{,}015 \cdot 114^{2/3}}\right] = 48$

^{114}Cd - 29% ; ^{114}Sn - 0,65%

11.48 ${}^7_4Be + \beta^- \rightarrow {}^7_3Li^* + \nu \rightarrow {}^7_3Li + \nu + \gamma$



$\vec{p}_{Li} + \vec{p}_\nu + \vec{p}_\gamma = 0$

ЗЗІ: $p_{Li}^2 = p_\gamma^2 - p_\nu^2 \quad | \cdot c^2$

Врахувавши, що ν та γ рухаються зі швидкістю світла, то $E_\nu = p_\nu c$ і $\hbar\omega = p_\gamma c$

$p_{Li}^2 c^2 = p_\gamma^2 c^2 - p_\nu^2 c^2 \Rightarrow 2m_{Li} E_{kLi} c^2 = p_\gamma^2 c^2 - p_\nu^2 c^2$

ЗЗЕ: $Q = \hbar\omega + E_\nu + E_{kLi}$, де $Q = (m_{Be} + m_\beta - m_{Li})c^2 = (\Delta_{Be} - \Delta_{Li} + m_\beta)c^2$

$Q = (0{,}016931 - 0{,}016005 + 5{,}486 \cdot 10^{-4})\,931{,}5$ МеВ $= 1{,}37$ МеВ

$\underbrace{E_{kLi}^2}_{x^2} + 2\underbrace{E_{kLi}}_{x}(m_{Li}c^2 + \hbar\omega - Q) + Q(Q - 2\hbar\omega) = 0 \Rightarrow$ розв'язок:

$E_{kLi} = Q - \hbar\omega - m_{Li}c^2 + \sqrt{(\hbar\omega + m_{Li}c^2)^2 - 2m_{Li}c^2 Q}$

Обчислимо масу спокою ядра літію:

$m_{Li}c^2 = \Delta_{Li} + A_{Li} = 7{,}016005 \cdot 931{,}5 = 6535{,}41$ МеВ

Generated by CamScanner from intsig.com

Підставимо це значення до E_{kLi}

$$E_{kLi} = \sqrt{(0{,}72 + 6535{,}41)^2 - 2 \cdot 6535{,}41 \cdot 1{,}37} + 1{,}37 - 0{,}72 - 6535{,}41 \approx 7{,}34 \text{ eB}$$

При нехтуванні у квадратному рівнянні E_{kLi}^2, маємо:

$$E_{kLi} \approx \frac{Q(2\hbar\omega - Q)}{2(m_{Li}c^2 + \hbar\omega - Q)} = \frac{1{,}37(2 \cdot 0{,}72 - 1{,}37)}{2(6535{,}41 + 0{,}72 - 1{,}37)} = 7{,}338 \text{ eB}$$

Якщо дочірнє ядро виникає безпосередньо в основному стані, то матимемо реакцію $^7_4Be + \beta^- \to {}^7_3Li + \nu$

ЗЗІ: $p_{Li}^2 = p_\nu^2$

ЗЗЕ: $Q = E_\nu + E_{kLi}$

$$\Rightarrow Q = p_\nu c + \frac{p_{Li}^2 = p_\nu^2}{2m_{Li}} \Rightarrow$$

$$p_\nu = m_{Li}c\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2Q}{m_{Li}c^2}}\right) \Rightarrow E_{Li} = Q - p_\nu c = Q - m_{Li}c^2\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2Q}{m_{Li}c^2}}\right)$$

Розкладаємо у ряд Тейлора до квадратичного доданку:

$$E_{Li} \approx Q - m_{Li}c^2\left(\frac{Q}{m_{Li}c^2} - \frac{Q^2}{2m_{Li}^2c^4}\right) = \frac{Q^2}{2m_{Li}c^2} = \frac{1{,}37^2}{2 \cdot 7{,}016005 \cdot 931{,}5} = 143{,}6 \text{ eB}$$

Установить, возможны ли следующие процессы: **11.38**

а) β^- распад ядер $^{51}_{23}V$ $(\Delta_V = -0{,}05602)$

б) β^+ распад ядер $^{39}_{20}Ca$ $(\Delta_{Ca} = -0{,}02929)$

в) k-захват в нуклиде $^{63}_{30}Zn$ $(\Delta_{Zn} = -0{,}06679)$.

а) $^{51}_{23}V \to {}^{51}_{24}Cr + \beta^- + \tilde{\nu}_e$ $\qquad m_{ag} = A + \Delta$

$$Q = (m_V - m_{Cr} - m_\beta)c^2 = (\Delta_V - \Delta_{Cr} - m_\beta)c^2 = (-0{,}05602 + 0{,}055214)c^2 - m_\beta c^2 < 0$$

$$Z'_{opt} = \frac{51}{2 + 0{,}015 \cdot 51^{2/3}} = 23{,}1$$

реакція неможлива

Generated by CamScanner from intsig.com

б) ${}^{39}_{20}Ca \to {}^{39}_{19}K + \beta^+ + \nu_e$

$Q = (\Delta_{Ca} - \Delta_K - m_{\beta^+})c^2 = (-0{,}02929 + 0{,}036286)c^2 - m_{\beta^+}c^2 > 0$

/ реакція можлива

$Z_{опт} = \dfrac{39}{2 + 0{,}015 \cdot 39^{2/3}} \approx 17{,}95$

в) ${}^{63}_{30}Zn + \beta^- \to {}^{63}_{29}Cu + \nu_e$

$Q = (\Delta_{Zn} - \Delta_{Cu} + m_{\beta^-})c^2 = (-0{,}06679 + 0{,}070406)c^2 + m_{\beta^-}c^2 > 0$

/ реакція можлива

$Z_{опт} = \dfrac{63}{2 + 0{,}015 \cdot 63^{2/3}} \approx 28{,}16$

Задача ${}^{37}Ar + \beta^- \to {}^{37}Cl + \nu_e$

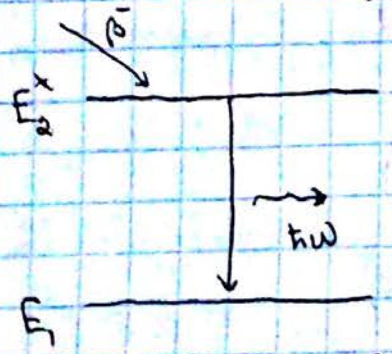
$Q_e = (m_{Ar^{37}} + m_{\beta^-} - m_{Cl^{37}})c^2$

$M_{Ar} = m_{Ar^{37}} + 18 m_\beta$

$Q_e = (M_{Ar^{37}} - M_{Cl^{37}})c^2$

γ-випромінювання

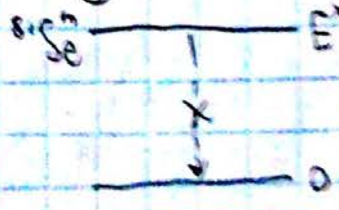
Внутрішня конверсія

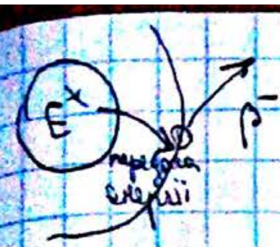


$\hbar\omega = \underbrace{\overbrace{(E_2 - E_1)}^{E'}}_{\text{енергія переходу}} - \dfrac{E'^2}{2Mc^2}$

Внутрішня конверсія стосується ізомерів „metastable" (m)

${}^{81}Se^m$ – утворюється в збудженому стані, перехід на основний стан заборонений.





надлишок енергії передається електрону внутрішньої оболонки, електрон потім вилітає

$$E^* = E_{\beta^-} + E_{\text{віддачі}} + \varepsilon_{\text{зв}\,\beta^-}$$

Коефіцієнт внутрішньої конверсії – відношення β^- до γ, що випромінюються за одиницю часу.

$$\alpha = \frac{\Delta N_{\beta^-}}{\Delta N_\gamma}$$

11.50

Дано:

$^{109}Ag^m$

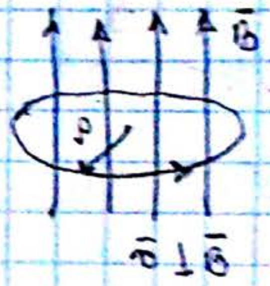
$E_\gamma = 87$ кеВ

$B\rho = 860$ Гс·см
конверсійний електрон

$\varepsilon_{\text{зв}}$ – ?

$E^* \to \hbar\omega$

$E^* \to \beta^-$ (конверсійний)



Сила Лоренца, що діє на електрон, є відцентровою: $F_Л = \frac{e}{c}[\bar{v}, \bar{B}] = \frac{evB}{c}$ (у системі Гаусса)

За умовою $\bar{v} \perp \bar{B}$

З іншого боку, відцентрова сила $F_Л = \frac{mv^2}{\rho}$ $\Rightarrow$ прирівнюємо

$\boxed{mv = e\rho B\,\frac{1}{c}}$ – імпульс електрона (релятивістський)

$mvc = \boxed{pc = e\rho B}$

Треба виразити $E_{\beta^-} \to pc$: $\underset{E_{кін} + m_0c^2}{E^2} = p^2c^2 + m_0^2c^4$

$$E_{\beta^-} = E - m_0c^2 = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2 = m_0c^2\left(\sqrt{1 + \frac{p^2c^2}{m_0^2c^4}} - 1\right)$$

/ для конверсійних електронів $p^2c^2 \approx m_0^2c^4$

Розглядаємо процес конверсійного електрона

ЗЗЕ: $E^* = E_{\beta^-} + E_{від} + E_e$ ЗЗІ: $p_\beta = p_{Ag}$

$$^{109}Ag^m \to \beta^- + {}^{108}Ag^+ \text{ іонізований}$$

$$c^2 p_{\beta}^2 = c^2 p_{Ag^+}^2$$

$$m_0c^2\left(\sqrt{\frac{p^2c^2}{m_0^2c^4}+1}-1\right) + \overbrace{\frac{p_A^2}{2M_{Ag^+}}}^{\text{енергія віддачі}} + E_e = E^* \text{ — переписали ЗЗЕ}$$

$$\varepsilon_{зв\,к} = E^* - m_0c^2\left(\sqrt{\frac{(e\rho B)^2}{m_0^2c^4}+1}-1\right) - \frac{(e\rho B)^2}{2M_{Ag^+}c^2} \quad \Big/ \; e = 4{,}8\cdot10^{-10}$$

Знаходимо E^* через γ-квант:

$$^{109}Ag^m \to {}^{109}Ag + \gamma$$

$$\text{ЗЗЕ}: \; E^* = E_\gamma + E_{Ag} = E_\gamma + \frac{p_\gamma^2}{2M_{Ag}} = \boxed{E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2M_{Ag}c^2} = E^*}$$

$$\text{ЗЗІ}: \; p_\gamma = p_{Ag}$$

Д/з
11.52

$$^{141}Ce \to {}^{141}Pr^* + \beta^- + \tilde{\nu}_e$$

$(B\rho)_{\text{конверсійних}} = 1135$ см·Гс

$\varepsilon_{зв\,к_{\beta^-}} = 42$ кеВ

$E^* - ?$

$$E^* = \varepsilon_{зв\,к^-} + E_{віддачі} + E_{\beta^-}$$

Сила Лоренца: $F_Л = \frac{e}{c}[\vartheta \times B] = \frac{e}{c}\vartheta B$, бо $\vartheta \perp B$

Відцентрова сила: $F_Ц = \frac{m\vartheta^2}{\rho}$

Сила Лоренца є відцентровою: $\frac{e}{c}\vartheta B = \frac{m\vartheta^2}{\rho} \Leftrightarrow m\vartheta = \frac{eB\rho}{c}$

Отже, $m\vartheta c = eB\rho \Leftrightarrow \boxed{pc = eB\rho}$

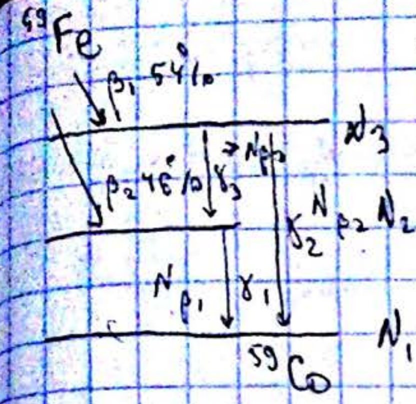
$$E = E_{\beta^-кін} + m_0c^2 \;;\; E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2 \Rightarrow E_{\beta^-кін} = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2} - m_0c^2 =$$

$$= m_0c^2\left(\sqrt{1+\frac{p^2c^2}{m_0^2c^4}}-1\right) = m_0c^2\left(\sqrt{1+\frac{(eB\rho)^2}{m_0^2c^4}}-1\right)$$

$$E_{віддачі} = \frac{p_{Pr}^2}{2M_{Pr}} = \frac{p_\beta^2 c^2}{2M_{Pr}c^2} = \frac{1}{2M_{Pr}}\cdot\left(\frac{eB\rho}{c}\right)^2$$. Остаточно:

$$E^* = 42\text{ кеВ} + \frac{(1{,}135\text{ Тл}\cdot\text{м}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\text{ Кл})^2}{2\cdot141\cdot931{,}5\text{ МеВ}} + 0{,}511\text{ МеВ}\left(\sqrt{1+\frac{(1135\text{ Тл}\cdot\text{м}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\text{ Кл})}{(0{,}511\text{ МеВ})^2}}-1\right) = 145\text{ кеВ}$$

Generated by CamScanner from intsig.com



Дано: $A_{Fe} = 3{,}7\cdot10^{7}$ Бк

$\alpha_1 = 1{,}8\cdot10^{-4}$ (γ_1)

$\alpha_2 = 1{,}4\cdot10^{-4}$ (γ_2)

$\alpha_j = \Delta N_\beta / \Delta N_\gamma$

$\alpha_3 = 7\cdot10^{-3}$ (γ_3)

Знайти

$\sum N_\beta$ - ?

$\frac{\omega_{\gamma_2}}{\omega_{\gamma_3}} = \frac{1}{15}$ – ймовірність

N_i – кількість ядер Co в певному стані.

Позначимо $\eta = 46\%$, $(1-\eta) = 54\%$ Час $t = 1$ с

$\eta N_0 = N_{\gamma_3} + N_{\beta_3} + N_{\gamma_2} + N_{\beta_2}$ 3 рівень / рівняння балансу

$dN_3/dt = \eta A - \lambda_{\gamma_3} N_{\gamma_3} - \lambda_{\beta_3} N_{\beta_3} - \lambda_{\gamma_2} N_{\gamma_2} - \lambda_{\beta_2} N_{\gamma_2}$

$(1-\eta) N_0 + N_{\gamma_3} + N_{\beta_3} = N_{\gamma_1} + N_{\beta_1}$ 2 рівень

$\alpha_1 = \frac{N_{\beta_1}}{N_{\gamma_1}}$; $\alpha_2 = \frac{N_{\beta_2}}{N_{\gamma_2}}$, $\alpha_3 = \frac{N_{\beta_3}}{N_{\gamma_3}}$ $\Rightarrow N_{\beta_{1,2,3}} = \alpha_{1,2,3} N_{\gamma_{1,2,3}}$ – підставимо у рівняння

$$\begin{cases} \eta N_0 = N_{\gamma_3} + \alpha_3 N_{\gamma_3} + N_{\gamma_2} + \alpha_2 N_{\gamma_2} \\ (1-\eta) N_0 + N_{\gamma_3} + \alpha_3 N_{\gamma_3} = N_{\gamma_1} + \alpha_1 N_{\gamma_1} \\ \frac{N_{\gamma_2}}{N_{\gamma_3}} = \frac{1}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{\gamma_2} = \frac{\eta N_0}{16 + \alpha_2 + 15\alpha_3} \\ N_{\gamma_3} = \frac{15\eta N_0}{16 + \alpha_2 + 15\alpha_3} \\ N_{\gamma_1} = \frac{N_0[16 + (1-\eta)\alpha_2 + 15\alpha_3 - \eta]}{(1+\alpha_1)(16 + \alpha_2 + 15\alpha_3)} \end{cases}$$

$$\sum N_\beta = \frac{\alpha_2 \eta N_0}{16 + \alpha_2 + 15\alpha_3} + \frac{15\alpha_3 \eta N_0}{16 + \alpha_2 + 15\alpha_3} + \frac{\alpha_1 N_0 [16 + (1-\eta)\alpha_2 + 15\alpha_3 - \eta]}{(1+\alpha_1)(16 + \alpha_2 + 15\alpha_3)} =$$

$$= \frac{N_0 [\eta (1+\alpha_1)(\alpha_2 + 15\alpha_3) + \alpha_1 (16 + (1-\eta)\alpha_2 + 15\alpha_3 - \eta)]}{(1+\alpha_1)(16 + \alpha_2 + 15\alpha_3)}$$

Generated by CamScanner from intsig.com

модульна контрольна 4 задача 11.56

Ефект Мессбауера

Вільне ядро Sn переходить до основного стану випромінюючи:

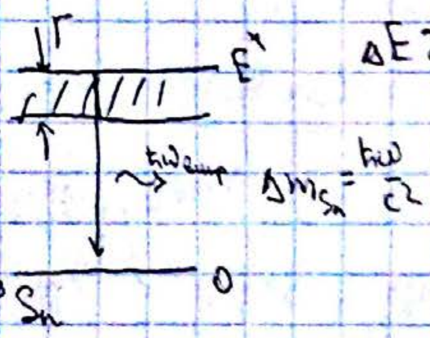
(1) $^{119}Sn^* \to {}^{119}Sn + \gamma$ / Г - природна ширина лінії.

$E^* = 23{,}8$ кеВ

$\Gamma = 2{,}4 \cdot 10^{-8}$ еВ

Чи можливе резонансне поглинання такого γ-кванту іншим Sn?

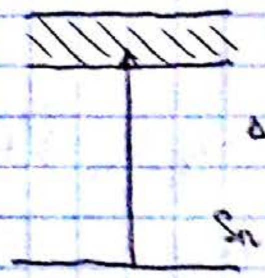
(2) $\gamma + {}^{119}Sn \to {}^{119}Sn^*$



$\Delta E\, \tau \geq \hbar/2$, у нас $\Gamma \cdot \tau \geq \hbar/2$

τ час життя ядра в збудженому стані

$\Delta m_{Sn} = \frac{\hbar\omega}{c^2}$



ел/я

Чи можливий процес

(1) випром. ЗЗІ: $p_{Sn} = p_\gamma$

ЗЗЕ: $E^* = E_\gamma + E_{Sn} = \frac{p^2}{2m_{Sn}} + p_\gamma c = \frac{E_\gamma^2}{2m_{Sn}c^2} + E_\gamma$ – квадратне рівняння

$$E_\gamma = \frac{-2m_{Sn}c^2 + \sqrt{4m_{Sn}^2c^4 + 4E^* 2m_{Sn}c^2}}{2} =$$

$$= m_{Sn}c^2\left(\sqrt{1 + \frac{2E^*}{m_{Sn}c^2}} - 1\right) = \left[\begin{matrix}\text{розкладаємо} \\ \text{до квадратичного}\end{matrix}\right] \approx m_{Sn}c^2\left(1 + \frac{E^*}{m_{Sn}c^2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{E^{*2}}{m_{Sn}^2c^4} - 1\right) =$$

$$= m_{Sn}c^2\left(\frac{E^*}{m_{Sn}c^2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{E^{*2}}{m_{Sn}^2c^4}\right) = \boxed{E^* - \frac{E^{*2}}{2m_{Sn}c^2} = E_{\gamma\,випр}}$$

$$E_{Sn\,віддачі} = \frac{E^{*2}}{2m_{Sn}c^2}$$

(2) ЗЗЇ: $p_{Sn}^{\text{я}} = p_\gamma$

ЗЗЕ: $E_\gamma = E_{Sn} + E^*$ $\quad E^* + E_{Sn} - E_\gamma = 0$

$E^* + \frac{E_\gamma^2}{2m_{Sn}c^2} - E_\gamma = 0 \Rightarrow E_\gamma^2 - 2m_{Sn}c^2 E_\gamma + 2m_{Sn}c^2 E^* = 0$

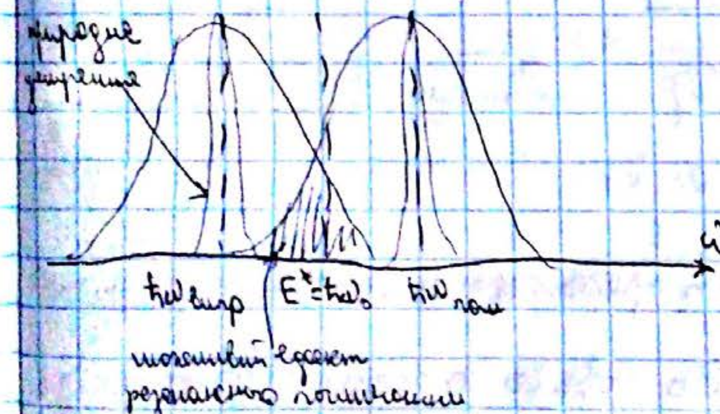
$E_\gamma = m_{Sn}c^2\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2E^*}{m_{Sn}c^2}}\right)$

$E_{\gamma\,погл} = E^* + \frac{E^{*2}}{2m_{Sn}c^2}$.

Умова резонансного поглинання $\Gamma \geq 2(E_{я\,відд})_{погл} = \frac{E^{*2}}{M_{Sn}c^2} =$

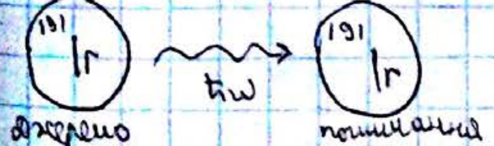
$= \frac{24^2 \cdot 10^6}{119 \cdot 931,5 \cdot 10^6} \approx 5 \cdot 10^{-3}$ еВ, тобто $\Gamma << 5 \cdot 10^{-3}$ еВ

на вільних ядрах резонансного поглинання не буває.



ефект Доплера - зміна частоти, внаслідок руху джерела

11.57

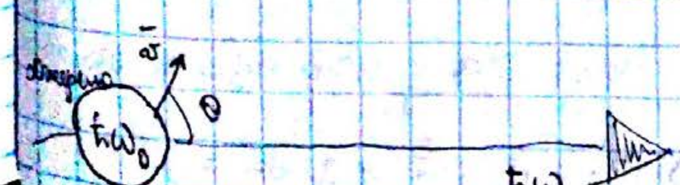


З якою швидкістю треба зближати джерело і поглинач, щоб спостерігати поглинання

$\hbar\omega_0 = 129$ кеВ

$(\Delta\hbar\omega)_{віддачі} = \frac{(\hbar\omega_0)^2}{M_{Ir}c^2} = |\Delta(\hbar\omega)_{доплера}| \Rightarrow \frac{\hbar\omega_0}{M_{Ir}c^2} = \left|\frac{(\hbar\Delta\omega)_{допл}}{\hbar\omega_0}\right| = \left|\frac{\omega - \omega_0}{\omega}\right| = \left|1 - \frac{v}{c} - 1\right| = \frac{v}{c}$

$\omega = \omega_0(1 - \frac{v}{c}\cos\Theta)$



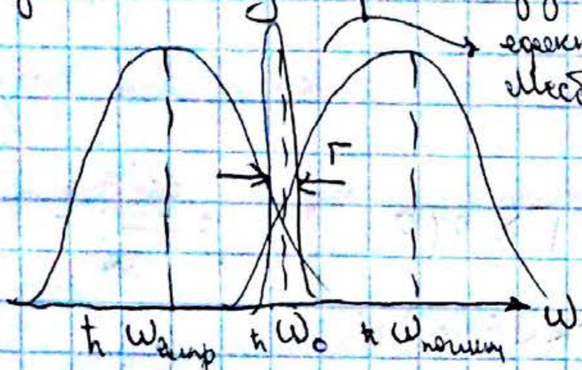
Для нашої задачі $\Theta = 0$. $\Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = 1 - \frac{v}{c}$

Generated by CamScanner from intsig.com

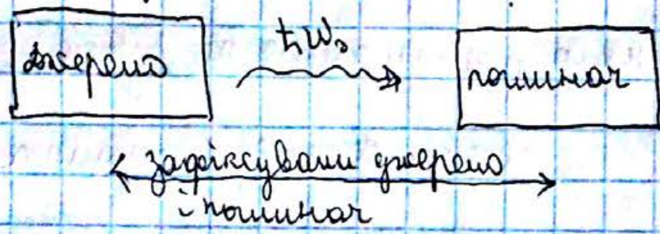
$\left(\frac{\hbar\Delta\omega}{\hbar\omega_0}\right)_{допл} = \frac{v}{c} = \frac{\hbar\omega_0}{M_{Ir}c^2} \Rightarrow v = \frac{\hbar\omega_0 c}{M_{Ir}c^2} = \frac{129\,кеВ\cdot 3\cdot 10^8\,м/с}{931,5\,МеВ\cdot 191} = \frac{12,9\cdot 3\cdot 10^8\cdot 10^3}{931,5\cdot 10^6\cdot 191}\frac{м}{с} = 217\frac{м}{с}$

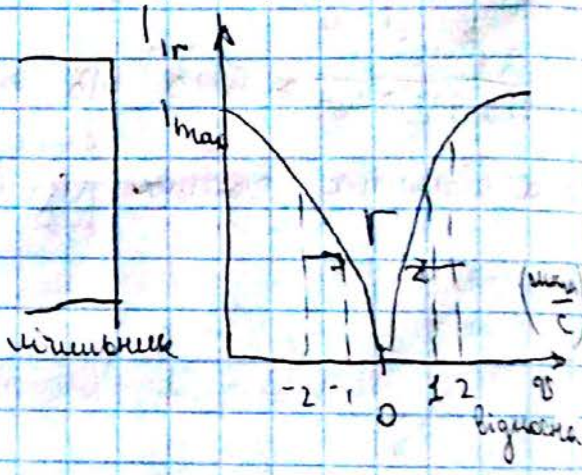
Ефект Месбауера.

У деяких кристалах випромінювання/поглинання квантів відбуваються без енергії віддачі.

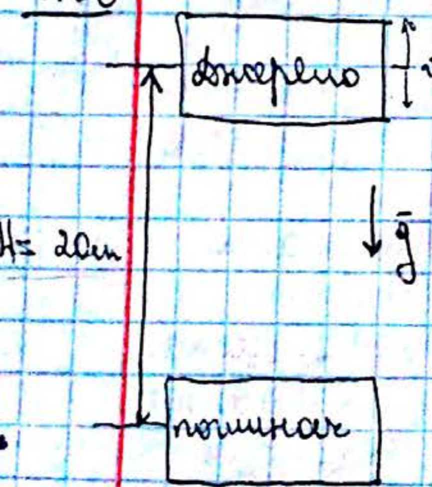


Γ − природне уширення





11.60



З якою швидкістю треба переміщати джерело, щоб в місці поглинача повністю скомпенсувати $g\downarrow$.

$(\hbar\Delta\omega)_{гр} = (\hbar\Delta\omega)_{допл}$

Джерело вниз, частота збільшується.

$m_{ф_1}c^2 + m_ф gH = m_{ф_2}c^2$! 331

$E_ф = \hbar\omega = m_ф c^2 \Rightarrow m_ф = \frac{\hbar\omega_0}{c^2}$

$\hbar\Delta\omega_{гр} = \underbrace{\frac{\hbar\omega_0}{c^2}}_{m_ф} gH \Rightarrow \frac{\Delta\omega_{гр}}{\omega_0} = \frac{gH}{c^2}$

Джерело рухати вгору, щоб компенсувати гравітаційне зміщення

$\omega = \omega_0(1+v/c)$; $\Delta\omega_{доп} = \omega_0 v/c \Rightarrow v = \Delta\omega_{доп}\cdot\frac{c}{\omega_0} = c\cdot\frac{gH}{c^2} = \frac{gH}{c}$.

Generated by CamScanner from intsig.com

$v = \frac{gH}{c} = \frac{10 \cdot 20}{3 \cdot 10^8} \approx 0,6$ мкм/с.

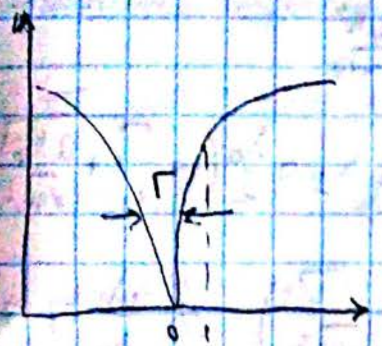
11.61

Відносне значення ширини Γ / E^*

^{57}Fe, ^{67}Zn Для ^{57}Fe $\left(\Gamma / E^*\right)_{Fe} = 3 \cdot 10^{-13}$

^{67}Zn $\left(\Gamma / E^*\right)_{Zn} = 5 \cdot 10^{-16}$

На яку висоту над поверхнею Землі треба підняти джерело для того, щоб $(\hbar \Delta\omega)_{грав} > \Gamma$



$(\hbar \Delta\omega)_{грав} = m_{ф} g H$; $E_{ф} = \hbar\omega_0 = m_{ф} c^2 \Rightarrow m_{ф} = \frac{\hbar\omega}{c^2}$

$(\hbar \Delta\omega)_{грав} = \frac{\hbar\omega_0}{c^2} H g \Rightarrow \frac{(\hbar\Delta\omega)_{грав}}{\hbar\omega_0 = E^*} = \frac{gH}{c^2} > \frac{\Gamma}{E^*} \Rightarrow$

$\Rightarrow H > \frac{\Gamma c^2}{g E^*} = \frac{3 \cdot 10^{-13} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{10} \approx 3000$ км.

$H > \frac{c^2}{g} \cdot \left(\frac{\Gamma}{E^*}\right)_{Zn} = \frac{(3 \cdot 10^8)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-16}}{10} = 45 \cdot 10^{-1}$ м $= 0,45$ м $\cdot 10 = 4,5$ м

11.62 а / 11.58

Середня кінетична енергія ядра $E_к = \frac{m \langle v^2 \rangle}{2}$. Маса зменшується на $\hbar\omega_0 / c^2$: $mc^2 = m^* c^2 - \frac{\hbar\omega_0}{c^2} m_{ф}$, тобто:

$E_к' = \frac{(m - \delta m) \langle v^2 \rangle}{2}$; $\delta E_к = E_к' - E_к = -\frac{\delta m \langle v^2 \rangle}{2}$

Зміна кінетичної енергії повинна дорівнювати зміні енергії фотона: $\delta E_к = \hbar\Delta\omega$:

$-\frac{\delta m \langle v^2 \rangle}{2} = \hbar\Delta\omega \Leftrightarrow -\frac{\langle v^2 \rangle}{2} \cdot \frac{\hbar\omega_0}{c^2} = \hbar\Delta\omega \Rightarrow \omega - \omega_0 = -\omega_0 \cdot \frac{\langle v^2 \rangle}{2c^2}$

Остаточно: $\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{\langle v^2 \rangle}{2c^2}\right)$.

Generated by CamScanner from intsig.com

11.48 Для мессбаурівського випромінювання: $E_\gamma = Q = 14{,}4$ кеВ

$$\frac{hc}{\lambda_0} = Q \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{Q}$$

Для звичайного випромінювання: ЗЗЕ: $Q = E_\gamma' + E_{R_\gamma} = \frac{hc}{\lambda} + \frac{p_\gamma^2}{2m}$

ЗЗІ: $p_{R_\gamma} = p_\gamma = \hbar k = h/\lambda$

$$Q = \frac{hc}{\lambda} + \frac{h^2}{2\lambda^2 m} \Rightarrow Q = \frac{2\lambda m hc + h^2}{2\lambda^2 m} \Rightarrow 2Q\lambda^2 m = 2\lambda m hc + h^2$$

$$2Q\lambda^2 m - 2\lambda m hc - h^2 = 0 \quad \Big| \cdot \frac{1}{2mQ}$$

$$\lambda^2 - \frac{hc}{Q}\lambda - \frac{h^2}{2mQ} = 0 \qquad D = \lambda_0^2 + 4h^2 \cdot \frac{1}{2mQ} = \lambda_0^2 + \frac{2h^2}{mQ}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{\lambda_0 \pm \sqrt{\lambda_0^2 + \frac{4h^2}{2mQ}}}{2} = \frac{\lambda_0}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4h^2}{2m\lambda_0^2 Q}}\right) \Rightarrow \lambda_1 = \frac{\lambda_0}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2E_\gamma}{mc^2}}\right)$$

$$\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{\lambda_0}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4h^2}{2m\lambda_0^2 Q}}\right); \quad \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2E_\gamma}{mc^2}}\right) \quad // \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 1{,}37 \cdot 10^{-?}$$

Варіант 3.

1. ^{210}Bi: $^{210}Bi \xrightarrow{\lambda_1} {}^{210}Po \xrightarrow{\lambda_2} {}^{206}Pb$ (стабільний).

$\lambda_1 = 1{,}6 \cdot 10^{-6}\ c^{-1}$; $\lambda_2 = 5{,}8 \cdot 10^{-8}\ c^{-1}$. Розрахувати α та β активність препарату масою 1мг через місяць.

$^{210}Bi \xrightarrow{\lambda_1} {}^{210}Po$ – β-розпад $A_\beta = \lambda_1 N_1 = \lambda_1 N e^{-\lambda_1 t}$

$^{210}Po \xrightarrow{\lambda_2} {}^{206}Pb$ – α-розпад $A_\alpha = \lambda_2 N_2$.

Знайдемо початкову кількість частинок:

$$N = \frac{m}{M} N_a = \frac{10^{-6}}{10^{-3} \cdot 210} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 2{,}87 \cdot 10^{15+3} = 2{,}87 \cdot 10^{18}$$

Для α-розпаду: $dN_2 = \lambda_1 N_1\, dt - \lambda_2 N_2\, dt \Rightarrow$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$N_2' + \lambda_2 N_2' = \lambda_1 N e^{-\lambda_1 t} \Rightarrow N_2(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}$$

$$-\lambda_1 C_1 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 C_2 e^{-\lambda_2 t} + C_1 \lambda_2 e^{-\lambda_1 t} + C_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} = \lambda_1 N e^{-\lambda_1 t}$$

$$C_1 = \frac{\lambda_1 N}{\lambda_2 - \lambda_1};\ N_2(0) = C_1 + C_2 = 0 \Rightarrow N_2(t) = \frac{\lambda_1 N}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$A_\beta = 1{,}6 \cdot 10^{6} \cdot 2{,}87 \cdot 10^{18} \cdot 0{,}0158 = 72{,}6 \cdot 10^{9}\ Бк$$

$$A_\alpha = 2{,}21 \cdot 10^{6} \cdot 2{,}87 \cdot 10^{13}(0{,}0158 - 0{,}3 \cdot 10^{-9}) = 100 \cdot 10^{9}\ Бк$$

Знайти ширину 1 збудженого рівня ^{214}Po по відношенню до **2.**
γ-випромінювання, якщо на кожну α-частинку випускається $4{,}3 \cdot 10^{-7}$ довгопробіжних α та 0,286 γ. $\lambda_g = 2 \cdot 10^{-5} c^{-1}$

Позначимо через $k_1 = 4{,}3 \cdot 10^{-7}$ – N α_g по відношенню до α_0.

$k_2 = 0{,}286$ – N γ по відношенню до γ.

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 &= k_1 \lambda_0 \\ \lambda_2 &= k_2 \lambda_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\lambda_0 = \lambda_1 / k_1 \\ &\lambda_2 = k_2 \lambda_1 / k_1 = \frac{0{,}286 \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{4{,}3 \cdot 10^{-7}} = 13{,}3 c^{-1}. \end{aligned}$$

За означенням, $\tau = 1/\lambda_2 = 0{,}075 c$ – час життя ядра в збудженому стані по відношенню до γ-розпаду.

Співвідношення Гейзенберга: $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2 \Rightarrow$

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{2\Delta\tau} = \frac{\hbar \lambda_2}{2} = 4{,}4 \cdot 10^{-15}\ еВ.$$

Атоми ^{203}Tl, що виникають при β-розпаді ^{203}Hg, випускають 4 групи з конверсійними енергіями: 266,3; 264,2; 263,6; **3**
193,3 кеВ. В якій оболонці атома Tl (K, L_1, L_2, L_3) відповідає

кожна група. $E_i = 85,7; 15,4; 14,8; 12,7$ кеВ E_γ - ?

206,1 204,2 203,6 193,3

$E_{\beta_1}, E_{\beta_2}, E_{\beta_3}, E_{\beta_4}$ $E_{зв_K}, E_{зв_{L_1}}, E_{зв_{L_2}}, E_{зв_{L_3}}$

85,7 15,4 14,8 12,7

Для конверсійних електронів: $E^* = E_{зв} + E_{\beta^-} + E_{R_g}$

γ-квантів: $E^* = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2m_{Te}c^2}$

Оскільки E^* = const, то:

$$E_{зв} + E_{зв\,\beta^-} + \frac{p_e^2}{2m_{Te}} = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2m_{Te}c^2}$$

$$\underset{E_{\beta^-}+m_ec^2}{E^2} = m_e^2c^4 + p_\beta^2c^2 \Rightarrow p_\beta^2 = \frac{E_\beta^2 + 2E_{\beta^-}m_{Te}c^2}{c^2}$$

Отже, $E_\gamma + E_\gamma^2 \cdot \frac{1}{2m_{Te}c^2} = \frac{E_\beta^2 + 2E_{\beta^-}m_ec^2}{2m_{Te}c^2} + E_\beta + E_{зв} = E^*$

Максимальний E_γ - відповідає мінімальне значення $E_{зв}$ і навпаки:

$E_{зв_K} \to E_{\beta_4}$

$E_{зв_{L_1}} \to E_{\beta_3}$

$E_{зв_{L_2}} \to E_{\beta_2}$

$E_{зв_{L_3}} \to E_{\beta_1}$

$$E_\gamma^2 + 2m_{Te}c^2E_\gamma - (E_{\beta_1}^2 + 2E_{\beta_1}m_{Te}c^2) - 2m_{Te}c^2(E_{\beta_1} + E_{зв_{L_3}}) = 0$$

$$E_\gamma = -m_{Te}c^2 + \sqrt{(m_{Te}c^2)^2 + E_{\beta_1}^2 + 2E_{\beta_1}m_{Te}c^2 + 2m_{Te}c^2(E_{\beta_1} + E_{зв_{L_3}})}$$

$E_{зв_K} \to E_{\beta_4}$; $E_{зв_{L_1}} \to E_{\beta_3}$; $E_{зв_{L_2}} \to E_{\beta_2}$; $E_{зв_{L_3}} \to E_{\beta_1}$

Generated by CamScanner from intsig.com

Якщо немає ядра віддачі, то під час випромінювання γ-кванта в ефекті Мессбауера $E_{кін} \uparrow$ випромінюючого ядра, а поглинаючого зменшується за рахунок зміни маси → 11.6 га. 4

Варіант 2

Радіоізотоп ^{32}P, $T = 14,3$ доби, утворюється в ядерному реакторі $q = 2,7 \cdot 10^9$ ядер. Через який час після початку утворення активність цього ізотопу $= 1,0 \cdot 10^9$ Бк? 1.

$\xrightarrow{q} {}^{32}P \rightarrow {}^{32}_{16}S \qquad \frac{dN_{зб}}{dt} = q - \lambda N_{зб}$

$N'_{зб} + \lambda N_{зб} = q \Rightarrow N_{зб} = C_1 + C_2 e^{-\lambda t}$

$-\lambda C_2 e^{-\lambda t} + \lambda C_1 + \lambda C_2 e^{-\lambda t} = q \Rightarrow C_1 = q/\lambda$

$N_{зб}(0) = 0 = C_1 + C_2 \Rightarrow C_2 = -C_1 = -q/\lambda$

$N_{зб} = C_1(1 - e^{-\lambda t}) = q/\lambda\,(1 - e^{-\lambda t})$

Активність через час t: $A = \lambda N_1 = q(1 - e^{-\lambda t}) \Rightarrow q e^{-\lambda t} = q - A$

$e^{-\lambda t} = -\frac{A - q}{q} \Rightarrow -\lambda t = \ln \frac{q - A}{q} \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(1 - \frac{A}{q}\right)$

Оскільки $T = \tau \ln 2$; $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$, $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$

$t = -\frac{T}{\ln 2} \ln\left(1 - \frac{A}{q}\right)$; $t = -\frac{14,3}{\ln 2} \ln\left(1 - \frac{1,0 \cdot 10^9}{2,7 \cdot 10^9}\right) \approx 9,59$

→ 11.25 2.

→ 11.43 3.

→ 11.60 + 11.61. 4.

Generated by CamScanner from intsig.com

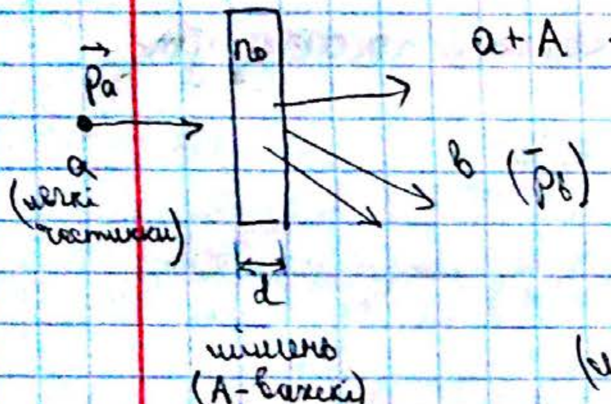
Варіант 1

2 → 11.28

3 → 11.52

Ядерні реакції

Закони збереження



$a + A \to b + B + Q$ (енергія реакції)

$Q = (m_a + m_A - m_b - m_B)c^2$

Якщо $Q > 0$ - екзотермічна реакція

(може бути навіть при $E_a = 0$ - безпорогова)

$Q < 0$ - ендотермічна

$E_a^{пор} = |Q|(1 + m_a/m_A)$ - нерелятивістська

$E_a^{пор}$ (релятивістська) $= |Q|\left(1 + \frac{m_a}{m_A} + \frac{Q}{2m_A c^2}\right)$ (для γ-квантів обов'язкова)

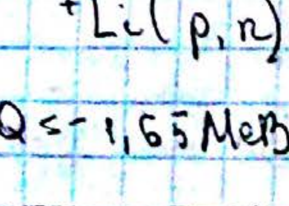
ЗЗЕ: $E_a + Q = E_b + E_B$

13.23. Li^7-ву мішень опромінюють протонами.

${}^1_1p + {}^7_3Li \to {}^7Be + {}^1_0n$ - повний вигляд $\quad // E_n$ - ?

${}^7Li(p,n){}^7Be$ - скорочений запис

$Q = -1{,}65$ МеВ, $E_p = \eta E_{пор}$, $\eta = 1{,}5$. $\Theta(\vec{p}_p, \vec{p}_n) = \pi/2$.



$p_{Be}^2 = p_p^2 + p_n^2 \quad$:ЗЗІ

$E_p + Q = E_n + E_{Be} \quad$:ЗЗЕ

$E_p = \eta E_{пор} = \eta |Q| \left(1 + \frac{m_p}{m_{Li}}\right) = 1{,}5 \cdot 1{,}65\ МеВ \left(1 + \frac{1}{7}\right) = 1{,}5$

Перепишемо ЗЗІ через енергії:

$$2m_{Be}E_{Be} = 2m_p E_p + 2m_n E_n$$

підставимо

$$E_p + Q = E_n + E_{Be} \Rightarrow E_{Be} = E_p + Q - E_n$$

$$2m_{Be}(E_p + Q - E_n) - 2m_p E_p - 2m_n E_n = 0$$

$$E_n(2m_n + 2m_{Be}) = (2m_{Be} - 2m_p)E_p + 2m_{Be}Q \Rightarrow$$

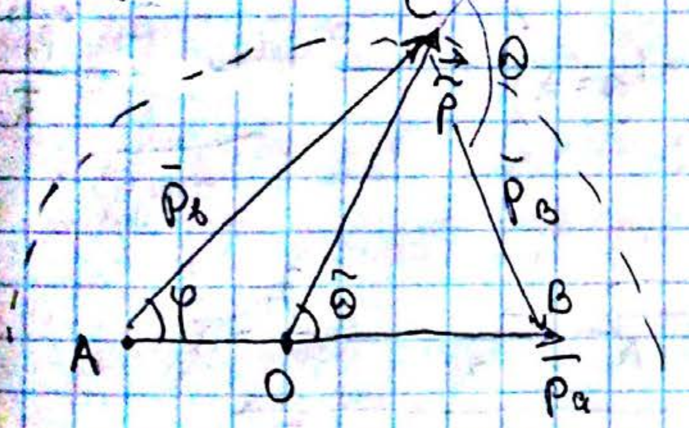
$$E_n = \frac{(m_{Be} - m_p)E_p + m_{Be}Q}{m_n + m_{Be}}$$

Векторна діаграма імпульсів для непружного зіткнення

Лабораторна система $\bar{p}_i, \Theta$

Центрована система $\tilde{p}_i, \tilde{\Theta}$

Розглядаємо реакцію $a + A \to b + B;\ Q$ з параметром E_a



$AO : OB = m_b : m_B$ - умова т. O

$\vec{\tilde p}$ - сумарний імпульс продуктів реакції в Ц-системі

$$\tilde p = \sqrt{2\mu'(\tilde E_a + Q)}$$

μ' - зведена маса частинок продуктів реакції

$$\tilde E_a = \frac{m_A}{m_a + m_A} E_{a\,(\text{лабор})}; \quad \mu' = \frac{m_b m_B}{m_b + m_B}$$

$\tilde E_a$ - кінетична енергія налітаючої частинки в Ц-системі

$\bar p_b$ - імпульс в Л-системі вилітаючої частинки b.

$\bar p_B$ - імпульс в Л-системі важкого ядра B.

Generated by CamScanner from intsig.com

В [illegible] $E_n(\theta)$, або $E_n(\varphi)$

13.31 Для [illegible] нейтронів [illegible] і Q

1) $^1_0n + {^6Li} \to {^3H} + {^4\alpha} + Q_1$, $Q_1 = 4,8$ МеВ
[illegible]

2) $^3H + {^2D} \to {^4\alpha} + {^1_0n} + Q_2$, $Q_2 = 17,6$ МеВ

3) $^3H + {^7Li} \to {^9Be} + {^1_0n} + Q_3$, $Q_3 = 10,4$ МеВ

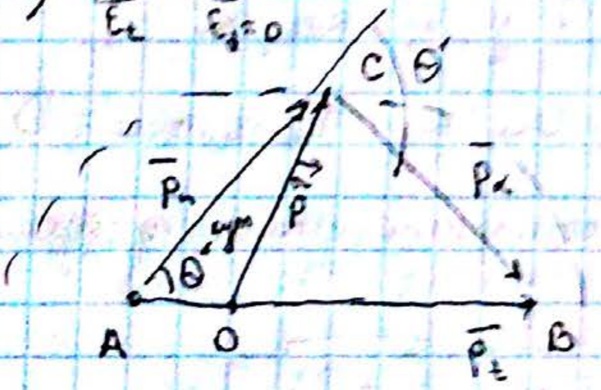
$E_{max\,n} - ?$, $E_{min\,n} - ?$

1) [illegible], що [illegible] енергію

кінетичну $= 0$: $\begin{cases} E_t + E_\alpha = Q_1 \\ p_t = p_\alpha \end{cases} \Rightarrow E_t = \dfrac{Q_1}{1 + m_t/m_\alpha} = \dfrac{4}{7} Q_1 = 2,74$ МеВ

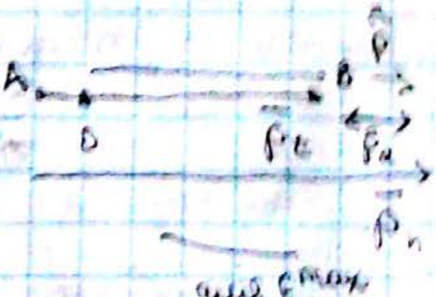
$\Rightarrow 2m_t E_t = 2m_\alpha E_\alpha \Rightarrow E_\alpha = \dfrac{m_t E_t}{m_\alpha}$ в [illegible]

2) $\underset{E_t}{^3t} + \underset{E_d = 0}{^2d} \to {^4\alpha} + {^1n} + Q_2$

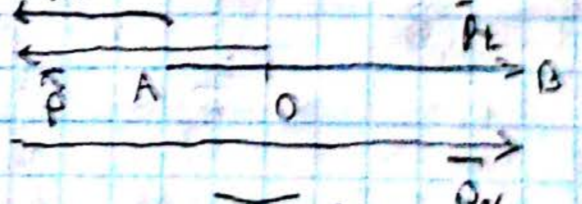


$E_n^{max}\ (\theta = 0)$

$E_n^{min}\ (\theta = \pi)$



для E^{max}



для E^{min}

$|\tilde{p}| = \sqrt{2\mu'(\tilde{E}_t + Q_2)}$; $\mu' = \dfrac{m_\alpha m_n}{m_\alpha + m_n} = \dfrac{4}{5} m_n$

$\tilde{E}_t = \dfrac{E_t m_d}{m_t + m_d}$. Тоді $\tilde{p} = \sqrt{\dfrac{8}{5} m_n \left(\dfrac{3}{5} E_t + Q_2\right)}$ // $p_t^2 = 2m_t E_t$

$p_n^{max} = AO + \tilde{p} = \dfrac{m_n}{m_n + m_\alpha} p_t + \tilde{p}$; $p_n^{min} = \tilde{p} - AO = \tilde{p} - \dfrac{m_n}{m_n + m_\alpha} p_t$

Generated by CamScanner from intsig.com

$E_n^{max} = \frac{p_n^{max^2}}{2m_n} = \frac{1}{2m_n}\left(\frac{1}{5}p_t + \sqrt{\frac{8}{5}m_n\left(\frac{3}{5}E_t+Q_2\right)}\right)^2$; $E_n^{min} = \frac{p_n^{min^2}}{2m_n} = \frac{1}{2m_n}\left[\sqrt{\frac{8}{5}m_n\left(\frac{3}{5}E_t+Q_2\right)} - \frac{1}{5}\sqrt{2m_t E_t}\right]^2$

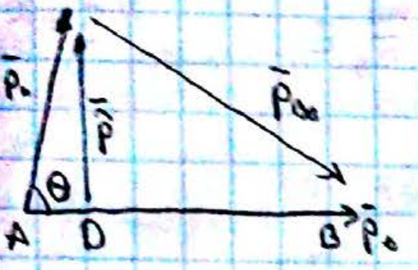
Пояснення до знаходження AO

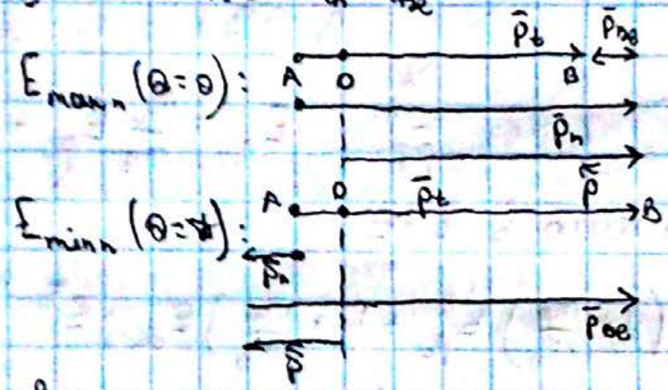
$$\frac{AO}{OB} = \frac{m_n}{m_\alpha} \Rightarrow OB = \frac{m_\alpha}{m_n}AO$$

$$AO + OB = p_t, \quad AO\left(1+\frac{m_\alpha}{m_n}\right) = p_t \Rightarrow AO = \frac{p_t}{1+{}^{m_\alpha}/_{m_n}}$$

д/з (13.31. 3) в Л-Ц системі

3) ${}^3_1\underset{E_t}{t} + {}^7_3\underset{E_{Li}=0}{Li} \to {}^9_4Be + {}^1_0n + Q_3$ Т.О $m_n : m_{Be} = AO : OB$





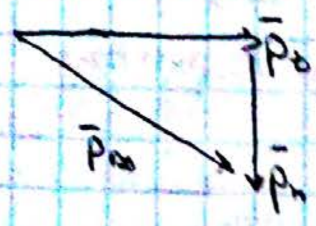
$$\hat{p} = \sqrt{2\mu(\hat{E}_t+Q_3)} = \begin{bmatrix} \mu = \frac{m_{Be}m_n}{m_{Be}+m_n} = \frac{9}{10}m_n \\ \hat{E}_t = \frac{m_t}{m_t+m_{Be}}\quad E_t = \frac{3}{12}E_t = \frac{1}{4}E_t \end{bmatrix} = \sqrt{2}\sqrt{\frac{9}{10}m_n\left(\frac{1}{4}E_t+Q_3\right)} = \frac{3}{\sqrt{5}}\sqrt{m_n\left(\frac{1}{4}E_t+Q_3\right)}$$

$$p_{max\,n} = \hat{p}+AO = \left[\frac{AO}{OB} = \frac{m_n}{m_{Be}} \Rightarrow AO = \frac{m_n}{m_{Be}}OB = \frac{m_n}{m_{Be}}(p_t - AO) \Rightarrow AO = \frac{p_t}{1+{}^{m_{Be}}/_{m_n}}\right]; p_{min\,n} = \hat{p} - AO \;\; \Big\|\; p_t^2 = 2m_tE_t$$

$$E_n^{max/min} = \frac{1}{2m_n}\left[\frac{9}{5}m_n\left(\frac{1}{4}E_t+Q_3\right) + \frac{2m_n^2 m_t E_t}{(m_n+m_{Be})^2} \pm \frac{6}{\sqrt{5}}\sqrt{m_n\left(\frac{1}{4}E_t+Q_3\right)}\,\frac{\sqrt{2m_tE_t}\,m_n}{m_n+m_{Be}}\right] =$$

$$= \frac{9}{10}\left(\frac{1}{4}E_t+Q_3\right) + \frac{m_n m_t E_t}{(m_n+m_{Be})^2} \pm \frac{3}{\sqrt{5}}\sqrt{m_n\left(\frac{1}{4}E_t+Q_3\right)}\,\frac{\sqrt{2m_tE_t}}{m_n+m_{Be}} = 10{,}7885 \pm 1{,}7613 = \left[\begin{matrix} 12{,}5598 \\ 9{,}0372 \end{matrix}\right.[MeV] \begin{matrix} -max \\ -min \end{matrix}$$

Л.С:



ЗЗЕ: $E_t + Q = E_{Be} + E_n \Rightarrow E_n = E_t + Q - E_{Be} = E_t + Q - \frac{1}{m_{Be}}[m_tE_t + m_nE_n]$

ЗЗІ: $\bar{p}_t = \bar{p}_n + \bar{p}_{Be} \Rightarrow p_{Be}^2 = p_t^2 + p_n^2 \Rightarrow 2m_{Be}E_{Be} = 2m_tE_t + 2m_nE_n$

$$E_n = E_t + Q_3 - \frac{m_tE_t}{m_{Be}} - \frac{m_nE_n}{m_{Be}} \Rightarrow E_n\left(1+\frac{m_n}{m_{Be}}\right) = E_t\left(1-\frac{m_t}{m_{Be}}\right) + Q_3$$

$$E_n = \frac{E_t(m_{Be}-m_t) + Q_3m_{Be}}{m_{Be}+m_n} = \frac{16{,}44+93{,}6}{10} = 11{,}004\,[MeV].$$

Generated by CamScanner from intsig.com

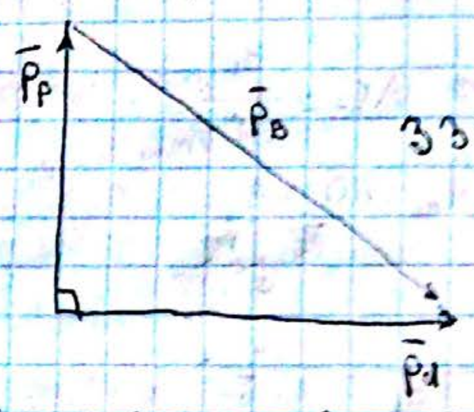
13.49 $E_d = 1,5$ МеВ

$E_{p_i} = 7,84;\ 5,51;\ 4,88$ МеВ

$^{10}_{5}B + {}^{2}d \to {}^{1}_{1}p + {}^{11}_{5}B$

$E_i^*({}^{11}B) - ?$

$\Theta(\bar{p}_p, \bar{p}_d) = \pi/2$



ЗЗІ: $p_B^2 = p_p^2 + p_d^2$

ЗЗЕ: $Q + E_d = E_{p_i} + E_{B_i} + E_i^*$

З ЗЗІ:

$$E_{B_i} = \frac{m_p}{m_B} E_{p_i} + \frac{m_d}{m_B} E_d \qquad // E = \frac{p^2}{2m}$$

Підставимо в ЗЗЕ:

$$E_d + Q = \left(1 + \frac{m_p}{m_B}\right) E_{p_i} + \left(1 + \frac{m_d}{m_B}\right) E_d + E^*$$

$$E_i^* = Q + \left(1 - \frac{m_d}{m_B}\right) E_d - \left(1 + \frac{m_p}{m_B}\right) E_{p_i}$$

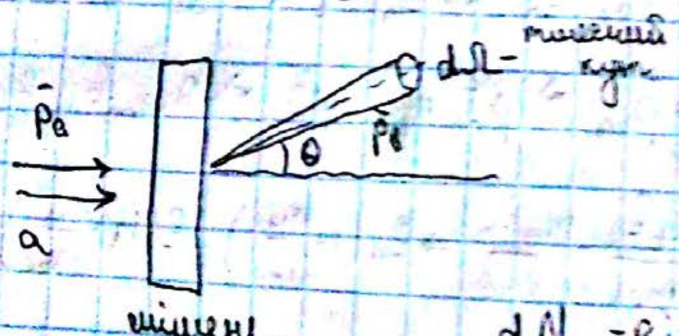
Шукаємо $Q = (\Delta_{B^{10}} + \Delta_d - \Delta_p - \Delta_{B^{11}})\, 931,5$ МеВ $= \ldots$

Переріз та вихід ядерної реакції

$$a + A \to \begin{cases} b_1 + B_1 \\ b_2 + B_2 \\ \ldots \\ b_i + B_i \end{cases} \quad \text{— вихідні канали реакції}$$

Кожен з каналів має свою ймовірнісну характеристику

σ - переріз $[\text{см}^2]$



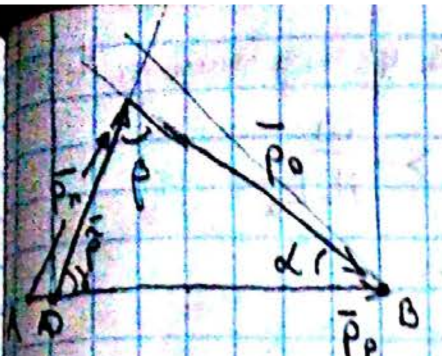
Вихід ядерної реакції:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{dN_b}{d\Omega\, dt} \cdot \frac{1}{dN_a/dt}$$

dN_a - кількість частинок, що налітають

$\omega = \frac{\Delta N_B}{\Delta N_a}$ - вихід ядерної реакції за 1с.

Generated by CamScanner from intsig.com



$^{14}N + {}^1_1p \to {}^1_0n + {}^{14}O$ $\quad Q = 5{,}9\,MeV$

$E_N = 0 \quad E_p = 10\,MeV \quad E_O - ? \quad \alpha = 30^\circ$

13.27

Умова т. O: $AO : OB = m_n : m_O = 1 : 14$

$E_O = \frac{p_O^2}{2m_O}$, тому шукаємо p_O:

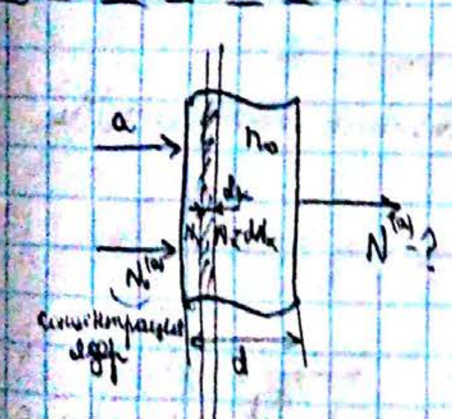
$$\tilde{p} = \sqrt{2\mu(\tilde{E}+Q)} = \left[\begin{array}{l}\mu = \frac{m_n m_O}{m_n + m_O} = \frac{14}{15} m_n \\ \tilde{E}_p = \frac{m_p}{m_p + m_O} E_p = \frac{1}{15} E_p\end{array}\right] = \sqrt{\frac{28}{15} m_n\left(\frac{1}{15}E_p + Q\right)}; \quad p_p = \sqrt{2m_p E_p}$$

За теоремою косинусів:

$$\frac{\tilde{p}}{\sin\alpha} = \frac{p_p}{\sin\beta} \Rightarrow \sin\beta = \frac{p_p \sin\alpha}{\tilde{p}}; \quad \frac{\tilde{p}}{\sin 30^\circ} = \frac{p_O}{\sin\gamma} \Rightarrow p_O = \frac{\tilde{p}\sin\gamma}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{2}\tilde{p}\sin\gamma$$

$$\gamma = \pi - \frac{\pi}{6} - \arcsin\frac{1}{2}\cdot\frac{p_p}{\tilde{p}} = \underbrace{\frac{5\pi}{6}}_{150^\circ} - \sqrt{\frac{15 m_p E_p}{14 m_n(\frac{1}{15}E_p + Q)}} = \frac{5\pi}{6} - \underbrace{\sqrt{\frac{15\cdot 10}{14(\frac{10}{15}+5{,}9)}}}_{=1{,}277\text{ радіан}=73{,}17^\circ} = 76{,}83^\circ$$

$$E_O = \frac{1}{4}\tilde{p}^2\sin^2\gamma\cdot\frac{1}{2m_O} = \frac{1}{8}\sin^2\gamma\cdot\frac{28}{15}\cdot\frac{m_n(\frac{1}{15}E_p + Q)}{m_O} = \frac{7}{30}\cdot 0{,}948\cdot\frac{1}{14}\cdot 6{,}567 = \frac{6{,}2252}{60} = 0{,}1038\,MeV$$



$$n_0 = \frac{m\,\rho_{\text{мішені}}}{M_A V_{\text{мішені}}}$$

$dN_x = -N_x\,\sigma\,dx\,n_0$ – інтегруємо

$$\int_{N_0}^{N}\frac{dN_x}{N_x} = -\sigma n_0\int_0^d dx \Rightarrow \boxed{N^{(a)} = N_0^{(a)} e^{-\sigma n_0 d}}$$

закон зміни кількості частинок, що бомбардують

$$\Delta N_b = N_0^{(a)} - N^{(a)} = N_0\left(1 - e^{-\sigma n_0 d}\right); \quad \boxed{w = \frac{\Delta N_b}{\Delta N_a} = 1 - e^{-\sigma n_0 d}}$$

вихід ядерної реакції при $n_0 \sigma d$, $w < 1$

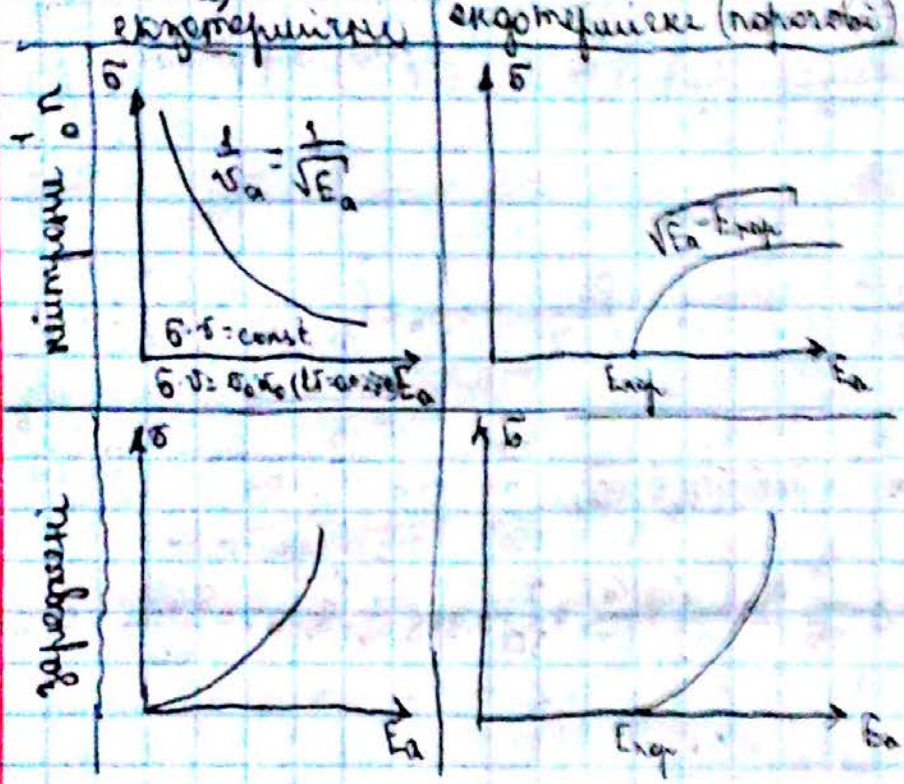
Граничні випадки:

a) тонка мішень $\sigma n_0 d \ll 1$, тоді $\boxed{w = \sigma n_0 d}$ / w вимірюється експериментально б) товста мішень $d > L_a$ (пробіг частинки a у середовищі з N_0)

Вводять поняття середнього перерізу $\langle \sigma \rangle = \frac{w}{N_0 L_a}$

Для пробігу L_a є емпіричні формули.

$\sigma = f(E_a)$



13.60 Тонка пластівка ^{113}Cd опромінювалась тепловими нейтронами

$j_n = 1 \cdot 10^{2}\ с^{-1}\ см^{-2}$

$E_n = kT\ (T = 300K) = 0{,}025$ еВ.

Через 6 діб після початку опромінення вміст ядер Cd зменшився на

Знайти σ - ?

$^{113}Cd + {}^1_0 n \rightarrow {}^{114}Cd + \gamma$

Користуючись формулою для тонкої мішені

$w = \sigma n_0 d$

Generated by CamScanner from intsig.com

За означенням $\omega = \dfrac{\Delta N_B}{\Delta N_a} = \dfrac{\Delta N_{Cd^{114}}}{\Delta N_{Cd^{113}n}}$

$N_{Cd^{114}} = n_0 V$; $\Delta N_{Cd^{113}} = \eta N_{Cd^{113}}$; $\Delta N_n = j_n S \cdot t$ – кількість нейтронів, падаючих на мішень за час t

$$\omega = \frac{\eta n_0 V}{j_n S t} = \frac{\eta n_0 d}{j_n t} = \left[\begin{matrix}\text{з іншого} \\ \text{боку}\end{matrix}\right] = \sigma n_0 d \Rightarrow \sigma = \frac{\eta}{j_n t}$$

$$\sigma = \frac{0{,}01}{10^{12} \cdot 6 \cdot 14400} = 2 \cdot 10^{-20}\ см^{-2} = 2 \text{ Кбн}$$

Залізна мішень опромінюється протонами. У результаті яд. р. на ядрах заліза з $\omega = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ утворюється Co. **13.63**

$E_p = 22$ МеВ (Fe); (p,n) - реакція

$\omega = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ $T_{1/2}(Co) = 77{,}2$ діб

${}^{56}Fe + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{56}Co + {}^{1}_{0}n$ $I_p = 21$ мкА

A - ? $\varepsilon = 25$ год

$\xrightarrow{q} {}^{56}Co \xrightarrow{T_{1/2}}$

$$A = \lambda N_{Co} \ ; \quad \frac{dN_{Co}}{dt} = q - \lambda N_{Co} \rightarrow N(t) = \frac{q}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right) \quad // \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$A_{Co}(t) = \lambda \cdot \frac{q}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right) = q\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

$$q = \frac{\Delta N_{Co}}{\Delta t} = \left[\omega = \frac{\Delta N_{Co}/\Delta t}{\Delta N_p/\Delta t}\right] = \omega\, N_p/\Delta t = \omega \frac{I_p}{e}$$

$$I_p = e\frac{\Delta N_p}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta N_p}{\Delta t} = I_p/e$$ підставляємо, тоді:

$$A_{Co}(t) = \omega \frac{I_p}{e}\left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}\right) = 1{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{21 \cdot 10^{-6}\ A}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл}\left(1 - 2^{-t/T_{1/2}}\right)$$

Generated by CamScanner from intsig.com

13.66 Товста алюмінієва мішень опромінюється потоком α-частинок.

$E_\alpha = 7$ MeV, (α, n)-реакція; $j_n = 1{,}6 \cdot 10^9\ c^{-1}$, $I_\alpha = 50$ мкА.

Знайти ω, $\langle\sigma\rangle$ – ?

$\langle\sigma\rangle = \frac{\omega}{n_0 L_\alpha}$; $\omega = \frac{\Delta N_n/\Delta t}{\Delta N_\alpha/\Delta t} = \frac{j_n \cdot 2e}{I}$ // $n_0 = \frac{\rho_{Al}}{m_{Al}}$

$L_\alpha^{(Al)} = \frac{0{,}31 \cdot E_\alpha^{3/2}(MeV)}{1}$ [см] – підставимо

$$\langle\sigma\rangle = \frac{j_n \cdot 2e\, m_{Al}}{I \cdot 0{,}31 \cdot E_\alpha^{3/2} \cdot \rho_{Al}}$$

$$n_0 = \frac{2{,}7\ г/см^3}{27 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-24}\ г} = 0{,}0625 \cdot 10^{24}\ см^{-3} = 62{,}5 \cdot 10^{21}\ см^{-3}$$

13.68 Товста мішень ^7Li бомбардується α-частинками, утворюється B.

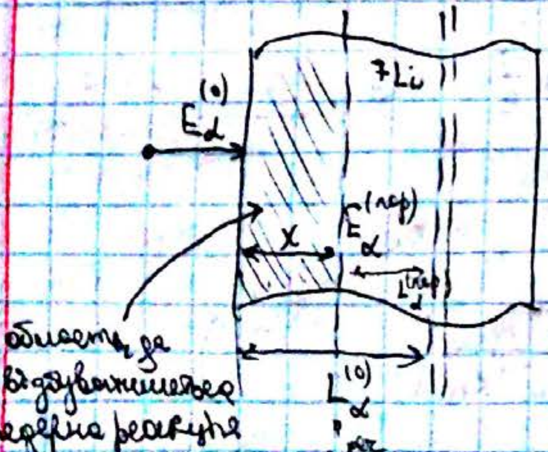
$^7Li + \alpha \to {}^{10}B + n$ / ендотермічна реакція

$E_\alpha = 7$ MeV; $Q = -4{,}4$ MeV

$^7Li(\alpha, n)^{10}B \ -4{,}4$ MeV

$\omega = 2{,}8 \cdot 10^{-5}$

Знайти $\langle\sigma\rangle$.



1. $E_\alpha^{пор}$ –

$x = L_\alpha^{(0)} - L_\alpha^{(пор)}$, тоді

$$\langle\sigma\rangle = \frac{\omega}{n_0 x}$$

$L'_\alpha = 0{,}56 A^{1/3} L_\alpha^{пов}$ [мг/см²] – пробіг α-частинки у речовині з масовим числом A

$L_\alpha^{реч} \cdot \rho_{реч}$ масове число речовини з якої складається мішень

$L_\alpha^{пов} = 0{,}31 \cdot E_\alpha^{3/2}$ (см) – пробіг α-частинки у повітрі

$E_\alpha^{пор} = |Q|\left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{Li}}\right) = \frac{11}{7}|Q| = 6{,}91$ МеV

$L_\alpha^{реl} = \frac{0{,}56 \cdot 7^{1/3} \cdot 0{,}31 \cdot 7^{3/2}}{\rho_{Li}}$; $L_\alpha^{(пор)}$ // $\langle\sigma\rangle = \frac{\omega}{n_0(L_\alpha^{рег} - L_\alpha^{пор})}$

$L_\alpha^{рег} = k E_\alpha^{(0)3/2}$; $L_\alpha^{пор} = k E_\alpha^{(пор)3/2}$

$\langle\sigma\rangle = \frac{\omega}{n_0 k (E_\alpha^{(0)3/2} - E_\alpha^{(пор)3/2})}$, $n_0 = \frac{\rho_{Li}}{m_{Li}}$

Д/З 13.63, 13.64, 13.56

$A + {}^2_1 d \rightarrow {}^{24}Na + {}^1_1 p$

$E_d = 14$ МеВ, $I_d = 10$ мкА, $A_{Na} = 5{,}9 \cdot 10^{10}$ Бк (1,6 Ки), $t = 10$ г . ω – ?

У результаті тривалого опромінення, число ядер радіоактивного ^{24}Na, що утворюються за одиницю часу дорівнює числу ядер металічного натрію, що розпадається

$q \rightarrow {}^{24}Na \rightarrow \quad \frac{dN_{Na}}{dt} = q - \lambda N_{Na} \Rightarrow N(t) = \frac{q}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}) \rightarrow A = \omega \frac{I_d}{e}(1 - e^{-\lambda t})$,

бо $q = \frac{\Delta N_{Na^{24}}}{\Delta t} = I_d / e$. Отже, $\omega = \frac{Ae}{I_d(1 - e^{-\lambda t})}$

З таблиці, $T_{1/2\,^{24}Na} = 15$ год, тобто $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2\,^{24}Na}}$.

$\lambda t = \frac{\ln 2}{T_{1/2\,^{24}Na}} t = \frac{\ln 2}{15} \cdot 10^2 = 0{,}6931 \cdot \frac{2}{3} \approx 0{,}4621$

Оскільки $\lambda t \ll 1$, то розкладемо exp в ряд Т. (беремо по модулю) (знехтуємо 1:)

$\omega = \frac{Ae}{I_d} e^{\lambda t} = \frac{5{,}9 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{10 \cdot 10^{-6} = 10^{-5}} e^{0{,}4621} = 9{,}44 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}587 \approx 1{,}5 \cdot 10^{-2}$

Generated by CamScanner from intsig.com

13.56 BF_3 (газ)

$V = 10 см^3$

$J_n = 10^{12} c^{-1} см^{-2}$

$N((n,\alpha)) : \Delta t = 1c$ - ?

$P_{теп}$ - ?

$^{11}B + n_{тепл} \to {}^8_3Li + {}^4_2He$ $(n;\alpha)$

природна суміш ^{11}B - 80%, ^{10}B - 20%

$\sigma_0 (n,\alpha) = 3813$ барн

За означенням, $\omega = \frac{\Delta N_\alpha / \Delta t}{\Delta N_n / \Delta t} = \sigma n_0 d$ // тонка мішень, d довжина пробігу n в шарі

$\Delta N_\alpha = \Delta N_n \sigma n_0 d = J \Delta t \overbrace{S \sigma n_0 d}^{V} = J \Delta t V \sigma n_0$

$n_0' = 2{,}69 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$ - кількість молекул ідеального газу у 1 см^3, тоді:

$\Delta N_\alpha = J \Delta t \cdot 0{,}8\, n_0' V \sigma$

$\frac{\Delta N_\alpha}{\Delta t} = J \cdot 0{,}8\, n_0' V \sigma$ - кількість реакцій

$P = Q \frac{\Delta N_\alpha}{\Delta t} = (\Delta_B + \Delta_n - \Delta_{Li} - \Delta_\alpha)\, 931{,}5 \cdot J \cdot 0{,}8\, n_0' \sigma V \left[\frac{MeV}{c}\right]$ - потужність

13.69 нормальні умови

$E_\alpha = 7{,}8$ MeV

$Q = -1{,}2$ MeV

$\omega = 2 \cdot 10^{-6}$

$\eta = 78\%$

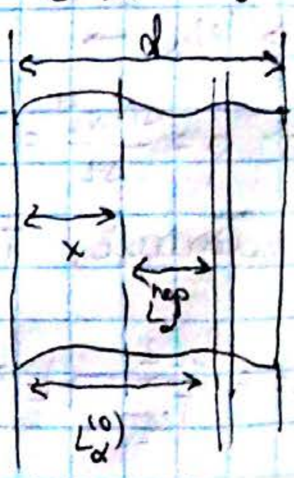
$\langle\sigma\rangle$ - ?

$\langle \sigma \rangle = \frac{\omega}{n_0 (L_\alpha^{(0)} - L_\alpha^{(пор)})}$

$E_\alpha^{пор} = |Q| \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_N}\right)$

$\langle \sigma \rangle = \frac{\omega}{n_0 \cdot 0{,}318 \left(E_{\alpha_0}^{3/2} - E_{пор}^{3/2}\right)}$

$n_0 = \underset{\text{бо 2 атома}}{2} \cdot 0{,}78 \cdot n_{Лошмідта}$



14.35

$E_n = 2$ МеВ ; $J_0 = 2 \cdot 10^4\, c^{-1}$; $\sigma = 1{,}6$ барн

$r_1 = 1$ см; $r_2 = 10$ см.

Знайти $j_n = \frac{\Delta N_n}{\Delta t \Delta S}$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$\omega = \frac{\Delta N_{a}/\Delta t}{\Delta N_{A}/\Delta t} = 1 - e^{-\sigma n_0 d} \qquad // \; d = r_2 - r_1 = 5 \text{ см}$$

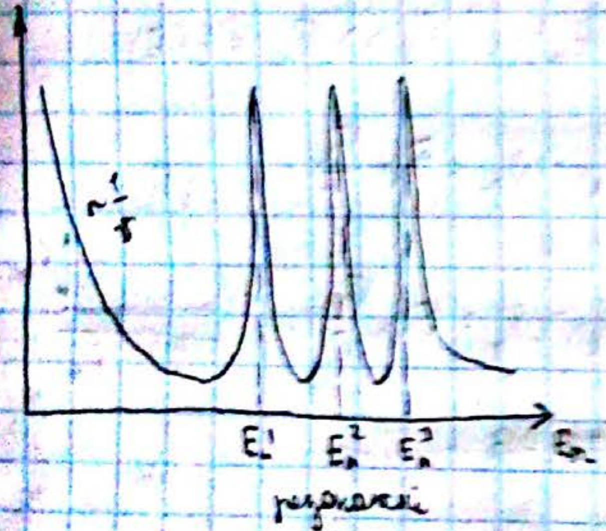
$$\frac{\Delta N_a}{\Delta t} = \frac{\Delta N_A}{\Delta t}\left(1 - e^{-\sigma n_0 d}\right)$$

(поглинання) j_0

оцінимо експонента $\sigma n_0 d = 4{,}6 \cdot 10^{-28} \cdot \frac{1{,}8 \cdot 7 \text{ см}^3}{12} \ldots$ // $n_0 = \frac{\rho}{M(\ldots)} N_A$

$= \frac{25}{20}$ не є набагато менше 1 $\qquad n_0 = \frac{\rho}{A(n)}$

$$! \; 7(j_0 - j_{\text{поглин}}) \cdot \frac{1}{4\pi R_2^2} = \frac{j_0 e^{-\sigma n_0 d}}{4\pi R_2^2}$$



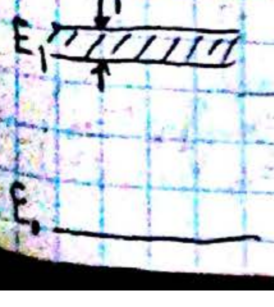
Резонансні реакції

Формула Брейта–Вігнера

Ці реакції проходять з утворенням проміжного ядра.

$${}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \rightarrow \underbrace{{}^{A+1}_{Z}X^{*}}_{\text{проміжне (складне)}} \xrightarrow{(n,n)} {}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \quad (n,n) \text{ — пружне розсіяння}$$

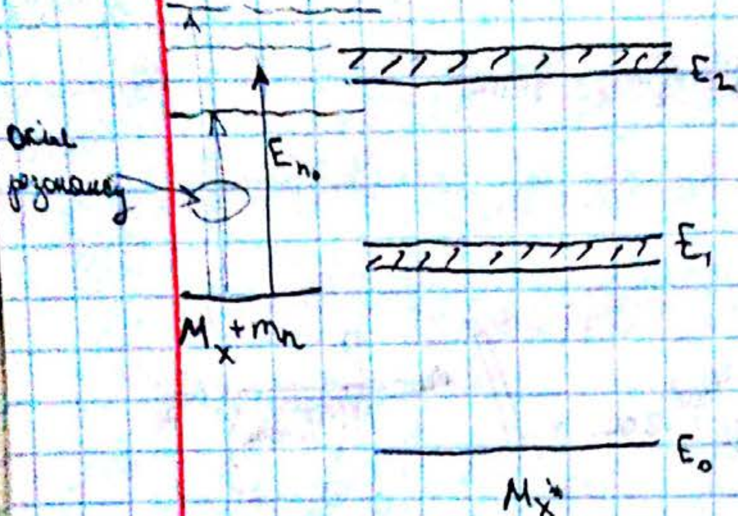
$$\xrightarrow{(n,\gamma)} {}^{A+1}_{Z}X + \gamma \quad (n,\gamma) \text{ — радіаційне захоплення}$$



$\Gamma = \sum_i \Gamma_i$ — у випадку декількох каналів; Γ_i — парціальні ширини певних каналів

$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma$; $\Gamma = \hbar/\tau$; $\tau_n = \frac{1}{\lambda_n}$; $\tau_\gamma = \frac{1}{\lambda_\gamma}$

Generated by CamScanner from intsig.com



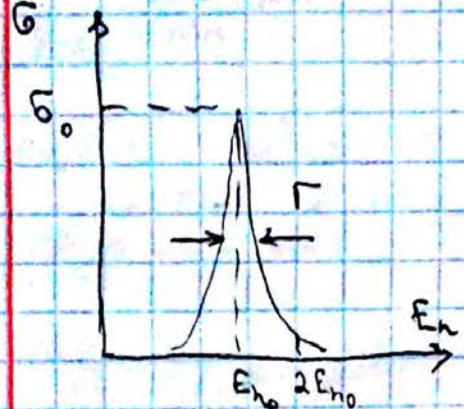
переріз утворення проміжного ядра:

$$\sigma_{X^*} = \pi \lambda_n^2 g \cdot \frac{\Gamma \Gamma_n}{(E_n - E_{n0})^2 + \Gamma^2/4}$$

$$\lambda_n = \frac{\lambda_n^{(Бр)}}{2\pi} = \frac{\hbar}{p_n}$$

g - статистичний фактор

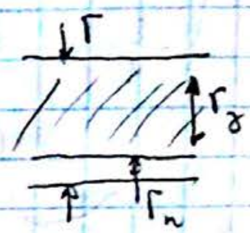
Γ - повна ширина збудженого рівня



$$\boxed{\lambda_n \Gamma_n = \Gamma_{n0} \cdot \lambda_{n0}}$$ - як правило

$\Gamma_n = f(E_n)$; $\quad \Gamma_\gamma \gg \Gamma_n \neq f(E)$

$$\sigma_{nn} = \sigma_{X^*} \cdot \omega_n = \sigma_{X^*} \frac{\Gamma_n}{\Gamma}$$



$$\sigma_{n\gamma} = \sigma_{X^*} \cdot \omega_\gamma = \sigma_{X^*} \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma}$$

14.23 $\quad {}^{113}Cd + {}^1_0 n \rightarrow \underbrace{{}^{114}Cd^*}_{\text{проміжне}}$ $\qquad E_{n0} = 0{,}178$ еВ

при $E_n = 2E_{n0}$, $\sigma_{n\gamma}^{(E_n)} / \sigma_{n\gamma_0} = \eta = 1/15$. $\qquad // \Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$

Знайти Γ?

З формули $\sigma_{X^*} = \pi \lambda_n^2 g \cdot \frac{\Gamma \Gamma_n}{(E_n - E_{n0})^2 + \Gamma^2/4}$ і $\sigma_{n\gamma} = \sigma_{X^*} \Gamma_\gamma / \Gamma$

Прирівнюємо: $\sigma_{n\gamma} = \pi \lambda_n^2 g \frac{\Gamma \Gamma_n}{(E_n - E_{n0})^2 + \Gamma^2/4} \cdot \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma}$

$$\frac{\sigma_{n\gamma}^{(0)}}{\sigma_{n\gamma}} = \frac{\pi \lambda_{n0}^2 g\, 4 \Gamma_{n0} \Gamma_\gamma}{\Gamma^2} \cdot \frac{(\overbrace{E_n - E_{n0}}^{E_{n0}})^2 + \Gamma^2/4}{\pi \lambda_n^2 g \Gamma_n \Gamma_\gamma} = \frac{4 \lambda_{n0}^2 \Gamma_{n0}}{\lambda_n^2 \Gamma_n} \cdot \frac{(E_{n0}^2 + \Gamma^2/4)}{\Gamma^2} =$$

$$= \left[\frac{\lambda_{n0} \Gamma_{n0}}{\lambda_n \Gamma_n} = 1\right] = \frac{4 \lambda_{n0}}{\lambda_n}\left(\frac{1}{4} + \frac{E_{n0}^2}{\Gamma^2}\right) = 15 = \frac{v_n}{v_{n0}}\left(1 + \frac{4E_{n0}^2}{\Gamma^2}\right) = \sqrt{\frac{E_n}{E_{n0}}}\left(1 + \frac{4E_{n0}^2}{\Gamma^2}\right) = 15$$

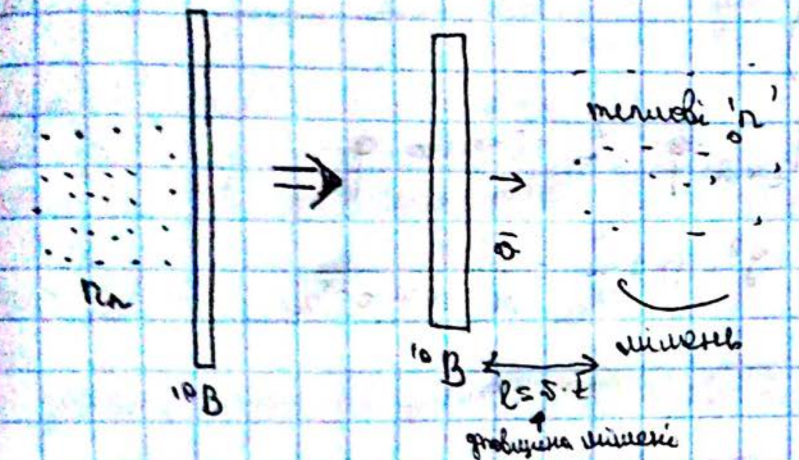
Generated by CamScanner from intsig.com

$$\frac{\lambda_{n0}}{\lambda_n} = \frac{h}{m_n v_{n0}} \cdot \frac{m_n v_n}{h} = \frac{v_n}{v_{n0}} = \left[v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \right] = \sqrt{\frac{E_n 2}{m_n}} \sqrt{\frac{m_n}{2E_{n0}}} = \sqrt{\frac{E_n}{E_{n0}}}$$

Д/з: 14.44, 14.21, 14.36, 14.45

Скільки часу необхідно опромінювати тонкий шар ^{10}B у полі пот. n, якщо $n_n = 4 \cdot 10^8$ см$^{-3}$, щоб $N_B(0)/N_B(t) = \eta = 2$; $\sigma_{(n\alpha)} \sim 1/v$. t - ?

$$^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{7}_{3}Li + ^{4}_{2}He$$



$$\omega = 1 - e^{-\sigma n_0 d}, \text{ де } d = vt$$

$$\omega = \frac{\Delta N_B / \Delta t}{\Delta N_n / \Delta t} = \frac{\Delta N_{Li} / \Delta t}{\Delta N_n / \Delta t}$$

$v_0 = 2200$ м/с (швидкість теплових нейтронів)

$$dN_{^{10}B} = -\sigma N \frac{v\,dt}{l} n_n \Rightarrow N_{^{10}B}(t) = N_0 e^{-\sigma v n_n t} \Rightarrow$$

$$\frac{N_0}{N} = \eta = e^{\sigma v n_n t} \Rightarrow t = \frac{\ln \eta}{\sigma \cdot v n_n}$$

Користуємось тим, що $\sigma \cdot v = \sigma_0 v_0$ при $\sigma_{(n\alpha)} \sim 1/v$, і беремо значення з таблиці.

Generated by CamScanner from intsig.com

14.45 Тонкий зразок Na, теплові нейтрони

$m = 0,4$ г

$\Phi = 1,0 \cdot 10^{10}$ см$^{-2}$с$^{-1}$

а) A_s - ?;

б) $t: \frac{A(t)}{A_s} = \frac{3}{4}$

$$^{23}Na + {}^1_0 n \to {}^{24}Na \xrightarrow{\lambda} \beta^-$$

$$A = \lambda N_{Na^{24}}$$

$$\dot{N} = -\lambda N + q \Rightarrow N = \frac{q}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right), \text{ тоді}$$

$$A = q\left(1 + e^{-\lambda t}\right).$$

Насичення $t \to \infty$: $A_s\big|_{t\to\infty} = q$. Знайдемо q

$q = w \Phi S$, де $w = \sigma n d$, де $n = \frac{\rho}{M_{Na}} = \frac{\rho}{M \cdot 1,667 \cdot 10^{-24}\text{ г}}$

З таблиці $\sigma = 0,53$ бн

$m = \rho V = m_0 n S d \Rightarrow nd = \frac{m}{M_{ед} S}$, тоді

$$A_s = \sigma \frac{m}{M_{ед} S} \Phi S = \frac{\sigma \Phi m}{M_{ед}}$$

$$\frac{A(t)}{A_s} = \frac{\sigma \Phi m}{M_{ед}}\left(1 + e^{-\lambda t}\right) \cdot \frac{M_{ед}}{\sigma \Phi m} = 1 + e^{-\lambda t} \Rightarrow t$$

Реакції ділення важких ядер

Модель поділу важкого ядра:

$$^1_0 n + {}^A_Z X \to \underbrace{{}^{A+1}_{Z} X^*}_{\text{проміжне}} \to \text{ділення з } \sigma_f$$

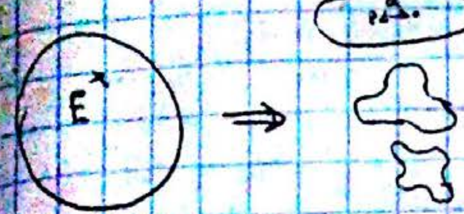
$\to (n,n)$ з σ_{nn} - пружне розсіяння

$\to (n,\gamma)$ з $\sigma_{n\gamma}$ - радіаційне захоплення

$f = \frac{\sigma_f}{\sum_i \sigma_i}$ - ймовірність ділення певним каналом

Generated by CamScanner from intsig.com

п.3. З краплинної моделі



$\frac{Z^2}{A} > 48$ – умова ділення важких ядер

с/р 2 задачі 33.6 реакцій

$\Delta E_\sigma = E_\sigma^{(деф)} - E_\sigma^{(0)}$; $\Delta E_{кул} = E_{кул}^{(0)} - E_{кул}^{(деф)}$

$\Delta E_\sigma \to$ ○ (початкова форма) $\Delta E_{кул} \to$ ділення

$|\Delta E_\sigma| > |\Delta E_{кул}|$ – ділення не буде

якщо $Z^2/A < 48$, то вводиться поняття активаційний поріг ділення

$^{1}_{0}n + {}^{238}_{92}U \to {}^{239}_{92}U^* \xrightarrow[\text{ділення}]{} X + Y$ 15.7 (модифікована)

швидкі

для даної реакції потрібна $E_n = 1{,}4$ МеВ; буде $m_x \simeq m_y$ або $m_x : m_y = 1:1$

$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \to {}^{236}_{92}U^* \xrightarrow[\text{ділення}]{} X + Y$

теплові

для даної реакції потрібно $E_n \approx 0$; $m_x : m_y = 3:2$ (ділення асиметричне)

Знайти $Q_{акт}({}^{238}U)$; $Q_{акт}({}^{235}U)$

Спочатку зробимо оцінку Z^2/A:

$$\frac{Z^2}{A}\Big|_{235} = \frac{92^2}{235} = 36 \qquad \frac{Z^2}{A}\Big|_{238} = \frac{92^2}{238} = 35{,}6$$

$$Q_{act}^{(238)} = E_{зв}^{(239)} - E_{зв}^{(238)} + E_n = E_{зв}(92, 239) - E_{зв}(92, 238) + E_n$$

Користуємось формулою Бете-Вейцзекера:

$$E_{зв}(Z, A) = \varepsilon_1 A - \varepsilon_2 A^{2/3} - \varepsilon_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \varepsilon_4 \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + \varepsilon_5 \frac{\delta}{A^{3/4}}, \text{ де } \delta = \begin{cases} 1, & Z, A\text{-парні} \\ 0, & Z, A\text{-непарні} \\ -1, & Z\text{-непарне}, A\text{-парне} \end{cases}$$

$$\Delta E_{зв} = \varepsilon_1 - (239^{2/3} + 238^{2/3})\varepsilon_2 - \varepsilon_3\left(\frac{1}{239^{1/3}} - \frac{1}{238^{1/3}}\right) + \ldots = 5{,}1 \text{ МеВ}$$

Generated by CamScanner from intsig.com

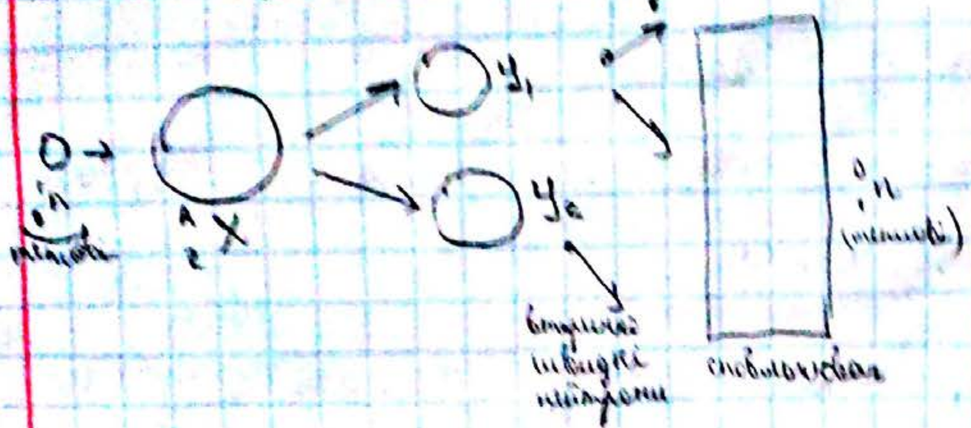
$Q_{пов} = 5,1\ MeV + 1,4\ MeV = 6,5\ MeV$

для ^{235}U $\quad \varepsilon_\delta = \frac{\delta}{A^{3/4}} = 0$

^{238}U $\quad \varepsilon_\delta = \frac{\delta}{A^{3/4}} = 34 \cdot \frac{1}{238^{3/4}} = 0,56\ MeV$

$\Delta E_{уд} = 6,6\ MeV$ - для ^{235}U

Ланцюгова реакція



k - коефіцієнт розмноження нейтронів

$k = \frac{N_i \text{ (к-ть нейтронів)}}{N_{i-1} \text{ (попереднє покоління)}}$ // для середовища з нескінченними розмірами

$$\boxed{k_\infty = \nu\,\varepsilon\,\rho\,f}$$

ν - к-ть ^1_0n на 1 акт ділення (вторинних)

ε - імовірність поділу на швидких ^1_0n

ρ - імовірність того, що ^1_0n не поглинуться сповільнювачем

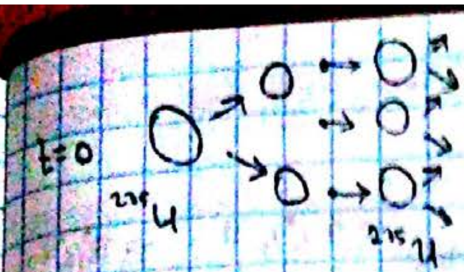
$f = \frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_{n\gamma} + \sigma_{nn}}$ - імовірність власне ділення

Для контрольованих реакцій $k = 1,001$

15.18 Оцінити проміжок часу необхідного для поділу ^{235}U (чистий) $m = 1$ кг в нескінченному середовищі з $\langle E_n \rangle$ 1,6 МеВ, $\sigma_f = 2$ барн, $k = 1,001$. Вважати, що в $t = 0$ $N_0 = 1$. Знайти t_Σ - ? ; Q_Σ - ?

$Q = 200\ MeV$ (на 1 акт ділення)

Generated by CamScanner from intsig.com



наростаюча реакція

$k = \frac{N_i}{N_{i-1}}$

$\underbrace{1}_{\text{спочатку}} + \underbrace{k \cdot 1}_{\text{спочатку поділився}} + k^2 + k^3 + \dots k^n$ — геометрична прогресія

n - кількість поколінь нейтронів

Сума прогресії: $\frac{k^{n+1}-1}{k-1} \approx \frac{k^{n+1}}{k-1} = N_0(^{235}U) = \frac{m}{M_{a}(^{235}U)}$

$\frac{m}{M_a(^{235}U)} = \frac{10^3}{235 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-24} г} \approx 2 \cdot 10^{24} = N_0$ — початкова кількість ядер U в речовині

$\frac{e^{(n+1)\ln k}}{k-1} = N_0 \Rightarrow n+1 = \frac{\ln N_0(1-k)}{\ln k} \Rightarrow n = \frac{\ln N_0(1-k)}{\ln k} - 1$

$\tau_n = 10^{-8}$ с — середній час життя 1 покоління

$t_\Sigma = n\tau_n = 5 \cdot 10^{-3}$ с

Задача

Під час захоплення теплових нейтронів ядрами характеризують 2 перерізи $\sigma_{n\gamma}$ і σ_f. Під час 1 акту поділу виділяється ν н. Знайти η.

Для суміші ^{238}U і ^{235}U:

а) природна суміш 0,72% (^{235}U)

б) збагачений уран 1,5% (^{235}U)

	ν	σ_f, бн	$\sigma_{n\gamma}$
^{235}U	2,41	582	112
^{233}U	2,52	527	54
^{239}Pu	2,92	746	280

Generated by CamScanner from intsig.com

для „чистих" ізотопів: $\eta = \nu \dfrac{\sigma_f}{\sigma_{n\gamma} + \sigma_f}$ f

для суміші: $\eta_{сум} = \nu \dfrac{\sigma_f}{\sigma_{n\gamma} + \sigma_f + 140\,\sigma_{238}} = 1{,}33$ $\quad 0{,}72\%\ U^{(5)} \quad 99{,}28\%\ U^{(8)}$

$1 : 140$

з пропорції

$\sigma_{238} \approx 2{,}75$ барн

для збагаченої суміші: $\eta_{збаг} = \nu \dfrac{\sigma_f}{\sigma_{n\gamma} + \sigma_f + 66\,\sigma_{238}} = 1{,}64$

14.21

а) $\sigma_{n\gamma} = \sigma_{x^*} \dfrac{\Gamma_\gamma}{\Gamma} = \pi \lambda_n^2 g \dfrac{\Gamma \Gamma_n \Gamma_\gamma / \Gamma}{(E_n - E_{n0})^2 + \Gamma^2/4} = \dfrac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{(E_n - E_{n0})^2 + \Gamma^2/4} \pi \lambda_n^2 g = \left[\lambda_n^2 = \dfrac{\hbar^2}{2mE_n}\right] =$

$= \dfrac{\hbar^2 \Gamma_n \Gamma_\gamma}{2mE_n[(E_n - E_{n0})^2 + \Gamma^2/4]}$

$\dfrac{d\sigma_{n\gamma}}{dE_n} = -\left[\dfrac{(E_n - E_{n0})\, g \Gamma_\gamma \Gamma_n \hbar^2 \pi}{E_n((E_n - E_{n0})^2 + \Gamma^2/4)^2 m} + \dfrac{g \Gamma_\gamma \Gamma_n \hbar^2 \pi}{2E_n^2((E_n - E_{n0})^2 + \Gamma^2/4) m}\right] =$

$= -\dfrac{2g(4(3E_n^2 - 4E_n E_{n0} + E_{n0}^2) + \Gamma^2)\Gamma_\gamma \Gamma_n \hbar^2 \pi}{E_n^2 (4(E_n - E_{n0})^2 + \Gamma^2)^2 m}$

$\dfrac{d\sigma_{n\gamma}}{dE_n} = 0 \Rightarrow E_{n\,min}^{max} = \dfrac{1}{6}\left(4E_{n0} \pm \sqrt{4E_{n0}^2 - 3\Gamma^2}\right) = \dfrac{1}{3} E_{n0}\left(2 \pm \sqrt{1 - \dfrac{3}{4}\cdot\left(\dfrac{\Gamma}{E_{n0}}\right)^2}\right)$

$E_n^{max} \approx E_{n0}$ при $\Gamma \ll E_{n0}$

б) $\sigma_0 = \dfrac{\hbar^2 \Gamma_n \Gamma_\gamma}{2mE_{n0}\,\Gamma/4} = \dfrac{\hbar^2 \Gamma_n \Gamma_\gamma}{\frac{1}{2} m E_{n0}^2}$

$\sigma_{max} = \dfrac{\hbar^2 \Gamma_n \Gamma_\gamma}{2m \cdot \frac{1}{6} 3E_n[(3E_{n0} - E_{n0})^2 + E_n^2/4]} = \dfrac{\hbar^2 \Gamma_n \Gamma_\gamma}{8mE_{n0}^3(2 + 1/4)}$

$\dfrac{\sigma_0}{\sigma_{max}} = \dfrac{E_{n0} \cdot 9/4}{1/2} = \dfrac{9}{2} E_{n0}$

Generated by CamScanner from intsig.com

Інтенсивність вузького пучка медленних монохроматичних нейтронів 14.36

уменьшается в 20 раз при прохождении через пластинку из естественного изотопного состава бора. Массовая толщина пластинки 1,0 г/см².

Определить энергию нейтронов, имея в виду справедливость в законе

случая закона 1/v.

$\sigma v = \sigma_0 v_0 = const$

$N = N_0 e^{-n_0 \sigma d}$; $\sigma = 2\pi (R + \bar{\lambda})^2$; $n_0 = N_A \left(\frac{\rho}{M_r}\right)$

$\frac{N_0}{N} = \exp\{n_0 \sigma d\} = \exp\left(2\pi N_A \frac{\rho d}{M_r} (R + \bar{\lambda})^2\right)$

$\frac{N_0}{N} = e^{n_0 \sigma d} \Rightarrow \sigma = \frac{1}{n_0 d} \ln \frac{N_0}{N} = \frac{M}{\rho d} \ln\left(\frac{N_0}{N}\right)$

ρd - масова вага; $M = 11$ а.о.м - вага атома бору

Діє закон 1/v $\Rightarrow \sigma v = \sigma_0 v_0$; $v_0 = 2,2 \cdot 10^5$ см/с ; $\sigma_0 = 755$ барн, тоді

$v = \frac{\sigma_0 v_0}{\sigma} = \sigma_0 v_0 \cdot \frac{\rho d}{M \ln(N_0/N)}$

$E_n = \frac{m_n v^2}{2} = \frac{m_n}{2}\left(\sigma_0 v_0 \frac{\rho d}{M \ln(N_0/N)}\right)^2 = \frac{1,67 \cdot 10^{-24} г}{2} \Big(755 \cdot 10^{-24} см^2 \cdot 2,2 \cdot 10^5 см/с \times$

$\times \frac{1 г/см^2}{11,0 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} г \ln 20}\Big)^2 = 7,7 \cdot 10^{-12}$ ерг $\approx 4,7$ еВ.

Generated by CamScanner from intsig.com

СРС 1

[illegible] [illegible] [illegible] ([illegible] [illegible])

17.26

Прискорювачі заряджених частинок

Поділяються на 2 типи: циклічні і лінійні.

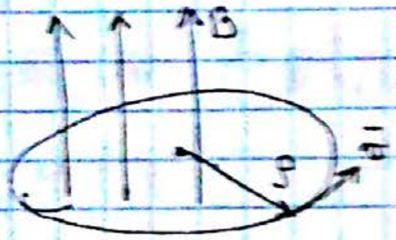
Циклічні

Є однорідне магнітне поле $B = 12$ кГс, $E_{кін} = 10$ МеВ. Знайти T_{p^-}, ρ_{p^-}, T_p, ρ_p (Ω)

Електрон

Відцентрова сила $\frac{mv^2}{R}$ ⇒ прирівнюємо

Сила Лоренца $\frac{qvB}{c}$



$$\frac{mv^2}{R} = \frac{qvB}{c} \Rightarrow \frac{mcv^2}{qvB} = R = \frac{pc}{qB}$$

$$E_{k_{p^-}} = \underbrace{\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}}_{повна} - \underbrace{m_0c^2}_{спокою} = mc^2\left(\sqrt{1 + \frac{p^2c^2}{m^2c^4}} - 1\right)$$

$$p = \frac{\sqrt{E_k^2 + 2mc^2E_k}}{c}, \text{ тоді: } R = \frac{\sqrt{E_k^2 + 2mc^2E_k}}{qB}$$

$$\Omega = \frac{v}{R} = \left[\begin{matrix}\text{з першої} \\ \text{формули}\end{matrix}\right] = \frac{qBc}{mc} \cdot \frac{1}{c} = \frac{qBc}{E_{повна}}, \text{ тобто}$$

$$\boxed{\Omega = \frac{qBc}{E_{повна}}}$$

$$T = \frac{2\pi}{qBc} mc^2 \quad // \quad T = \frac{2\pi}{\Omega}$$

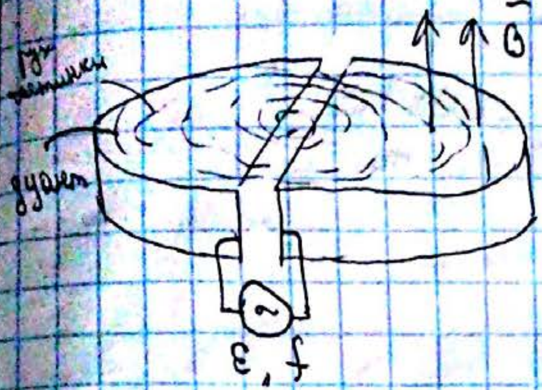
Протон:

$$R_p = \frac{pc}{qB} = \frac{\sqrt{2m_p E_k}\, c}{qB}$$

Generated by CamScanner from intsig.com

Принцип дії циклотрону: майже однорідне магнітне поле.

Впускаються електрони між дуантами, попадають у проміжок, вони отримують додаткову енергію.



$\rho_{max} = R$ Необхідна умова (умова резонансного прискорення)

$$\boxed{\Omega = 2\pi f}$$

$\rho : m(v), \ \Omega \neq const$

Використовуються для прискорення важких частинок.

$\rho_{max} = 50$ см. Визначити для p: $E_{k\,max}$, якщо $B = 10$ кГс. 17.34

З попередньої задачі, $\rho_p = \frac{\sqrt{2m_p c^2 E_k}}{qB} \Leftrightarrow \rho_p^2 = \frac{2mc^2 E_k}{qB^2} \Rightarrow$

$$E_k = \frac{\rho_p^2 q^2 B^2}{2mc^2} = \frac{(4{,}8 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 10^8 \cdot 25 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}} = 12\ MeV.$$

$f = 10$ МГц. Прискорюються α-частинки до $\rho_{max} = 50$ см, $V_{еф} = 90$ кВ 17.36а

Нехтуючи зазором між дуантами, знайти t_Σ.

$\Delta E_k(1\ \text{зазор}) = \underset{\text{заряд}}{2e} \cdot V_{еф}$

$\Omega = 2\pi f$ – частота обертання частинки; $T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi}{2\pi f} = 1/f$.

$$E_{k\,max} = \frac{\rho_{max}^2 q^2 B^2}{2m_\alpha c^2} = \frac{\rho_{max}^2 4\pi^2 f^2 m_\alpha c^2}{2c^2} = \rho_{max}^2 2\pi^2 f^2 m_\alpha$$

$T = 1/f = \frac{2\pi}{qBc} m_\alpha c^2 \Rightarrow qB = 2\pi f m_\alpha c$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$\frac{E_{k\max}}{2\Delta E_k} = \frac{2\pi^2 f^2 m_\alpha \rho_{max}^2}{4eU_{еф}} = \frac{\pi^2 f^2 m_\alpha \rho_{max}^2}{2eU_{еф}} = n$$ - кількість обертів

t_Σ = 10 мікс. // $T \cdot n = t_\Sigma$

$$\Omega_{нерел} = \frac{qBc}{m_0 c^2} = const \; ; \qquad \Omega_{релят} = \frac{qBc\sqrt{1-v^2/c^2}}{m_0 c^2}$$

17.39 необхідна умова $f_{пол} = \Omega$

$f = \Omega(t)$ · фазотрон

зміна $B(t)$ - принцип роботи синхротрона

маємо фазотрон

$f(t)$ / $\omega(t)$ - прискорююче поле. Який повинен бути закон зміни $\omega(t)$, якщо є B, ε - середня енергія, яку отримує частинка за 1 об.

$$\Omega = \frac{qBc}{mc^2} = \frac{qBc}{m_0c^2 + E_k(t)}, \text{ де } \frac{dE_k(t)}{dt} = \frac{\varepsilon}{T} \Rightarrow \text{виражаємо } E_k \text{ з } \Omega$$

$$\Rightarrow \frac{dE(t)}{dt} = \frac{\varepsilon\Omega}{2\pi}$$

$$E_k(t) = \frac{qBc}{\Omega(t)} - m_0c^2$$

// оскільки m_0c^2 = константа $E_k \Leftrightarrow E$ (пох...)

$$\frac{dE(t)}{dt} = -\frac{qBc}{\Omega^2}\frac{d\Omega}{dt}, \text{ прирівнюємо з } \frac{\varepsilon\Omega}{2\pi}$$

$$\int_{\Omega_0}^{\Omega}\frac{d\Omega}{\Omega^3} = \int_0^t -\frac{\varepsilon}{2\pi qBc}dt \Rightarrow \left.\frac{1}{2\Omega^2}\right|_{\Omega_0}^{\Omega} = \left.\frac{\varepsilon}{2\pi qBc}t\right|_0^t \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2\Omega^2} - \frac{1}{2\Omega_0^2} = \frac{\varepsilon}{2\pi qBc}t \Rightarrow \frac{1}{\Omega^2} = \frac{\varepsilon t}{\pi qBc} + \frac{1}{\Omega_0^2} = \frac{\varepsilon t\Omega_0^2 + \pi qBc}{\pi qBc\,\Omega_0^2}$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{\pi qBc\,\Omega_0^2}{\varepsilon t\Omega_0^2 + \pi qBc}} \Leftrightarrow \Omega = \Omega_0\sqrt{\frac{\pi qBc}{\varepsilon t\Omega_0^2 + \pi qBc}} =$$

Generated by CamScanner from intsig.com

$= \left[\Omega_0 = \frac{qB_0 c}{m_0 c^2} \right] = \left[\alpha = \frac{\varepsilon}{\pi q B_0 c} \right] = \Omega_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \Omega_0 \alpha t}}$

Кільцевий синхрофазотрон змінюється: $\omega(t)$, $B(t)$, узгодж. — циклотрон самостійно

…ться за законом $\rho = const$ — 17.42

ρ: $E_0 = 9{,}5$ MeV

$E_{max} = 10^3$ MeV

$\rho = 4{,}5$ м ; $dB/dt = 15$ кГс/с

а) Знайти межі, в яких змінюється ω_0, ω_{max}

б) ε за 1 оберт

в) l_Σ.

а) $\Omega(t) = \frac{qBc}{m_0 c^2} = \frac{qB(t)c}{m_0 c^2 + E}$

$\rho = \frac{v}{\omega} = \frac{pc}{qB} = \frac{\sqrt{E_k^2 + 2m_0 c^2 E_k}}{qB} = const$

$B = \frac{\sqrt{E_k + 2m_0 c^2 E_k}}{q\rho} \rightarrow \Omega(t)$

$\Omega(t) = \frac{\sqrt{E_k^2 + 2m_0 c^2 E_k}\, c}{\rho (E_k + m_0 c^2)} = \Omega(E)$

$E_{k0} \Rightarrow \Omega_0$

$E_{k\,max} \rightarrow \Omega_{max}$

$\Omega = \omega$ — кутова швидкості

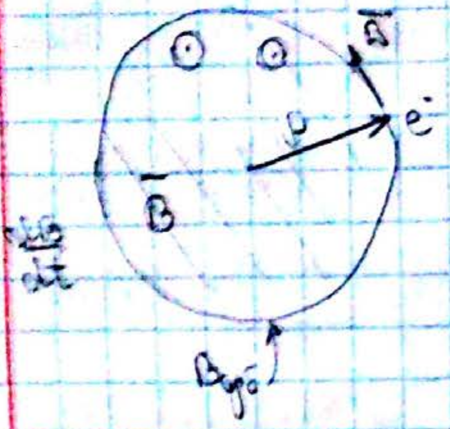
б) $p = \frac{q\rho}{c} B \Rightarrow \frac{dp}{dt} = \frac{q\rho}{c} \frac{dB}{dt}$

$\frac{dE_k}{dt} = \frac{dE}{dt}$; $\underbrace{\frac{dp}{dt} = \overset{\text{сила}}{F}}_{\text{II закон Ньютона}}$; $\overset{\text{робота}}{A} = F\, 2\pi\rho = \frac{dp}{dt} 2\pi\rho \Rightarrow \varepsilon = \frac{q\rho^2}{c} 2\pi \frac{dB}{dt}$

в) $l_\Sigma = \frac{E_{max} - E_0}{\varepsilon} 2\pi\rho$

Generated by CamScanner from intsig.com

Бетатрон – прискорення електронів до релятивістських швидкостей



$\rho = const$

напрямок

$$2\pi\rho E_{вихр} = -\frac{1}{c}\cdot\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \underbrace{\bar{B}}_{\text{середня індукція через площину}}\pi\rho^2 \; ; \; \boxed{B_{орб} = \frac{1}{2}\bar{B}}$$ β-тронна умова

17.27 $\rho = 25$ см ; $\frac{d\Phi}{dt} = 5\cdot10^9 \frac{Мкс}{c}$. Визначити l_Σ за τ = 3мс ; ε_{max}

$$\varepsilon = \underbrace{2\pi\rho}_{\text{довжина траєкторії}}\cdot eE_{вихр} = \frac{e}{c}\cdot\frac{d\Phi}{dt}$$ | без мінуса – енергія за один оберт

$$p = \frac{e\rho}{c}B_{орб} = \frac{e\rho}{2c}\bar{B} \; ; \; \frac{dp}{dt} = \frac{e\rho}{2c}\cdot\frac{d\bar{B}}{dt} = \frac{e\rho}{2c}\cdot\frac{1}{\pi\rho^2}\cdot\frac{d\Phi}{dt} = const$$

$$\frac{d\bar{B}}{dt} = \frac{d\Phi}{dt}\cdot\frac{1}{\pi\rho^2}$$

інтегруємо $\frac{dp}{dt}$ $\Rightarrow$ $p = \alpha t = \frac{e}{2\pi c\rho}\cdot\frac{d\Phi}{dt}\cdot t$

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \alpha t \Leftrightarrow m_0 v = \sqrt{1-v^2/c^2}\,\alpha t \Leftrightarrow m_0^2 v^2 = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\alpha^2 t^2$$

$$m_0^2 v^2 = \alpha^2 t^2 - \frac{\alpha^2 t^2}{c^2}v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{\alpha^2 t^2 / m_0^2}{1+\frac{\alpha^2 t^2}{m_0^2 c^2}} = \left[z = \frac{\alpha}{m_0 c}\right] \Rightarrow$$

$$z = \frac{e}{2\pi m_0 c^2 \rho}\cdot\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{z^2c^2t^2}{1+z^2t^2}} = \frac{zct}{\sqrt{1+z^2t^2}}$$

$$v = \frac{dl}{dt} = \frac{zct}{\sqrt{1+z^2t^2}} \Rightarrow l = \int_0^\tau zct\,\frac{dt}{\sqrt{1+z^2t^2}} = \frac{c}{2z}\int_0^\tau \frac{d(z^2t^2)}{\sqrt{1+z^2t^2}} =$$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$= \frac{c}{2\tau}\int_0^{\tau} \frac{d(1+\tau^2 t^2)}{\sqrt{1+\tau^2 t^2}} = \frac{c}{2\tau}\left[2\sqrt{1+\tau^2\tau^2} - 2\right] = \frac{c}{\tau}\left[\sqrt{1+\tau^2\tau^2} - 1\right] =$$

$$= \boxed{\frac{m_0 c^2}{\alpha}\left[\sqrt{1+\frac{\alpha^2\tau^2}{m_0^2 c^2}} - 1\right] = \ell}$$

<u>II спосіб</u>

$$\frac{dp}{dt} = F = \alpha = \frac{e}{2\pi\rho c}\cdot\frac{d\Phi}{dt} \qquad / \; p = \alpha t$$

$$E_k = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2$$

E_k max, коли p max, коли $t = \tau$, тобто $p_{max} = \alpha\tau$

$$E_{k\,max} = \frac{m_0c^2}{1}\left[\sqrt{\frac{\alpha^2\tau^2}{m_0^2c^4}+1} - 1\right]$$

$$F\cdot \ell_{max} = E_{k\,max} \Rightarrow \ell_{max} = \frac{E_{k\,max}}{F} = \frac{E_{k\,max}}{\alpha}$$

Енергія, що втрачає частинка за 1 оберт: 17.33

$$(-\delta)_{втр} = \frac{4\pi^2}{3\pi}\left(\frac{E}{m_0c^2}\right)^4\frac{e^2}{\rho}$$

$\rho = 100$ см, $\frac{dB_{orb}}{dt} = 10^3$ кГс/с   Знайти E_{max}-?

$$(\Delta E)_{втр} = (\Delta E)_{приск}$$

$\Delta E_{приск} = 2\pi\rho F$, де $F = dp/dt = \frac{e}{2\pi\rho c}\cdot\frac{d\Phi}{dt}$, тоді

$$\Delta E_{приск} = \frac{e}{c}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\pi\rho^2 e}{c}\frac{d\bar{B}}{dt} = \frac{4\pi\rho^2 e}{2c}\cdot\frac{dB_{orb}}{dt}$$

Прирівнюємо $\frac{4\pi\rho^2 e}{2c}\,\frac{dB_{orb}}{dt} = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{E_{max}}{m_0c^2}\right)^4\frac{e^2}{\rho}$

Generated by CamScanner from intsig.com

8/3
17.40
17.43

$$\frac{e}{2}\cdot\rho^3\cdot\frac{dB_{орб}}{dt}=\frac{e}{3}\cdot\frac{E^4_{max}}{m_0^4c^7} \Rightarrow E_{max}=\sqrt[4]{\frac{\rho^3}{2}\cdot\frac{dB_{орб}}{dt}\cdot\frac{3m_0^4c^7}{e}}$$

17.40

а) $B_m\sin\Omega t=B$

Знайти $\rho(t)$

Ω_0 - частота прискорюючого поля

$$\Omega_{0\,рез}=\frac{qBc\sqrt{1-v^2/c^2}}{m_0c^2}=\frac{qBc\sqrt{1-(\rho\Omega_0)^2/c^2}}{m_0c^2} \Leftrightarrow (\Omega_0 m_0c^2)^2=(qBc)^2\left(1-\frac{(\rho\Omega_0)^2}{c^2}\right)$$

$$1-\frac{\rho^2\Omega_0^2}{c^2}=\left[\frac{\Omega_0 m_0c^2}{qBc}\right]^2 \Rightarrow \frac{\rho^2\Omega_0^2}{c^2}=1-\left[\frac{\Omega_0 m_0c^2}{qBc}\right]^2 \Rightarrow$$

$$\rho^2=\frac{c^2}{\Omega_0^2}\left(1-\left[\frac{\Omega_0 m_0c^2}{qBc}\right]^2\right)^2 \Rightarrow \rho=\frac{c}{\Omega_0}\sqrt{1-\left[\frac{\Omega_0 mc^2}{qB_mc\sin\Omega t}\right]^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\rho=\frac{c}{\Omega_0}\sqrt{1-\frac{(mc\Omega_0/qB_m)^2}{\sin^2\omega t}}}$$

б) $\rho=\frac{1}{qB}\sqrt{E^2-E_0^2} \Rightarrow \rho_0=41{,}96$ см

$\rho_1=42{,}86$ см

17.43

$T_0=0{,}9$ MeV

$T_1=10^4$ MeV

$\Pi=208$ м

$r=28$ м

$B=4$ кГс/4

$E-?;\ l-?;\ N-?$

$\rho=const,\quad \rho=\frac{pc}{qB}$

$\omega_0=\frac{qBc}{mc^2}\qquad //=\Omega$

$pc=\rho qB\ ;\quad pc=\sqrt{E^2-E_0^2}$

$E^2=p^2c^2+E_0^2=(mc^2)^2$

$\nu=\frac{\Pi}{v_{срд}};\quad \omega_0=\frac{qBc}{mc^2}\qquad //\ B=f(t)$

Generated by CamScanner from intsig.com

7.

$$\rho = \frac{pc}{qB}; \quad \omega_0 = \frac{pc}{\rho} \cdot \frac{c}{mc^2}$$

$$\omega_0^2 = \frac{q^2B^2c^2}{p^2c^2 + m_0^2c^4} = \frac{q^2B^2c^2}{q^2B^2\rho_0^2 + m_0^2c^4}$$

$$\omega_0^2 = \frac{\rho_0^{-2}c^2}{1 + \underbrace{\frac{m_0^2c^4}{q^2B^2\rho_0^2}}_{=A}} = \left(\frac{c}{\rho_0}\right)^2 \left(1 + A^2(t)\right)^{-1}$$

$$v_{cp} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{S_1 + S_2}{S_1/\frac{p}{m} + S_2/\frac{p}{m}}$$ – середня швидкість

ω_n – частота на прямокутній ділянці

$$E^2 = E_0^2 + q^2B^2\rho c^2; \quad T = T_1 + T_2 \Rightarrow \omega^{-1} = \omega_0^{-1} + \omega_n^{-1}$$

$$\omega_n = \frac{\Pi - 2\pi r}{pc/mc} = \frac{\Pi - 2\pi r}{qB\rho/mc} = \frac{\Pi - 2\pi r}{\sqrt{E_0^2 + q^2B^2c^2}}$$

$$\omega = \frac{c}{r} \cdot \frac{c}{\sqrt{1+A^2}} \Rightarrow \omega^{-1} = \frac{\left(1 + \frac{1}{2\pi R}\right)\sqrt{E_0^2 + q^2B^2\rho c^2}}{qBc}$$

$$v = \frac{(\Pi - 2\pi r)mc}{qB\rho} = \frac{\Pi - 2\pi r}{c} \cdot \frac{\sqrt{E_0^2 + q^2B^2\rho^2}}{qB\rho} = \frac{\Pi - 2\pi r}{c}\sqrt{1+A^2}$$

$$v^{-1} = \frac{\Pi - 2\pi\rho}{c}\sqrt{1+A^2} + \left(\frac{\rho}{c}\right) \cdot 2\pi\sqrt{1+A^2} = \frac{\Pi}{c}\sqrt{1+A^2}; \quad v = \frac{c}{\Pi}\left(1+A^2\right)^{-1/2}$$

$$A(t) = \frac{m_0c^2}{qB(t)\rho}; \quad A(E) = \frac{m_0c^2}{q\sqrt{E^2 - E_0^2}}$$

$$pc = qB\rho; \quad A(E) = \left(\left(\frac{E}{E_0}\right)^2 - 1\right)^{1/2}$$

$$E_{max} = 10\,\Gamma eV; \quad \mathcal{E} = \frac{dp}{dt}\Pi \Rightarrow \mathcal{E} = \Pi c^{-1}\frac{d(pc)}{dt} = \frac{\Pi}{c} q\rho\dot{B}$$

$$N = \frac{E_{max}}{\mathcal{E}}.$$

М/к

Згідно

перерізу/вище

прискорювач

гальмування

...

Generated by CamScanner from intsig.com

Взаємодія заряджених частинок та γ-квантів з речовиною

1) Важкі заряджені частинки (α, p, іони)

втрати енергії є в основному іонізаційні.

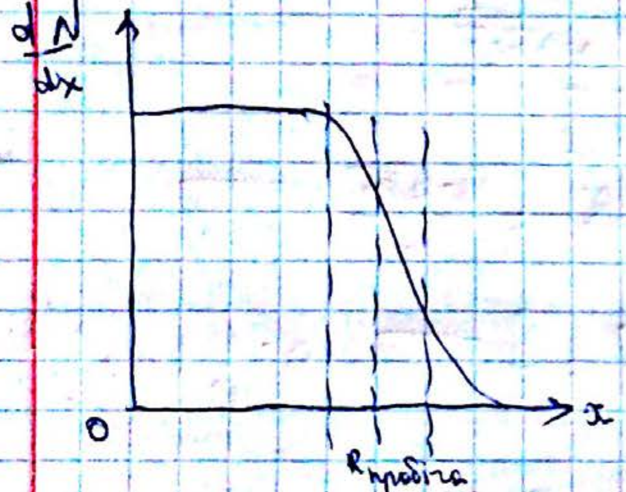
$$-\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)\Bigg|_{іон} = \frac{4\pi e^4}{m_e}\cdot\frac{nz^2}{v^2}\ln\left(\frac{2m_e v^2}{\langle J\rangle}\right)$$

z та v – заряд та швидкість частинки

n – концентрація електронів у речовині

$\langle J\rangle$ – середній іонізаційний потенціал атома речовини

Сивухін! $\langle J\rangle \approx 13{,}6\cdot Z$ (еВ), де Z – заряд атома



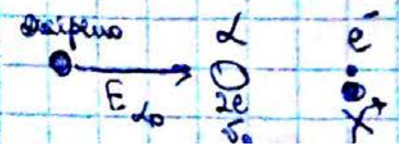
12.6 Сферична іонізаційна камера. В центрі – джерело α-частинок

$R = 140$ мм

$E_{\alpha_0} = 5{,}3$ MeV

$I_{нас}$ – ? (струм насичення)

процес проходження



// утворюються пара e + іон

Generated by CamScanner from intsig.com

$J_{іонізації} \sim N_{пар}(e^- + іон)$

при $n\uparrow$, $J\uparrow$

Пробіг насичення знаходиться з умови, що на своєму шляху α-частинка втратила всю свою енергію

$p_{нас}$: $R = L_\alpha$ (пов)

$v^2 = \frac{2E_\alpha}{\underset{m_\alpha}{M}}$, підставляємо в формулу $-\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)\Big|_{іон}$:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{4\pi e^4}{m_e}\cdot\frac{Mn\cdot \overset{z^2}{4}}{2E_\alpha}\ln\left[\frac{4m_e E_\alpha}{M\langle J\rangle}\right]$$, розділяємо змінні

$$\frac{E_\alpha}{\ln\left(\frac{4m_e E_\alpha}{M\langle J\rangle}\right)}dE = -\frac{8\pi e^4 Mn}{m_e}dx$$, щоб знайти пробіг, треба проінтегрувати

$$-\int_{E_{\alpha 0}}^{E_{min}} \frac{E_\alpha}{\ln\left(\frac{4m_e E_\alpha}{M\langle J\rangle}\right)}dE = +\underbrace{\frac{8\pi e^4 Mn}{m_e}}_{k}\int_0^{L_\alpha} dx$$

Нехтуємо залежністю E_α в $\ln E_\alpha$, виносимо за інтеграл:

$$\frac{1}{2\ln\left(\frac{4m_e E^*}{M\langle J\rangle}\right)}\left(E_{\alpha 0}^2 - E_{min}^2\right) = knL_\alpha$$, оскільки $E_{\alpha 0} \gg \overset{0}{E_{min}}$, то

$$L_\alpha = \frac{E_{\alpha 0}^2}{2kn\ln\left(\frac{4m_e E^*}{M\langle J\rangle}\right)}.$$

Щоб знайти $p_{нас}$, з формули для L_α виражаємо n: ($L_\alpha = R$)

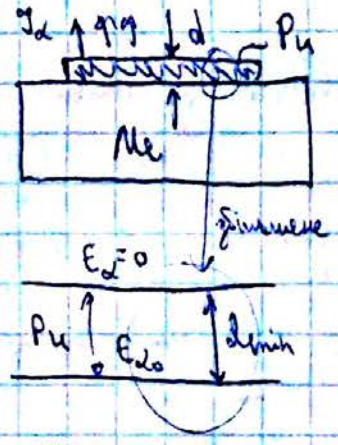
$$n = \frac{E_{\alpha 0}^2}{2kR\ln\left(\frac{4m_e E^*}{M\langle J\rangle}\right)}$$. Як відомо $p = \underset{\text{концентрація молекул повітря}}{n_0} kT$, де $n_0 = \frac{\overset{\text{концентрація електронів}}{n}}{\underset{\text{середнє}}{\langle z\rangle}}$

② Використання емпіричних формули пробігу частинок у речовині

$$\underbrace{L_\alpha}_{см} = 0{,}31 \left(\underbrace{E_\alpha}_{МеВ}\right)^{3/2}$$ – повітря, нормальні умови | $4\,MeV < E_\alpha < 7\,MeV$

$$\underbrace{L'^{(реч)}_\alpha}_{масовий\ пробіг} = 0{,}56 \cdot A^{1/3} L_\alpha^{(пов)} \ (мг/см^2),$$ тобто $$L'^{(реч)}_\alpha = \rho \underbrace{L_\alpha^{(реч)}}_{дійсний\ пробіг} \cdot 10^{+3}$$

12.8 Радіоактивний препарат ^{238}Pu, $E_{\alpha 0} = 5{,}5\,MeV$ електролітичним шляхом нанесено на товсту металеву підкладку. Товщина шару d.

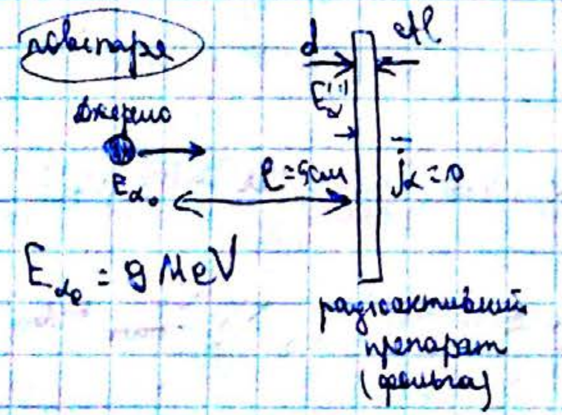


Знайти d_{min} – ? (J_α^{max})

d_{min} шукаємо з умови:

$$d_{min} = L_\alpha^{(Pu)} = 0{,}56 \cdot (\underbrace{238}_{A})^{1/3} \underbrace{0{,}31 \left(\overset{E_\alpha}{5{,}5}\right)^{3/2}}_{L_\alpha^{(пов)}} \cdot \frac{1}{10^{+3} \cdot \underbrace{19{,}2}_{\rho_{Pu}}} = 7\,мкм$$

12.13

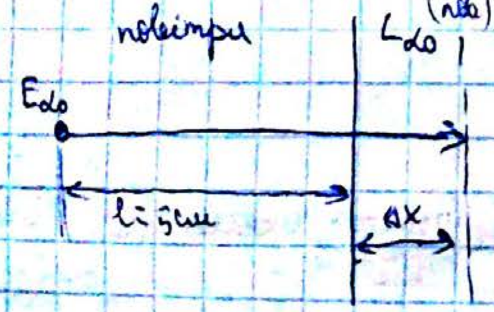


$E_{\alpha 0} = 9\,MeV$

Знайти товщину фольги, щоб затримувати α-частинки

$$L_{\alpha 0} = 0{,}31 \cdot 9^{3/2} = 9\,см$$

$$\Delta x = L_{\alpha 0} - l = 4\,см$$



$$E_{\alpha 0}^{(1)} = \left(\frac{\Delta x}{0{,}31}\right)^{2/3} = 4{,}9\,MeV$$

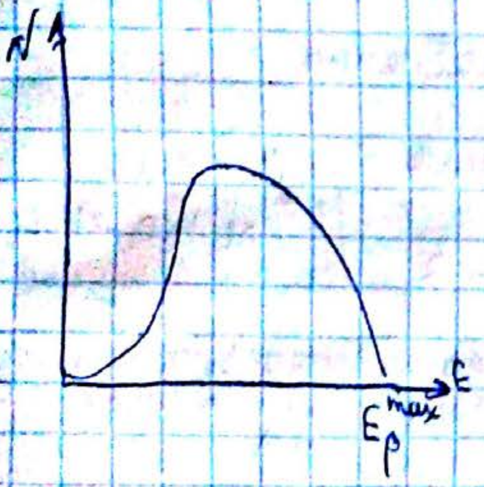
Звідси,

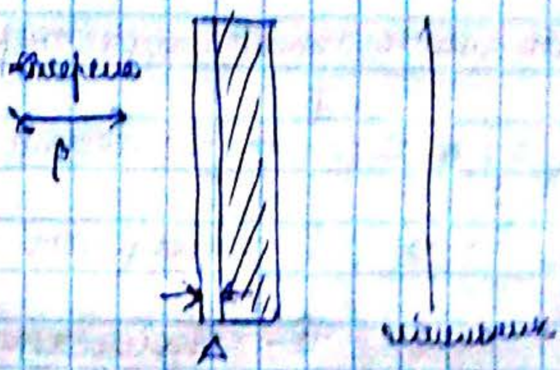
$$d_{min} = 0{,}56 \, (\underbrace{27}_{A})^{1/3} \cdot \underbrace{0{,}31 \left(\overset{E_\alpha}{4{,}9}\right)^{3/2}}_{L_\alpha^{(пов)}} \cdot \frac{1}{2{,}7 \cdot 10^3} = \ldots$$

③ Легкі частинки через речовину (електрони).

$\Delta = 60\ \text{мг}/\text{см}^2$ — товщина збільшилась (вікно лічильника Гейгера-Мюллера)

$\frac{j_\beta^{(д)}}{j_\beta^{(0)}} = \frac{1}{2}$; $E_\beta^{(max)}$ — ?





Закон поглинання β-частинок: $j = j_0 \exp(-\mu d)$

$\underset{см^2/г}{\mu/\rho} = 22 \left(\frac{E_\beta^{max}}{MeV}\right)^{-4/3}$ — масовий коефіцієнт поглинання β-частинок

Використовується при $0{,}5\ MeV < E_\beta^{max} < 9\ MeV$

$j = j_0 e^{-\mu d} = j_0 e^{-\mu/\rho \cdot \rho d}$ $\quad / \rho d = m/S$ — масова товщина

$$\left.\begin{aligned} j_{\beta_1} &= j_0 e^{-\mu/\rho\, \rho d_1} \\ j_{\beta_2} &= j_0 e^{-\mu/\rho\, \rho d_2} \end{aligned}\right| \Rightarrow \frac{j_{\beta_2}}{j_{\beta_1}} = e^{-\mu/\rho(\rho d_2 - \rho d_1)} = e^{-\mu/\rho \cdot \Delta} \Rightarrow \ln \frac{j_{\beta_2}}{j_{\beta_1}} = -\mu/\rho\, \Delta$$

Тобто, $\mu/\rho = \frac{1}{\Delta} \ln \frac{j_{\beta_1}}{j_{\beta_2}} = \frac{1}{\Delta} \ln 2$. Тоді підставимо в емпіричну формулу

$$\frac{1}{22} \cdot \mu/\rho = E_\beta^{max} \Rightarrow E_\beta^{max} = \left(\frac{22}{\mu/\rho}\right)^{3/4} = \left(\frac{22 \cdot \Delta}{\ln 2}\right)^{3/4} \approx 1{,}62\ MeV$$

Generated by CamScanner from intsig.com

Товщина шару половинного послаблення: $(\rho d)_{1/2}$

$\frac{j_0}{j} = 2 \Rightarrow (\rho d)_{1/2}$, таблиця $\Delta_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu/\rho}$

4. Проходження γ-квантів через речовину.

Закон зміни потоку моноенергетичних γ-квантів:

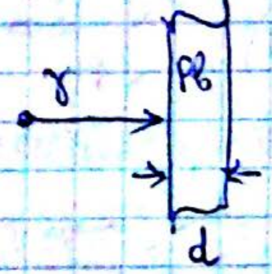
$j_\gamma = j_{\gamma 0} e^{-\mu d}$, де μ - коефіцієнт послаблення

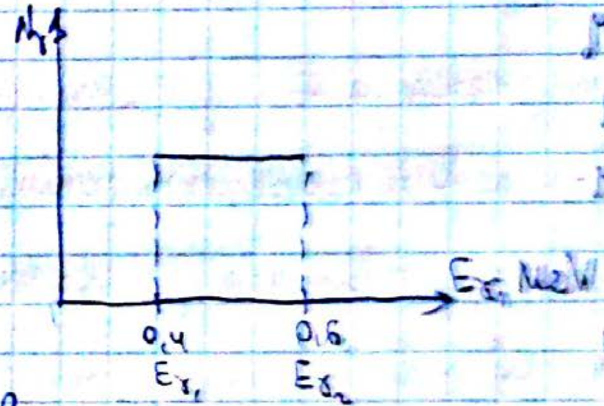
$\mu = \tau + \sigma$, τ - коефіцієнт поглинання

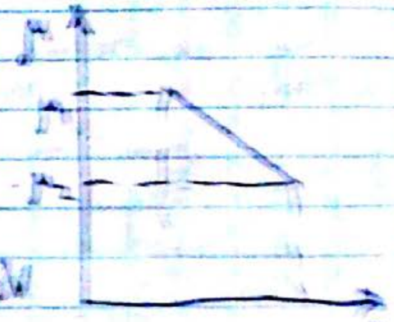
σ - коефіцієнт розсіяння

μ - для Pb, H_2O, ..., Al

12.49 Вузький пучок γ-квантів падає нормально на свинцеву пластинку







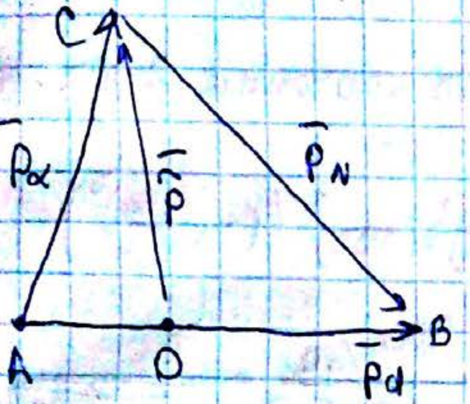
E_{γ_1} 0,4 MeV $\mu/\rho = 0,2$

E_{γ_2} 0,6 MeV $\mu/\rho = 0,115$

Знайти $j_{\gamma_1}/j_{\gamma_2}$ на виході з пластинки

$$\frac{j_{\gamma_1}}{j_{\gamma_2}} = \frac{j_{\gamma 0}}{j_{\gamma 0}} e^{-(\mu d)_1} e^{(\mu d)_2} = e^{(\mu/\rho)_2 \rho d - (\mu/\rho)_1 \rho d} = e^{\rho d[(\mu/\rho)_2 - (\mu/\rho)_1]}$$

Знайти максимальну кінетичну енергію α-частинок, які виникають в результаті реакції $^{16}O(d,\alpha)^{14}N + 3{,}1\ MeV$ при $E_d = 2\ MeV$. Розв'язок отримати за допомогою векторної діаграми імпульсів. В1. 1

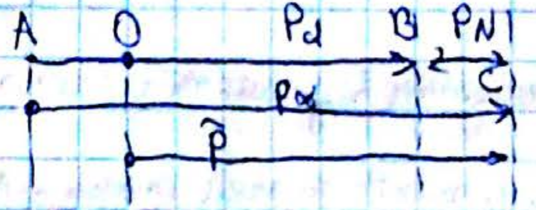


$$AO : OB = m_\alpha : m_N = 4 : 14 = 2 : 7$$

$$\mu = \frac{m_\alpha m_N}{m_\alpha + m_N} = \frac{4 \cdot 14}{2(2+7)} m_n = \frac{28}{9} m_n$$

$$\tilde{E}_d = \frac{m_O}{m_d + m_O} E_d = \frac{16}{16+2} E_d = \frac{8}{9} E_d$$

$$\tilde{p} = \sqrt{2\mu(\tilde{E}_d + Q)} = \sqrt{\frac{56}{9} m_n \left(\frac{8}{9} E_d + Q\right)}$$



E_α^{max} при $Q = 0$

$$p_\alpha = \tilde{p} + AO$$

$$\frac{AO}{OB} = \frac{m_\alpha}{m_N} \Rightarrow OB = \frac{m_N}{m_\alpha} AO \ ; \quad AO + OB = p_d,\ AO\left(1 + \frac{m_N}{m_\alpha}\right) = p_d \Rightarrow$$

$$AO = \frac{p_d}{1 + m_N/m_\alpha} = \frac{p_d}{1 + 7/2} = \frac{2}{9} p_d$$

$$E_\alpha^{max} = \frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha} = \frac{1}{8m_n}\left[\frac{56}{9} m_n \left(\frac{8}{9} E_d + Q\right) + \frac{4}{81} p_d^2 + \frac{4}{9} p_d \sqrt{\frac{56}{9} m_n \left(\frac{8}{9} E_d + Q\right)}\right]$$

Внаслідок релятивістського ефекту зростання маси, циклотрони не можна застосовувати для прискорення відповідних частинок. Знайти закон зміни магнітного поля $B(r)$. В.1 3

Період обертання частинки повинен залишатись сталим. Частота обертання частинки має збігатися з частотою приско-

Generated by CamScanner from intsig.com

рючного поля: $\Omega = \frac{eBc}{mc^2} = \frac{eBc}{m_0c^2}\sqrt{1-v^2/c^2}$, де v – лінійна швидкість частинки. Для того, щоб ця частота залишалась незмінною, необхідно, щоб магнітне поле змінювалось з радіусом по закону:

$B(r) = \frac{B_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{B_0}{\sqrt{1-(\Omega r/c)^2}}$, за сталого значення Ω [illegible]

$\Omega_{рел} = \frac{qBc\sqrt{1-v^2/c^2}}{m_0c^2} = \frac{qBc\sqrt{1-(r\Omega_0/c)^2}}{m_0c^2} \Leftrightarrow (\Omega_0 m_0 c^2)^2 = (qBc)^2\left(1-\left(\frac{r\Omega_0}{c}\right)^2\right)$

$(qBc)^2 = \frac{(\Omega_0 m_0 c^2)^2}{1-(\Omega r/c)^2} \Rightarrow qBc = \frac{\Omega_0 m_0 c^2}{\sqrt{1-(\Omega r/c)^2}} \Rightarrow B = \frac{\overbrace{\Omega_0 m_0 c^2/qc}^{=B_0}}{\sqrt{1-(\Omega r)^2/c^2}} = \frac{B_0}{\sqrt{1-(\Omega r/c)^2}}$

8.1(c) Відомо, що в уламковій камері створюється енергією як α-частинками так і уламків ділення урану, при цьому весь α-фон створюється при α-розпаді урану. Визначити, що більше: сумарна іонізація α-частинками чи уламк[illegible]

$R = 10$ см

(n): $A = 3{,}7\cdot10^7$ Бк

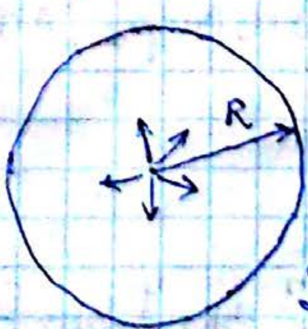
$\sigma_f = 0{,}5$ бн

$E_f = 80$ MeV

$T = 4{,}5\cdot10^9$ років

$E_\alpha = 4{,}2$ MeV

тонкий шар U



Ймовірність ділення (потрібна)

$\omega_f = \frac{A\sigma_f}{4\pi R^2} = \frac{3{,}7\cdot10^7\cdot0{,}5\cdot10^{-24}}{4\pi\cdot100} = 1{,}47\cdot10^{-20}\ \frac{1}{с}$

Ймовірність α розпаду:

$\omega_\alpha = \lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{\ln 2}{4{,}5\cdot10^9\cdot365\cdot24\cdot3600} = 4{,}88\cdot10^{-18}\ 1/с$

$\frac{\omega_\alpha}{\omega_f} = 332$

Відношення виділених енергій:

$\frac{\omega_\alpha E_\alpha}{\omega_f E_f} = \frac{4{,}88\cdot10^{-18}\cdot4{,}2}{80\cdot1{,}47\cdot10^{-20}} = 17{,}4 \Rightarrow$ Іонізація більша від α-частинок

У скільки разів зменшиться інтенсивність вузького пучка теплових нейтронів після проходження шару важкої води товщиною 5 см? Перерізи взаємодії ядер дейтерію та кисню для теплових нейтронів дорівнюють відповідно $\sigma_1 = 7$ барн та $\sigma_2 = 4{,}2$ барн Б 2. 1

$dN_d = -N\sigma_d n_d dx$ // $n = \frac{\rho}{m_{D_2O}}$; $n_d = 2n$

$dN_0 = -N\sigma_0 n_0 dx$ $n_0 = n$

$dN = dN_d + dN_0 = -N(2\sigma_d + \sigma_0) n dx$

$N = N_0 e^{-(2\sigma_d + \sigma_0)nd}$ - поширюється

Зворотнього $N_1 = N_0 - N = N_0(1 - e^{-(2\sigma_d + \sigma_0)nd})$

Послаблення: $\eta = \frac{N_0}{N_1} = 1 - e^{-(2\sigma_d + \sigma_0)nd}$

Внаслідок відносно великої густини ($\rho = 3{,}67$ г/см³), відносно великого атомного номера йоду ($Z = 53$) кристали NaJ є зручними для застосування в сцинтиляційних лічильниках для реєстрації рентгенівських та γ-променів. Якою є інтенсивність потоку γ-квантів, якщо в кристалі NaJ товщиною $d = 2$ см за 1 с виникає 240 світлових імпульсів. Коефіцієнт поглинання μ фотонів даної енергії в кристалі дорівнює 0,126 см⁻¹ Б 2. 2

$\rho = 3{,}67$ г/см³, $\mu = 0{,}126$ см⁻¹

$Z = 53$, $N = 240$

NaJ, γ-кванти

$d = 2$ см, $\tau = 1$ с

$j_0 - ?$

$j = j_0 e^{-\mu d}$

$j_0 - j = \frac{N}{\tau} \Leftrightarrow j = j_0 - \frac{N}{\tau} = j_0 e^{-\mu d}$

$j_0 = j \exp[\mu d]$

$j_0(1 - e^{-\mu d}) = \frac{N}{\tau} \Rightarrow j_0 = \frac{N}{\tau} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\mu d}}$

Generated by CamScanner from intsig.com

82 ③ Визначити, яку енергію отримує протон в середньому за один оберт в синхрофазотроні. Радіус орбіти дорівнює 4,5м, магнітне поле зростає пропорційно часу до 15000 ерстед за 1с. При розрахунках не враховувати вплив вихрового електричного поля. Визначити максимальну енергію, яку буде мати протон в такому прискорювачі, і довжину шляху, пройдену протоном, $E_0 = 4$ МеВ

$\rho = const = 4{,}5$ м

$\frac{dB}{dt} = 15000$ ерст/с

$E_{k0} = 4$ MeV

$E_{k\,max} - ?;\ l_\Sigma - ?;\ \mathcal{E} - ?$

$$\rho = \frac{pc}{qB} = const\ ;\ \Omega = \frac{qBc}{mc^2}$$

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{1}{c}\rho q \frac{dB}{dt}$$

$$\mathcal{E} = F \cdot 2\pi\rho = \frac{1}{c} \cdot 2\pi\rho^2 q \frac{dB}{dt}$$

$$\mathcal{E} = 2\pi\rho^2 \frac{q}{c} \cdot \frac{dB}{dt} = 2\pi \cdot 450^2 \cdot \frac{4.8 \cdot 10^{-10}}{3 \cdot 10^{10}} \cdot 15 \cdot 10^3 = 3 \cdot 10^{-10}\ (\text{ерг}) = 190{,}6\ \text{еВ}$$

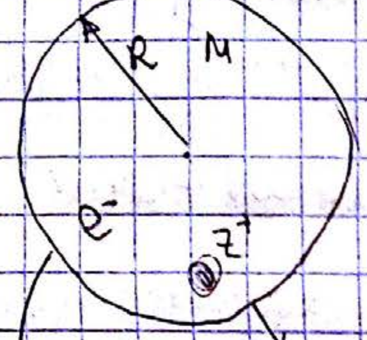
$$E_k = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2$$

$$p = \alpha t,\ \text{де}\ \alpha = \frac{q}{c}\rho\frac{dB}{dt}\ ;\ p_{max} = \alpha t$$

$$E_{k\,max} = \sqrt{p_{max}^2 c^2 + m_0^2 c^4} - m_0c^2$$

$$E_{k\,max} - E_{k0} = F \cdot l_\Sigma \Rightarrow l_\Sigma = \frac{E_{k\,max} - E_{k0}}{\frac{q}{c}\rho\frac{dB}{dt}}$$

Астрофізика



Дано: (нерелятивістські електрони)

M, Z, A; однорідна маса, $\rho = const$

в рівноважному стані

тиск за рахунок електронного газу $P_e = \left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)$

$P_{гр} = \frac{-\partial W_{грав}}{\partial V}$

P_e і $P_{гр}$ конкурують

Умова рівноваги зірки: $\boxed{P_{гр} = P_e}$

При розрахунках використовується модель електронного Фермі-газу.

$\langle \varepsilon_k \rangle_e \Rightarrow E_e = N_e \langle \varepsilon_k \rangle_e$

Загальна кількість електронів у об'ємі (зірці).

$$N_e = \underset{\text{спін}}{2} \frac{\iiint d^3p \iiint d^3x \;)\text{повний фазовий об'єм}}{(2\pi\hbar)^3 \;)\text{об'єм однієї комірки}} = \left[\begin{matrix}\text{переходимо до} \\ \text{сферичної СК}\end{matrix}\right] =$$

Треба знайти: E_{Fe}, $\langle \varepsilon_k \rangle_e$

$$= \frac{2V}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \int_0^{p_F} p^2 dp = [p \neq f(\theta)] = \frac{8\pi V}{(2\pi\hbar)^3} \cdot \frac{p_F^3}{3} = [p_F = \sqrt{2m_e E_F}] =$$

$$= \frac{8\pi V \cdot 2m_e E_F \sqrt{2m_e E_F}}{8\pi^3 \hbar^3} = V (2m_e)^{3/2} E_F^{3/2} \cdot \frac{1}{3\pi^2 \hbar^2} = N_e \Rightarrow E_F = \left(\frac{3 n_e \pi^2 \hbar^3}{(2m_e)^{3/2}}\right)^{2/3} =$$

Generated by CamScanner from intsig.com

$= \boxed{\frac{\pi^2\hbar^2}{2m_e} n_e^{2/3} = E_F}$ – максимальна енергія електронного Фермі-газу в зорі

$$\langle E_k \rangle_e = \frac{\int_0^{E_F} E\rho(E)dE}{\int_0^{E_F} \rho(E)dE} =$$

ρ - густина станів; $\rho(E) = \frac{dN_e}{dE} = \frac{dN}{dp} \cdot \frac{dp}{dE} = \frac{V}{\pi^2\hbar^3} p^2 \frac{dp}{dE} = \frac{V}{\pi^2\hbar^3} \cdot \frac{p^2}{dp} \sqrt{2m_e} \circleddash$

$$N_e = \frac{2V4\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{p_F} p^2 dp$$

$$\circleddash \frac{V}{\pi^2\hbar^3} p^2 \frac{1}{2\sqrt{E}} \sqrt{2m_e} = \frac{V(m_e 2)^{3/2}\sqrt{E}}{\pi^2\hbar^3 \cdot 2}$$

$$\langle E_k \rangle_e = \frac{\int_0^{E_F} E^{3/2} dE}{\int_0^{E_F} \sqrt{E}\, dE} = \frac{2/5\, E_F^{5/2}}{2/3\, E_F^{3/2}} = \frac{3}{5} E_F$$ – кінетична енергія

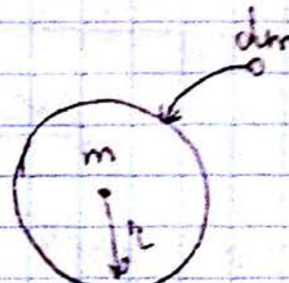
$$E_e = N_e \langle E_k \rangle_e = N_e \frac{3}{5} E_F = N_e \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{N_e}{V}\right)^{2/3} = \frac{N_e^{5/3}}{V^{2/3}} \cdot \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_e}$$

Кінетичний тиск електронного газу:

$$p_e = \frac{2}{3} \cdot \frac{N_e^{5/3}}{V^{5/3}} \cdot \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_e} = \frac{2}{5} n_e^{5/3} \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_e} = \frac{1}{5} n_e^{5/3} \cdot \frac{\pi^2\hbar^2}{m_e} = \boxed{\frac{\pi^2\hbar^2}{5m_e} n_e^{5/3} = p_e}$$

Знаходимо гравітаційний тиск.

$$p_{гр} = -\left(\frac{\partial W_{гр}}{\partial V}\right)_{S=const}$$



$dW_{гр} = G\frac{m\,dm}{r}$ – закон Всесвітнього тяжіння

$m = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$

$dm = 4\pi\rho r^2 dr$

$$W_{гр} = \int_0^M G\frac{m\,dm}{r} = G\int_0^R \frac{\rho^2\, 16/3\, \pi^2 r^5 dr}{r} = \frac{16}{3}\pi^2 G\rho^2 \int_0^R r^4 dr =$$

$$= \frac{16}{3}\pi^2 G\rho^2 \frac{r^5}{5}\Big|_0^R = \frac{16}{15} G\rho^2 \pi^2 R^5 = \frac{16}{15} G\left(\frac{M}{4/3\,\pi R^3}\right)^2 R^5 = \frac{3}{5} G\frac{M^2}{R}$$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$\boxed{W_{гр}=\frac{3}{5}G\frac{M^2}{R}}$$ – гравітаційна енергія

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3;\quad R=\left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{1/3}$$

$$W_{гр}=\frac{3}{5}GM^2\left(\frac{4\pi}{3V}\right)^{1/3}\Rightarrow P_{гр}=-\frac{dW_{гр}}{dV}=\frac{3}{5}GM^2\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}\cdot\frac{1}{3}\cdot V^{-4/3}=$$

$$=\boxed{\frac{1}{5}GM^2\left(\frac{4}{3}\pi\right)^{1/3}V^{-4/3}=P_{гр}}$$

Знаходимо умову рівноваги: $P_e=\frac{\pi^2\hbar^2}{5\,m_e}\left(\frac{N_e}{V}\right)^{5/3}=\frac{1}{5}GM^2\left(\frac{4}{3}\pi\right)^{1/3}V^{-4/3}$

$N_e=\frac{MZ}{A\cdot m_p}$; μ – кількість нуклонів, що припадають на один електрон $\mu=\frac{A}{Z}$

$$\frac{\pi^2\hbar^2}{m_e}\underbrace{N_e^{5/3}}_{N_e^{1/3}\cdot N_e^{4/3}}=GM^2\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}V^{1/3}\Rightarrow n_e^{1/3}=GM^2\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}\frac{m_e}{\pi^2\hbar^2}\left(\frac{M}{\mu m_p}\right)^{4/3}$$

$$n_e^{1/3}=G\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}M^{2/3}\frac{m_e}{\pi^2\hbar^2}(\mu m_p)^{4/3}$$

$$\boxed{n_e=G^3\left(\frac{4\pi}{3}\right)M^2\left(\frac{m_e}{\pi^2\hbar^2}\right)^3(\mu m_p)^4}$$ – концентрація електронів у зірці у стані рівноваги

Рівноважений стан ультрарелятивістської зірки

$E_e\approx pc$, тоді у даному випадку:

$$N_e=\frac{8\pi\int_0^{p_F}p^2dp}{(2\pi\hbar)^3}=\frac{V}{3\pi^2\hbar^3}p_F^3=\frac{V}{3\pi^2\hbar^3}\cdot\frac{E_F^3}{c^3}\Rightarrow\boxed{E_F=\pi\hbar c\,n_e^{1/3}}$$

релятивістська енергія

$$\rho(E)=\frac{dN_e}{dE}=\frac{V\,3E_F^2}{3\pi^2\hbar^3c^3}=\frac{VE_F^2}{\pi^2\hbar^3c^3}$$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$\langle \mathcal{E}_k \rangle = \int_0^{E_F} E^3 dE \cdot \frac{1}{\int_0^{E_F} E^2 dE} = \frac{3}{4} E_F$$

$$E = N_e \frac{3}{4} \cancel{a} \hbar c \cdot \frac{N_e^{1/3}}{V^{1/3}} = \frac{3}{4} \cancel{a} \hbar c \, N_e^{4/3} V^{-1/3}$$

$$p_e = -\frac{\partial E}{\partial V} = \frac{\cancel{a} \hbar c}{4} n_e^{4/3}$$

Звідси можна знайти умову рівноваги: $p_e = p_{гр}$ (при деякій $M_{кр}$)

Нейтронізація зіркової речовини

Процес нейтронізації: ${}^A_Z X + \beta^- \to {}^{A}_{Z-1} Y + \nu_e$ / β^- – вільні Фермі-електрони

$p + \beta^- \to n + \nu_e$ – сам процес; $Q < 0$

Задача

Визначити за яких умов для зірки з масою M у стисненому стані виродження релятивістських електронів будуть відбуватись процеси нейтронізації наступних типів

1) $p \to n$
2) ${}^{12}C \to {}^{12}B$ (двічі магічний, тому вимагає велику енергію)
3) ${}^{56}Fe \to {}^{56}Mn$

Реакції нейтронізації відбуваються за умови $\boxed{|Q| \leq E_{F_e}}$

$Q = (\Delta_x + m_e - \Delta_y)c^2$; $Q = (m_x + m_e - m_y)c^2$

В залежності від випадку (релятивістський чи ні) обираємо E_{Fe}

$E_{Fe} = \cancel{a} \hbar c \, n_e^{1/3}$; $Q = \cancel{a} \hbar c (n_e)_{кр}^{1/3} \to (n_e)_{кр} = \left(\frac{Q}{\cancel{a}\hbar c}\right)^{3}$ екв.

// можуть бути задачі на тиск теплового випромінювання

Generated by CamScanner from intsig.com

Іващенка Дмитра, ВТ

Варіант 3

5

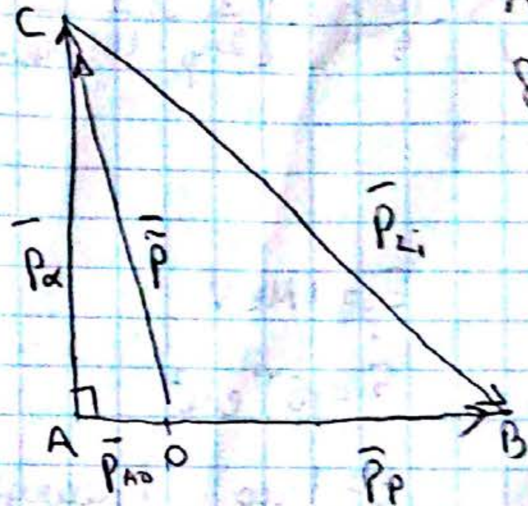
① $^{9}Be\,(p,\alpha)\,^{6}Li + 2{,}13$ МеВ.

Дано:

$Q = 2{,}13$ МеВ

$L_\alpha = 2{,}5$ см

E_p - ?



$AO : OB = m_\alpha : m_{Li}$ - умова т. О

Емпірична формула:

$$\underset{[см]}{L_\alpha^{пов}} = 0{,}31\,\underset{[МеВ]}{E_\alpha^{3/2}} \Rightarrow$$

$$E_\alpha^{3/2} = \frac{1}{0{,}31} L_\alpha^{пов} \Rightarrow$$

$$E_\alpha = \left[\frac{1}{0{,}31} L_\alpha^{пов}\right]^{2/3}$$

$$\tilde{p} = \sqrt{2\mu(\tilde{E}_p + Q)} = \sqrt{\frac{24}{5} m_n \left(\frac{9}{10} E_p + Q\right)}$$

$$\mu = \frac{m_\alpha m_{Li}}{m_\alpha + m_{Li}} = \frac{4\cdot 6}{4+6} m_n = \frac{12}{5} m_n\ ; \quad \tilde{E}_p = \frac{m_{Be}}{m_p + m_{Be}} E_p = \frac{9}{1+9} E_p = \frac{9}{10} E_p$$

$$\tilde{p}^2 = \frac{24}{5} m_n \left(\frac{9}{10} E_p + Q\right) \to \frac{9}{10} E_p + Q = \frac{5\tilde{p}^2}{24 m_n} \Rightarrow \frac{9}{10} E_p = \frac{5\tilde{p}^2}{24 m_n} - Q$$

$$E_p = \frac{25\,\tilde{p}^2}{108\,m_n} - \frac{10}{9} Q = \frac{25}{108 m_n}\left[p_\alpha^2 + \frac{p_p^2}{(1+6/4)^2}\right] - \frac{10}{9} Q$$

З $\triangle ACO \Rightarrow \tilde{p}^2 = p_\alpha^2 + p_{AO}^2$

$$\frac{AO}{OB} = \frac{m_\alpha}{m_{Li}} \Rightarrow OB = \frac{m_{Li}}{m_\alpha} AO$$

$$AO + OB = p_p\ , \quad AO\left(1 + \frac{m_{Li}}{m_\alpha}\right) = p_p \to AO = \frac{p_p}{1 + \frac{m_{Li}}{m_\alpha}}$$

Generated by CamScanner from intsig.com

$$\frac{p_p^2}{2m_p} = \frac{25}{108 m_n}\left[\sqrt{2m_\alpha\left(\frac{1}{0{,}31}L_\alpha^{n\alpha}\right)^{2/3}} + \frac{4p_p^2}{25}\right] - \frac{10}{9}Q$$

$$p_p^2\left[\frac{1}{2m_p} - \frac{25}{108m_n}\cdot\frac{4}{25}\right] = \frac{25}{108m_n}\sqrt{2m_\alpha\left(\frac{1}{0{,}31}L_\alpha^{n\alpha}\right)^{2/3}} - \frac{10}{9}Q$$

$$E_p = \frac{p_p^2}{2m_p} = \left[\frac{25}{108m_n}\sqrt{2m_\alpha\left(\frac{1}{0{,}31}L_\alpha^{n\alpha}\right)^{2/3}} - \frac{10}{9}Q\right]\cdot\left[\frac{1}{2m_p} - \frac{4}{108m_n}\right]^{-1}\cdot\frac{1}{2m_p}$$

$E_p =$

(2) $p + p \to d + \beta^+ + \nu_e$

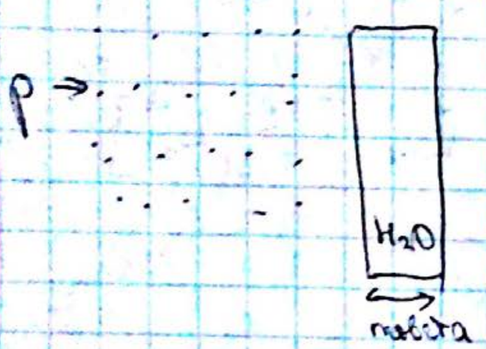
$E_p = 1\,MeV$

$\sigma = 10^{-47}$ см^2

$t = 1$ год 1 реакція

$\rho l = 8\cdot 10^{-4}$ г/см^2

$j_p - ?$



$$\omega = 1 - e^{-\sigma n_0 l} = \frac{\Delta N_H/\Delta t}{\Delta N_p/\Delta t}$$

$$1 - e^{-\sigma n_0 d} = \frac{\Delta N_H/\Delta t}{j_p} \Rightarrow j_p = \frac{\Delta N_H/\Delta t}{1-e^{-\sigma n_0 l}} = \left[n_0 = \frac{\rho}{M_{eg}}\right] = \frac{\Delta N_H/\Delta t}{1-e^{-\sigma\frac{\rho l}{M_{eg}}}}$$

$$= \frac{1/3600}{1-e^{-\sigma\frac{\rho l}{M_{eg}}}}$$

$I_p = e\, j_p$ +

або