

Рис. 7

*Пример 2.*

Имеются две тонкие симметричные линзы: одна собирающая с показателем преломления  $n_1 = 1,70$ , другая рассеивающая с  $n_2 = 1,51$ . Обе линзы имеют одинаковый радиус кривизны поверхностей  $R = 10$  см. Линзы сложили вплотную и погрузили в воду. Каково фокусное расстояние этой системы в воде? (Показатель преломления воды  $n_0$ ).

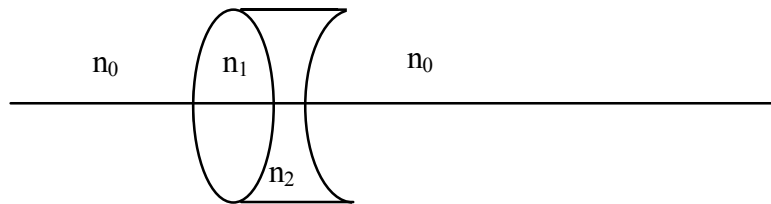


Рис.8

Оптическая система имеет три преломляющие поверхности, разделенные двумя оптически однородными промежутками, первый - толщины  $l_1$  с показателем преломления  $n_1$ , второй -  $l_2$ ,  $n_2$ . Поэтому результирующая матрица преобразования параметров луча данной системой имеет вид:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi_1 & 1 \end{pmatrix},$$

где  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  - оптические силы первой, второй и третьей преломляющих поверхностей, соответственно. Но поскольку линзы тонкие  $L_1 = \frac{l_1}{n}$  и  $L_2 = \frac{l_2}{n}$  можно считать пренебрежимо малыми, и, следовательно, матрицы оптических промежутков превращаются в единичные матрицы. Тогда

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3) & 1 \end{pmatrix}.$$

Найдем оптическую силу преломляющих поверхностей:  $\Phi_1 = \frac{n_1 - n_0}{R}$ ,

$\Phi_2 = \frac{n_2 - n_1}{-R} = \frac{n_1 - n_2}{R}$ ,  $\Phi_3 = \frac{n_0 - n_2}{R}$ . Оптическая сила системы  $\Phi$  равна:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = \frac{n_1 - n_0}{R} + \frac{n_1 - n_2}{R} + \frac{n_0 - n_2}{R} = \frac{2(n_1 - n_2)}{R} > 0,$$

т.е. система собирающая. Элемент  $C = -\frac{2(n_1 - n_2)}{R}$ . Тогда задний главный фокус

$$f_2 = -\frac{n_0}{C} = \frac{n_0 R}{2(n_1 - n_2)}, \text{ а передний - } f_1 = \frac{n_0}{C} = -\frac{n_0 R}{2(n_1 - n_2)}.$$

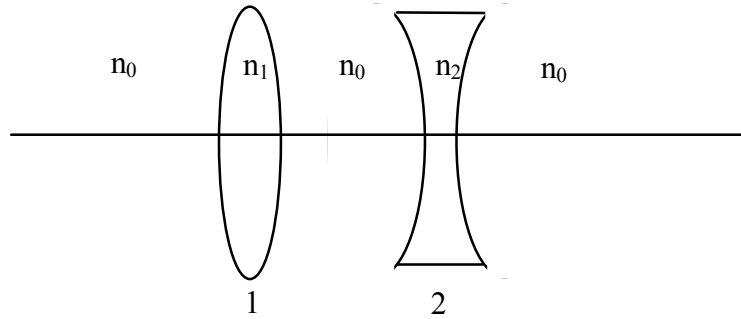


Рис. 9

Решить эту задачу можно, иначе. Система, состоящая из двух тонких линз, погруженных в воду, преобразует параметры луча следующим образом:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi' & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi'' & 1 \end{pmatrix}. \text{ Здесь первая матрица - матрица преобразования}$$

двояковогнутой линзой и  $\Phi'$  - оптическая сила этой же линзы; вторая - матрица оптического промежутка между линзами, а  $L$  - его приведенная длина; третья матрица - матрица преобразования двояковыпуклой линзой и  $\Phi''$  - ее оптическая сила.

$$\Phi'' = \frac{n_1 - n_0}{R} + \frac{n_0 - n_1}{-R} = \frac{2(n_1 - n_0)}{R}, \quad \Phi' = \frac{n_2 - n_0}{R} + \frac{n_0 - n_2}{R} = \frac{2(n_0 - n_2)}{R}.$$

Сближая линзы согласно условию задачи, т.е.  $L \rightarrow 0$ , получаем:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi' & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi'' & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -(\Phi' + \Phi'') & 1 \end{pmatrix}, \quad \Phi' + \Phi'' = \frac{2(n_1 - n_2)}{R},$$

т.е. пришли к тому же результату.