**2.1.1. Якісно поясніть ефект «розштовхування» частот для двох ідентичних осцилято­рів.**

Якщо, наприклад, в даній системі між осциляторами існує лише один тип зв’язку – наприклад ємнісний, тоді формула для власних частот, набуває вигляду: ****** Тобто навіть для ідентичних зв’язаних осциляторів власні частоти виявляються неоднаковими. Якщо побудувати графік Віна (залежність власних частот системи від її парціальних частот), то видно, що відстань між власними частотами завжди більша, ніж між парціальними. Це і є *ефект розштовхування власних частот*. Причиною розштовхування частот є обмін енергією між осциляторами. Саме він приводить до того, що навіть у системі двох ідентичних осциляторів виникають пульсації амплітуд коливань, які можуть бути інтерпретованими як биття, тобто наявність коливань із двома різними частотами. Для консервативної системи з двома ступенями вільності коефіцієнти розподілу амплітуд – дійсні величини. Можна сказати, що їх добуток завжди від’ємний . Це означає, що одній із власних частот відповідають синфазні коливання координат , а іншій – протифазні.

**2.1.2. Чи завжди в системі зв’язаних консервативних осциляторів матиме місце биття? Відповідь обґрунтуйте.**

Биття (пульсація амплітуд коливань) в системі виникають через обмін енергією між осциляторами. Відповідно їх не буде, якщо осцилятори не будуть обмінюватися енергією(динамічне демпфірування, компенсація силового зв’язку інерційним).

**2.1.3. Як співвідносяться частоти синфазної та протифазної мод у системі з двох ідентичних контурів із ємнісним зв’язком? Відповідь якісно обґрунтуйте.**

Частота синфазної моди буде більша чим портифазної. Тому що при синфаз. коливаннях власна частота збільшується, а при протифазних зменшується. Розглянемо систему двох коливних контурів з ємнісним зв’язком. Будемо вважати, що вплив другого контуру на перший зводиться до зміни ефективного значення ємності зв’язку С12. Якщо коливання в контурах синфазні, струми через ємність зв’язку будуть зустрічними. В результаті заряд на цій ємності зменшиться. Це відповідає ефективному зменшенню ємності зв’язку, а, отже, і повної ємності контуру, тобто збільшенню його власної частоти. Аналогічні міркування показують, що для протифазних коливань власна частота контуру зменшиться. Пряма підстановка (2.1.21) до (2.1.11) дає той самий результат - вищій власній частоті відповідає синфазна мода, нижчій - протифазна.

**2.1.4. Чим відрізняються характеристичні рівняння для консервативних і дисипативних коливних систем з багатьма ступенями вільності?**

Характеристичне рівняння для консервативних систем має вигляд:

.

Рівняння для дисипативних систем відрізняється від попереднього тим, що в ньому з’являться додаткові комплексні доданки, які ми називаємо коефіцієнтами дисипації. Відповідно, і розв’язки теж будуть комплексними величинами. Наприклад для конкретного випадку індуктивного зв’язку будемо мати таке рівняння: .

**2.1.5. Чим відрізнятимуться биття в системах двох і трьох зв’язаних лінійних консервативних осциляторів?**

Для двох звязаних осциляторів коливання змінних q1 i q2 (узагальнені координати) являють собою биття з періодом , причому ці биття протифазні. Між осциляторами має місце обмін енергією, відбувається перекачування енергії від одного осцилятора до іншого. Коли буде три зв’язаних осцилятори, то також виникають биття, але в них буде вже інший період, і вони не будуть протифазними, бо енергія розподіляється вже і на третій осцилятор. Тобто епюри коливань для трьох осциляторів будуть зсунуті в часі одна відносно іншої.

**2.1.6. Чи можливо, щоб у системі зв’язаних осциляторів при вільних коливаннях на одній із власних частот один із осциляторів залишався нерухомим?**

Не можливо, оскільки між осциляторами відбувається обмін енергією. Якщо обрати такі початкові умови, що в початковий момент часу вся енергія зосереджувалась в одному з осциляторів, то його коливання будуть виступати у ролі зовнішньої сили для іншого осцилятора. Під дією цієї сили амплітуда коливань другого осцилятора буде зростати. Для консервативних осциляторів в аналізованій системі зростання амплітуди коливань другого осцилятора призводить до зменшення амплітуди першого. Таким чином відбувається перекачування енергії між осциляторами. Цей процес періодично повторюється.

**2.1.7. Скільки коефіцієнтів розподілу амплітуд потрібно для характеристики вільних коливань системи з ступенями вільності?**

Система з n ступенями вільності буде мати n власних частот. Відповідно буде n амплітуд цих частот. Якщо записати рівняння для знаходження власних частот, то отримаємо систему з n рівнянь. Після підстановки в цю систему знайдених власних частот, отримаємо лінійно залежну систему, в якій невідомою можна вважати амплітуду тільки одної частоти (наприклад A1). Всі інші амплітуди у розвязку виражаться через коефіцієнти розподілу амплітуд, які матимуть вигляд A2/A1, A3/A1,…,An/A1. Оскільки кожне з цих відношень потрібно знайти на кожній з власних частот, то всього отримаємо n(n-1) комбінацій.

**2.2.1. Чи можливий ефект компенсації різних типів зв’язку в контурах, між якими од­ночасно існують ємнісний і резистивний зв’язки?**

При наявності зовнішньої сили та її відсутності рівність: , буде справджуватися, тобто ефект компенсації можливий у всі моменти часу. Якщо ж розглядати рівність:,то ефект компенсації не можливий у всі моменти часу, бо гармонічна функція і її похідна не зсунуті по фазі(коефіцієнти дійсні - відображають фізичні величини).

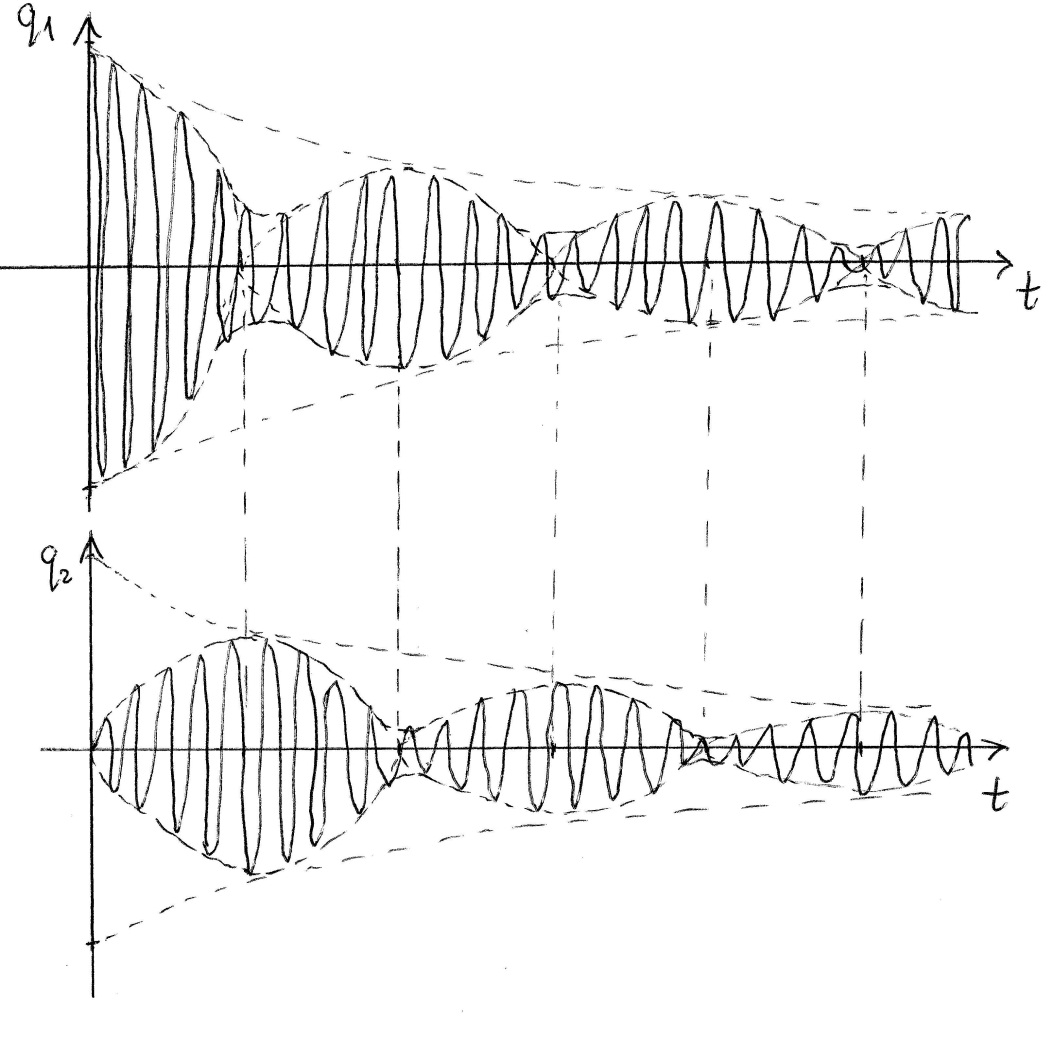
**2.2.5. Чи виявляється ефект динамічного демпфірування в системі двох дисипативних контурів з трансформаторним зв’язком?**

Ні, бо у рівнянні системи за дисипації з’являється уявна частина. Відповідно, для виконання умови динамічного демпферування(сила, яка діє на один із осциляторів на певній частоті має дорівнювати 0) необхідна одночасна рівність 0 дійсної і уявної частин сили, що діє на систему. А це-неможливо.

**2.2.6. Сформулюйте умову відсутності резонансу на одній із власних частот системи з ступенями вільності.**

Для синфазної моди зовнішні сили, що одночасно діють на осцилятори мають бути однаковими за амплітудою і протифазними.Для протифазної моди- синфазними. Тоді робота зовнішніх сил в середньому за період над системою дорівнюватиме нулю і резонансу не буде.

**2.1.8. Якісно зобразіть епюри коливань у системі з двох зв’язаних слабко дисипативних осциляторів.**

Епюри коливань у системі двох зв’язаних слабкодисипативних осциляторів виглядають наступним чином. Тут обвідна максимальної амплітуди спадає по експоненціальному закону, за рахунок дисипації. В результаті коливання в контурі за великий час взагалі згаснуть.

**2.1.9. Якісно зобразіть епюри коливань у системі з двох зв’язаних осциляторів із сильною дисипацією.**

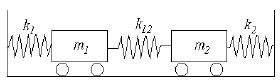
Те ж саме, що й 2.1.8, але швидше спадання через умову сильної дисипиції.

**2.2.2. У чому полягає якісна відмінність між вимушеними коливаннями пружинних маятників, зв’язаних пружиною, і контурів з одночасним ємнісним та індуктивним зв’язком?**

Пружинні маятники зв’язані прeжиною матимуть тільки силовий зв’язок через пружину, а контури мають і силовий (ємнісний) і інерційний (індуктивний) типи зв’язку. Отже в системі зв’язаних маятників буде відсутній ряд процесів пов’язаних саме з інерційним зв’язком.

**2.2.3. Запропонуйте можливі схеми експерименту для спостереження ефекту ортогональності зовнішніх сил до нормальних мод системи.**

Система двох зв’язаних пружинних маятників:



Нехай маятники ідентичні (). Зрозуміло, щ в цьому випадку нормальними модами системи будуть синфазні (з однаковими амплітудами) коливання з частотою

(при таких коливаннях довжина пружини залишається незмінною) і протифазні (також з однаковими амплітудами) коливання з частотою

(при таких коливаннях середня точка пружини залишається нерухомою). Для синфазної моди умова

(A, B – амплітуди вільних коливань змінних на частоті або ) означає, що зовнішні сили, що діють одночасно на обидва маятники, мають бути однаковими за амплітудою і протифазними. Зрозуміло, що в цьому випадку робота зовнішніх сил над системою в середньому за період коливань дорівнюватиме нулю й резонанс не спостерігатиметься. Те саме відбуватиметься, коли на частоті протифазної моди на систему діють синфазні сили з однаковими амплітудами.

**2.2.4. Поясніть вигляд амплітудно-частотної характеристики системи двох дисипативних контурів з трансформаторним зв’язком при різних коефіцієнтах зв’язку в термінах, що характеризують вимушені коливання систем з багатьма ступенями вільності.**

Коефіцієнт зв’язку між контурами характеризує активність процесу обміну енергією між ними. При значенні Кзв менше деякого оптимального значення (Копт) обмін енергією слабкий і впливом другого контуру можна знехтувати, тобто в деякому наближенні матимемо АЧХ першого контуру. При Кзв = Копт  стає активнішим процес обміну енергією, дає про себе знати другий контур і АЧХ дещо викривлюється в бік резонансної частоти другого контуру. А при Кзв > Копт два контури активно обмінюються енергією і АЧХ стає двогорбою, горби відповідають резонансним частотам контурів. При подальшому збільшенні Кзв провал між горбами ставатиме все чіткішим внаслідок активного обміну енергією, тобто збільшенням взаємного впливу контурів.

**2.2.7.Побудуйте резонансні криві для двох зв’язаних слабко дисипативних осциляторів із силовим (індуктивним) зв’язком, вважаючи, що на одній із них діє гармонічна зовнішня сила. Як зміняться криві, якщо між осциляторами одночасно існуватиме індуктивний та ємнісний зв’язки?**

**2.2.8. Зобразіть залежності амплітуд вимушених коливань у кожному із зв’язаних ідентичних консервативних осциляторів, вважаючи, що на осцилятори діють зовнішні сили з однаковими амплітудами та частотами, для випадків однакових і протилежних фаз цих сил.**

**2.3.1. Для чого потрібний другий контур у двоконтурному параметричному підсилювачі?**

Параметричні генератори мають обмежену практичну цінність, оскільки для їхньої роботи потрібне високочастотне накачування. В той же час параметричні підсилювачі є дуже привабливими за рахунок низького рівня власних шумів, однак одноконтурним схемам притаманний недолік - залежність коефіцієнту підсилення від фази вхідного сигналу та пульсації коефіцієнту підсилення. Цього недоліку позбавлена двоконтурна схема.

**2.3.2. Чи можна спостерігати пульсації коефіцієнта підсилення в двоконтурному параметричному підсилювачі?**

В двоконтурному параметричному підсилювачі відсутні пульсації коефіцієнту підсилення. (у цій схемі, сигнальна та холоста частоти суттєво відрізняються одна від одної. Коливання на кожній з цих частот збуджуються в окремому коливному контурі, причому смуги пропускання контурів не перекриваються. Взаємодія між коливаннями на сигнальній і холостій частотах відбувається на параметричній ємності, яка одночасно забезпечує зв’язок між двома контурами.)

**2.3.3. Чому при розрахунках двоконтурного параметричного підсилювача зв’язком че­рез постійну складову параметричної ємності зазвичай нехтують?**

Середня ємність варикапа значно менше від контурних ємностей => зв’язок між контурами через постійну складову параметричної ємності дуже слабкий, тому ним і нехтують.

**2.3.4. Порівняйте пороги самозбудження в одно контурному та двоконтурному параметричних підсилювачах і поясніть відмінність між ними.**

Умовою самозбудження одноконтурного параметричного підсилювача є , де , двоконтурного параметричного підсилювача - , де . Підставивши ці вирази, отримаємо:

Для одноконтурного параметричного підсилювача: 

Для двоконтурного параметричного підсилювача: 

Для двоконтурного параметричного підсилювача є необхідним виконання умови:  (смуги пропускання контурів не повинні перекриватися). Отже, поріг самозбудження для двоконтурного параметричного підсилювача буде вищим, ніж для одноконтурного.

Перевагою двоконтурного параметричного підсилювача в порівнянні з одноконтурним є те, що в ньому підсилення сигнальної та холостої частот відбувається в окремих контурах, смуги пропускання яких не перекриваються. Це означає, що биття між сигнальною та холостою частотами, які в одноконтурній схемі призводили до пульсацій коефіцієнта підсилення, не виникатимуть.

**2.3.5. Чому на практиці не використовуються параметричні підсилювачі з трьома або більшою кількістю контурів?**

Для роботи параметричного генератора потрібне високочастотне накачування. Оскільки частоти в кожному контурі мають суттєво відрізнятись, причому смуги пропускання контурів не перекриваються. Тоді в кожному наступному контурі частота має бути суттєво більшою від попередньої.

**2.3.6. Чи точно співвідношення Менлі-Роу для дисипативних систем описують роботу двоконтурного параметричного підсилювача? Відповідь обґрунтуйте.**

Точно. Тому що ми маємо ідеалізовану схему перетворювача частот на нелінійному елементі, для неї співвідношення Менлі-Роу описує роботу точно. В реальності моживі відхилення, через те що фільтри не можуть бути налаштовані на конкретну частоту, а мають смугу пропускання. В коливальних контурах також є активні опори, яких ми не враховуємо при виведенні співвідношення Менлі-Роу.

**2.3.7. Яка модель не лінійності закладена в співвідношення Менлі-Роу для двох генера­торів і резистора з ідеальними вузько смуговими фільтрами, що взаємодіють че­рез реактивний нелінійний елемент?**

Модель нелінійності така, що в рівнянні, яке описує поведінку системи має бути доданок з нелінійністю . Тоді при знаходженні розв’язку у вигляді , доданок з вказаною нелінійністю дасть нам комбінаційну частоту .

**2.3.8. Зобразіть схему взаємодії квантів згідно зі співвідношенням Менлі-Роу для двох генераторів і резистора з ідеальними вузько смуговими фільтрами, що взаємодіють че­рез реактивний нелінійний елемент, при .**

Співвідношення Менлі-Роу мають вигляд: (1)

2) де Pab – потужність, що поглинається на опорі m,n=±1,2,3…

В (1) перший доданок- величина, пропорційна кількості квантів, частоти , що виділяється відповідним генератором за одиницю часу, другий доданок- кількість квантів частоти , що витрачається на створення квантів комбінаційної частоти за одиницю часу. Отже це співвідношення виражає баланс квантів частоти . Аналогічно, (2) виражає баланс для .

; .

Нехай m,n>0, тоді , тобто обидва генератори віддають потужність і вона пропорційна їхнім частотам. Це дає можливість інтерпретувати процес утворення комбінаційної частоти як злиття квантів.

Нехай m>0 , n<0 . ; .

Коли і генератор низької частоти відбирає енергію. Маємо розпад високочастотного кванта на 2 низькочастотних .

Коли

Аналогічно для m<0 , n>0. Коли m,n<0, то випадок такий же як і для m,n>0.

**2.3.9. Узагальніть співвідношення Менлі-Роу на випадок системи трьох генераторів, реактивного нелінійного елементу, опору навантаження та набору відповідних ідеальних вузько смугових фільтрів.**

Вважаючи фільтри суто реактивними елементами, потужність в аналізованій системі виділяється на частотах , , , а поглинається лише на . .

Дужки будуть рівні 0.

Ці рівняння виражають баланс енергії при нелінійному перетворенні частоти і дають можливість інтерпретувати названий процес у термінах кількості квантів.

Перший доданок у лівій частині – це величина пропорційна кількості квантів частоти , що виділяються відповідним генератором за одиницю часу, а величина пропорційна кількості квантів, комбінаційної частоти, що поглинаються на активному опорі за одиницю часу. На створення одного кванта комбінаційної частоти витрачається квантів частоти .

**2.3.10. Якісно поясніть чому у двоконтурному параметричному підсилювачі з низькочастотним накачуванням амплітуда сигналу зменшується зі зростанням глибини модуляції параметричної ємності.**

Це можна пояснити так. Якщо зростає глибина модуляції, то зростає нелінійність у контурах параметричного підсилювача. Зростання не лінійності завжди приводить до появи більшої кількості нелінійних гармонік. Оскільки на утворення кожної гармоніки витрачається певна енергія (кожну гармоніку можна характеризувати певною енергією), то енергія, що залишається на основні гармоніки зменшується. Відповідно зменшується також амплітуда цих основних гармонік, які й представляють собою сигнал.

**2.3.11. У двоконтурному параметричному підсилювачі частота сигналу дорівнює сумі холостої частоти та частоти накачування. Як залежатиме амплітуда сигналу від гли­бини модуляції параметричної ємності.**

. Цей випадок відповідає низькочастотному накачуванню. При збільшенні глибини модуляції параметричної ємності амплітуда сигналу спочатку зростатиме, оскільки комбінаційна частота накачування і холостої частоти на нелінійному елементі буде частотою сигналу, тобто створюється позитивний зворотний зв'язок, отже амплітуда сигналу зростатиме до певного рівня, при подальшому збільшенні глибини модуляції ПЗЗ почне зникати (оскільки перестане виконуватися амплітудна умова, бо амплітуда холостої частоти спадає).

**2.4.1.Чому нормовану інтенсивність коливань певної частоти в системі трьох осциля­торів з резонансним квадратичним зв’язком називають кількістю квантів відповідного типу?**

Оскільки в рівнянні , яке являє собою закон збереження енергії, енергія кожної з мод пропорційна її частоті, то величини можна назвати кількостями квантів відповідних частот.

**2.4.2. Чим відрізняється співвідношення Менлі-Роу для консервативних і дисипативних систем?**

Оскільки співвідношення має вигляд: , для консервативної системи, то для дисипативної права частина рівності буде залежати від часу, бо кількість квантів з часом зменшується, тобто проходить розсіяння енергії у контурах(дисипативна система). Якщо ж розсіяння в двох контурах буде однакове, то співвідношення буде мати вигляд: .

**2.4.3. Чому для низькочастотного накачування наближення заданого накачування ви­конується краще, ніж для високочастотного?**

При високочастотному накачуванні кількість високочастотних квантів переважатиме низькочастотні. На відміну від низькочастотного накачування кількість високочастотних квантів буде зменшуватись за рахунок їх розпаду на низькочастотні. Тобто порушиться умова високочастотного накачування (к-ть високочастотних квантів >> к-ті низькочастотних). Відповідно кількість низькочастотних квантів у початкові моменти часу буде експоненційно зростати. Цей ефект називається розпадною нестійкістю.

**2.4.4. Узагальніть співвідношення Менлі-Роу для випадку резонансної взаємодії чоти­рьох осциляторів з кубічним зв’язком.**

Де m, n, l –прості цілі числа, які можуть набувати значень

Будемо вважати потужність Рabc, що поглинається на активному опорі, додатною, а потужності Рa, Рb та Рс, що виділяються генераторами, від’ємними, тоді баланс потужності можна записати у вигляді

Помножимо кожний з доданків на одиницю:

Або

Дж. Менлі та Х. Роу на основі суто електротехнічних розрахунків показали, що кожна дужка окремо дорівнює нулю:

Р-ня виражають баланс енергії при нелінійному перетворенні частоти і дають можливість інтерпретувати названий процес у термінах кількості квантів.

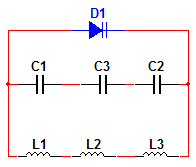
**2.4.5.За яких умов характер взаємодії мод буде проміжним між випадками розпадної нестійкості та низькочастотного накачування? Зобразіть для цього випадку залежності кількостей квантів від часу.**

Скоріше за все, тут мається на увазі початкова сумірна кількість всіх трьох квантів (N1, N2, N3). Залежності матимуть перехідний вигляд між випадком розпадної нестійкості та низькочастотного накачування, тобто N1 ще не повністю опустилась до N2, N3.



**2.4.6. У якому наближенні задача про резонансну взаємодію трьох осциляторів з нелі­нійним квадратичним зв’язком зводиться до моделі параметричної системи?**

Якщо знехтуємо зміною ємності варикапа під впливом напруги сигналу в контурі, коли напруга сигналу за амплітудою значно менша від напруги накачування.



**2.5.1. Запропонуйте схему двоконтурного автогенератора із симетричним (щодо контурів) увімкненням стоку польового транзистора.**

**2.5.2. Як здійснюється взаємний вплив мод у двоконтурному автогенераторі?**

**2.5.3. Опишіть ефекти взаємного впливу мод у двочастотному автогенераторі, користуючись поняттям середньої крутості.**

Для кожної моди є S критична після якої з’являється генерація, під дією якоїсь моди може бути випадок, коли для 1-ї умови генер. виконуються, а для іншої вже не виконуються і буде існувати 1 мода. Коли процес генерації виконується для обох, то при збільшенні однієї моди середня крутість зменшується.

**2.5.4. Коли диференціальне рівняння четвертого порядку можна розв’язувати за методом повільних амплітуд?**

Якщо вважати параметри нелінійності α, γ, δ1,2 величинами першого порядку мализни - малими доданками, і, отже, тоді можна розв’язувати за методом повільних амплітуд.

**2.5.5. Чому дорівнюють коефіцієнти нелінійного зв’язку між модами в задачі про вимушену синхронізацію автогенератора?**

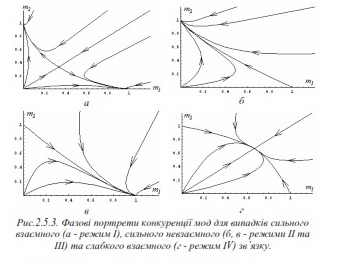
ρ12=, ρ21= - коефіцієнти нелінійного зв’язку між модами, де 

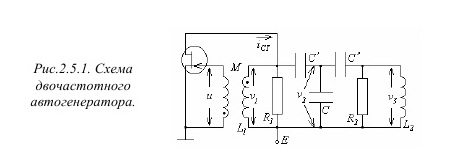
**2.5.6. Яким режимам конкуренції мод відповідають режим нав’язування частоти та биття між автоколиваннями та вимушеними коливаннями модами в задачі про вимушену синхронізацію автогенератора?**

Режим нав'язування частоти відповідає випадку сильного невзаємного зв'язку, коли незалежно від початкових умов у автогенераторі встановлюється лише 1 мода.

Режим биття між автоколиваннями та вимушеними коливаннями відповідає випадку слабкого взаємного зв'язку (вплив мод є малим, тому обидві моди співіснують).

**2.5.7. Що являтиме собою фазовий портрет системи двох зв’язаних автогенераторів у змінних дія-кут у різних режимах конкуренції мод?**

****2**.5.8. Запропонуйте схему автогенератора, у якому була б можлива генерація двох частот.**

****Автогенератор LC-типу. Паралельні контури пов’язані ємністю зв’язку С. перший із контурів індуктивно пов’язаний з колом виток-затвор польового транзистора. Через цей самий контур протікає стоковий струм польового транзистора. Контури розташовані асиметрично щодо стоку польового транзистора: він увімкнений у перший контур, а не в середню точку між двома контурами( між конденсаторами) Симетричне ввімкнення (до ємності С) у цьому випадку неможливе, оскільки тоді буде відсутнє живлення транзистора.

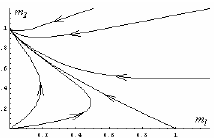
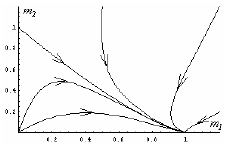
**2.5.9. Охарактеризуйте стаціонарні точки в режимі вимушеної синхронізації для проміжних амплітуд зовнішньої сили в термінах конкуренції мод.**

Вимушена синхронізація відповідає режимам сильного невзаємного зв’язку. Нав’зується та мода, яка може ефективно пригнічувати іншу фактично без зворотнього впливу та незалежно від початкових умов.

У випадку m10=0, m20=1 при р12 > 1 – стійкий вузол, р12 < 1 – сідло

У випадку m10=1, m20=0 при р21 > 1 – стійкий вузол, р21 < 1 – сідло

Фазові портрети системи:

// m10, m20 – встановлені нормовані інтенсивності коливань

р12, р21 – коефіцієнти нелінійного зв. між модами

**2.5.10.Які режими конкуренції мод можливі в системі двох автогенераторів, зв’язаних через оптронну пару?**

Принцип роботи оптрона заключається в перетворенні електричного сигнала у світло, його передачі по оптичному каналу і наступному перетворенні назад в електричний сигнал.

Неважко зробити висновок, що можливий лише сильний невзаємний зв’язок. Лише один контур дыє на другий не зазнаючи зворотнього впливу.

**2.5.11. Поясніть можливий механізм гістерезису в системі двох зв’язаних автогенераторів при перестроюванні парціальної частоти одного з них.**

В основі цього явища лежить той факт, що в режимі сильного взаємного зв'язку та чи інша мода встановлюється залежно від початкових умов. Будемо перестроювати контури автогенератора, змінюючи параметр ξ = ωο12/ωο22. Це, у свою чергу, приведе до зміни коефіцієнтів нелінійного зв'язку ρ12 і ρ21 причому, при збільшенні одного з коефіцієнтів інший буде зменшуватися. У результаті будуть по черзі реалізовуватися різні режими - II, I, III.

Нехай у початковий момент часу ξ < ξ1, що відповідає режиму II , тоді в автогенераторі встановляться коливання на частоті w2. Будемо перестроювати контури таким чином, щоб параметр ξ зростав. При переході через значення встановиться режим І. Оскільки в цей момент у генераторі існували коливання на частоті w2, вони збережуться. Лише при переході ξ через значення ξ2, коли в системі встановиться режим ІII, частота коливань стрибкоподібно зміниться на w1. Зрозуміло, що при зменшенні ξ від початкового значення ξ > ξ2 стрибкоподібна зміна частоти відбудеться при переході через точку . Таким чином, в області ξ2 > ξ > ξ1 спостерігатиметься гістерезис, або так зване *затягування частоти.*

**2.5.12. Чи можливе затягування частоти в системі двох автогенераторів, зв’язаних через оптронну пару?**

Принципово неможливий. Оптронна пара – зв’язок фотодіода та фотоприймача. Тому в ній може існувати лише односторонній вплив (фотоприймач не випромінює, а фотодіод не приймає світло). Тому це не система зв’язаних автогенераторів (принципово). Це система з автогенератора і джерела вимушуючої сили. Тому поняттня конкуренції модів в такій системі недоцільне. А отже, і існування затягування частоти також неможливе.

**2.5.13. Які стаціонарні режими генерації можливі в лазері, якщо в смугу підсилення активної речовини потрапляють три моди відкритого резонатора?**

Для оцінки треба враховувати квадратичну нелінійність прохідної характеристики. Тоді можна вводити систему взаємодії трьох модів. В залежності від параметрів нелінійності можуть існувати активно 1, 2 чи 3 моди (на практиці лазери, наприклад гелій-неоновий, мають генерацію на 3 частотах). І зменшити взаемні впливи можна занизивши коефіціент квадратичної нелінійності.

**2.5.14. Скільки коефіцієнтів нелінійного зв’язку характеризуватимуть конкуренцію між трьома модами?**

**2.5.15. Опишіть різні режими конкуренції популяцій за обмежене джерело харчування.**

- режим сильного взаємного зв’язку: все залежить від початкових умов: виживає та популяція, яка переважала в початковий момент часу, тобто та популяція, яка спочатку була більш ситою, або яка мала більший доступ до джерела харчування в початковий момент часу.

- режим сильного невзаємного зв’язку: виживе та популяція, яка має кращий доступ до джерела харчування.

- режим слабкого взаємного зв’язку: будуть співіснувати дві популяції, к-сть особин в яких постійно буде коливатися: в одній більше, в іншій менше, і навпаки.

**2.5.16. Які стратегії завоювання ринку збуту можна запропонувати на основі розв’язання задачі про конкуренцію мод?**

При розвязунанні задачі про два зв’язані автогенератори було отримано рівняння

, , де являють собою нормовані інтенсивності коливань з частотами . Величини називаються коефіцієнтами нелінійного зв’язку між модами. – інкременти малих коливань.

Результати, отримані при дослідженні цієї схеми, легко узагальнити і на випадок конкуренції в економічних системах( боротьба фірм за ринки збуту).

1)У випадку **сильного невзаємного зв’язку** незалежно від початкових умов на ринку залишається лише та фірма, яка може ефективно пригнічувати іншу, не зазнаючи помітного впливу з її боку. Наприклад, великий супермаркет навряд буде відчувати вплив з боку якогось магазинчика, і саме туди буде йти більшість людей.

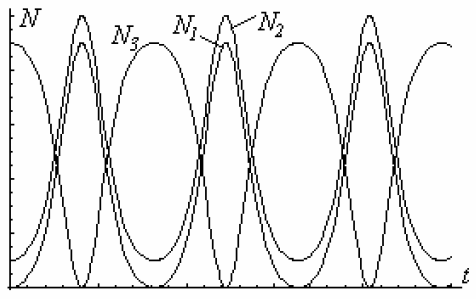
2)У випадку **сильного взаємного зв’язку**  також переважатиме одна фірма. Яка саме-залежить від початкових умов: виживає та, яка переважала в початковий момент часу. Наприклад, люди більше довіряють виробнику, якого добре знають, а не тому, про якого тільки узнали. (Можливо, це не дуже гарний приклад)

3)У випадку **слабкого взаємного зв’язку** взаємний вплив фірм є малим, тому вони обидві співіснують. Приклад, магазини промислових товарів і продуктові мало відчувають взаємний вплив.

На основі сказаного, можна запропонувати такі стратегії ринку збуту: продавати те, чого не продають інші(3), завоювати довіру покупця(2), стати фактично монополістом в певному районі. Ну, можливо, хтось ще щось зможе придумать.

**2.6.1. Коли вільні коливання в системі трьох зв’язаних осциляторів будуть строго періодичними?**

Можливо, якщо .

В системі, в якій в початковий момент часу переважають високочастотні кванти(N3>>N1,N2) (ефект розпадної нестійкості) спостерігається експоненціальне зростання кількості низькочастотних квантів, що супроводжується зменшенням кількості високочастотних. Коли всі високочастотні кванти розпадуться, процес починає йти в протилежному напрямку. У результаті через деякий час початкові умови відновлюються, після чого процес періодично повторюється.

**2.6.2. Порівняйте ергодичні системи та системи з перемішуванням. Що вони мають спільного й що – відмінного?**

Спільне: майже будь-яка фазова траєкторія всюди щільно заповнює всю область фазового простору, в якому еволюціонує система. Середнє значення вздовж фазової траєкторії перестає залежати від початкових умов. Обидві системи є абсолютно нестійкими та необоротними.

Відмінне: Ергодична є передбачуваною, на відміну від системи з перемішуванням.

**2.6.3. Чи може лінійна система демонструвати ергодичну поведінку?**

Ні, не може, тому що ергодичність системи означає, що майже будь-яка фазова траєкторія всюди щільно заповнює всю область фазового простору , у якій відбувається еволюція системи і у процесі розвитку ергодична система не залежить від початкових умов, а це не характерно для лінійної системи.

**2.6.4. Запропонуйте схему розрахунку показників Ляпунова для динамічної системи, заданої її рівняннями руху.**

**2.6.5. Протягом якого проміжку часу можна передбачити поведінку системи зі схоластичною динамікою?**

Якщо у фазовому просторі динамічної системи (як консервативної, так і дисипативної) відстань між сусідніми зображувальними точками значно менша від характерних розмірів області D, у якій відбувається еволюція динамічної системи, то зміна вказаної відстані з часом зазвичай має експоненціальний характер:



де ,  - проекція вектора  на напрямок . Коефіцієнти  називаються показниками Ляпунова. Для стійких напрямків вони – від’ємні, для нестійких – додатні.

Згідно з теорією Ліувіля, сума всіх показників Ляпунова для гамільтонівської системи дорівнює нулю.



Сума всіх додатних показників Ляпунова, усереднена за областю D, називається ентропією Колмогорова-Синая



а обернена величина – часом перемішування:



Для проміжків часу  поведінка системи може вважатися цілком передбачуваною – нестійкість іще не встигає розвинутися. І навпаки, для  поведінка системи виявляється непередбачуваною.

**2.6.6. За якою ознакою найзручніше визначити на практиці, чи є поведінка гамільтонівської системи непередбачуваною?**

Малі зміни початкових умов призведуть до значної зміни кінцевого положення системи. (напр.. якщо додати в забарвлену воду ще краплю барвника)

**2.6.7. Якісно опишіть можливий механізм виникнення хаотичної динаміки в системі двох зв’язаних нелінійних консервативних осциляторів.**

Спрощеною моделлю взаємодії двох осциляторів є задана зовнішня сила, що діє на сцилятор, тому можна чекати, що в системі кількох зв’язаних нелінійних консервативних осциляторів також повинен, за певних умов, спостерігатися режим стохастичних(непередбачуваних) коливань.

Як відомо, дія періодичної зовнішньої сили на лінійний осцилятор приводить у загальному випадку до виникнення биттів між вільною і вимушеною складовими, що виявляється в періодичній зміні амплітуди коливань. Нелінійний осцилятор є неізохронним, тому зміна амплітуди його коливань повинна приводити до зміни їхньої частоти. Зміна власної частоти коливань приводить до зміни розстроювання між нею та частотою зовнішньої сили, що, в свою чергу, спричиняє зміну амплітуди коливань.

Введемо параметр перекриття резонансів K = ∆I/ δI=∆ ω/ δω - відношення ширини резонансу до віддалі між сусідніми резонансами.Якщо K ≥1 рух системи різко ускладнюється: відбуваються одночасно два резонансні коливання (з великими амплітудами), причому принцип суперпозиції не справджується через нелінійність системи. Розвивається нестійкість, що супроводжується розбіганням сусідніх зображувальних точок (у тривимірному фазовому просторі (x,,t) ). Внаслідок цього мала зміна початкових умов у системі призводить до суттєвої зміни її руху в наступні моменти часу. В результаті поведінка системи стає непередбачуваною. Говорять, що рух динамічної системи стає стохастичним.

**2.7.1. Чи може існувати дивний атрактор на фазовому портреті консервативної системи? Відповідь обґрунтуйте.**

Не може. Тому, що за означенням поведінці фазових траєкторій на дивному атракторі відповідає стохастична динаміка системи. Така динаміка спостерігається в дисипативних системах.

**2.7.2. Порівняйте хаотичну динаміку в консервативних і дисипативних системах.**

У консервативних системах виконується теорема Ліувіля (об’єм фазової краплі зберігається), в дисипативних – ні. У консервативних системах хаотична динаміка проявляється при наявності ефекту перемішування (область змінних точок , на які діє оператор потоку, еволюціонує з часом так, що її частини рівномірно заповнюють усю область D), а в дисипативній – за наявності дивних атракторів (поєднують стійкість з нестійкістю). Поява дивних атракторів пов’язана саме із наявністю дисипації, яка намагається погасити коливання, притягаючи зображувальні точки з часом до дивного атрактора. Поведінка дисипативної системи в околі дивного атрактора аналогічна поведінці консервативної системи з перемішуванням. Зокрема на дивному атракторі можна також визначити КС-ентропію та час перемішування. Обидві системи характеризуються необоротністю еволюції.

**2.7.3. У яких класах систем з багатьма ступенями вільності можлива хаотична динаміка?**

В дисипативних системах хаотична динаміка має місце в системах з дивними атракторами. Дивні атрактори не є ні стаціонарними точками, ні граничними циклами, ні інваріантними торами. Ці точки поєднують стійкість з нестійкістю. Зображувальні точки з часом притягаються до дивного атрактора, але на самому атракторі розбігаються, тобто існує нестійкість. Поведінка фазових траєкторій на дивному атракторі аналогічна поведінці гамільтонівських систем з перемішуванням, їй відповідає стохастична динаміка системи.

**2.7.4. Чи можлива, на ваш погляд, хаотична динаміка в системі двох зв’язаних автогенераторів?**

Так, по сценарію Рюелля-Такенса.+сценарій переходу до хаоса. Після біфуркації Андронова – Хопфа відбувається збудження коливань із ще однією частотою(як це може мати місце в системі зв’язаних автогенераторів), потім ще з однією(при цьому всі частоти є несумірними).У фазовому просторі утворюється відповідно спочатку двовимірнийБ а потім тривимірний тор. Таке утворення є нестійким, і зображувальна точка перестрибує з 3-тора на дивний атрактор – рух системи стає хаотичним.

**2.7.5. Чи можна рух на дивному атракторі вважати вважати ергодичним?**

Ефект можливий, коли обмежиться перекачування енергії вверх по спектру , а коли в – знаменник ніколи не дорівнює нулю, тоді перекидання не відбувається, тобто ефект неможливий.

**2.7.6. Чи можуть на фазовому портреті динамічної системи співіснувати центр і дивний атрактор?**

**2.7.7. Чи можуть на фазовому портреті динамічної системи співіснувати стійкий граничний цикл і дивний атрактор?**

**2.7.8. Чи існують сценарії переходу до хаосу в гамільтонівських системах? Відповідь обґрунтуйте.**

Ні, бо спільним кроком усіх сценаріїв переходу до хаосу є те, що відбувається біфуркація Андронова-Хопфа, яка притаманна лише дисипативним с-мам. А гамільтонівські с-ми консервативні.

**2.7.9. Скільки ступенів вільності повинна мати система, у якій можливий перехід до хаосу за сценарієм Рюелля – Такенса?**

3 ступені вільності, для того, щоб могла відбутись біфуркація Андронова-Хопфа.

**2.7.10. Якою, на вашу думку, є фрактальна розмірність:**

**а) областей радіоактивного забруднення, що виникли після Чорнобильської аварії;**

**б) крони дерева?**

**2.8.1. Якісно опишіть вплив слабкої дисипації на коливання в нескінченному ланцюжку.**

За своїми властивостями коливання ланцюжкових систем нагадують поширення хвиль у системах з розподіленими параметрами. Коливання в усіх ланках відбуваються з однаковими фазами, а амплітуди коливань експоненціально спадають при віддаленні від джерела сигналу.  

**2.8.2. Чи завжди коливання в сусідніх ланках у смузі непрозорості відбуваються в протифазі?**

Так, інакше не буде непрозорості, тому що α = π, а це зсув між сусідніми ланками.

**2.8.3. Опишіть роботу автомобільного глушника в термінах ланцюжкових систем.**

**2.8.4. Як, на вашу думку, слід розраховувати дисперсію двовимірної ланцюжкової системи? Якісно поясніть відмінності від одновимірного випадку.**

**2.8.5. Які властивості коливань кристалічної гратки можна пояснити, користуючись моделлю ланцюжкової моделі?**

Кристалічну гратку також можна розглядати як деяку тривимірну ланцюжкову систему. Одним з можливих типів її коливань є рух електронів, який можна інтерпретувати як поширення деякого збурення хвильової функції. Таку систему також можна розглядати як частотний фільтр, причому заборонені діапазони частот відповідають забороненим значенням енергії електронів, існування яких передбачає зонна теорія твердого тіла.

**2.8.6. Як записати набіг фази на одну ланку для власних коливань кільцевого ланцюжка, складеного з n ланок?**

Набіг фаз на всіх ланках кільця повинен бути *2πk*, де *k* будь-яке ціле число. Тоді набіг фази на одній ланці повинен бути , де *n* кількість ланок.

**2.8.7. Запишіть умову набігу фази на одну ланку для власних коливань обмеженого лінійного ланцюжка, використовуючи поняття довжини хвилі та довжини ланцюжка.**

Співвідношення між набігом фази на одну ланку і частотою коливань:

У скінченному ланцюжку сигнал відбивається від останньої ланки і повертається в першу ланку з зсувом на => , а відповідно частоти .

А, як відомо, => , що записано враховуючи довжину ланцюжка .

**2.8.8. Чому в кільцевих ланцюжках кількість відмінних між собою власних частот не збігається з кількістю ланок?**

Як відомо, коли ланцюжок складається з обмеженої кількості ланок, для його власних коливань набіг фази на одну ланку набуває дискретних значень. Розгланемо процес набігу фаз: нехай маємо n ланок. Виберемо початок відліку – першу ланку, на n-ій – (n-1), на першій(після циклу) n. Аналізована мода буде власною, коли колив на першій до та пілся циклу синфазні. Отримуємо дискретний набір набігів фаз та частот. Так як, не має різниці, яку саме ланку обрати, як початок відліку, та рухатися зліва-направо, чи справа-наліво, маємо виродження частот.

**2.8.9. Чому в лінійних (незамкнених) ланцюжках кількість відмінних між собою власних частот дорівнює кількості ланок?**

Розглянемо ланцюжок, складений з *k* ланок. Скінчена довжина ланцюжка приведе до того, що для його власних коливань набіг фази ϕ на одну ланку може набувати лише дискретного набору значень.

Нехай коливання, що виникло в першій ланці, поширюється уздовж ланцюжка. В останній ланці воно буде зсунуте за фазою на *(k-1)*ϕ. Від останньої ланки сигнал відіб’ється і побіжить уздовж ланцюжка назад. Сигнал, що повернувся в першу ланку, буде, очевидно, зсунутий на *2(k-1)*ϕ щодо початкового коливання. Аналізована мода буде власною модою ланцюжка тоді, коли обидва коливання виявляться синфазними, тобто при 2(*k* −1)ϕ = 2π*n* , *n* = 0,±1,±2,±3...



Отже, можна отримати дискретний спектр частот:



Оскільки sin(π − *z*) = sin *z* , sin(π + *z*) = −sin *z* , значення частот, які не повторюються, будуть виникати лише при зміні ϕ*п* в межах від *0* до π, тобто при зміні індексу *п* від *0* до *k-1* включно. Таким чином, ми отримаємо *k* відмінних значень власних частот.