§ 1.1. *Фотоэффект.*

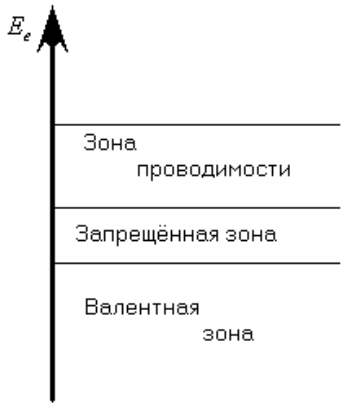


Рис. 1

Под фотоэффектом понимают изменение состояния электронов в веществе под действием света (электромагнитного излучения). Различают внутренний и на внешний фотоэффекты. Явление внутреннего фотоэффекта проявляется в полупроводниках, в некоторых металлах и кристаллических соединениях. При внутреннем фотоэффекте электроны с поверхности вещества не вырываются. Рассмотрим, в чём заключается его сущность. Электроны, лежащие в валентной зоне, обладают хорошей связью с ядром. Чтобы оторваться от ядра у них недостаточно энергии. Однако электроны из зоны проводимости обладают более высокой энергией, достаточной для того, чтобы оторваться от ядра. Поглотив квант энергии, электрон из валентной зоны может перейти в зону проводимости, то есть стать свободным электроном, способным участвовать в образовании электрического тока. Рассмотренное явление получило название внутреннего фотоэффекта.

Внешний фотоэффект состоит в вырывании электронов с поверхности вещества под действием электромагнитного излучения. Фотоэффект наблюдается лучше всего на атомах щелочных металлов, так как у них на внешнем энергетическом уровне находится только один электрон.

При изучении фотоэффекта были открыты и описаны его законы. <u>Законы фотоэффекта.</u>

1. Закон Столетова. Существует граничная частота $\nu_{гр}$, ниже которой для данного материала катода фотоэффект отсутствует независимо от плотности светового потока энергии и продолжительности облучения катода. Эта граничная частота называется красной границей фотоэффекта и составляет полосу шириной $7000 \div 8000$ Å (1Å=10^{-10} м). Значение этой границы зависит только от рода атомов. Энергия, которую нужно затратить, чтобы вырвать электрон из вещества, называется работой выхода. $A_{вых} = h\nu_{гр}$.
2. Закон фотоэффекта. Максимальная энергия фотоэлектрона, покидающего катод, равна $E_{кин} = \dfrac{m v_{\max}^2}{2}$; не зависит от плотности энергии светового потока и линейно зависит от частоты.
3. Закон фотоэффекта. При фиксированной частоте излучения число электронов, выбиваемых из катода в единицу времени, прямо пропорционально плотности светового потока энергии.

Обобщая законы фотоэффекта, Эйнштейн записал уравнение фотоэффекта: $h\nu = A_{вых} + \dfrac{m v_{\max}^2}{2}$, суть которого в том, что энергия фотона, попадающего на катод, идёт на преодоление работы выхода электрона из материала катода и на сообщение ему кинетической энергии.

2) *Эффект Комптона.*

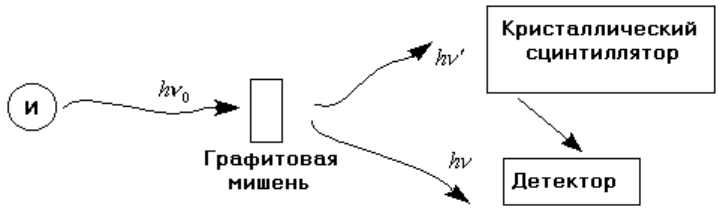


Рис. 4

В 1922 – 23 гг. Комптоном был исследован характер взаимодействия фотона и электрона. В результате поставленных опытов был сделан вывод, что при определённых условиях они имеют характер механического столкновения. Рассмотрим схему опыта, натолкнувшего Комптона на такую мысль. В опыте, в качестве источника излучения, использовалась рентгеновская трубка с молибденовым анодом. Фотон попадал на графитовую мишень из источника рентгеновского излучения[1]. После рассеяния на мишени, исследовался спектр рассеянного излучения с помощью кристаллического сцинтиллятора. Вторичное излучение, полученное с помощью сцинтиллятора, попадало на фотодетектор.

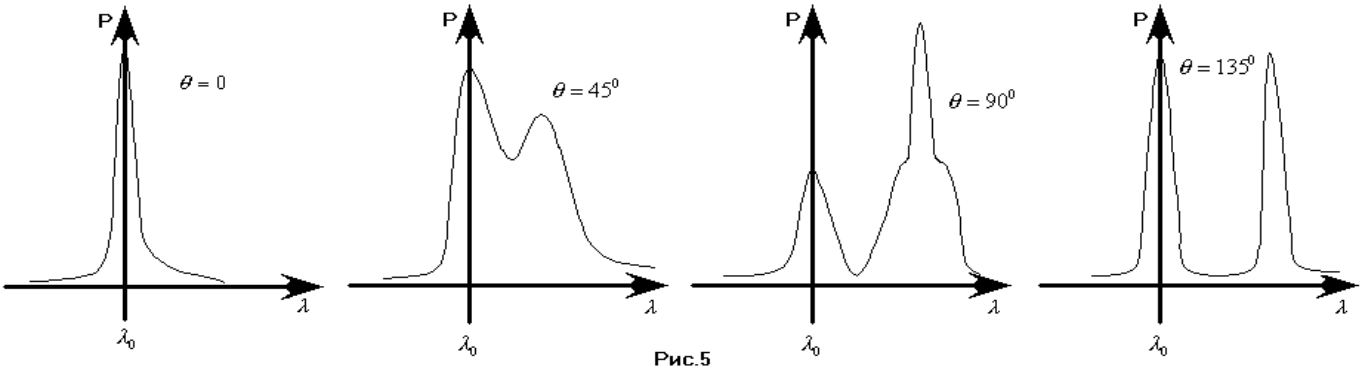


Рис.5

Исследуя спектр, Комптон заметил, что лучи, рассеянные на угол меньше 90^0, обладают большей длиной волны, чем исходное излучение, так что частота ν' вторичной волны оказывается вопреки классической теории меньше, чем частота ν_0 первоначального электромагнитного поля. Причём, энергия рассеянных фотонов (а значит и их частота) зависит от угла рассеяния θ. С позиции волновой теории это явление необъяснимо. На основании опытных данных, исследуя зависимость мощности рассеянного излучения от длины его волны при различных углах рассеяния, Комптон сделал вывод, что сдвиг длины волны $\Delta\lambda$ линейно пропорционален $\sin^2\frac{\theta}{2}$, где θ – угол рассеяния. Таким образом, чтобы поставить знак равенства, необходимо умножить $\sin^2\frac{\theta}{2}$ на некоторую константу. Мы можем записать: $\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}$ (1), где $\lambda_C = 2,4$ нм – комптоновская постоянная (комптоновская длина волны).

---

[1] Механизм генерации рентгеновского излучения носит двоякий характер. С одной стороны, при торможении быстрого электрона об анод, испускается квант электромагнитной энергии с длиной волны, соответствующей рентгеновскому излучению. С другой стороны, при попадании фотона в ядро, происходит явление внешнего фотоэффекта. Электрон из зоны валентности переходит в зону проводимости. В то же время, освободившееся место занимает электрон с более высокого энергетического уровня и при этом излучает энергию равную разности энергий энергетических состояний. Эта энергия и будет искомым рентгеновским излучением.

3) получим: $2\pi m = 2kd\cos\theta$. По определению $k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}$. Подставляя это выражение в последнюю формулу, получим: $\pi m = d\frac{2\pi}{\lambda}\cos\theta$ или, окончательно, $m\lambda = 2d\cos\theta$ (5). Формула (5) называется условием Вульфа – Брэгга. Она показывает, под каким углом на кристалл с заданным периодом кристаллической решётки должно падать излучение, чтобы было возможным наблюдение интерференционных максимумов. В тоже время, с помощью формулы (5) мы можем определить период кристаллической решётки исследуемого кристалла. Известно, что в случае объёмной кристаллической решётке, особенно острым будет центральный максимум, т. е. $m = 1$ (см. рис. 13).

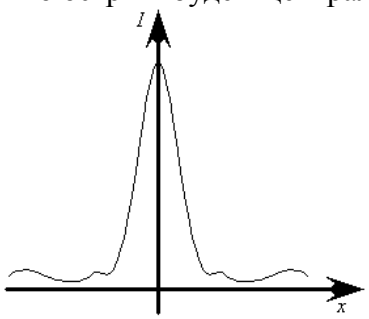


Рис. 13

Поэтому, посылая на кристалл лучи под различными углами, мы при каком-то конкретном угле сможем наблюдать максимум. Зная угол, легко определить и период кристаллической решётки. На формуле Вульфа – Брэгга основан метод рентгеноскопического анализа. Методы рентгеноскопического анализа делятся на две группы в зависимости от условий съёмки:

4) Луи де Бройль высказал предположение, что каждой движущейся частицы, мы можем поставить в соответствие некоторую длину волны. Подобную волну назвали в последствии волной де Бройля. Установим связь между параметрами волны и движущейся частицы.

1. Для волны де Бройля, как и для любой другой электромагнитной волны, мы можем записать: $E = \hbar\omega$ (1). С другой стороны, для импульса: $p = \frac{E}{c} = \frac{\hbar\omega}{c}$; $p = \hbar k$ (1′), где k - волновой вектор. Но для волнового вектора мы можем записать: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, т. о. $\lambda = \frac{2\pi}{k}$; $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$, $\lambda = \frac{h}{p}$. Из последней формулы следует выражение для волны де Бройля: $\lambda_Б = \frac{h}{mv}$ (2). Из этого выражения следует интересный вывод, касающийся распределения интенсивностей в опытах с дифракцией электронов. Изменяя приложенную разгоняющую разность потенциалов, мы изменяем длину волны де Бройля. Когда выполняется условие Вульфа – Брэгга, возникает максимум.

5) Нильс Бор выдвинул следующие требования к атомной излучающей системе, которые впоследствии назвали постулатами Бора.

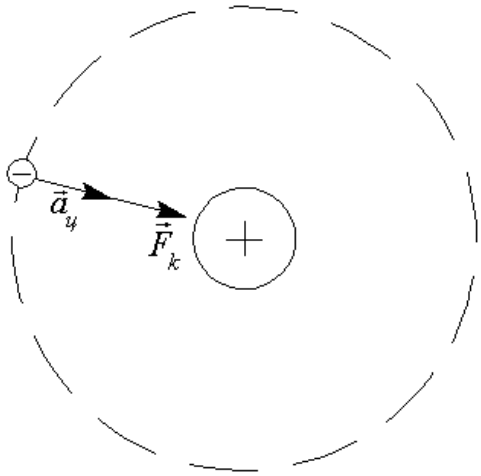


Рис. 35

1. Атомы могут определённое время, в зависимости от их структурных особенностей, находиться в определённых, так называемых стационарных состояниях. Энергии этих состояний $E_1,...,E_n$ образуют дискретный ряд. В стационарных состояниях атомы не излучают.

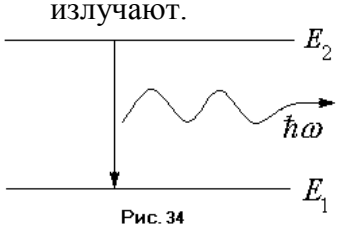


Рис. 34

2. При переходе атома из одного состояния с энергией E_2 в другое с энергией E_1, происходит излучение, если $E_2 > E_1$, или поглощение, если $E_2 < E_1$ кванта света с частотой пропорциональной разности энергий состояний: $\omega = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}$.

Бор ввёл также правила, в соответствии с которыми определяются стационарные состояния атомных систем. Данные правила получили название правил квантования. Бор предположил, что стационарными являются лишь те состояния, в которых момент импульса электрона равен целому числу постоянных Планка: $L = n\hbar$. Коэффициент пропорциональности между моментом импульса электрона и постоянной Планка называют главным квантовым числом (так как оно определяет электронов, атома и его энергию). Рассмотри правила квантования на примере атома водорода. Электрон движется по круговой орбите с центростремительным ускорением, которое определяется силой кулоновского взаимодействия.

7) виду: $\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi_0(x) + \frac{2mE}{\hbar^2}\Psi_0(x) = 0$. Итак, мы получили дифференциальное уравнение второго порядка, независящее от времени. Оно называется стационарным уравнением Шредингера.

8) Введём следующее обозначение: $k^2 \equiv \frac{2m}{\hbar^2}E$. Тогда уравнение Шредингера примет вид: $\frac{d^2\Psi}{dx^2} + k^2\Psi = 0$

9) **.** *Постулаты квантовой механики. Представление динамических переменных.*

Как и любая область науки, квантовая механика базируется на нескольких основных положениях, принимаемых без доказательства. Эти основные положения сформулированы в виде постулатов.

<u>I постулат.</u> Состояние движения квантового объекта описывается волновой функцией Ψ.

Физический смысл волновой функции в том, что её квадрат есть плотность вероятности обнаружения частицы в данном квантовом состоянии. Плотность вероятности определяется так: $\frac{dP}{dV} = \Psi\Psi^*$, так как функция Ψ комплексна. Тогда вероятность обнаружения частицы в данном квантовом состоянии, описываемом волновой функцией, будет: $P = \int\limits_V \Psi\Psi^* dV$.

<u>II постулат.</u> Волновая функция Ψ подчиняется волновому уравнению: $i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{\mathrm{H}}\Psi$.

Здесь $\hat{\mathrm{H}}$ – оператор Гамильтона (полной энергии системы), а уравнение, сформулированное во втором постулате, называется уравнением Шредингера.

<u>III постулат.</u> Каждая динамическая переменная представляется определённым линейным эрмитовым оператором.

<u>IV постулат.</u> При изменении некоторой динамической переменной, описываемой оператором $\hat{\mathrm{A}}$, с определённой вероятностью получается одно из собственных значений этого оператора. Вероятность измерения собственного значения λ_n равна $|a_n|^2$, где a_n есть коэффициент разложения волновой функции Ψ по собственным функциям оператора $\hat{\mathrm{A}}$: $\Psi = \sum\limits_k a_k u_k$. Среднее значение динамической переменной, описываемой оператором $\hat{\mathrm{A}}$ в состоянии, описываемом волновой функцией Ψ, определяется так: $\left\langle\hat{\mathrm{A}}\right\rangle = \int\limits_V \Psi^* \hat{\mathrm{A}}\Psi dV$.

10) $\boxed{\Delta x\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}}$. Данное соотношение носит название соотношения неопределённостей Гейзенберга.

11) В квантовой механике вероятность прохода частицы существует. Явление прохода частицы во вторую и третью зоны называется туннельным эффектом. Туннельный эффект характеризуется коэффициентом пропускания барьера: $T = \frac{I_{пр}}{I_{пад}}$ и коэффициентом отражения $R = \frac{I_{отр}}{I_{пад}}$.

16) $\langle\varepsilon\rangle = \frac{1}{2}kT$. У гармонического осциллятора средняя кинетическая энергия равна средней потенциальной, поэтому его средняя энергия равна kT

17) Для нахождения возможных линий излучения необходимо учесть следующие правила отбора для излучательных переходов:

$\Delta L = \pm 1$ $\quad$ $\Delta J = 0, \pm 1;$ $\quad$ $\Delta m_S = 0; \pm 1$ $\quad$ $\Delta S = 0$

$\cancel{(J_1 = 0 \to J_2 = 0)}$ $\quad$ $m_J = 0 \to m_{J_k} = 0$

для $\Delta J = 0$

Каждый из возможных переходов приводит к излучению отдельной линии.

18) *Эффект Зеемана.*

Как известно, полный механический момент атома $L_J = \hbar\sqrt{J(J+1)}$. Тогда проекция L_J на какое-либо направление, в силу пространственного квантования, будет принимать $2J+1$ значение. Так как проекция магнитного момента связана с проекцией механического момента через магнетон Бора, то и проекция магнитного момента тоже может принимать $2J+1$ значение. Каждой ориентации магнитного момента μ_z будет соответствовать своя энергия взаимодействия атома с магнитным полем: $E_{вз} = -\mu_z B$. В этом случае $\vec{e}_z \uparrow\downarrow \vec{B}$. Значит, возможны $2J+1$ энергии взаимодействия. Таким образом, и полная энергия атома принимает $2J+1$ значение, то есть уровень энергии расщепляется

на $2J+1$ компоненту, а величина расщепления определяется значениями проекции магнитного момента или механического момента. Так как уровни энергии расщепляются, то спектры атомов существенно усложняются. Для нахождения возможных линий излучения необходимо учесть следующие правила отбора для излучательных переходов:

$\Delta L = \pm 1$ $\quad$ $\Delta J = 0, \pm 1;$ $\quad$ $\Delta m_S = 0; \pm 1$ $\quad$ $\Delta S = 0$

$\cancel{(J_1 = 0 \to J_2 = 0)}$ $\quad$ $m_J = 0 \to m_{J_k} = 0$

для $\Delta J = 0$

Каждый из возможных переходов приводит к излучению отдельной линии. Явление расщепления спектральных линий при помещении атома в слабое внешнее магнитное поле называют аномальным (сложным) эффектом Зеемана. Получим выражение для расщепления линий вследствие эффекта Зеемана.

19) *Эффект Пашена – Бака.*

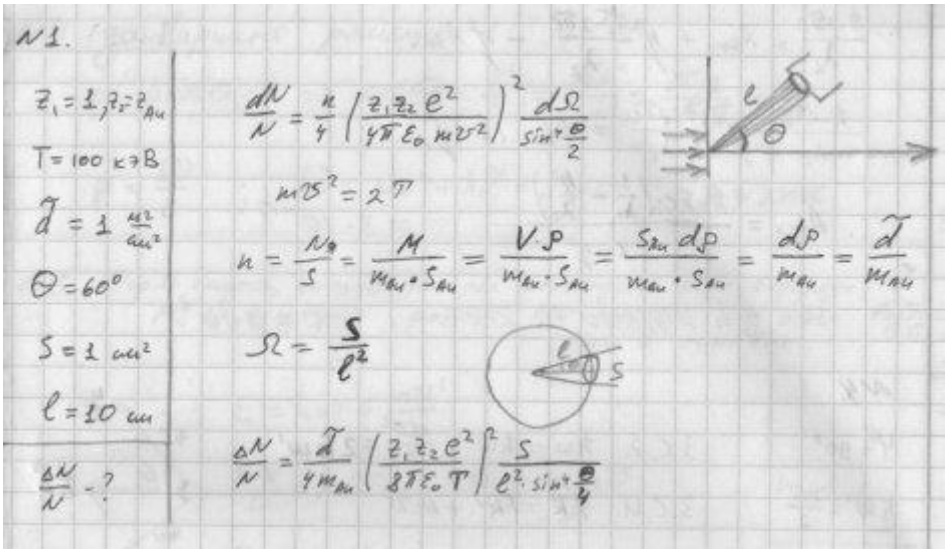
Рассмотрим теперь случай, когда индукция магнитного поля велика. В данной ситуации энергия взаимодействия магнитного момента атома с полем становится больше спин-орбитального взаимодействия и связь между спиновыми и орбитальными моментами разрушается. Каждый в отдельности начинает взаимодействовать с полем. Это явление разрыва спин-орбитальной связи в магнитном поле называется эффектом Пашена – Бака. Энергия уровня, в данном случае, равна: $E = E_0 - \vec{\mu}_L \vec{B} - \vec{\mu}_S \vec{B}$, где E_0 – начальная энергия уровня до помещения его в магнитное поле

##

Задачи для зачета

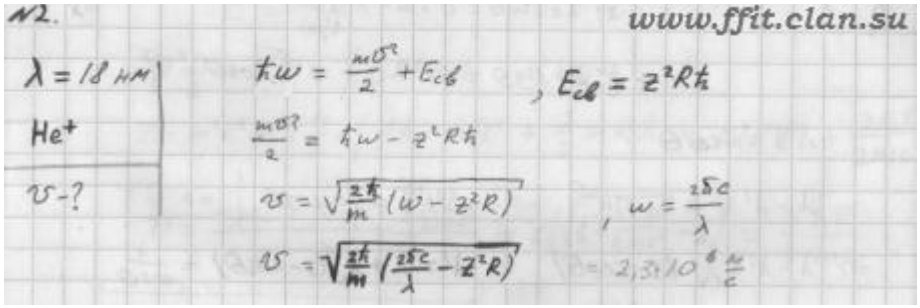
Задача для зачёта. № #1.

. Узкий пучок протонов с энергией 100кэВ попадает нормально на золотую фольгу с массовой толщиной 1 мг/см2. Какую долю протонов, рассеянных под углом 60, зарегистрирует счётчик с круглым входным отверстием площадью 1 см2, отстоящим от рассеивающего участка фольги на расстояние 10 см и ориентированным перпендикулярно к пучку протонов?



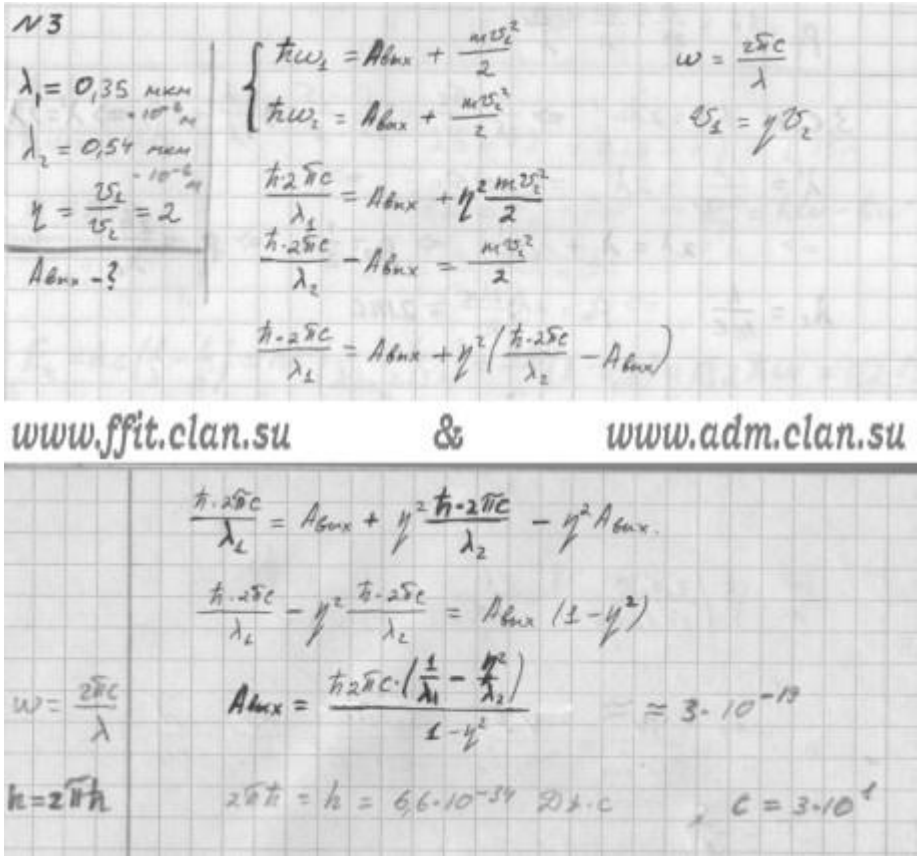
Задача для зачёта. № #2.

. Вычислить скорость электронов, вырываемых электромагнитным излучением с длиной волны lyamda=18.0 нм из ионов He+, находящихся в основном состоянии.



Задача для зачёта. № 3.

1.Найти работу выходас поверхности некоторого металла, если при поочередном освещении его электромагнитным излучением с длинами волн laymda1=0.35 мкм и laymda2=0.54 мкм максимальные скорости фотоэлектронов отличаются в n=2.0 раза.



Задача для зачёта. № 4.

Фотон испытал рассеяние на покоящемся свободном электроне. Найти импульс налетающего фотона, если энергия рассеянного фотона равна кинетической энергии электрона отдачи при угле 90 между направлениями их разлёта.

№4.

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

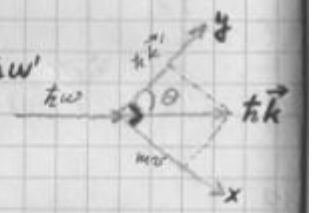
$\varphi = 90°$

$\hbar\omega' = \frac{mv^2}{2}$

p_φ - ?

З.С.Э. $\hbar\omega = \hbar\omega' + \frac{mv^2}{2} = 2\hbar\omega'$

З.С.И. $\hbar\vec{k} = \hbar\vec{k'} + m\vec{v}$



x: $\hbar k \sin\theta = 0 + mv$

y: $\hbar k \cdot \cos\theta = \hbar k' + 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\cos\theta = \frac{2\pi}{\lambda'} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda = \lambda' \cdot \cos\theta$

$\lambda - \lambda' = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2} \Rightarrow \left\{ 2\sin^2\frac{\theta}{2} = 1 - \cos\theta \right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda - \lambda' = \lambda_c \cdot (1 - \cos\theta) \Rightarrow \lambda' = \lambda + \lambda_c \cdot (1 - \cos\theta) = \frac{\lambda}{\cos\theta}$

$p_\varphi = \hbar k = \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{h}{\lambda}$

З.С.Э. $\hbar\omega = 2\hbar\omega' \Rightarrow \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{2h}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{\lambda'} \Rightarrow \frac{h}{\lambda} = 2\frac{h}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = 2\lambda$

$\lambda' = \frac{\lambda}{\cos\theta} = 2\lambda \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda' = 2\lambda = \lambda + \lambda_c \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}\lambda_c \Rightarrow p_\varphi = \frac{2h}{\lambda_c}$

$\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$

$\lambda_c = \frac{h}{mc} \Rightarrow p_\varphi = 2h \cdot \frac{mc}{h} = 2mc$

www.ffit.clan.su

Задача для зачёта. № 5.

Определить скорость, которую приобрёл покоящийся атом водорода в результате излучения фотона при переходе из первого возбуждённого состояния в основное.

www.ffit.clan.su

№5. Опр-ть скорость, которую приобрёл покоящийся атом водорода в рез-те излучения фотона при переходе из 1-ого возбужд. сост. в основное.

v - ?

$E = \hbar\omega + \frac{mv^2}{2}$

$\frac{\hbar\omega}{c} = mv$

$\frac{\hbar\omega}{c} = mv \Rightarrow \hbar\omega = cmv$

$E = \frac{3}{4}R\hbar$

$E = \frac{3}{4}R\hbar$

$v^2\frac{m}{2} + v \cdot cm - \frac{3}{4}R\hbar = 0$

$D = m^2c^2 + 4\frac{m}{2} \cdot \frac{3}{4}R\hbar = m^2c^2 + \frac{3}{2}mR\hbar = m^2c^2\left(1 + \frac{3R\hbar}{2mc^2}\right)$

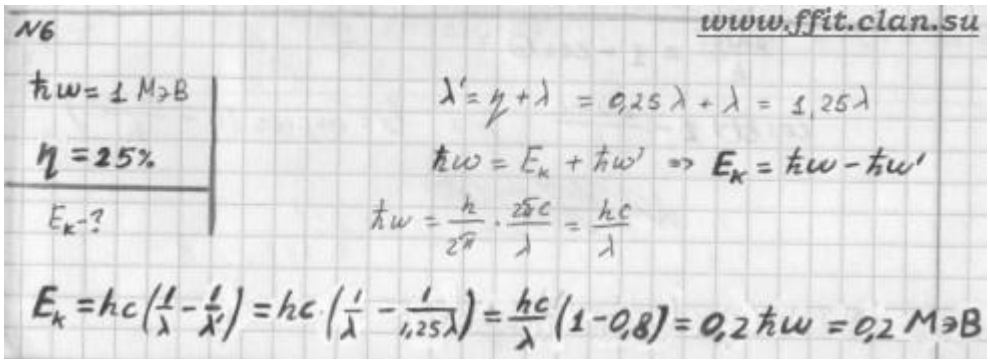
$v = \frac{-mc + mc\sqrt{1 + \frac{3R\hbar}{2mc^2}}}{m} = c\left(\sqrt{1 + \frac{3R\hbar}{2mc^2}} - 1\right) \approx \frac{3}{4}\frac{\hbar R}{mc} = 3{,}24\ \frac{м}{с}$,

где учтено $\frac{3\hbar R}{2mc^2} \ll 1$

Задача для зачёта. № 6.

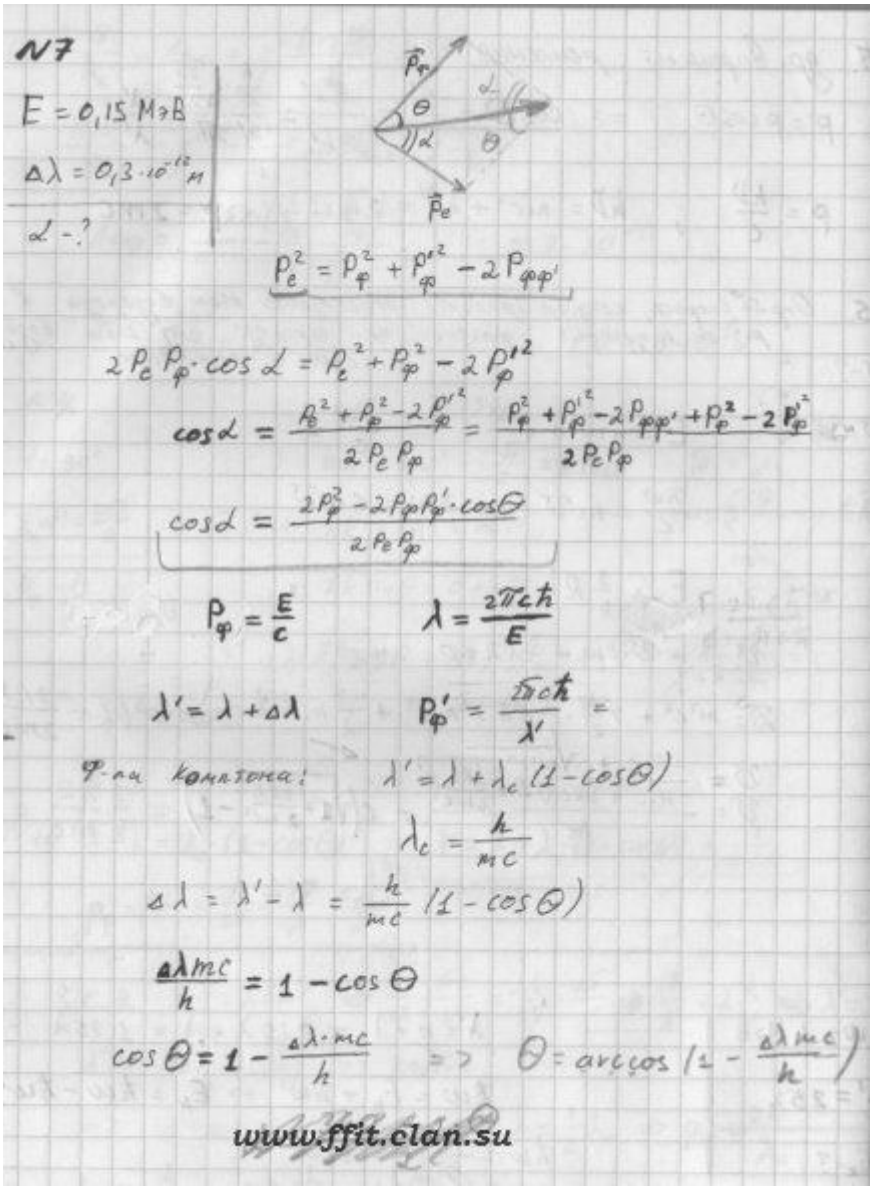
Фотон с энергией 1.0 МэВ рассеялся на покоящемся свободном электроне. Найти

кинетическую энергию отдачи, если в результате рассеяния длина волны фотона изменилась на n=25%



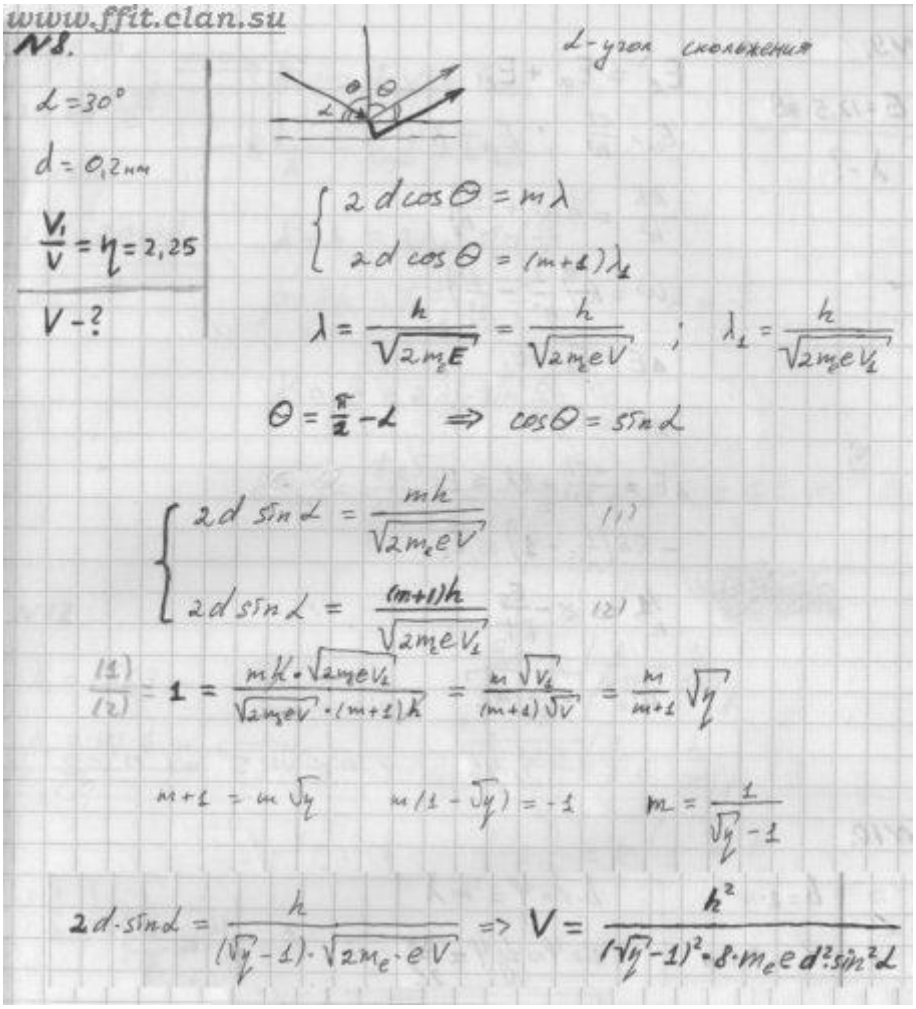
Задача для зачёта. № 7.

Фотон с энергией 0.15 МэВ рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего его длина изменилась на 3 пм. Найти угол, под которым вылетел электрон отдачи.



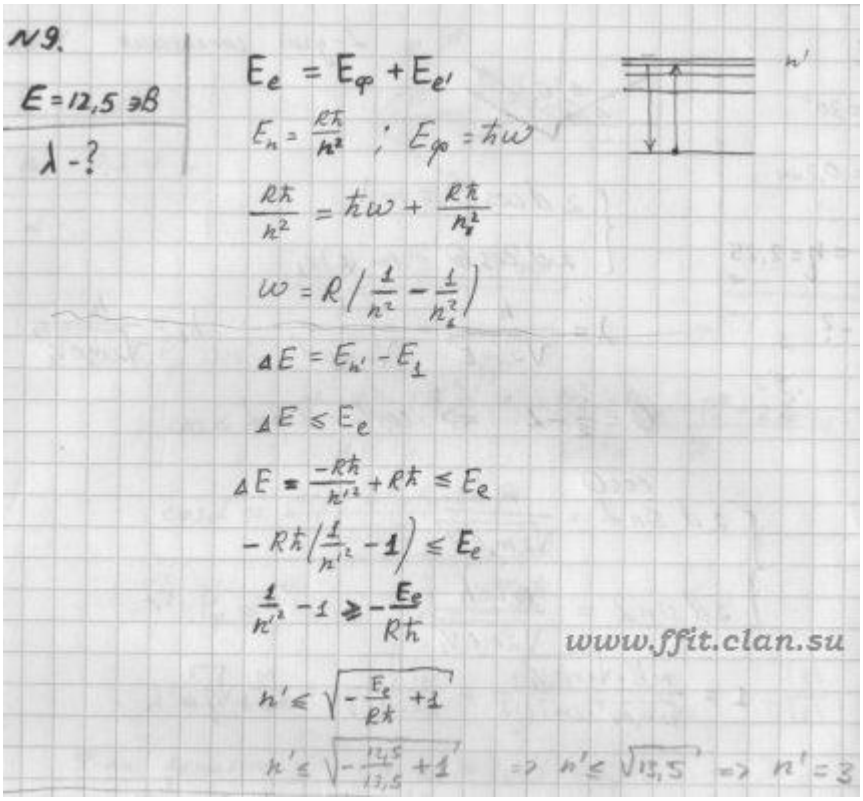
Задача для зачёта. № 8.

Узкий пучок моноэнергетических электронов падает под углом скольжения =30 на естественную нрань монокристалла алюминия с межплоскостным периодом d=0.20 нм. Максимум зеркального отражения наблюдается при ускоряющем напряжениИV. Найти V, если следующий максимум зеркального отражения возникал при увеличении ускоряющего напряжения в n=2.25 раза.



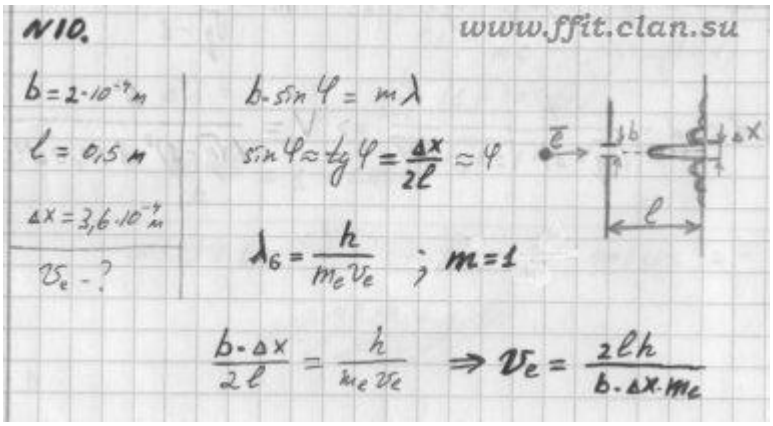
Задача для зачёта. № 9.

Какие спектральные линии появляются при возбуждении атамарного водорода электронами с энергией в 12.5эВ?



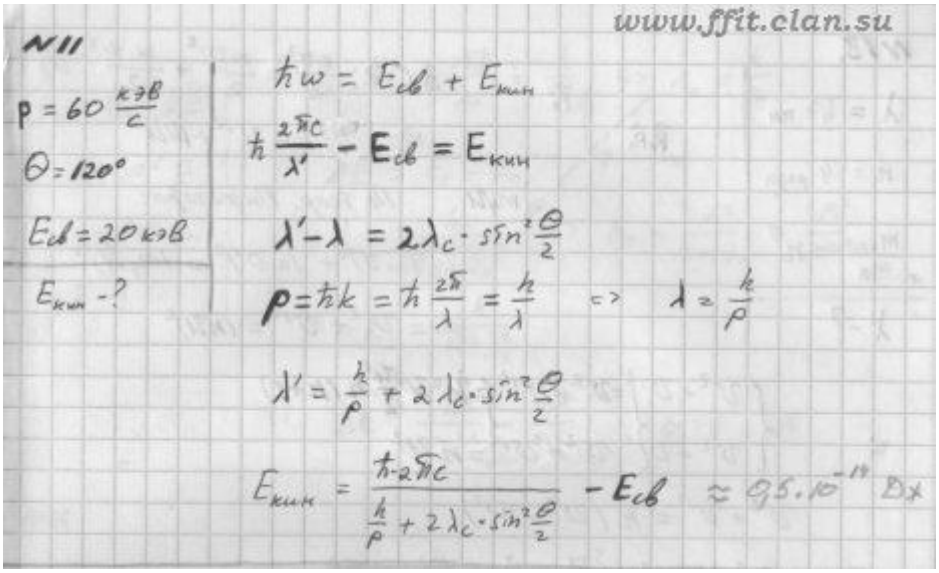
Задача для зачёта. № 10.

Поток моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму с узкой щелью шириной b=2.0 мкм. Найти скорость электронов, если на экране, отстоящем от щели на l=50 см, ширина центрального дифракционного максимума x=0.36 мм.



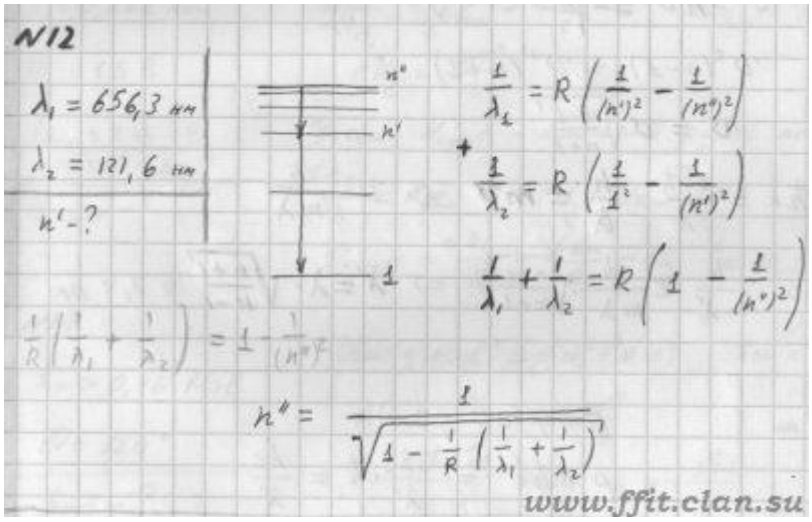
Задача для зачёта. № 11

Фотон с импульсом p=60 кэВ/с (c – скорость света), испытав комптоновское рассеяние под углом Θ=120 на покоящемся свободном электроне, вырвал затем из атома молибдена электрон, энергия связи которого E=20.0 кэВ. Найти кинетическую энергию фотоэлектронов.



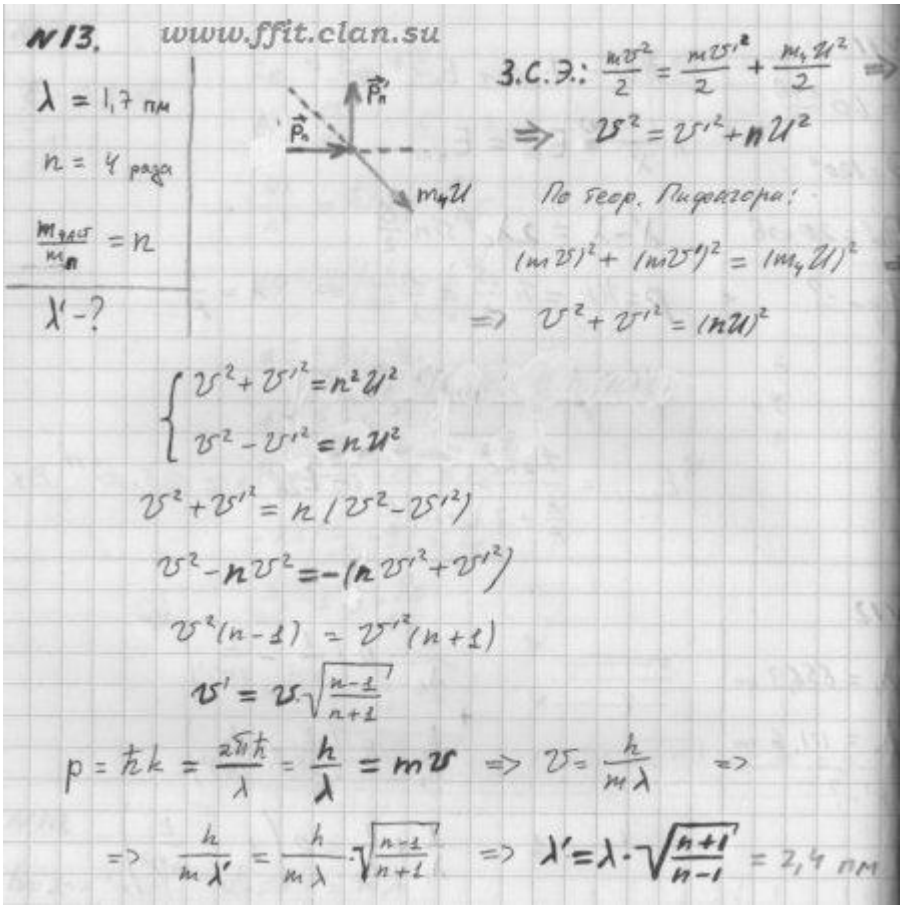
Задача для зачёта. № 12

Определить квантовое число n возбужденного состояния атома водорода, если известно, что при переходе в основное состояние атом испустил два фотона с lyamda1=656,3 нм и lyamda2=121,6 нм



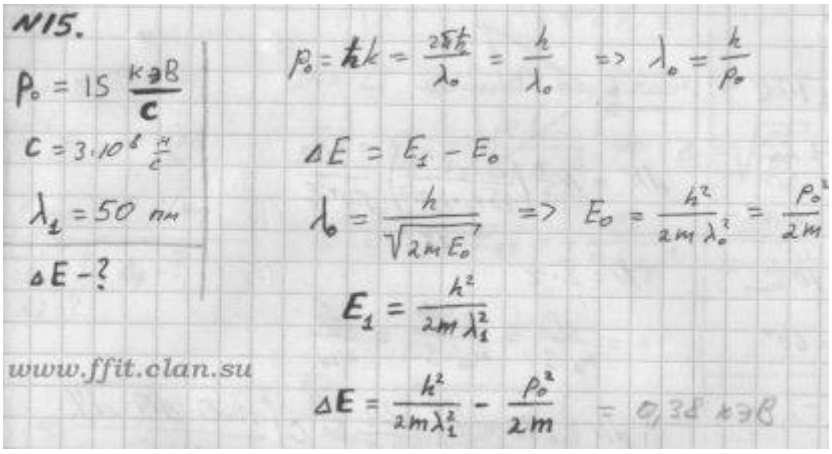
Задача для зачёта. № 13

Протон с длиной волны lyamda=1,7 пм упруго рассеялся под углом 90 на первоначально покоившийся частице, масса которой в n = 4 раза больше массы протона. Определить длину рассеянного протона.



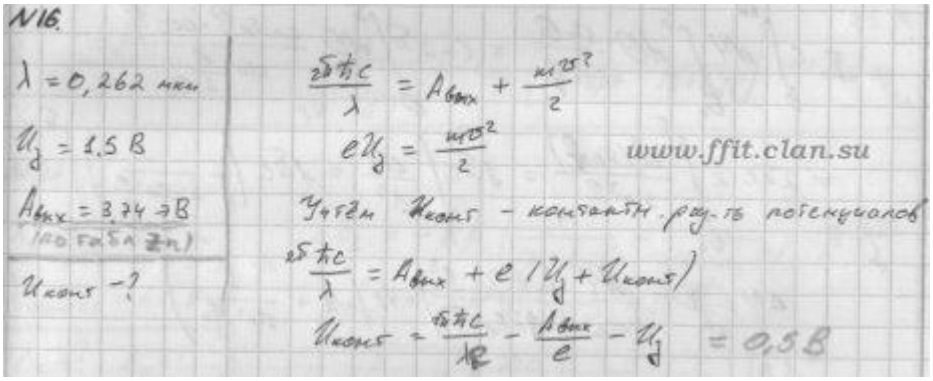
Задача для зачёта. № 15

Какую дополнительную энергии. Необходимо сообщить электрону с импульсом 15,0 кэВ/с (с – скорость света), чтобы его длина волны стала равной 50 пм.



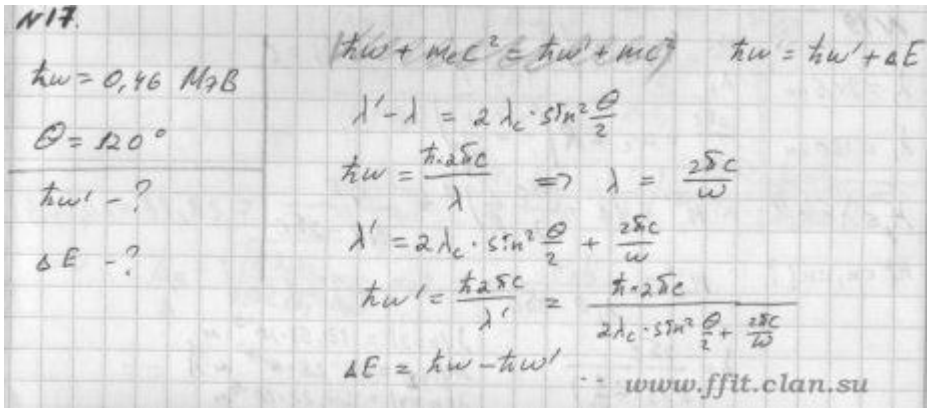
Задача для зачёта. № 16

Ток, возникающий в цепи вакуумного фотоэлемента при освещении цинкового электрода электромагнитным излучением с длиной волны 0,262 мкм, прекращается, когда внешняя задерживающая разность потенциалов достигает значения V=1,5 В. Определить значение и полярность внешней контактной разности потенциалов данного фотоэлемента.



Задача для зачёта. № 17

Фотон с энергией hw = 0.46 Мэв рассеялся под углом = 120 на покоящемся свободном электроне. Найти: а) энергию рассеянного фотона; б) энергию, переданную электрону.



Задача для зачёта. № 18

Узкий пучок α-частиц с кинетической энергией T=1,00 МэВ падает нормально на золотую фольгу толщиной d=1,0 мкм. Поток α-частиц $I=3.6*10^{-4}\ c^{-1}$. Найти число α-частиц, рассеянных фольгой в течении τ = 10 мин под углами, превышающими Θ=60; (предпологается, что формула Резерфорда вблизи этого значения угла Θ_0 справедлива).

N18. www.ffit.clan.su

$T = 1$ МэВ

$d = 1$ мм

$I = 3{,}6\cdot10^{4}\ \frac{1}{c}$

$\tau = 10$ мин

$\theta_0 = 60°$

$\Delta N - ?$

$$dN = N\frac{n}{4}\left(\frac{z_1 z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0\cdot\underbrace{m_u v^2}_{2T}}\right)\frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

$$N = I\cdot\tau$$

$$n = \frac{M}{m_{Au}\cdot S} = \frac{S\cdot dp}{m_{Au}\cdot S} = \frac{dp}{m_{Au}}$$

$$\int dN = \Delta N = C\int\frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}} = C\int\frac{\sin\theta\cdot d\theta\cdot d\varphi}{\sin^4\frac{\theta}{2}} =$$

$$= C\int_0^{2\pi}d\varphi\cdot\int_{\theta_0}^{\pi}d\theta\,\frac{\sin\theta}{\sin^4\frac{\theta}{2}} = C\cdot2\pi\int_{\theta}^{\pi}d\theta\,\frac{2\cdot\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^4\frac{\theta}{2}} =$$

$$= 2\pi C\cdot2\int_{\theta_0}^{\pi}\frac{d\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)}{\sin^3\frac{\theta}{2}} = 8\pi C\int\frac{dx}{x^3} = 8\pi C\left(-\frac{1}{2\cdot\sin^2\frac{\theta}{2}}\right)\Bigg|_{\theta_0}^{\pi}$$

$$\Delta N = I\tau\,\frac{d\varphi}{4m_{Au}}\left(\frac{z_1 z_2\cdot e^2}{8\pi\varepsilon_0\cdot T}\right)\cdot4\pi\left(-1+\frac{1}{\sin^2\frac{\theta_0}{2}}\right)$$

Задача для зачёта. № 19

Какие линии содержит спектр поглощения атомарного водорода в диапазоне длин волн от 94,5 до 130,0 нм?

N19 www.ffit.clan.su

$\lambda_1 = 94{,}5$ нм

$\lambda_2 = 130$ нм

$\lambda_2 \le \lambda \le \lambda_1 ?$

$n_2'' < n_1 < n_2'$

$$\frac{2\pi c}{\lambda_1} = \omega_1 = R\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{n_2'^2}\right), \quad n_1 = 1$$

$$\frac{2\pi c}{\lambda_2} = \omega_2 = R\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{n_2''^2}\right)$$

$$n_2'^2 = \left(1-\frac{2\pi c}{\lambda_1}\frac{1}{R}\right)^{-1} = \frac{\lambda_1 R}{\lambda_1 R - 2\pi c} = 22{,}18 \Rightarrow n_2' \approx 5$$

$$n_2''^2 = \frac{\lambda_2 R}{\lambda_2 R - 2\pi c} = 1 \Rightarrow n_2'' = 1$$

$$\lambda = \frac{2\pi c}{R\left(1-\frac{1}{n^2}\right)}$$

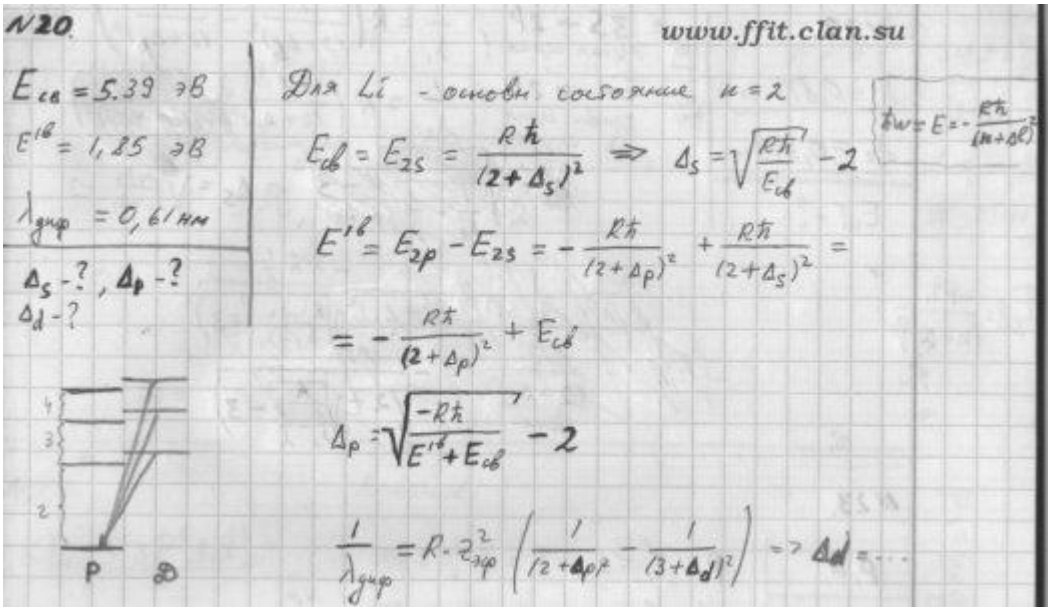
$\lambda(n=2) = 121{,}53\cdot10^{-9}$ м

$\lambda(n=3) = 102{,}5\cdot10^{-9}$ м

$\lambda(n=4) = 97{,}22\cdot10^{-9}$ м

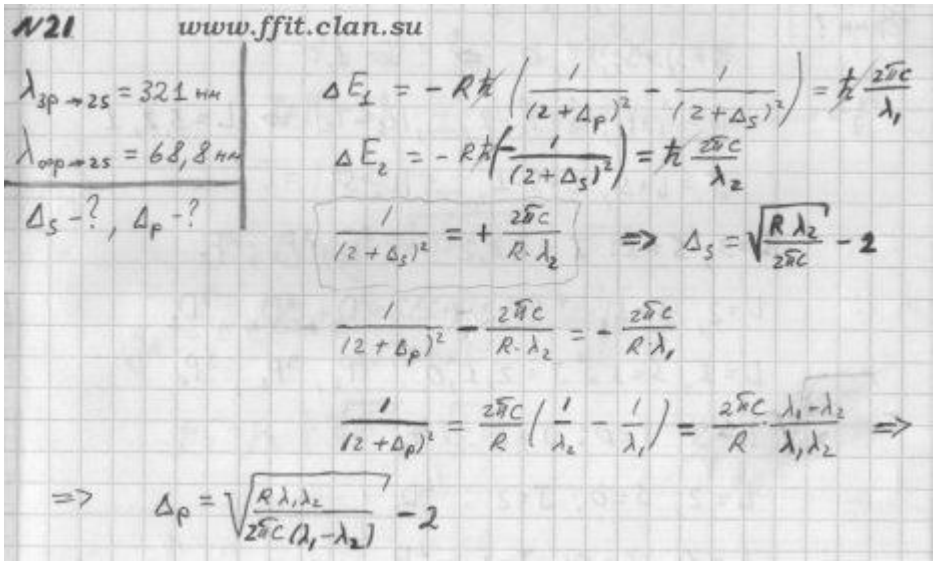
Задача для зачёта. № 20

Вычислить квантовые дефекты S-, P-, D-термов атома Li, если известно, что энергия связи валентного электрона в основном состоянии равна 5.39 эВ, 1й потенциал возбуждения 1.85 эВ и длина волны головной линии диффузной серии 0.610 мкм. Какой из перечисленных термов наиболее близок к водородоподобным и чем это обусловлено?



Задача для зачёта. № 21

Вычислить для иона Be+ квантовые дефекты S и P термов, а также длину волны головной линии резкой серии, если известно, что длина волны головной линии главной серии и её коротковолновая граница равны 321,0 и 68,8 нм.



Задача для зачёта. № 22

Найти энергию связи валентного электрона в основном состоянии атома лития, если известно, что длины волн головной линии резкой серии и её коротковолновой границы равны соответственно 0,813 и 0,349 нм.

№22.

$\lambda_1 = 0{,}813$ мм

$\lambda_2 = 0{,}349$ мм

$E_{св}$ – ?

$3S \to 2P$: $\frac{1}{\lambda_1} = R\left(\frac{1}{(3+\Delta_S)^2} - \frac{1}{(2+\Delta_P)^2}\right)$

резкая серия

$\infty \to 2P$: $\frac{1}{\lambda_2} = R\left(\frac{-1}{(2+\Delta_P)^2}\right)$

главн. серия

$$\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \frac{R}{(3+\Delta_S)^2} \Rightarrow \Delta_S = \sqrt{\frac{R\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}} - 3$$

$$E_{св} = \frac{-R\hbar}{(n+\Delta_S)^2}$$

$$E_{св} = \frac{-R\hbar}{(2+\Delta_S)^2} = \frac{-R\hbar}{\left(2+\sqrt{\frac{R\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}}-3\right)^2}$$

www.ffit.clan.su

Задача для зачёта. № 23

Выписать все возможные термы атомы, содержащего кроме заполненных оболочек два электрона p и d.

№23.

p, d

возможные термы ?

p: $l_1 = 1$, $S_1 = \frac{1}{2}$

d: $l_2 = 2$, $S_2 = \frac{1}{2}$

www.ffit.clan.su

$S = S_1 + S_2, \ldots, 0 \Rightarrow S = 1, 0$

$L = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \ldots, |l_1 - l_2| \Rightarrow L = 3, 2, 1$

$J = L + S, L + S - 1, \ldots, |L - S|$

$L=3, S=1$: $J = 4, 3, 2$: $^3F_4, {}^3F_3, {}^3F_2$

$L=2, S=1$: $J = 3, 2, 1$: $^3D_3, {}^3D_2, {}^3D_1$

$L=1, S=1$: $J = 2, 1, 0$: $^3P_2, {}^3P_1, {}^3P_0$

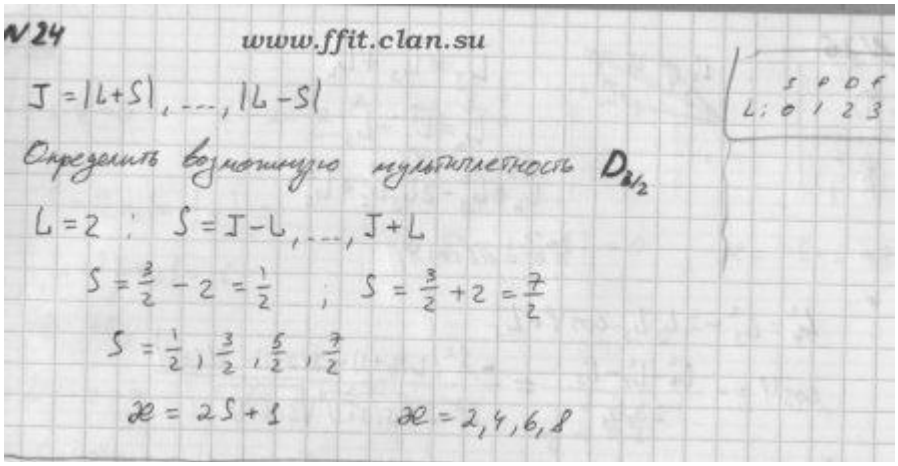
$L=3, S=0$: $J=3$: $^1F_3$

$L=2, S=0$: $J=2$: $^1D_2$

$L=1, S=0$: $J=1$: $^1P_1$

Задача для зачёта. № 24

Определит возможную мультиплетность терма $D_{3/2}$



N24 www.ffit.clan.su

$J = |L+S|, \ldots, |L-S|$

Определить возможную мультиплетность $D_{3/2}$

	s	p	d	f
L:	0	1	2	3

$L = 2$; $S = J-L, \ldots, J+L$

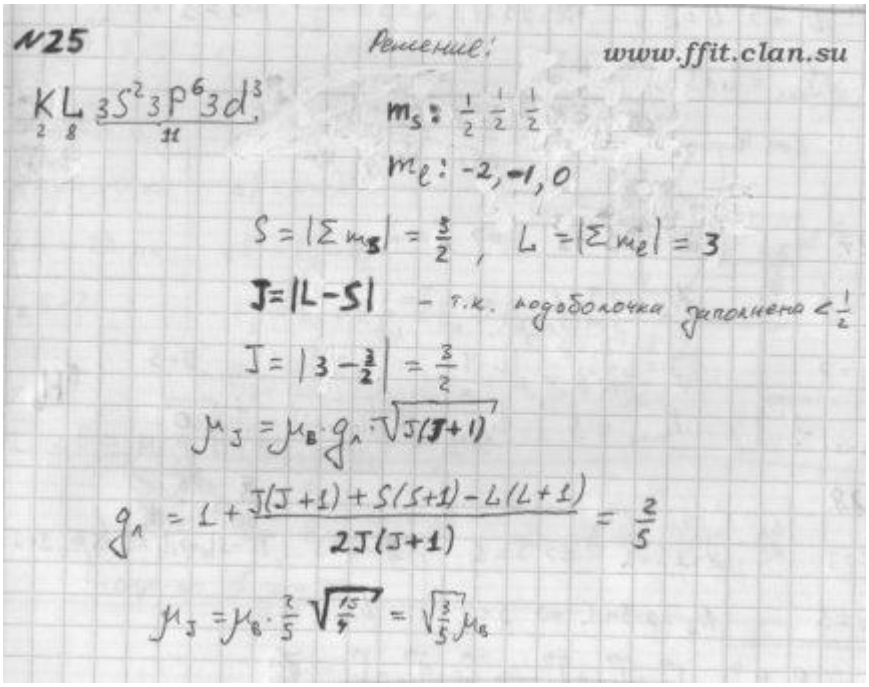
$S = \frac{3}{2} - 2 = \frac{1}{2}$; $S = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$

$S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$

$\varkappa = 2S+1$ $\varkappa = 2, 4, 6, 8$

Задача для зачёта. № 25

Вычислить магнитный момент основного состояния атома, у которого незаполненная подоболочка содержит три d-электрона.



N25 Решение: www.ffit.clan.su

$\underset{2}{K}\underset{8}{L}\,\underbrace{3s^2 3p^6}_{11} 3d^3$

m_s: $\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$

m_ℓ: $-2, -1, 0$

$S = |\Sigma m_s| = \frac{3}{2}$, $L = |\Sigma m_\ell| = 3$

$J = |L-S|$ – т.к. подоболочка заполнена $< \frac{1}{2}$

$J = |3 - \frac{3}{2}| = \frac{3}{2}$

$\mu_J = \mu_B \cdot g_\Lambda \cdot \sqrt{J(J+1)}$

$$g_\Lambda = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{2}{5}$$

$\mu_J = \mu_B \cdot \frac{2}{5}\sqrt{\frac{15}{4}} = \sqrt{\frac{3}{5}}\mu_B$

Задача для зачёта. № 26

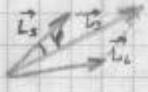
Найти угол между спиновым и полным механическими моментами в векторной можеле атома, находящегося в состоянии ^3D с максимально возможным значением полного механического момента.

N26.

^3D

φ-?

www.ffit.clan.su



$$\vec{L}_J = \vec{L}_s + \vec{L}_L$$

$$\vec{L}_L = \vec{L}_J - \vec{L}_s$$

$$\vec{L}_L^2 = \vec{L}_J^2 - 2\vec{L}_J\vec{L}_s + \vec{L}_s^2$$

$$\vec{a}\vec{b} = ab\cos\varphi$$

$$L_L^2 = L_J^2 - 2L_J L_s \cdot \cos\varphi + L_s^2$$

$$\cos\varphi = -\frac{L_L^2 - L_J^2 - L_s^2}{2L_J L_s} = \frac{-\hbar^2(L(L+1) - J(J+1) - S(S+1))}{\hbar^2 \cdot 2\sqrt{J(J+1)}\cdot\sqrt{S(S+1)}}$$

$$D \Rightarrow L = 2 \qquad \varkappa = 2S+1 \Rightarrow S = \frac{\varkappa - 1}{2} \Rightarrow S = 1$$

$$J_{max} = L + S \Rightarrow J = 3$$

$$\cos\varphi = -\frac{6 - 12 - 2}{2\sqrt{12}\cdot\sqrt{2}} = \frac{+8}{2\sqrt{24}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

Задача для зачёта. № 27

Определить максимально возможный орбитальный механический момент атома, находящегося в состоянии, мультиплетность которого равна пяти и кратность вырождения по J равна семи. Указать спектральный символ этого состояния.

N27.

$\varkappa = 5$

$N_J = 7$

L_{Lmax} -?

www.ffit.clan.su

$$\varkappa = 2S + 1 \Rightarrow S = 2$$

$$N_J = 2J + 1 \Rightarrow J = 3$$

$$J = L + S, \ldots |L - S| \Rightarrow L = J - S, \ldots, J + S$$

$$L_{max} = 5 \qquad L_{L\,max} = \hbar\sqrt{L(L+1)} = \hbar\sqrt{30}$$

$^5H_3$

Задача для зачёта. № 28

Найти максимально возможный угол между спиновым и полным механическими моментами атома, находящегося в состоянии, мультиплетность которого равна трём и кратность вырождения по J равна пяти.

N28.

$\varkappa = 3$

$N_J = 5$

L м/у P_s и P_L?

www.ffit.clan.su

$$\varkappa = 2S + 1 \Rightarrow S = 1 \qquad J = L + S, \ldots, |L - S| \Rightarrow L = J - S, \ldots J+$$

$$N_J = 2J + 1 \Rightarrow J = 2 \qquad L_{max} = 3$$

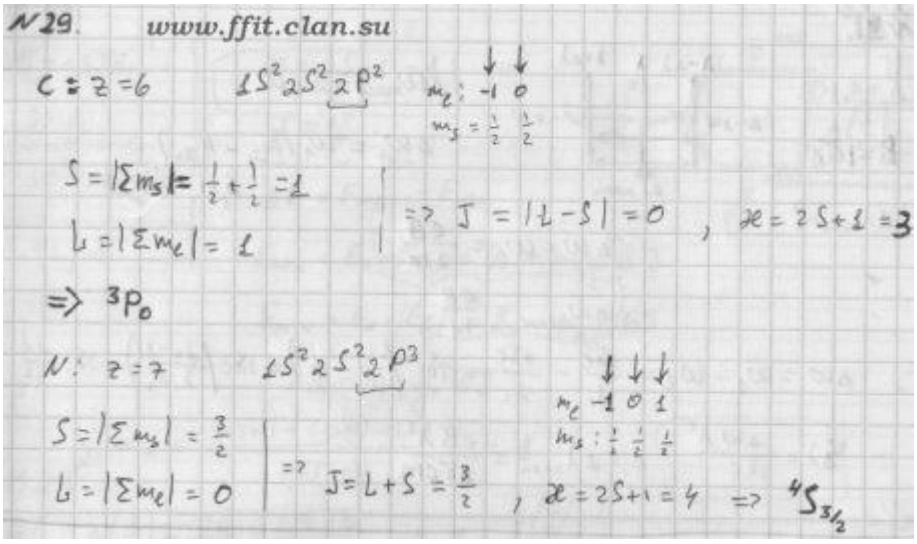
$$\vec{L}_J = \vec{L}_s + \vec{L}_L \Rightarrow \vec{L}_L = \vec{L}_J - \vec{L}_s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{L}_L^2 = \vec{L}_J^2 - 2\vec{L}_J L_s + \vec{L}_s^2 = L_J^2 - 2L_J L_s \cdot \cos\varphi + L_s^2 \Rightarrow$$

$$\cos\varphi = \frac{L_J^2 + L_s^2 - L_L^2}{2L_J L_s} = \frac{\hbar^2(J(J+1) + S(S+1) - L(L+1))}{\hbar^2 \cdot 2\sqrt{J(J+1)}\cdot\sqrt{S(S+1)}} = \frac{-4}{2\sqrt{12}} = -\frac{2}{\sqrt{12}} = -0{,}5$$

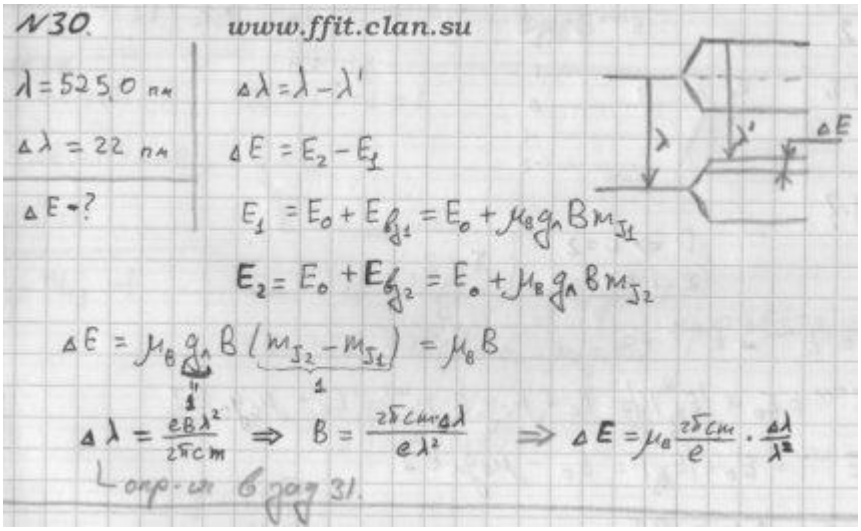
Задача для зачёта. № 29

Выписать электронные конфигурации и с помощью правила Хунда найти основной терм атомов C и N. Электронные конфигурации этих атомов соответствуют застройке электронных оболочек в нормальном порядке



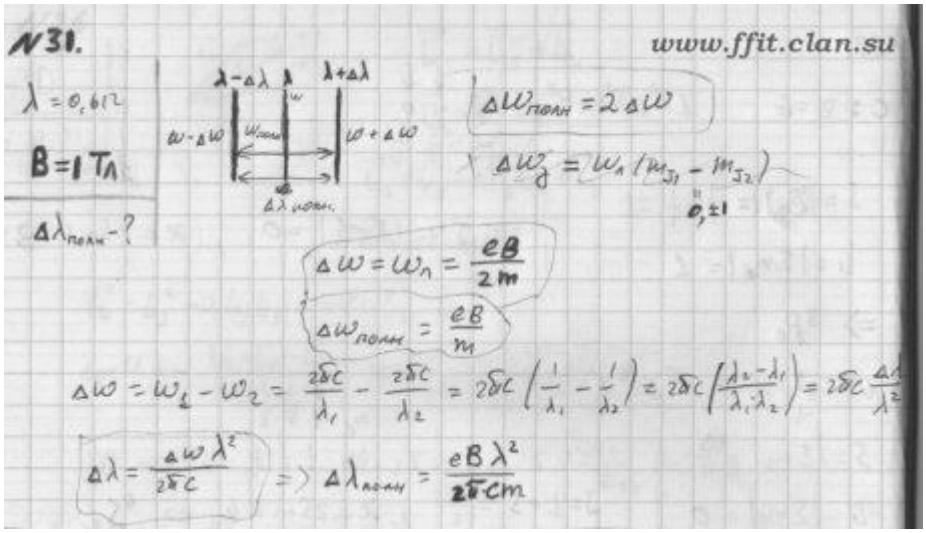
Задача для зачёта. № 30

Интервал между крайними компонентами спектральной линии lyamda = 525,0 пм, обнаруживающей простой эффект Зеемана, составляетdelta_lyamda = 22 пм . Нати интервал, эВ, между соседними подуровнями зеемановского расщепления соответствующих термов.



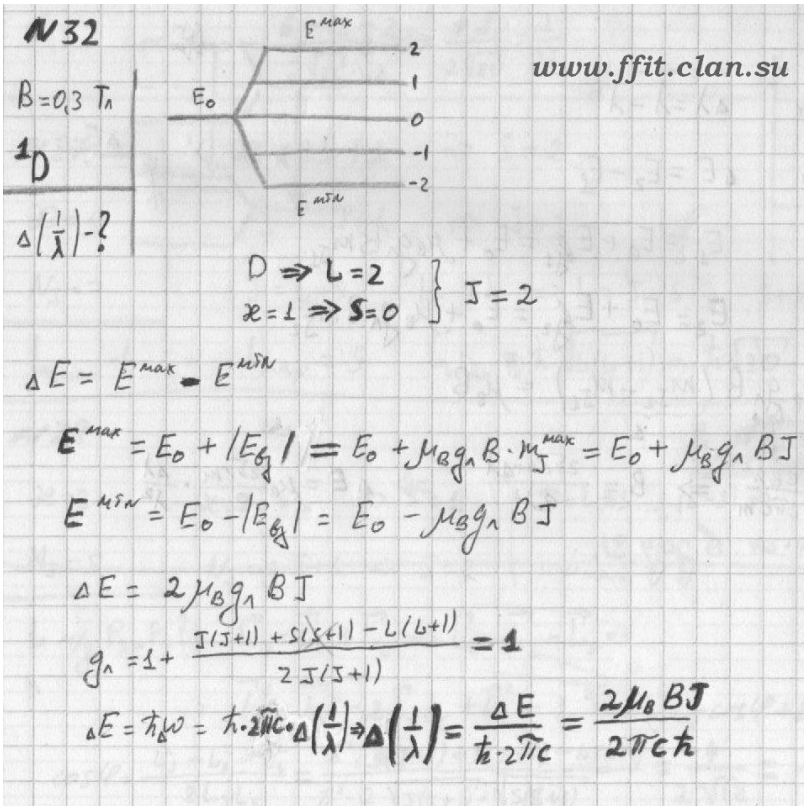
Задача для зачёта. № 31

Спектральная линия lyamda = 0,612 мкм обусловлена переходом между двумя синглетными термами атома. Определить интервал delta-lyamda между крайними компонентами этой линии в магнитном поле B = 1 Тл.



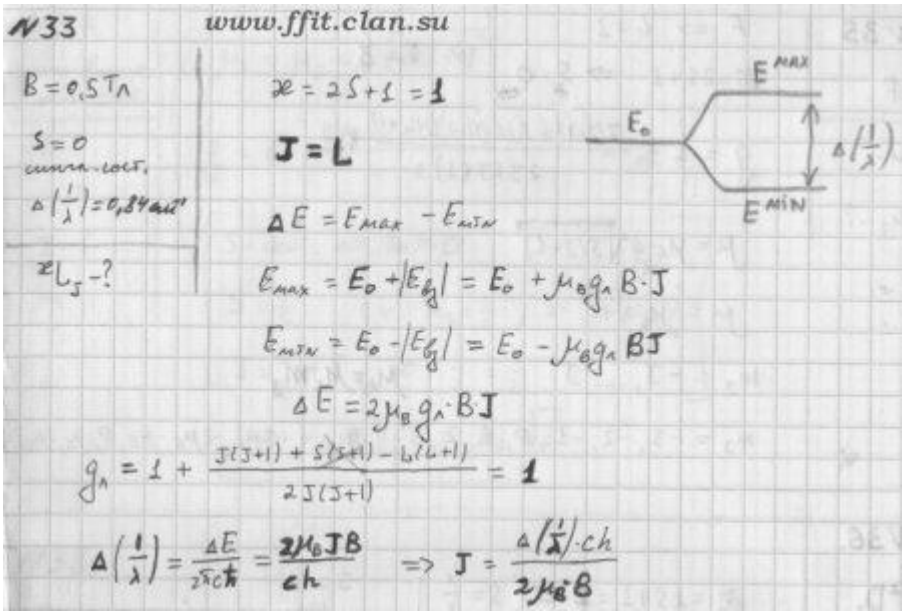
Задача для зачёта. № 32

Атом находится в магнитном поле B = 0,3 Тл. Определить полное расщепление терма ^1D.



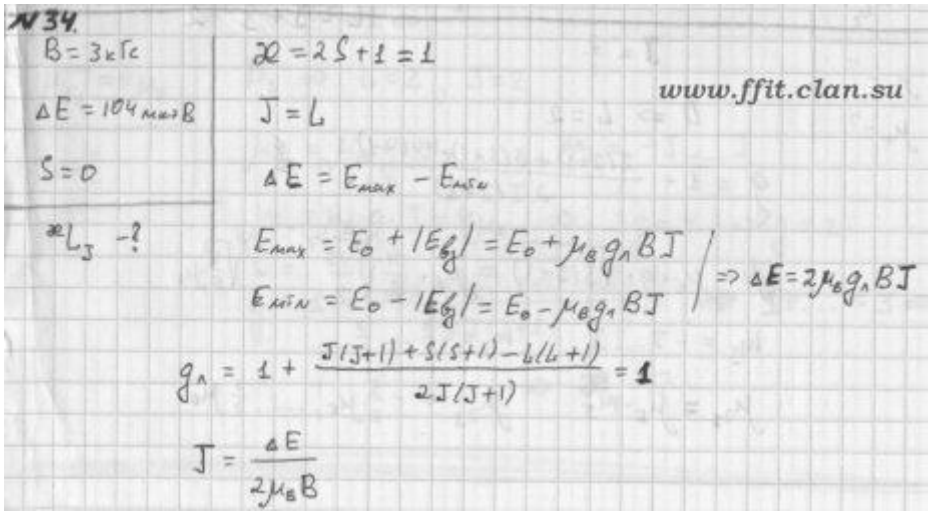
Задача для зачёта. № 33

Атом находится в магнитном поле B = 0,5 Тл. Определить спектральный символ синглетного терма, полная ширина которого составляет 0,84 см-1.



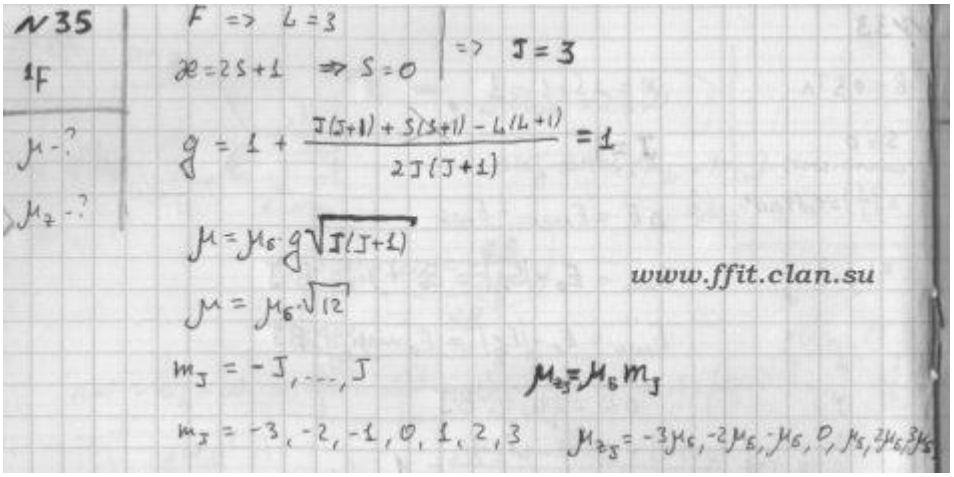
Задача для зачёта. № 34

Определить спектральный символ синглетного терма атома, если полная ширина расщепления этого терма в магнитном поле с индукцией B = 3 кГс составляет E = 104 мкэВ.



Задача для зачёта. № 35

Найти магнитный момент μ и возможные значения проекции μ_z атома в состоянии ^1F.



N35

^1F

μ - ?

μ_z - ?

$F \Rightarrow L = 3$

$\varkappa = 2S+1 \Rightarrow S = 0$ $\Rightarrow J = 3$

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = 1$$

$$\mu = \mu_Б \cdot g\sqrt{J(J+1)}$$

www.ffit.clan.su

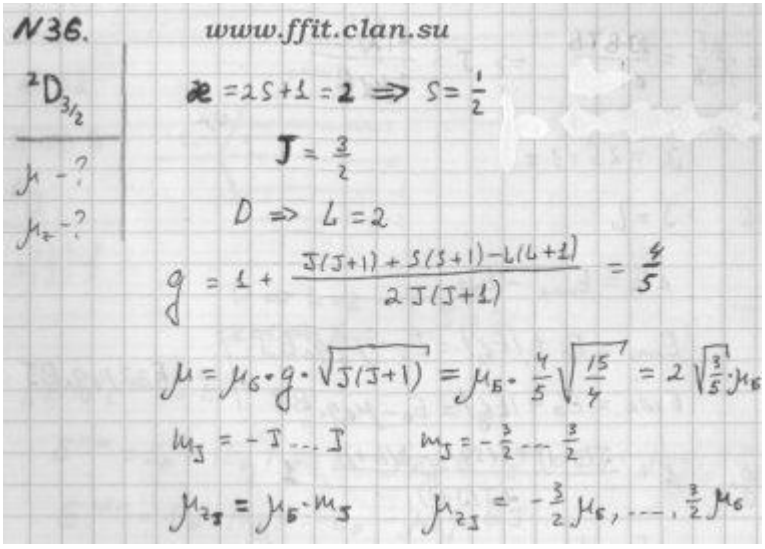
$$\mu = \mu_Б \cdot \sqrt{12}$$

$m_J = -J, \dots, J$ $\qquad \mu_{z_J} = \mu_Б m_J$

$m_J = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ $\qquad \mu_{z_J} = -3\mu_Б, -2\mu_Б, -\mu_Б, 0, \mu_Б, 2\mu_Б, 3\mu_Б$

Задача для зачёта. № 36

Найти магнитный момент μ и возможные значения проекции μ_z атома в состоянии $^2D_{3/2}$



N36.

www.ffit.clan.su

$^2D_{3/2}$

μ - ?

μ_z - ?

$\varkappa = 2S+1 = 2 \Rightarrow S = \frac{1}{2}$

$J = \frac{3}{2}$

$D \Rightarrow L = 2$

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{4}{5}$$

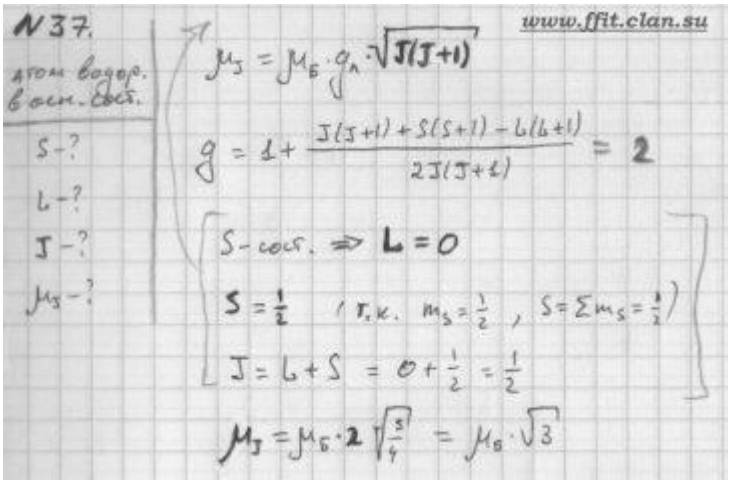
$$\mu = \mu_Б \cdot g \cdot \sqrt{J(J+1)} = \mu_Б \cdot \frac{4}{5}\sqrt{\frac{15}{4}} = 2\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \mu_Б$$

$m_J = -J \dots J$ $\qquad m_J = -\frac{3}{2} \dots \frac{3}{2}$

$\mu_{z_J} = \mu_Б \cdot m_J$ $\qquad \mu_{z_J} = -\frac{3}{2}\mu_Б, \dots, \frac{3}{2}\mu_Б$

Задача для зачёта. № 37

Вычислить магнитный момент атома водорода в основном состоянии.



N37.

атом водор. в осн. сост.

S - ?

L - ?

J - ?

μ_J - ?

www.ffit.clan.su

$$\mu_J = \mu_Б \cdot g_A \cdot \sqrt{J(J+1)}$$

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = 2$$

S - сост. $\Rightarrow L = 0$

$S = \frac{1}{2}$ (т.к. $m_s = \frac{1}{2}$, $S = \Sigma m_s = \frac{1}{2}$)

$J = L + S = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$$\mu_J = \mu_Б \cdot 2\sqrt{\frac{3}{4}} = \mu_Б \cdot \sqrt{3}$$

Задача для зачёта. № 38

Максимальное значение проекции магнитного момента атома, находящегося в состоянии D_2, равно четырем магнетонам Бора. Определить мультиплетность этого терма.

№38. www.ffit.clan.su

D_2

$\mu_{J_z}^{max} = 4\mu_Б$

$\varkappa - ?$

$\varkappa = 2S+1$

$D_2 \Rightarrow L=2, \; J=2$

$\mu_{J_z} = \mu_Б \cdot g \cdot m_J, \quad m_J = -J \ldots J$

$\mu_{J_z} = \mu_Б \cdot g \cdot J = 4\mu_Б \Rightarrow 2g = 4 \Rightarrow g = 2$

$g = 1 + \dfrac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \Rightarrow S = \ldots = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow \varkappa = 7$