=> 50% відповідей є неточними або хибними.

FAQ by Reaper™
(1993, II-семестр)

1.1.1. Запрпонуйте кілька прикладів, що ілюструють умовнітсть поняття кількості ступенів вільності.

- Ландау каже: "Число незалежних велечин, які необхідно задати для визначення положення системи, називається числом її *степенів вільності*". Анісімов каже: "число степенів вільності системи, яку можна задати n рівняннями вигляду $\dot{x}_i = f(x_1,...,x_n),\ i = 1,2,...,n$ рівна $n/2$". Пейн каже: "Кожний незалежний шлях, яким система може отримувати енергію, називається степенем її вільності. Наприклад, кожний гармонічний осцилятор може отримувати потенціальну енергію (координата x) та кінетичну енергію (координата dx/dt), отже він має 2 степеня вільності". Неважко тепер сумістити ці визначення: те, що говорить Л.Ландау та Г.Пейн – одне і те саме, адже співпадає із кількістю початкових умов в рівняннях руху Лагранжа. При цьому визначення, яке дає Анісімов точно рівне половині кількості степенів руху за Ландау та Пейном – тобто описує лише повну енергію для кожної кординати. Таке визначення набирає силу в системах з незкінченною кількістю степенів вільності, де розподіл між потенціальною та кінетичною енергіями там неможливо (і непотрібно). Мабуть, у відповіді на поставлене питання було передбачено розгляд математичних моделей із різними кількостями степенів вільності за Анісімовим, отже маємо:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x} = y; \\ \dot{y} = -2\delta y - \omega_0^2 x, \end{cases} n = 2 \Rightarrow 1 \text{ ст. вілн.}$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t) \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x} = y; \\ \dot{\tau} = 1; \\ \dot{y} = -2\delta y - \omega_0^2 x + f(\tau), \end{cases} \quad n = 3 \Rightarrow 1.5 \text{ ст. вілн.} \tag{1.1}$$

$$\sum_{j=1}^{m} a_{m-j}\left(\frac{d}{dt}\right)^j x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x}_{m-1} = x_m; \\ \cdots \\ \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_m = -\dfrac{1}{a_1}\sum_{j=1}^{m-1} a_{m-j}x_j, \end{cases} \quad n = m \Rightarrow m/2 \text{ ст. вілн.}$$

1.1.2. Під яким кутом фазові траекторії перетинають віс абсцисс?

- Умова перетину фазовою траекторєю вісі абсцисс: $y = \dot{x} = 0 = f(x,y)$, тому фазові траекторії перетинають вісь абсцисс під кутом, тангенс якого визначається рівнянням: $tg(\varphi) = df(x,0)/dx$. Для лінійного дисипативного осцилятора маємо:

$$\frac{df(x,y)}{dx} = -\frac{x + \varepsilon y}{y},\ tg(\varphi) = -\lim_{y\to 0}\frac{x+\varepsilon y}{y} = \left[\begin{matrix} \infty,\ x \neq 0; \\ \varepsilon,\ x = 0. \end{matrix}\right. \Rightarrow \varphi = \left[\begin{matrix} \pi/2,\ x \neq 0; \\ arctg(\varepsilon), x = 0, \end{matrix}\right. \quad \varepsilon = 2\delta/\omega_0.$$

1.1.3. Як обирається напрямок руху вздовж фазової траекторії на фазовій площині?

- Напрямок руху s по фазовій траекторії визначає перехід від однієї точки фазової площини до іншої з плином часу, та може бути знайдений дослідженням кожного з рівнянь: $if(f_i(x_1,...,x_i\uparrow,...,x_n)\uparrow)[s\cdot e_{x_i} > 0]else[s\cdot e_{x_i} < 0];\ \dot{x}_i = f_i;\ i = 1,2,...,n.$ Зазвичай, проекція вектора s на фазові траекторії, які не проходять через особливі точки фазової площини не змінює свого напрямку. Напрямок руху по дотичних сепаратрисах, які є фазовими траекторіями є таким самим, як і у найближчих фазових траекторій.

1.1.4. Поясніть, чому нульова ізокліна для дисипативних осциляторів зсувається в другий та четвертий квадранти.

- Справа в тому, що додатня дисипація дає додаткове гальмування системи, пропорційне до швидкості. Це відповідає повороту фазового портрета для консервативного руху за часовою стрілкою. З іншого боку, повна енергія системи поступово зменьшується, тому центр переходить в стійкий фокус, з урахуванням геометрії булого центру. Відповідно ж нульова ізокліна при повороті тепер буде розташована в другому та четвертому квадрантах. (читачу рекомендую прописати цю устну математику).

1.1.5. У чому переваги методу анадізу руху динамічних систем за допомогою фазової площини?

- Пониження степеня диференційного рівняння на одиницю. Це найбільша перевага, адже переважну більшість коливальних систем можна описати сукупністю рівнянь виду $\dot{x}_i = f_i(x_1,...,x_n),\ i = 1,2,...,n.$ Тому перехід до простору, розмірністю 2n дає змогу графично побачити інтегральні криві, коливальної системи, і згідно з ними шукати

дисипації, та точного резонансу, для лінійного осцилятора із гармонічною вимушуючою силою матимемо:

$$x(t) \approx \frac{f_m}{2\omega_0\delta}\sin\omega_0 t\left(1 - \exp[-\delta t]\right). \tag{2.1}$$

Отже, розклавши експоненту в ряд отримаємо умову секулярності коливань:

$$\exp[-\delta t]_{t\to 0} = 1 - \delta t + \delta^2 t^2 - ...;\ t \leq 1/(5\delta). \tag{2.2}$$

П'ятірка тут з'явилась із радіотехніки, та означає, що третій член розкладу має бути складати не більше 20% від велечини другого.

1.2.4. Яка з двох систем електромеханічних аналогій зручніша для аналізу поведінки складних механічних схем?

- Сила-струм, адже вона не порушує топологічну еквівалентність системи (послідовне з"єднання). Тут можна зауважити, що інколи виконується моделювання складних для побудови механічних схем електричними, які спаяти набагато простіше. Тоді аналіз поведінки механічної системи зводиться до вимірювання відповідних струмів та спектрального аналізу електротехнічними приладами.

1.2.5. Чим визначається швидкість зростання амплітуди коливань у перші моменти часу, після увімкнення зовнішньї гармонічної сили?

- при нульвих початкових умовах – різницею частот вимушуючої сили і власної частотои осцилятора, поділеною навпіл. Саме цей параметр визначає часовий поріг секулярного зростання амплітуди. Ясно, що амплітуда вимушених коливань у нерезонансному випадку зростає максимум до значення $f_m/(\omega_0^2 - p^2)$. Також це значення є швидкістю зростання амплітуди в початкові моменти часу. Якщо у нас резонансне становище, то для консервативного осцилятора амплітуда лінійно зростає із швидкістю $f_m/(2\omega_0)$, а у випадку дисипативного осцилятора - із швидкістю $f_m/(2\omega_0\delta)$.

1.3.1. Як змінеться вигляд інтегралу Дюгамеля для ненульових початкових умов?

- Інтеграл Дюгамеля описує лише вимушену складову коливань, тому він не залежить від початкових умов.

1.3.2. Для яких систем функція Гріна не буде прямувати до нуля при t -> ∞.

- В загальному випадку – для нестійких. Якщо розглядати рівняння руху систем із сталими коефіцієнтами, то можна просто сористуватись критерієм Рауса Гурвиця. Але мабуть на тому етапі, коли це питання було сформульоване малась на увазі консервативність системи.

1.3.3. Чи можна за виглядом передавальної функції визначити, що відповідна система є консервативною (дисипативною).

- Серцем чую, що можна, причому таким чином: якщо передавальна функція є комплексною, то система дисипативна, а коли передавальна функція дійсна, то і система консервативна. Доводити мені це в западло, тим більш часу небагато.

1.3.4. Поясніть якісно, чому для параметричних систем передавальна функція може залежати від часу.

- Тому, що вона залежить від параметрів, а параметри можуть залежати від часу.

1.3.5. В яких випадках функція Гріна системи залежить не тільки від проміжку часу, що пройшов після удару, але й від моменту часу удару?

- Це може статися в параметричних системах, де перематри залежать від ачсу.

1.4.1. Що відбуватиметься з коливаннями в параметричному контурі з ємністю, що стрибкоподібно змінюється, якщо фазу коливань ємності в деякий момент часу замінити на протилежну?

-Нічого гарного! Якщо в контурі до цього моменту відбувався параметричний резонанс, то зміна фази накачування на протилежну обов"язково підсилить втрати повної енергії в контурі.

1.4.2. Якісно опишіть характер коливань у параметричному контурі з ємністю, що стрибкоподібно змінюється, якщо період зміни ємності дещо відмінний від половини періоду власних коливань контуру.

- Розгортання подій буде таким самим, як і у випадку биття гармонічного осцилятора, із вимушуючою силою.

1.4.3 В контурі періодично стрибком змінюється індуктивність. Намалюйте часовий хід власних коливань у контурі та необхідний для їхнього зростання часовий хід індуктивності.

вигляд параметричних розв"язків $x_i(t)$. Інші переваги – використання теоретичних доробок аналізу фазової площини, при описі макроскопічних параметрів коливальних систем із багатьма ступенями вільності (гази, рідини...), тощо.

$\Delta W_- =$

1.1.6. Як впливає наявність дисипації на поведінку системи в околі сідлової точки? Дайте якісне пояснення.

- Сідло можна описати чотирма сепаратрисами: дві дотичні до фазових траекторій, та ще дві, які перетинають фазові траекторії під прямим кутом. Розлянемо рівняння сепаратрис для консервативної та дисипативної систем відповідно:

$$\begin{aligned} &\textit{дотичні}: \quad y = \pm\omega_0 x; \quad y = \pm x/\varepsilon; \\ &\textit{ортогональні}: (y = 0, x = 0); \; y = (-\varepsilon \pm \sqrt{\varepsilon^2 + 4})x/2. \end{aligned} \tag{1.2}$$

Тепер неважко побачити, що вплив дисипації на сідло, повертає його на деякий малий кут за годинниковою стрілкою, та робить його антисиметричним відносно вісей абсцисс та ординат. Отже, швидкість системи «візок на горі» із дисипацією тепер більш різко спадає, коли візок їде в гору, та більш плавно спадає, коли візок спускається з гори. Саме цим пояснюється антисиметрія. А от втрати енергії візка зсувають його на більш енергетично низькі фазові траекторії, тому дотичні сепаратриси теж зсуваються. Проте, гарнюсенько зберігається ортогональність дотичних сепаратрис.

1.1.7. Опишіть послідовні зміни характеру особливої точки лінійного дисипативного осцилятора ($\omega_0>0$) при зміні параметра дисипації від $-\infty$ до $+\infty$.

- Фізичні міркування тут прості, а назви особливих точок можна і забути:

$0<\omega_0<-\delta$	$0<-\delta<\omega_0$	$\delta = 0$	$0<\delta<\omega_0$	$0<\omega_0<\delta$
нестійкий вузол	нестійкий фокус	центр	стійкий фокус	стійкий вузол

1.1.8. Вкажіть якісну відмінність між різними групами фазових траекторый для сильнодисипативного лінійного осцилятора. Чим відрізняються розв"язки рівняння руху для цих випадків?

- Стійкий вузол дійсно має дві суттєво різні групи розв"язків – це розв"язки, які хоча б раз проходять положення рівноваги, та розв"язки, які на протязі свого повільного життя лише досягають його. Перша група – сильнозатухаючі коливаня, а друга – спадна експонента.

1.1.9. Яким розв'язкам відповідають сепаратриси на фазовому портреті сильнодисипативного лінійного осцилятора?

- Точно аперіодичним, тобто це такі розв"язки, енергії яких вистачає, щоб точно наблизитись то точки рівноваги, причому із нульовим прискоренням за координатою x. Це такі розв"язки, які знаходяться на грані між періодичними та аперіодичними. Причому розв"язки рівняння руху, які відповідають цим фазовим траектріям, матимуть рівняння: $x(t) = C\exp[-t/\varepsilon]$.

1.2.1. Скільки ступенів вільності має коливний контур, у який увімкнене джерело напруги?

- Вимушені коливання лінійного осцілятора мають півтора степеня вільності. Це показано в питанні 1.1.1. Проте, для цього питання треба записати диференціальне рівняння для коливального контура. Воно має вигляд: $u(t) = L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q$, (для послідовного коливального контура) та $I(t) = C\ddot{\Phi} + \frac{1}{r}\dot{\Phi} + \frac{1}{L}\Phi$ (для паралельного), та провести перетворення, аналогічні тим, що було зроблено в 1.1.1.

1.2.2. Чи можлива ситуація, коли при увімкненні джерела періодичної зовнішньої сили осцилятор не здійснюватиме биттів?

- Так, це можливо при резонансі причому із довільними початковими умовами. Це є єдиною можливістю, адже навіть при існуванні слабкої диссипації буде спостерігатись перехідний процес. З іншого боку, осцилятор можна приклеїти до ковзанки, тоді розв"язок буе тривіальним (або вимушеним, якщо погано приклеїти), і биття не спостерігатиметься ☺ Це випадок, коли у нас є сильна дисипація (вільна складова має аперіодичний характер руху, та биття відсутнє).

1.2.3. Протягом якого часу в експерименті можна спостерігати секулярне зростання амплітуди вимушених коливань у режимі точного резонансу?

- Питання має дуже оманливе формулювання що до меж, які встановлені на перехід секулярного (тобто лінійного з часом) зростання до нелінійного. З одного боку на це може впливати диссипація, що ми і розглянемо, а з іншого боку – нелінійності при великих амплітудах, що означає появу інших нерезонансних гармонік. Отже, у випадку

- Часовий хід коливань струму у контурі буде такий самий, як і в контурі з параметричною ємністю (Анісімов, мал.1.4.2). Період зміни ємності для параметричного резонансу також буде рівний половині періода власних коливань у контурі. А от фазу накачування індуктивністю оберемо із таких міркувань: $W_{маг} = LI^2/2$. Тобто момент збільшення магнітної енергії шляхом збільшення індуктивності має попадати на максимуми струму. Таким чином, питання зводиться до перепозначення $q \to I$, $C \to L$ на відповідних епірах в підручнику.

1.4.4. Сформулюйте найбільш загальні умови, за яких періодична стрибкоподібна зміна ємності забезпечить зростання коливань у контурі.

- Енергія втрат на активному опорі за період коливань: $\Delta W_- = \pi R q_m^2 \omega_0$, енергія накачування за період коливань: $\Delta W_+ = 2m\frac{q_m^2}{C_0}(\sin[\varphi] - \sin[T/4 + \varphi])$. Тоді, відносно двох параметрів – фази та глибини модуляції ємності отримаємо деяку площю в просторі (m, φ), кожна точка якої приводить до зростання коливань, а межа якої відповідатиме постійній амплітуді: $\Delta W_+ - \Delta W_- > 0$. Зауважимо, що енергія накачування записана для малої глибини модуляції, де можна вважати, що $q(\varphi) = q(\varphi + T/2)$.

1.4.5. У чому полягає зміст параметричного наближення для неавтономних нелінійних осциляторів?

- Зміст параметричного наближення полягає в тому, що коливання неавтономного нелінійного осцилятора не впливають на режим накачування, тобто система не може сама змінити параметри деякого власного елемента. Іншими словами, розгляд зміни деякого параметра в системі яка не залежить від процесів, що беспосередньо відбуваються в системі, називається параметричним наближенням.

1.4.6. Сформулюйте умови застосовності параметричного наближення для маятника зі змінною довжиною підвісу.

- Сила, що регулює довжину подвісу має бути точно такою, щоб рух підвішеного тіла не міг керувати довжиною підвісу. Для цього, наприклад гарно підходить сила тертя спокою, із рвучими імпульсами типу дельта функції Дірака, помноженої на щось ☺

1.5.1. Коли рух системи можна проаналізувати за методом повільних амплітуд?

- Метод повільних амплітуд звичайно застосовується для коливних систем, повна енергія яких не залишається сталою, а досить повільно змінюється з часом. Тоді, в нульовому наближенні ми нехтуємо членами рівняння руху, які зумовлюють відток енергії, та будуємо розв*язок спрощеного рівняння. Але, враховуючи, що в реалії енергія все ж таки змінюється, ми намагаємось описати шю зміну залежністю від часу амплітуд в спрощеному розв"язку. Отже, рух системи можна проаналізувати за методом повільних амплітуд тоді, коли зміна її повної енергії за перід незрівнянно мала в порівнянні із її середнім за період значенням, і швидкість зміни енергії також є малою в порівнянні із зміною енергії. Математично це можна записати через амплітуди (як пропорційну велечину до повної енергії): $\omega^2 |A| >> \omega |\dot{A}| >> |\ddot{A}|$. Для порівняння відзначимо, що повна енергія гармонічного осцилятора має значення $W = m\omega^2 A^2/2$.

1.5.2. Чому при ступінчастому накачуванні поріг параметричного резонансу нижчий, ніж при гармонічному накачуванні?

- Ступінчасте накачування максимально використовує глибину модуляції параметра – зміна параметра відбувається з великою швидкістю саме в ті моменти, коли вона може передати максимальну енергію системі, а обернений хід є холостим, та не пов*язаний з енергетичним обміном. При гармонічному накачуванні, зміна параметра розтягнута в часі, а отже прямий хід (саме накачування) надає системі меншу енергію, аніж ступінчастий. До того ж, оборнений хід, також розтягнутий в часі, та відбирає деяку частку енергії із системи. Це обов*язково відображається на значенні критичної глибини модуляції, звісно при виконанні фазової умови. Так, в синій книжці виведено критичні значення глибини ступінчастого та гармонічного накачування: $m_{ст.кр.} = \pi/(2Q) < m_{гарм.кр.} = 2/Q$.

1.5.3. Чим обмежуєьтся зростання автоколиваньколивань у параметричному генераторі?

- Відповідь на це питання, з огляду на синю книжку, може бути двоякою. З одного боку, при зростанні амплітуди коливань ми виходимо за межі параметричного наближення, тобто зростання амплітуди коливань обмежується врахуванням впливу стану системи

1.8.5. Чи завжди нелінійний дисипативний осцилятор є абсолютно стійким? Відповідь обґрунтувати.

- Незавжди, бо на те ж він і нелінійний, щоб у нього могли бути кілька особливих точок. А коли у осцилятора кілька особливих точок, то він вже ніяк не може бути абсолютно стійким. Та навіть і при одній особливій точці він абсолютно стійким не обов*язково буде.

1.8.6. Чи є нелінійний консервативний осцилятор стійким за Ляпуновим? Відповідь обґрунтувати.

- Найімовірніше що ні. Якщо у нелінійного консервативного осцилятора кілька особливих точок на фазовій площині, то він вже нестійкий за Ляпуновим. Далі, якщо у нелінійного консервативного осцилятора одна особлива точка, то вона має бути лише центром, який складено з концентричних кругів. Тоді й тільки тоді він буде стійким за Ляпуновим, хоча й неабсолютно стійким. При цьому, пам*ятаємо, що зазначена особлива точка зустрічається лише у лінійного консервативного осцилятора, тому із всією відповідальністю заявляю: не бачив світ стійкого за Ляпуновим консервативного нелінійного осцилятора.

1.8.7. До яких систем можна застосовувати критерій Рауса_Гурвиця? На що він вказує?

- Він вказує на абсолютну стійкість лінійних автономних систем із скінченною кількістю ступенів вільності, що описуються ЛОДР з постійними коефіцієнтами.

1.8.8. В яких областях зміни параметрів лінійний дисипативний осцилятор буде грубим?

- Краще було б запросити біфуркаційні точки, адже це одне й те ж! Їх я і перерахую: нуль для параметра дисипації, і точка переходу ω^2 через нуль. Отже запевняю, що у всій незкінченній множині областей, у яких відсутні перераховані біфуркаційні точки, осцилятор є грубим.

на її параметри. З іншого боку, може виникнути ситуація, коли потрібно розглядати поряд з параметром накачування, що не може залежати від амплітуди сигналу в системі, параметр втрат, який залежить лише від сигналу системи. В цьому випадку рівняння балансу системи має, порівняно з першим випадком, пристойний вигляд, та інколи може бути розв*язано. Взагалі, у відповіді на це питання можна обмежитись фразою – при зростанні амплітуди коливань системи, виникають різнорідні нелінійні ефекти, які призводять до втрат, та обмеження амплітуди. Хоча, з огляду на проблему ядерної катастрофи світу (лавиноподібний процес відповідає випадку, коли вихід за межі параметричного наближення не накладає обмежень на зростання амплітуди, а лише спотворює його), це твердження можна піддати небезпідставним сумнівам ☺

1.5.4. В якій зоні нестійкості рівняння Матьє можливе досягнення максимального інкременту параметричних коливань? Відповідь обґрунтувати.

- Згадаємо, що інкремент параметричних коливань, які експотенціально зростають – величина, обернена до часу зростання амплітуди в e разів. Далі, в синій книжці не було доведено (але сказано на стр. 50), що інкремент параметричних коливань виявляється пропорційним до глибини модуляції в степені найвищого порядку мализни зворотнього сигналу. Тоді, намалювавши кілька десятків кружечків для діаграм зворотнього зв*язку, неважко побачити, що степень глибини модуляції (як інкремента) завжди співпадає з номером зони Матьє. Тепер, врахувавши, що глибина модуляції на порядок меньше одиниці, неважко збагнути, що максимальний інкремент буде в першій зоні нестійкості рівняння Матьє.

1.5.5. Наскільки точно рівняння Матьє описує поведінку реального параметричного генератора?

- При включенні генератору (звісно в припущенні, що не буде ніяких скачків струмів та напруг) рівняння Матьє досить точно описує початковий етап перехідного процесу встановлення коливань. Але, коли амплітуда коливань є настільки великою, що виникають інші ефекти, які обмежують амплітуду коливань, то рівняння Матьє перестає описувати поведінку параметричного генератора. Для наочності представимо собі чверть періода синуса, тоді рівняння Матьє можна інтерпретувати як лінійне наближення функції синуса в околі нуля, а в точках, які є близькими до його екстремуму, лінійне наближення не відображає навіть суть картини.

1.6.1. Чи можна побудувати параметричний підсилювач на елементі з кубічною нелінійністю? Відповідь обґрунтувати.

- Рівняння Матьє для параметричного підслювача з кубічною нелінійністю має вигляд:

$$\ddot{q}+2\delta\dot{q}+\omega_0^2(1+m\cos\omega_* t)q+\beta q^3 = f_* \exp(i\omega t) \qquad (6.1)$$

З вигляду цього рівняння, та розв*язку лінійного рівняння Матьє неважко зробити висновок, що розв*язок (6.1) слід шукати у вигляді:

$$x(t) = A\exp(i\omega t)+B\exp(-i\omega_x t)+C\exp(i3\omega t)+D\exp(-i3\omega_x t) \qquad (6.2)$$

З вигляду (6.2) можна стверджувати, що при малій кубічній нелінійності матимемо такий самий параметричний підсилювач, але його вихідний сигнал буде дещо спотворений, що взагалі то не так суттєво, адже при великій відносній глибині модуляції розстройка буде малою, і третя гармоніка матиме далеке від резонансного значення. Проте, слід пам*ятати про фільтрацію на виході, яка зокрема мала місце і у випадку лінійного піраметричного підсилювача.

1.6.2. З якою частотою пульсує амплітуда вихідного сигналу в одноконтурному параметричному підсилювачі?

- Пульсація на виході в такому підсилювачі зумовлена накладанням коливань з частотами (більш того вони ще протифазні) ω та $\omega_x = 2\omega_0 - \omega$. Отже питання зводиться до стандартного рівняння суперпозиції двох гармонічних коливань, причому їхні амплітуди можна вважати рівними, адже це не впливає на частоту пульсації:

$$(\cos(\omega t)-\cos(\omega_x t)) = \sin((\omega-\omega_x)t/2)\sin((\omega+\omega_x)t/2). \qquad (6.3)$$

Отже, частота биття: $\omega_s = (\omega-\omega_x)/2$.

1.6.3. Який фільтр необхідний для того, шоб позбутися пульсації вихідного сигналу в одноконтурному параметричному підсилювачі?

- Фільтр має непропускати коливань з частотою $\omega_x = 2\omega_0 - \omega$, отже це має бути вузькосмуговий фільтр, настроєний на частоту ω.

1.6.4. Чи можна позбутися холостої частоти в одноконтурному параметричному підсилювачі?

- Ясно. що ні, адже ця частота близька до робочої, і має той самий порядок малини, що і сигнал зворотнього зв*язку.

1.6.5. Частота сигналу параметричного підсилювача точно дорівнює половині частоти накачування. При яких зсувах фази сигналу шодо накачування сигнал буде підсилюватись, а при яких – ослаблюватись?

- Питався в яслях, і там сказали, що підсиленню відповідає нульовий зсув фази, а ослабленню – чвертьперіодний, (мається на увазі період від резонансної частоти).

1.7.1. Чи може фазовий портрет нелінійної дисипативної системи мати особливу точку типу центр?

- Ніколи! Я допускаю всі особливі точки, окрім центра. Адже центр – це єдина особлива точка, для якої фазові тректорії є замкненими, а у дисипативного осцилятора повна енергія не залишається сталою, тому замкнені фазові траєкторії не можливі.

1.7.2. Як змінюються особливі точки на фазовому портреті консервативної нелінійної системи нелінійної системи при введенні сильної диссипації?

- Можливі особливі точки консервативної нелінійної системи: Центр, сідло.При сильній додатній (відємної) диссипації вони переходять відповідно у стійкий (нестійкий) вузол, та у переїхане трактором сідло.

? 1.7.3. Перерахуйте відомі вам прояви ангармонізму нелінійних коливань.

- Багатий спектр коливань. А от неізохронність до ангармонізму я вважаю відношення не має, адже при усталених коливаннях неізохронність вже задана періодом розкладу сигнала в ряд Фурьє.

1.7.4. Чи може система демонструвати нелінійні властивості при малих відхиленнях від положення рівноваги? Відповіь обгрунтувати.

- Та тут і грунтувати німа чого, просто навіть в самому рівнянні осцилятора при певних (малих) відхиленнях від положення рівноваги члени вищого від першого порядку відхилення відкидаються, тому і демонстрації нелінійності не буде (інакше кажучи, шоб її помітити знадобиться такий мікроскоп, якого у вас нема).

1.7.5. Маятник відхилили на великий кут від положення рівноваги й відпустили. Як змінюватиметься з часом період та форма його коливань?

- Говно питання. Поперше зазначимо, що процесс у нас явно диссипативний. Подруге – скатаємо з перших сторінок синього підручника точне рівняння руху мат. маятника: $\ddot{\varphi}+2\delta\dot{\varphi}+\omega_0^2\sin(\varphi)$. Далі, неважко збагнути фазовий портрет мат. маятника, який зображено на мал. 1.8.2. улюбленої книжки. Дивлячись на цей портрет, можна навіть з заплющеними очіма сказати, що період з часом ~~зменшується~~ збільшується, а форма коливань від розтягнутих в висоту ангармонічних прямує до гармонічних.

1.7.6. Як співідносяться періоди коливань уздовж фазових траекторій, однаково близьких до сепературиси для маятників з квадратичною ~~та кубічною~~ (відємною) нелінійностями?

- ~~У кубічної нелінійності період буде меньше, адже потенціал в неї крутійший.~~ Але це без детальної перевірки, так на око...

1.8.1. Яким критеріям стійкості відповідає рух в околі кожної з відомих вам особливих точок фазової площини?

- По перше, питання упираєьтся в слово критерій. Я знаю єдиний критерій стійкості – Рауса-Гурвиця. Критерій – це умова на деякий тип (вид, клас, ореал) стійкості. У випадку Рауса-Гурвиця – це умова на абсолютну стійкість. Отже, абсолютно стійкими є стійкий фокус (за Ляпуновим) та стійкий вузол (за Ляпуновим). Але можна передбачити, що в питанні потаємно вимагалось визначення типів стійкості для кожної особливої точки. Зобразимо це в таблиці:

сідло	центр	нестійкий фокус	нестійкий вузол
абсолютно нестійка	стійка за Ляпуновим	~~орбітально стійка~~ нестійкий	абсолютно нестійка

1.8.2 Розташуйте критерії стійкості коливних систем за їхньою силою.

- Абсолютно стійка > Стійка за Ляпуновим >> Орбітально стійка ~ асимптотично стійка >> Абсолютно нестійка. Далі за стійкістю параметрів: структурно стійка >> біфуркаційна.

або асим. нестійк.

1.8.3 Яким критеріям стійкості задовільняє рух математичного маятника?

- Асимптотично і структурно стійкий.

Ляп. орб.

1.8.4. Яким критеріям стійкості задовольняє тригер?

- Ну блин пиздец! В звичайному режимі работи – асимптотично (має стани 0 і 1) і структурно (якшо молотком не довбанти) стійкий.

1.9.1. Чи можна проаналізувати вимушені коливання математичного маятника під дією короткого сильного удару за методом інтеграла Фурє?

Метод рядів та інтегралів Фурє застосовний лише для рівнянь де справджується принцип суперпозиції, тобто для лінійних рівнянь, а матем. маятник описується нелінійним рівнянням, тому ні. (згоден.)

1.9.2. Які труднощі виникають при аналізі вимушених коливань нелінійного осцилятора (в порівнянні з лінійним)?

Вимушені коливання нелінійного дисипативного осцилятора описуються рівнянням:

$$\ddot{x}+F(x,\dot{x})=f(t)$$

так як для нелінійних систем не справджується принцип суперпозиції, то для кожної f(t) рівняння доводиться розв'язувати заново.

Крім того для довільної функції $F(x,\dot{x})$ розв'язувати рівняння не вдається, тому вигляд функції слід конкретизувати. Для цього розкладаємо її у двовимірний ряд Тейлора:

$$F(x,\dot{x})=2\delta\dot{x}+\omega_0^2x+\alpha x^2+\beta x^3$$

(в силу слабкої дисипації обмежимося лінійним доданком $\dot{x}$, а по x взяли з точністю до третього порядку).

1.9.3. Опишіть механізм обмеження амплітуди вимушених коливань на резонансній частоті малих коливань для осцилятора з кубічною не лінійністю.

Рівняння для моделі Дюфінга:

$$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2x+\alpha x^2+\beta x^3=f_m\cos(pt)$$

розвязок шукаємо у вигляді x(t)=A(t)exp(ipt)+k.c.

Після деяких спрощень і підстановок: $I[d^2+(I+\xi)^2]=F^2$

Прирівняємо параметр дисипації d=0 покладемо рівним 0 амплітуду зовнішньої сили тоді $\xi=-I$, а якщо покласти рівним 0 розстроювання Δ, то амплітуда коливань виявиться обмеженою: $I=F^{2/3}$

Механізм обмеження коливань пов'язаний з неізохроністю. У випадку коли $\xi=0$ (тобто $p=w_0$), зростання амплітуди призведе до нелінійного зсуву власної частоти і, отже, до появи нелінійного разстроювання між власною частотою та частотою зовнішньої сили. Це нелінійне розстроювання й обмежуватиме амплітуду коливань на рівні не лінійності, і при частоті зовнішньої сили, що = половині власної частоти осцилятора.

1.9.4. Якісно поясніть ефект гістерезису при нелінійному резонансі.

Ст. 83 рис. 1.9.2.

В основі ефекту гістерезису лежить не ізохронність коливань нелінійного осцилятора. Першопричина гістерезису – наявність двох стійких станів системи (двох різних значень амплітуди коливань) при одній і тій самій частоті зовнішньої сили. Один із них фактично відповідає лінійним коливанням із малою амплітудою, інший – суттєво нелінійним коливанням із великою амплітудою, коли за рахунок не ізохронності власна частота підстроюється до частоти зовнішньої сили.

1.9.5. Якими факторами визначається верхня межа смуги гістерезиснну на резонансній кривій нелінійного осцилятора?

У випадку слабкої дисипації при малих амплітудах зовнішньої сили гістерезис не виникає.

Для випадку з дисипацією, розвяжемо рівняння відносно ξ $I[d^2+(I+\xi)^2]=F^2 \Rightarrow \xi_{1,2}=-I\pm\sqrt{\frac{F^2}{I}-d^2}$ (1.9.34),

звідки видно, що максимальне значення інтенсивності $I_{\max}=\left(\frac{F}{d}\right)^2$ досягається при $\xi=-I$

Межи смуги гістерезису визначаються із співвідношення $d\xi/dI=0$, тобто з рівняння $F^4-4I^3F^2+4I^4d^2=0$

Рівняння є біквадратним щодо F і має дійсні корені, коли $D\geq0$ тобто при $I\geq d$ (1.9.35)

При D<0 гістерезису не буде.

Прирівнюючи до нуля Δ рівняння 1.9.34. та враховуючи 1.9.35. отримаємо точний вираз для граничної амплітуди зовнішньої сили, нижче якої гістерезис відсутній: $F_{cr}=\sqrt{2}d^{3/2}$

1.9.6. Чи існуватиме область гістерезису на амплітудно-частотній характеристиці дисипативного осцилятора з квадратичною не лінійністю?

В основі ефекту гістерезису лежить не ізохронність коливань нелінійного осцилятора. Не ізохронність обов'язкова притаманна нелінійним осциляторам. Не ізохронність – це відмінність власної частоти коливань від w_0. Точніше, власна частота виявилася функцією амплітуди (ст.. 64, формула 1.7.8., перше рівняння).

Для осцилятора з не лінійністю не парного порядку не ізохронність зявляється вже в першому порядку мализни. Якщо ж не лінійність парного порядку не ізохронність зявиться в разрахунках із точністю до другого порядку мализни.

1.9.7. Чи можна реалізувати резонансний режим нелінійного осцилятора, маючи джерело зовнішньої періодичної сили з фіксованої частоти?

Можна. Відкриваємо сторінку 83 і дивимось малюнок 1.9.2. верхня гілка третьої резонансної кривої при $\xi<0$ відповідає резонансному режиму. При цьому власна частота коливань автоматично підстроюється до частоти зовнішньої сили, чим і забезпечується резонансне зростання амплітуди. Таке підстроювання відбувається саме за рахунок не ізохронності.

1.9.8. Якісно поясніть чому при малих амплітудах зовнішньої сили на резонансній кривій моделі Дюфінга відсутня область гістерезисну.

Ст.. 84 п. 1.9.8.

$$\xi_{1,2}=-I\pm\sqrt{\frac{F^2}{I}-d^2}$$

межі смуги гістерезисну визначається із співвідношення $d\xi/dI=0$, тобто з рівняння $F^4-4I^3F^2+4I^4d^2=0$

при D<0 гістерезису не буде. Якщо пояснити якісно, то при малих амплітудах ми всіма не лінійностями можемо знехтувати, а для лінійних осциляторів гістерезису не існує.

1.9.9. За яких умов можливий нелінійний резонанс на половинній гармоніці власної частоті осцилятора? Опишіть його механізм.

Розглянемо вимушені коливання слабко дисипативного осцилятора з малою квадратичною не лінійністю.

$$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2x+\alpha x^2=f_m\cos(pt)$$

$\delta\ll w_0$; $|\alpha|\ll1$

частоту зовнішньої сили слід вибрати рівній половині власної частоти малих коливань осцилятора :

w_0-2p=Δ , $\left|\Delta\right|$ <<w_0

зовнішня сила збуджуватиме коливання (нерезонансні) на частоті p. Квадратична не лінійність породжуватиме коливання на частоті 2p, що є резонансними для осцилятора.

Таким чином розвязок шукаємо у вигляді:

x(t)=Aexp(ipt)+Bexp(i2pt)+k.c.

вирази для амплітуд будуть такі (ст. 86)

$$A = \frac{2f_m}{3w_0^2};\;\; B = -\frac{2\alpha f_m^2}{9w_0^5(\Delta + i\delta)}$$

отже резонанс на половинній гармоніці можливий при наявності квадратичної

1.10.1. Чому гамільтонівські системи з одним ступенем вільності завжди є інтегрованими?

Гамільтонівські система з одним ступенем вільності є завжди інтегрованими оскільки у ній завжди можна перейти до змінних дія-кут так , щоб формули 1.10.2 1.10.3

1.10.2.поясніть механізми взаємного впливу амплітуди і частоти в процесі фазових коливань.

Для фазових коливань за означенням: $\ddot{\psi} + \Omega^2 \sin\psi = 0$, де $\Omega^2 = \varepsilon k^2 V_0 w'$

Це нелінійний аналог биття тут маємо справу з не ізохронністю, яка також описується 1.10.18.

1.10.3. Які вимоги приводять до появи умови помірної не лінійності при аналізі фазових коливань?

V_0~$H_0(I_0)$~$w_0 I_0$

- відносна ширина резонансу за частотою має бути малою (1.10.27) $\frac{\Delta w_c}{w_0} \sim \sqrt{\alpha\varepsilon} << 1$ мализна відносної ширини резонансу за дією

$$\frac{\Delta I_c}{I_0} \sim \sqrt{\frac{\varepsilon}{\alpha}} << 1$$

- обєднуючи дістанемо (10.29) $\sqrt{\varepsilon} << \sqrt{a} << \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$

1.10.4. Коли вимушені коливання осцилятора з квадратичною не лінійністю можуть стати не передбачуваними? В чому виявлятиметься їхня непередбачуваність?

$k = \frac{\Delta I}{\delta I} = \frac{\Delta w}{\delta w} \leq 1$ параметр перекриття <=1

коли відношення ширини резонансу до віддалі між сусідніми резонансами <=1

відбуваються одночасно два резонансні коливання (з великими амплітудами) розвивається нестійкість (розбігання сусідніх точок) і в результаті мала зміна початкових умав у системі призводить до суттєвої змін її руху у наступні моменти

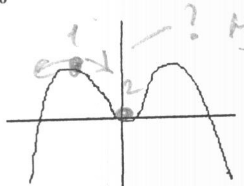
1.10.5 Чому перекриття нелінійних резонансів приводить до не передбачуваної поведінки осцилятора?

Див. 4 і ст. 95

1.10.6 В якій області параметрів вимушені коливання консервативного осцилятора з кубічною не лінійністю можуть стати не передбачуваними? В чому полягає непередбачуваність?

γ<0

? немає точних початкових умов



1.10.7 Чи завжди в околі сепаратриси вільних коливань, що проходить через сідло, при дії на таку систему періодичної зовнішньої сили задовольнятиметься критерій Чирікова?

Так? Оскільки T→∞ а w→0

Критерій не виконується (1.10.8 абз.2)

1.10.8 Чому на фазовому портреті фазових коливань поблизу сепаратриси завжди існує стохастичний шар?

Оскільки мала дія зовнішньої сили призводить до не передбачуваної поведінки системи (невідомо куди потрапить точка під дією малої зовнішньої сили поблизу сепаратриси). (ст. 97)

1.10.9 В яких випадках урахування нерезонансних доданків у потенціалі збудження є принциповим?

Поблизу сепаратриси T→∞ w→0, отже порушується умова вузькості резонансів $\frac{\Delta w}{w} << 1$, отже тут необхідно враховувати нерезонансні доданки. (ст.99)

1.11.1 Чи залежать коливання в автогенераторі Ван-дер-Поля від початкових умов?

Ні, не залежать, оскільки в автогенераторі коливання залежать тільки від властивостей системи.

1.11.2 Чи можливе встановлення коливань у автогенераторі Ван-дер-Поля за відсутності активного опору в контурі?

За відсутності активного опору критичне значення крутості $S^* = 0$ (дивись ф-лу 1.11.17). При цьому амплітуда коливань буде зростати і врешті решт вийде за межі справедливості меж апроксимації характеристики кубічним поліномом. З цього моменту теорія Ван-дер-Поля перестає бути вірною.

1.11.3 Чи може існувати граничний цикл на фазовому портреті консервативної системи?

Ні тому що, фазові траєкторії консервативної системи залишаються замкненими кривими як при t→∞, так і при t→-∞.

1.11.4. На фазовому портреті існують декілька вкладених граничних циклів. Чи можуть усі вони бути стійкими?

Ні, оскільки фазова траєкторія, що знаходиться між ними може прямувати при $t \to \infty$ лише до одного з них.

1.11.5 Коли рух системи формально можна розділити на швидкий і повільний? Яким випадкам вони відповідають?

Коли в рівнянні руху при старшій похідній стоїть малий параметр μ. Траєкторіям повільного руху відповідає $\mu=0$, швидкого - $\mu\neq0$ ($\mu<<1$)

1.11.6 До якого класу особливих точок належить початок координат на фазовому портреті релаксаційного автогенератора?

Нестійкий вузол, бо фазові траєкторії виходять безпосередньо з нього, а зображувальна точка рухається по ним від початку координат, а не до неї.

1.11.7 Частина фазових траєкторій релаксаційного автогенератора може наближено вважатися вертикальними прямими. Для яких областей фазової площини це наближення виконується найкраще? Де воно порушується?

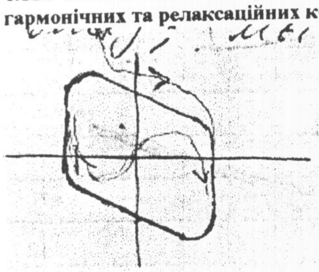
Воно порушується в околі фазової траєкторії повільного руху. Далеко від неї воно виконується.

1.11.8 Як встановлюється напрямок швидкого руху на фазовому портреті релаксаційного автогенератора?

Згідно з рівнянням 1.11.34. 2

правіше від траєкторії повільного руху коли $\xi > (1-\zeta)\zeta$, зображувальна точка рухається вниз; лівіше від неї – вгору.

1.11.9 Якісно намалюйте фазовий портрет автогенератора Ван-дер-Поля для випадку, проміжного між режимами між режимами майже гармонічних та релаксаційних коливань.



1.11.10 Як змінюватиметься спектр автогенератора Ван-дер-Поля при переході від квазігармонічного до релаксаційного режиму?

Спектр автогенератора в квазігармонічному режимі містить лише одну гармоніку (решта нехтовно малі). По мірі переходу зявлятимуться вищі гармоніки, доки не отримаємо спектр пилкоподібного сигналу.

1.11.11 Чи залежить форма автоколивань, що встановлюються в автогенераторі Ван-дер-Поля, від їхнього початкового інкременту?

Так: форма коливань визначається параметром α а початковий інкремент коливань = $\alpha/2$

1.11.12 Чи є генератор Ван-дер-Поля не ізохронним?

В квазігармонічному режимі – ні. В релаксаційному – так. (період коливань $T = 1.6\dfrac{\alpha}{w_0^2}$, а амплітуда залежить від α по формулам 1.11.38 2 і

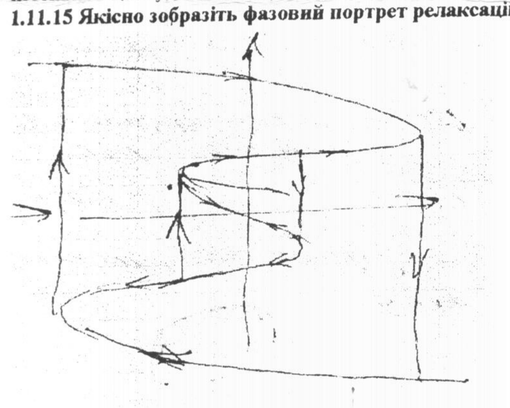
1.11.32 1)

1.11.13 Пояснити, чому вибором робочої точки можна перевести автогенератор Ван-дер-Поля з релаксаційного у квазігармонічний режим.

1.11.14 На фазовому портреті автогенератора з жорстким режимом самозбудження нестійкий граничний цикл знаходиться всередині стійкого. Чи можуть вони розташуватися навпаки?

Ні, оскільки в початковий момент амплітуда коливань перевищуватиме A_3 (тобто в початковий момент зображувальна точка знаходиться за межами нестійкого циклу), то амплітуда коливань зростатиме до нескінченності.

1.11.15 Якісно зобразіть фазовий портрет релаксаційного автогенератора з жорстким самозбудженням.



1.12.1 Опишіть схему дослідження стійкості резонансних кривих у задачі про вимушену синхронізацію автогенератора.

Розраховується ширина смуги частот, у якій має місце вимушена синхронізація, для випадку малих амплітуд зовнішньої сили ($F_m^2 < 4/27$)

Дослідження стійкості резонансних кривих проводиться за такою самою схемою, що й для моделі Дюфінга.

Для того, щоб дослідити стійкість положення рівноваги, досить розглянути поведінку малих відхилень від цього положення.

Там де резонансні криві є стійкими матиме місце ефект вимушеної синхронізації – в контурі будуть присутні лише коливання на частоті зовнішньої сили.

1.12.2 Який зміст понять малої та великої амплітуд зовнішньої сили в задачі про вимушену синхронізацію автогенератора?

При ($F_m^2 < 4/27$) (малі амплітуди) резонансні криві автогенератора розбиваються на дві частини, одна з яких лежить всередині петлі сепаратриси, тобто на кривих є ділянка неоднозначності.

При 4/27< (F_m^2)<8/27 (проміжні амплітуди) криві стають цілісними, але ділянки неоднозначності зберігаються.

При ($F_m^2 > 4/27$) (великі амплітуди) резонансні криві стають цілісними. Див. рис. 1.12.2.б ст. 119

1.12.3 Намалюйте й поясніть графіки залежності амплітуди та частоти биття в автогенераторі від розстроювання для проміжних значень амплітуди зовнішньої сили.

Див. мал..1.12.2

Коли сила мала резонансна крива проходить через область 1, 5, 4. малюнок такий самий як для малих сил.

Коли сила велика резонансна крива проходить через 1, 3, 5 маємо таке саме як для великих сил бо маємо межу стійкий-нестійкий фокус.

1.12.4 Якісно поясніть особливості ефекту вимушеної синхронізації для великих амплітуд зовнішньої сили.

При великих амплітудах вихід за межі смуги вимушеної синхронізації означає перетворення стаціонарної точки на „фазовій площині" (a, b) із стійкого фокусу на нестійкий, який оточений стійким граничним циклом → маємо біфуркацію Андронова-Хопфа, що відповідає самозбудженню автогенератора.

1.12.5 Намалюйте епюри коливань у контурі при виході з режиму вимушеної синхронізації для випадків малої і великої зовнішньої сили.Ї

1.12.6 За яких умов можлива вимушена синхронізація автогенератора на половинній частоті автоколивань? Описати її механізм.

Можлива при $p=2w_0$. В цьому випадку резонансною є різницева частота між автоколиваннями та коливаннями на частоті зовнішньої сили, що виникає на квадратичній не лінійності.

1.12.7 ~~Завищує~~ чи занижує наближена формула $\Xi = 2F_m$ справжню ширину смуги вимушеної синхронізації для малих амплітуд зовнішньої сили?

Занижує, так як ми поклали, що верхня межа еліпса I=1, тоді як I<1 → в формулі $\xi = \pm\sqrt{\frac{F_m^2 - I(1-I)^2}{I}}$ коли поклали I=1→

$\xi_1 = \pm F_{m_1}$ а коли підставили I<1 → $\xi_2 = \pm F_{m_2}$ →

→ $\xi_1 < \xi_2$ → $\Xi = 2F_{m_1} < 2F_{m_2}$

1.13.1 Чому поведінка системи з невеликою кількістю ступенів вільності може стати не передбачуваною?

Тому що при деяких значеннях параметрів системи, система може бути нестійкою. Для нестійких систем сусідні зображувальні точки із часом розбігаються, а оскільки ми знаємо про початкові умови з деякою точністю, то неточність із плином часу зростає (ст..127)

До непередбачуваності призвести також і поєднання нестійкості з фінітністю

1.13.2 Яка мінімальна кількість ступенів вільності потрібна для того, щоб поведінка системи могла стати стохастичною?

Необхідно щоб система мала 1,5 ступені вільності (>1). Оскільки для того щоб рух був стохастичний необхідно: 1. нестійкість системи; 2. фінітність руху – обмеженість області фазового простору, в якій відбувається еволюція системи.

Та оскільки фазові траєкторії неможуть перетинатися на фазовій площині, то необхідно мінімум 3-D фазовий простір, тобто 3/2=1,5 ступені вільності (консервативний мат. маятник із зовнішньою силою) (ст..128)

1.13.3 Чи може лінійна система демонструвати не передбачувану поведінку?

Так може оскільки лінійна система може мати >1 ступінь вільності (наприклад 1,5 як конс. мат. маятник під дією зовнішньої сили)

1.13.4 Чому фазові траєкторії генератора шуму КПР виявляються незамкненими?

Маємо 3-D фазовий простір .

(маємо систему з 3 рівнянь)

Тут можемо користуватися виділенним діапазоном швидкого та повільного руху. Коли ми є на ділянці повільного руху, то точка рухається по спіралі, що розкручується, досягає якогось значення. Точка починає рухатись швидко до B а коли вона доходить до краю B вона швидко рухається до А 1-2-3-4.

Але на поверхні B точка описує відрізок множини континуму, тому майже не можливо що вона попаде в ту саму точку О з якої почала рухатись. Ст. 131.

1.13.5. Як змінюватиметься спектр коливань генератора шуму КПР при зростанні взаємної індуктивності котушок?

П. 1.13.6. ст. 133. 134. змінюємо параметр α належить [0,∞] малі – стійкий фокус; більші – нестійкий фокус з граничним циклом; великі – коли $U_m \geq \frac{pI_{\max}}{V_1}$ граничний цикл не вміщуватиметься на А, тому точка почне стрибати на В; величезні – коли розміри граничного циклу більші ділянки не монотонності, то стохастичний режим -> релаксаційний.

1.13.6. Чи можна пояснити не передбачувану поведінку генератора шуму КПР буз урахування ємності тунельного діода? Відповідь обґрунтувати.

Ні не можливо, оскільки щоб була непередбачувана поведінка необхідно щоб $U_m \geq \frac{pI_{\max}}{V_1}$, тобто тут стає суттєва не монотонність вольт амперної характеристики і потрібно користуватися трьома рівняннями 1.13.5. ст. 131.

1.13.7. Як виглядав би фазовий портрет генератора шуму КПР без урахування ємності тунельного діода?

Він був би автогенератор (або більш ймовірно це просто відсутність траєкторій швидкого руху)

1.13.8. Поясніть якісно, чому при дуже великих інкриментах генератор шуму КПР переходить у режим релаксаційних коливань.

Ст. 130 останній абзац ст. 134 четвертий абзац. Дуже великий зворотній зв'язок тому навіть в області В буде вже не затуханя то омісний опір 0 тобто граничний цикл буде вже в області В і тому будуть йти по строго визначній траєкторії і буде граничний цикл.

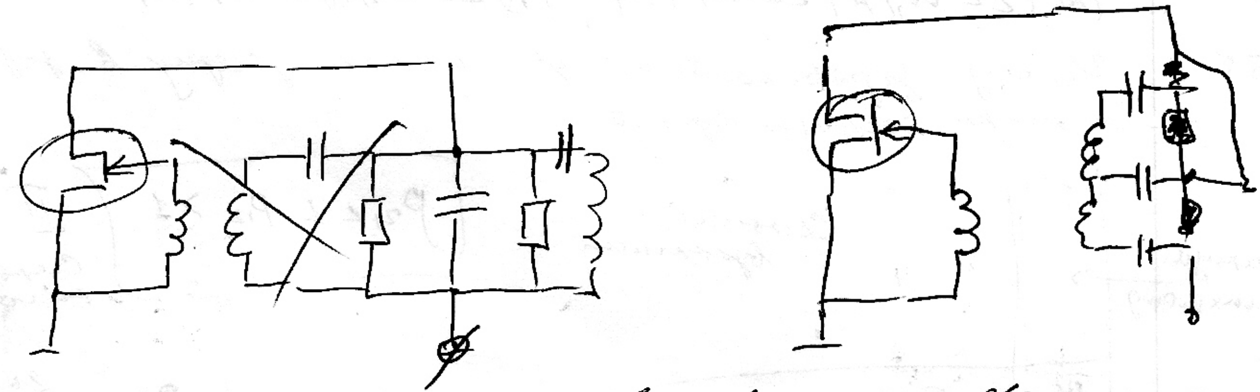
1.13.9. Чи можливий у моделі Дюфінга режим стохастичний коливань? Відповідь обгрунтувати.

Ні ст. 83 четвертий абзац і малюнок бачимо резонансна крива є майже однозначна з гілки 3 ніяк не перейде на гілку 1. тобто хаотичної динаміки не буде. Всі положення стійкі і тому стохастичних коливань не буде.

1.13.10. Чи можлива в принципі хаотична динаміка в автогенераторі під дією зовнішньої періодичної сили? Відповідь обґрунтувати.

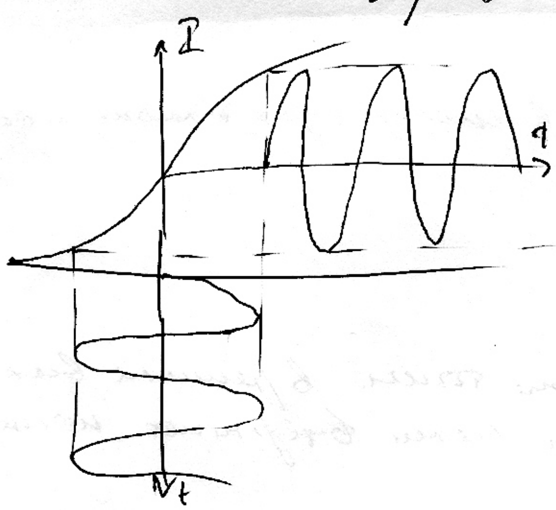
Так наприклад в коливаннях автогенератора є особливі точки і нестійкі точки вузли і фокуси і також сідла ст. 119.

2.5.1 Запропонуйте схему 2-конт. автогенератора у симетр. щодо попе. звільн. стоку полевого тр-ра

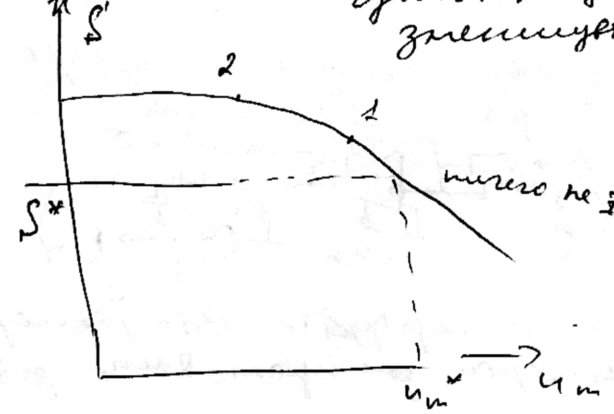


2.5.2. Як здійснюється взаємний вплив мод у двоконтурн. автогенер.?
може мати місце конкуренція мод, що призводить до співіснування мод, або до придушення.

2.5.3. Опишіть ефекти взаємного впливу мод у 2-частотному автогенераторі користуючись поняттям крутості середн. для кожної моди. S притягне місце котрої зрив генерація, під дією іншої моди може бути виконана для 1 умови генер. виконані а для іншої не виконуються вже і буде ∃ 1 мода. Коли для обох викон. процес генерації то



При збільш. 1 однієї моди сер. $\bar{S}$ зменшується



2.5.4 Коли диференціальне р-ня 4-го порядку можна розв'язати за м. повільн. амплітуд

$$\left\{\left(\frac{d^2}{dt^2}+2\delta_1\frac{d}{dt}+\omega_{01}^2\right)\left(\frac{d^2}{dt^2}+2\delta_2\frac{d}{dt}+\omega_{02}^2\right)-k^2\left(2\delta_1\frac{d}{dt}+\omega_{01}^2\right)\times\left(2\delta_2\frac{d}{dt}+\omega_{02}^2\right)\right\}U_1-\frac{d}{dt}\left\{\frac{d^2}{dt^2}+(1-k^2)\left(2\delta_2\frac{d}{dt}+\omega_{02}^2\right)\right\}(\alpha U_1-\gamma U_1^3)=0$$

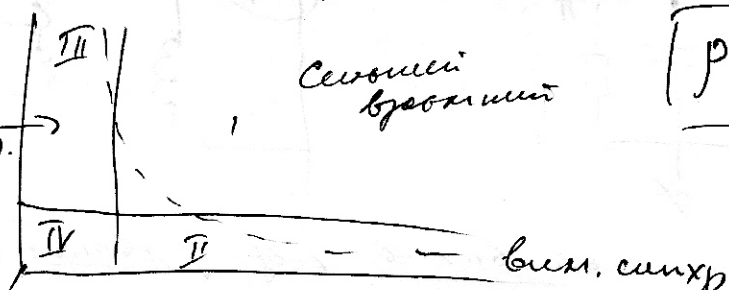
Вважаючи параметри $\alpha, \gamma, \delta_{1,2}$ (нелінійності) малими величинами I порядку малості, тоді можна розв'язувати методом повільних амплітуд

$v_1(t) = A(t)\exp(i\omega_1 t) + B(t)\exp(i\omega_2 t) + к.с.$

$|\ddot A| \ll \omega_1|\dot A| \ll \omega_1^2|A|$; $|\ddot B| \ll \omega_2|\dot B| \ll \omega_2^2|B|$

2.55. Чому дорівнюють необх. умови зв'язку в задачі про вимуш. синхронізацію

Вимуш. синхрон.



слабкий взаємний.

$\boxed{\rho_{21} < 1 \quad \rho_{12} > 1}$ II і III обл. сильного невзаємного зв'язку

2.5.6. Опишіть режими конкуренції мод відповідно режиму пов'язування частоти та биття мод автоколивань та вимушеними коливан. в задачі про вим. синхрон.

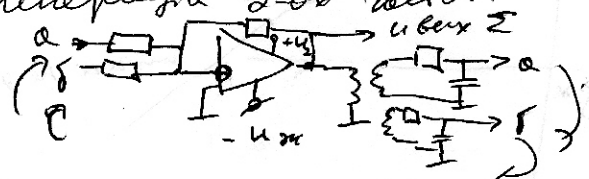
с.176 пов'язування частот (встановл. 1 мода, що може ефективно придушувати іншу) сильний не взаємний II III.

биття мод автоколив — слабкий взаємний

(виник мод в режимі одна на одну і вони співіснують не... биття)

2.57 Що являє собою фаз. портрет сист 2-ох зв'язан. автогенерат. у знайдених для цих різних реж. конкуренції

2.5.8 Запроп. схему автогенератора, в якому була б можлива одночасна генерація 2-ох частот.



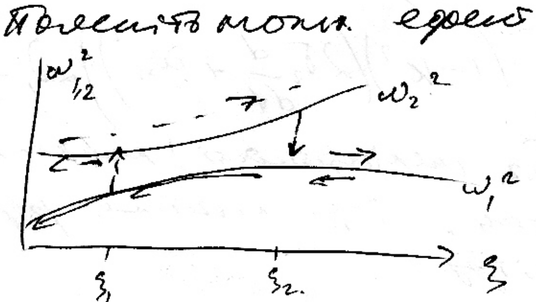
2.5.9. Охарактеризуйте стаціонарні точки в режимі вимушен. синхрон. для прот. опис. дов. схеми в 3-рівнях конкуренц.

2.5.10 Які режими конкуренції мод можливі.

1 можл., тільки один вид конкуренції: один пов'язує 2-ох частоти. Сильний невзаємний зв'язок

2.5.11. Поясніть можл. ефект гістерезису:

с.177. рис.



~~перестроювання~~ Генерат. пов'язує част. ω_1, потім починаю перестр. поступово в залежн. від ξ і частоти

$\xi = \frac{\omega_1^2}{\omega_{02}^2}$

$\boxed{2.8.}$ 2.8.1 Амплітуда меншає (зменшується) частота не змінюється. Фаза не змінюється при введенні R. З'являється комплексна частота. Полюси є тільки на комплексних частотах

2.8.2 Завжди крім дисипативних

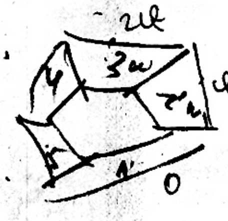
2.8.3 Глушник набір резонаторів. Коливання двигуна не передає в округу конструювати ланцюжка.

2.8.4 ~~Хвильовий~~ Вектор розкладуємо по двом компонентам. Розглядається окремо K_x, K_y

2.8.5 ст. 196

2.8.6 $N\varphi_n = 2\pi n$ $n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$ N — кількість ланок

$n \in \mathbb{Z}$



$N = 5$ $\varphi_n = \frac{2\pi}{N}, \frac{2\cdot 2\pi}{N}, \frac{3\pi}{N}, \ldots \pi, (N/2)$

2.8.7 На довжині ланки повинна вміщуватися ціле число півхвиль

$k=\frac{2\pi}{\lambda}$ $\varphi = ka$ $N=\frac{x}{a}$

$2(N-1)\varphi = 2\pi n$

$2(N-1)ka = 2\pi n$

$2(N-1)\frac{2\pi a}{\lambda} = 2\pi n$

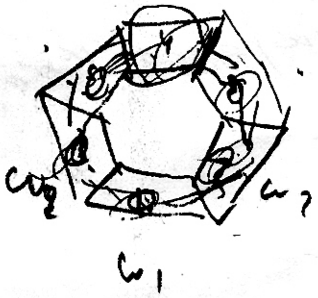
$x-a=\frac{\lambda n}{2}$

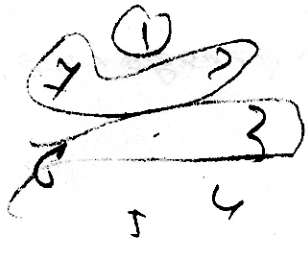
$n=1$ $\boxed{x-a=\frac{\lambda}{2}}$

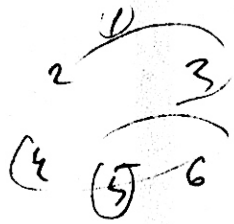
2.8.8 Зсуви фази між буть між контурами

$\frac{2\pi}{N}$, $2\cdot\frac{2\pi}{N}$; $\frac{N}{2}\frac{2\pi}{N}=\pi$ $=\varphi_n \ldots$

распространение волна с двух направлений част







N $\varphi=\frac{2\pi n}{N}$

2.8.9

Розділ 2. 1.

1. Якісно пояснити ефект "розштовхування" частот для двох ідентичних осциляторів.

Див. с. 142

2. Чи завжди в системі зв'язаних консервативних осциляторів мати ме місце биття? Відповідь обґрунтувати.

Ні: 1. Биття це по суті розштовхування частот власних (тобто $\Delta\omega_{власн} > \Delta\omega_{парц}$), при ω_{01}, ω_{02} дуже різних тоді $\Delta\omega_{вл} \approx \Delta\omega_{пар}$ ⇒ не буде яскраво вираженого розштовхування ⇒ не буде биття

2. Биття - обмін енергією між ступенями вільності. При ω_{01}, ω_{02} дуже відмінних, то відхилення власних частот від парц. → 0 ⇒ взаємодія → 0 ⇒ обмін енергією → 0 ⇒ биття відсутні

3. Як співвідноситься частоти синфазної та протифазної мод у системі з двох ідентичних контурів із ємнісними зв'язками? Відповідь якісно обґрунтувати.

Див. с. 142.

4. Чим відрізняються характеристичні рівняння для консервативних

$\frac{2\pi}{n}$

$n=2$

$n=3$

Чому

та дисипативних коливних систем із багатьма ступенями вільності?

У розв'язках дисипат. коливних систем на відміну від консерват. частоти комплексні, уявна частина яка відповідає за згасання

5. Чим відрізняються биття в системах двох та трьох зв'язаних лінійних консервативних осциляторів?

Періодом биття. Для двох зв'язаних консерв. ос-в – π, для трьох – $\frac{2\pi}{3}$

6. Чи можливо, щоб у системі зв'язаних осциляторів при вільних коливаннях на одній із власних частот один із осциляторів залишався нерухомим?

Так, якщо парціальні частоти сильно різняться, тобто коефіцієнт зв'язку прямує до нуля $\rho = \frac{2 k_{03}\omega_{01}\omega_{02}}{\omega_{01}^2-\omega_{02}^2} \to 0$

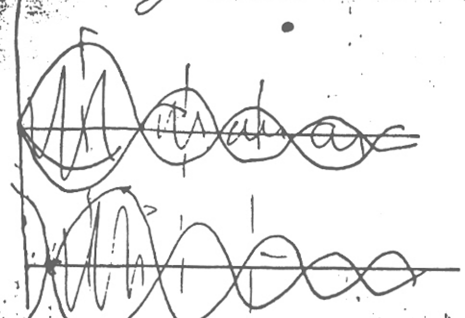
7. Скільки коефіцієнтів розподілу амплітуд потрібно для характеристики вільних коливань системи з n ($n>2$) ступенями вільності? Відповідь обґрунтувати.

Оскільки у системі із n ступенями вільності кожн. власн. част. відповідає набір із $(n-1)$ коефіцієнтів розподілу амплітуд, тоді

$\{1$ – n власних частот $n(n-1)$

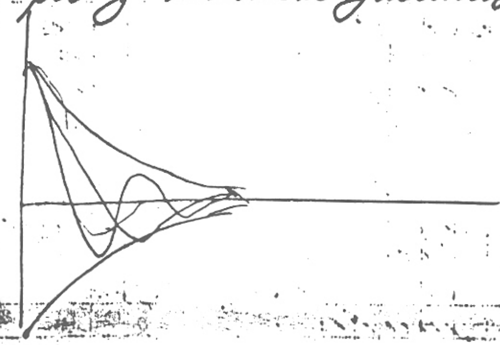
$\{n$

8. Якісно зобразити епюри коливань у системі з двох зв'язаних слабкодисипативних осциляторів.



Зсув за рахунок дисипації (інертність зв'язку)

9. Якісно зобразити епюри коливань у системі з двох зв'язаних осциляторів у сильною дисипацією.



?

2.7.2. В консер. хаос робить перемішуван.
В дис. дивні атрактори роблять хаос

2.7.3. <u>Чи існують сценарії переходу до хаосу в гамільтоно-вих с-мах?</u>

Ні, бо спільним кроком усіх сценаріїв переходу до хаосу є, те що відбув. біфуркація Андронова-Хопфа - а вона притаманна лише дисипативним с-ам. А гамільтонівські с-ми є консервативні.

2.7.4. Можлива

Якщо в 1-му можна то в іншому теж,

2.7.5. 3

2.7.6. хаос

1 В консерв. нелін

2 нелін. дисипат.

3 не автономних

2.7.7. Не можут.

Бо нішо не прит.

2.7.8. Можуть.

Бо ~~шлях не~~ притягува.

2.7.9

2. (так як на площині)

2.7.10.

~~Не~~ можна (пр. фаз. портр. генер. КПР)
(бо це нам ф-ва траєк. заповнює весь фазовий простір.)

2.8.1. <u>Як записати набіг фази на одну ланку для власних к-нь кільцевого ланцюжка однакових ланок?</u>

$\varphi_n = 2\pi/n$.

2.8.2. <u>Запишіть умову для набігу фази на одну ланку для власних к-нь обмеженого лінійного ланцюжка, використовуючи поняття довжини хвилі і довжини ланцюжка?</u>

$\varphi_n = \pi n/(k-1)$, де k - к-ть ланок

$\varphi_n = k_{хв} \cdot a$, $k_{хв} = 2\pi/\lambda$, де a - довжина ланцюжка.

2.8.3. <u>Якісно опишіть вплив слабкої дисипації на к-ння в механічному ланцюжку.</u>

Буде зменшуватися амплітуда з часом і змінюватиметься фаза. Це може бути фільтр, але не низьких частот.

2.8.4. Ра

2.8.5. Опишіть роботу автомобільного глушника в термінах акустичних систем.

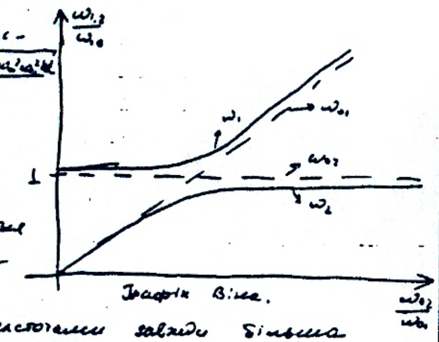
— це акустичний резонатор, який призводить до того, що с-ма буде працювати як фільтр низьких частот.

2.1.4. Колоквіум №3.

Коливання та хвилі.

2.1.1. Як пояснити ефект „розштовхування" частот для двох ідентичних осциляторів.

Якщо осцилятори ідентичні, то $\omega_{01}=\omega_{02}=\omega_0$. З формули для власних частот: $\omega_{1,2}^2=\frac{\omega_{01}^2+\omega_{02}^2\pm\sqrt{(\omega_{01}^2-\omega_{02}^2)^2+4\omega_{01}^2\omega_{02}^2 k^2}}{2}$



отримаємо, що $\omega_{1,2}^2=\omega_0^2(1\pm k_a)$, де k_a — „силовий" коеф. зв'язку.

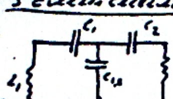
Навіть для двох зв'язаних ідентичних осциляторів власні частоти виявляються не однаковими. Штрих. лініями позначені парціальні частоти. З графіка видно, що віддаль між власними частотами завжди більша ніж між парціальними. Цей ефект називають розштовхуванням власних частот, який виникає внаслідок зв'язку між осциляторами. Причиною розштовхування частот є обмін енергії між осциляторами.

2.1.2. Чи завжди в с-мі зв'язаних консервативних осциляторів матимо місце биття?

Так як відбувається обмін енергією між осциляторами, то він призводить до того, що навіть у с-мі двох ідентичних осциляторів виникаються пульсації амплітуд коливань, які можуть розглядатися як биття, тобто як наявність коливань з двома відмінними частотами.

2.1.3. Як співвідносяться частоти синфазної та протифазної мод у с-мі двох ідент. контурів з ємнісним зв'язком?

Якщо к-ння в контурах синфазні — струми через ємність C_{12} будуть зустрічними. В результаті заряд на цій ємності зменшиться.



Це відповідає ефективному зменшенню ємності зв'язку, а, отже, і повної ємності контуру, тобто збільшенню його власної частоти. Для протифазних коливань частота контуру зменшиться. Вищій власній частоті відповідає синфазна мода, нижчій — протифазна.

2.7. ① Ні, за означенням атрактор — деяка притягуюча фазового простору, в т.ч. наприклад, множина нульової міри до якої прямують усі зображуючі точки. Тут прямування для дисипації. (с. 187)

② - хаотична динаміка дисипативних систем відрізняється від консервативних тим, що ∃ дивний атрактор і що такий атрактор.
- поведінка фаз. траєкт. на дивному атракторі аналогічна поведінці гамільтонівських систем із перемішуванням (стох. динаміка) на див. атракторі можна виділити КС-ентропію, але перемішування

③ ? відкритих, нерівноважних, або і консерв. з перемішуванням

④. Так за рахунок нелінійності (с. 190) осцил. Тачина

⑤. ? ергодичність одночасно з дис. обмежених фаз. траєкт. а в дивному атракторі ф.т. розбігаються. Ці дивний атрактор заповнює ? всер

⑥. Ні, оскільки атрактор притаманний дисипативним системам, які не ф. траєкторії не можуть мати центр.

⑦. Ні, оскільки усі зображуючі точки притягуються з часом до атрактора.
? а стійкий граничний цикл за означенням замкнена траєкторія (стійка), до якої прямують ф.т., а прямування одночасно вони не можуть туди і туди.

⑧. ? ~~не бо вона~~ біфуркація можлива біля можливо Ейнштері

⑨. ? Такий, щоб ∃ біфуркація Андронова-Хопфа. Набір тип. 2 ? щоб був 3-вим. тор ⇒ 3 ст. вільності (6D- ? простір)

⑩. ? Цикл 1-2. крім 2-3

2.8. ① Наявність слабкої дисипації (мало акт. опору) призводить до загасання хвиль в ланцюжку, зменшення частот.
? та шлях відбиття на дисп.

② Так. Оскільки в дисипативних, подовжена, що може бути інший набір фаз (резонансні) рядів.

③ (с.196)

④. розкласти K (хв. вектор) по координатах і відрізняти окремо хв. число і хв. вектор хвильовість

⑤ Хвилі повного внутрішнього відбиття. (непрозорість ? для хвиль певної довжини хвилі) заборонені зони

⑥. $N\varphi_n = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, а N кількість ланок

⑦ ~~??? відбиття~~ Нехай, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, для обмеженого ланцюга $2(N-1)\varphi = 2\pi n$, тоді $2(N-1) \cdot \frac{2\pi a}{\lambda} = 2\pi n$, тоді $\frac{\lambda n}{2} = (N-1)a$

⑧ ~~??? відбиття~~ хвилі розповсюджуються в обох і інтерферуючи, бо в 0 ланцюжках хвиля розповсюджується

⑨. Оскільки кожний ланцюг притаманне своє частота. $\varphi_n = \frac{n\pi}{N-1}$

$\frac{2\pi}{N}, 2\cdot\frac{2\pi}{N}$, інтерференція $\omega_n = |\sin \frac{\varphi_n}{2}|$, $\varphi_n = (0..\pi)$, тоді $\frac{\pi}{2}$