

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.И. Давыденко, А.А. Иванов, Г. Вайсен

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ДИАГНОСТИКИ ПЛАЗМЫ

Лекции для студентов физического факультета

Часть I

НОВОСИБИРСК
1999

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава 1. Зондовые методы исследования плазмы	6
§1.1. Формула Дрювестейна	16
§1.2. Двойные ленгмюровские зонды	19
§1.3. Тройные ленгмюровские зонды	21
§1.4. Многосеточные зонды	23
§1.5. Задачи	26
Библиографический список	28
Глава 2. СВЧ-диагностика плазмы	28
§2.1. Интерферометрия плазмы в СВЧ-диапазоне	37
§2.2. Рефлектометрия плазмы в СВЧ-диапазоне	43
§2.3. Циклотронная СВЧ-диагностика температуры	45
§2.4. Резонаторные методы	47
§2.5. Аппаратура для СВЧ-диагностики плазмы	48
§2.6. Задачи	54
Библиографический список	55
Глава 3. Пассивная корпускулярная диагностика	57
§3.1. Анализ частиц по энергиям и импульсам	60
§3.2. Электронно-оптические элементы, используемые в диагностической аппаратуре	66
§3.3. Регистрация потоков частиц	70
§3.4. Анализаторы атомов низких энергий	77
§3.5. Задачи	80
Библиографический список	80
Глава 4. Активная корпускулярная диагностика	81
§4.1. Резерфордское рассеяние пучка быстрых атомов	87
§4.2. Многохордовое ослабление пучка	91
§4.3. Диагностические инжекторы пучков быстрых атомов	94
§4.4. Активная диагностика плазмы пучками ионов	99
§4.5. Спектроскопия с применением атомарных пучков	102
§4.6. Задачи	104

Библиографический список	105
Глава 5. Диагностика флуктуаций плотности плазмы по рассеянию электромагнитного излучения	106
§5.1. Распространение волн в однородной прелом- ляющей среде	106
§5.2. Диагностики, основанные на коллективном рассеянии	113
§5.3. Методы просвечивания	116
§5.4. Методы оптической фильтрации для слабо преломляющей среды	121
§5.5. Измерения флуктуаций с использованием фазового контраста в токамаках	136
§5.6. Задачи	142
Библиографический список	147

ПРЕДИСЛОВИЕ

Современные методы диагностики плазмы чрезвычайно разнообразны. В их основе заложены явления и законы, относящиеся к различным областям физики. Не удивительно, что экспериментальная техника, используемая в различных диагностиках, также чрезвычайно разнообразна. Можно, пожалуй, сказать, что диагностика плазмы опирается практически на весь технический арсенал современной экспериментальной физики. Поэтому представляется затруднительным достаточно подробно описать в одном курсе лекций все существующие методы диагностики плазмы.

В данном конспекте лекций, которые один из авторов (А.А. Иванов) в течение ряда лет читал студентам кафедры физики плазмы НГУ, представлены в основном методы диагностики плазмы, которые условно можно назвать «неоптическими». Только в главе 5, написанной Г. Вайсеном (университет г. Лозанна, Швейцария), рассмотрены оптические методы диагностики возмущений плотности в плазме.

Более последовательно оптические методы диагностики представлены в специальном курсе лекций, который читается студентам отдельно.

Учитывая отмеченные особенности курса, авторы ограничились, в основном, изложением на качественном уровне именно физических основ различных методов диагностики плазмы. При этом уровень изложения не выходит за рамки университетского курса общей физики, читаемого в НГУ на первых трех курсах студентам физического факультета.

Приносим искреннюю благодарность Е.Д. Бендеру за помощь в оформлении иллюстративного материала к лекциям и И.А. Котельникову за рецензирование рукописи и полезные замечания и предложения, способствовавшие улучшению качества изложения материала.

Глава I. ЗОНДОВЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛАЗМЫ

Впервые стал применять зонды для исследования плазмы Ленгмюр (Langmuir) в 1924 г. [1]. Относительная простота конструкции зондов Ленгмюра и большой объем получаемой информации делает этот метод измерений одним из важнейших. Следует отметить, что зондовые методики широко используются для измерения параметров околоземной плазмы ($n \sim 10^6 \text{ см}^{-3}$), плазмы газовых разрядов ($n \sim 10^8 - 10^{16} \text{ см}^{-3}$), периферийной плазмы крупных токамаков ($n \sim 10^{13} - 10^{15} \text{ см}^{-3}$) и т.д.

В простейшем варианте этой методики измеряется зависимость тока на зонд от приложенного к нему напряжения, т.е. измеряется вольт-амперная характеристика зонда. Анализ этой характеристики в общем случае представляет собой сложную многопараметрическую задачу. Начнем с качественного ее рассмотрения, а затем получим некоторые количественные соотношения между током на зонд и поданным на него напряжением, пригодные в общем случае.

Одиночные зонды можно разделить на несколько видов в зависимости от формы его собирающей поверхности. Наиболее часто встречаются зонды, представленные на рис.1.

Цилиндрические зонды (рис.1, а, б), наиболее просты в изготовлении и поэтому применяются чаще других. Кроме того, их можно прогревать до достаточно высокой температуры, пропуская по зондовой проволоке ток. Этот прогрев до температуры порядка $1000 \text{ }^\circ\text{C}$ очищает поверхность зонда от различных диэлектрических пленок, которые мешают измерениям.

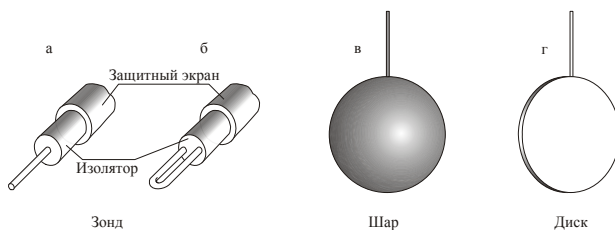


Рис. 1. Прямые конструкции одиночных ленгмюровских зондов: а, б – цилиндрические зонды; в – сферический зонд; г – плоский зонд

Важнейшие параметры, от которых зависит поток частиц на зонд, это характерный размер зонда (чаще всего радиус) a , длина свободного пробега частиц (в см)

$$\lambda = 1.5 \cdot 10^{12} \frac{T^2(\text{эВ})}{n(\text{см}^{-3})};$$

дебаевский радиус

$$\lambda_D = 750 \cdot \sqrt{\frac{T}{n}};$$

ларморовские радиусы электронов и протонов

$$\rho_e = 3.36 \sqrt{E(\text{эВ})} / H(\text{гс})$$

и

$$\rho_i = 144 \sqrt{E} / H$$

(в водородной плазме). Характер движения частиц по направлению к зонду зависит от безразмерного числа Кнудсена

$$Kn = \lambda / a,$$

отношения электронной и ионной температур T_e / T_i , а также

отношения размеров переходного слоя вблизи поверхности зонда к длине свободного пробега и ларморовским радиусам частиц.

Электрическое поле, возникающее при подаче на зонд напряжения, меняет характер движения заряженных частиц вблизи него и их плотность. Зонд, работающий в режиме отталкивания частиц одного сорта, например электронов, создает вокруг себя область, где плотность частиц другого сорта выше, чем в окружающей невозмущенной плазме. Легче всего оценить размеры этого переходного слоя при больших разностях потенциала между зондом и плазмой. Тогда можно считать, что переходный слой работает как диод, ток в котором ограничен полем пространственного заряда собираемых зондом частиц. На внешнюю границу слоя поступает поток частиц, равный по порядку величины тепловому $-\frac{n_e v_T}{4}$. Толщина слоя при изменении напряжения подстраивается под эту плотность тока, следуя закону "трех вторых":

$$j \propto \frac{\sqrt{e} U^{3/2}}{9\pi\sqrt{m} \cdot d^2},$$

где m - масса частиц, d - размер слоя.

Приведем для справок практические формулы для ионного и электронного тока плоского диода, в котором ток ограничен пространственным зарядом:

$$j_i (\text{mA} / \text{cm}^2) = 172 \frac{U^{3/2} (\text{кВ})}{d^2 (\text{мм})};$$

$$j_e (\text{A} / \text{cm}^2) = 7.4 \frac{U^{3/2} (\text{кВ})}{d^2 (\text{мм})}.$$

Самым простым является случай, когда толщина слоя пространственного заряда вокруг зонда мала по сравнению с его характерным размером. Тогда задача о нахождении тока на зонд в зависимости от потенциала на нем становится фактически одномерной.

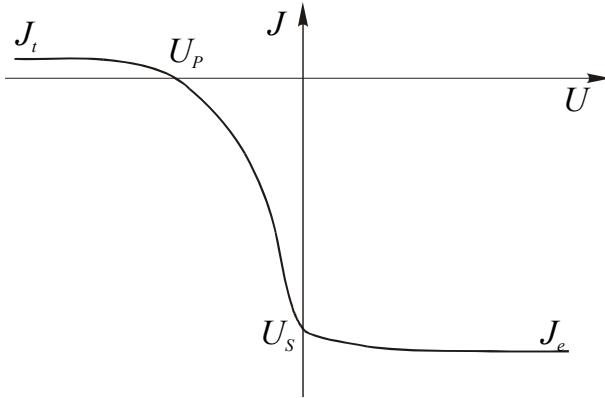


Рис. 2. Вольт-амперная характеристика одиночного зонда Ленгмюра

Если зонд находится под большим отрицательным потенциалом по отношению к окружающей плазме, то электроны не могут

попасть на зонд. В этом случае **все** ионы, попадающие на внешнюю границу слоя, попадают на зонд и плотность тока на него не зависит от потенциала и равна **ионному току насыщения** (рис. 2). Если же потенциал на зонде положительный и достаточно большой (чтобы ионы не могли попасть на него), **все** электроны, попадающие на границу слоя, собираются зондом и плотность тока равна **электронному току насыщения**. Плотность электронного тока насыщения равна

$$j_e = \frac{en_e v_T}{4}.$$

В реальных условиях насыщение чаще всего отсутствует, в особенности это касается электронной части характеристики зонда. Причин тому может быть несколько, в частности, с ростом потенциала на зонде увеличивается толщина слоя и эффективная площадь собирающей поверхности зонда. По мере уменьшения отрицательного потенциала на зонде ток ионов на него не меняется и по-прежнему равняется ионному току насыщения. Вместе с тем его теперь могут достичь все больше и больше электронов, преодолевающих потенциальный барьер, так что в какой-то момент суммарный ток на зонд оказывается равным нулю. При этом говорят, что зонд находится под **плавающим потенциалом** (U_p) по отношению к плазме. Именно этот потенциал приобретает помещенное в плазму изолированное тело. Его величина определяется балансом ионного тока насыщения

$$j_i = \frac{en_e v_{Ti}}{4},$$

и тока электронов

$$\frac{en_e v_{Te}}{4} \cdot e^{-\frac{eU}{T_e}}$$

с энергиями, превышающими потенциальный барьер eU_p . Принимая температуры ионов и электронов равными, получаем отсюда следующую оценку плавающего потенциала одиночного зонда в водородной плазме:

$$U_p = \frac{T}{e} \cdot \ln \sqrt{\frac{M}{m}} \approx 3.8 T/e.$$

Величина плавающего потенциала одиночного зонда зависит, вообще говоря, от соотношения электронной и ионной температур. Более точные расчеты в случае, когда $T_i/T_e \rightarrow 0$ дают значение $U_p \approx 3.3T_e/e$.

Измеряя плавающий потенциал зонда и используя приведенные выше формулы, можно получить информацию о температуре плазмы. Однако практически измерить плавающий потенциал бывает непросто, поскольку часто само плазменное образование находится под некоторым потенциалом относительно земли установки. Если этот потенциал отсутствует, для проведения измерений достаточно соединить зонд с землей через большое сопротивление и измерить падение напряжения на нем – это и будет плавающий потенциал зонда. Для этого необходимо выполнить условие, чтобы сопротивление было много больше $T_e/Sen_e\sqrt{T_{e,i}/M}$, где S – площадь собирающей поверхности зонда.

Следующая характерная точка на вольт-амперной характеристике – это потенциал пространства в плазме, где находится зонд. На рис. 2 эта точка принята за ноль потенциала. При этом значении потенциала на зонд идут невозмущенные тепловые токи электронов и ионов. Это означает, что слой пространственного заряда вокруг зонда отсутствует. Производная $\frac{dj_{\text{зонда}}}{dU}$ терпит в этой точке излом, т.е. вторая производная имеет особенность (см. рис. 2). Это легко понять из следующего соображения. При $\varphi > 0$ на зонд идут все электроны и часть ионов, преодолевающих потенциальный барьер, поэтому производная $\frac{dj_{\text{зонда}}}{dU} \approx -j_i/T$. При $\varphi < 0$ изменение тока связано с отражением части электронов и $\frac{dj_{\text{зонда}}}{dU} \approx -j_e/T$, что, разумеется, много больше, чем $-j_i/T$. Таким образом, если возникает задача определения потенциала пространства в плазме, то один

из способов заключается как раз в нахождении особенности $\frac{d^2 j_{\text{зонда}}}{dU^2}$.

Другой способ состоит в использовании *эмиссионных* зондов. Зачастую эмиссионный зонд представляет собой одиночный зонд, выполненный в виде проволочной петли, нагреваемой проходящим по ней током до высокой температуры. Температура проволоки должна быть достаточно большой, чтобы плотность термоэмиссионного тока была близка к тепловому току плазменных электронов или даже превосходила его. Тогда эффективная электронная температура плазмы вблизи зонда близка к его температуре, которая, в свою очередь (при больших плотностях эмиссионного тока), составляет десятые доли работы выхода электронов из материала проволоки, т.е. величину порядка 0.1эВ. Измерив плавающий потенциал такого эмиттирующего зонда, можно определить потенциал пространства с достаточно высокой точностью, поскольку отличие между ними $\approx 3T$ холодных эмитированных с зонда электронов.

Однако эта методика, очевидно, не может применяться в плотной горячей плазме, в которой плотность теплового электронного тока превосходит макси-мальную плотность термоэмиссионного тока (1-10 А/см²). Это ограничение нарушается уже при $T_e = 1\text{эВ}$ и плотности плазмы $10^{12}-10^{13}\text{см}^{-3}$. Проведение измерений в более плотной и горячей плазме требует нагрева зонда до температур, превышающих температуру плавления зонда. На этом принципе основан метод измерений потенциала пространства с помощью *взрывающегося* зонда (self-emissive probe). Перед началом измерений на зондовую проволоку импульсно подается большой положительный потенциал по отношению к плазме. На зонд течет большой ток энергичных электронов, что приводит к испарению и частичной ионизации материала зонда. Затем измеряется плавающий потенциал такого зонда, а по существу – расширяющегося облачка плотной и холодной металлической плазмы. Ясно, что это можно делать только в течение короткого времени (порядка времени расширения облака или времени его нагрева). Обычно это время составляет порядка 1мс.

Точное решение задачи о нахождении распределения потенциала вблизи зонда оказывается достаточно сложным и зависит, как уже упоминалось, от многих параметров. В качестве примера (который, впрочем, правильно передает общую картину) рассмотрим часто встречающийся на практике случай, когда температура ионов намного меньше, чем электронов. Такие условия характерны, например, для многих типов газовых разрядов.

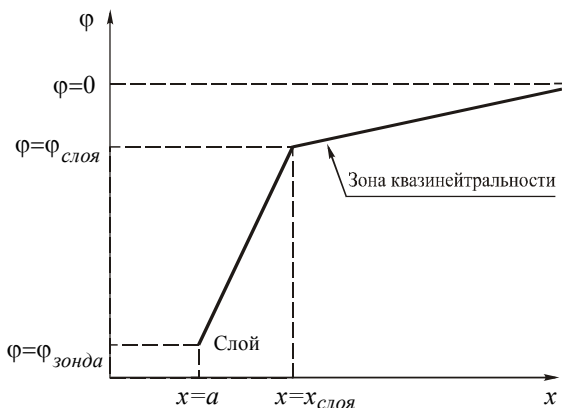


Рис. 3. Примерный ход потенциала вокруг зонда, находящегося под отрицательным потенциалом по отношению к плазме

Итак, пусть зонд находится под отрицательным напряжением по отношению к плазме. Зададимся вопросом, чему равен ионный ток на зонд и как распределен потенциал вокруг зонда. Для простоты будем считать, что температура ионов равна нулю: $T_i = 0$. Примерный ход потенциала вокруг зонда показан на рис. 3. Как видно, имеются две характерные области, в которых потенциал меняется качественно разным образом. Вблизи зонда за счет отражения части электронов образуется область, где ионов больше, чем электронов, т.е. нарушается условие квазинейтральности. В этой области слоя пространственного заряда вокруг зонда сосредоточен основной перепад потенциала. Далее лежит область, где плазма практически квазинейтральна и потенциал меняется гораздо плавнее. Если отрицательное смещение достаточно велико, то доля

электронов, попадающих на зонд, мала и их функция распределения близка к максвелловской. Следовательно, плотность электронов, следует больцмановскому распределению $n_0 e^{e\varphi/T_e}$. На границе слоя, где нарушается квазинейтральность плазмы, потенциал равен примерно T_e/e , далее плазма квазинейтральна. В стационарной ситуации, если размеры слоя конечны, необходимо, чтобы ионы на границе имели отличную от нуля скорость. Это означает, что в плазме, в области, где она квазинейтральна, дополнительно образуется “предслой” с перепадом потенциала $\approx T_e$, так что искомая плотность тока ионов по порядку величины равна $en_e \sqrt{\frac{T_e}{M}}$.

Более строго, профиль потенциала и оценку направленной скорости ионов на границе слоя можно получить, если решить уравнение для потенциала в слое и области квазинейтральности. Проделаем это на примере плоского зонда [2].

Будем считать движение частиц бесстолкновительным. Если напряжение между зондом и плазмой порядка электронной температуры, то слой пространственного заряда вокруг него имеет толщину $\approx \lambda_D$. Можно показать (см. задачу 1 к данной главе), что в полностью ионизированной плазме, когда столкновения с нейтралами отсутствуют, длина свободного пробега $\lambda \approx \frac{n\lambda_D^3}{\Lambda} \cdot \lambda_D$, где Λ – кулоновский логарифм ($\Lambda \approx \ln(n_e \lambda_D^3) \approx 10$). Обычно число частиц в дебаевской сфере велико, поэтому $\lambda \gg \lambda_D$ и столкновениями в слое можно пренебречь.

Пусть скорость ионов вдали от зонда на расстоянии длины свободного пробега, где потенциал отсутствует, равна нулю. Тогда плотность ионов можно получить из уравнения непрерывности

$$en_i \cdot \sqrt{\frac{2}{M}} (-e\varphi) = j_0 = const.$$

Плотность электронов, как уже отмечалось, при достаточно больших отрицательных смещениях на зонде следует больцмановскому распределению $n_0 e^{e\varphi/T_e}$, где n_0 - плотность плазмы вдали от зонда.

Уравнение Пуассона для потенциала в слое с учетом больцмановского распределения электронов имеет вид

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = -4\pi e \left(\frac{j_0}{\sqrt{\frac{2}{M}(-e\varphi)}} - n_0 e^{e\varphi/T_e} \right).$$

В непосредственной близости от границы слоя можно сделать разложение, считая потенциал здесь близким к потенциалу $\varphi_{\text{слоя}}$. В результате получим следующее уравнение:

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} + 4\pi n_0 e^2 \left[\frac{1}{2(-e\varphi_{\text{слоя}})} - \frac{1}{T_e} \right] \cdot (\varphi - \varphi_{\text{слоя}}) = 0.$$

Отсюда получается условие монотонности потенциала (отсутствие осцилляций) - $\varphi_{\text{слоя}} \leq -\frac{T_e}{2e}$, т.е. перепад потенциала в “предслое”

должен превышать половину электронной температуры. Рассмотрим теперь, как ведет себя потенциал вне слоя, где плазма квазинейтральна. Здесь плотности электронов и ионов равны, так что можно положить

$$\frac{j_0}{\sqrt{\frac{2}{M}(-e\varphi)}} = n_0 e^{e\varphi/T_e}.$$

Дифференцируя условие квазинейтральности, получаем, что

$$\left[\frac{1}{2(e\varphi)} + \frac{1}{T_e} \right] \cdot \frac{d\varphi}{dx} = 0.$$

Переход в область слоя пространственного заряда вблизи зонда, где условие квазинейтральности нарушается, происходит когда электрическое поле обращается в бесконечность $\frac{d\varphi}{dx} \Rightarrow \infty$ и, следовательно, $\varphi \Rightarrow -\frac{T_e}{2e}$. Необходимо, чтобы этот переход происходил прямо на границе слоя или чуть ближе к зонду. Для этого потенциал на границе должен удовлетворять неравенству

$\varphi_{\text{слой}} \geq -\frac{T_e}{2e}$. Комбинируя это неравенство с полученным выше, из рассмотрения поведения потенциала в слое легко заключить, что

$$\varphi_{\text{слой}} = -\frac{T_e}{2e}.$$

Итак, принимая разность потенциалов равной половине температуры, получаем, что в этой модели плотность ионного тока насыщения на зонд равна (напомним, что n_0 – плотность невозмущенной плазмы)

$$j_{i0} = en_0 \cdot e^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{T_e}{M}} \approx 0.6en_0 \sqrt{\frac{T_e}{M}}.$$

Впервые эта оценка для величины ионного тока на зонд в неизотермической плазме была получена Д. Бомом [3].

Рассмотренная картина хода потенциала со слоем вблизи поверхности зонда соответствует случаю, когда зонд находится под большим отрицательным напряжением по отношению к плазме. Только в этом случае можно считать распределение электронов вблизи зонда максвелловским и что плотность их следует бальцовскому распределению. Если потенциал зонда уменьшается, это приближение нарушается. Вместе с тем при малых потенциалах можно сделать интересное заключение, что при потенциале зонда $\varphi_3 \geq -\frac{T_e}{2e}$, слой вокруг него отсутствует и плазма квазинейтральна до самой поверхности зонда.

Теперь мы в состоянии уточнить и размеры слоя пространственного заряда вокруг зонда. Пусть его отрицательный потенциал достаточно велик, так что пространственным зарядом электронов в слое можно пренебречь. Уравнение Пуассона в слое тогда имеет следующий вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = -4\pi e \left(\frac{j_0}{\sqrt{\frac{2}{M}(-e\varphi)}} \right),$$

где

$$j_0 = \exp(-1/2)n_0 \cdot \sqrt{\frac{T_e}{M}}.$$

Это уравнение необходимо решить с граничными условиями $\varphi = -V_{\text{зонда}}$ на зондовой поверхности и $\varphi = -\varphi_{\text{слоя}}, \frac{d\varphi}{dz} = 0$ на

границе слоя. Решение можно представить в виде следующего соотношения между координатой границы слоя и напряжением на зонде и температурой электронов:

$$\frac{z_{\text{слоя}}}{\lambda_D} = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\exp(-1)} \right)^{1/4} \left(\left(\frac{-eV_{\text{зонда}}}{T_e} \right)^{1/2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{1/2} \left(\left(\frac{-eV_{\text{зонда}}}{T_e} \right)^{1/2} + \sqrt{2} \right) \approx$$

$$\approx 1.02 \cdot \left(\left(\frac{-eV_{\text{зонда}}}{T_e} \right)^{1/2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{1/2} \cdot \left(\left(\frac{-eV_{\text{зонда}}}{T_e} \right)^{1/2} + \sqrt{2} \right).$$

Из этого соотношения легко найти оценку толщины слоя, например, когда зонд находится под плавающим потенциалом $V_{\text{зонда}} \cong 3.8T_e$, при этом толщина слоя оказывается равной $\approx 4\lambda_D$. Соответственно с изменением потенциала зонда будет меняться и площадь собирающей частицы поверхности. Для сферического зонда изменение собирающей поверхности будет происходить по закону $S_{\text{соб.}} \approx S_{\text{зонда}} \cdot \left(1 + \frac{z_{\text{слоя}}}{a} \right)^2$, а для цилиндрического площадь собирающей поверхности будет меняться как $S_{\text{соб.}} \approx S_{\text{зонда}} \cdot \left(1 + \frac{z_{\text{слоя}}}{a} \right)$.

§ 1.1. Формула Дрювестейна

Рассмотрим задачу о вычислении тока на зонд в зависимости от напряжения на нем в простейшей постановке. А именно будем считать поверхность зонда плоской, а движение частиц в слое пространственного заряда вблизи зонда бесстолкновительным. Последнее условие, как мы знаем, обычно выполняется с большим запасом. Пусть U - разность потенциалов между зондом и невозмущенной плазмой. Примем, что этот потенциал

отрицательный, так что зонд работает в режиме отталкивания электронов, а все ионы, входящие в слой, попадают на зонд. Следует отметить, что практически всегда вольт-амперная характеристика измеряется именно при отрицательных смещениях. При этом измеряется ход кривой задержки электронного тока и соответственно, можно определить электронную функцию распределения. Вкладом ионов практически всегда можно пренебречь, поскольку при $T_e = T_i$ их ток составляет несколько процентов от электронного. Вследствие этого измерения ионной части характеристики, соответствующей положительным смещениям, не могут дать нужной информации о ионах, так как невозможно с нужной точностью измерить кривую задержки ионного тока на фоне большого электронного тока. Кроме того, при положительных смещениях тепловая нагрузка на зонд значительно увеличивается.

При отрицательном потенциале зонда плотность тока (электронов) на него равна (угол θ отсчитывается от нормали к поверхности)

$$j_{\text{зонда}} = en \cdot \int_{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}^{\infty} v^3 f(v) dv \cdot \int_0^{\vartheta_{\max}} 2\pi \cos \vartheta \cdot \sin \vartheta d\vartheta,$$

где ϑ_{\max} определяется из условия $v \cos \vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. Внутренний интеграл, очевидно, равен

$$\int_0^{\vartheta_{\max}} \cos \vartheta \cdot \sin \vartheta d\vartheta = \frac{1}{2} (1 - \cos^2 \vartheta_{\max}),$$

так что выражения для плотности зондового тока сводится к интегралу

$$j_{\text{зонда}} = en\pi \int_{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}^{\infty} v^3 f(v) \cdot \left(1 - \frac{2eU}{mv^2}\right) dv.$$

Пользуясь этим соотношением, вычисляем вторую производную плотности тока по потенциалу [4]. Она оказывается равной

$$\frac{\partial^2 j_{\text{зонда}}}{\partial U^2} = -\frac{2\pi ne^2}{m^2} f\left(\sqrt{\frac{2eU}{m}}\right).$$

Таким образом, находя вторую производную зондового тока, можно определить функцию распределения по скоростям.

Приведенная выше формула для плотности зондового тока остается справедливой не только в случае плоской геометрии, но также если размер зонда меньше размеров области объемного заряда вокруг него. Для этого необходимо, чтобы функция распределения была изотропной, а поверхность зонда – выпуклой, т.е. каждая точка зондовой поверхности должна "видеть" частицы в пределах телесного угла 2π (см., например, [5]). Действительно, в отсутствие столкновений внутри слоя функция распределения постоянна вдоль траекторий частиц. Таким образом, функция распределения на границе слоя $f(r, v)$ и вблизи поверхности зонда $f(\vec{r}_{\text{зонда}}, \vec{v}_{\text{зонда}})$ одинаковы:

$$f(\vec{r}, \vec{v}) = f(\vec{r}_{\text{зонда}}, \vec{v}_{\text{зонда}}) = f(v).$$

Из закона сохранения энергии следует, что

$$\frac{mv_{\text{зонда}}^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - eU.$$

Плотность тока на зонд равна

$$j_{\text{зонда}} = en \cdot \int_0^{\infty} \int_0^{\pi/2} 2\pi v_{\text{зонда}} \cos \vartheta \cdot \sin \vartheta d\vartheta v_{\text{зонда}}^2 f(\vec{r}_{\text{зонда}}, \vec{v}_{\text{зонда}}) dv_{\text{зонда}}.$$

Переходя в этом выражении от интегрирования по $v_{\text{зонда}}$ к интегрированию по v , используя, что $v_{\text{зонда}} dv_{\text{зонда}} = v dv$, получаем

$$\begin{aligned} j_{\text{зонда}} &= en \int_{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}^{\infty} \int_0^{\pi/2} 2\pi v^3 \cos \vartheta \cdot \sin \vartheta d\vartheta \left(1 - \frac{2eU}{mv^2}\right) f(v) dv = \\ &= en \pi \int_{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}^{\infty} v^3 f(v) \cdot \left(1 - \frac{2eU}{mv^2}\right) dv, \end{aligned}$$

т.е. выражение, полностью аналогичное полученному ранее для плоского зонда.

Для дифференцирования зондовых характеристик применяют представленные ниже методы.

1. Дифференцирование с помощью аналоговых радиотехнических цепей. Для этого на зонд подается линейно меняющееся во времени напряжение. Взятие производных тока по напряжению проводится либо с помощью дифференцирующих цепочек, либо цифровой обработкой сигнала с зонда на ЭВМ.

2. Метод второй гармоники. В этом методе на зонд подается напряжение, содержащее малую осциллирующую добавку. Ток на зонд имеет вид

$$j_{\text{зонда}} = j_{\text{зонда}}(U + \delta U \sin \omega t) \cong \\ \cong j_{\text{зонда}}(U) + \frac{dj_{\text{зонда}}}{dU}(U)\delta U \sin \omega t + 1/2 \frac{d^2 j_{\text{зонда}}}{d^2 U} \delta U^2 \sin^2 \omega t.$$

Поскольку $\sin^2 \omega t = (1 - \cos 2\omega t)/2$, выделяя составляющую тока, меняющуюся с удвоенной частотой, можно определить искомую производную.

Применим полученные выше формулы для тока на зонд для случая, когда распределение электронов максвелловское:

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2T}}.$$

Ток в этом случае равен

$$j_{\text{зонда}} = \frac{en}{4} \sqrt{\frac{8T}{m\pi}} \cdot e^{-eU/T} = \frac{en}{4} \langle v \rangle \cdot e^{-eU/T},$$

где $\sqrt{\frac{8T}{m\pi}} = \langle v \rangle$ - наиболее вероятная скорость. Для максвелловской плазмы легко найти температуру, построив зависимость напряжения от тока в логарифмическом масштабе

$$T \ln \frac{j_{\text{зонда}}(U)}{j_{\text{зонда}}(0)} = -eU$$

и вычислив тангенс угла наклона получившейся прямой.

§ 1.2. Двойные ленгмюровские зонды

Снятие вольтамперной характеристики предполагает, что напряжение подается на зонд относительно некоторой точки, чаще всего относительно “земли” установки. Вследствие этого

экспериментатор сталкивается с трудностями, если в плазме присутствуют большие электрические поля. В этом случае применение находят двойные зонды Ленгмюра. Такой зонд состоит из двух одиночных зондов, между которыми прикладывается напряжение и измеряется текущий между ними ток. Суммарный ток, текущий на оба зонда, равен нулю. Поскольку тепловой ток электронов много больше, чем ионный, отсюда следует, что независимо от величины поданного между ними напряжения каждый из зондов находится под отрицательным потенциалом по отношению к окружающей плазме. Тогда можно заключить, что на каждый зонд идет ионный тепловой ток насыщения $j_{i0} = \frac{en}{4} \langle v_i \rangle$. Что касается электронов, то они собираются в режиме отталкивания, так что плотность электронного тока на зонды соответственно

$$\frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{-eU_1/T_e}$$

и

$$\frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{-eU_2/T_e},$$

где U_1, U_2 - потенциалы зондов. Предполагая, что площадь собирающей поверхности зондов одинакова, запишем ток, текущий в цепи между зондами, следующим образом:

$$J = S \cdot \left(\frac{en}{4} \langle v_i \rangle - \frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{-eU_1/T_e} \right) = S \cdot \left(\frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{-eU_2/T_e} - \frac{en}{4} \langle v_i \rangle \right).$$

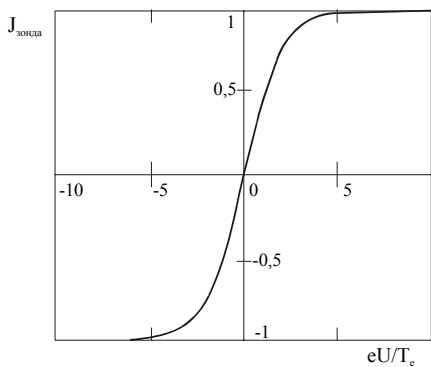


Рис. 4. Зависимость тока двойного зонда (в ед. $J_{i0}S$) от разности потенциалов на электродах зонда

Примем во внимание, что полный ионный ток на зонды равен электронному, т.е.

$$2j_{i0} = j_{e0} \cdot (e^{-eU_1/T_e} + e^{-eU_2/T_e}),$$

где $j_{e0} = \frac{en}{4} \langle v_e \rangle$ - электронный ток насыщения.

Выразим отсюда электронный ток насыщения через ионный и подставим в формулу для полного тока в цепи двойного зонда. Получившееся выражение имеет вид:

$$J = S \cdot \left(j_{i0} - \frac{2j_{i0}}{e^{-eU_1/T_e} + e^{-eU_2/T_e}} \cdot e^{-eU_1/T_e} \right) = S \cdot \frac{j_{i0} \cdot (e^{-eU_2/T_e} - e^{-eU_1/T_e})}{e^{-eU_1/T_e} + e^{-eU_2/T_e}}$$

или

$$J = S \cdot j_{i0} \cdot th \left(\frac{e(U_1 - U_2)}{2T_e} \right).$$

Примерная вольт-амперная характеристика двойного зонда представлена на рис. 4. Как видно из выражения для зондового тока, наклон характеристики в точке $U = 0$ равен

$$\frac{j_{i0} \cdot S \cdot e}{2T_e},$$

так что, зная величину наклона, можно определить температуру плазмы из соотношения:

$$T_e = \frac{ej_{i0}S}{2 \frac{dJ_{зонда}}{dU}(0)}.$$

Разумеется, для корректности измерений необходимо, чтобы потенциал плазмы, а также ее плотность и температура мало менялись на расстоянии между электродами двойного зонда.

§ 1.3. Тройные ленгмюровские зонды

Во многих установках для измерения плотности и температуры электронов применяют тройные ленгмюровские зонды.

Привлекательной особенностью таких зондов является возможность одновременного определения указанных величин сравнительно простым способом, не требующим измерения вольт-амперной характеристики зонда, более того, вообще не меняя напряжений на электродах зонда. Такой зонд имеет три одинаковых, близко расположенных электрода.

Два из них включаются по схеме двойного зонда, причем величина поданного напряжения выбирается из условия, чтобы двойной зонд работал в режиме насыщения. Третий электрод является плавающим. Для пояснения принципа измерений

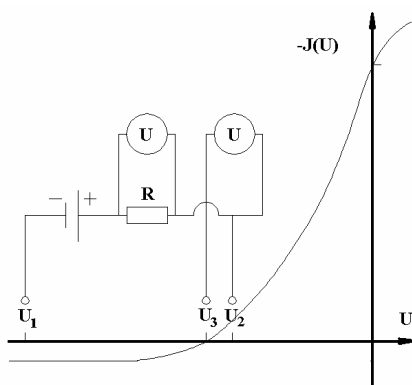


Рис. 5. Потенциалы на электродах тройного ленгмюровского зонда

обратимся к рис. 5, на котором изображена примерная вольт-амперная характеристика одиночного зонда и потенциалы электродов тройного зонда. Между парой электродов, образующих двойной зонд (электроды 1 и 2), прикладывается потенциал, много больший T_e/e . При этом электрод 1, находящийся под отрицательным потенциалом, отталкивает все электроны и ток на него равен ионному току насыщения. На электрод 2 (см. рис. 5), потенциал которого по отношению к плазме также отрицателен, идет тоже ионный ток насыщения и вдвое больший электронный ток. При этом суммарный ток на оба электрода зонда равен нулю, как того требует уравнение непрерывности для стационарных условий. Потенциал электрода 3 можно найти из соотношения

$$2 \cdot \frac{en}{4} \langle v_i \rangle = \frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{-eU_2/T_e}.$$

Зонд 3 находится под плавающим потенциалом и, следовательно,

$$\frac{en}{4} \langle v_i \rangle = \frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{-eU_3/T_e}.$$

Измеряя разность потенциалов между зондами 2 и 3, можно определить электронную температуру из соотношения $T_e = e(U_2 - U_3)/\ln 2$. Зная электронную температуру и ток насыщения двойного зонда 1-2, можно найти плотность плазмы. Одна из возможных конструкций тройного зонда показана на рис. 6.

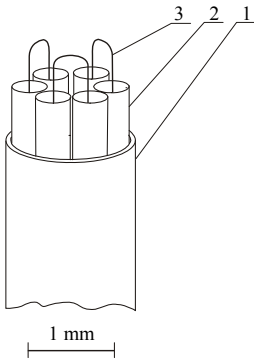


Рис. 6. Конструкция тройного зонда для измерения плотности и температуры плазмы: 1 - керамическая трубка \varnothing 2,5-3мм; 2 - кварцевые капилляры \varnothing 0,3-0,4мм; 3 - вольфрамовая проволока \varnothing 0,08мм

Важной особенностью конструкции зонда является то, что каждый электрод зонда может прокаливаться до достаточно высокой температуры путем пропускания по нему тока. В процессе измерений электроды зонда и измерительная схема "плавают" вместе с изменяющимся во времени потенциалом плазмы. Часто для гальванической развязки от регистрирующей аппаратуры применяются оптронные преобразователи с малой проходной емкостью (~ 0.25 пф). Это позволяет избежать влияния помех, вызываемых высокочастотными колебаниями потенциала плазмы.

§ 1.4. Многосеточные зонды

Многосеточные зонды применяются для измерения параметров ионной компоненты плазмы. Рассмотренные нами выше зонды для

этого использовать практически невозможно из-за большой величины электронного тока на зонд. Примерная конструкция многосеточного зонда приведена на рис. 7.

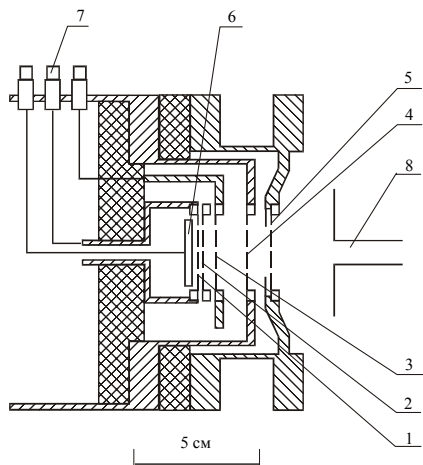


Рис. 7. Многосеточный зонд для измерения направленных энергий ионов: 1 - 5 сетки; 6 – коллектор; 7 – выходы; 8 – коллимационная трубка

Итак, основная проблема при проведении измерений многосеточными зондами состоит в отделении сопутствующего электронного тока, который, как правило, много больше ионного. Для этого на сетку 4 подается достаточно большое отрицательное напряжение. На сетку 3 подается положительное напряжение для измерения кривой задержки ионного тока на коллектор 6. Сетка 1 находится под отрицательным смещением по отношению к коллектору для запираания вторично-эмиссионных электронов, выбиваемых с его поверхности.

Движение ионов внутри зонда фактически одномерное и ток ионов на коллектор равен

$$j_{\text{ионов}} = e \int_{eU_3}^{\infty} f(E) \sqrt{\frac{2E}{M}} dE,$$

где U_3 - величина анализирующего напряжения на сетке 3.

Основными источниками ошибок при измерениях подобным анализатором являются следующие:

1. “Провисание” потенциала в ячейках анализирующей сетки 3. Величина провисания потенциала зависит отношения диаметра проволочек сетки к расстоянию между ними. Для уменьшения провисания потенциала часто используют двойные или жалюзные сетки.

2. Влияние пространственного заряда ионов. Влияние пространственного заряда особенно велико вблизи анализирующей сетки, там где скорости частиц малы и плотность их максимальна.

3. Вторичная эмиссия электронов с коллектора и сеток.

Ограничения, связанные с нагревом зонда

В процессе измерений поверхность зонда подвергается бомбардировке частицами плазмы, что приводит к ее нагреву. Зачастую эти нагрузки оказываются неприемлемо большими, особенно если речь идет о измерениях параметров плазмы в крупных плазменных ловушках.

Если длительность существования плазмы в установке мала, то существенную роль начинает играть тепловая инерция зонда и его можно использовать для измерений в более горячей плазме. При этом нужно учитывать, что если длительность слишком мала, меньше времени распространения тепловой волны от периферии к центру зонда $\approx a^2 c_{\text{зонда}} \rho / k\pi^2$ (здесь a – радиус зонда, k – коэффициент теплопроводности), то при больших потоках мощности может иметь место поверхностный перегрев зонда и его разрушение.

Основные причины искажения вольт-амперных характеристик зонда.

1. Загрязнение поверхности зонда. Зачастую поверхность зонда бывает покрыта диэлектрическими пленками, наличие которых сильно искажает зондовую характеристику. Для их удаления рекомендуется прогреть зонд перед измерениями до температуры 1000 – 2000 °С в течение одной минуты. Обычно для прогрева по зондовой проволоке пропускают электрический ток.

2. Наличие сопротивлений в измерительной цепи и сопротивления самого зонда (см. задачу 4 к данной главе).

3. Шумы плазмы.

4. Влияние магнитного поля.

5. Анизотропия функции распределения частиц.

6. Нарушение бесстолкновительного приближения.

7. В высокотемпературной плазме - вторичная электронная эмиссия под действием ионов, когда характерные энергии частиц, приходящих на поверхность зонда, превышает 200 – 300 эВ.

§ 1.5. Задачи

1. Получить соотношение $\lambda \approx \frac{n\lambda_D^3}{\Lambda} \cdot \lambda_D$.

Решение. Для малых углов рассеяния $\Theta \approx \frac{e^2}{E\rho}$, где ρ - прицельный параметр, энергия частиц $E \sim T$. Вычислим транспортное сечение:

$$\begin{aligned} \sigma &= \int 2\pi\rho \frac{d\rho}{d\Theta} d\Theta (1 - \cos \Theta) \approx \pi \int \frac{\rho d\rho}{d\Theta} \cdot \Theta^2 d\Theta \approx \\ &\approx \pi \left(\frac{e^2}{T} \right)^2 \ln \left(\frac{1}{\Theta_{\min}} \right) \approx \frac{e^4 \Lambda}{T^2} \approx \frac{\Lambda}{\lambda_D^2 n_e^2}. \end{aligned}$$

Следовательно, длина пробега по порядку величины равна

$$\lambda = \frac{1}{n_e \sigma} \approx \frac{n\lambda_D^3}{\Lambda} \cdot \lambda_D.$$

2. Получить аналог формулы Дрювестейна для случая, когда электроны имеют одинаковую дрейфовую скорость $\vec{u}_{\text{дрейфа}}$, которая перпендикулярна поверхности зонда. Считать, что функция распределения в системе координат, движущейся со скоростью дрейфа изотропная [6].

3. Найти ограничения на параметры плазмы, принимая, что в стационарных условиях максимальная температура зонда не должна превышать 1000 °С.

Решение. Минимальный поток энергии идет на зонд, когда он находится при потенциале, близком к плавающему. Этот поток по порядку величины равен

$$W \approx enS_{\text{зонда}} T \cdot \sqrt{T/M}.$$

Считая, что зонд достаточно тонкий и успевает прогреваться по всему объему, уравнение баланса мощностей можно записать в виде

$$W = c_{\text{зонда}} \rho \frac{dT}{dt} \cdot V_{\text{зонда}} + S_{\text{зонда}} \sigma T^4,$$

где $c_{\text{зонда}}$ и $V_{\text{зонда}}$ – теплоемкость материала зонда и его объем.

В стационарных условиях падающий на поверхность зонда поток мощности компенсируется излучением. Если принять, что максимальная температура зонда не должна превышать при этом $1000 \text{ }^\circ\text{C}$, то из условия $W = S_{\text{зонда}} \sigma T^4$ получается следующее ограничение на параметры плазмы:

$$n(\text{см}^{-3})T(\text{эВ})^{3/2} \leq 2 \cdot 10^{13}.$$

Вследствие этого ограничения, в системах с большой длительностью рабочего импульса реально зонды можно применять только в периферийной плазме.

4. При протекании тока по зондовой проволоке часть напряжения, приложенного к зонду, падает на подводящих проводах, элементах электронных схем и т.д. В этом случае возникает искажение зондовой характеристики, так как напряжение на зонде $V_{\text{зонда}}$ отличается от приложенного V_n . Найти вторую производную зондового тока по $V_{\text{зонда}}$ в зависимости от измеряемой величины

$\frac{d^2 j_{\text{зонда}}}{dV_n^2}$. Сопротивление, включенное последовательно зонду, равно

R [6].

Задача усложняется, если становится существенным падение напряжения на самой зондовой проволоке. Это приводит к тому, что поверхность зонда становится не эквипотенциальной, так что сбор тока различными участками зонда происходит при разном напряжении по отношению к плазме.

Библиографический список

1. Langmuir J. and Mott-Smith H. // Gen. Electr. Rev. 1924. Vol. 27. P. 449.
2. Каган Ю.М., Перель В.И. // УФН. 1963. Т. 81. С. 409.
3. The characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields, ed. by Guthrie A. and Wakerling R. N.-York, 1949.
4. Druyvestein M.J. // Z. Phys. 1930. Vol. 64. P. 781.
5. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М: Наука, 1987. Гл. 11.
6. Багрянский П.А., Шунько Е.В. // ПТЭ. 1986. № 2. С. 166.

Глава 2. СВЧ-ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ

Диагностика плазмы с помощью электромагнитного излучения сверхвысоких частот (СВЧ) применяется в большинстве современных плазменных установок. Измерять параметры плазмы можно либо по результату взаимодействия с ней электромагнитной волны от внешних излучателей, либо по характеристикам СВЧ-излучения самой плазмы. В первом случае условно можно говорить об активных, а во втором случае - о пассивных методах диагностики.

Наиболее широко применяется методика определения линейной плотности ($\int n dl$) плазмы по измерению сдвига фазы проходящего через нее пучка СВЧ-излучения. В плазме волна приобретает дополнительный фазовый сдвиг по сравнению с распространением в вакууме, поскольку показатель преломления плазмы $N = kc/\omega$ отличается от единицы. Показатель преломления плазмы зависит от ее плотности и, вообще говоря, температуры, поэтому измерение фазового сдвига прошедшей волны позволяет, по крайней мере в принципе определить эти параметры.

Если плазма находится в магнитном поле, то показатель преломления начинает зависеть от его величины и от взаимной ориентации вектора поляризации волны и направления поля. Это обстоятельство может существенно усложнить интерпретацию данных, полученных при СВЧ-зондировании.

Пусть поле падающей на плазму волны меняется по гармоническому закону $H, E \propto e^{-i\omega t}$. Параметры плазмы меняются в пространстве, соответственно от точки к точке изменяется и показатель преломления N . Это означает, что решения вида плоских волн $e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ с разными $\vec{k}(\omega)$ не являются независимыми, как в случае однородной плазмы. В частности, волна, распространяющаяся в направлении градиента показателя преломления (плотности), будет частично отражаться, т.е. переходить в волну с противоположным направлением \vec{k} . Зондирование плазмы СВЧ излучением ведется в условиях применимости приближения геометрической оптики, когда длина волны много меньше всех характерных масштабов изменения параметров плазмы. Тогда можно обеспечить требуемую локальность измерений. В этом приближении поле волны с заданной частотой меняется в пространстве по закону

$$E, H \propto \frac{\exp(i\int \vec{k} d\vec{l} - \omega t)}{\sqrt{k}},$$

где \vec{l} - вектор вдоль распространения луча, а $\vec{k}(\omega, \vec{r})$ - решение дисперсионного уравнения для однородной плазмы в данной точке пространства. Как известно, условием применимости рассматриваемого квазиклассического приближения является малость изменения волнового вектора на расстоянии порядка длины волны, т.е. должно выполняться неравенство $\frac{|\nabla k|}{k^2} \ll 1$. Если это неравенство выполнено, квазиклассические решения практически независимы друг от друга и изменения фазы волны при распространении в плазме дается выражением $\int \vec{k} d\vec{l} = \int \frac{\omega}{c} \cdot N dl$, поскольку \vec{k} совпадает по направлению с направлением луча. Естественно выбрать частоту и направление поляризации излучения по отношению к магнитному полю таким образом, чтобы максимально упростить измерения. В качестве первого шага примем, что фазовая скорость волны должна быть много больше тепловой ско-

рости электронов и ионов плазмы $v_T \ll \omega/k$, т.е. применимо гидродинамическое приближение. Это позволит избежать таких неприятностей, как затухание волн на резонансных частицах, или, что наиболее опасно, неоднозначности результатов измерений, так как фазовый сдвиг будет зависеть не только от плотности, но и от температуры плазмы. Для определенности будем также пренебрегать столкновительным затуханием волны, считая, что частота столкновений частиц в плазме $\nu \ll \omega$. Возможности СВЧ диагностики столкновительной плазмы подробно представлены в работе [1, 2].

Для того чтобы еще более упростить ситуацию, будем считать, что частота волны намного больше, чем плазменная ионная и ионно-циклотронная частоты: $\omega \gg \omega_{pi}, \omega_{ci}$. Тогда ионы не принимают участия в колебаниях и не влияют на дисперсионные свойства плазмы.

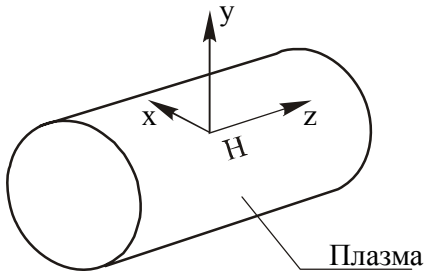


Рис. 1. Геометрия эксперимента по СВЧ-зондированию плазмы

Вообще говоря, существуют две возможные схемы зондирования плазмы электромагнитной волной. А именно можно сделать так, чтобы она распространялась вдоль или поперек магнитного поля. Последний случай представляется наиболее естественным для диагностики плазмы в магнитных ловушках, поэтому мы ограничимся лишь его рассмотрением.

Итак, пусть волновой вектор волны направлен вдоль оси x , а магнитное поле, удерживающее плазму, направлено вдоль оси z (рис. 1). Естественно рассматривать два случая поляризации

падающей на плазменный столб волны: вдоль и поперек магнитного поля. В первом случае в плазме вектор поляризации волны не меняет направления. Такая волна распространяется как плоская электромагнитная волна с законом дисперсии, который отличается от дисперсии в вакууме за счет электронных токов, текущих в плазме вдоль магнитного поля (эта волна называется обыкновенной). Во втором случае, вообще говоря, существенна гиротропия плазмы, т.е. волна становится не чисто поперечной. Это связано с тем, что электроны в электрическом поле волны дрейфуют поперек магнитного поля, что приводит к появлению электрического поля вдоль направления распространения. Вектор поляризации волны (которая называется в этом случае необыкновенной) начинает при этом вращаться в плоскости x, y (см. рис. 1), так что у него есть компонента как поперек $-E_y$, так и вдоль направления распространения (E_x). Существенно, что фазовая скорость и величина продольного волнового вектора необыкновенной волны зависит от величины магнитного поля. Удобно, конечно, сделать так, чтобы результат измерений фазового сдвига зондирующего излучения не зависел от магнитного поля, а только от плотности. В частности, чтобы результат не зависел от угла между магнитным полем и вектором поляризации волны. Как будет ясно из дальнейшего, для этого необходимо правильно выбирать частоту зондирующей волны, чтобы эффекты гиротропии не играли существенной роли.

Рассмотрим закон дисперсии обыкновенной и необыкновенной волн в гидродинамическом приближении [1, 2, 3]. Тензор проницаемости плазмы можно записать в этом предельном случае в следующем виде (пренебрегая, как указывалось выше, вкладом ионов):

$$\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} & -i \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce}}{\omega(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} & 0 \\ i \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce}}{\omega(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} & 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \end{bmatrix}.$$

Уравнения для компонент поля волны получаются из уравнений Максвелла с заданным тензором проницаемости:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot}\vec{H} &= -i\frac{\omega\vec{D}}{c} = -i\frac{\omega\hat{\varepsilon}\vec{E}}{c}; \\ \operatorname{rot}\vec{E} &= i\frac{\omega\vec{H}}{c}\end{aligned}$$

Как обычно, комбинируя эти уравнения, можно исключить, например, магнитное поле. Тогда уравнение, описывающее электрическое поле волны, может быть записано следующим образом:

$$\operatorname{rotrot}\vec{E} = \frac{\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}\cdot\vec{E}$$

или в матричном виде

$$\left\{k^2\delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{ij}\right\}E_j = 0.$$

Начнем со случая, когда волна поляризована вдоль внешнего магнитного поля H . Отличны от нуля в этом случае k_x и E_z . Тогда получим из предыдущей формулы дисперсионное соотношение для поперечной электромагнитной волны в плазме: $(k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{zz})\cdot E_z = 0$, что дает

$$N^2 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \quad (1)$$

или $\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k_x^2 c^2$. Этот случай соответствует уже упоминавшейся обыкновенной волне.

Второй случай поляризации несколько более сложен для рассмотрения. Пусть $E_z = 0$, тогда для остальных компонент электрического поля получится следующая система уравнений:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y &= 0, \\ \varepsilon_{yx}E_x - (N^2 - \varepsilon_{yy})E_y &= 0,\end{aligned}$$

где $N^2 = \frac{k_x^2 c^2}{\omega^2}$ есть индекс преломления волны.

Приравнявая детерминант этой системы уравнений нулю, получаем закон дисперсии необыкновенной волны:

$$N^2 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2 (\omega^2 - \omega_{pe}^2)}{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{ce}^2 - \omega_{pe}^2)} \quad (2)$$

Если выполнено условие $\omega \gg \omega_{ce}, \omega_{pe}$, то волна почти поперечна

$E_x = -\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} \cdot E_y \ll E_y$ и имеет приближенный закон дисперсии, как и у обыкновенной волны:

$$N^2 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - O\left(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right)$$

или $\omega^2 \approx \omega_{pe}^2 + k_x^2 c^2$.

Из соотношений (1), (2) легко найти условия, когда $N^2 \leq 0$ и имеет место так называемая **отсечка сигнала**. Этот случай очень важен для СВЧ-диагностики плазмы. Для обыкновенной волны это имеет место, когда $\omega \leq \omega_{pe}$, а для необыкновенной - когда частота лежит в диапазоне между частотой верхнего гибридного резонанса

($\sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2}$) и верхней частотой отсечки $\omega_{ce}/2 + \sqrt{\omega_{ce}^2/4 + \omega_{pe}^2}$.

Действительно, рассмотрим, например, распространение зондирующей обыкновенной волны от края плазмы, где плотность меньше, к центру. Волна достигает точки, где $\omega = \omega_{pe}$ и происходит отсечка. За точкой отсечки волна будет экспоненциально затухать на характерном расстоянии порядка c/ω_{pe} , а падающая волна отражается назад. Эта задача похожа на квантово-механическую задачу об отражении частицы, описываемой волновой функцией, имеющей вид плоской волны, от потенциального барьера. Здесь роль потенциальной энергии частицы играет $\omega_{pe}^2(r)$.

Если плазма “тонкая”, то имеет место частичное “просачивание” волны через барьер. Обычно это просачивание не играет роли, амплитуда прошедшей волны все равно сильно уменьшается, потому что в случае цилиндрической плазмы, если частота волны близка к отсечке, наступает сильная рефракция волны. При этом, поскольку показатель преломления волны $n = \frac{kc}{\omega} = \sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}} \rightarrow 0$ и, следовательно, радиус кривизны луча $R = n/|\text{grad}(n)| \rightarrow 0$, то волна сильно отклоняется от первоначального направления.

Качественно то же самое происходит и при отсечке необыкновенной волны. Тогда область непрозрачности, где $N^2 \leq 0$ (что соответствует $\sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2} \leq \omega \leq \omega_{ce}/2 + \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2/4}$), лежит в области с меньшей плотностью, ближе к периферии. Если частота волны меньше частоты верхнего гибридного резонанса, но больше нижней частоты отсечки - $\sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2/4} - \omega_{ce}/2$, необыкновенная волна снова начинает распространяться. Однако, если необыкновенная волна распространяется от периферии к центру, она не может преодолеть область непрозрачности.

Естественно для измерений плотности использовать обыкновенную волну, у которой условие отсечки не зависит от магнитного поля. Для этого необходимо выполнить условие, чтобы вектор поляризации падающей на плазму волны был параллелен магнитному полю. Впрочем, это условие не слишком критично. Действительно, если существует отличная от нуля составляющая с вектором поляризации перпендикулярным магнитному полю и в плазме будет возбуждаться необыкновенная волна, она будет испытывать отсечку раньше, чем обыкновенная волна, и, таким образом, не будет влиять на измерения.

Задача существенно усложняется, если угол наклона силовых линий в плазме меняется по радиусу, т.е. магнитное поле имеет шир. Тогда рассматриваемые обыкновенная и необыкновенная волны больше не являются независимыми решениями. При распространении в плазме происходит их взаимная трансформация,

так что если, например, зондирующая волна на периферии плазмы распространяется как необыкновенная, то во внутренних слоях будет возникать обыкновенная волна.

Схема измерений в методе отсечки довольно проста и выглядит следующим образом: имеется два рупора, один из которых является излучателем, а другой - приемником [1-5]. Если плотность плазмы нарастает во времени и имеет максимум на оси системы, то при достижении плотности на оси значения, при котором происходит отсечка волны, сигнал в приемном рупоре зануляется.

Иногда применяют модификацию метода отсечки, когда для зондирования используется некоторый набор частот. Тогда удастся получить зависимость максимальной плотности плазмы от времени с учетом данных измерений в какие моменты происходит последовательная отсечка возрастающих частот. Для вычислений критической плотности плазмы, при которой происходит отсечка волны с частотой ω , удобно пользоваться следующей практической формулой:

$$n_{cr} (\text{см}^{-3}) = \frac{m_e \omega^2}{4\pi e^2} = 1.1 \cdot 10^{13} \cdot \frac{1}{\lambda_{vac}^2 (\text{см})}.$$

Если частота волны достаточно большая, то отсечки не происходит. Информация о плотности плазмы в этом случае содержится в фазовом сдвиге прошедшей волны. Наиболее простой оказывается связь между ними, если частота обыкновенной волны существенно превышает плазменную - $\omega \gg \omega_{pe}$ (или $n \ll n_{cr}$). Тогда при появлении плазмы между рупорами фазовый сдвиг меняется на величину $\delta\varphi = \int \delta k dl = \int \frac{\omega}{c} \cdot (1 - \sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}) \approx \int \frac{\omega}{2c} \cdot \frac{n_e}{n_{cr}} dl$.

Это соотношение справедливо также и для случая необыкновенной волны, если дополнительно потребовать выполнения условия $\omega \gg \omega_{ce}$. Для численных расчетов изменения фаз удобно использовать формулу

$$\delta\varphi = 2.82 \cdot 10^{-13} \int n_e dl \cdot \lambda_{vac} (\text{см}).$$

Практически всегда при измерениях фазовых сдвигов возникает паразитный сдвиг фаз, связанный с механическими вибрациями

элементов конструкции. Он, очевидно, равен $\frac{2\pi \cdot \delta l}{\lambda_{vac}}$, где δl - изменение базы интерферометра при вибрациях. В силу обратной зависимости паразитного изменения фазы от длины волны, выгодно

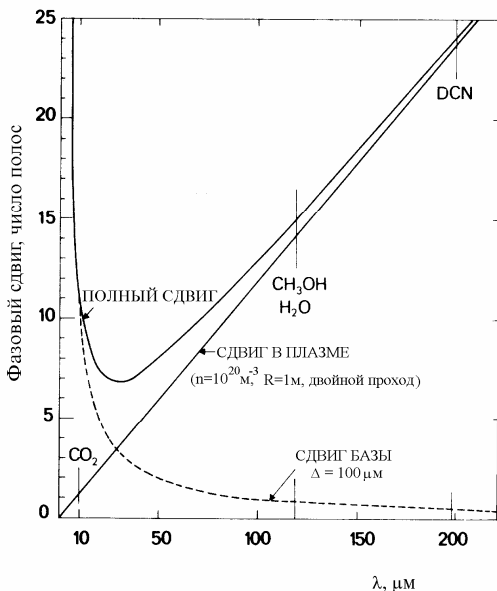


Рис. 2. Зависимость фазового сдвига от длины волны

ее увеличивать. Однако следует отметить, что обычно при использовании СВЧ-зондирования (в отличие от интерферометров оптического диапазона) фазовый сдвиг волны в плазме велик и проблемы с механическими

вибрациями не столь существенны. Вместе с тем для субмиллиметрового диапазона длин волн, который используется для зондирования плазмы в крупных установках, требуется большая стабильность базы. Требования, предъявляемые к стабильности базы, представлены рис. 2, на котором показан фазовый сдвиг излучения с различной длиной волны в плазме, а также сдвиг, вызванный изменением базы на величину 100 μм. Кроме того, на рисунке показаны характерные длины волн для лазеров, применяющихся для генерации субмиллиметрового излучения.

Для уменьшения влияния вибраций на измерения часто используется одновременное зондирование плазмы двумя волнами с разными частотами и длинами волн - λ_1, λ_2 . Для упрощения

обычно одна из них выбирается намного меньше другой, так что для меньшей длины волны фазовый сдвиг целиком определяется изменениями базы интерферометра. Это позволяет сделать соответствующую поправку на изменение базы в измеренном фазовом сдвиге для второй зондирующей волны.

§ 2.1. Интерферометрия плазмы в СВЧ-диапазоне

Измерение фазового сдвига волны, прошедшей через плазму, проводится с помощью различного рода интерферометров, в которых прошедшая волна складывается с опорной когерентной волной. Для случая двух интерферирующих волн сигнал на детекторе равен $E_o = (E_0 + E_1 \cdot e^{i\varphi}) \cdot e^{-i\omega t}$, где $\varphi(t)$ - фазовый сдвиг прошедшей через плазму волны с амплитудой E_1 , а E_0 - амплитуда опорной волны.

При квадратичном детектировании сигнал с детектора пропорционален падающей мощности и содержит постоянные члены, пропорциональные квадратам амплитуд интерферирующих волн, быстропеременные слагаемые, меняющиеся с двойной частотой, а также медленно меняющееся слагаемое, пропорциональное $E_0 E_1 \cos \varphi$. Детектор нечувствителен к быстропеременным слагаемым, т.е. сигнал с него пропорционален усредненной по периоду СВЧ-колебаний мощности или $\langle |E_o|^2 \rangle = E_0^2 + E_1^2 + 2E_0 E_1 \cos \varphi$. Таким образом, сигнал с детектора содержит постоянную компоненту и компоненту, меняющуюся во времени как $\cos \varphi(t)$. Извлечь информацию о параметрах плазмы, измеряя второе слагаемое в сигнале, не так просто, учитывая, что оно зависит не только от фазы, но и от амплитуд интерферирующих волн. Кроме того, как видно, невозможно определить знак изменения фазы в точках $\varphi = 0, \pi, 2\pi \dots$, поскольку в этих точках фазовая чувствительность интерферометра равна нулю:

$$\frac{d|E_o|^2}{d\varphi} = 0.$$

Это означает, что при переходе через эти точки невозможно определить, нарастает или убывает плотность плазмы во времени.

Преодолеть указанные трудности позволяет метод *фазовой модуляции*. Он заключается в том, что вводится дополнительный сдвиг фазы опорной волны, который зависит от времени по известному закону (чаще всего выбирается $\delta\phi \propto t$ или периодическая модуляция). В 50 – 60-е гг. этот подход был удачно реализован при создании интерферометра типа “Зебра“ [1, 2], в котором происходило пилообразное изменение дополнительного фазового сдвига. В отсутствие плазмы в интерферометре происходила интерференция опорной и основной волны, так что минимумы (максимумы) сигнала наблюдались в строго определенные моменты времени. Наблюдаемые экстремумы интерференционного сигнала образуют базисную последовательность временных меток. Появление плазмы приводит к смещению временных меток по сравнению с базисной (в отсутствие плазмы). По наблюдаемому сдвигу временных меток можно однозначно восстановить временной ход плотности. Для этого, очевидно, необходимо, чтобы базисные метки были достаточно частыми, т.е. фазовый сдвиг, связанный с плазмой, менялся незначительно за время между последовательными метками.

Итак, видно, что применение метода фазовой модуляции позволяет обойти трудности, связанные с особенностью фазовой чувствительности обычного интерферометра и зависимостью сигнала от амплитуд интерферирующих волн.

Необходимо отметить, что введение дополнительного фазового сдвига вида $\delta\phi \propto \Omega t$ фактически означает изменение наблюдаемой

частоты сигнала $\frac{d\phi'}{dt} \Rightarrow \Omega + \frac{d\phi}{dt}$, так что в таком интерферометре происходит преобразование частотного спектра сигнала и его можно назвать *гетеродинным* (в отличие от простейшей *гомодинной* схемы). В гетеродинном интерферометре переменная составляющая сигнала, несущая информацию о фазовом сдвиге в плазме, меняется во времени как $\cos(\phi(t) + \Omega t)$ и имеет частоту $\Omega + \frac{d\phi}{dt}$, что позволяет определить знак изменения фазы.

Для этого, очевидно, необходимо выполнить условие $\Omega > \left| \frac{d\varphi}{dt} \right|_{\max}$.

Известно несколько методов введения дополнительного сдвига фазы между опорной и проходящей через плазму волнами. Зачастую используется изменение частоты самого источника СВЧ (например, подачей пилообразного напряжения на отражатель клистронного генератора) [1, 2]. Тогда, если разность длин хода волн равна ΔL , то переменный фазовый сдвиг сигналов в отсутствие плазмы составит $\delta\varphi = \frac{\Delta L}{c} \cdot \frac{d\omega}{dt} \cdot t$, что соответствует сдвигу частоты сигнала с детектора на величину $\Omega = \frac{\Delta L}{c} \cdot \frac{d\omega}{dt}$. Диапазоны перестройки частоты в генераторах СВЧ различного типа приведены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики источников СВЧ-излучения

Тип источника	Длина волны, см	Выходная мощность, Вт	Допустимое изменение длины волны
Клистрон	0,1-1	0,1-1	$\sim 10^{-3}$
Лампа обратной волны	0,1-0,3	0,1-1	$\sim 30\%$
Диод Ганна	≥ 1	0,1	$\sim 10^{-2}$
Лазеры с оптической накачкой			Различные линии
CH ₃ F	0,122	<0,01	
HCOOH	0,0394	<0,05	
Лазеры с накачкой разрядом			
H ₂ CN	0,0337	<0,1	
H ₂ O	0,0119	<0,05	

Широко используется метод модуляции, основанный на отражении луча от движущегося зеркала [4, 6], которое может вращаться либо колебаться. Для оптимизации условий отражения

зеркало может быть выполнено в виде дифракционной решетки. Изменение частоты будет равно $\Delta\omega \cong \frac{2\omega v_{\text{зеркала}}}{c}$, если принять, что падающий и отраженный лучи параллельны.

Наиболее часто на практике используются интерферометры трех типов, представленных ниже.

1. Интерферометр Майкельсона. Представляет собой двухлучевой интерферометр с одним делителем пучка и двумя плечами по которым пучки проходят туда и обратно. Принципиальная схема интерферометра Майкельсона для измерения линейной плотности плазмы приведена на рис. 3.

Примерные конструкции делителей пучка и зеркал для СВЧ диапазона рассмотрены ниже. Сдвиг фаз между лучами, прошедшими по разным плечам, возникает из-за изменения показателя преломления в одном из плечей.

2. Интерферометр Маха - Цандера (рис. 4). Отличается от интерферометра Майкельсона тем, что пучки в каждом из плеч распространяются только в одном направлении. Имеется два отдельных выхода (в интерферометре Майкельсона один из выходов совмещен с входом).

3. Многолучевой интерферометр Фабри - Перо (рис. 5). В этом интерферометре имеется два делителя пучка и два выхода. Выходной сигнал, в отличие от двух рассмотренных выше интерферометрических схем, не синусоидальный, а более сложный, поскольку интерферируют много лучей.

Рефракция накладывает определенные ограничения на длину волны зондирующего излучения. Угол рефракции зависит от положения зондирующего луча и равен интегралу $\alpha = \int \frac{\nabla n}{n} \cdot dz$, взятому вдоль его траектории в плазме.

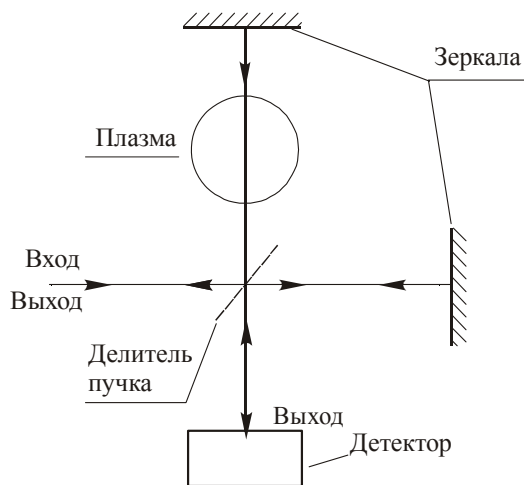


Рис. 3. Принципиальная схема интерферометра Майкельсона

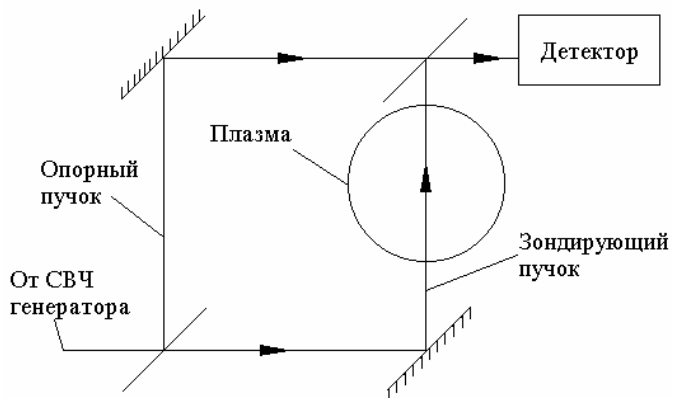


Рис. 4. Принципиальная схема интерферометра Маха - Цандера

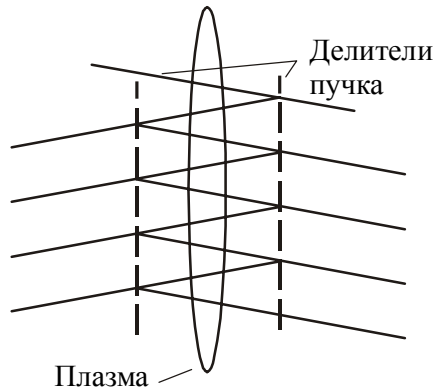


Рис. 5. Принципиальная схема интерферометра Фабри - Перо

Для аксиально-симметричного параболического профиля с максимальной плотностью n_{\max} максимальное значение угла рефракции равно

$$\alpha_m = \sin \frac{n_{\max}}{n_{\text{crit}}} \approx \frac{n_{\max}}{n_{\text{crit}}} = 8.97 \cdot 10^{-14} n_{\max} \cdot \lambda^2.$$

Размер пучка зондирующего излучения на приемнике на расстоянии z от излучателя определяется дифракцией и примерно равен $\sqrt{\lambda z}$. Из-за рефракции пучок не должен смещаться на расстояние, большее этого размера. Отсюда получим, что длина волны должна удовлетворять неравенству $\alpha_m \cdot z \leq \sqrt{\lambda z}$ или $\lambda \leq 1.16 \cdot 10^8 (z \cdot n_{\max})^{-1/3}$ см. Для крупных установок с поперечным размером порядка метра и плотностью плазмы $\sim 10^{14}$ см⁻³ отсюда следует, что рефракция ограничивает сверху длину волны величиной ~ 0.5 -1мм. Снизу длина волны зондирующего излучения ограничена влиянием механических вибраций конструкции интерферометра.

§ 2.2. Рефлектометрия плазмы в СВЧ-диапазоне

Если плазма достаточно “толстая”, то слой с критической концентрацией, от которого происходит отражение волны, почти плоский. В этом случае можно пренебречь рефракцией волны и считать, что она отражается от этого слоя, как от плоского зеркала. Измеряя набег фазы отраженной волны, можно определить расстояние до слоя с критической концентрацией (рис. 6).

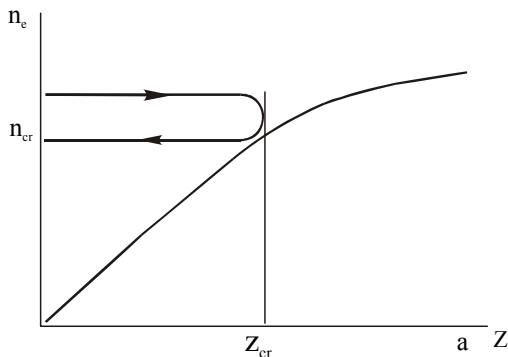


Рис. 6. Схема метода рефлектометрии плазмы

Этот подход реализуется в методе рефлектометрии плазмы, который по существу является комбинацией метода отсечки и интерферометрии плазмы. В этом случае приходится рассматривать поведение поля волны в области отсечки, где длина волны $\lambda \propto 1/\sqrt{1-n(z)/n_{crit.}} \rightarrow \infty$ и, следовательно, приближение геометрической оптики нарушается.

Пусть зондирующая волна распространяется в положительном направлении оси z от периферии плазмы к центру. В области от края плазмы до точки, где $n = n_{crit.}$, приближение геометрической оптики выполнено и распространяющиеся прямая и обратная волны независимы друг от друга, так что в этой области отражение волн отсутствует. Уравнение для поля волны имеет вид (здесь использовано, что $\frac{\omega_{pe}^2(z)}{\omega^2} = \frac{n(z)}{n_{crit.}}$)

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \left(1 - \frac{n(z)}{n_{crit}} \right) \cdot E = 0.$$

На достаточно большом расстоянии от точки отсечки z_{crit} ($n(z_{crit}) = n_{crit}$) приближение геометрической оптики выполняется, так что поведение поля волны описывается квазиклассическими решениями волнового уравнения. А именно за точкой отсечки поле волны равно

$$E = \frac{A}{\sqrt{|k(z)|}} \cdot \exp\left(-i \int_{z_{crit}}^z |k| \cdot dz\right),$$

а перед точкой отсечки представляет собой сумму падающей и отраженной волн

$$E = \frac{B}{\sqrt{k(z)}} \cdot \exp\left(+i \int_0^z k(z) dz\right) + \frac{C}{\sqrt{k(z)}} \cdot \exp\left(-i \int_0^z k(z) dz\right).$$

Волновой вектор меняется по закону $k(z) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\left(1 - \frac{n(z)}{n_{crit}}\right)}$.

Задача теперь сводится к нахождению фазы отраженной волны или связи между A, B и C. Для этого необходимо "сшить" решения в точке $z = z_{crit}$ ($n(z_{crit}) = n_{crit}$), где они формально неприменимы и необходимо решать точное уравнение. Как известно, эта задача сводится к аналитическому продолжению решений в верхней и нижней полуплоскости комплексной переменной z , на достаточно большом расстоянии от этой точки [7, 8]. Сдвиг фаз падающей и отраженной волн оказывается равным $-\pi/2$ и соответственно полный сдвиг фазы отраженной волны на границе плазмы равен

$$\varphi = 2 \cdot \frac{\omega}{c} \int_0^{z_{crit}} \sqrt{1 - \frac{n(z)}{n_{crit}}} dz - \frac{\pi}{2}.$$

Следует отметить, что фазовый сдвиг при отражении от слоя с критической концентрацией на $\pi/2$ больше, чем от обыкновенного зеркала.

Для того чтобы определить по измеренному сдвигу фазы отраженной волны положение точки, где плотность равна критической, необходимо, вообще говоря, знать профиль плотности плазмы.

Однако для гладких профилей $n(z)$ интеграл $\frac{\omega}{c} \int_0^{z_{crit}} \sqrt{1 - \frac{n(z)}{n_{crit}}} dz$ с достаточной точностью равен $\approx 0.5 \frac{\omega}{c} z_{crit}$ [1, 3], что и позволяет применять данный метод измерений на практике.

Если требуются более точные данные о положении точки с критической концентрацией плазмы, необходимо использовать данные о фазовом сдвиге отраженной от плазмы волны для всех частот, меньших частоты отсечки. Впрочем, как обычно, часто можно обойтись измерениями с дискретным набором частот с последующей интерполяцией данных. Дифференцируя выражение для фазового сдвига по частоте, легко получить

$$\frac{d\varphi}{d\omega} = 2 \int_{\lambda}^{\infty} \frac{dx_{cr}}{cd\lambda_p} \frac{\lambda_p d\lambda_p}{\sqrt{\lambda_p^2 - \lambda^2}}$$

и затем отсюда определить положение точки, где достигается критическая плотность при заданной частоте ω :

$$x_{cr}(\omega) = a + \frac{c}{\pi} \int_0^{\omega} \frac{d\varphi}{d\omega^*} \frac{d\omega^*}{\sqrt{\omega^2 - \omega^{*2}}}.$$

§ 2.3. Циклотронная СВЧ-диагностика температуры

Данная диагностика основана на измерениях частотного спектра мощности магнито-тормозного излучения плазменных электронов [6, 9]. Особенно широко данная диагностика применяется в токамаках и стеллараторах [6]. Параметры современных установок этого типа таковы, что в них электронная циклотронная частота и ее гармоники лежат в СВЧ диапазоне длин волн (0,5 - 5мм). Существенно также, что в токамаках зависимость тороидального магнитного поля от большого радиуса R может быть найдена из простого соотношения $B(R) = \frac{B_0 R_0}{R}$, где величины с индексом нуль взяты с центре шнура. В этом случае гармоники электронно-циклотронной частоты излучаются из области с радиусом, определяемым резонансным условием $\omega = n\omega_{ce}(R)$.

Если плазма достаточно плотная и горячая, то длина поглощения излучения на гармониках электронно-циклотронной частоты становится малой по сравнению с характерными размерами, на которых меняются параметры плазмы и магнитное поле. Тогда спектр излучения для этих частот становится "черным". Мощность излучения при этом не зависит от плотности и определяется температурой электронов в данной точке $I_n = \frac{\omega^2 T_e(R)}{8\pi^3 c^2}$. Это позволяет измерять радиальный профиль электронной температуры с приемлемой точностью (лучше 10 %).

Частота излучения, наблюдаемая под углом θ к магнитному полю, зависит от скорости частицы \vec{v} и равна $\omega = \frac{n\omega_{ce}\sqrt{1-(v/c)^2}}{1-v_{\parallel} \cos\theta/c}$.

Линия излучения уширяется за счет эффекта Доплера, связанного с тепловым движением электронов вдоль магнитного поля, и релятивистской зависимостью массы от скорости. Локальность измерений определяется именно уширением линии вследствие указанных механизмов. Обычно измерения ведутся в направлении, перпендикулярном магнитному полю, так что уширение определяется релятивистским эффектом и равно (для максвелловского распределения электронов) $\Delta\omega \approx n\omega_{ce}\sqrt{2\pi} \cdot \frac{T_e}{mc^2}$. Отсюда можно оценить пространственное разрешение метода, которое оказывается равным $\Delta R \approx \sqrt{2\pi} \cdot \frac{T_e}{mc^2} \cdot \frac{B}{dB/dR}$.

Отметим некоторые принципиальные трудности, возникающие при использовании данного метода измерений $T_e(R)$:

1. В условиях токамака существенную ошибку может вносить надтепловое излучение убегающих электронов.
2. Длина пробега излучения может оказаться не слишком мала, так что излучение на данной гармонике не является "черным".
3. Профиль поля искажается за счет конечного давления плазмы.
4. В крутых токамаках с малым аспектным отношением изменение магнитного поля по большому радиусу может быть таким

большим, что может произойти пересечение соседних циклотронных гармоник на разных радиусах.

5. Для определенных поляризаций волны в плазменном шнуре могут возникать зоны непрозрачности, так что волна не может выйти из плазмы.

6. В достаточно плотной плазме с $\omega_{pe} \geq \omega_{ce}$, когда показатель преломления отличается от единицы, необходимо учитывать дисперсию плазмы.

§ 2.4. Резонаторные методы

Резонаторные методы основаны на измерении сдвига собственных частот резонатора, внутрь которого помещена плазма. Если сдвиг частот достаточно мал, для его определения можно использовать теорию возмущений (см., например, [10]).

Искомый сдвиг частоты (без учета поглощения) равен интегралу по объему резонатора от локального изменения диэлектрической проницаемости из-за присутствия плазмы, взятого с весом плотности энергии электрического поля данной моды колебаний:

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\int |E|^2 \delta\varepsilon \cdot dV}{\int |E|^2 dV}.$$

Поскольку сдвиг частоты зависит от пространственного распределения как плотности плазмы, так и плотности энергии колебаний, в принципе, измеряя сдвиги частот для мод с разными профилями поля, можно пытаться восстановить пространственный профиль плотности плазмы.

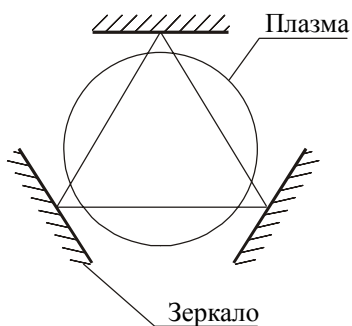


Рис. 7. Измерение плотности плазмы с помощью квазиоптического резонатора

Иллюстрацией применения этого подхода может служить, например, измерение сдвига частот квазиоптического резонатора, составленного из зеркал, установленных вблизи плазмы (рис. 7).

§ 2.5. Аппаратура для СВЧ-диагностики плазмы

Источники излучения в СВЧ диапазоне длин волн (0,1мм - 10см)

Для генерации излучения в СВЧ-диапазоне используются следующие источники :

1. **Молекулярные лазеры.** Используются для генерации излучения в диапазоне длин волн от 0,1 до 1мм. В лазерах субмиллиметрового и миллиметрового диапазонов используются вращательные переходы, которые, вообще говоря, характеризуются более низкими энергиями, чем колебательные. Характерные длины волн используемых в СВЧ-диагностике лазеров приведены на рис. 2. Дополнительно, некоторые характеристики используемых источников излучения приведены в табл. 1.

2. **Магнетроны/клистроны.**

3. **Лампы обратной волны.**

4. **Диоды Ганна.** В некоторых полупроводниках (например, в GaAs с электронной проводимостью, который исследовался Дж. Ганном в 1963 г.) при протекании тока имеет место ситуация, когда дифференциальное сопротивление образца оказывается отрицательным. Характерная *N*-образная вольтамперная характеристика такого полупроводника приведена на рис. 8. Генерация возникает, если среднее электрическое поле в образце превышает E_I . При этом возникает неустойчивость, вызывающая образование домена Ганна - области двойного электрического слоя с высокой плотностью зарядов. Поле в области домена больше критического, а вне него меньше. Домен образуется вблизи катода и движется в сторону анода со скоростью, близкой к скорости дрейфа электронов. Приходы последовательных доменов на анод вызывают всплески тока с частотой, которая может достигать нескольких ГГц. Эту последовательность пиков можно использовать для раскачки

колебаний в резонаторе, получая таким образом колебания на нужной частоте.

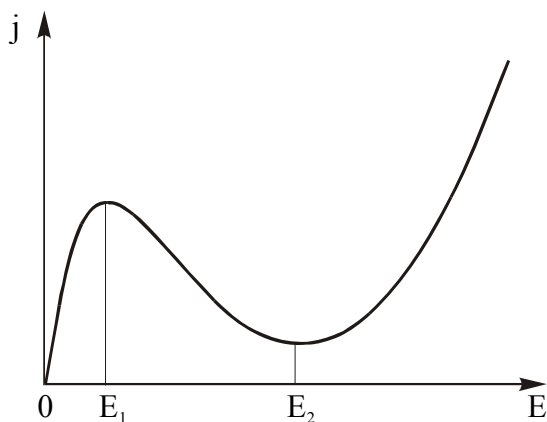


Рис. 8. Примерная зависимость плотности тока от электрического поля в полупроводнике

Волноводы. Для передачи СВЧ волн на расстояние используются металлические или диэлектрические волноводы. Создание эффективно работающей диагностики требует, чтобы затухание в волноводе было достаточно мало и, кроме того, поляризация волны в волноводе не должна существенно меняться при передаче. Наиболее часто используются моды EH_{11} диэлектрического и TE_{11} металлического волноводов круглого сечения [11,12]. Это обстоятельство связано с тем, что структура поля этих мод близка к структуре поля линейно поляризованной волны (рис. 9).

Несимметричные собственные моды диэлектрического волновода, такие, например, как EH_{11} , имеют продольные компоненты как магнитного, так и электрического полей. Следует отметить, что в металлическом волноводе с идеально проводящими стенками таких волн не существует. Все собственные моды такого волновода делятся на чисто поперечные электрические (такие, как упоминавшаяся мода TE_{11}) и поперечные магнитные (ТМ) моды, не связанные друг с другом.

Постоянные затухания мод EH_{11} и TE_{11} пропорциональны соответственно:

$\alpha_{EH_{11}} \propto \frac{\lambda^2}{D^3}; \alpha_{TE_{11}} \propto \frac{1}{D}$. Здесь λ - длина волны, D - диаметр волно-

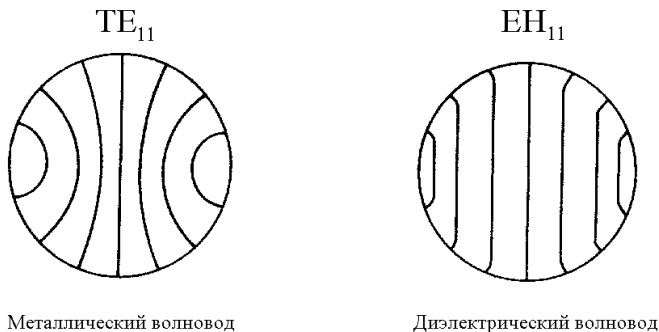


Рис. 9. Силовые линии электрического поля в волноводах различных типов при распространении TE_{11} и EH_{11} мод

вода. Из этих выражений видно, что выгодно использовать так называемые сверхразмерные волноводы, у которых поперечник намного больше длины волны. Существенно, что с увеличением диаметра и уменьшением длины волны диэлектрические волноводы становятся более выгодными (рис. 10).

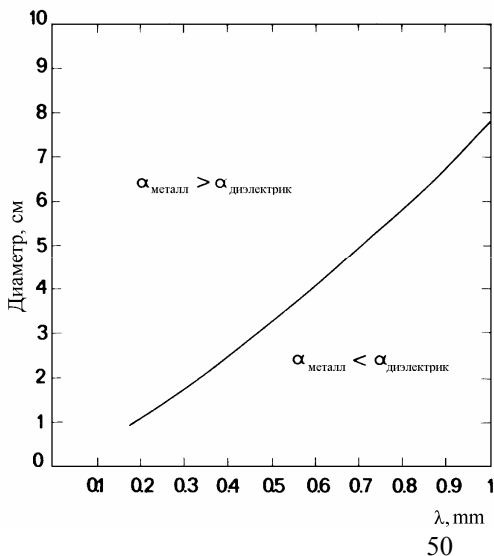


Рис. 10. Зависимость коэффициента затухания TE_{11} и EH_{11} мод от длины волны

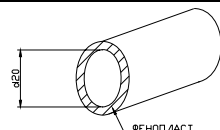
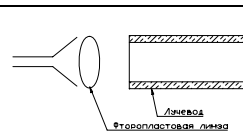
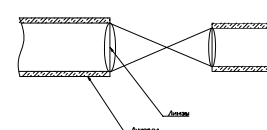
При использовании круглых волноводов могут возникнуть проблемы с поляризацией волны. Малейшие неоднородности волновода приводят к появ-

лению высших циркулярно поляризованных волн, а следовательно, к изменению поляризации исходной. Особенно эта проблема серьезна для металлических волноводов, где из этих высших гармоник имеют затухание меньшее, чем у основной моды.

Для сверхразмерных волноводов имеется вариант конструкции, когда диэлектрический стержень отсутствует вообще и волна практически распространяется в пустом пространстве. В этом случае, чтобы избежать излучения в окружающее пространство и паразитных отражений, стенки волновода, или как его в этом случае называют, "лучевода", делаются из поглощающего материала. Потери мощности в таком лучеводе определяются дифракционной расходимостью волны и могут быть относительно малы, поскольку диаметр много больше длины волны. Устройство и назначение некоторых квазиоптических элементов, используемых при создании систем СВЧ-диагностики, приведено в табл. 2.

Таблица 2

Характеристики и конструкция квазиоптических элементов

Элемент	Устройство	Затухание	Примечание
1	2	3	4
Лучевод		0.8-1.5 дб./м	Представляет собой металлическую трубу с вставкой из поглощающего материала (фенопласта)
Переход волновод-лучевод		3.5 дб./м	Коэффициент стоячей волны ≤ 1.2
Трансформатор диаметра пучка		1 дб./м	

Окончание табл. 2

1	2	3	4
Изолирующий отрезок лучевода			Служит для гальванической развязки различных частей установки
Аттенуатор (поляризатор)	 <p>ОТХОДЯЩАЯ РЕШЕТКА</p>		Коэффициент прохождения зависит от угла между проволочками и \vec{E} волны
Делитель пучка	 <p>ВРАЩАЮЩАЯСЯ РЕШЕТКА</p>		Компонента \vec{E} , перпендикулярная проволочкам, – проходит, а параллельная – отражается
Согласованная нагрузка			Волна поглощается при падении на торец из фенпласта с конусным углублением
Амплитудный модулятор	 <p>ВОЗМОЩАЮЩАЯ РЕШЕТКА</p>		Возможна модуляция с частотой ~ 100 Гц
Линия задержки – фазовращатель	 <p>УГОЛКОВЫЙ ОТРАЖАТЕЛЬ</p>		

Рупоры. Для зондирования плазмы необходимы направленные пучки СВЧ-излучения, которые формируются с помощью специальных рупорных антенн (рупоров) [13]. Простейший рупор представляет собой расширяющийся открытый на конце кусок волновода. Наиболее широко применяются конические или пирамидальные рупоры. Рупор можно рассматривать как волновод с постепенно меняющимся расстоянием между стенками. При этом структура распространяющихся в таком волноводе собственных мод очень близка к обычным волноводным волнам, только появляется некоторая "изогнутость" волнового фронта, поскольку электрическое поле должно быть перпендикулярно стенке.

На практике довольно часто для зондирования плазмы используется мода H_{10} прямоугольного волновода. Размеры волновода выбираются такими, чтобы эта мода была единственной, а моды с большими индексами приданной частоте не распространялись. При переходе через горлышко рупора, вообще говоря, генерируются высшие моды небольшой амплитуды, но, поскольку они быстро затухают, волна переходит из волновода в рупор с сохранением структуры (т.е. сохраняются индексы волны и направление полей в ней). Можно сказать, что горлышко рупора играет роль фильтра, не пропуская высшие волны к открытому концу [13]. Коэффициент отражения волноводной волны от перехода в рупор обычно мал, если переход достаточно плавный, а частота волны не слишком близка к критической для данного волновода ($\omega_{крит.} \approx c/a$) (рис. 11).

Обычно изучаемая плазма размещается достаточно далеко от рупорного излучателя $z \gg \sqrt{\lambda R_{рупора}}$ (здесь $R_{рупора}$ - характерный поперечный размер выходного отверстия рупора).

Тогда для вычисления распределения поля в плазме можно использовать приближение Фраунгофера. Поскольку открытый конец рупора имеет большой размер, можно добиться малой угловой расходимости излучения из рупора - $\Delta\theta \propto \lambda/R_{рупора} \ll 1$.

Для этого необходимо "исправить" фазовые искажения, возникающие из-за того, что поверхности равной фазы у волн в ру-

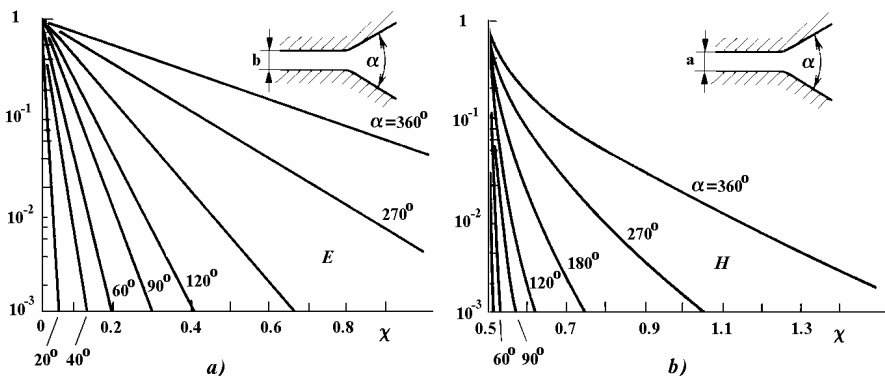


Рис. 11. Коэффициент отражения волны H_{10} от перехода волновод – рупор: а - рупор расширяется в плоскости E ; $\chi = b / \lambda$, где $\lambda = \lambda_0 / \sqrt{1 - (\lambda_0 / 2a)^2}$ - продольная длина волны в волноводе, индексом ноль обозначена длина волны в свободном пространстве; б - рупор расширяется в плоскости H ; $\chi = a / \lambda$

рупоре искривлены. Это достигается с помощью линз, устанавливаемых на выходе рупора. При этом очень важно, что в рупоре, из-за его фильтрующих свойств, отсутствуют высшие моды, которые могли бы ухудшить диаграмму направленности (так как они распространяются под большими углами к оси, чем основная мода).

§ 2.6. Задачи

1. Плотность плазмы на оси шнура в амбиоплярной ловушке ГАММА-10 (Цукуба, Япония) достигает $2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Какие частоты подходят для измерений такой плотности методом отсечки СВЧ-излучения?

2. Найти выражение для угла рефракции луча в плазме цилиндрической симметрии с профилем плотности $n(r) = n_0(1 - r^2/a^2)$, предполагая, что $\omega \gg \omega_{pe}$. Найти максимум угла рефракции.

3. Часто силовые линии магнитного поля в плазме имеют шир. Это означает, что зондирующая волна, первоначально поляризованная вдоль поля, затем при распространении в плазме приобретает перпендикулярные компоненты, т.е. становится не чисто обыкновенной волной. Оценить возникающую в измерениях ошибку, рассматривая фазовый сдвиг в двух предельных случаях обыкновенной и необыкновенной волн для плазмы со следующими параметрами $n_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $B = 6T$, частота волны $f = 10^{12} \text{ Гц}$.

4. Оценить затухание волны с $\lambda = 4\text{мм}$ в лучевом с диаметром $D=32\text{мм}$, считая стенки абсолютно поглощающими.

5. Получить выражение $x_{cr}(\omega)$, применяемое в методе многочастотной рефлектометрии плазмы для восстановления профиля плотности.

6. Найти ширину линии излучения плазмы вблизи циклотронной частоты ω_{ce} в плазме с температурой 30 кэВ, характерной для установки JET.

Библиографический список

1. Голант В.Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. М.: Наука, 1968.

2. Heald, M.A. and Wharton, C.B. Plasma Diagnostics with Microwaves, New York: Wiley. 1965.

3. Jahoda, F.C. and Sayer, G.A. (1971). Optical refractivity of plasmas. In Methods of Experimental Physics. R.H.Lovberg and H.R.Griem, eds. Vol. 9B. New York: Academic.

4. Малых Н.И., Рождественский В.В. Диагностика плазмы в субмиллиметровом диапазоне волн. Диагностика плазмы / Под ред. М.И. Пергамент. М.: Энергоатомиздат, 1986. Вып. 5. С. 89.

5. Малых Н.И., Горбунов Е.П., Ямпольский Е.С., Диагностика плазмы / Под ред. М.И.Пергамент. М.: Энергоатомиздат, 1981. Вып. 4(1). С. 125.

6. Costley A.E., In Proc. of the course "Diagnostics for fusion reactor conditions", International School of Plasma Phys., Varenna, Italy, (1982). Vol. 1. P. 129.

7. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория), 2-е изд. М.: Физматгиз, 1963. С. 197 - 199.
8. Мигдал А.Б. Качественные методы в квантовой теории. М.: Наука, 1975. С. 125 - 129.
9. Трубников Б.А., Бажанова А.Е. Физика плазмы и проблема УТС / Под ред. М.А. Леонтовича. М., 1959. Вып. 3, С. 141.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. 2-е изд. М.: Наука, 1982. С. 428 - 433.
11. Veron, D. (1979). In *Infrared and Millimeter Waves*. K.J.Button, ed., Vol. 2. New York: Academic.
12. Luhmann, N.C. (1979). In *Infrared and Millimeter Waves*. K.J.Button, ed., Vol. 2. New York: Academic.
13. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. С. 197 - 211.

Глава 3. ПАССИВНАЯ КОРПУСКУЛЯРНАЯ ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ

Корпускулярная диагностика плазмы основывается на изучении процессов взаимодействия ионов и электронов плазмы с находящимися в ней атомами (или ионами). *Пассивная* корпускулярная диагностика основана на изучении потоков испускаемых плазмой частиц, которые несут информацию о ее температуре, плотности и т.д. В системах с магнитным удержанием речь идет чаще всего о исследовании потоков атомов из плазмы, поскольку заряженные частицы удерживаются магнитным полем и не выходят за пределы плазменного шнура.

В исследованиях по управляемому термоядерному синтезу в большинстве случаев плазма достаточно горячая и вследствие этого полностью ионизована. Появление атомов в плазме может быть вызвано несколькими причинами. Первая из них - проникновение атомов с периферии. Для молекул водорода, попавших в периферийную плазму из пристеночной области, основным каналом взаимодействия является образование молекулярных ионов H_2^+ в результате ионизации электронами: $H_2 + e \rightarrow H_2^+ + 2e$.

Далее происходит диссоциация иона H_2^+ , в результате которой образуются так называемые франк-кондоновские атомы с энергией 2 - 4эВ, близкой к энергии диссоциации молекулы. Для франк-кондоновских атомов основным процессом взаимодействия с плазмой является резонансная перезарядка на более горячих ионах плазмы, что приводит к появлению потока вторичных горячих атомов, способных более глубоко проникнуть в плазму.

Если длина пробега атома относительно ионизации λ_i , а длина пробега относительно перезарядки λ_{ch} , то ионизации предшествует $N = \lambda_i / \lambda_{ch}$ актов перезарядки. Поскольку после каждой перезарядки атом меняет направление случайным образом, то проникновение атома внутрь плазмы имеет диффузионный характер и длина проникновения оценивается как $l \sim \sqrt{N} \lambda_{ch} = \sqrt{\lambda_i \lambda_{ch}}$.

В плотной горячей плазме проникновение атомов с периферии за счет описанного механизма затруднено и образование атомов внутри происходит в основном плазмы за счет фоторекомбинации (или, если плазма достаточно плотная, за счет тройной рекомбинации). Для водорода скорость фоторекомбинации определяется выражением $\gamma \approx 4 \cdot 10^{-13} / T_e^{1/2} (\text{эВ}) \text{ см}^3/\text{с}$ [1], и равновесная плотность атомов, определяемая равенством скоростей фоторекомбинации и ионизации электронами, составляет $n_a \approx \gamma n_e / \langle \sigma_i v_e \rangle$. Для плазмы с плотностью $n_e \approx 10^{14} \text{ см}^{-3}$, температурой электронов $T_e \approx 1 \text{ кэВ}$, равновесная плотность атомов оценивается величиной $n_a \approx 10^8 \text{ см}^{-3}$.

Третья причина появления атомов в плазме - инжекция пучков быстрых атомов для нагрева или диагностики плазмы. *Активная* корпускулярная диагностика плазмы, основанная на использовании специальных диагностических пучков быстрых атомов, будет рассмотрена в следующей лекции.

Измерение параметров вторичных атомов перезарядки из плазмы в первую очередь представляет интерес для определения энергетического спектра ионов плазмы.

Способы анализа вылетающих из плазмы атомов перезарядки зависят от их энергии. При энергии атомов свыше 1 кэВ наиболее естественным является анализ энергетического спектра ионов, образовавшихся из атомов перезарядки, при прохождении через газовую обдирочную камеру.

Газовая обдирочная камера (рис. 1) представляет собой трубку, в которую напускается газ. При столкновениях атомов с молекулами газа в трубке происходит изменение их зарядового состояния, т.е. после прохождения обдирочной камеры часть атомов конвертируется в ионы. Эффективное сечение обдирки равно сумме сечений ионизации и перезарядки быстрых атомов водорода при столкновении с атомами или молекулами газа.

Помимо процессов, приводящих к образованию ионов из первичного потока атомов, идут также и процессы обратного перехода при перезарядных столкновениях. В результате на выходе из мишени длиной L и плотностью n устанавливается следующее соотношение между потоками ионов I_+ и атомов I_0 [2]:

$$I_+ / (I_+ + I_0) = \sigma_{01} / (\sigma_{01} + \sigma_{10}) (1 - \exp(-(\sigma_{01} + \sigma_{10})nL)),$$

где σ_{01} и σ_{10} - соответственно полные сечения обдирки и нейтрализации частиц в мишени.

Вклад обратных процессов несуществен, если произведение плотности газа на длину обдирочной камеры (линейная плотность мишени) достаточно мало $n \cdot L \ll 1$. В этом случае говорят о “тонкой” мишени. В обратном предельном случае “толстой” мишени в ней устанавливается равновесие между обдиркой атомов в мишени и обратными процессами с захватом электронов. Тогда соотношение между количеством ионов и атомов в пучке не зависит от линейной плотности мишени и равно, очевидно, $I_+ / I_0 = \sigma_{01} / \sigma_{10}$.

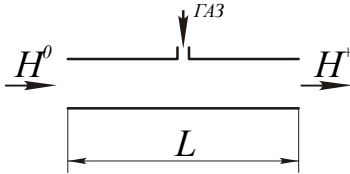


Рис. 1. Схема камеры обдирки

Чтобы получить достаточно большой коэффициент преобразования атомов в ионы, линейная толщина обдирочной мишени в камере должна составлять $nL \sim (0,01 \div 0,5) / \sigma_i$. Применение более толстой равновесной мишени обычно оказывается нецелесообразным из-за возрастания роли углового рассеяния и искажения энергетического спектра образующихся быстрых ионов вследствие многократных процессов обдирки и перезарядки.

Сечение обдирки имеет величину $\sim 10^{-16} \text{ см}^{-3}$, и, например, при длине обдирочной камеры $L \sim 30$ см плотность газа в мишени должна составлять в оптимальных условиях $\sim 10^{13} - 10^{14} \text{ см}^{-3}$. При такой плотности истечение газа из трубки является бесстолкновительным (кнудсеновским) и время вытекания газа из трубки по порядку величины равно L^2 / av_a , где a – диаметр трубки,

а v_a – тепловая скорость частиц газа. Обдирочная мишень в камере может быть как импульсной так и стационарной. Для импульсного напуска газа особенно часто используются два типа клапанов: электромагнитные [3] и пьезоэлектрические [4]. Электромагнитный клапан может обеспечить более короткие импульсы напуска газа, но требует защиты от внешнего магнитного поля. При стационарной подаче газа в обдирочную камеру следует использовать дифференциальную откачку для снижения потоков газа на плазму и в анализатор. Кроме того, в качестве стационарных мишеней можно использовать сверхтонкие пленки (толщиной до несколько десятков ангстрем) из материалов с небольшим Z , таких как углерод, бериллий, углеводородные соединения и т.д.

§ 3.1. Анализ частиц по энергиям и импульсам

Для измерения энергий образующихся в камере обдирки ионов может быть использовано электростатическое поле, магнитное поле или их комбинация. При использовании электростатического поля уравнение движения иона выглядит следующим образом:

$$m \frac{dv}{dt} = m (v \nabla v) = eE$$

или

$$\nabla (mv^2/2 + e\varphi) = 0,$$

т.е. траектория частицы определяется только ее энергией. Это означает, что электростатическое поле обеспечивает анализ частиц по энергии.

В статическом магнитном поле движение иона описывается уравнением

$$m (v \nabla v) = e/c [vH]$$

или

$$p(\nabla p) = e/c [pH]$$

и, следовательно, статическое магнитное поле может быть использовано для анализа по импульсам. В комбинированном электрическом и магнитном полях возможен одновременный анализ по энергии и импульсу или по выбору экспериментатора по энергии и массе.

Основными понятиями, которыми пользуются при рассмотрении различных анализаторов частиц по энергиям и импульсам, являются понятия основной траектории, энергии настройки (W_0) и дисперсии анализатора. Базовым понятием является также разрешение анализатора, которое определяется минимальной разностью энергий (ΔW_0) двух монохроматических пучков, которая может быть измерена анализатором: $\rho = \frac{\Delta W_0}{W_0}$. Обратной разрешению величина $R = 1/\rho$ называется разрешающей способностью.

Рассмотрим эти основные характеристики на примере наиболее простого энергоанализатора, каким является плоский электростатический конденсатор (рис. 2). Направим ось x вдоль пластин конденсатора, а ось y – вдоль электрического поля.

Проходя через центр входной щели, ионы с нулевым углом входа двигаются вдоль основной траектории, которая является в данном случае параболой $y = \frac{eUx^2}{dE_i}$, и смещаются на выходе из конденсатора вдоль поля на расстояние $y(L) = eUL^2/dE_i$, где $2U$ – величина напряжения на пластинах, d – зазор между пластинами, L – длина пластин, E_i – энергия ионов. На выходе из конденсатора основная траектория проходит через центр выходной щели.

Пусть расстояние между центрами входной и выходной щели равно y_0 (т.е. $y(L)=y_0$). Тогда энергия настройки должна быть равна $E_i = W_0 = \frac{eUL^2}{y_0 d}$. Еще один важный параметр анализаторов частиц – это дисперсия, которая для плоского конденсатора определяется как $D = W_0 \frac{dy_0}{dW_0}$ [5,6] и равна y_0 .

Моноэнергетический поток ионов, пройдя через входную щель анализатора, будет увеличивать ширину из-за углового разброса. На выходе его ширина составит $s_2 = s_1 + \delta\alpha L$, где s_1 – ширина входной щели, $\delta\alpha$ – угловой разброс. Разрешение по энергии будет определяться шириной моноэнергетического потока и величиной дисперсии:

$$\rho = \frac{\Delta W_0}{W_0} = \frac{s_2}{D} = \frac{s_1 + \delta\alpha L}{y_0}.$$

В случае, если входная щель имеет достаточно малую ширину, разрешение определяется угловым разбросом потока ионов. Вследствие этого, если поток атомов перезарядки из плазмы имеет большой угловой разброс, использование плоского конденсатора часто не позволяет получить требуемое энергетического разрешение. В этом случае следует применять анализаторы с фокусировкой на углу, которые рассмотрены ниже.

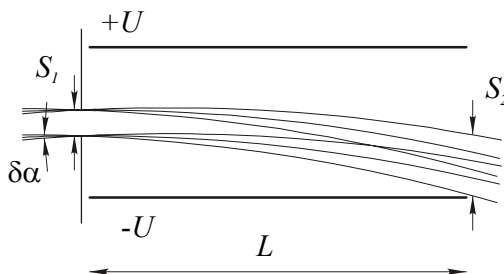


Рис. 2. Анализ по энергиям с помощью плоского конденсатора

Одним из наиболее часто используемых анализаторов с фокусировкой по углу является плоский конденсатор с углом влета $\alpha = 45^0$ (рис. 3). Основная траектория опять представляет собой отрезок параболы, проходящей через центры входной и выходной щели. Поскольку расстояние между точками влета и вылета иона равно $x = \frac{2E_i d \sin 2\alpha}{eU}$, то $\frac{dx}{d\alpha} = 0$, что обеспечивает фокусировку по углу первого порядка. Разрешение, характеризующее точность определения энергии, равно

$$\rho = \frac{S_1 + S_2}{d} + 2\delta\alpha^2 + \frac{1}{2} \cdot \delta\gamma^2,$$

где S_1, S_2 – ширина входной и выходной щелей анализатора, $\delta\alpha$ и $\delta\gamma$ – угловой разброс частиц в плоскости рисунка, и перпендикулярно ей.

Другим энергоанализатором с фокусировкой по углу является цилиндрический дефлектор (анализатор Юза - Рожанского), схема-

тически показанный на рис. 4. Основная траектория в нем соответствует влету частицы в цилиндрический зазор между пластинами по касательной к эквипотенциали $r_0 = \sqrt{r_1 r_2}$ и дальнейшему движению вдоль нее.

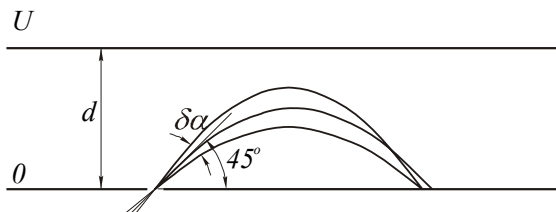


Рис. 3. Электростатический анализатор с поворотом частиц на 45°

Энергия настройки для такого анализатора составляет $W_0 = eU / \ln \frac{r_2}{r_1}$. Если частица

влетает в анализатор под некоторым углом к основной траектории, она начинает совершать радиальные колебания с полупериодом по углу $\theta = \pi / \sqrt{2} = 127^\circ 17'$. Таким образом частицы, влетающие в конденсатор с некоторым угловым разбросом, через $\sim 127^\circ$ совершат полпериода радиальных колебаний и будут сфокусированы. Дисперсия по скоростям анализатора Юза-Рожанского $\frac{dr}{dv} = \frac{2r_0}{v_0}$, где v_0 - скорость частицы на основной траек-

тории. Цилиндрический дефлектор и 45-градусный конденсатор обеспечивают фокусировку по углу в одном направлении. Для обеспечения фокусировки по углу в двух направлениях используют анализатор типа цилиндрическое зеркало (рис. 5).

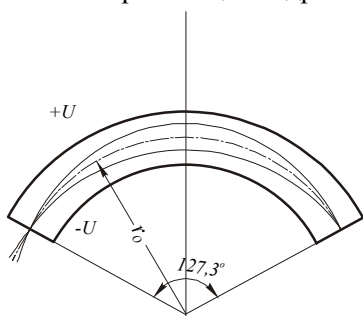


Рис. 4. Анализатор Юза - Рожанского

Входное отверстие находится на оси двух цилиндрических электродов радиусами r_1 и r_2 , между которыми прикладывается анализирующее напряжение. Такой анализатор обеспечивает угловую фокусировку второго порядка при $\Theta_0 = 42^\circ 20'$.

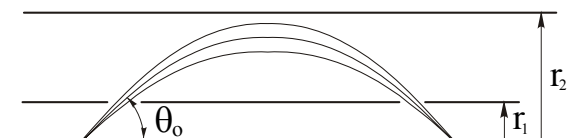


Рис. 5. Анализатор типа “цилиндрическое зеркало”

Наиболее простым и часто применяемым магнитным анализатором с фокусировкой по углу является 180° анализатор с однородным магнитным полем, показанный на рис. 6. Размер изображения на выходе для точечного источника, определяемый угловым разбросом, составляет $s \approx R\delta\alpha^2$. Кроме того, фокусировка по углу обеспечивается также секторным магнитным полем, а в магнитном поле, образованном круглыми полюсами (рис. 7), обеспечивается фокусировка по углу второго порядка, т.е. размер изображения точечного источника будет равен $\approx R\delta\alpha^3$.

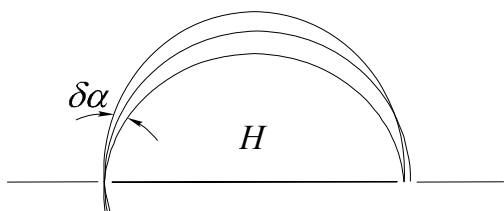


Рис. 6. Магнитный анализатор с однородным полем

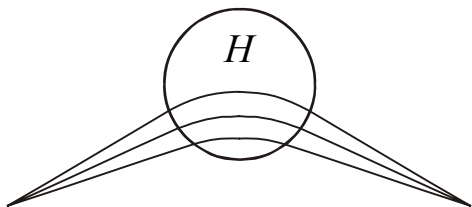


Рис. 7. Магнитный анализатор с угловой фокусировкой второго порядка

Одновременное определение энергии и массы ионов осуществляется в классическом анализаторе Томсона с параллельными электрическим и магнитным полями (рис. 8). Регистрация частиц ведется в плоскости x, y на расстоянии L от магнита. Для малых углов отклонения координаты частицы в этой плоскости равны $x = L \delta\alpha_x = L \Delta v_x / v$ и $y = L \delta\alpha_y = L \omega_H \tau$. Исключив из этих соотношений скорость иона, получим $y^2 \sim (q/M)x$ - уравнение параболы Томсона с параметром M/q .

В 80 – 90-х гг. в ведущих лабораториях мира для измерения энергетического спектра атомов перезарядки на ряде токамаков, стеллараторов и открытых ловушек использовался пятиканальный анализатор с комбинированными полями [7], разработанный в Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе (С.-Петербург). Схема этого анализатора показана на рис. 9. Определение параметров образующихся после обдирки в газовой мишени ионов производится в нем либо магнито-электрическим анализом, что обеспечивает возможность масс-анализа наряду с энергетическим анализом, либо двойным электрическим анализом. В последнем случае роль цилиндрических конденсаторов в каждом из каналов сводится к уменьшению фоновых потоков частиц и излучения из плазмы.

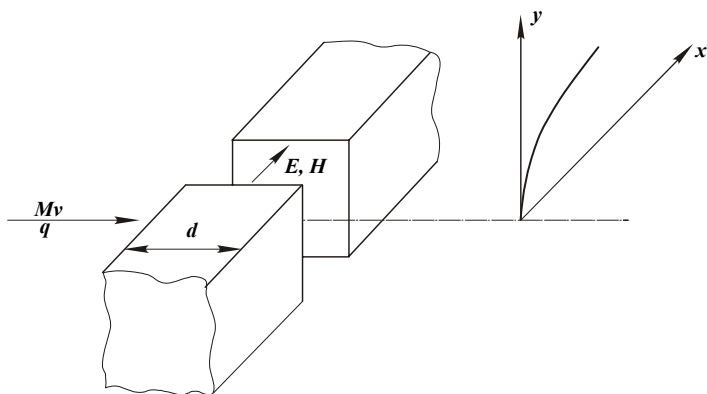


Рис. 8. Анализатор Томсона

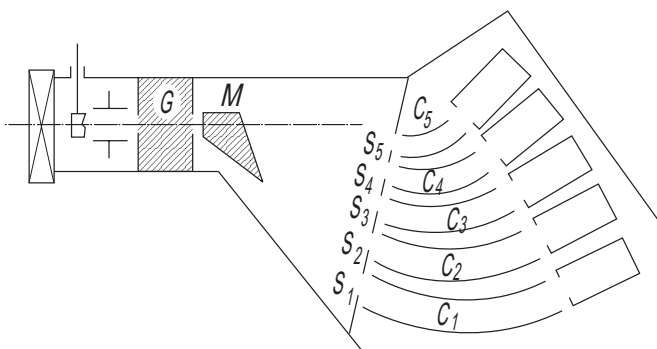


Рис. 9. Многоканальный анализатор с комбинированными полями: G – газовая обдирочная камера, M – анализирующий магнит (заменяется на плоский конденсатор для двойного электрического анализа); S_{1-5} – входные щели, C_{1-5} – каналные конденсаторы

Анализатор имеет встроенный подвижный термоионный источник, позволяющий производить оперативную калибровку каналов. За калибровочным источником располагается плоский конденсатор для отсечки потоков заряженных частиц из плазмы (см. рис. 9). Для исключения влияния рассеянных магнитных полей на движение ионов и работу вторичных электронных умножителей системы регистрации толстостенный корпус анализатора изготовлен из магнитомягкой стали “армко”.

§ 3.2. Электронно-оптические элементы, используемые в диагностической аппаратуре

Использование фокусировки потока ионов после обдирочной камеры электростатическими или магнитными линзами позволяет значительно увеличить поток ионов в анализатор. Кроме того, использование ионно-оптических систем, фокусирующие свойства которых зависят от энергии частиц, позволяет получить пространственную картину потока атомов перезарядки определенной энергии из плазмы. В некоторых случаях это позволяет в сочетании

с математическим моделированием получать полезную информацию о распределении нейтрального газа в плазме, областях движения различных групп быстрых ионов и т.д.

Рассмотрим фокусировку ионов аксиально-симметричными электростатическими линзами [5, 6]. Простейшая электростатическая линза состоит из двух соосных трубчатых электродов, между которыми расположена диафрагма с отверстием для прохождения пучка (рис. 10). Будем считать, что потенциал электродов-трубок с обеих сторон равен нулю, а центральный электрод-диафрагма находится под положительным потенциалом, то есть подтормаживает ионы.

Такая линза является фокусирующей. Как следует из картины эквипотенциалей, на входе и выходе линзы электрическое поле направлено по радиусу, а вблизи центрального электрода - к оси.

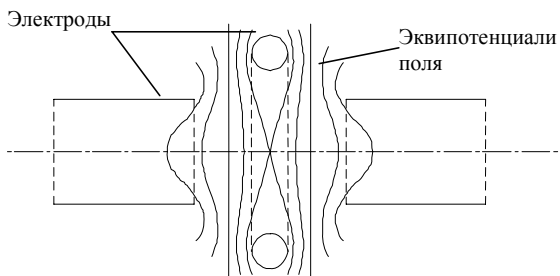


Рис. 10. Электростатическая линза для фокусировки пучков заряженных частиц

Фокусирующее действие линзы связано с тем, что центральную часть ион проходит с меньшей скоростью и суммарный поперечный импульс иона при прохождении через линзу оказывается направленным к оси. Пусть начальная энергия частиц на входе в линзу равна eU_0 . Чтобы вычислить фокусное расстояние линзы, необходимо найти угол отклонения в ней частицы, двигающейся на определенном расстоянии от оси. Для этого необходимо использовать уравнение движения в параксиальном приближении:

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = eE_r \quad (1)$$

и закон сохранения энергии в виде

$$\frac{mv^2}{2} = eU = e \cdot (U_0 - \phi).$$

Преобразуем левую часть уравнения (1), используя скорость, выраженную через значение потенциальной функции U ($r=0, z$) на оси:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d}{dt} \frac{dr}{dt} = v \frac{d}{dz} \left(v \frac{dr}{dz} \right) = 2 \frac{e}{m} \sqrt{U} \frac{d}{dz} \left(\sqrt{U} \frac{dr}{dz} \right).$$

В правой части заменим E_r , используя парааксиальной приближение, с помощью соотношения $E_r = -\frac{r}{2} \frac{\partial^2 \varphi(r=0, z)}{\partial z^2} = \frac{r}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$. В результате получим в окончательном виде

$$\frac{d}{dz} \left(\sqrt{U} \frac{dr}{dz} \right) = \frac{r}{4} \frac{U''}{\sqrt{U}}.$$

Проинтегрировав это уравнение от начала до конца линзы в предположении, что она достаточно тонкая, т.е. считая изменение радиуса при прохождении линзы малым, получим выражение для угла наклона траектории к оси:

$$\frac{dr}{dz} = \frac{r}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{U_0}} \int \frac{U''}{\sqrt{U}} dz = -\frac{r}{f}$$

и соответственно для фокусного расстояния линзы [6]:

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{4\sqrt{U_0}} \int \frac{U''}{\sqrt{U}} dz.$$

Аналог электростатической линзы - магнитная линза представляет собой короткий соленоид. Для усиления поля на оси линзы применяется магнитопровод из стали с разрезом на внутренней стороне (рис. 11).

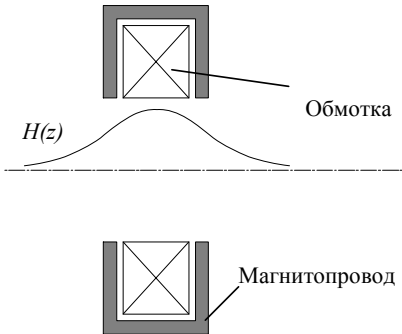


Рис. 11. Бронированная магнитная линза

Механизм фокусировки магнитной линзой заключается в следующем. В начале, за счет взаимодействия продольной скорости с радиальным магнитным полем, ион приобретает азимутальную скорость. Действие продольного магнитного поля на азимутальную скорость приводит к появлению радиальной фокусирующей силы.

Независимо от направления магнитного поля короткая магнитная линза всегда фокусирует. Получим выражение для фокусного расстояния линзы в парааксиальном приближении. Запишем уравнение движения иона в цилиндрической системе координат:

$$m(r - r \dot{\varphi}^2) = \frac{e}{c} r \dot{\varphi} H_z;$$

$$\frac{d}{dt}(mr^2 \dot{\varphi}) = r \frac{e}{c} (v_z H_r - v_r H_z).$$

Записывая магнитное поле в парааксиальном приближении - $H_r = -\frac{r}{2} \frac{\partial H_z}{\partial z}$, преобразуем второе из этих уравнений к виду

$$\frac{d}{dt}(mr^2 \dot{\varphi}) = \frac{e}{c} \left(\frac{r^2}{2} \frac{\partial H_z}{\partial z} \frac{dz}{dt} + r \frac{dr}{dt} H_z \right) = \frac{e}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{r^2}{2} H_z \right).$$

Отсюда после интегрирования получим, что $\dot{\varphi} = \frac{eH}{2mc}$, т.е. угловая скорость вращения иона по траектории вдвое меньше циклотронной частоты. Используя это соотношение, после преобразования получаем уравнение радиального движения:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{eH^2}{8mc^2 U} = 0$$

и, следовательно, выражение для фокусного расстояния тонкой линзы окончательно приобретает вид

$$\frac{1}{f} = \frac{e}{8mc^2 U} \int H^2 dz.$$

Полученное выше выражение для фокусного расстояния магнитной линзы для оценок полезно представить в виде $f \sim 8R^2/L$, где R - ларморовский радиус ионов в центре линзы, L - характерная длина магнитного поля в линзе.

§ 3.3. Регистрация потоков частиц

В реальных экспериментах поток ионов в анализаторах обычно мал (характерный диапазон токов $10^{-14} - 10^{-6}$ А). Если ток ионов находится вблизи верхней границы указанного диапазона, то можно проводить измерения коллектором типа цилиндра Фарадея с последующим усилением сигнала электронным усилителем.

Для регистрации предельно малых потоков их предварительно усиливают. В качестве предварительных усилителей чаще всего используют вторично-электронные умножители (ВЭУ). Схема вторично-электронного умножителя с дискретной структурой представлена на рис. 12. Первый динод D1 преобразует поток ионов в электроны за счет ион-электронной эмиссии, остальные диноды предназначены для усиления электронного потока. Коэффициент усиления ВЭУ $K = \xi_1 \xi_2 \xi_3 \dots \xi_j$.

Ион-электронная эмиссия может проходить за счет двух разных механизмов: потенциального и кинетического. Первый механизм заключается в том, что вблизи поверхности металла ион захватывает электрон металла на свободный уровень с потенциалом ионизации I . Если высвобождающаяся при этом энергия превышает работу выхода металла $I - e\phi > e\phi$, то может произойти эмиссия другого электрона.

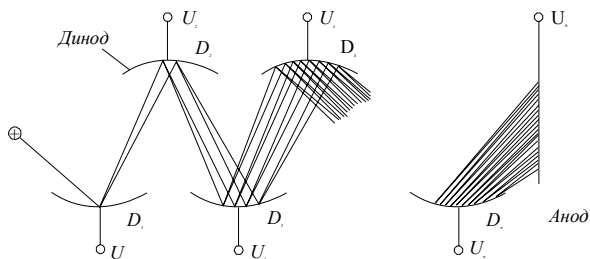


Рис. 12. Вторично-электронный умножитель с дискретными динодами

Кинетическая эмиссия существенна если скорость иона сравнима со скоростью электронов в металле. Для протонов это условие соответствует энергиям свыше 10 кэВ. В случае кинетической эмиссии электроны приобретают энергию для выхода из металла за счет столкновений с ионом. Характерная величина коэффициента потенциальной эмиссии существенно меньше единицы (~ 0.2),

кинетической - может составлять 2-3. Коэффициент вторичной электронной эмиссии зависит от угла падения. При скользящих углах падения коэффициент эмиссии возрастает в несколько раз, что используется в конструкции ВЭУ. Характерная величина зависимости коэффициента вторичной электронной эмиссии от энергии электрона показана на рис. 13.

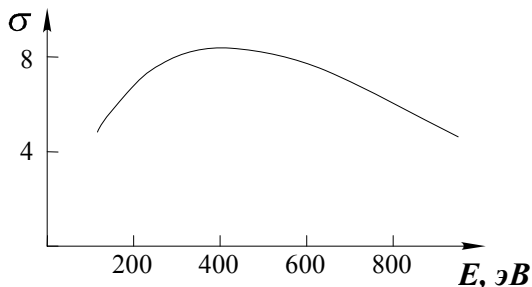


Рис. 13. Зависимость коэффициента вторичной эмиссии от энергии электронов

Явление вторично-электронной эмиссии носит статистический характер и количество вторичных электронов в каждом конкретном акте флуктуирует возле некоторого среднего значения. Это среднее число выбитых электронов и есть собственно коэффициент вторичной эмиссии:

$$\sigma = \sum_{k=0}^{\omega} k \cdot p(k),$$

где $p(k)$ – вероятность испускания эмиттером k вторичных электронов (по определению, $\sum_{k=0}^{k_{\max}} p(k) = 1$). Если энергия падающего электрона меньше 0,1 – 0,2 кэВ, то вероятность испускания k вторичных электронов определяется статистикой Пуассона:

$$p(k) = \sigma^k \exp(-\sigma) / k!.$$

Временные характеристики установления вторично-электронной эмиссии определяются движением медленных вторичных электронов в поверхностном слое вещества. Для металлов характерное время выхода вторичных частиц равно $\sim 10^{-3}$ нс, для пористых эмиттеров оно может достигать $\sim 0,5 - 4$ нс.

Полное число динодов в различных вариантах ВЭУ составляет 10 - 25, что обеспечивает коэффициент усиления $\sim 3 \cdot 10^4 - 10^5$. Времен-

ное разрешение ВЭУ определяется временем пролета электронов через умножитель и равно $\sim 10^{-8}$ с.

Если процесс умножения в каскадах подчиняется статистике Пуассона, то амплитудное распределение импульсов, возникающих при попадании на вход умножителя одной частицы, должно иметь максимум. Однако наличие дополнительных флуктуаций (кроме флуктуаций числа вторичных электронов, выбитых падающей частицей, это еще флуктуации числа частиц, попадающих в следующую ступень умножения, изменение коэффициента вторичной эмиссии по поверхности эмиттра и т.д.) дает следующую вероятность появления на выходе импульса с зарядом Q :

$$p(Q) = \frac{1}{\bar{Q}} \exp\left(-\frac{Q}{\bar{Q}}\right),$$

где \bar{Q} - средний заряд в импульсе. Это распределение называется распределением Фарри.

В принципе, умножение электронных лавин можно обеспечить и в системах, где отсутствуют дискретные диоды. Такие системы называются канальными электронными умножителями (КЭУ). Типичный КЭУ представляет собой трубку из изолятора с поверхностным слабопроводящим слоем либо сделанную целиком из слабопроводящего стекла (рис. 14), к концам которой приложено напряжение, обеспечивающее развитие электронных лавин.

Определить коэффициент усиления канального умножителя по аналогии с системой с дискретными диодами достаточно сложно, поскольку неясно, чему равно число ступеней умножения. Рассмотрим упрощенную модель, которая позволяет, тем не менее, использовать эту аналогию. Будем предполагать, что все вторичные электроны вылетают нормально к поверхности с одинаковой энергией eU_n . Длина пролета электрона вдоль трубки в этой модели составляет $\lambda \approx d^2 U_0 / 4lU_n$, энергия электрона при ударе со стенкой $U_{yd} \approx \lambda U_0 / l$, число степеней умножения $N \approx l/\lambda$, таким образом, коэффициент усиления равен

$$K \approx \left[\sigma \left(\frac{d^2 U_0}{4l^2 U} \right) \right]^{\frac{4l^2 U}{d^2 U_0}}.$$

Это выражение описывает главные особенности работы каналового умножителя - усиление определяется только калибром канала и коэффициент усиления достигает максимума при некотором U_0 из-за энергетической зависимости $\sigma(E)$.

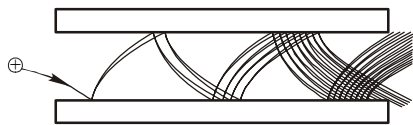


Рис. 14. Канальный умножитель электронов, А – коллектор

При достижении $K \geq 10^4 - 10^5$ даже при вакууме 10^{-4} Па в канальном умножителе наблюдается значительная ионная обратная связь из-за наложения после импульсов обратных ионных лавин. Подавление ионной связи обеспечивается изогнутостью канала (рис. 15).

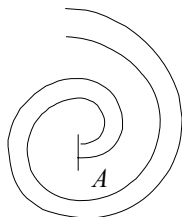


Рис. 15. Схема канального умножителя с изогнутым каналом

Стандартный каналовый умножитель КЭУ-6 имеет $l/d \sim 50 - 100$, коэффициент усиления $K \sim 10^7 - 10^8$, собственный фон на уровне одного импульса в секунду. Максимальный коэффициент усиления каналового умножителя ограничивается величиной $\sim 10^8$ вследствие перехода в режим насыщения амплитуд импульсов. В этом режиме накопленный значительный пространственный заряд лавины искажает распределение потенциала в канале, в результате чего вторичные электроны не набирают достаточную энергию. Переход в режим насыщения меняет статистику одноэлектронных импульсов. Если при малых коэффициентах усиления вероятность появления импульса с зарядом Q описывается, как уже указывалось,

распределением Фарри $p(Q) = \frac{1}{Q} \exp(-\frac{Q}{Q})$, то в режиме насыщения амплитуд вероятность имеет квазигaussianо распределение $p(Q) \sim \exp(-\frac{(Q - \bar{Q})^2}{dQ^2})$, где dQ - среднеквадратичный разброс заряда.

Пространственное разрешение каналового умножителя определяется диаметром входного отверстия, который обычно равен $\sim 0,5-1$ см. Для достижения более высокого пространственного и временного разрешения используют микроканальные пластины (МКП). Микроканальные пластины изготавливаются из слабопроводящего стекла, имеют толщину $0,5-1,0$ мм и диаметр каналов $\sim 10 - 20$ $\mu\text{м}$, прозрачность $\sim 50\%$. Для уменьшения ионной связи каналы имеют некоторый наклон. При напряжении на пластине $\sim 0,8 - 1$ кВ коэффициент усиления составляет $K \sim 10^4 - 10^5$. Сборка из двух пластин позволяет достигать коэффициента усиления $K \sim 10^8$ в режиме ограничения амплитуд импульсов (рис.16). Для получения пространственно разрешения при измерениях с помощью МКП используются либо резистивные аноды (рис. 17), позволяющие по соотношению токов на выходах определить координаты точки, куда попала частица, либо набор миниатюрных коллекторов.

Использование микроканальных пластин позволяет получить визуальную картину потока атомов перезарядки из плазмы с помощью камеры обскуры (рис. 18). Изображение плазмы в атомах водорода на поверхности микроканальной пластины создается за счет использования малого входного отверстия. Выходящий из МКП электронный поток после доускорения попадает на люминесцентный экран, на поверхности которого создается видимая картина распределения плотности потока быстрых атомов из плазмы [8].

Анализатор атомов перезарядки регистрирует поток атомов, вылетающих из некоторого объема плазмы. Таким образом, измерения энергетического спектра атомов носят интегральный характер, так что для получения пространственного распределения ионной температуры требуется определенная дополнительная обработка данных.

Если анализатор имеет достаточно малый приемный угол, то можно считать, что регистрируется поток атомов вдоль выделенной линии наблюдения, пропорциональный $S(E) = \int n_0 n_i \langle \sigma_{ch} v \rangle e^{-l} dl$. Величина $\langle \sigma_{ch} v \rangle$ слабо зависит от энергии частиц в диапазоне 1÷20 кэВ и примерно равна $1,5 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3 / \text{с}$.

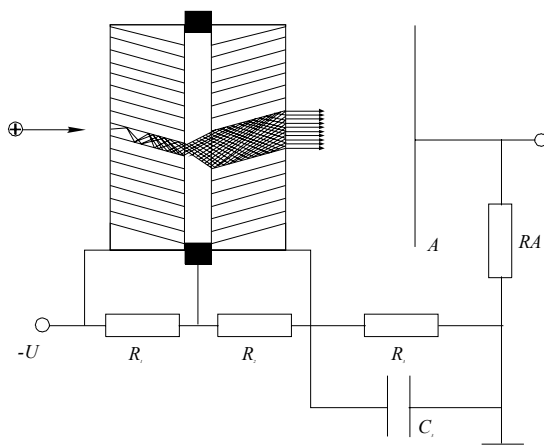


Рис. 16. Шевронная сборка МКП

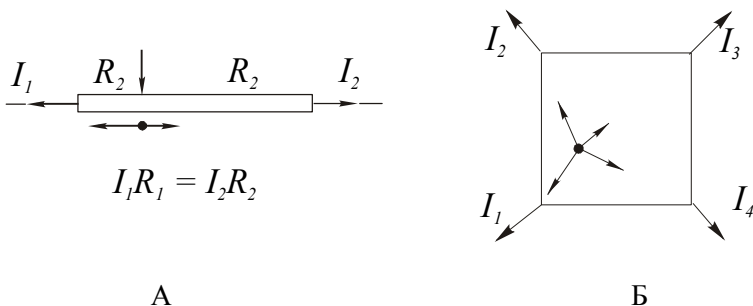


Рис. 17. Резистивные аноды для определения координаты электронной лавины из МКП: А - одномерный, Б - двумерный

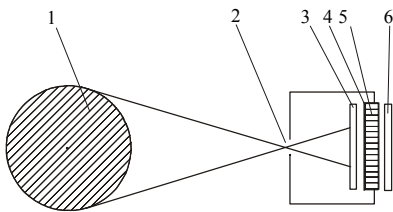


Рис. 18. Схема камеры обскуры:
 1 – плазма; 2 - входное отверстие;
 3 – МКП; 4 – экран

Профиль плотности атомов в плазме зависит от ее параметров, поэтому для получения профиля $T_i(r)$ требуется численное моделирование с учетом экспериментально измеренных или предполагаемых профилей плотности плазмы и электронной температуры. Обычно предполагается [2, 9], что профили плотности меняются по степенному закону $\sim 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^n$, где a - радиус плазмы.

Измеренный энергетический спектр потока атомов перезарядки позволяет определить максимальную температуру ионов на выбранной линии наблюдения. Для этого достаточно построить зависимость $\ln S(E)$ и определить по наклону температуру ионов в области наибольших энергий. Если плазма плотная, из центра плазменного шнура, вследствие значительного ослабления, наружу могут выйти только надтепловые атомы, имеющие энергию, значительно превышающую температуру. Из-за этого могут возникать существенные ошибки в измерении температуры, поскольку энергетический спектр ионов в плазме магнитных ловушек в надтепловой области может

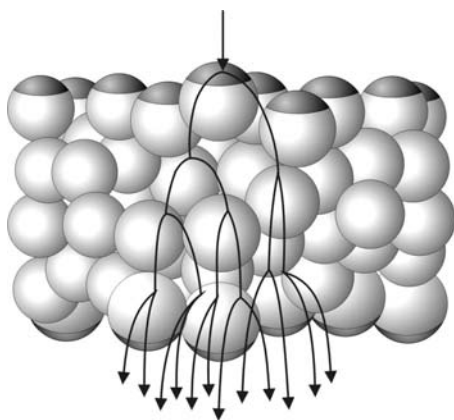


Рис. 19. Усиление электронной лавины в микрофотографической пластине (МКП)

отличаться от максвелловского при нагреве плазмы, развитии турбулентности, сложной геометрии магнитного поля и т.п.

В последнее время кроме микроканальных пластин для усиления слабых потоков частиц и излучения применяются также микросферические пластины (рис. 19), состоящие из спеченных специальным образом полупроводящих сфер малого диаметра. Как и в случае МКП, к торцам микросферической пластины прикладывается напряжение ~ 1 кВ. Входящие частицы сталкиваются с микросферами диаметром 50 мкм и производят вторичные электроны, которые далее ускоряются электрическим полем внутри пористой пластины и сталкиваются с другими шариками, обеспечивая развитие электронной лавины. Из-за сильного подавления обратной ионной связи микросферическая пластина толщиной ~ 1 мм способна обеспечить коэффициент усиления до 10^7 . Пространственное разрешение микросферических пластин хуже, чем у микроканальных, и имеет величину ~ 1 мм.

§ 3.4. Анализаторы атомов низких энергий

При энергии атомов перезарядки ниже 1 кэВ использование обдирочной камеры для ионизации атомов становится неэффективным из-за значительного рассеяния в мишени, поэтому в анализаторах атомов низких энергий применяются другие подходы.

Один из вариантов анализатора атомов низких энергий основан на замене обдирочной мишени на мишень из паров щелочных металлов [10]. При этом часть атомов перезарядки, проходя через мишень, захватывает электрон у атомов щелочных металлов с низким потенциалом ионизации и становится отрицательными ионами. Далее энергетический спектр полученных отрицательных ионов анализируется обычными способами. Нижний предел по энергии по-прежнему связан с рассеянием в мишени и составляет ~ 100 эВ.

Другой, несколько “экзотический” вариант анализатора атомов низких энергий основан на использовании высокоионизированной газоразрядной плазменной мишени для ионизации атомов за счет резонансной перезарядки [11]. Для эффективной ионизации требуется толщина плазменной мишени $nl \geq 10^{14}$ см⁻².

Во времяпролетном анализаторе энергетический спектр атомов перезарядки определяется по времени пролета атомов на заданное расстояние. Схема времяпролетного анализатора приведена на рис. 20. Импульсное открывание входной щели анализатора обычно обеспечивается за счет сверхбыстрого (десятки тысяч оборотов в минуту) вращения диска с прорезями. В моменты, когда прорези совпадают с входной коллимационной щелью, образуются короткие сгустки частиц, далее двигающиеся вдоль достаточно длинной трубы. Длина пролета частиц в анализаторе - L , как правило, составляет несколько метров. При движении сгустка он начинает расплываться из-за отличия скоростей составляющих его частиц и попадает на пластину 2 (рис. 20). Выбитые с пластины вторичные электроны доускоряются и попадают во вторично-эмиссионный умножитель 3.

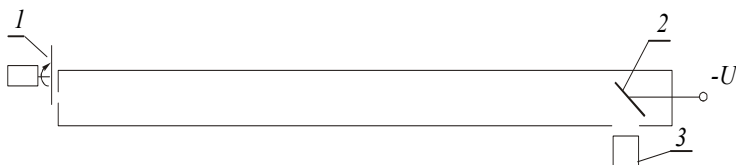


Рис. 20. Схема времяпролетного анализатора: 1 – прерыватель потока частиц; 2 – вторично-эмиссионный коллектор; 3 – ВЭУ

Время пролета частицы и ее энергия связаны очевидным соотношением $\varepsilon = \frac{ML^2}{2\tau^2}$, так что энергетическое разрешение такого анализатора равно $\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} \approx 2 \cdot \frac{\delta\tau}{\tau}$. На рис. 21 показана типичная осциллограмма сигнала с коллектора времяпролетного анализатора [12]. Полученный по этим данным спектр атомов перезарядки по энергиям представлен на рис. 22.

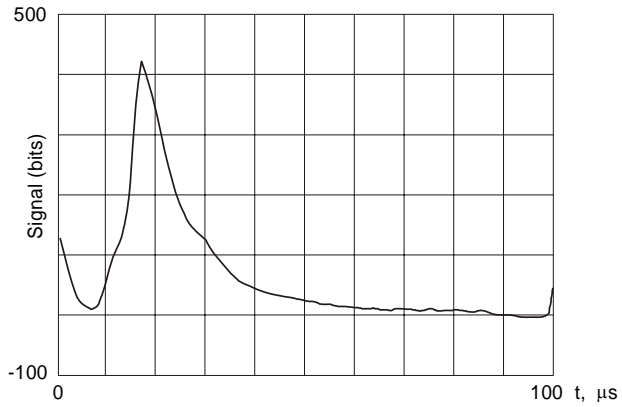


Рис. 21. Сигнал с коллектора времяпролетного анализатора

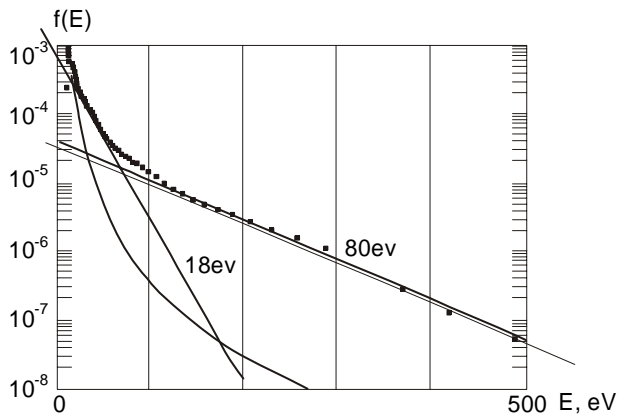


Рис. 22. Энергетический спектр атомов перезарядки, измеренный времяпролетным анализатором

§ 3.5. Задачи

1. Для максвелловской функции распределения ионов по энергии получить выражение зависимости выходного сигнала времяпролетного анализатора от времени, предполагая линейную зависимость коэффициента вторичной эмиссии от энергии.

2. В центре плазменного шнура ионная температура составляет $T_i \approx 1$ кэВ, плотность плазмы в шнуре $n \approx 5 \cdot 10^{13}$ см⁻³, электронная температура - $T_e \approx 500$ эВ, радиус шнура ~ 1 м. Оценить нижнюю границу спектра атомов перезарядки, вылетающих из центра плазменного шнура.

Библиографический список

1. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992.
2. Барнет К., Харрисон М. Прикладная физика атомных столкновений. М.: Энергоатомиздат, 1987.
3. Деревянкин Г.Е., Дудников В.Г., Журавлев П.А. // Приборы и техника эксперимента. 1975. № 5. С. 168.
4. Гарнов В.Н., Масленников Е.А., Полканов В.Н., Смирнов В.А. // Там же. 1980. № 4. С. 165.
5. Афанасьев В.П., Явор С.П. Электростатические анализаторы для пучков заряженных частиц. М.: Наука, 1978.
6. Арцимович Л.И., Лукьянов С.Ю. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях. М.: Наука, 1972. С. 19.
7. Афросимов В.В., Березовский Е.Л., Гладковский И.П. и др. // Журн. техн. физики. Т.45. Вып. 1. 1972. С. 56.
8. Шульженко Г.И., Иванов А.А., Давыденко В.И., Росляков Г.В., Кабанцев А.А., Дудников В.Г. // Диагностика плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1985. Вып. 5.
9. Голдстон Р.Дж // Основы физики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1984. Т. 2.
10. Дудников В.Г., Таскаев С.Ю., Фиксель Г.И. // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 2. С. 199.
11. Кабанцев А.А., Санкин Г.Н. // Приборы и техника эксперимента. 1988. № 2. С. 99.

12. M.Carter, D.Behne, S. Hulsey, et al. Experiments with the time-of-flight particle analyzer on AMBAL-U. Preprint INP 87-63. Novosibirsk, 1987.

Глава 4. АКТИВНАЯ КОРПУСКУЛЯРНАЯ ДИАГНОСТИКА

Методы активной корпускулярной диагностики, основанные на применении специальных пучков быстрых атомов (или ионов), в последние десятилетия получили значительное развитие. Особенностью этих методов является то, что параметры плазмы определяются в результате взаимодействия диагностического пучка частиц с плазмой. Общая схема измерений с помощью активной корпускулярной диагностики показана на рис. 1.

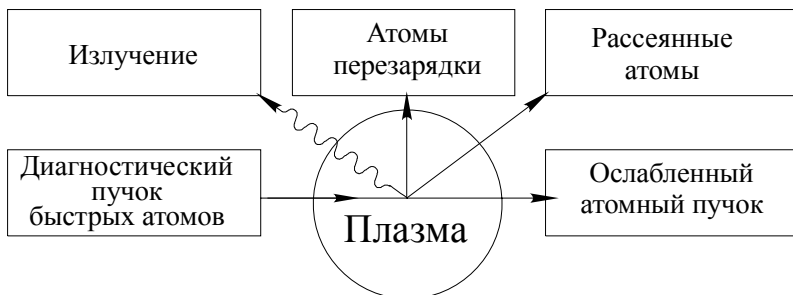


Рис. 1. Общая схема активной корпускулярной диагностики плазмы

Инжекция диагностического пучка в плазму приводит к появлению вторичных атомов, образовавшихся в результате перезарядки ионов плазмы на атомах пучка. Кроме того, появляется излучение, инициированное столкновениями частиц пучка с ионами и электронами, либо излучение вторичных атомов перезарядки. Пучок атомов, проходя через плазму, частично ионизуется или рассеивается. Из-за этого проходящий пучок ослабляется, причем величина ослабления напрямую связана с параметрами плазмы вдоль траектории пучка. Поскольку пучок можно направить практически в любую точку в плазме, можно наблюдать результат

его **локального** взаимодействия в исследуемой плазмой, а следовательно получить информацию о ее **локальных** параметрах.

Используемые в активной корпускулярной диагностике системы регистрации должны иметь необходимую чувствительность и угловое разрешение, обеспечивающее требуемое пространственное разрешение измерений. Для достижения эффективности диагностик требуется достаточно большая интенсивность инжектируемых пучков быстрых атомов, чтобы получить необходимое отношение активного сигнала к фону. Кроме того, необходимо, чтобы пучки имели достаточно малые поперечные размеры, определяющие пространственное разрешение. В целом, за счет правильного выбора параметров диагностического пучка можно существенно упростить интерпретацию экспериментальных данных. Требуемые параметры диагностического пучка зависят от условий эксперимента, конструкции детектора и, наконец, от конкретного диагностического метода. Далее будут рассмотрены основные требования к параметрам пучков, применяемым в наиболее развитых методах диагностики плазмы в магнитных ловушках. Этими методами являются искусственная мишень [1], резерфордское рассеяние пучка атомов в плазме [2], многохордовое ослабление пучка быстрых атомов [3]. За последние десятилетия эти методы стали надежным инструментом для диагностики плазмы в современных термоядерных установках.

Для измерений во внутренних областях плазменного шнура необходимо обеспечить достаточно хорошее проникновение пучка в плазму, т.е. толщина плазмы (или, точнее говоря, ее линейная плотность) не должна быть чересчур большой. Напомним, что линейной плотностью называется интеграл $\tau = \int n dl$ от плотности плазмы, взятый вдоль прямой, совпадающей с траекторией пучка.

Ослабление пучка происходит за счет его перезарядки на ионах, а также за счет ионизации электронами и ионами по закону $J = J_0 \cdot e^{-\int \sigma_{eff} n dl}$, где $\sigma_{eff} = (\sigma_{ch} + \sigma_{ii} + \frac{\langle \sigma_{ie} v_e \rangle}{v_b})$ представляет

собой эффективное ослабление пучка в плазме; σ_{ii} и σ_{ie} - сечения ионизации атомов пучка ионами и электронами; v_e и v_b - скорости

электронов и атомов пучка, соответственно, а σ_{ch} – сечение перезарядки. Обычно параметры диагностического пучка выбирают так, чтобы $\int n(\sigma_{ch} + \sigma_{ii} + \frac{\langle \sigma_{ie} v_e \rangle}{v_b}) dl \leq 1 \div 3$, тогда пучок проникает в плазму, не слишком ослабляясь.

На рис. 2 представлены эффективные сечения ослабления в зависимости от энергии пучка для плазмы с $T_e = T_i = 1 \text{ кэВ}$. Как видно, легкие атомы (H) имеют меньшее по сравнению с более тяжелыми (Ar) эффективное сечение ослабления и вследствие этого часто наиболее предпочтительны для диагностики внутренних областей плазмы.

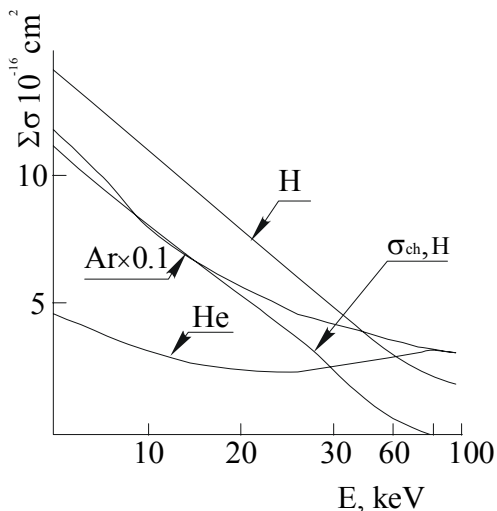


Рис. 2. Эффективные сечения ослабления в плазме некоторых пучков, применяемых в активной корпускулярной диагностике

Так например, пучки быстрых ионов водорода и гелия с энергией 10 - 20 кэВ могут быть использованы в токамаках средних размеров и открытых ловушках. Энергия атомов пучка в 100 кэВ и более адекватна для больших современных токамаков (JET, JT-60 и др.). Следует однако заметить, что повышение энергии бывает иногда неэффективно в случае использования процессов перезарядки для диагностики, поскольку сечение перезарядки может иметь максимум при определенной энергии (например, в случае

перезарядки на водородоподобных ионах примесей) и всегда падает с ее дальнейшим ростом.

В методе искусственной мишени [1] диагностический пучок используется для создания локальной мишени из быстрых атомов, на которых происходит перезарядка ионов плазмы. Образующиеся атомы перезарядки частично выходят из плазмы и, если их интенсивность достаточно велика, могут быть отделены от «пассивного» потока атомов перезарядки. Энергетический спектр атомов, перезарядившихся на локальной искусственной мишени, позволяет определить ионную температуру.

Применение метода искусственной мишени требует повышенной плотности пучка быстрых атомов для выделения активного сигнала на фоне излучения плазмы. Зачастую интенсивность пучка быстрых атомов измеряют в эквивалентных амперах (1 экв. А $\approx 6 \cdot 10^{18}$ частиц/с). Дополнительный поток атомов из плазмы с энергией E , связанный с инжекцией диагностического пучка, пропорционален

$$I_{act} \sim e^{-\tau(a,E)} \int_{l_b} n_i n_b \sigma_{ch} v_b f_i(E) ds, \quad (1)$$

а фоновый сигнал пропорционален

$$I_{pass} \sim \int e^{-\tau(s,E)} n_i n_0 \sigma_{ch} v_i f(E) ds, \quad (2)$$

где l_b - толщина пучка в направлении анализатора; a - радиус плазмы; $f(E)$ - функция распределения ионов плазмы по энергии, экспоненциальные факторы учитывают ослабление потоков атомов перезарядки в плазме.

Локальную ионную температуру можно также определить по доплеровскому уширению линии H_{α} , излучаемой вторичными атомами перезарядки. В этом случае для оценок величины активного и пассивного сигнала можно использовать соотношения, похожие на (1) и (2), в которых надо заменить сечение перезарядки σ_{ch} на сечение перезарядки в возбужденное состояние для активного сигнала и сечение возбуждения электронным ударом для пассивного. Кроме того, экспоненциальные факторы в соотношениях (1), (2), учитывающие ослабление потока вторичных атомов в плазме, должны быть разумеем опущены.

Правильная оценка фонового сигнала атомов перезарядки требует учета пространственного распределения атомов в плазме. Механизм их проникновения в плазму описан в предыдущей лекции, посвященной пассивным диагностикам, там же дана и оценка длины проникновения. Для более аккуратного определения длины проникновения требуется проведение численных расчетов. В качестве примера результатов таких расчетов на рис. 3 приведены профили плотности атомов для плазмы токамаков средних (Т-10) и больших размеров (Т-15).

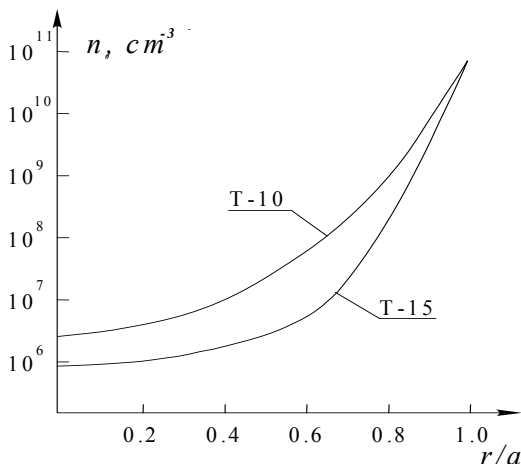


Рис. 3. Расчетные радиальные профили плотности атомов в различных установках

Видно, что атомы сконцентрированы в основном на краю плазмы в слое с размером $\delta \sim (0,05 - 0,1)a$. Для параболического профиля плотности плазмы $n_i = n_i(0)(1-r^2/a^2)$ без учета ослабления атомов перезарядки получаем следующие оценки потоков атомов перезарядки из плазмы:

$$I_{act} \sim l_b n_i j_b \sigma_{ch}, \quad I_{pass} \sim \frac{2\delta^2}{a} n_i(0) n_0(a) \langle \sigma_{ch} v \rangle.$$

Отсюда получаем следующую оценку для требуемой плотности потока пучка быстрых атомов в центре плазмы:

$$j_b \geq \frac{2\delta^2 n_0(a) \langle \sigma_{ch} v \rangle}{a l_b \sigma_{ch}}.$$

Принимая $l_b \sim 0,2a$ и учитывая, что $\langle \sigma_{ch} v \rangle \approx 10^7 \text{ см}^3/\text{с}$, $\sigma_{ch} \approx 2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ ($E_b = 40 \text{ кэВ}$), $n_0(a) \sim 10^{10} - 10^{11} \text{ см}^{-3}$, получаем

$$j_b \geq 10^{-1} - 10^{-2} \text{ экв. А/см}^2.$$

Если температура ионов измеряется по доплеровскому уширению линии H_α вторичных атомов перезарядки, то $\langle \sigma_e^* v_e \rangle \approx 1.5 \cdot 10^9 \text{ см}^3/\text{с}$, $\sigma_{ch}^* \approx 3 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$ (для $E_b = 40 \text{ кэВ}$), и для уверенного отделения полезного сигнала от фона необходимо, чтобы $j_b \geq 10^{-1} - 10^{-2} \text{ экв. А/см}^2$.

Как видно, для обеих диагностик требуется практически одинаковая интенсивность диагностического пучка. Однако в случае большой линейной плотности плазмы заметное ослабление потока вторичных атомов приводит к трудностям в интерпретации экспериментальных данных. Так, в средних и больших токамаках активный сигнал атомов перезарядки обычно превышает сигнал фона только для "хвостов" функции распределения. Диагностика доплеровского уширения линии свободна от этого недостатка и вследствие этого более привлекательна для больших магнитных ловушек. Принимая во внимание сильную зависимость сечения перезарядки от энергии и ослабление пучков в плазме, можно заключить, что для экспериментов с искусственной мишенью в токамаках требуются пучки атомов водорода с плотностью потока $0,1 - 1 \text{ экв. А/см}^2$, энергией $30 - 50 \text{ кэВ}$, малым поперечным размером (несколько сантиметров) и полным потоком $1 - 10 \text{ экв. А}$.

Минимальная длительность пучка ограничивается статистическими флуктуациями числа образовавшихся в результате инжекции пучка частиц (атомов или фотонов), которые попали в детектор, т.е. должно быть выполнено условие

$$\frac{V n_i j_b S_d \sigma_{ch} e^{-[\tau_b(a) + \tau_0(a)]}}{4\pi a^2 e} \gg 1, \quad (3)$$

где S_d - площадь детектора; V - часть объема пучка, просматриваемая детектором. Экспоненциальный множитель в (3) связан с ослаблением пучка и вторичных атомов в плазме.

Вместе с тем следует учитывать, что в случае инжекции слишком мощного пучка с большой длительностью локальные параметры плазмы могут измениться под его воздействием. Сравнение плотности энергии плазмы и инжектированных ионов дает грубую оценку для предельной длительности инжекции пучка быстрых атомов

$$\frac{l_b j_b (\sigma_{ch} + \sigma_{ii} + \frac{\langle \sigma_{ie} v_e \rangle}{v_b}) t}{a} \ll \frac{T_i}{E_b}. \quad (4)$$

В этой оценке предполагается, что инжектированные ионы расширяются вдоль магнитного поля на расстояние, сравнимое с радиусом плазмы. Дрейф ионов и их диффузия поперек магнитного поля не учитываются.

Таблица 1

Параметры плазмы в установках с магнитным удержанием плазмы

Параметры плазмы	Токамаки средних размеров	Большие токамаки	Открытые ловушки
Плотность плазмы, 10^{14} см^{-3}	0,1	1	0,1 – 0,3
Радиус плазмы, см	30	80 - 100	20 - 30
Температура ионов, кэВ	1 – 5	5 - 10	1 - 10

Для параметров плазмы, представленных в табл. 1, и параметров пучка, упомянутых выше, получим следующее ограничение на длительность пучка $10^{-6} \text{ с} \ll \tau \ll 10^{-2} \text{ с}$. Энергетический разброс атомов диагностического пучка для экспериментов с искусственной мишенью может быть достаточно большим $\Delta E_b \leq 0.1 E_b$.

§ 4.1. Резерфордское рассеяние пучка быстрых атомов

В основе этого метода лежит измерение зависимости энергии атомов пучка, рассеянных на ионах плазмы на малый угол, от

температуры плазмы. Схема эксперимента представлена на рис. 4. При столкновении атома пучка с ионом плазмы его энергия меняется. Изменение энергии рассеянных атомов пучка зависит от их массы M_b и начальной энергии E_b , энергии (E_p), массы (M_p) и направления скорости ионов плазмы, а также угла рассеяния θ . Если угол рассеяния достаточно мал, а энергия пучка значительно превышает температуру плазмы, то изменение его энергии будет равно

$$\Delta E_s = E_b - E_f = E_b \frac{M_b}{M_p} \theta^2 \pm 2\theta \sqrt{\frac{M_b}{M_p} E_b E_p}. \quad (5)$$

Первый, квадратичный по углу член в формуле (5) соответствует рассеянию на неподвижной частице. Второй, линейный по углу, возникает при учете движения частиц-мишеней, причем в направлении, перпендикулярном скорости пучка (знак "±" соответствует разным направлениям скорости движения иона плазмы вдоль линии, перпендикулярной пучку).

Для максвелловского изотропного распределения ионов по скоростям ширина энергетического спектра рассеянных атомов будет равна $\Delta E_b = 4\theta \sqrt{\frac{M_b}{M_p} T_i E_p \ln 2}$. Если плазма движется как це-

лое, то энергетический спектр рассеянных атомов будет дополнительно сдвинут на величину, определяемую формулой (5).

Метод резерфордского рассеяния в основном используется для локальных измерений ионной температуры, хотя, в принципе, позволяет также определять величину направленной скорости ионов, их плотность и содержание примесей. Поток рассеянных атомов пучка, который принимается детектором с углом Ω , равен $I = I_0 n_i \sigma_s(E_b, \theta) l_b \Omega e^{-\tau_b(2a)}$, где I_0 - ток пучка быстрых атомов, σ_s - эффективное сечение рассеяния, l_b - длина участка траектории пучка, с которого рассеянные атомы попадают в детектор.

Оценим характерные прицельные параметры столкновения. Для чисто кулоновского рассеяния частицы с зарядом Ze и кинетической энергией T на неподвижном заряде e имеет место следующая связь

угла рассеяния и прицельного параметра $\rho - \operatorname{tg}(\theta/2) = \frac{Ze^2}{2\rho T}$, а диф-

ференциальное сечение резерфордского рассеяния имеет вид

$$d\sigma_R = \left(\frac{Ze^2}{2T}\right)^2 \cdot \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{\sin^4 \theta/2} [4].$$

В реальной ситуации обе частицы движутся. Чтобы свести эту задачу к задаче о рассеянии на неподвижном центре, нужно просто перейти в систему центра масс. Пользуясь приведенными формулами, можно оценить прицельный параметр для рассеяния зарядов на углы $\approx 0,1$ при энергии частиц 1кэВ и более. Требуемый прицельный параметр оказывается существенно меньше радиуса боровской орбиты в атоме водорода, так что фактически при рассеянии взаимодействуют незранированные ядра. Поэтому угловая и энергетическая зависимость сечения рассеяния атомов близка к зависимости резерфордского сечения $d\sigma_s = cd\sigma_R$, где c – вероятность рассеяния в виде атома. Проблемы фона можно избежать в случае заметного отличия массы атомов пучка от массы ионов плазмы и использование масс анализа при регистрации.

Сечение $d\sigma_R \sim \theta^{-4}$ и резко падает с увеличением угла в то время, как пространственное разрешение улучшается $l_b \approx d/\theta$, где d – ширина пучка. Поэтому следует выбрать некоторый оптимальный угол рассеяния, который обычно выбирают близким к 10^0 . Выбор энергии атомов диагностического пучка также является результатом некоторого компромисса, поскольку $d\sigma_R \sim E_b^{-2}$, но, однако, энергия атомов пучка должна быть достаточно большой, чтобы пучок проникал в плазму. Для токамаков средних размеров оптимальной является энергия $E_b \approx 30-40$ кэВ, для большинства открытых ловушек достаточно иметь $E_b \approx 10-20$ кэВ. Энергетический разброс и расходимость пучка быстрых атомов должны быть достаточно малыми $\Delta E_b < \Delta E_s$, $\delta\theta < \theta$, что приводит к требованию $\Delta E_b < 0,5$ кэВ, $\theta < 1^0$ для $T_i = 1$ кэВ, $E_b = 40$ кэВ, $\theta = 10^0$.

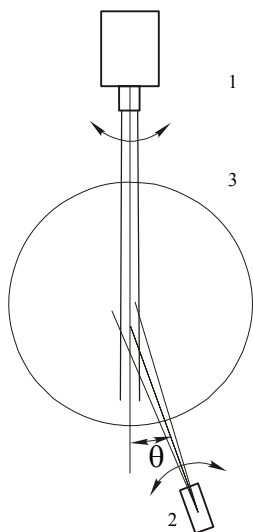


Рис. 4. Схема эксперимента по резерфордскому рассеянию атомарного пучка в плазме: 1 – анализатор энергий рассеянных атомов; 2 – источник пучка; 3 – плазма

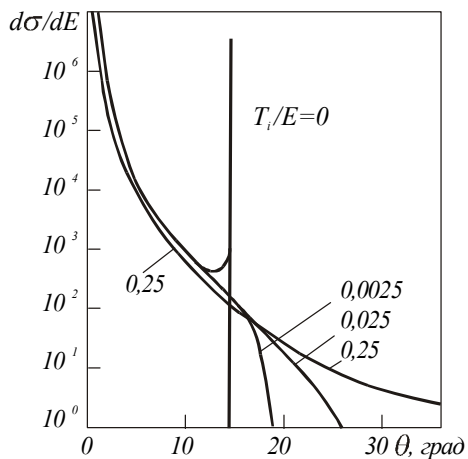


Рис. 5. Дифференциальное сечение рассеяния атомов He на протонах при различных T_i/E_b

Важное применение имеет также модификация метода рассеяния диагностического атомарного пучка, состоящая в использовании

пучка атомов с массой m_1 , превышающей массу ионов плазмы. Как известно (см. [4]), в этом случае при рассеянии на неподвижной частице массой $m_2 < m_1$ существует некоторый предельный угол θ_m , на который может рассеяться более тяжелая частица. Если частицы-мишени движутся, ситуация меняется и частица может отклониться и на углы, которые больше предельного. Тогда появляется возможность измерения ионной температуры по рассеянию атомов на углы, превышающие предельный угол $\sin \theta_m = m_2/m_1$. При $T_i = 0$ рассеяние на угол больше предельного отсутствует, с ростом ионной температуры вероятность рассеяния на запредельные углы резко возрастает. На рис. 5 представлены дифференциальные сечения рассеяния атомов *He* на протонах для различных отношений T_i/E_b [5]. Для определения T_i достаточно определить отношение потока частиц, рассеянных на угол больше θ_m , к потоку частиц, рассеянных на угол меньше θ_m .

§ 4.2. Многохордовое ослабление пучка

Измерение ослабления пучка быстрых атомов вдоль разных хорд позволяет получить значение линейной плотности плазмы $\tau = \int n dl$ для исследуемой плазмы, если известно эффективное сечение ослабления атомарного пучка. Этот метод в случае отличия массы атомов пучка от массы ионов и применении дополнительного масс-анализа допускает в принципе использование пучка быстрых атомов умеренной интенсивности. Однако если плотность тока пучка достаточно велика и значительно превышает плотность фонового потока быстрых атомов перезарядки, то диагностическая аппаратура может быть значительно упрощена.

Поток перезарядных атомов с поверхности плазмы в современных токамаках имеет величину $10^{16} - 10^{17}$ частиц/см²с и направлен в широкий телесный угол (2π стерадиан). Для пучка быстрых атомов с малой расходимостью $\delta\theta < 0,5^\circ$ возможно снизить фоновый сигнал в ~ 10 раз за счет использования детектора с подходящим приемным углом. В результате пучок быстрых атомов с плотностью потока $10^{-2} - 10^{-1}$ экв. А/см², даже при ослаблении в

сотни раз, может быть легко выделен из фонового потока. Ленточный пучок атомов, проходящий через сечение плазмы, позволяет вести измерения одновременно по многим хордам. Как легко видно, такой пучок должен иметь полный поток порядка нескольких экв. ампер.

Измерения линейной плотности плазмы вдоль траектории диагностического пучка позволяют при определенных условиях получить также и локальную плотность плазмы. Для этого требуется проведение большого числа измерений для различных хорд. Вообще говоря, надо знать линейную плотность плазмы как непрерывную функцию «прицельного параметра» хорды и ракурса наблюдения. Этого можно достичь путем интерполяции данных для дискретного набора измерительных хорд.

Наиболее просто эта задача решается для плазмы с аксиальной симметрией, для которой плотность зависит только от радиуса. Тогда достаточно проводить измерения с одного ракурса, когда измерительные хорды параллельны. Если хорда расположена на расстоянии y от начала координат, то линейная плотность может быть записана в виде следующего интеграла:

$$\tau = \int_{-\sqrt{a^2-y^2}}^{\sqrt{a^2-y^2}} n(\sqrt{x^2 + y^2}) dx$$

или после соответствующей замены переменных

$$\tau(y) = 2 \int_y^a n(r) \frac{r}{\sqrt{r^2 - y^2}} dr.$$

Здесь a – радиус плазмы, на котором плотность равна нулю. Это интегральное уравнение, так называемое уравнение Абеля, хорошо известно в теории. Его формальное решение имеет вид

$$n(r) = -\frac{1}{\pi} \cdot \int_r^a \frac{\tau'(y) dy}{r \sqrt{y^2 - r^2}}. \quad (6)$$

Следует заметить, что уравнение Абеля (6) относится к числу так называемых некорректных обратных задач. Для экспериментатора это свойство уравнения Абеля означает, что при восстановлении профиля плотности по данным хордовых измерений, происходит «усиление» ошибок, т.е., если линейная плотность как функция

прицельного параметра измерена с некоторыми ошибками, это приводит к существенно большим ошибкам в восстановленном профиле. Для уменьшения влияния ошибок измерений часто применяют процедуру регуляризации, которая использует априорную информацию о профиле плотности. Так, например, зачастую профиль плотности может быть аппроксимирован гладкой параболической зависимостью вида $n(r) \propto n_0(1 - r^2/a^2)$ или

экспоненциальной зависимостью $n(r) \propto n_0 e^{-r^2/a^2}$. Тогда данные хордовых измерений можно использовать для определения параметров n_0 и a . Преимущество такого подхода состоит в том, что получающийся профиль будет устойчив по отношению к измерительным ошибкам и будет заведомо “правильным” физически – плотность будет всюду заведомо положительной и плавно меняющейся функцией радиуса.

В качестве часто встречающихся методов решения уравнения Абеля дополнительно можно отметить следующие:

1. Аппроксимацию данных хордовых измерений некоторым рядом (чаще всего речь идет о разложении по ортогональным базисным функциям). Тогда и радиальный профиль будет представлен в виде ряда. В качестве примера реализации этого подхода можно привести разложение по полиномам Чебышева, для которых интеграл обратного преобразования вычисляется точно аналитически.

2. Метод Пирса. В этом методе реальный профиль плотности представляется в виде ступенчатой функции. Тогда задача о восстановлении профиля сводится к решению системы линейных уравнений вида $\hat{A}\vec{n} = \vec{\tau}$, вектор плотностей \vec{n} состоит из набора значений плотности для ступенек, а вектор $\vec{\tau}$ - из набора данных хордовых измерений линейной плотности. Матрица \hat{A} плохо обусловлена, что есть следствие некорректности задачи. Это приводит к тому, что если число ступенек (и измерительных хорд) стремится к бесконечности, то ошибки восстановления плотности бесконечно вырастают при конечных ошибках в измерениях линейной плотности.

§ 4.3. Диагностические инжекторы пучков быстрых атомов

Интенсивные пучки быстрых атомов для нагрева и диагностики плазмы чаще всего получают перезарядным методом. При этом пучок ионов, сформированный ионным источником, перезаряжается в атомы в газовой мишени. В ионном источнике пучок формируется многоапертурной ионно-оптической системой, которая вытягивает и ускоряет ионы с однородной поверхности плазменного эмиттера.

Разработка ионных источников, формирующих пучки изотопов водорода с током в десятки ампер, производилось в ряде ведущих лабораторий разных стран. Достиженные к настоящему времени результаты можно отнести к одному из важных достижений экспериментальной физики 70 – 80-х гг. Пучки быстрых атомов для нагрева плазмы обычно имеют полный ток в десятки ампер, энергию до 100 кэВ и более, длительность до 10 – 30 с и позволяют в принципе производить некоторые диагностические эксперименты, но использование специализированных узких слабо-расходящихся пучков диагностических пучков является, разумеется, более предпочтительным.

Рассмотрим формирование пучка в ионном источнике более подробно. При энергии пучка в десятки килоэлектронвольт плотность тока сформированного пучка из-за ограничения электрической прочностью ионно-оптической системы составляет величину $\leq 0,5 \text{ А/см}^2$, и, таким образом, при формировании пучка с током 1 - 10 А начальная площадь пучка должна составлять десятки см^2 . Величина зазора между электродами ионно-оптической системы оценивается из закона "трех вторых"

$$j = \sqrt{\frac{e}{M}} \frac{U^{3/2}}{9\pi d^2} \quad (7)$$

и для плотности тока $j = 0,2 \text{ А/см}^2$ и напряжения $U = 30 \text{ кВ}$ величина зазора составляет $\approx 15 \text{ мм}$.

Плазма в современных термоядерных установках имеет размер порядка 1м, а требуемый размер пучка должен составлять $\leq 10 \text{ см}$, чтобы обеспечить приемлемую локальность измерений. Для этого

необходимо, чтобы угловая расходимость сформированного пучка ионов должна быть на уровне 10^{-2} рад. Для достижения столь малой угловой расходимости требуется тщательная оптимизация элементарной ячейки, формирующей отдельный пучок.

Используются два типа элементарных ячеек - длинные щели или круглые отверстия. При формировании ионных пучков форма поверхности эмиттирующей плазмы не является фиксированной и сильно зависит от величины так называемого первеанса $P = J/U^{3/2}$.

Для выбора оптимального варианта элементарной ячейки ионно-оптической системы и определения напряжений на электродах требуется проведение компьютерных расчетов с помощью специальных программ, учитывающих самосогласованный пространственный заряд пучка и определяющих форму плазменной границы.

Пример оптимизированного расчетного варианта элементарной ячейки ионно-оптической системы современного диагностического инжектора приведен на рис. 6. Эта ионно-оптическая система является четырехэлектродной. Отверстие в плазменном электроде на выходе имеет скошенный край, обеспечивающий аккуратное начальное формирование пучка, второй электрод является фокусирующей линзой, компенсирующей действие выходной рассеивающей линзы. Небольшое отрицательное напряжение на третьем электроде предотвращает попадание вторичных электронов, компенсирующих значительный пространственный заряд сформированного ионного пучка.

Чтобы сформировать пучок с малой угловой расходимостью отклонения эмиссионной плотности тока от оптимальной не должны превышать $\pm 10\%$. Это означает, что плазменный эмиттер должен быть пространственно однородным и стабильным во времени.

Кроме того, эмиттирующая плазма должна содержать малое количество молекулярных ионов H_2^+ и H_3^+ , поскольку образовавшиеся из них в результате перезарядки и последующего развала атомы имеют энергию, составляющую 1/2 и 1/3 от полной энергии и неглубоко проникают в плотную плазму. Для создания плазменных эмиттеров ионных источников диагностических инжек-

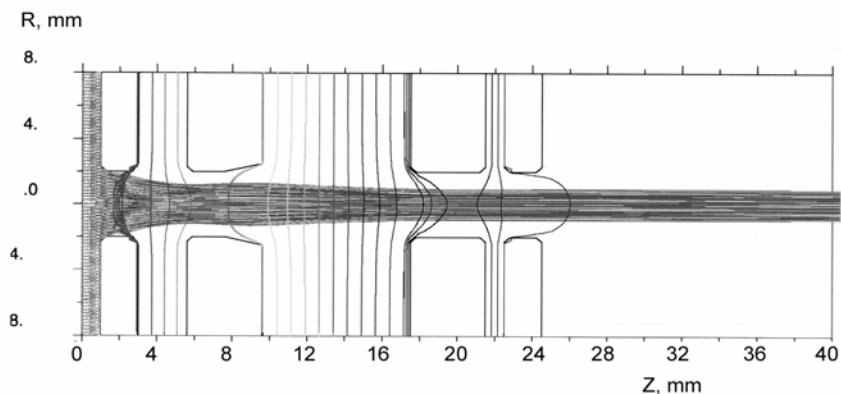


Рис. 6. Оптимизированная геометрия элементарной ячейки четырехэлектродной ИОС

торов используются разряды с накаливаемыми катодами, высокочастотные разряды и дуговые генераторы плазмы.

В Институте ядерной физики СО РАН разработана серия диагностических инжекторов ДИНА, предназначенных для активной корпускулярной диагностики плазмы в открытых ловушках и токамаках средних размеров. Эти инжекторы позволяют получать слаборасходящиеся диагностические пучки быстрых атомов водорода, дейтерия, гелия с энергией в диапазоне 10 - 40 кэВ, эквивалентным током 1 - 10 А и длительностью импульса 0,1 - 10 мс. Типичная схема такого инжектора приведена на рис. 7, а параметры некоторых вариантов современных диагностических инжекторов представлены в табл. 2.

Плазма, из которой с помощью электрического поля вытягиваются ионы, создается дуговым генератором плазмы (2). Вытекающая из анодного отверстия генератора плазменная струя имеет плотностью до 10^{15} см^{-3} и температуру 3 - 5 эВ.

При расширении в вакуум плотность плазмы падает, так что начиная с расстояния $\sim 1 \text{ см}$ от анода струя становится бесстолкновительной. В результате расширения плазменной струи в вакуум поперечная температура ионов возле ионно-оптической системы снижается до величины $\sim 0,2 \text{ эВ}$.

Таблица 2

Параметры инжекторов для диагностики плазмы в магнитных ловушках

Инжектор	Энергия пучка	Экв. ток	Длительность импульса	Диагностика
Дина-5 (1996)	30кэВ	1,5А	6мс	Ослабление пучка, регистрация вторичных ионов
Дина-6 (1994)	30кэВ	1,4А	20 x 1мс	Спектроскопия
Дина-4АФ (1995)	15кэВ	10А	0,2мс	Искусственная мишень
Дина-7 (1995)	40кэВ	0,7А	20 x 1мс	Спектроскопия
Руди (1997)	50кэВ	1,0А	5000 x 1мс	Спектроскопия
Руди-С (1998)	50кэВ	1,0А	2с	Спектроскопия

Ионный пучок формируется из центральной однородной части плазменной струи с помощью прецизионной ионно-оптической системы (3). Для формирования пучков с длительностью 1 мс используется многощелевая ионно-оптическая система, электроды которой образованы проволочками, выставленными с большой точностью друг за другом. Сформированный пучок далее фокусируется магнитной линзой и перезаряжается в атомы в импульсной перезарядной мишени. Ширина сфокусированного пучка в фокусе не зависит от начального размера пучка и составляет $\delta x \approx \delta \alpha F$, где $\delta \alpha$ - угловой разброс, F - фокусное расстояние.

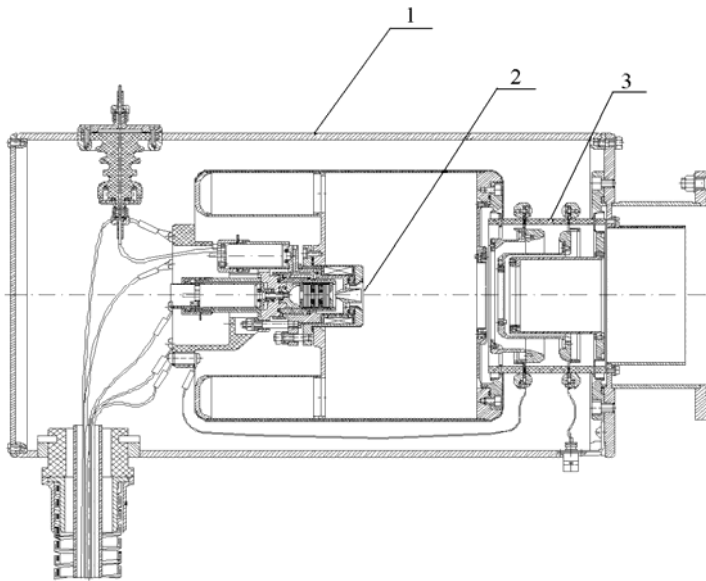


Рис. 7. Схема диагностического инжектора с дуговым источником плазмы: 1 – магнитный экран (корпус); 2 – дуговой источник плазмы; 3 – ионно-оптическая система

Для фокусировки таких интенсивных пучков применяются только магнитные линзы. Применение электростатических линз невозможно из-за того, что ионы с компенсирующими электронами образуют в дрейфовом пространстве пучка вторичную плазму с плотностью порядка 10^{10} см^{-3} , экранирующую пучок от электрического поля линзы. При длительности импульса пучка более 1 мс значительная часть ионного пучка перезаряжается в атомы до линзы и в линзе на вытекающем из ионного источника газе, поэтому фокусировка магнитной линзой также становится не эффективной. В этом случае может применяться геометрическая фокусировка пучка за счет сферической изогнутости электродов ионно-оптической системы с круглыми апертурами. Некоторым недостатком такой ионно-оптической системы является фиксированное фокусное расстояние.

Для многохордового зондирования плазмы удобно использовать тонкие ленточные или веерные пучки, перекрывающие все сечение плазмы. Тогда один источник пучка может обеспечить одновременные измерения по всем хордам. Использование короткофокусной щелевой магнитной линзы с перезарядкой в зоне фокуса позволяет сформировать из цилиндрического пучка веерный пучок атомов с подходящими параметрами [6]. Другой подход может заключаться в формировании ионного ленточного пучка с помощью специальной ионно-оптической системы, вытянутой в нужном направлении.

§ 4.4. Активная диагностика плазмы пучками ионов

В ряде случаев для диагностики плазмы может использоваться инжекция ионных пучков. Так например в открытых ловушках, в отличие от токамаков, силовые линии выходят из плазмы. Это позволяет, инжектируя ионный пучок вдоль поля, измерять параметры прошедших через плазму ионов и определять по их характеристикам параметры плазмы. Рассмотрим в качестве примера использования такого подхода диагностику для измерения продольного профиля электрического потенциала в амбиполярной ловушке (рис. 8) [6]. В крайних пробкотронах амбиполярной ловушки поддерживается максимальный потенциал плазмы - φ_k , при этом в промежуточной области устанавливается постоянное значение потенциала φ_0 , за крайними пробкотронами потенциал плазмы монотонно убывает и обращается в ноль на приемниках плазмы.

Для определения наиболее важных параметров этого распределения (φ_k и φ_0) может быть использована следующая схема. Инжектор, установленный на торце установки, формирует пучок ионов He^+ , энергия которых ступенчатым образом уменьшается во времени. Ионы He^+ и He^{2+} , образовавшиеся в результате ионизации в плазме ионов He^+ , двигаясь вдоль магнитного поля, в случае достаточно большой энергии проходят через потенциальные

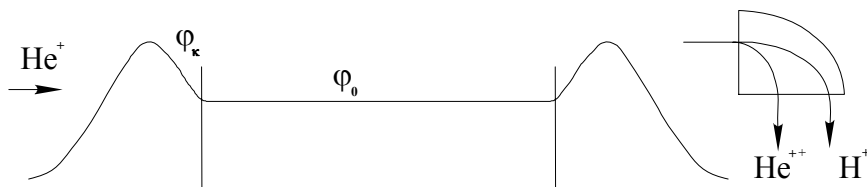


Рис. 8. Схема измерения продольного профиля потенциала в амбиполярной ловушке

барьеры и затем разделяются в магнитном анализаторе. Из-за достаточно большого времени пролета через установку и ступенчатого характера изменения энергии в токоприемнике будут регистрироваться отдельные импульсы тока ионов, соответствующие различным дискретным значениям энергии. По значению энергии, при которой происходит исчезновение импульсов тока ионов He^+ и He^{2+} , можно определить ϕ_{κ} и ϕ_0 . Ионы He^+ не проходят, если их энергия $E < e\phi_{\kappa}$. Ионы He^{2+} в основном образуются в промежуточной области и не выходят из потенциальной ямы при условии $E < e(2\phi_{\kappa} - \phi_0)$.

Ионы тяжелых элементов, если их энергия достаточно велика, могут иметь ларморовский радиус, сравнимый с радиусом плазмы. Это обстоятельство часто используется для определения пространственного распределения параметров плазмы, в первую очередь для получения двумерных профилей потенциала плазмы [5, 7].

Типичная схема диагностики пучком тяжелых ионов показана на рис. 9. Ионный источник с поверхностной ионизацией формирует пучок ионов щелочных металлов Rb^+ , Cs^+ с энергией несколько киловольт и током 10 - 1000 μA . Далее пучок ускоряется до энергии 100 - 200 кэВ и проходит через отклоняющий конденсатор, отклоняясь на заданный угол.

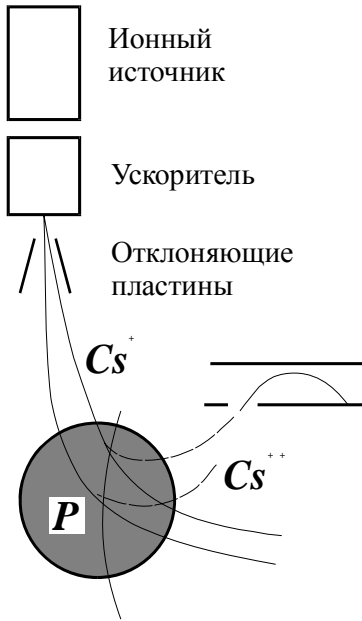


Рис. 9. Схема измерений потенциала плазмы с помощью пучка тяжелых ионов

Образующиеся в плазме двукратно заряженные ионы имеют вдвое меньший радиус и попадают в электростатический анализатор. При заданной энергии пучка анализатор может собирать ионы с некоторой линии, выбор точки на которой зависит от углового отклонения пучка. Изменяя энергию пучка, можно перейти на следующую линию детектора и, таким образом, можно получить двумерную криволинейную сетку координат для сканирования параметров плазмы.

Вошедший в плазму ион Cs^+ имеет кинетическую энергию $E = e(U - \varphi)$, где eU - энергия ионов пучка, φ - потенциал в данной точке пространства в плазме. После вторичной ионизации в точке с потенциалом φ_l кинетическая энергия иона Cs^{2+} такая же, но на выходе из плазмы он приобретет дополнительную энергию $2e\varphi_l$ за счет изменения заряда. В результате энергия иона на выходе равна $E = e(U - \varphi_l) + 2e\varphi_l = e(U + \varphi_l)$, и измеряя ее можно получить информацию о потенциале плазмы в точке вторичной ионизации.

Коллектор анализатора состоит из пары пластин и анализирующий потенциал с помощью системы обратной связи подстраивается так, чтобы на пластины попадал одинаковый ток. При этом траектория ионов в анализаторе остается с большой точностью одной и той же, даже если потенциал плазмы меняется. Это обеспечивает измерение потенциала плазмы с точностью до 10 - 20 В при временном разрешении 1 мкс. Измеряя интенсивности сигналов ионов Cs^+ и Cs^{2+} и зная электронную температуру в месте ионизации, можно определить плотность плазмы. Одно из применений этой методики – измерение параметров, в частности длины волны, крупномасштабных МГД-колебаний в плазме.

§ 4.5. Спектроскопия с применением пучков быстрых атомов

Наряду с измерением ионной температуры по доплеровскому уширению линии H_{α} , испускаемой возбужденными атомами, образовавшимися при перезарядке ионов плазмы на атомах пучка, существует ряд других спектроскопических диагностик с использованием пучков быстрых атомов [8]. Так, наблюдение за пространственным профилем доплеровски сдвинутой (на величину $\Delta\lambda = \frac{v}{c} \cos\theta \cdot \lambda$, где θ – угол между пучком и линией наблюдения) линией H_{α} , испускаемой возбужденными атомами инжектируемого водородного пучка, позволяет определить профиль плотности плазмы. При энергии атомов пучка 30-50 кэВ основной вклад в сечение возбуждения атомов пучка дают столкновения с протонами, поэтому неопределенность в знании электронной температуры не существенна. Пространственное разрешение этой диагностики определяется временем высвечивания линии H_{α} .

Другим примером применения спектроскопии в сочетании с диагностическим пучком атомов, может служить методика определения профиля плотности плазмы с помощью зондирования пучком атомов лития. Такая диагностика применяется, в частности, на токамаке ASDEX (рис. 10). Для измерений на этом токамаке

использовался пучок атомов лития с энергией 60 кэВ, эквивалентным током 0,5 мА и диаметром 8 мм.

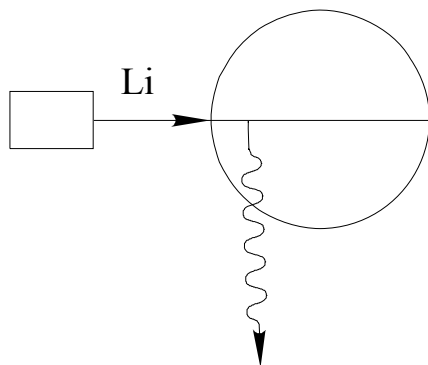
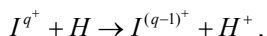


Рис. 10. Схема измерений параметров плазмы на установке ASDEX с помощью литиевого пучка

Наблюдалось свечение атомов пучка на линии перехода $2p-2s$ с длиной волны 670,8 нм. Полное сечение возбуждения этой линии при выбранной энергии пучка практически не зависит от электронной температуры при $T_e = 100 - 200$ эВ. Поэтому наблюдаемая локально интенсивность излучения на данной линии зависит только от плотности плазмы (без учета ослабления пучка). Эффективное сечение ослабления литиевого пучка велико $\sigma \approx 6 \cdot 10^{-15}$ см², поэтому зондирование литиевым пучком позволяет изучать только периферийную плазму больших токамаков.

Инжекция диагностических пучков быстрых атомов водорода широко используется для определения концентрации примесей в плазме, значительную часть которых составляют легкие элементы (углерод, кислород) [7]. Трудность диагностики примесей состоит в том, что в современных токамаках в большей части плазменного шнура они присутствуют в виде полностью ободранных ионов, лишенных электронной оболочки. Вследствие этого их нельзя наблюдать обычными спектроскопическими методами. Эту трудность можно преодолеть, используя инжекцию диагностического пучка. Основным процессом при взаимодействии инжектированных атомов водорода с многозарядными ионами I^{q+} является перезарядка:



Электроны захватываются на возбужденные уровни образующегося иона меньшей зарядности $I^{(q-1)^+}$ и распад возбужденных состояний приводит к излучению характеристических линий иона $I^{(q-1)^+}$. Измеряя интенсивность этого излучения при известной плотности атомов пучка, можно определить концентрацию ионов в плазме.

Измерение расщепления спектральных линий атомов пучка может быть использовано для определения магнитного поля в плазме. Расщепление, связанное с эффектом Зеемана, использовать для этой цели достаточно сложно из-за незначительной величины самого расщепления. Во всяком случае информации о реальных измерениях магнитного поля в плазменных ловушках на основе этого эффекта пока нет. В то же время, эффект Штарка для линий водорода широко используется для определения магнитного поля. Идея метода состоит в том, что в движущейся системе отсчета атома появляется электрическое поле $E = \frac{v}{c} B$. Если атом пучка имеет энергию 20 - 30кэВ, что соответствует скорости $v \approx 3 \cdot 10^8$ см/с, то в магнитном поле $B = 5$ Т величина электрического поля в системе отсчета атома составит $E = 1.5 \cdot 10^5$ В/см. Измерять расщепление линий в таком электрическом поле не представляет труда.

В магнитных ловушках часто необходимо измерять наклон силовых линий магнитного поля. В частности, в токамаках по измерениям угла наклона силовых линий можно определить полоидальное магнитное поле и, следовательно, найти профиль тороидального тока в плазме. Измерение наклона силовых линий магнитного поля производится по регистрации ортогонально поляризованных π и σ компонент излучения атомов пучка. Как известно, π -компонента поляризована перпендикулярно электрическому полю, а σ -компонента - параллельно.

§ 4.6. Задачи

1. В водородную плазму с $T_e \approx T_i \approx 1$ кэВ, $n \approx 3 \cdot 10^{13}$ см⁻³ инжектируется диагностический пучок быстрых атомов *He* с энергией 20 кэВ, причем часть атомов *He* находится в метастабильном

состоянии. Сравнить эффективные сечения ослабления в плазме для инжектированных атомов в основном (He) и метастабильном (He^*) состояниях. Оценить время жизни водородоподобных ионов He^+ , образующихся в плазме в результате инжекции.

2. Определить периоды продольных колебаний и азимутального дрейфа быстрых протонов с энергией 10 кэВ, образующихся в результате почти перпендикулярной инжекции пучка быстрых атомов в центральную область пробкотрона. Магнитное поле на оси пробкотрона в центральной области можно аппроксимировать функцией $B(z, 0) \approx B_0(1+z^2/L^2)$, где $B_0 = 10$ кГс, $L = 1$ м.

3. Оценить минимальную концентрацию ионов кислорода в водородной плазме с $T_e \approx T_i \approx 10$ эВ, которая может быть обнаружена методом резерфордского рассеяния пучка атомов водорода с энергией 100 кэВ.

Библиографический список

1. Афросимов В.В., Березовский Е.Л., Извозчиков А.Б., Петров М.П. // Физика плазмы. 1980. Т. 6. С. 240.
2. Абрамов В.Г., Афросимов В.В. и др. // ЖТФ. 1971. Т. 41. С. 1924.
3. Foote J.H., Molvik A.W., Turner W.C. // Rev. Sci. Instrum. 1983. Vol. 54. P. 928.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика М.: Наука, 1965. С.70.
5. Барнет К., Харрисон М. Прикладная физика атомных столкновений. Плазма. М.: Энергоатомиздат, 1987.
6. Давыденко В.И. и др. // Диагностика плазмы, М.: Энергоатомиздат, 1986. Вып. 5.
7. Бондаренко И.С., Губарев С.П., Крупник Л.И. и др. // Физика плазмы. 1992. Т. 18. С. 208.
8. Hintz E., Schweer B. // Plasma Phys. Control. Fusion. 1995. Vol. 37. P. 87.

Глава 5. ДИАГНОСТИКА ФЛУКТУАЦИЙ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ ПО РАССЕЯНИЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

§ 5.1. Распространение волн в однородной преломляющей среде

Фундаментальным процессом взаимодействия электромагнитных волн с материальной средой, такой как плазма, является рассеяние падающего излучения частицами среды. В случае плазмы определяющим процессом является томсоновское рассеяние на свободных электронах. С точки зрения диагностических применений важно, что рассеянный свет не только несет информацию о хаотическом движении частиц (некогерентное рассеяние), но и о их коллективном движении и пространственном распределении свойств на масштабах, которые могут существенно превышать дебаевский радиус (в случае коллективного рассеяния). В последнем случае обычно проще всего рассматривать среду как непрерывную, характеризующуюся некоторой диэлектрической проницаемостью. Связь между моделью непрерывной среды и описанием процесса рассеяния волн дается теоремой, устанавливающей соотношение между диэлектрической постоянной и амплитудой рассеяния волны вперед [1, 2].

Дифракция. В данной главе будут рассматриваться такие явления в плазме, как микротурбулентность и волны с пространственными масштабами, большими или порядка ионного ларморовского радиуса, и частотами, много меньшими частоты зондирующей волны. Если частоты зондирующих волн существенно превышают все характерные частоты в плазме, а именно электронную циклотронную и плазменную частоты, так же как это было сделано в главе 2, можно рассматривать плазму как преломляющую среду с показателем преломления, равным

$$n = \sqrt{1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2},$$

где $\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}$ – плазменная частота.

Если $\omega^2 \gg \omega_{pe}^2$, можно использовать приближенное выражение для показателя преломления плазмы

$$n \cong 1 - \omega_{pe}^2 / 2\omega^2. \quad (1)$$

Заметим, что при таком «квазистационарном» подходе изменения показателя преломления считаются медленными, т. е. его изменения малы за период падающей волны - $\partial n / (n-1) \partial t \ll \omega_0$.

Плотность тока, создаваемого полем волны, равна

$$\vec{j} = \frac{ie^2 n_e}{m_e \omega} \cdot \vec{E}.$$

Возмущения тока создают в плазме соответствующую плотность заряда, равную $\rho = \text{div}(\frac{n_e e^2}{m_e \omega^2} \cdot \vec{E})$. Учтем теперь обратное влияние

возбуждаемых волной токов и зарядов на ее распространение, считая этот ток достаточно малым по сравнению с током смещения

$$(j \ll \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\partial E}{\partial t} \text{ или } \frac{4\pi n_e e^2}{m_e \omega^2} \ll 1).$$

Поле в плазме в этом приближении можно рассматривать как сумму падающей \vec{E}_0 и рассеянной \vec{E} волн малой амплитуды.

Подставляя суммарное поле в уравнения Максвелла получаем в первом приближении следующее уравнение, описывающее генерацию рассеянной волны:

$$\Delta \vec{D} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{D} = \text{rot rot} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \cdot \vec{E}_0, \quad (2)$$

где

$$\vec{D} = (1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}) \vec{E} = \epsilon \vec{E} \quad [2. \text{ С. 599}].$$

Для произвольной среды с диэлектрической проницаемостью ϵ ($\epsilon = n^2$, где n – показатель преломления) высокочастотная проводи-

мость равняется $\sigma = \frac{(\varepsilon - 1)\omega}{4\pi i}$ и соответственно плотность тока,

возбуждаемого падающей волной, равна

$$\vec{j} = \frac{(\varepsilon - 1)\omega}{4\pi i} \cdot \vec{E}_0$$

(плотность возникающего в среде заряда определяется, очевидно, уравнением непрерывности). Аналогичные рассуждения, приводят к следующему уравнению, описывающему процесс рассеяния волны в этом, более общем случае:

$$\Delta \vec{D} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{D} = -\text{rot rot}(n^2 - 1) \cdot \vec{E}_0. \quad (3)$$

Формально, решением уравнения (3) является выражение, сходное с решением волнового уравнения для векторного потенциала в пространстве, где текут переменные во времени токи,

$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \cdot \vec{j}(\vec{r}, t)$, которое имеет известное решение вида

$$\vec{A} = \frac{1}{c} \cdot \int \frac{\vec{j}(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3 r'.$$

Далее предположим, что падающая волна плоская и ее волновой вектор равен \vec{k} . На больших расстояниях от объекта $|\vec{r}| = R \gg |\vec{r}'|$, дифрагированное поле E_d может быть записано в волновой зоне как (заметим, что вне плазмы $\vec{D} = \vec{E}$, изменения показателя преломления считаются медленными):

$$\vec{E}_d(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\text{rot rot}((n^2 - 1)(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})) \cdot \vec{E}_0 e^{i\vec{k}\vec{r}' - i\omega(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot d^3 r',$$

что сводится в волновой зоне к

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}, t) &\cong \frac{1}{4\pi R} \cdot \text{rotrot}(\vec{E}_0 e^{ikR - i\omega t}) \int (n^2 - 1) \cdot e^{-i(\vec{k}' - \vec{k})\vec{r}'} d^3 r' = \\ &= \frac{e^{ikr - i\omega t}}{4\pi R} \cdot [\vec{k}' [\vec{k}' \vec{E}_0]] \cdot \int (n^2 - 1) \cdot e^{-i(\vec{k}' - \vec{k})\vec{r}'} d^3 r'\end{aligned}$$

где $\vec{k}' = \frac{\omega}{c} \cdot \frac{\vec{r}}{R}$ - волновой вектор рассеянной волны. Для малых углов рассеяния можно приближенно положить

$$\vec{E}_d(\vec{r}, t) \cong \frac{\vec{E}_0 e^{ikr - i\omega t}}{4\pi R} \cdot \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \int (n^2 - 1) \cdot e^{-i(\vec{k}' - \vec{k})\vec{r}'} d^3 r'. \quad (4)$$

Использованные нами при выводе формулы (4) допущения соответствуют хорошо известному борновскому приближению, которое часто используется для интерпретации экспериментов по рассеянию.

Из уравнения (4) следует, что в дальней зоне дифрагированное поле пропорционально фурье-образу от $n^2 - 1$ для заданной пространственной частоты $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$.

Геометрическая оптика. Для сильного взаимодействия со средой, вообще говоря, не существует простого приближенного решения уравнений (2), (3). Тем не менее одно частое решение, соответствующее рассеянию вперед, полезно рассмотреть, так как оно соответствует приближению геометрической оптики. Оно может быть получено, если игнорировать векторный характер поля и использовать для получения решения волнового уравнения следующее представление: $E(r) = \exp(\rho + i\phi(r))$, где ρ и ϕ - вещественные функции (так называемое преобразование Рытова). Тогда легко показать, что вещественная и мнимая части волнового уравнения могут быть записаны следующим образом:

$$(\nabla\phi)^2 = k_0^2 n^2 + \nabla^2 \rho + (\nabla\rho)^2 \quad (5)$$

и

$$\nabla^2 \phi = -2\nabla \phi \nabla \rho . \quad (6)$$

Для сред, которые однородны на масштабе большем, чем длина волны зондирующего излучения, второй и третий члены в правой части уравнения (5) могут быть опущены, что дает уравнение эйконала геометрической оптики. Это уравнение определяет лучи, которые в каждой точке пространства параллельны $\nabla \phi$ и соответственно перпендикулярны волновым фронтам, определяемым уравнением $\phi = \text{const}$.

Решение уравнения эйконала можно записать следующим образом:

$$\phi(\vec{r}) - \phi(\vec{r}_0) = k_0 \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} n(l) dl , \quad (7)$$

где интеграл берется вдоль лучевой траектории.

Амплитуда поля получается путем решения уравнения (6):

$$\Delta \rho(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) - \rho(\vec{r}_0) = -\frac{1}{2k_0} \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \frac{\nabla^2 \phi}{n} dl . \quad (8)$$

Окончательно выражение для амплитуды поля волны может быть записано в следующем виде:

$$E(\vec{r}) = \exp \left\{ \frac{-1}{2k_0} \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \frac{\nabla^2 \phi}{n} dl \right\} E(\vec{r}_0) . \quad (9)$$

В большинстве практически важных случаев желательно, чтобы амплитуда волны была примерно постоянной и лучи были почти прямыми. Как можно видеть, это соответствует случаю, когда $L \equiv |\vec{r} - \vec{r}_0| \ll 1/|\nabla n/n|$.

Тонкий фазовый объект. Сравнение уравнения (8) с уравнениями (3), (4) показывает, что дифракционные явления выходят за пределы описания геометрической оптики. Однако парадоксальным образом многие экспериментальные ситуации могут быть описаны с использованием комбинации теории дифракции и геометрической оптики. Чтобы это показать, необходимо

исследовать условия, при которых можно применять геометрическую оптику в средах, в которых имеет место дифракция. Вообще говоря, мы будем интересоваться случаем, когда коэффициент преломления мало отличается от единицы, т.е. может быть представлен в виде $n = 1 + n^*$, где n^* - произвольно малая величина. Соответствующее изменение амплитуды волны можно оценить пользуясь уравнениями (7), (8). Оно оказывается порядка $\rho \sim k^2 L^2 n^*/4$, где k - волновой вектор возмущения показателя преломления (предполагается, что $\nabla^2 \phi = \nabla^2 k_0 \int n dl \approx k_0 k^2 n^* L$).

Рассматривая члены, опущенные при выводе уравнения эйконала (5), легко прийти к заключению, что наиболее сильное ограничение состоит в том, что необходимо требовать выполнения условия $|\nabla^2 \rho| = k^2 \rho \ll k_0^2 (n^2 - 1) \cong 2 k_0^2 n^*$, или, вводя длины волн падающего излучения $\lambda = 2\pi/k_0$ и возмущения показателя преломления $\Lambda = 2\pi/k$, получаем

$$L^2 \ll \Lambda^4 / \lambda^2 \quad (10)$$

(условие ближней зоны).

Это условие наглядно представлено на рис. 1, который изображает плоскую волну, падающую на слой преломляющего вещества толщиной L , в котором присутствуют поперечные возмущения с характерным масштабом Λ . Эти возмущения рассеивают излучение под углами $\pm \lambda/\Lambda$, соответствующими ± 1 порядкам дифракции. Неравенство (10) эквивалентно утверждению, что дифрагированные волны должны разойтись на выходе из слоя на расстояние $\propto \lambda/\Lambda \cdot L$, много меньшее Λ .

Рис. 2 иллюстрирует условие, которому должны удовлетворять волновые векторы падающей и рассеянной волны $\vec{k}_{\pm 1} = \vec{k}_0 \pm \vec{k}$. Поскольку рассматриваемые возмущения относительно медленные, то $\omega_{\pm 1} = \omega_0 \pm \omega \cong \omega_0$ и мы должны соответственно потребовать, чтобы $|\vec{k}_{\pm 1}| \cong |\vec{k}_0|$, что соответствует условию Брэгга. В терминах угла рассеяния условие Брэгга может быть записано в виде $\sin(\theta/2) = k_0/2k$.

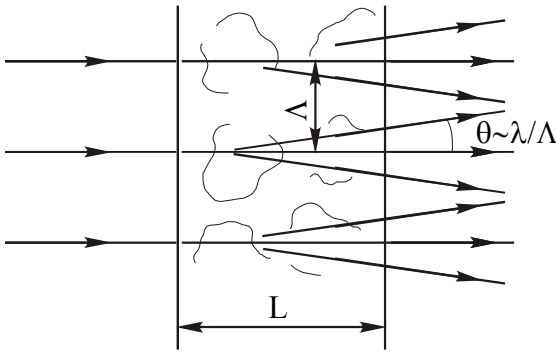


Рис. 1. Рассеяние плоской волны в тонком слое с возмущениями показателя преломления

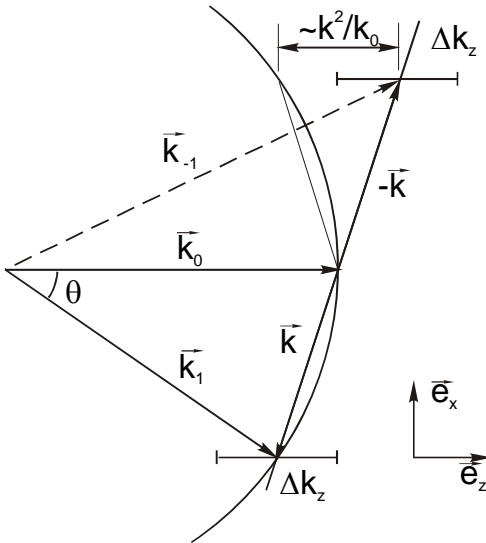


Рис. 2. Рассеяние волны в разные порядки дифракции

На рис. 2 разрешенные этим условием волновые векторы рассеянной волны лежат на окружности. Заметим, что для объема рассеяния, имеющего конечную глубину L , волновой вектор возмущения определен с точностью $\Delta k_z \approx 1/L$. Из этого следует, что можно отличать два режима в зависимости от того, может ли быть выполнено условие Брэгга для обоих порядков одновременно или нет. Как видно из рис. 2, режим одновременной дифракции в оба

порядка соответствует выполнению условия $\Delta k_z \gg k^2/k_0$, что эквивалентно неравенству (10). Этот режим называют часто дифракцией Рамана - Ната и преломляющая среда, удовлетворяющая условию ближней зоны, называется тонкой.

Таким образом, если длины взаимодействия достаточно малы, то можно использовать для описания распространения волны геометрическую оптику. Во многих случаях малоуглового рассеяния объем взаимодействия может быть достаточно малым для того, чтобы взаимодействие описывалось уравнением эйконала. В тоже время, регистрирующая аппаратура может располагаться в дальней зоне, где геометрическая оптика неприменима.

§ 5.2. Диагностики, основанные на коллективном рассеянии

Типичная схема эксперимента по рассеянию на возмущениях показателя преломления показана на рис. 3. Она включает в себя зондирующий пучок, обычно это когерентный гауссовский пучок лазера или подходящего источника СВЧ-излучения. В принципе, рассеянное излучение можно было бы просто собрать, рассматривая падающий пучок с помощью подходящей линзы и детектора. Однако, вообще говоря, амплитуда рассеянной волны чрезвычайно мала, так что для ее наблюдения требуется гетеродинная (или гомодинная) схема регистрации. Для этой цели рассеянное излучение заставляют интерферировать с опорной волной. Эта опорная волна может быть получена от некоторого дополнительного источника, часто имеющего немного отличающуюся частоту (гетеродинная схема), или путем деления волны основного источника излучения (гомодинная схема).

В одной из наиболее часто употребляемых схем опорная волна пересекает пробный пучок внутри плазмы, хотя это и приводит к

падению чувствительности для $|\vec{k}| \leq \frac{1}{W}$, где W - ширина пучка (см.

задачи к данной главе). Пересечение двух пучков, опорного и основного, определяет в этом случае объем рассеяния. Опорная волна может быть также получена с использованием делителя пучка

после того, как рассеянное излучение вышло из плазмы (штриховая линия на рис. 3). В этом случае нет нижнего предела чувствительности по длинам волн возмущений, так как схема работает как интерферометр вплоть до $|\vec{k}| \approx 0$.

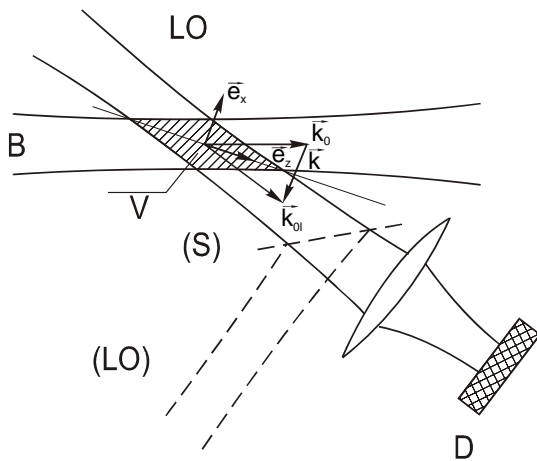


Рис. 3. Типичная схема эксперимента по рассеянию излучения с гетеродинным детектированием: В – падающий пучок; LO – локальная опорная волна; V – объем рассеяния; S – делитель пучка; D – детектор

Результирующая плотность мощности на детекторе может быть записана с точностью до несущественного множителя как

$$I = |E_d + E_{lo}|^2 = |E_d|^2 + |E_{lo}|^2 + E_d E_{lo}^* + E_d^* E_{lo}, \quad (11)$$

где индекс lo относится к опорной волне. Размер детектора выбирается таким образом, чтобы он собирал все рассеянное излучение и опорную волну. Так что измеряемая мощность имеет вид

$$P = \int (E_d E_{lo}^* + E_d^* E_{lo}) dS. \quad (12)$$

Подынтегральное выражение в уравнении (12) представляет собой, по существу, скалярное произведение. Это означает, что детектируемая мощность пропорциональна проекции (в функциональном смысле) рассеянного поля на опорную волну. Это скалярное произведение сохраняет свою величину во время распространения волн и, следовательно, может измеряться в любом

месте вдоль опорного пучка. Этим обстоятельством объясняется высокая селективность гетеродинного метода. Действительно, излучение, не исходящее из области пространства, определяемой опорным источником, или не распространяющееся вдоль вектора \vec{k}_{ol} , задаваемого опорной волной, не будет вносить вклада в сигнал.

Из уравнения (4) следует, что измеряемая мощность пропорциональна спектральной мощности в пространстве волновых векторов флуктуаций, взятой при $\vec{k} = \vec{k}_d - \vec{k}_0$.

Для возмущения плотности, имеющего вид плоской волны $\tilde{n}_e = \tilde{n}_{e0} \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t)$, удовлетворяющей условию Брэгга, рассеянная мощность из объема наблюдения может быть записана в виде

$$P_s = \tilde{n}_{e0}^2 P_i r_e^2 \lambda^2 l^2 / 4,$$

где l - длина объема взаимодействия вдоль зондирующего пучка, P_i - его мощность и $r_e = e^2/m_e c^2$ - классический радиус электрона.

Используя набор детекторов, можно реконструировать существенную часть спектра флуктуаций. Многоканальная диагностика по рассеянию с использованием лазера дальнего инфракрасного излучения применялась, например, на токамаке ТЕХТ [3, 4]. В этом эксперименте использовались два когерентных дальних инфракрасных лазера с длиной волны $\lambda = 1.22$ мм, которые оптически накачивались с помощью CO_2 -лазера.

Зондирующий и опорный лазерные пучки настраивались с помощью системы активной обратной связи. Это обеспечивало активное гетеродинное детектирование с устойчивой промежуточной частотой 1 МГц, что позволяло также определять направление распространения низкочастотных дрейфовых волн по доплеровскому сдвигу частоты. Оптическая система могла перемещаться целиком в вертикальном и горизонтальном направлениях, так что можно было измерять характеристики плазменной турбулентности по всему сечению плазмы.

Для зондирующего и опорного пучков, имеющих гауссовский профиль, произведение пространственного разрешения и разрешения в пространстве волновых векторов - $\Delta k \Delta x$ имеет

минимум. Разрешения по проекциям волнового вектора даются следующими выражениями:

$$\Delta k_y/k = \Delta k_x/k = 2/\pi r \text{ и } \Delta k_z/k = k/(\pi k_0 r), \quad (13)$$

где $r = wk/\pi = 2w/\Lambda$ [5].

Полуширина w – определяется для гауссовских зондирующего и опорного пучков по снижению интенсивности в $1/e$ и аналогично ширины $\Delta k_{x,y}$ определяются точками спада в $1/e$ спектра мощности опорного пучка. Длина объема взаимодействия вдоль направления z определяется выражением

$$l = 2w\Lambda/\lambda = r\Lambda^2/\lambda. \quad (14)$$

Выбор длины волны зондирующего излучения и конкретной схемы эксперимента часто определяется компромиссом между желанием достичь хорошего пространственного разрешения $l \ll L$, где L – размер плазмы, и одновременно получить хорошее разрешение по волновым векторам. Для многих типов флуктуаций в высокотемпературной плазме, изучение которых представляет интерес, углы рассеяния оказываются слишком малыми, чтобы получить хорошее пространственное разрешение вдоль направления распространения зондирующего пучка.

Диагностики по рассеянию зондирующего излучения широко использовались для изучения дрейфовой турбулентности в высокотемпературной плазме и в меньшей степени для исследования плазменных волн, возбуждаемых внешними источниками. Для генерации зондирующего пучка используется широкий спектр источников излучения: от генераторов миллиметрового диапазона [6], таких как клистроны, до лазеров дальнего инфракрасного излучения [3, 4] и CO_2 -лазеров инфракрасного диапазона [7, 8]. Соответственно в схемах детектирования используются (суб)миллиметровые диодные смесители или охлаждаемые жидким азотом инфракрасные фотодиоды.

§ 5.3. Методы просвечивания

Просвечивание электромагнитными волнами используется, в основном, для измерения макроскопических параметров, таких как профиль плотности. Пример интерференционных схем такого типа

для СВЧ-диапазона был рассмотрен выше, в главе 2. Эта схема использует несколько дискретных пучков, проходящих через плазму по различным хордам [9]. Кроме того, если установка имеет достаточно большие патрубки и окна, может использоваться широкий зондирующий пучок, охватывающий все или почти все сечение плазмы [10, 11]. В последнем случае плазма отображается на многоэлементный детектор или на детектор, расположенный в ближней зоне от объема взаимодействия, определяемой неравенством (10).

Изображающий интерферометр Маха – Цандера схематично изображен на рис. 4. Хотя интерферометрию принято считать королевой всех методов просвечивания, существует удивительное многообразие других методов получения изображений, разработанных для исследований различных преломляющих сред в таких областях, как просвечивающая микроскопия, эксперименты в аэродинамических трубах и физике плазмы [12 - 15].

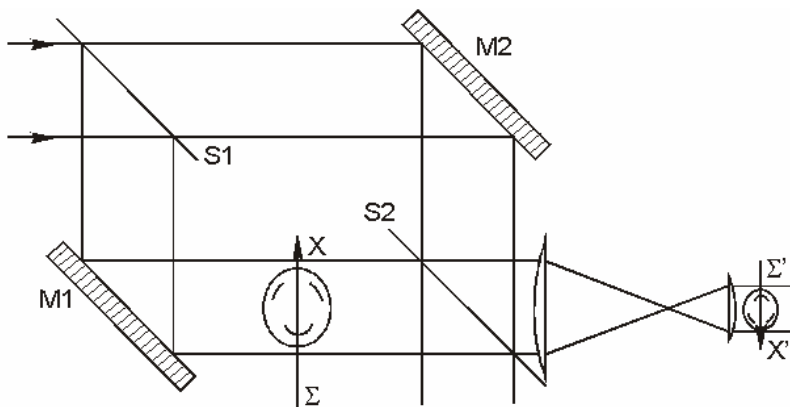


Рис. 4. Изображающий интерферометр Маха – Цандера: S1, S2 – делители пучка; M1, M2 – зеркала; Σ , Σ' – объектная плоскость и плоскость изображения

Эти методы обычно выделяют интересующие области, такие как области с большими градиентами или области с повышенным рассеянием. Преимущество этих методов состоит в том, что они

менее чувствительны к вибрациям, чем интерферометры. Все эти методы связаны с пространственной фильтрацией, хотя их конкретная интерпретация зависит от характера взаимодействия зондирующего излучения с преломляющей средой. Во многих ранних экспериментах изучалась плазма много меньших размеров и более плотная, чем сейчас имеет место в современных термоядерных установках. Плазму с такими параметрами можно изучать с помощью лазеров видимого диапазона, таких как рубиновый лазер, и используя фотопленку в качестве детектора.

Классический пример методов просвечивания - это шпирен метод (кромки ножа), использовавшийся Фуко для проверки качества астрономических зеркал. В приближении геометрической оптики наличие градиента показателя преломления приводит к изменению направления распространения луча в соответствии с выражением

$$\alpha(x, y) = k_0 \nabla_{\perp} \phi(x, y) , \quad (15)$$

где ϕ определяется линейным интегралом от плотности (7).

На схеме, представленной на рис. 5, объект из преломляющего свет материала освещается параллельным пучком света и помещается в предметную плоскость (Σ) телескопа, состоящего из линз L1 и L2. Набор детекторов или фотографическая пластинка располагаются в плоскости изображения (Σ'). Эффект кромки ножа состоит в том, что отсекаются от попадания в плоскость Σ' лучи света, идущие под углами к оси, меньшими некоторого, определяемого положением ножа в фокусе линзы L1. В этом случае вклад в изображение будут давать только области фазового транспаранта, в которых поперечные градиенты превышают некоторую заданную величину. Если объект освещается протяженным источником, все области в предметной плоскости будут давать вклад в изображение в фокальной L1. Поскольку смещение этого изображения зависит от угла отклонения, также будет зависеть от угла отклонения и количество света, дающего вклад в изображение фазового транспаранта в Σ' . Таким образом, интенсивность изображения оказывается пропорциональной линейному интегралу от поперечного градиента показателя преломления.

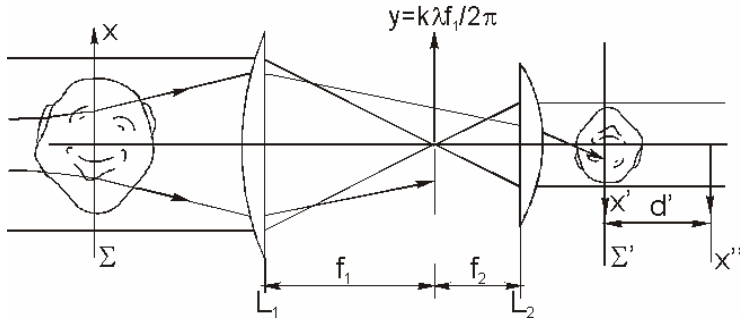


Рис. 5. Схема шпирен метода с пространственным фильтром в виде кромки ножа. Устройство может работать в режиме “тенеграфии” без пространственного фильтра, если объект смещен от плоскости Σ на расстояние $-d$ или если изображение наблюдается на расстоянии $d' = f_2 d / f_1$ от плоскости Σ'

Множество вариаций этого метода существует в зависимости от природы фильтрации и схемы освещения. Простейшая схема, называемая тенеграфией, не использует фильтров вообще, но вместо этого дает модуляцию интенсивности за счет создания изображения вне фокуса. Из уравнения (9) видно, что, если объект находится вне фокуса на расстоянии z от него, это вызывает модуляцию интенсивности изображения в первом порядке, равную

$$\frac{\Delta I(x, y)}{I_0} = \frac{-z \nabla_{\perp}^2 \phi(x, y)}{nk_0}. \quad (16)$$

Поскольку шпирен-методы состоят в одновременном измерении поперечного волнового вектора и положения, их разрешение, как и методов рассеяния, ограничено соотношением неопределенностей $\Delta(\nabla_{\perp} \phi) \Delta x, y \geq 2\pi$. Относительно малые фазовые сдвиги и градиенты фазы при измерениях в высокотемпературной плазме в современных установках с магнитным удержанием не дают возможности использовать шпирен-методы геометрической оптики. Фактически геометрическая оптика предсказывает исчезающе малые углы отклонения для флуктуаций плотности плазмы очень малой амплитуды, в то время как дифракционные интегралы (3), (4) показывают, что дифракционные углы зависят только от величины

волнового вектора рассматриваемых флуктуаций, а не от их амплитуды. В этом контексте оптические методы фильтрации не могут быть интерпретированы в терминах геометрической оптики, несмотря на бросающееся в глаза сходство в используемой технике.

Оптическая фильтрация представляет очень заманчивые альтернативы более традиционным методам рассеяния в случае, если исследуемые возмущения имеют пространственные масштабы, для которых плазма оказывается оптически тонкой в смысле уравнения (10). При рассмотрении различных методов нужно иметь в виду, что дифрагированный свет несет только определенную часть информации о флуктуациях в плазме, а именно о той части их спектра, которая удовлетворяет условию Брэгга. Мастерство экспериментатора заключается в том, чтобы извлечь из этого в каждом конкретном случае как можно больше полезных данных, хотя способ извлечения этой информации может быть различным и может требовать специфических подходов к ее интерпретации.

Существенное отличие между методами визуализации и рассеяния состоит в том, что первые дают представление как выглядят флуктуации в реальном пространстве, в то время как вторые дают спектр флуктуаций по волновым числам. Ясно, что если измеряется все волновое поле, оба подхода эквивалентны и дают весь объем информации, который может быть получен из дифрагированного волны. В зависимости от того, являются ли изучаемые флуктуации пространственно однородными или нет, тот или другой подход может дать больше данных, допускающих прямую интерпретацию.

Наиболее разработанным из методов фильтрации волновой оптики является метод фазового контраста, за открытие которого Цернике получил Нобелевскую премию по физике в 1935 г. [16, 17]. Этот метод используется для детектирования малых фазовых возмущений ($\phi \ll 1$) и позволяет получать модуляцию интенсивности, прямо пропорциональную ϕ .

Метод фазового контраста был первоначально предложен для визуализации живых организмов под микроскопом без введения окрашивающего вещества и затем также нашел применение в электронных микроскопах [18] и для исследования потоков малой плотности в аэродинамике.

Одна из исследовательских групп [19] использовала этот метод для изучения турбулентных возмущений в плазме высокой плотности с помощью импульсного рубинового лазера в качестве источника зондирующего излучения и фотопленки для регистрации. Эти авторы, однако, как оказалось, недостаточно заботились о линейности фильтрующей системы, что позволяло только проводить визуализацию возмущений с длинами волн меньше примерно 1мм. Метод фазового контраста с тех пор применялся для изучения флуктуаций плотности плазмы в токамаках TCA [20], DIII-D [21] и C-MOD с использованием зондирующих пучков, создаваемых CO₂-лазерами ($\lambda = 10.6\mu\text{m}$) и много-элементных фотоприемников.

§ 5.4. Методы оптической фильтрации для слабо преломляющей среды

Измерение малых фазовых сдвигов. Рассмотрим случай плоского волнового фронта с комплексным профилем амплитуды, задаваемым функцией $B(\vec{x})$. Взаимодействие этой волны с тонким фазовым объектом может быть описано умножением на фазовый множитель, получаемый из эйконального приближения (уравнение 7) при $\phi \ll 1$:

$$B'(\vec{x}, t) = \exp(i\phi(\vec{x}, t))B(\vec{x}) \cong (1 + i\phi(\vec{x}, t))B(\vec{x}). \quad (17)$$

Для простоты мы опустим временную зависимость и векторные обозначения для указания положения точки x . Интенсивность проходящего пучка $|B|^2$ не меняется при прохождении через тонкий фазовый объект. Для того чтобы получить измеряемое изменение интенсивности (плотности мощности), необходимо добавить волновое поле, которое могло бы положительно интерферировать с дифрагированным полем $i\phi(x)$. Например это может быть опорная волна с амплитудой $iB(x)$. Это можно реализовать с помощью интерферометра, показанного на рис. 4. Суммарное волновое поле приобретает вид $B''(x) = B(x) + i\phi(x)B(x) + iB(x)$ и интенсивность равна

$$I(x) = |B''(x)|^2 = 2|B|^2(x)(1 + \phi(x)). \quad (18)$$

Соотношения между комплексными амплитудами волн показаны на Рис. 6 б, в.

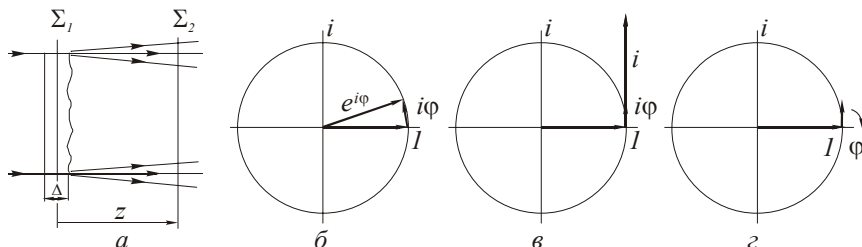


Рис. 6. Измерение малых фазовых сдвигов: а - прохождение через тонкий фазовый транспарант; б - фазовые соотношения между дифрагированной ($i\phi$) и недифрагированной (1) компонентами; в - измерение дифрагированной компоненты путем добавления опорной волны (интерферометрия); г - измерение дифрагированной компоненты с помощью фазового сдвига (внутренняя опора)

Другие методы не используют внешнюю опорную волну. Каким же образом это достигается? Ответ состоит в том, что так или иначе в этих методах опорная волна получается из самого проходящего пучка.

В случае применения техники фильтрации на различные компоненты спектра волновых векторов можно воздействовать независимо в фокусе линзы L1. В случае фазового контраста (рис. 7) дифрагированное поле сдвинуто по фазе на $-\pi/2$ (или $+\pi/2$) по отношению к проходящему пучку. Это приводит к тому, что $B''(x) = B(x) + \phi(x)B(x)$ и интенсивность равна соответственно

$$I(x) = |B''(x)|^2 = |B|^2(x)(1 + 2\phi(x)) \quad (19)$$

Как работают другие методики, можно понять, пользуясь подобным подходом, хотя в них получающиеся фазовые сдвиги не обязательно равны точно $\mp\pi/2$ для всех волновых векторов в спектре. Понятно также, что схема с внутренней опорой не может измерить абсолютный фазовый сдвиг, как это делает интерферометр. С помощью такой схемы можно только измерить фазу

относительно средневзвешенной фазы в пучке. Это приводит к необходимости более подробного рассмотрения линейных передаточных свойств методов оптической фильтрации.

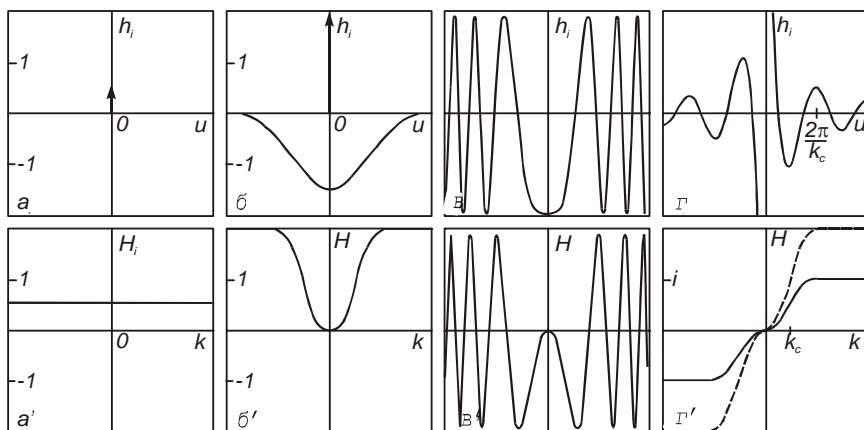


Рис. 7. Импульсные отклики и передаточные функции схем измерения малых фазовых сдвигов: а, а' Интерферометрия; б, б' Фазовый контраст; в, в' Сцинтилляция; г, г' Кромка ножа и фазовое лезвие

Основные положения теории линейных оптических систем можно найти во многих учебных пособиях (см., например, [22 - 24]), мы будем их вводить в дальнейшем по мере необходимости. Влияние оптической системы на оптическое волновое поле описывается в этой теории с помощью линейной операции L , которая дает комплексное волновое поле изображения по известному волновому полю в объектной плоскости:

$$\begin{aligned}
 L : B'(x) &\rightarrow B''(x) = R(x) + D(x), \\
 L : B(x) &\rightarrow R(x), \\
 L : i\phi(x)B(x) &\rightarrow D(x), \\
 L : \delta(x - y) &\rightarrow h(x, y),
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

где $R(x)$ обозначает опорную волну и $D(x)$ - соответственно дифрагированное поле, которое линейно по ϕ . Линейное преобразование

оптических волновых полей часто описывают, вводя функцию импульсного отклика $h(x,y)$. Если $h(x,y) = h(x-y)$, то говорят, что система инвариантна по отношению к сдвигу и может характеризоваться передаточной функцией $H(k)$, которая представляет собой фурье образ $h(x)$.

Интенсивность в плоскости изображения равна

$$I(x) = |R|^2(x) + R^*(x)D(x) + R(x)D^*(x) + |D|^2(x). \quad (21)$$

Когда $\phi \ll 1$, $|R|^2$ является самым большим членом, интерференционный член имеет порядок $\phi|R|^2$ и изменение интенсивности за счет дифракции пренебрежимо мало - $\phi^2|R|^2$. Важной для нас является линейная связь между $\phi(x)$ и интерференционным членом в интенсивности. Можно описывать эту связь другой линейной операцией, которая является характеристикой оптического инструмента:

$$L_i : \phi(x) \rightarrow \Delta I(x),$$

где

$$\Delta I(x) = R^*(x)D(x) + R(x)D^*(x). \quad (22)$$

Это линейное соотношение между $\phi(x)$ и $\Delta I(x)$ описывается соответствующей аппаратной функцией импульсного отклика $h_i(x,y)$, которая есть отклик $\Delta I(x)$ для фазового возмущения в виде дельта функции и которая получается заменой $\phi(x)$ на $\delta(x-y)$ в уравнении (22). Для дискретного случая этот импульсный отклик имеет общий смысл передаточной матрицы (матрицы перехода). Эту матрицу можно обратить, для того чтобы реконструировать $\phi(x)$ по $\Delta I(x)$, что обеспечивается тем, что матрица перехода является хорошо определенной. Фурье образ $h_i(x,x-y)$ по отношению к переменной $u = x-y$ для фиксированного значения x представляет собой отклик по волновым векторам. Будем называть эту функцию инструментальной передаточной функцией $H_i(k)$, если система инвариантна по отношению к сдвигу, т.е. $h_i(x,y) = h_i(x-y)$.

Импульсный отклик и передаточная функция для инструмента в целом (уравнение (22)) и эти же функции, относящиеся к оптическим волновым полям, не должны вызывать путаницу

(уравнение (20)). Большинство оптических инструментов довольно хорошо удовлетворяет условию инвариантности по отношению к сдвигу в пределах поля изображения и их передаточные функции представляют прекрасную основу для сравнения различных изображающих методов. В следующих разделах будут вычислены различные члены, входящие в уравнение (22) для трех изображающих методов, которые рассматриваются в данной главе. Прежде чем приступить к этим вычислениям, представим себе, что мы используем тот же самый источник освещения и увеличение для интерферометра Маха - Цандера как показано на рис. 4. Из уравнения (18) видно, что в этом случае $\Delta I = \phi I$, где I - интенсивность в выходном плече интерферометра.

Необходимость расщепления пучка приводит к тому, что $I = I_0/2$, $I_0 = |B|^2$ есть интенсивность, которую можно использовать для не интерферометрических методов, имея тот же источник света. Таким образом, для рассматриваемой интерферометрической схемы можно положить $\Delta I = I_0 \cdot \phi/2$, а следовательно, $h_i(u) = \delta(u)/2$ и $H_i(k) = 1/2$. Эти функции показаны на рис. 7, а и будут использоваться в дальнейшем для сравнения с функциями, относящимися к обсуждаемым ниже методам.

Фазовый контраст. Примерная схема измерений по методу фазового контраста показана на рис. 8. Используя телескопическую сборку из двух линз с фокусными расстояниями f_1 и f_2 , эта схема дает в плоскости Σ' фильтрованное изображение тонкого фазового объекта, помещенного в плоскости Σ . Фазовый объект освещается слабо расходящимся пучком света некоторого источника, например лазера. Пространственный фурье-спектр передаваемого волнового поля проецируется на фокальную плоскость линзы $L1$. Можно показать, что для идеальной линзы волновое поле в плоскости Σ и в фокальной плоскости $L1$ связаны точным фурье преобразованием

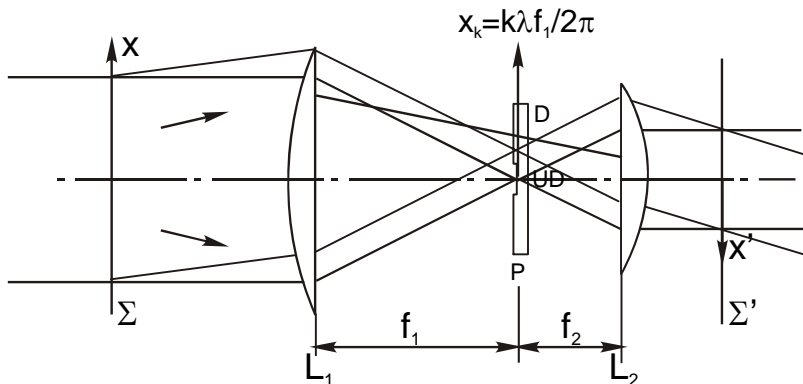


Рис. 8. Иллюстрация применения метода фазового контраста:
 Σ - объектная плоскость; Σ' - плоскость изображения; L_1, L_2 - линзы, P - фазовая пластинка; D - дифрагированная компонента волны; UD - недифрагированная компонента

[22 – 24], если их расстояние до L_1 равно ее фокусному расстоянию f_1 . На практике, однако, Σ может быть на любом конечном расстоянии от L_1 . Тогда волновое поле в фокусе линзы L_1 остается, с точностью до несущественного фазового множителя фурье образом волнового поля в плоскости Σ . Компонента передаваемого волнового поля с заданной пространственной частотой (или волновым вектором) распространяется под углом k/k_0 к оси z , следовательно, отображается в точку с координатой $x_k = k\lambda f_1/2\pi$. Эта “плоскость Фурье” оборудуется пространственным фильтром, называемым фазовой пластинкой, которая представляет собой пластинку из стекла немного утолщенную в том месте, куда попадают лучи с $|k| > k_c$. Разница в толщине пластинки подбирается таким образом, чтобы сдвинуть по фазе дифрагированный свет с $|k| > k_c$ на $-\pi/2$. Линза L_2 производит фурье - преобразование отфильтрованного спектра, что эквивалентно с точностью до инверсии изображения и некоторого увеличения просто обратному фурье - преобразованию исходного волнового поля. В плоскости изображения устанавливаются подходящие светочувствительные

детекторы, такие, например, как фотодиоды или приборы с зарядовой связью (ПЗС - матрицы). На практике увеличение системы f_2/f_1 подбирается так, чтобы подогнать размер изображения фазового объекта к размеру регистрирующей системы. В дальнейшем анализе передаточных свойств этих систем для простоты будем считать, что увеличение равно единице.

Проходящий пучок в плоскости Σ может быть записан в виде

$$B'(x) = \{1 + i\phi(x)\}B(x), \quad (23)$$

где $B(x)$ - падающий пучок. В плоскости Фурье амплитуда волны равна

$$\tilde{B}'(k) = \{\delta(k) + i\tilde{\phi}(k)\} \otimes \tilde{B}(k), \quad (24)$$

где символ “ \sim ” обозначает фурье-образ, а \otimes - оператор свертки, определяемый как $a(k) \otimes b(k) = \int a(\xi)b(k - \xi)d\xi$. При выводе уравнения (24) мы использовали теорему о свертке, которая гласит, что фурье-образ произведения функций равен свертке фурье-образов каждой из них. Влияние фазовой пластинки описывается следующим соотношением:

$$\tilde{B}''(k) = \{1 - (1 - i)\tilde{C}(k)\}\tilde{B}'(k), \quad (25)$$

где $\tilde{C}(k) = 1$ для $|k| \leq k_c$ и $\tilde{C}(k) = 0$ при $|k| > k_c$.

Соответствующие величины в Фурье плоскости показаны на рис. 9. Если мы хотим принять во внимание конечное оптическое разрешение, то необходимо также иметь в виду, что $\tilde{B}''(k)$ падает до нуля при волновых векторах, больших некоторого максимального значения $|k|$. В практических ситуациях для таких протяженных объектов, как плазма, это ограничение вероятнее всего соответствует волновым векторам, для которых объект не является тонким в смысле неравенства (10), и, следовательно, метод фазового контраста неприменим. Кроме того, разрешение часто ограничивается доступными детекторами, а не оптическими свойствами системы. Поэтому для простоты мы будем предполагать, что не существует верхнего предела по волновым векторам, которые могут проходить через оптическую систему.

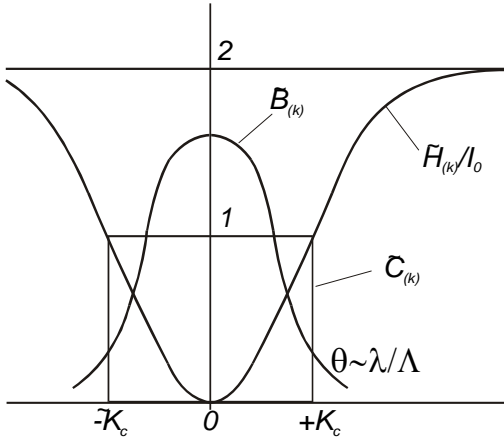


Рис. 9. Функции волнового поля в плоскости Фурье и передаточная функция метода фазового контраста

Амплитуда волны в плоскости изображения получается обратным фурье-преобразованием:

$$B''(x) = R(x) + D(x), \quad (26)$$

$$R(x) = B(x) + (i-1)B(x) \otimes C(x),$$

где

$$D(x) = i\phi(x)B(x) - (1+i)\{\phi(x)B(x) \otimes C(x)\}$$

и $C(x)$ есть обратное фурье-преобразование от $\tilde{C}(k)$. Соответствующая интенсивность дается уравнением (21). Интерференционные члены (22) равны

$$\begin{aligned} \Delta I(x) &= \{ [B(x) \otimes C(x)] B^*(x) \phi(x) - B(x) [C(x) \otimes B^*(x) \phi(x)] \} + \\ &+ \text{к.с.} = 2B(x) \{ [B(x) \otimes C(x)] \phi(x) - C(x) \otimes [B(x) \phi(x)] \} = \quad (27) \\ &= 2B(x) \left\{ \int B(y) C(y-x) dy \phi(x) - \int C(y-x) B(y) \phi(y) dy \right\}. \end{aligned}$$

Из приведенного выше уравнения видно, что $\Delta I(x)$ пропорционально разности между $\phi(x)$ и средневзвешенной ϕ по окрестности x . Импульсный отклик можно получить, подставляя $\phi(x) = \delta(x-y)$:

$$h_i(x, y) = 2B(x)[B(x) \otimes C(x)] \left\{ \delta(x - y) - \frac{B(y)C(x - y)}{B(x) \otimes C(x)} \right\}. \quad (28)$$

В предположении о инвариантности по отношению к сдвигу (около $y = 0$) это выражение далее сводится к

$$h_i(x - y) = h(u) \cong 2I_0 \left\{ \delta(u) - \frac{B(-u)C(u)}{\int B(v)C(v)dv} \right\}. \quad (29)$$

Здесь использовано, что $B(x)[B(x) \otimes C(x)] \cong |B(x)|^2 = I_0(x)$. Это приближение оправдано, если k_c выбрано достаточно большим, чтобы не влиять существенно на падающий пучок.

Окончательно фурье-преобразование от $h_i(u)$ дает передаточную функцию

$$H_i(k) \cong 2I_0 \left\{ 1 - \frac{\tilde{B}(-k) \otimes \tilde{C}(k)}{[\tilde{B}(-l) \otimes \tilde{C}(l)]_{l=0}} \right\}. \quad (30)$$

Числитель этого выражения представляет собой корреляционную функцию $\tilde{B}(k)$ и $\tilde{C}(k)$. Как и ожидалось, видно, что фазовый контраст не может измерять абсолютные фазовые сдвиги: $H_i(0) = 0$. Передаточная функция показана на рис. 7, b'. Она имеет гладкую отсечку при $k = k_c$ и становится независимой от волнового вектора для больших значений k . Если k_c выбрано таким образом, чтобы охватить ограниченный дифракцией размер окна, соответствующий $B(x)$, то прибор чувствителен к возмущениям с длинами волн короче, чем ширина пучка в плоскости объекта. Тогда передаточная функция становится близкой к теоретической передаточной функции идеального интерферометра с внутренней опорой (см. задачи к данной главе). Заметим, что для $k > k_c$ отклик в четыре раза больше, чем для интерферометра, как показано на рис. 7, a'. В принципе система могла бы быть сделана произвольной чувствительности путем увеличения интенсивности падающего пучка I_0 . На практике, однако, существует предел допустимой мощности на детекторах. Например фотодиоды, используемые на длине волны CO_2 -лазера ($\lambda = 10.6 \mu$), насыщаются для плотности мощности более 1 мВт/мм^2 . Это ограничение довольно слабое,

учитывая большие мощности (десятки ватт), которые могут быть получены с помощью стандартных лабораторных CO₂-лазеров. Можно увеличить фазовый контраст, если уменьшить мощность локальной опорной волны, используя фазовую пластинку с полупрозрачной центральной частью. Влияние полупрозрачной фазовой пластинки можно моделировать путем следующей модификации уравнения (25):

$$\tilde{B}''(k) = \{1 - \tilde{C}(k) + i\gamma\tilde{C}(k)\}\tilde{B}'(k), \quad (25a)$$

где $\gamma \leq 1$ есть амплитудное пропускание.

В этом случае передаточная функция становится равной

$$H_i(k) \cong 2\gamma I_0 \left\{ 1 - \frac{\tilde{B}(-k) \otimes \tilde{C}(k)}{[\tilde{B}(-l) \otimes \tilde{C}(l)]_{l=0}} \right\}. \quad (30a)$$

Интенсивность из-за фильтрации падающего света становится равной примерно $\gamma^2 I_0$. Следовательно, для возмущений показателя преломления с $k > k_c$ возмущение интенсивности будет равно $\Delta I/I \cong 2\phi/\gamma$.

Сцинтилляция. Очень простой способ получения изменения интенсивности в результате фазовых сдвигов состоит в том, чтобы поместить детектор на расстоянии z за фазовым объектом, как показано на рис. 7, а. Практическая схема может по-прежнему включать в себя устройства для получения изображения, как показано на рис. 8, но без фазовой пластинки и так, что объект сдвинут от фокуса на расстояние z . Чтобы понять, как работает данная схема, необходимо вычислить передаточную функцию, соответствующую распространению в свободном пространстве. Проще всего рассмотреть монохроматическую плоскую волну, распространяющуюся от Σ_1 до Σ_2 , как показано на рис. 7, а:

$$E(x_1, x_2, z, t) = E_0 \exp i\{k_z z + k_{x_1} x_1 + k_{x_2} x_2 - \omega_0 t\},$$

где

$$k_0^2 = k_z^2 + k_{x_1}^2 + k_{x_2}^2. \quad (31)$$

Следовательно, передаточная функция, описывающая распространение от Σ_1 до Σ_2 , есть просто:

описывающая распространение от Σ_1 до Σ_2 , есть просто:

$$H_z(k_{x_1}, k_{x_2}) = \frac{E(x_1, x_2, z, t)}{E(x_1, x_2, 0, t)} = \exp ik_z z$$

$$= \exp \left\{ izk_0 \sqrt{1 - \frac{k_{x_1}^2 + k_{x_2}^2}{k_0^2}} \right\}. \quad (32)$$

Полезное приближение второго порядка, приближение Френеля, получается для распространения волны под малыми углами к оси z :

$$H_z(k) \cong \exp \left\{ ik_0 z \left(1 - \frac{k^2}{2k_0^2} \right) \right\}. \quad (33)$$

В уравнении (33) мы опустили векторные обозначения для (k_{x_1}, k_{x_2}) . Соответствующий импульсный отклик в приближении Френеля равен

$$h_z(x) \cong \frac{k_0}{2\pi} \frac{1}{iz} \exp \left\{ ik_0 z \left(1 + \frac{x^2}{2z^2} \right) \right\}. \quad (34)$$

Теперь можно вычислить интенсивность на расстоянии z от фазового объекта:

$$B''(x) = B'(x) \otimes h_z(x) =$$

$$= \{ [1 + i\phi(x)] B(x) \} \otimes h_z(x) \quad (35)$$

В обозначениях уравнений (20) - (22)

$$R(x) = B(x) \otimes h_z(x) \text{ и } D(x) = i\phi(x)B(x) \otimes h_z(x).$$

Интерференционные члены в выражении для интенсивности имеют вид

$$\Delta I(x) = -i \{ B(x) \otimes h_z(x) \} \{ \phi(x) B^*(x) \} \otimes h_z^*(x) + \text{к.с. .}$$

Ближняя зона может быть определена как область, близкая к фазовому объекту, в которой модуль амплитуды падающего пучка существенно не изменяется:

$$B(x) \otimes h_z(x) \cong \exp(ik_0 z) B(x).$$

Следуя этому определению, можно представить приборный импульсный отклик в следующем виде:

$$h_i(x, y) \cong -\frac{k_0}{\pi z} B(x) B^*(y) \cos\left\{k_0 \frac{(x-y)^2}{2z}\right\}, \quad (35a)$$

или в приближении инвариантности по отношению к сдвигам ($B(x) \cong B(y)$), рис. 7, с),

$$h_i(u) \cong -\frac{k_0}{\pi z} I_0 \cos\left\{\frac{k_0 u^2}{2z}\right\} \quad (36)$$

и соответствующее двумерное фурье-преобразование:

$$H_i(k) \cong -2I_0 \sin\left\{\frac{zk^2}{2k_0}\right\}. \quad (37)$$

Эта передаточная функция имеет быстро осциллирующий характер, как показано на рис. 7, в', что затрудняет интерпретацию измерений вне фокуса. Кроме того, поскольку величина передаточной функции уменьшается для большинства волновых векторов, часть информации, содержащейся в передаваемом волновом поле теряется. Можно заметить, что для $k^2 < |2k_0/z|$, где $H_i(k) \cong -I_0 zk^2/k_0$, распределение интенсивности пропорционально лапласиану $\partial^2 \phi / \partial x^2$, точно так же, как в случае теневой фотографии в геометрической оптике (16). Френелевский пропагатор, или $h_z(x)$, также полезен для оценок влияния сдвигов из фокальной плоскости в других методах и является очень полезным инструментом для описания распространения гауссовских пучков.

Метод ножа Фуко и фазового пространственного фильтра. Предшественник пространственной фильтрации, метод ножа Фуко, может быть также проанализирован с помощью формализма, приведенного в этом разделе. На рис. 10 показаны соответствующие величины в Фурье плоскости. В этом случае весь дифрагированный свет с $k > k_c$ отсекается, в то время как свет с $k < k_c$, включая почти весь недифрагированный свет, проходит насквозь и формирует изображение в плоскости Σ' . Влияние ножа может быть записано как следующее преобразование:

$$\tilde{B}''(k) = B'(k)[1 - \tilde{E}(k)], \quad (38)$$

где $\tilde{E}(k) = 1$ при $k > k_c$ и $\tilde{E}(k) = 0$ для $k < k_c$.

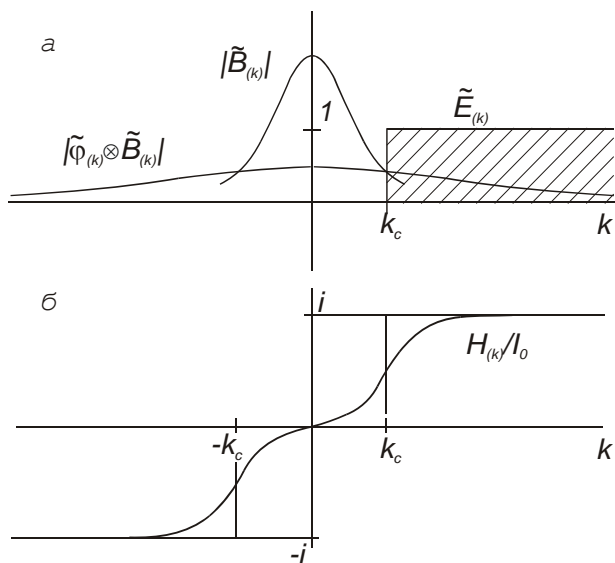


Рис.10. Функции волнового поля в плоскости Фурье и передаточная функция метода кромки ножа

Это приводит к тому, что волновое поле в плоскости изображения приобретает вид

$$B''(x) = \{[1 + i\phi(x)]B(x)\} \otimes [\delta(x) - E(x)], \quad (39)$$

где

$$E(x) = FT^{-1}\{\tilde{E}(k)\} = \exp(ik_c x) [\delta(x)/2 + i/x].$$

Точно так же, как было сделано выше для случая фазового контраста, можно вычислить интерференционные члены в интенсивности для $\phi(x) = \delta(x-y)$, чтобы получить отклик по волновым векторам:

$$h_i(x, y) = -i\{B(x) \otimes [\delta(x) - E(x)]\} \times B^*(x) \times \{\delta(x-y) - E(x-y)B^*(y)/B^*(x)\} + \text{к.с.} \quad (40)$$

Поскольку нож расположен так, чтобы не возмущать существенно недифрагированный свет, можно считать, что

$$\{B(x) \otimes [\delta(x) - E(x)]\} B^*(x) \cong B(x) B^*(x) = I_0(x). \quad (41)$$

Это дает следующее выражение для импульсного отклика, вычисленного при $x=0$:

$$h_i(u) = iI_0 \left\{ \frac{B^*(-u)E(u)}{B^*(0)} - \frac{B(-u)E^*(u)}{B(0)} \right\} \cong \cong 2I_0 \operatorname{Im}(E(u)) = I_0 \frac{\cos(k_c u)}{u}. \quad (42)$$

Поскольку импульсный отклик вещественный и нечетный, передаточная функция является комплексной и четной:

$$H_i(k) = iI_0 \left\{ \frac{\tilde{B}^*(k) \otimes \tilde{E}(k)}{B^*(0)} - \frac{\tilde{B}(-k) \otimes \tilde{E}(-k)}{B(0)} \right\}. \quad (43)$$

Заметим, что $\tilde{B}(\pm k) \otimes \tilde{E}(\pm k) \rightarrow B(0)$ при $k \rightarrow \infty$. Если, как это обычно бывает в условиях экспериментов, $\tilde{B}(k)$ может быть взята одновременно вещественной и четной, тогда уравнение (43) может быть далее упрощено, что дает

$$H_i(k) = iI_0 \left\{ \frac{\tilde{B}(k) \otimes [\tilde{E}(k) - \tilde{E}(-k)]}{B(0)} \right\}. \quad (44)$$

Полученный импульсный отклик и передаточная функция представлены на рис. 7, г и 7, г' непрерывными линиями.

Некоторое улучшение метода ножа Фуко состоит в замене кромки ножа прозрачным лезвием, которое вызывает фазовый сдвиг, равный π , для всего света, дифрагированного под углами, большими k_c/k_0 . Этот случай может быть рассмотрен, если положить $\tilde{E}(k) = 2$ (вместо 1) при $k > k_c$ и $\tilde{E}(k) = 0$ при $k < k_c$ в уравнении (38). Таким образом, импульсный отклик и передаточная функция для фазового лезвия оказываются вдвое больше, чем в случае ножа Фуко.

Сравнивая рис. 7, б' и 7, в', заметим, что для одинаковых значений k_c модули H_i заметно похожи по форме и близки абсолютной величине. Это показывает, что оба метода могут одинаково хорошо извлечь информацию из проходящего пучка. Однако тот факт, что в последнем случае H_i является комплексной величиной, а также осциллирующий характер h_i показывают, что метод фазового ножа в общем случае дает картину, требующую гораздо более сложной интерпретации, чем требуется в методе фазового контраста или при использовании интерферометра.

Чувствительность. Поскольку все методы можно сравнивать в терминах их передаточных функций, достаточно рассмотреть метод фазового контраста, предполагая, что для измерений используются фотодиоды, ток которых равен $j = Ae\eta\Phi$, где $\Phi = I/\hbar\omega$ - поток фотонов на детектор площадью A и квантовой эффективностью η . Во многих случаях, когда фоновая интенсивность (I_0/γ^2 для фазового контраста) достаточно велика, основное ограничение для фотодиодов представляет **дробовой шум** [25] с мощностью

$$\langle j_n^2 \rangle = 2e\Delta f \times j = 2e^2 A\eta\Delta f\Phi, \quad (45)$$

где $\Delta f = \Delta\omega/2\pi$ - рассматриваемый диапазон частот.

Средняя мощность полезного сигнала для метода фазового контраста дается выражением

$$\langle j_s^2 \rangle = 4A^2 e^2 \eta^2 \gamma^2 \langle \phi^2 \rangle \Phi_0^2, \quad (46)$$

с $\Phi \cong \Phi_0 = I_0/\gamma^2$. Тогда отношение сигнал - шум равно

$$S/N = \frac{2A\eta I_0 \langle \phi^2 \rangle}{\hbar \omega \Delta f}. \quad (47)$$

Заметим, что, хотя отношение S/N растет с увеличением интенсивности падающего света, применение более высоких интенсивностей может требовать уменьшения интенсивности прямого света ($\gamma < 1$), для того чтобы избежать насыщения детекторов. Если это невозможно, чувствительность будет ограничиваться допустимым уровнем мощности на детекторе. Предел чувствительности ($S/N = 1$) соответствует

$$\langle N_e^2 \rangle_{\min} = \frac{1.3 \times 10^4 \Delta f}{\lambda^3 A \eta I_0}, \quad (48)$$

где $N_e = \int n_e dl$ - линейная плотность электронов.

Хотя зависимость от длины волны предполагает выбор в пользу длин волн дальнего инфракрасного излучения, тем не менее диапазон среднего инфракрасного излучения также удобен из-за наличия более мощных лазеров (десятки ватт) и несколько более удобных детекторов с квантовой эффективностью в диапазоне 20 – 70 %. При использовании CO_2 лазера ($\lambda = 10,6 \mu$) и HgCdTe фото диодов ($A\eta I_0 \approx 1 \text{ мВ}$) предел чувствительности соответствует $\langle \phi^2 \rangle^{1/2} = 3 \times 10^{-6}$ радиан или $\langle N_e^2 \rangle^{1/2} = 10^{14}$ электронов/м² для $\Delta f = 1 \text{ МГц}$. Если изучаемые флуктуации связаны с эффективными длинами интегрирования в несколько сантиметров, как это имеет место во многих экспериментах (см. задачи), то этот предел чувствительности соответствует локальной плотности электронов $2 \times 10^{15} \text{ м}^{-3}$. Это, в свою очередь, соответствует $\Delta n_e/n_e \sim 10^{-4}$ для большинства используемых в настоящее время установок, на которых ведутся исследования по управляемому термоядерному синтезу.

§ 5.5. Измерения флуктуаций с использованием фазового контраста в токамаках

Диагностическая схема. На рис.11 показано устройство для измерения фазового контраста, которое использовалось на токамаке

ТСА ($R = 61$ см, $a = 18$ см, $B_T = 1,5$ Т) для измерения характеристик кинетических альфвеновских волн и плазменной турбулентности [26, 27]. Оно смонтировано на двусторонней вертикальной оптической скамье. Волноводный CO_2 -лазер мощностью 8 Вт и оптическая система, расширяющая пучок, размещались на обратной стороне скамьи (не показаны). Изображающая оптическая система и детектор были установлены на ее передней части. Пучок расширялся до размера 23×5 см с использованием смещенного от оси параболического зеркала с фокусным расстоянием 150 см, изготовленным путем разделения пополам недорогого зеркала астрономического телескопа. Другая половина зеркала, обозначенная на рис. 11 буквой Р, играла роль линзы L1 на рис. 8.

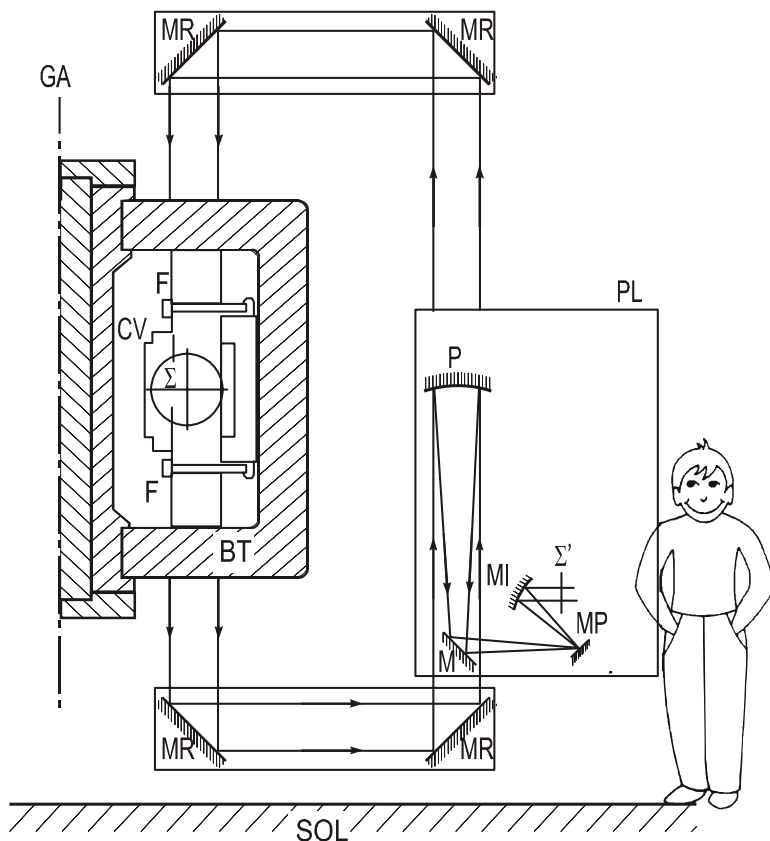


Рис. 11. Измерения по методу фазового контраста на токамаке ТСА: PL – оптическая скамья; Σ – объектная плоскость в центральном сечении плазменного шнура; F – вакуумное окно; CV – вакуумный объем; BT – катушка тороидального поля; GA – главная ось; P – параболическое зеркало ($f = 190,5\text{см}$); M – плоское зеркало; MP – фазовое зеркало; MI – отражающее зеркало ($f = 27\text{ см}$); Σ' – первая плоскость изображения

Пучок передавался в прямом и обратном направлении через плазму с помощью двух сборок из трех плоских зеркал размером $45 \times 7\text{см}$, которые были собраны в жестких коробках под прямым углом друг

к другу, образуя сборку в углах куба. Для простоты на рис. 11 показаны только два зеркала.

Такое устройство обеспечивает невосприимчивость по отношению к смещениям как целого оптической скамьи, так и ящиков с зеркалами. В результате оказалось возможным подвесить верхнюю коробку к опорной раме токамака, в то время как нижний ящик и оптическая скамья были установлены прямо на полу. Все три устройства были независимо изолированы от вибраций. Без такой пассивной системы защиты от вибраций необходимо применять активную стабилизацию обратной связью, чтобы держать точку фокуса в требуемом положении в фокальной плоскости зеркала Р, как это было сделано в экспериментах на токамаке DIII-D [21, 28]. Вакуумный объем токамака вначале был оборудован вытянутыми ($23 \times 3,6$ см проходной размер) окнами из NaCl толщиной 3.0 см, которые были позже заменены окнами из ZnS. Эти окна позволяли иметь доступ к более чем половине полоидального сечения плазмы. К сожалению, в более крупных установках очень трудно обеспечить доступ к столь существенной части сечения плазмы.

Фазовые зеркала (а не фазовые пластины) были изготовлены для экспериментов на обеих установках TCA и DIII-D путем напыления слоя алюминия на плоскую металлическую подложку с тонкой плоской медной полоской требуемой ширины (120 - 1050 μ для ограниченного дифракцией размера пятна в 120 μ), растянутой поперек подложки. Последующее напыление золота еще увеличивало коэффициент отражения. При расчетном угле падения 20^0 , канавки глубиной 1,4 μ давали сдвиг по фазе в 90^0 между дифрагированным и прямым светом (рис. 12). Фазовые зеркала с повышенным контрастом (рис. 12) были также изготовлены с использованием ZnSe ($\gamma = 0,4$) и BaF2 ($\gamma = 0,2$) в качестве подложек.

На TCA, для того чтобы получить изображение в Σ' , свет, отраженный от фазового зеркала, собирался другим, смещенным от

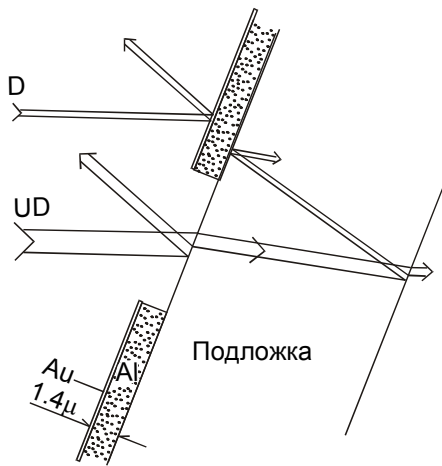


Рис. 12. Ход лучей в фазовом зеркале: UD – не дифрагированный свет; D – дифрагированный свет

оси параболюидом M1 с фокусным расстоянием $f = 27$ см. Это изображение не использовалось прямо, а передавалось в другую плоскость Σ'' таким образом, чтобы его было удобно рассматривать с помощью набора охлаждаемых жидким азотом инфракрасных фотосопротивлений. Этот линейный набор детекторов состоял из 30 элементов размером $250 \times 250 \mu$ и расстоянием между соседними элементами 50μ . Полное увеличение составляло $1/19$, что позволяло полностью просматривать внешнюю половину полоидального сечения.

Проверка работы системы и необходимые калибровки проводились несколькими путями: с использованием звуковых волн от громкоговорителя совместно с калиброванным прибором, измерявшим давление и, следовательно, колебания плотности; вставлением тонких майларовых пленок для измерения ступенчатого отклика и прямыми измерениями импульсного отклика [27]. Только последние измерения будут рассмотрены здесь, поскольку они прямо связаны с теорией, которая была рассмотрена выше. Можно показать (см. задачи), что узкий непрозрачный стержень дает почти такой же отклик, как и узкий фазовый объект. Следовательно, узкий металлический стержень, перемещаемый поперек объектной плоскости, дает отклик, который пропорционален импульсному от-

клику. При этом парадоксальным образом в изображении стержня интенсивность приблизительно удваивается.

Примеры применения метода. Основным применением данной диагностики на установке ТСА было измерение параметров кинетических альфвеновских волн (см., например, [29]), возбуждаемых при альфвеновском нагреве внутренней антенной в области частот 1,8 – 2,7 МГц [30]. Эта волна распространялась радиально внутрь от слоя альфвеновского резонанса сдвиговой волны [29]. Сигналы с детекторов синхронно усиливались с использованием смесителей. Измеренный профиль фазы свидетельствовал о том, что плазменная волна распространялась внутрь и затухала до того, как достигнет центра плазмы. В плазме тем не менее возникала структура поля, характерная для стоячей волны, соответствующая глобальной собственной моде кинетической альфвеновской волны, наблюдаемой, когда условия таковы, что волны могут распространяться к центру и отражаться обратно. Дисперсионные свойства экспериментально наблюдаемых волн можно использовать для получения дополнительной информации о параметрах плазмы [31].

Исследование плазменной турбулентности изображающими методами основано на корреляционных измерениях, аналогичных применяемым при измерениях зондами [32]. Можно, например, вычислить корреляционный спектр турбулентных сигналов

$$p_{12}(\omega) = p(x, \Delta x, \omega) = \langle \phi^*(x, \omega) \phi(x + \Delta x, \omega) \rangle, \quad (49)$$

используя сигналы с двух детекторов (помеченных индексами 1 и 2), расположенных на расстоянии Δx . Аргумент ω означает, что мы имеем дело с компонентой фурье-спектра с соответствующей частотой. На практике оцифрованные стационарные сигналы разделяются на N интервалов одинаковой длительности, вычисляется временной фурье-спектр для каждого интервала и затем производится усреднение по всем интервалам. Если турбулентная среда однородна, абсолютное значение аргумента x в уравнении (49) несущественно. Спектр мощности корреляционной функции можно нормализовать следующим образом:

$$\gamma_{12}(\omega) \equiv \frac{p_{12}(\omega)}{\sqrt{p_{11}(\omega)p_{22}(\omega)}}. \quad (50)$$

Тогда длина корреляции определяется как длина Δx , на которой когерентность $|\gamma_{12}|$ падает от 1 до $1/e$. Для того, чтобы получить полное спектральное представление, берется фурье - преобразование корреляционного спектра по переменной $u = \Delta x$, что дает спектр мощности

$$S(k, \omega) = \int p(u, \omega) \exp(-iku) du, \quad (51)$$

и условный спектр

$$s(k : \omega) = \int \gamma(u, \omega) \exp(-iku) du. \quad (52)$$

Измерение параметров плазменной турбулентности рассмотренными оптическими методами страдает двумя главными недостатками. Первый из них состоит в том, что измерения имеют недостаточно хорошее (или не имеют совсем) разрешение вдоль направления распространения. Это означает, что измеряемый свет представляют собой суперпозицию сигналов из областей плазмы, где ее поведение может быть очень различным, хотя некоторые осмысленные оценки локальных свойств тем не менее возможны (см. задачи к данной главе).

Диагностика по рассеянию с использованием более длинных волн может дать пространственное разрешение только для достаточно больших волновых векторов. Однако обычно оно оказывается недостаточно хорошим для малых волновых векторов, для которых спектральная мощность турбулентности наибольшая. Вторым недостатком состоит в том, что только по измеряемым амплитудам и спектру флуктуаций плотности невозможно судить о переносе плазмы без привлечения других методов. Лишь немногие диагностики, такие как ленгмюровские зонды (которые могут применяться только на периферии плазмы) или пучки тяжелых ионов могут быть использованы для измерения локального турбулентного потока $\Gamma \propto \langle \tilde{n} \tilde{v}_r \rangle = \langle \tilde{n} \tilde{E}_\theta / B \rangle$, где \tilde{v}_r есть флуктуирующая радиальная скорость, \tilde{E}_θ - флуктуации полоидального электрического поля и B - магнитное поле [32].

§ 5.6. Задачи

1. Увеличение контраста. Получить выражение для передаточной функции фазового контраста при $\gamma \neq 1$ (30а), используя модифицированное уравнение (25б) и повторяя шаги, соответствующие уравнениям (26) - (30).

2. Дробовой шум идеального фотодиода. При достаточно большом токе с фотокатода основным источником шума становится дробовой шум, связанный с пуассоновской статистикой фотоэлектронов. Вывести уравнение (45) для величины дробового шума, связав эффективное время интегрирования $\tau = (2\Delta f)^{-1}$ с шириной полосы Δf .

3. Влияние амплитудного объекта на систему измерения фазового контраста. Рассмотреть объект с поглощением $B'(x) = [1 - \alpha(x)]B(x)$, где $(0 \leq \alpha \leq 1)$. Вычислить изменение интенсивности $\Delta I(x)$, получающееся при учете интерференционных членов, пропорциональных α , с независимыми от α и квадратичными по α членами. Сначала рассмотреть малый прозрачный объект, представляющий собой узкий стержень с $\alpha(x) = 1$ при $y - w/2 < x < y + w/2$ и $\alpha(x) = 0$ вне объекта, здесь $w \ll D$, D – ширина падающего пучка. Показать, что на стержне интенсивность парадоксальным образом примерно удваивается, т.е. $\Delta I \cong I_0$. Мощность, необходимая для создания такого пика интенсивности, компенсируется уменьшением интенсивности в других областях. Показать, что эта часть, по существу, описывается вторым членом в правой части уравнения (27) с ϕ , равным $-\alpha$, тем самым проверить, что импульсный отклик системы фазового контраста можно измерить, используя непрозрачный фазовый объект. Вычислить далее передаточную функцию слабопоглощающего объекта $\alpha(x) \ll 1$, пренебрегая членами второго порядка по α .

Решение.

$$\begin{aligned} \Delta I(x) = & \alpha^2(x)B^2(x) - \{C(x) \otimes [\alpha(x)B(x)]\} \{4[C(x) \otimes B(x)] - 2B(x)\} - \\ & - 2\alpha(x)B(x)\{C(x) \otimes [\alpha(x)B(x)]\} + \\ & + 2\alpha(x)B(x)\{C(x) \otimes B(x)\} - 2\alpha(x)B^2(x) + \\ & + 2\{C(x) \otimes [\alpha(x)B(x)]\}^2 \end{aligned}$$

Два первых члена в правой части соответствуют членам в правой части уравнения 27, поскольку $C(x) \otimes B(x) \cong B(x)$, в то время как четвертый и пятый приближенно сокращаются, шестой является пренебрежимым для малых или слабо поглощающих объектов. Для узкого непрозрачного объекта первый член приводит к локальному удвоению интенсивности, второй - к сплошному снижению и третий - к умеренному локальному снижению.

Для слабого поглощения ($\alpha \ll 1$) третий член является преобладающим и соответствует пространственному фильтру низкого прохождения с волновым вектором отсечки k_c .

4. Идеальный интерферометр с внутренней опорой. В предыдущих разделах мы выяснили, как вычисляются передаточные свойства различных методов пространственной фильтрации для заданной оптической схемы. В более общей постановке, однако, естественно задать вопрос, каковы передаточные свойства идеального оптического инструмента? Или, другими словами, каковы ограничения, накладываемые основными физическими принципами, а не техническими возможностями? Чтобы выяснить это, представим взаимодействие с фазовым объектом как процесс, приводящий к появлению дифракционной компоненты поля $iD(x)$, $B'(x) = B(x) + iD(x)$, где $D(x) = \phi(x)B(x)$, и предположим $\phi \ll 1$. Сохранение энергии подразумевает

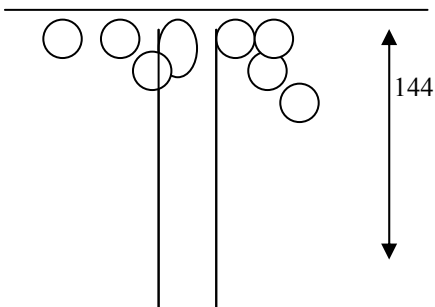
$\|B'\|^2 = \int B^*(x)B(x)dx = \|B\|^2$. Здесь $\| \cdot \|$ означает норму $B(x)$ в функциональном смысле. Что подразумевает сохранение энергии для дифрагированной компоненты поля? Используя скалярное произведение B и D , разделим функцию D на компоненту, параллельную в функциональном пространстве $B(x)$, т.е. $D_{\parallel}(x) = \eta B(x)$ и перпендикулярную компоненту $D_{\perp}(x) = D(x) - D_{\parallel}(x)$. Покажем, что только $D_{\perp}(x)$ может давать вклад в образующуюся

модуляцию интенсивности в результате модуляции фазы. Теперь, определив идеальный инструмент, как инструмент, использующий все волновое поле D_{\perp} , вычислите $\Delta I(x) = B^*(x)D_{\perp}(x) + \text{к.с.}$, сравните с уравнением (27) и, следуя процедуре, описываемой уравнениями (27) – (30), вычислите импульсный отклик и передаточную функцию. Отметим, в частности, что весовая функция, по отношению к которой измеряется $\phi(x)$, является нормализованной интенсивностью профиля $B^*(x)B(x)$.

5. Общие ограничения при малых волновых векторах для методов внутреннего обращения. Проводя рассмотрение задачи 3 несколько дальше, можно задаться вопросом, какую максимальную мощность можно получить, если мы используем переданный пучок как локальный осциллятор в ближнем или дальнем поле. Поскольку скалярное произведение оптических волновых полей сохраняется при распроектировании, то нам нужно только оценить соответствующие величины после передачи через фазовый объект на Σ . Наибольшая возможная мощность достигается образованием интерференции между волновым полем D_{\perp} и падающим волновым полем B , т.е. $\Delta P \leq 2\|D_{\perp}\| \|B\| \leq 2\|D\| \|B\|$. Получить выражение для максимальной гомодинной эффективности $\varepsilon_{\max} = \|D_{\perp}\|/\|D\|$ сначала для произвольного ϕ , затем получить $\varepsilon_{\max}(k)$ подстановкой $\phi(x) = \phi_0 \exp(ikx)$. Наконец рассмотреть гауссовский пучок $B(x) = \exp(-x^2/2w^2)$ и показать, что $\varepsilon_{\max}(k) = \{1 - \exp(-k^2w^2/2)\}^{1/2}$. Детали решения задач 3, 4 могут быть найдены в работе [33].

6. Эффективная длина интегрирования в турбулентной среде.

Плоский волновой фронт, распространяющийся в направлении z , проходит через однородный слой из преломляющего свет вещества толщиной L , в котором присутствуют турбулентные возмущения показателя преломления (рис. 13).



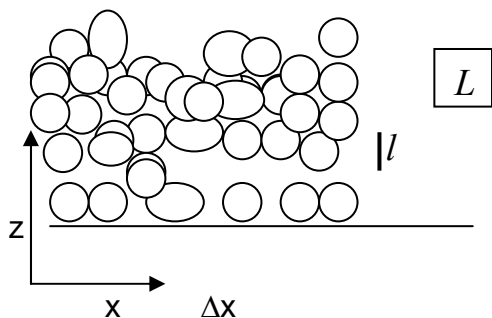


Рис. 13. Прохождение волны через слой с турбулентными флуктуациями показателя преломления

Турбулентность характеризуется длиной когерентности l в направлении распространения и средней амплитудой флуктуаций $-n^*_{\text{rms}}$. Вычислить изменение фазы волны на выходе из слоя, используя подход случайных скачков. Показать, что распространение через слой связано с некоторой эффективной длиной интегрирования $L_{\text{eff}} = \sqrt{Ll}$.

Решение

Движение луча соответствует случайному блужданию с $m = L/l$ шагами величиной $s = k_0 l n^*$. Среднее расстояние, проходимое при случайном блуждании $S = sm^{1/2}$, что дает среднее возмущение фазы $\phi_{\text{rms}} = k_0(Ll)^{1/2} n^*_{\text{rms}}$.

7. Измерения корреляции, интегрированной вдоль линии наблюдения. Рассматривая геометрию задачи 6, показать, что автокорреляционная функция турбулентных флуктуаций, проинтегрированная вдоль линии наблюдения, может быть записана в виде

$$\bar{\Gamma}(\Delta x, \Delta t) = \iint \Gamma(\Delta x, \Delta z, \Delta t) dz d\Delta z = L \int \Gamma(\Delta x, \Delta z, \Delta t) d\Delta z,$$

где

$$\bar{\Gamma}(\Delta x, \Delta t) = \langle \tilde{N}(x, t) \tilde{N}(x + \Delta x, t + \Delta t) \rangle,$$

$$\Gamma(\Delta x, \Delta z, \Delta t) = \langle \tilde{n}(x, z, t) \tilde{n}(x + \Delta x, z + \Delta z, t + \Delta t) \rangle$$

и

$$\tilde{N}(x, t) = \int \tilde{n}(x, z, t) dz \text{ и } \langle \tilde{n}(x, z, t) \rangle = 0.$$

Каким образом может быть восстановлена локальная автокорреляционная функция Γ из измерений $\bar{\Gamma}$ в случае изотропной турбулентности? Используя подходящее определение длины когерентности l_z , дать другой вывод для результата задачи 6, а именно показать, что $\langle |N(x, t)|^2 \rangle = l_z L \langle |n(x, z, t)|^2 \rangle$.

Детали вычислений могут быть найдены в работе [20]. В случае изотропной турбулентности локальная автокорреляционная функция может быть восстановлена преобразованием Абеля для проинтегрированной вдоль линии наблюдения автокорреляционной функции. Тот же самый прием применим и для вычисления кросс-спектров.

8. Линейный интеграл по сферическому фронту. Рассмотреть сферическую (или цилиндрическую) рефракционную волну вида $\tilde{n}(r, t) = f(r) \exp i(kr - \omega t)$, которая может быть возбуждена громкоговорителем или представлять собой радиально распространяющуюся плазменную волну. Показать, что для достаточно медленных изменений огибающей $f(r)$, таких что $df(r)/dr \ll kf(r)$ и $r \gg \Lambda$, линейный интеграл может быть аппроксимирован следующим выражением:

$$\tilde{N}(x, t) = \int \tilde{n}(x, z, t) dz \cong f(x) \sqrt{\Lambda x} \exp i(kx - \omega t + \pi/4),$$

где $\Lambda = 2\pi/k$ - длина волны. Использовать следующее приближение второго порядка: $r = \sqrt{x^2 + z^2} \cong |x + z^2/2x|$ в выражении для рефракционной фазы волны или, эквивалентно, используйте следующее приближенное выражение, которое можно получить методом наискорейшего спуска:

$$\int_{\mathfrak{R}} \exp i\{n(z)\} dz \cong \sqrt{2\pi \left| \frac{\partial^2 n}{\partial n^2} \right|_{z=0}^{-1}} \exp i\{n(0) \pm \pi/4\},$$

где знак “+” следует использовать, когда $\left. \frac{\partial^2 n}{\partial n^2} \right|_{z=0} < 0$, и знак “-“ в обратном случае.

Библиографический список

1. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. Гл. 9. 14; Jackson J. D. “Classical electrodynamics”, 2nd edition, John Wiley and sons, 1975.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. Гл. 15.
3. Brower D.L. et al. // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 689.
4. Brower D.L, W.A. Peebles and Luhmann N.C. // Nuclear Fusion. 1987. Vol. 27. P. 2055.
5. Holzhauer E., Massig J.H. // Plasma Physics. 1978. Vol. 20. P. 867.
6. Mazzucato E., // Phys. Rev. Lett. 1976. Vol. 36. P. 792.
7. Slusher R.E., Surko C.M. // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. P. 472.
8. TFR group, Truc A. // Plasma Phys. Contr. Fusion. 1984. Vol. 26. P. 1045.
9. Véron D. (1979). In Infrared and Millimeter waves. Edited by K.J. Button, Academic Press, N-York, 1979. Vol. 2 . P. 67.
10. Hugenholz C.A.J., Meddens B.J.H. // Rev. Sci. Instrum. 1982. Vol. 53. P. 171.
11. Young P.E. et al. // Rev. Sci. Instrum. 1985. Vol. 56. P. 81.
12. Wolter H. In Handbuch der Physik, Band XXIV, Grundlagen der Optik, Springer Verlag, 1956. P. 555.
13. Васильев Л.А. Теневые методы. М.: Наука, 1968; Vasil'ev L.A. “Schlieren Methods”, Israel program for scientific translations. Distributed by Keter Publishers Ltd, London, 1968.
14. Jahoda F.C. and Sawyer G.A. In Methods of Experimental Physics. Edited by Lovberg R.H. and Griem H.R., Academic Press, 1971. Vol. 9B.
15. Климкин В.Ф., Папырин А.Н., Солоухин Р.И. Оптические методы регистрации быстропротекающих процессов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980.

16. Zernike F., Mitteilungen des Naturkundigen Labors, Universität Groningen, Haag , 1934. Vol. 1. P. 43.
17. Zernike F. // Zeitschrift für technische Physik. 1935. Vol. 16. P. 454.
18. Thon F. In Electron Microscopy in Material Science. Edited by V. Valdré, Academic Press, 1971. P. 571.
19. Presby H.M. and Finkelstein D. // Rev.Sci.Instrum. 1967. Vol. 38. P. 1563.
20. Weisen H. // Plasma Physics and Controlled Fusion. 1988. Vol. 28. P. 293.
21. Coda S. and Porkolab M. // Rev. Sci. Instrum. 1995. Vol. 66. P. 454.
22. Gaskill G. “Linear Systems, Fourier Transforms and Optics”, Wiley, New York, 1978.
23. Сорока Л.М. Основы голографии и когерентной оптики. М.: Наука, 1971.
24. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику. М.: Мир, 1970.
25. Teich M.C. “Infrared Heterodyne Detection”, Proc. IEEE. 1968. Vol. 56. P. 37.
26. Weisen H. // Infrared Physics. 1985. Vol. 25. P. 543.
27. Weisen H. // Rev. Sci. Instrum. 1988. Vol. 59. P. 1544.
28. Coda S. and Porkolab M. // Rev. Sci. Instrum. 1992. Vol. 63. P. 4974.
29. Арцимович Л.А., Сагдеев Р.З. Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 1979. С. 164 – 176.
30. Weisen H., et al. // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 63. P. 2476.
31. Weisen H., et al. // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 62. P. 434.
32. Wootton A. In Diagnostics for contemporary fusion experiments, Course and workshop, 1991, Varenna, Italy.
33. Weisen H. // Plasma Physics and Controlled Fusion. 1986. Vol. 26. P. 1147.