

Лабораторна робота №3

Тема:Визначення параметрів лінзи за допомогою оптичного сенсора хвильового фронту Шека – Хартмана.

Мета: ознайомлення з методами відновлення оптичного хвильового фронту та застосування сенсора Шека-Хартмана для діагностики оптичних елементів.

Короткі теоретичні відомості

Принцип дії сенсора хвильового фронту Шека-Хартмана полягає у вимірюванні локальних нахилів оптичної хвилі у межах вхідної апертури системи формування зображень (за набором вимірних значень відновлюється просторовий розподіл фази).

Розподіл фази на виході лінзи:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{X_i - X_0}{F} = -\frac{x_i - x_0}{f} = -\frac{\Delta x_i}{f}$$
$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{Y_i - Y_0}{F} = -\frac{y_i - y_0}{f} = -\frac{\Delta y_i}{f}$$

$\phi(x,y)$ – розподіл фази на виході з лінзи. $(X_0, Y_0), (x_0, y_0)$ – координати незаломленого та заломленого променя у площині лінзи та матриці відповідно. (X_i, Y_i) – положення тестової лінзи, (x_i, y_i) – положення сфокусованої плями на матриці. f – фокусна відстань об'єктива камери, F – фокусна відстань лінзи.

Значення D , X_0 , Y_0 можна визначити методом лінійної регресії.

З цієї умови отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial D} \sum_i [(\Delta x_i + fD(X_i - X_0))^2 + (\Delta y_i + fD(Y_i - Y_0))^2] = 0 \\ \frac{\partial}{\partial X_0} \sum_i [(\Delta x_i + fD(X_i - X_0))^2 + (\Delta y_i + fD(Y_i - Y_0))^2] = 0 \\ \frac{\partial}{\partial Y_0} \sum_i [(\Delta x_i + fD(X_i - X_0))^2 + (\Delta y_i + fD(Y_i - Y_0))^2] = 0 \end{cases}$$

Щоб лінеаризувати систему робимо заміну $\xi = DX_0, \eta = DY_0$. Маємо систему,

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial D} \sum_i [(\Delta x_i + fDX_i - f\xi)^2 + (\Delta y_i + fDY_i - f\eta)^2] = 0 \\ \frac{\partial}{\partial X_0} \sum_i (\Delta x_i + fDX_i - f\xi)^2 = 0 \\ \frac{\partial}{\partial Y_0} \sum_i (\Delta y_i + fDY_i - f\eta)^2 = 0 \end{cases} \quad (1) \text{розв'язавши яку, отримаємо } D, X_0, Y_0$$

Після спрощення системи (1) отримаємо:

$$\begin{cases} \sum_i \Delta x_i X_i + fD \sum_i X_i^2 - fDX_0 \sum_i X_i + \sum_i \Delta y_i Y_i + fD \sum_i Y_i^2 - fDY_0 \sum_i Y_i = 0 \\ -\sum_i \Delta x_i - fD \sum_i X_i + 9fDX_0 = tq_0 \\ -\sum_i \Delta y_i - fD \sum_i Y_i + 9fDY_0 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Хід роботи:

1. Визначити опорне положення зондуючого променя (x_0, y_0) (це буде центр сфокусованої плями на поверхні ПЗЗ-матриці, одержаної за відсутності зразка, а у нашому випадку в центральному положенні лінзи)
 $X_0=78$ мм, $Y_0=16$ мм
2. Провести ряд вимірювань, результати яких занести до таблиці

№	$X_i, \text{мм}$	$Y_i, \text{мм}$	$dX_i, \text{пх}$	$dY_i, \text{пх}$	$dX_i, \text{мм}$	$dY_i, \text{мм}$	$dX_i * X_i, \text{мм}$	$dY_i * Y_i, \text{мм}$	$X_i * X_i, \text{мм}$	$Y_i * Y_i, \text{мм}$
1	76	17	50	8.4	0.37	0.06	28.12	1.02	5776	289
2	76	14	53.8	-58.7	0.4	-0.44	30.4	-6.16	5776	196
3	79	14	4	-63.6	0.03	-0.48	-2.37	-6.72	6241	196
4	82	14	59.2	-66.9	-0.44	-0.5	-36.08	-7	6724	196
5	82	20	65.7	56.6	-0.49	0.42	-40.18	8.4	6724	400
6	79	20	8.7	62.1	-0.06	0.46	-4.47	9.2	6241	400
7	76	20	45.7	64.0	0.3	0.48	22.8	9.6	5776	400
Σ	550	119			0.05	0.0	-2.05	8.34	48258	2077

1. Підставимо дані з таблиці в систему (2). Для розв'язання системи скористаємось пакетом прикладних програм Math Cad. Маємо, що оптична сила досліджуваної лінзи складає $D = 1,73$ дптр (тобто фокусна відстань становить $F = \frac{1}{D} = 0,57$ м).
Координати променя у площині лінзи становлять $X_0 \approx 78,63$ мм, $Y_0 \approx 16,97$ мм.
2. Обчислимо за МНК похибки вимірювань

$$\Delta D = \sqrt{\frac{S^2_x}{dx^2} + \frac{S^2_y}{dy^2} + \frac{S^2_{\Delta x}}{\Delta x^2} + \frac{S^2_{\Delta y}}{\Delta y^2}} = 5.1\%$$

$$\delta X_0 = \sqrt{\frac{S^2_{\Delta x}}{\Delta x^2} + \frac{\Delta D^2}{D^2}} = 3.2\%, \quad \delta Y_0 = \sqrt{\frac{S^2_{\Delta y}}{\Delta y^2} + \frac{\Delta D^2}{D^2}} = 4.6\%$$

Висновки: в даній роботі на основі отриманих експериментальних даних с гартманограми за методом лінійної регресії було знайдено оптичну силу лінзи, що складає $D = 1,67$ дптр та координати центра лінзи: $X_0 = 78,8$ мм, $Y_0 = 17,99$ мм. Похибки вимірювань відповідно $\Delta D = 4,2\%$, $\delta X_0 = 3,9\%$, $\delta Y_0 = 5,4\%$, які були спричинені в основному недостатньою кількістю статистики вхідних даних та недостатньою точністю виміру координат. Також внесено деяку програмну похибку тим, що на матриці утворюється не точка, а деяка пляма.

Контрольні запитання

1. Який принцип роботи сенсору хвильового фронту?

Сенсор Шека-Хартмана (СШХ) містить у площині вхідного отвору систему мікролінз з фокусною відстанню F . Апертури лінз мають квадратну або гексагональну форму. Якщо на апертуру такої матриці падає плоска хвиля, кожна лінза формує зображення на своїй оптичній осі. Якщо хвильовий фронт відрізняється від плоского, то зображення кожної субапертури у фокальній площині відхиляється від осі на величину, пропорційну нахилу хвильового фронту. Зображення у фокальній площині матриці лінз називають гартманогомою хвильового фронту. Гартманогома реєструється і служить для визначення масиву даних, за яким здійснюється реконструкція просторового розподілу фази.

2. Чому у сенсорі хвильового фронту використовують лінзи з малою числовою апертурою?

Кожна лінза створює у фокальній площині зображення, що є результатом дифракції Фраунгофера плоскої хвилі на апертурі лінзи (дифракційна картина зміщена відносно оптичної осі). Тому дифракційна картина буде більш чіткою, якщо апертура буде малою.

Також співвідношення між зміщенням зображень у гартманогомі та фазою оптичної хвилі отримано у припущенні що в межах однієї апертури хвиля є плоскою і однорідною за інтенсивністю. Тобто маємо наближення променя, а отже для забезпечення такого наближення необхідно використовувати лінзу з малою числовою апертурою.

3. Чому помилка визначення координат сфокусованих зображень у гартманогомі може бути зроблена істотно меншою за розмір «пікселя» зображення?

Рахунок великої кількості лінз можна добитися послаблення інтенсивності сигналу, що йде через сенсор. Оскільки величини похибки пропорційна інтенсивності ($x_c = \frac{\sum_p x_p y_p}{\sum_p I_p}$), то можна досягнути суттєвої точності визначання координат сфокусованих зображень.

4. У чому полягає модальний метод відновлення хвильового фронту?

Цей метод ґрунтується на апроксимації просторового розподілу фази оптичної хвилі функціональним розподілом у ряд. Невідомий хвильовий фронт, представлений гартманогомою, описується лінійною комбінацією перших K – мод обраного базису (кількість мод може бути обраною як завгодно великою, але при цьому щоб система залишалась сумісною, для однозначного розв'язку такої задачі). З цих функцій визначають модальні коефіцієнти, що визначають гартманогому U .

5. Скільки модальних коефіцієнтів можна оцінити за гартманогомою?

Кількість мод апроксимації не повинна перевищувати половини числа лінз у сенсорі. Проте тут виникають деякі проблеми, оскільки через скінченну точність вимірювання зміщення центрідів точність вимірів модальних коефіцієнтів будуть визначатися наближено і при цьому похибка збільшуватиметься зі збільшенням порядку розкладу.

Отже, для практичного застосування бажано вміти обирати оптимальний порядок апроксимації для кожного окремого хвильового фронту, який не перевищує максимально можливого і при якому мінімізується вплив шумів.