

Основи голографії

81. Запис голограм 82. Зчитування голограм

Термин "голографія" (от греч. holos - весь и grapho - пишу) был введен Денисом Габором для обозначения метода фотографической точной записи воспроизведения и преобразования волновых полей, предложенного им в 1948 году.

Голографія базується на використанні хвильових властивостей світла. Г. дозволяє реєструвати та відтворювати амплітуду та фазу (+поляризацію) світлової хвилі:

$$A_0^2 = A_{01}^2 + A_{02}^2 + 2A_{01}A_{02} \cos(\lambda_2 - \lambda_1)$$

Для реалізації Г. потрібно дві хвилі: сигнальна (предметна) і опорна, які когерентні між собою.

1) Хвиля предметна відбивається а також дифрагує на деталях предмета (модулюється по ампл. та фазі)

2) Предметну хвилю складають (змушують проінтерферувати) з опорною.

3) за допомогою опорної хвилі відтворюють із ітерф. картини предметну хвилю.

Вимоги до умов отримання голографії:

1. нерухомість (до долей λ) всіх деталей установки.

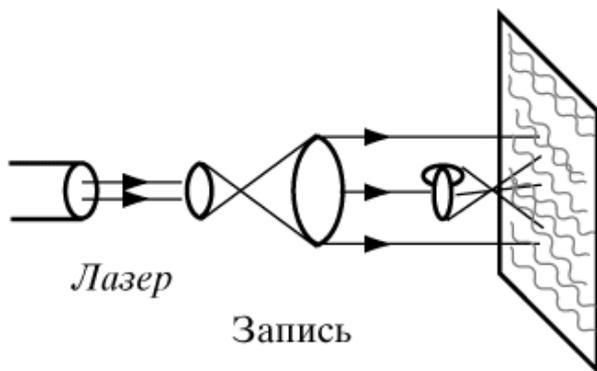
2. для Г. потрібні фазові платівки з високою розд. здатністю. Коли розд. здат. \uparrow , чутливість \downarrow .

3. $\frac{\lambda}{\delta\lambda} \geq m_{MAX}$, де $m_{MAX} \sim \frac{L}{\lambda}$, L - лінійний розмір предмету.

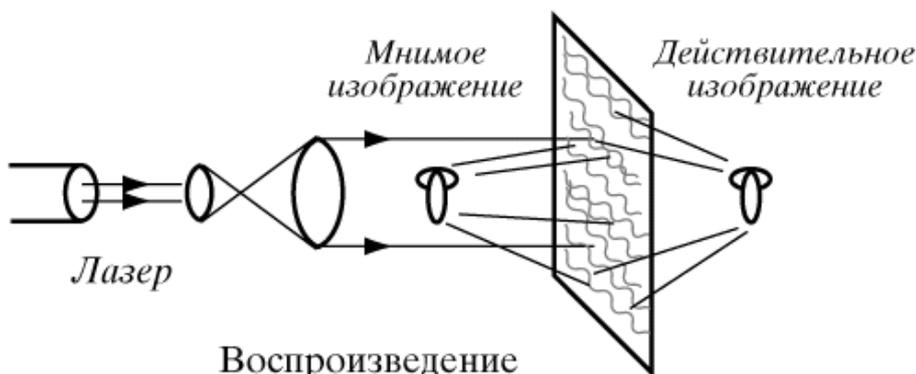
Схеми запису голограм:

1. **схема Габора** (ще навіть лазерів не було). Для голографування

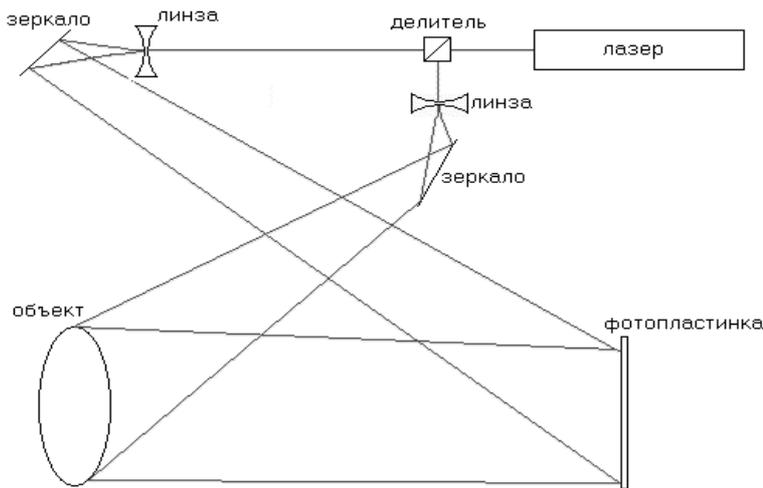
тільки прозорих предметів



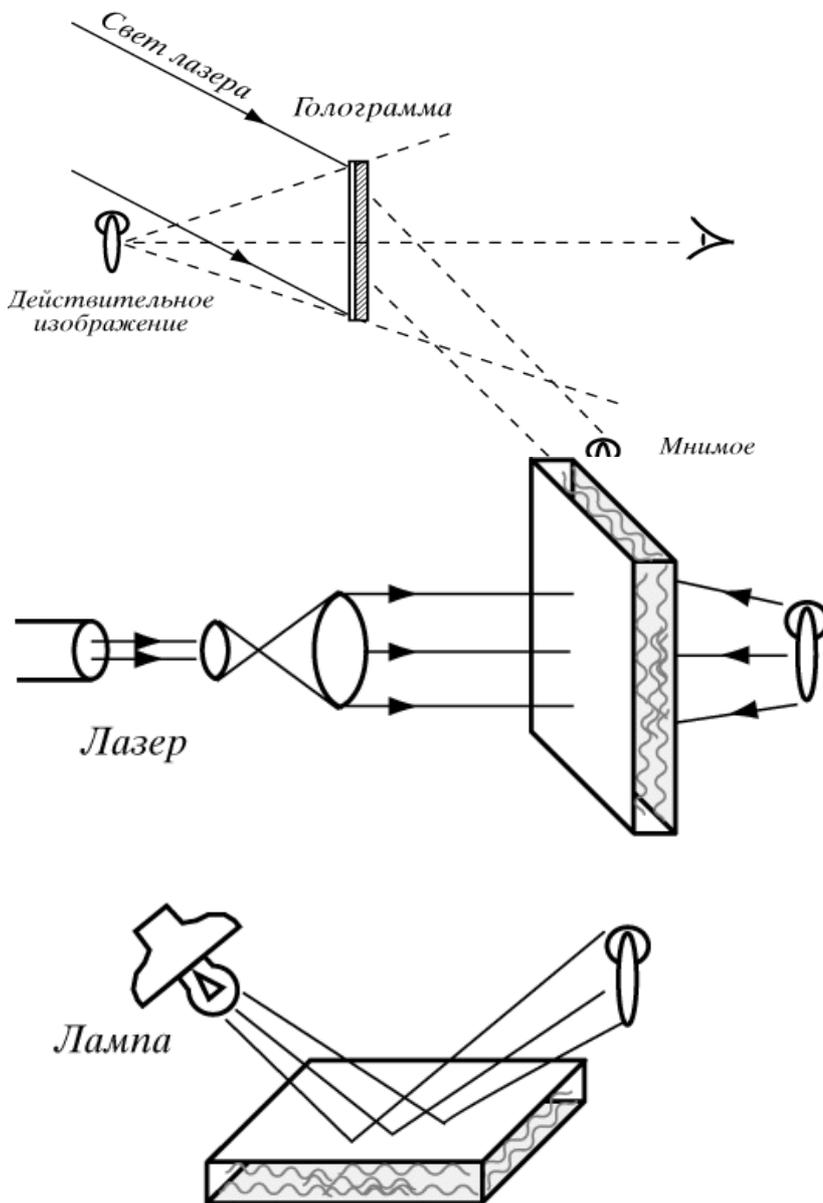
давало низьку якість. Тут при записуванні в оригіналі не лазер був, просто джерело світла. Один хвильовий фронт іде на платівку від джерела а інший – те, що пройшло крізь предмет. На платівці вони інтерферують



утв. зображ., яке можна побачити якщо опорною хвилею світити на платівку під точно таким же кутом як і при записуванні.



2. Схема Лейта-Упатнієкса. Тут все складніше ніж в попередньому випадку і до того ж з лазером. І можна голографувати предмети непрозорі. зчитувати треба так само як в попередньому випадку. І доречі, дійсне зображення має протилежний рельєф ніж предмет.



3. Схема Денисюка. тут одні промені просто потрапляють на платівку з товстим шаром емульсії. А інші проходять через неї і відбиваються від предмета і знов таки на платівку. Спостерігати гологр. картинку можна в звичайному білому світлі.

83. Дифракційна ефективність голограм

Яркость восстановленного изображения определяется

дифракционной эффективностью, равной отношению светового потока в восстановленной волне к световому потоку, падающему на голограмму при восстановлении. Она определяется типом голограммы, условиями её записи, а также св-вами регистрирующего материала ДЕ (η) объёмной фазовой голограмми (напр. по схемі Денисюка) при точному виконанні умови Брегга ($2d\sin\theta=n\lambda$). θ - кут між предметною і опорною хвилею при записуванні, λ - довж хвилі світла, Δn – амплітуд модуляції показника заломлення в голограмі, d – товщина голограмми.

$$\tilde{\eta}_T = \sin^2\left(\frac{k \Delta n d}{2 \cos \theta/2}\right) \quad \text{- для пропускаючої голограмми}$$

$$\tilde{\eta}_R = \text{th}^2\left(\frac{k \Delta n d}{2 \cos \theta/2}\right) \quad \text{- для відбиваючої голограмми}$$

Фазовая голограмма без поглощения:

– пропускающая

$$\eta = \sin^2 \varphi_1$$

– отражательная

$$\eta = \text{th}^2 \varphi_1$$

Пропускающая амплитудная голограмма

$$\eta = e^{\frac{-2\alpha d}{\cos \theta_0}} \cdot \text{sh}^2 \frac{\alpha_1 T}{2 \cos \theta_0}$$

Пропускающая амплитудно-фазовая голограмма

$$\eta = \left(\sin^2 \frac{\pi n_1 T}{\lambda \cos \theta_0} + \text{sh}^2 \frac{\alpha_1}{2 \cos \theta_0} \right) \cdot e^{\frac{-2\alpha T}{\cos \theta_0}}$$

Оценка предельных значений ДЭ голограмм

тип	виды голограмм	модулируемая величина	максимальная ДЭ, %	
			линейная	нелинейная
2D	пропускающие	амплитуда	6,25	10
		фаза	33,9	40
3D	пропускающие	коэффициент поглощения	3,7	25
		показатель преломления	100	100
	отражательные	коэффициент поглощения	7,2	60
		показатель преломления	100	100

84. Типы хвиль у хвилеводах

Общепринятой является следующая классификация волн в волноводе: поперечно-магнитные волны (ТМ-волны), определяемые требованием $H_z=0$. При этом решения выражаются полностью только через E_z .

1) поперечно-электрические волны (ТЕ-волны), определяемые требованием $E_z=0$. При этом решения выражаются только через H_z .

3) поперечные электромагнитные волны (ТЕМ-волны), определяемые требованиями $E_z=0$ $H_z=0$. При этом поперечные поля \vec{A}_\perp и \vec{I}_\perp , являются безвихревыми и их нахождение сводится к решению уравнения Лапласа;

4) гибридные волны, когда $E_z \neq 0$ $H_z \neq 0$. Эти волны возникают в случае, когда граничные условия требуют, чтобы отличными от нуля были и E_z и H_z .

Из бесконечного спектра типов воли с индексами $m = 0.1.2....$ и $n = 0,1,2,...$ распространяться в волноводе будут лишь те, для которых

$$\lambda_{кр}^{mn} > \lambda, \quad f_{кр}^{mn} < f$$

выполняется соотношение

где $\lambda_{кр}^{mn}$ - критическая длина волны данного типа колебания.

Граничная частота. Уравнения (8) имеют решения не при любых значениях $k^2 - k_z^2 = -\lambda$, а лишь при вполне определенных. Запишем эти уравнения в виде

$$\nabla^2 \psi = \lambda \psi \quad (9)$$

Значения параметра λ , при которых уравнение (9) имеет решения ψ_i , удовлетворяющие заданным граничным условиям, называют собственными значениями уравнения, а функции ψ_i — собственными функциями, принадлежащими собственным значениям λ_i . Набор собственных функций ψ_i составляет полную ортогональную систему функций. Это доказано в теории уравнений с частными производными. Можно показать, что собственные значения уравнения (9) не могут быть положительными, поэтому $\lambda_i = -\rho_i^2$. Следовательно решение уравнений (9) возможно не при всех значениях k_z^2 , а лишь при тех, которые удовлетворяют уравнению

$$k_{zi}^2 = \omega^2 \mu \varepsilon - \rho_i^2 \quad (10)$$

Очевидно, что если k_z является мнимой величиной, то решение имеет множитель $\exp(-ik_z z) = \exp(-|k_z|z)$, обуславливающий затухание волны. Поэтому волны с $k_z^2 \leq 0$ не могут распространяться. Следовательно, при изданной частоте ω допустимы лишь те k_{zi} , для которых

$$k_{zi}^2 = \omega^2 \mu \varepsilon - \rho_i^2 \geq 0 \quad (11)$$

Обращение правой части в нуль происходит при частоте ω_i , удовлетворяющей уравнению

$$\omega^2 \mu \varepsilon - \rho_i^2 = 0 \quad (12)$$

положительное решение которого

$$\omega_i = \rho_i / \sqrt{\mu \varepsilon} \quad (13)$$

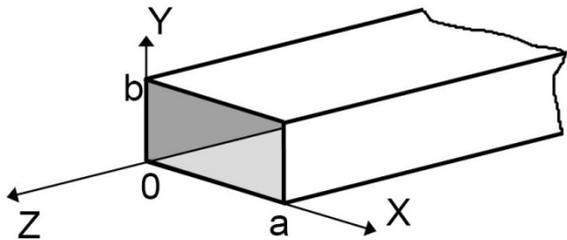
С помощью ω_i выражение (10) имеет вид

$k_z = \sqrt{\mu \varepsilon} \sqrt{\omega^2 - \omega_i^2}$ (14) Полученный результат означает, что волны, соответствующие собственному значению $\lambda_i = -\rho_i^2$, могут распро-

страняться лишь в случае, если их частота больше ω_i . Частота ω_i называется граничной.

85. ТЕ і ТМ хвилі в прямокутному хвилеводі

В прямокутньому металічному волноводі с однорідним діелектричним заповненням розповсюджуються **магнітні хвилі** типу H_{mn} у яких компоненти $E_z=0$, і **електричні хвилі** E_{mn} у яких компоненти $H_z=0$.



Из бесконечного спектра типов волн с индексами $m = 0,1,2,\dots$ и $n = 0,1,2,\dots$ распространяться в волноводі будут лишь те, для которых выполняется

соотношение $\lambda_{кр}^{mn} > \lambda$, $f_{кр}^{mn} < f$
 где $\lambda_{кр}^{mn}$ - критическая длина волны

данного типа колебания.

$$f_{кр}^{mn} = c / (\lambda_{кр}^{mn} \cdot \sqrt{\epsilon\mu})$$

- критическая частота,

ϵ , μ - относительная диэлектрическая и магнитная проницаемость заполняющего волновод материала.

$f = c/\lambda_0$ - частота генератора,

$\lambda = \lambda_0/\sqrt{\epsilon\mu}$ - длина волны в среде с параметрами заполняющего волновод материала,

Критическая длина волны

$$\lambda_{кр}^{mn} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

где a и b - размеры поперечного сечения волновода по широкой и узкой стенкам. При одинаковых индексах m и n выполняется равенство

$$\lambda_{кр}^{H_{mn}} = \lambda_{кр}^{E_{mn}}$$

а волны H_{mn} и E_{mn} называются вырожденными. Следует учесть, что волны H_{00} , E_{00} , E_{0m} и E_{m0} не существуют.

Электромагнитное поле распространяющейся волны H_{mn} имеет компоненты: (я честно не знаю почему тут точки над H, в другой литературе их нет, так что лучше наверне без них)

$$\dot{H}_z = H_0^{mn} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z},$$

$$\dot{H}_x = j H_0^{mn} \cdot \frac{\beta^{mn}}{(k_{\perp}^{mn})^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z}$$

$$\dot{H}_y = j H_0^{mn} \cdot \frac{\beta^{mn}}{(k_{\perp}^{mn})^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z}$$

$$\dot{E}_x = Z_H^{mn} \cdot \dot{H}_y, \quad \dot{E}_y = -Z_H^{mn} \cdot \dot{H}_x, \quad \dot{E}_z = 0$$

где β^{mn} - продольное волновое число (коэффициент фазы).

$k_{\perp}^{mn} = \frac{2\pi}{\lambda_{кр}}$ поперечное волновое число.

$Z_H^{mn} = \frac{Z_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}}\right)^2}}$ [Ом] - характеристическое сопротивление волновода для волн типа H_{mn} .

$Z_c = 120\pi \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ [Ом] - характеристическое сопротивление среды заполняющей волновод.

Электромагнитное поле распространяющейся волны E_{mn} имеет компоненты:

$$\dot{E}_z = E_0^{mn} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z}$$

$$\dot{E}_x = -j E_0^{mn} \cdot \frac{\beta^{mn}}{(k_{\perp}^{mn})^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z}$$

$$\dot{E}_y = -j E_0^{mn} \cdot \frac{\beta^{mn}}{(k_{\perp}^{mn})^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z}$$

$$\dot{H}_x = -\dot{E}_y / Z_E^{mn}, \quad \dot{H}_y = \dot{E}_x / Z_E^{mn}, \quad \dot{H}_z = 0$$

$$Z_E^{mn} = Z_c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}} \right)^2}$$

- характеристическое сопротивление волновода с волной E_{mn} .

Другие параметры распространяющихся E_{mn} или H_{mn} волн рассчитываются по следующим формулам:

$$\lambda_{\phi} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}} \right)^2}}$$

- длина волны в волноводе

- коэффициент фазы (или постоянная распространения)

$$\beta_{\phi}^{mn} = \frac{2\pi}{\lambda_{\phi}^{mn}} = \left[\frac{1}{M} \right]$$

- фазовая скорость волны в волноводе

$$V_{\phi_{\text{г}}} = \frac{V_{\phi}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}^{mn}}\right)^2}}, \text{ где } V_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

-групповая скорость волн в волноводе

$$V_{\text{гр}_{\text{г}}} = V_{\phi} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}^{mn}}\right)^2}$$

Мощность, переносимая волной любого типа в волноводе, вычисляется интегрированием продольной составляющей вектора Пойтинга по поперечному сечению волновода:

$$P_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \int_{S_{\perp}} \text{Re} \left[\vec{\mathbf{E}}_{\perp} \cdot \vec{\mathbf{H}}_{\perp}^* \right] ds, [\text{Вт}]$$

Где E_{\perp}, H_{\perp} - поперечные к оси Z компоненты электромагнитной волны.

Для основной волны H_{10} прямоугольного волновода

$$P_{\text{ср}} = \frac{a \cdot b \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}{4 \cdot Z_c} \cdot E_0^2$$

Где E_0 - максимальная напряженность электрического поля в волноводе, связанная с амплитудой H_0 выражением

$$E_0 = -\frac{240 \cdot \pi \cdot a}{\lambda \cdot \sqrt{\epsilon}} \cdot H_0$$

Максимальная переносимая мощность в волноводе определяется напряженностью электрического поля пробоя диэлектрика, заполняющего волновод. Для сухого воздуха при нормальном давлении напряженность пробоя $E_{\text{проб}} = 30 \text{ кВ/см}$.

Коэффициент затухания волны в волноводе равен сумме коэффициентов затухания, обусловленных потерями в металлических стенках волновода и в диэлектрике, заполняющем волновод

$$\alpha = \alpha_M + \alpha_D$$

Для волны типа H_{10}

$$\alpha_M = \frac{R_s \cdot \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2 \right]}{Z_c \cdot b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}} \quad \left[\frac{1}{M} \right]$$

Для волн типа H_{mn} ($m > 1, n \geq 1$)

$$\alpha_M = \frac{2 R_s}{Z_c \cdot b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}} \right)^2}} \left\{ \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}} \right)^2 + \left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}} \right)^2 \right] \frac{\frac{b}{a} \left(\frac{b}{a} n^2 + m^2 \right)}{\frac{b^2 n^2}{a^2} + m^2} \right\} \quad \left[\frac{1}{M} \right]$$

Где $R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\sigma}}$ - активное поверхностное сопротивление металла с проводимостью σ .

Для волн типа E_{mn}

$$\alpha_M = \frac{2 \cdot R_s \left[n^2 \left(\frac{b}{a} \right)^3 + m^2 \right]}{Z_c \cdot b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}} \right)^2 \left[n^2 \left(\frac{b}{a} \right)^2 + m^2 \right]}} \quad \left[\frac{1}{M} \right]$$

Коэффициент затухания, обусловленный потерями в диэлектрике с комплексной диэлектрической проницаемостью

$$\epsilon_\alpha = \epsilon_\alpha (1 - jtg\delta)$$

$$\alpha_D = \frac{\pi}{\lambda} \operatorname{tg} \delta \cdot \frac{Z_{\text{в}}}{Z_{\text{с}}} \left[\frac{1}{\text{м}} \right]$$

вычисляется по формуле

где $Z_{\text{в}}$ - характеристическое сопротивление волновода:

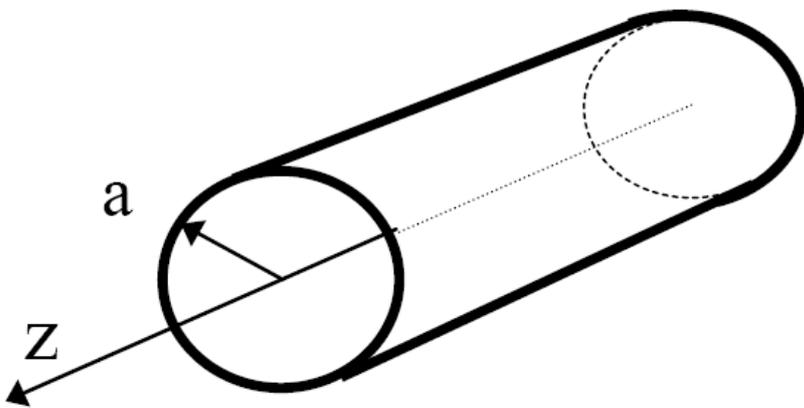
$$Z_{\text{в}} = Z_{\text{E}}^{mn} \quad \text{- для волн типа } E_{mn}.$$

$$Z_{\text{в}} = Z_{\text{H}}^{mn} \quad \text{- для волн типа } H_{mn}.$$

Основной волной прямоугольного волновода является волна H_{10} (при условии $a > b$). Для волн H_{10} $\lambda_{\text{кр}} = 2a$.

86. ТЕ і ТМ хвилі в циліндричному хвилеводі

В круглом металлическом волноводе (рис.2) с однородным диэлектрическим заполнением могут распространяться магнитные волны H_{mn} и электрические волны E_{mn} ($m = 0, 1, 2, \dots, n = 1, 2, 3, \dots$).



Конкретный тип волны в волноводе будет распространяться при условии:

$$f_{\text{кр}}^{mn} < f$$

$$\lambda_{\text{кр}}^{mn} > \lambda,$$

где $\lambda_{\text{кр}}^{mn}$ - критическая длина волны данной типа колебания,

$$f_{\text{кр}}^{mn} = c / (\lambda_{\text{кр}}^{mn} \cdot \sqrt{\epsilon \mu}) \quad \text{- критическая частота,}$$

Для волн типа H_{nm} в круглом волноводе

$$\lambda_{\text{кр}}^{mn} = 2\pi a / \eta_{mn}$$

где η_{mn} - n -й корень уравнения $\left. \frac{d}{dr} J_m(k_{\perp} r) \right|_{r=0}^{r=a} = 0$.

Здесь J_m Бесселя m -го порядка, a - радиус волновода.

Для волн типа E_{mn} $\lambda_{кр}^{mn} = 2\pi a / \xi_{mn}$
 где ξ_{mn} - n -й корень уравнения $\mathbf{J}_m(k_{\perp} a) = 0$.

Электромагнитное поле распространяющейся волны типа H_{mn} имеет компоненты: Электромагнитное поле распространяющейся волны H_{mn} имеет компоненты:

$$\dot{H}_z = H_0^{mn} \cdot \mathbf{J}_m\left(\frac{\eta_{mn} r}{a}\right) \cdot \cos m\varphi \cdot e^{-j\beta^{mn} z}$$

$$\dot{H}_r = -jH_0^{mn} \frac{\beta^{mn}}{(\eta_{mn}/a)} \cdot \mathbf{J}'_m\left(\frac{\eta_{mn} r}{a}\right) \cdot \cos m\varphi \cdot e^{-j\beta^{mn} z}$$

$$\dot{H}_{\varphi} = jH_0^{mn} \frac{\beta^{mn}}{(\eta_{mn}/a)^2} \cdot \frac{m}{r} \cdot \mathbf{J}_m\left(\frac{\eta_{mn} r}{a}\right) \cdot \sin m\varphi \cdot e^{-j\beta^{mn} z}$$

$$\dot{E}_r = Z_H^{mn} \cdot \dot{H}_{\varphi}, \quad \dot{E}_{\varphi} = -Z_H^{mn} \cdot \dot{H}_r, \quad \dot{E}_z = 0$$

при заданном параметре $\lambda_{кр}^{mn}$ основные параметры круглого волновода $\lambda_{в}^{mn}$, β^{mn} , $V_{фв}^{mn}$, $V_{грв}^{mn}$, $P_{ср}$, Z_H^{mn} , Z_E^{mn} , $\alpha_{д}$ вычисляются по тем же формулам, что и в прямоугольном волноводе. Коэффициент затухания, обусловленный потерями в металлических стенках круглого волновода, вычисляется следующим образом:

Для воли типа

$$\alpha_m = \frac{R_s}{Z_c \cdot a \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}}\right)^2}} \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}}\right)^2 + \frac{m^2}{\eta_{mn}^2 - m^2} \right], \quad \left[\frac{1}{m} \right]$$

$$\alpha_m = \frac{R_s}{Z_c \cdot a \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}}\right)^2}}, \quad \left[\frac{1}{m} \right]$$

Для волн типа E_{mn}

Основным типом волны в круглом волноводе является волна H_{11} с наибольшей критической длиной волны $\lambda_{кр} = 3,41a$. Ближайшим высшим типом является волна E_{01} ($\lambda_{кр} = 2,61a$). Рабочий диапазон частот в одномодовом режиме определяется условием

$$f_{кр}^{H_{11}} < f < f_{кр}^{E_{01}}$$

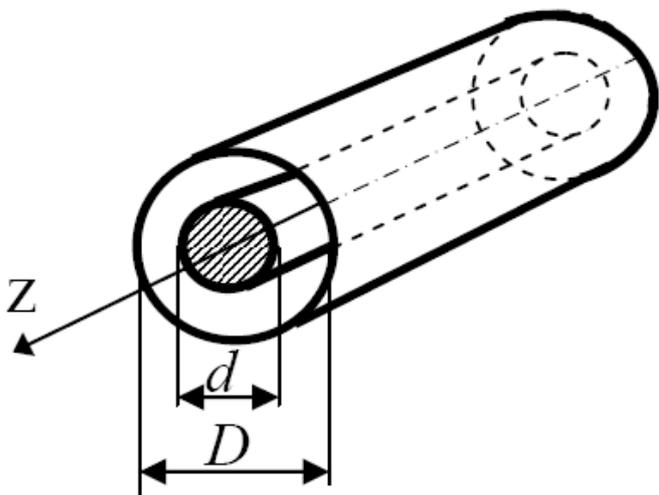
Мощность, переносимая волной H_{11} , вычисляется по формуле

$$P_{ср} = \frac{\pi \cdot a \cdot E_0^2}{4,28 \cdot Z_c} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{3,41 \cdot a} \right)^2}$$

где E_0 - максимальная напряженность электрического поля в волноводе. Для сухого воздуха при нормальном давлении $E_0 = 30$ кВ/см.

87. TEM-хвилі в коаксиальному хвилеводі

Основной волной в коаксиальном волноводе (рис.3) является волна типа T . В этой волне отсутствуют продольные E_z и H_z компоненты поля.



Критическая частота волны этого типа равна нулю. Компоненты поля записываются следующим образом:

$$\dot{E}_r = \frac{U}{\ln(D/d)} \cdot \frac{1}{r} \cdot e^{-j\beta z}, \left[\frac{B}{m} \right]$$

$$\dot{H}_\varphi = \dot{E}_r / Z_T, \left[\frac{A}{m} \right]$$

Здесь Z_T - характеристическое сопротивление линии с волной типа T .

$$Z_T = Z_c = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} = 120 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, [Ом]$$

Погонная индуктивность коаксиальной линии:

$$L_1 = \frac{\mu_a}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right), \left[\frac{Гн}{м} \right]$$

Погонная емкость:

$$C_1 = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_a}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}, \left[\frac{\Phi}{\text{м}} \right]$$

Волновое сопротивление коаксиальной линии:

$$\rho = 60 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right) = 138 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \lg\left(\frac{D}{d}\right), [\text{Ом}]$$

Переносимая мощность:

$$P = \frac{U^2}{120} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot \frac{1}{\ln(D/d)}, [\text{Вт}]$$

Максимальное напряжение в линии зависит от напряженности электрического поля пробоя:

$$U_{\max} = E_{\text{проб}} \cdot \frac{d}{2} \cdot \ln(D/d), [\text{В}]$$

Коэффициент затухания, обусловленный потерями в диэлектрике линии,

$$\alpha_D = \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot \sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a} \cdot \text{tg} \delta = \frac{\pi}{\lambda_0} \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot \text{tg} \delta, \left[\frac{1}{\text{м}} \right]$$

Коэффициент затухания, обусловленный неидеальной проводимостью стенок волновода,

$$\alpha_M = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot \frac{R_{S1}/d + R_{S2}/D}{420\pi \ln(D/d)}, \left[\frac{1}{\text{м}} \right]$$

где R_{S1} и R_{S2} - поверхностные сопротивления металла внутренней и внешнего цилиндров волновода, которые можно определить по формуле:

$$R_S = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\sigma_m}}, [\text{Ом}]$$

Критическая длина волны первого высшего типа

колебания H_{11} коаксиального волновода. $\lambda_{кр} \approx \frac{\pi}{2} \cdot (D + d)$

88. Прямоугольный резонатор

Резонансная частота колебаний H_{mnp} или E_{mnp} прямоугольного резонатора рассчитывается по формуле

$$f_0 = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2} / \sqrt{\varepsilon \mu}, \quad \omega_0 = 2\pi \cdot f_0$$

где a - длина резонатора вдоль оси X.

b - длина резонатора вдоль оси Y.

l - длина резонатора вдоль оси Z.

m - число вариаций поля по оси X.

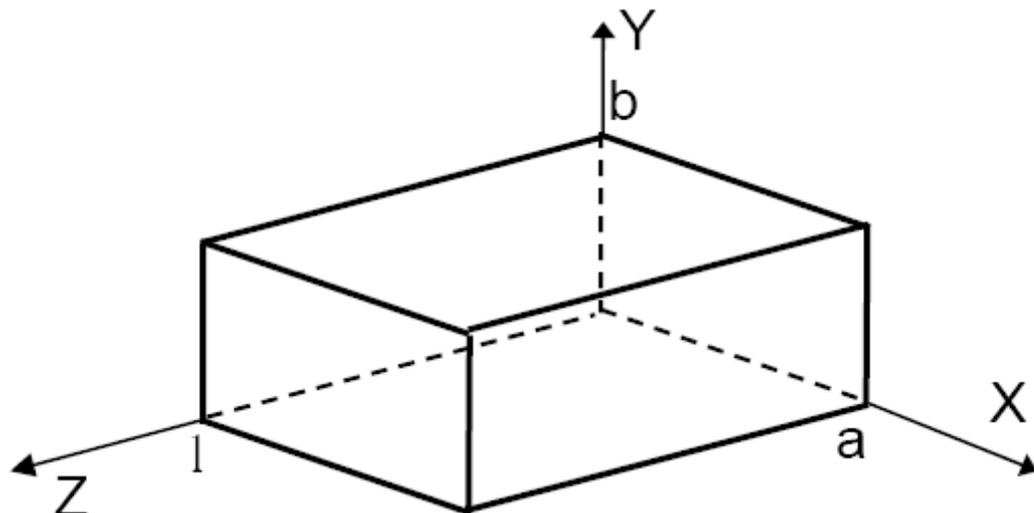
n - число вариаций поля по оси Y,

p - число вариаций поля по оси Z.

c - скорость света.

ε - относительная диэлектрическая проницаемость заполнения

μ - относительная магнитная проницаемость заполнения.



Составляющие колебания H_{mnp} вычисляются следующим образом:

$$\dot{E}_x = j\omega_0 \cdot \mu_a \cdot \frac{H_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{E}_y = -j\omega_0 \cdot \mu_a \cdot \frac{H_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{E}_z = 0$$

$$\dot{H}_x = -\frac{H_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \frac{p\pi}{l} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{H}_y = -\frac{H_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \frac{p\pi}{l} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{H}_z = H_0^{mn} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z$$

Где $k_{\perp} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$ - поперечное волновое число.

Составляющие векторов поля колебания типа E_{mnp} :

$$\dot{H}_x = j\omega_0 \cdot \varepsilon_a \cdot \frac{E_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{H}_y = -j\omega_0 \cdot \varepsilon_a \cdot \frac{E_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{H}_z = 0$$

$$\dot{E}_x = -\frac{E_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \frac{p\pi}{l} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{E}_y = -\frac{E_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \frac{p\pi}{l} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{E}_z = E_0^{mn} \cdot k_{\perp}^2 \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z$$

89. Втрата хвиль в хвильводах 90. Добротність резонатора

Резонансная кривая не имеет вида δ -функции, а вокруг резонансной частоты имеется некоторый весьма узкий интервал частот, внутри которого возможно заметное возбуждение резонатора. Наиболее существенной причиной расплывания резонансного пика являются потери энергии в стенках резонатора, а также в заполняющем его диэлектрике. Мерой остроты резонанса по отношению к внешнему возбуждению является добротность резонатора Q , определяемая как отношение средней энергии, запасенной в резонаторе, к энергии, теряемой за период колебаний:

$$Q = \frac{\omega_0 \text{ запасенная _ энергия}}{2\pi \text{ мощность _ потерь}} \quad (8.82)$$

здесь ω_0 — резонансная частота при отсутствии потерь. Согласно закону сохранения энергии, мощность омических потерь равна взятой с обратным знаком производной по времени от запасенной энергии U . Поэтому формулу (8.82) можно записать в виде уравнения для U

$$\left. \begin{array}{l} \text{откуда} \quad \frac{dU}{dt} = -\frac{\omega_0}{2\pi Q} U, \\ U(t) = U_0 \exp(-\omega_0 t / 2\pi Q) \end{array} \right\} \quad (8.83)$$

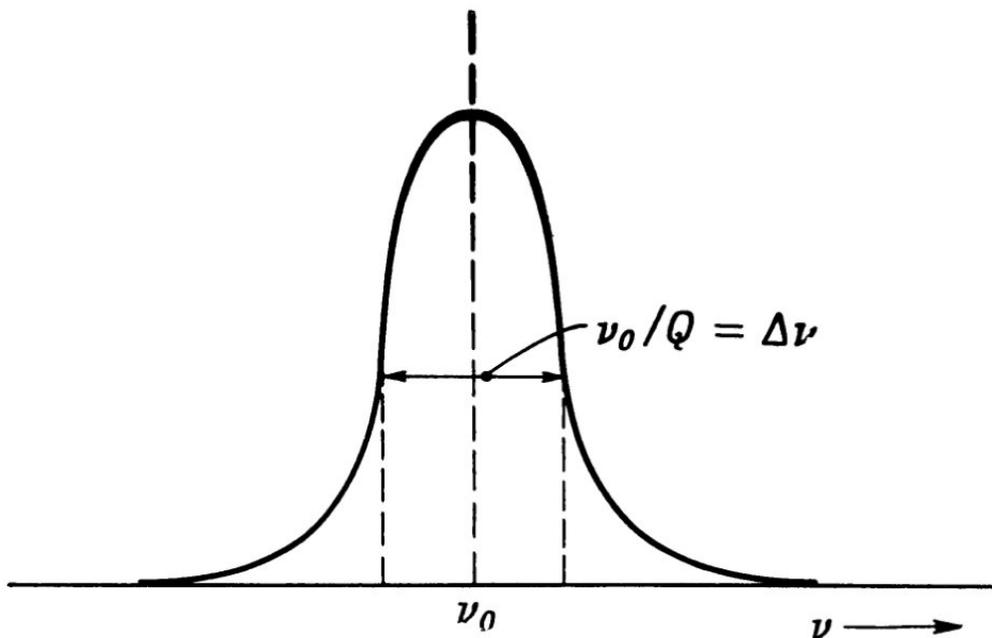
Запасенная в начальный момент энергия U_0 экспоненциально убывает со скоростью, обратно пропорциональной Q . Временная зависимость (8.83) означает, что колебания поля в резонаторе затухают по закону

$$E(t) = E_0 \exp(-\omega_0 t / 4\pi Q) \exp(-i\omega_0 t) \quad (8.84)$$

Такого рода затухающие колебания имеют не одну частоту, а представляют собой суперпозицию частот, расположенных в окрестности $\omega = \omega_0$. Таким образом,

$$\left. \begin{array}{l} E(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \\ \text{где } E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} E_0 \exp(-\omega_0 t / 4\pi Q) \exp(i(\omega - \omega_0)t) dt \end{array} \right\} \quad (8.85)$$

Интегрирование в (8.85) производится элементарно и приводит к частотному распределению энергии в резонаторе, имеющему вид лоренцовского пика:



$$|E(\omega)|^2 \sim \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + (\nu_0 / 2Q)^2} \quad (8.86)$$

В (8.86) мы перешли от угловых частот к линейным в соответствии с определением Q . У резонансного пика

Ф и г. 8.8. Резонансный пик.

(8.86), изображенного на фиг. 8.8, полная ширина на высоте, равной половине максимальной, составляет v_0/Q . При постоянном возбуждающем напряжении энергия колебаний в резонаторе в зависимости от частоты будет изменяться в окрестности резонансной частоты, следуя резонансной кривой. Если $\Delta\nu$ — разность частот, соответствующих точкам половинной мощности, то добротность резонатора равна

$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu} \quad (8.87)$$

Величина Q для микроволновых резонаторов обычно имеет порядок сотен или тысяч.

Для определения добротности необходимо рассчитать среднюю по времени энергию, накопленную в резонаторе, а затем найти мощность, поглощаемую в стенках. Мы ограничимся здесь рассмотрением цилиндрического резонатора. Энергия, запасенная в резонаторе для возбуждения колебания λ, p -типа в соответствии с (8.67) — (8.70), равна

$$U = \left[\frac{1}{4\pi} \right] \frac{d}{4} \left\{ \frac{\varepsilon}{1/\mu} \right\} \left[1 + \left(\frac{p\pi}{\gamma_\lambda d} \right)^2 \right] \int_A |\psi|^2 da \quad (8.88)$$

тут $k = \frac{\pi p}{d}$ (вроде d — длина по z)

где верхняя строчка относится к ТМ-, а нижняя — к ТЕ-типу колебаний. Для ТМ-типа при $p = 0$ следует еще ввести множитель 2.

Мощность потерь можно рассчитать по несколько измененной формуле (8.58)

$$P_{\text{пт}} = \left[\frac{c^2}{16\pi^2} \right] \frac{\varepsilon}{2\sigma\delta\mu^2} \left[\oint_C dl \int_0^d dz |\vec{n} \times \vec{B}|_{\text{бок}}^2 + 2 \int_A da |\vec{n} \times \vec{B}|_{\text{торц}}^2 \right] \quad (8.89)^*$$

Для ТМ-типов колебаний с $p \neq 0$ легко показать, что

$$P_{\text{пт}} = \left[\frac{c^2}{16\pi^2} \right] \frac{\varepsilon}{\sigma\delta\mu} \left[1 + \left(\frac{p\pi}{\gamma_\lambda d} \right)^2 \right] \left(1 + \xi_\lambda \frac{Cd}{4A} \right) \int_A |\psi|^2 da \quad (8.90)^*$$

здесь ξ_λ — безразмерное число порядка единицы,

$$\xi_{mn} = \frac{2b}{a+b} \frac{m^2(b/a) + n^2}{m^2(b^2/a^2) + n^2} \quad C — \text{длина контура поперечного сечения}$$

резонатора, A — площадь этого сечения. Для $p = 0$ величину ξ_λ

следует заменить на $2 \xi_\lambda$. Подставляя (8.88) и (8.89) в выражение (8.82) и используя определение толщины скин-слоя ($\delta = \frac{1}{\beta} \approx \frac{\tilde{n}}{\sqrt{2\pi\sigma\omega\mu}}$), найдем добротность резонатора Q:

$$Q = \frac{\mu}{\mu_c} \frac{d}{\delta} \frac{1}{4\pi(1 + \xi_\lambda Cd/4A)} \quad (8.91)^*$$

где μ_c — магнитная проницаемость металлических стенок резонатора. Для $p = 0$ следует в (8.91) умножить правую часть на 2, а ξ_λ заменить на $2\xi_\lambda$. Выражению для Q можно дать простую физическую интерпретацию, если записать его в виде

$$Q = \frac{\mu}{\mu_c} \frac{V}{S\delta} G \quad (8.92)^*$$

где G — некоторый геометрический множитель, V — объем резонансной полости, а S — площадь его поверхности. Отвлекаясь от геометрического множителя, мы видим, что добротность Q равна отношению объема, занятого полем, к объему проводника, в который поле проникает вследствие конечной проводимости. Для ТМ-колебаний в цилиндрическом резонаторе геометрический множитель имеет вид

$$\text{для } p \neq 0 \quad G = \frac{1}{2\pi} \frac{1 + Cd/2A}{1 + \xi_\lambda Cd/4A} \quad \text{для } p = 0 \quad G = \frac{1}{\pi} \frac{1 + Cd/2A}{1 + \xi_\lambda Cd/2A}.$$

Для ТЕ-колебаний в цилиндрическом резонаторе геометрический множитель несколько более сложен, но имеет такой же порядок величины.

(а теперь то же, только короче и по-другому)

$$Q = 2\pi \cdot f_0 \cdot \frac{W^{\text{Э,М}}}{P_{\text{ср.пот.}}}$$

среднее за период значение энергии электрического поля, запасенной в резонаторе.

$$W^{\text{Э}} = \iiint_V \frac{\epsilon_a \cdot |\dot{E}|^2}{4} dv$$

$$W^{\text{М}} = \iiint_V \frac{\mu_a \cdot |\dot{H}|^2}{4} dv$$

среднее за период значение энергии магнитного поля, запасенной в резонаторе.

$$P_{\text{ср.ном.}} = P_{\text{ср.ном.}}^{\text{Д}} + P_{\text{ср.ном.}}^{\text{М}}$$

$$P_{\text{ном.}}^{\text{Д}} = \iiint_V \frac{\sigma \cdot |\dot{E}|^2}{2} dv$$

где $P_{\text{ном.}}^{\text{Д}}$ - мощность потерь, обусловленная проводимостью заполняющего резонатор диэлектрика.

$$P_{\text{ном.}}^{\text{М}} = \frac{R_s}{2} \cdot \oint_S |\dot{H}_\tau|^2 ds$$

$P_{\text{ном.}}^{\text{М}}$ - мощность потерь, обусловленная неидеальной проводимостью стенок резонатора. Интегрирование ведется по поверхности стенок резонатора.

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_a}{2 \cdot \sigma}}$$

R_s - активное поверхностное сопротивление металла с проводимостью σ .

$\dot{H}_\tau(x, y, z)$ - тангенциальная компонента магнитного поля вблизи стенки резонатора.

Потери в резонаторе приводят к уменьшению запасенной энергии по закону

$$W(t) = W_0 \cdot e^{-\frac{\omega_0 t}{Q}}$$

где W_0 - энергия резонатора в начальный момент времени t_0 .

Для пустого прямоугольного резонатора, работающего на колебании H_{101} добротность

$$Q = \frac{\omega_0 \cdot \mu_a}{2 R_s} \cdot \frac{abl \cdot (a^2 + l^2)}{a^3 \cdot (l + 2b) + l^3 \cdot (a + 2b)}$$

Если резонатор заполнен диэлектриком с потерями, то результирующая добротность

$$Q = \frac{1}{1/Q_M + \text{tg } \delta}$$

где Q_M - добротность резонатора, обладающего лишь потерями в металлических стенках; $\text{tg } \delta$ - тангенс угла потерь вещества, заполняющего резонатор.

Оглавление

Основи голографії.....	1
81. Запис голограм 82. Зчитування голограм	1
83. Дифракційна ефективність голограм	2
85. TE і TM хвилі в прямокутному хвилеводі	6
86. TE і TM хвилі в циліндричному хвилеводі.....	11
87. TEM-хвилі в коаксиальному хвилеводі	13
88. Прямокутний резонатор	15
89. Втрати хвиль в хвилеводах 90. Добротність резонатора.....	16
Оглавление	21