будуть в кристалі, що має вісь симетрії шостого порядку C_6.

Розв'язання

$$\varphi = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \qquad \hat{a}(C_n^z) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

C_6^z

$$\cancel{\hat{a}(C_6^z) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}$$

$$\hat{a}(C_6^z) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \hat{a}(C_6^z)^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_{xx}}{2} & \frac{\varepsilon_{xx}\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_{yy} & \frac{1}{2}\varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_{xx}}{4} + \frac{3}{4}\varepsilon_{yy} & \frac{\varepsilon_{xx}\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}\varepsilon_{yy} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4}\varepsilon_{xx} - \frac{\sqrt{3}}{4}\varepsilon_{yy} & \frac{\varepsilon_{xx} 3}{4} + \frac{1}{4}\varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}.}$$

№ 406.

Чи може існувати піроелектричний ефект у кристалах, де існує вісь симетрії четвертого порядку та перпендикулярна до неї площина симетрії;

Розв'язання

$$a_{ij}(G) = \delta_{iz}. \qquad \varphi = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$C_4^z = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \hat{a}(C_4^z)^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$