

является оптимальным в отношении освещенности изображения и использования разрешающей силы объектива. Действительно, только при увеличении $\Gamma = \Gamma_0$ одновременно сохраняется освещенность и полностью используется разрешающая сила объектива.

§ 25. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

Основные формулы

При отражении света от границы раздела двух диэлектриков имеют место соотношения (формулы Френеля):

$$I'_{\perp} = I_{\perp} \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}, \quad (25.1)$$

$$I'_{\parallel} = I_{\parallel} \frac{\operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)}, \quad (25.2)$$

где I_{\perp} , I'_{\perp} — интенсивности падающего и отраженного света, у которого колебания светового вектора (т. е. вектора напряженности E электрического поля световой волны) перпендикулярны плоскости падения; I_{\parallel} , I'_{\parallel} — интенсивности падающего и отраженного света, у которого колебания светового вектора параллельны плоскости падения, i — угол падения, r — угол преломления.

Закон Брюстера: луч, отраженный от границы раздела двух диэлектриков, полностью поляризован, если угол падения i_B удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} i_B = n, \quad (25.3)$$

где n — относительный показатель преломления

Закон Малюса: интенсивность света, прошедшего через поляризатор и анализатор, пропорциональна квадрату косинуса угла φ между их главными плоскостями, т. е.

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (25.4)$$

где I_0 — интенсивность поляризованного света, падающего на анализатор

Степень поляризации света

$$P = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}), \quad (25.5)$$

где I_{\max} и I_{\min} — максимальная и минимальная интенсивности света, соответствующие двум взаимно перпендикулярным направлениям световых колебаний в луче.

Методические указания

1. Задачи, в которых рассматривается поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков, решаются с помощью формул Френеля (25.1), (25.2). Их частным случаем является закон Брюстера (см. задачу № 25-1). Обратите внимание: в формуле (25.3), выражающей закон Брюстера, n — относительный показатель преломления двух диэлектриков, на границе которых происходит отражение света.

Для расчетов величин I'_{\perp} , I'_{\parallel} по формулам (25.1), (25.2) необходимо знать углы падения i и преломления r . При падении света на границу двух сред со стороны оптически более плотной среды может случиться, что вычисления дадут для угла преломления $\sin r = (\sin i)/n > 1$. Так как угла r , удовлетворяющего этому неравен-

ству, не существует, такой результат должен означать, что свет не будет преломляться на данной границе, т. е. возникнет *полное внутреннее отражение*. В этом случае $I'_{\perp} = I_{\perp}$, $I'_{\parallel} = I_{\parallel}$ и полная интенсивность отраженного луча $I' = I'_{\perp} + I'_{\parallel}$ равна интенсивности падающего луча $I = I_{\perp} + I_{\parallel}$.

2. Главной плоскостью (главным направлением) поляризатора называют плоскость, в которой происходят колебания световых векторов в плоскополяризованном луче, выходящем из прибора. Этими же терминами характеризуют анализатор, который представляет собой тот же прибор, что и поляризатор, но служит для анализа поляризованного света. Следовательно, величина φ в формуле (25.4) является одновременно углом между плоскостями, в которых колеблются световые векторы двух плоскополяризованных лучей: падающего на анализатор и выходящего из него.

Решение задач

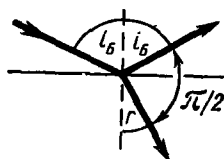


Рис. 25-1

25-1. Вывести закон Брюстера с помощью формул Френеля (25.1), (25.2).

Решение. Предварительно заметим, что при падении света под углом Брюстера i_B , определяемым по (25.3), отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны. Действительно, с учетом закона преломления света формулу (25.3) можно переписать так:

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = \frac{\sin i_B}{\sin r},$$

где r — угол преломления. Следовательно, $\cos i_B = \sin r$. Поскольку углы i_B , r — острые, то отсюда следует

$$i_B + r = \pi/2, \quad (1)$$

что означает взаимную перпендикулярность отраженного и преломленного лучей (рис. 25-1). Очевидно, обратив приведенные рассуждения, можно из соотношения (1) получить равенство (25.3), выражающее закон Брюстера.

Теперь обратимся к формулам Френеля. Из (25.2) при условии (1) сразу получаем $I'_{\parallel} = 0$. Это значит, что при угле падения i_B , определяемом по (25.3), в отраженном луче останутся световые колебания лишь одного направления (перпендикулярные плоскости падения), т. е. отраженный луч будет полностью поляризован. Но в этом и состоит закон Брюстера, являющийся, таким образом, следствием формул Френеля.

25-2. Естественный свет падает под углом Брюстера на поверхность стекла ($n = 1,6$). Определить коэффициент отражения.

Решение. Коэффициент отражения ρ показывает, какую долю от интенсивности падающего света I составляет интенсивность отраженного света I' , т. е.

$$\rho = I'/I. \quad (1)$$

Свет, отраженный от диэлектрика под углом Брюстера, полностью поляризован. При этом в отраженном луче присутствуют лишь световые колебания, перпендикулярные плоскости падения (см. задачу № 25-1). Поэтому на основании формулы (25.1) и соотношения (1) задачи № 25-1 получим

$$I' = I'_\perp = I_\perp \sin^2 (i_B - r). \quad (2)$$

Так как в естественном свете величина I_\perp составляет половину от полной интенсивности I , то из (1), (2) следует

$$\rho = (I'_\perp/I) \sin^2 (i_B - r) = 0,5 \sin^2 (i_B - r). \quad (3)$$

Углы i_B, r можно найти, зная показатель преломления стекла n . По закону Брюстера, $\operatorname{tg} i_B = n = 1,6$. Отсюда $i_B = 58^\circ, r = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ; i_B - r = 26^\circ$. Теперь из (3) получим

$$\rho = 0,5 \sin^2 26^\circ = 0,10, \text{ или } 10\%.$$

25-3. Определить с помощью формул Френеля коэффициент отражения естественного света при нормальном падении на поверхность стекла ($n = 1,50$).

Решение. Коэффициент отражения (см. задачу № 25-2) равен

$$\rho = I'/I.$$

Во всех случаях, кроме рассмотренного в предыдущей задаче, отраженный свет содержит колебания как параллельные, так и перпендикулярные плоскости падения. Следовательно, пользуясь обозначениями формул (25.1), (25.2), можно записать

$$\rho = (I'_\perp + I'_\parallel)/(I_\perp + I_\parallel). \quad (1)$$

Так как на стекло падает естественный свет, то

$$I_\perp = I_\parallel. \quad (2)$$

Для отраженного света, вообще говоря, как это следует из формул (25.1), (25.2), $I'_\perp \neq I'_\parallel$. Однако при нормальном падении света, когда плоскость падения становится неопределенной (так как эта плоскость проходит через падающий луч и нормаль к поверхности), отраженный луч остается естественным. Поэтому, выбрав произвольно плоскость падения, запишем

$$I'_\perp = I'_\parallel. \quad (3)$$

Из формул (1) — (3) получаем

$$\rho = \frac{I'_{\perp}}{I_{\perp}} = \frac{I'_{\parallel}}{I_{\parallel}}. \quad (4)$$

Любое из двух отношений (4) выражается соответствующей формулой Френеля. Однако при нормальном падении света, когда $i = 0$, $r = 0$, формулы (25.1), (25.2) становятся неопределенными. Чтобы раскрыть неопределенность, будем считать углы i , r весьма малыми, но отличными от нуля (так, будто свет падает почти нормально). Тогда с помощью любой из формул (25.1), (25.2) можно найти ρ . Например, заменив в (25.1) синусы малых углов углами, имеем

$$\rho = \frac{I'_{\perp}}{I_{\perp}} = \left(\frac{i-r}{i+r} \right)^2.$$

Разделив числитель и знаменатель дроби на r и учитывая, что для малых углов $i/r = n$, получим ответ:

$$\rho = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 = 4,0 \cdot 10^{-2}, \text{ или } 4,0 \, \%.$$

25-4. Параксиальный пучок света проходит через центрированную оптическую систему, состоящую из $N = 5$ стеклянных линз ($n = 1,50$). Используя результат, полученный в задаче № 25-3, определить, какая доля света пройдет через прибор. Поглощением света в стеклах пренебречь.

Решение. Из условия следует, что свет, проходя оптическую систему, падает нормально или почти нормально на поверхности всех линз. Проходя каждую линзу, свет дважды отражается: один раз — на передней (по ходу света) поверхности линзы, второй раз — на задней поверхности. Очевидно, доля света, прошедшего всю систему, зависит от коэффициентов отражения света на обеих поверхностях каждой линзы.

Отражение света от передней поверхности линзы (имеется в виду, что каждая линза окружена воздухом) соответствует случаю, рассмотренному в задаче № 25-3, поэтому для коэффициента отражения имеем

$$\rho = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2, \quad (1)$$

где n — показатель преломления стекла относительно воздуха.

При отражении света от задней поверхности линзы среды стекло — воздух меняются ролями. Теперь, если в (1) вместо n подставить обратную величину $n' = 1/n$, где n' — показатель преломления воздуха относительно стекла, то найдем

$$\rho' = \left(\frac{n'-1}{n'+1} \right)^2 = \left(\frac{\frac{1}{n}-1}{\frac{1}{n}+1} \right)^2 = \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^2. \quad (2)$$

Сравнив (1) и (2), видим, что $\rho' = \rho$. Таким образом, для всех $2N$ поверхностей N линз коэффициенты отражения одинаковы.

Пусть I , I_1 — интенсивности света, падающего на систему линз, и света прошедшего первую границу. Из определения коэффициента отражения (см. задачу № 25-2) следует, что интенсивность света, отраженного от первой границы, равна ρI . Так как по закону сохранения энергии $\rho I + I_1 = I$, то

$$I_1 = I - \rho I = I(1 - \rho).$$

Аналогично, интенсивность света, прошедшего вторую границу,

$$I_2 = I_1(1 - \rho) = I(1 - \rho)^2$$

и т. д. Отсюда получим интенсивность света, прошедшего всю систему:

$$I_{2N} = I(1 - \rho)^{2N}.$$

Взяв значение ρ из задачи № 25-3, получим ответ:

$$I_{2N}/I = (1 - \rho)^{2N} = (0,96)^{10} = 0,7.$$

25-5. На пути частично поляризованного пучка света поместили николю. При повороте николя на угол $\varphi = 60^\circ$ из положения, соответствующего максимальному пропусканию света, интенсивность прошедшего света уменьшилась в $\delta = 3,0$ раза. Найти степень поляризации падающего света.

Решение Частично поляризованный свет можно рассматривать как смесь плоскополяризованного и естественного света. Николь всегда пропускает половину падающего на его естественного света (превращая его в плоскополяризованный). Степень пропускания поляризованного света, падающего на николь, зависит, согласно закону Малюса (25.4), от взаимной ориентации главных плоскостей поляризатора и анализатора. Поэтому полная интенсивность света, прошедшего через николь,

$$I = 0,5 I_n + I_p \cos^2 \varphi, \quad (1)$$

где I_n , I_p — интенсивности естественной и поляризованной составляющих света, падающего на николь. Чтобы воспользоваться формулой (25.5), заметим, что входящие в нее величины согласно (1) равны:

$$I_{\text{макс}} = 0,5 I_n + I_p, \quad (2)$$

$$I_{\text{мин}} = 0,5 I_n. \quad (3)$$

По условию, $I_{\text{макс}} = \delta I$, или, согласно формулам (1) — (3),

$$I_{\text{макс}} = \delta [I_{\text{мин}} + (I_{\text{макс}} - I_{\text{мин}}) \cos^2 \varphi]. \quad (4)$$

Уравнение (4) содержит два неизвестных: $I_{\text{макс}}$, $I_{\text{мин}}$. Достаточно найти их отношение $\alpha = I_{\text{макс}}/I_{\text{мин}}$, так как степень поляризации P , определяемую по (25.5), можно выразить через величину α :

$$P = (1 - \alpha)/(1 + \alpha). \quad (5)$$

Разделив обе части уравнения (4) на $I_{\text{макс}}$, имеем

$$1 = \delta [\alpha + (1 - \alpha) \cos^2 \varphi].$$

Выразив отсюда α и подставив в (5), получим ответ:

$$P = \frac{\delta - 1}{1 + \delta (1 - 2 \cos^2 \varphi)} = 0,8.$$

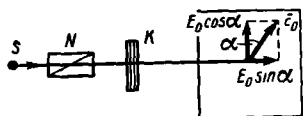


Рис. 25-2

25-6. Из кварца нужно вырезать пластинку, параллельную оптической оси кристалла, толщиной около 0,6 мм так, чтобы плоскополяризованный луч желтого света ($\lambda = 0,589$ мкм), пройдя пластинку, стал поляризованным по кругу. Рассчитать толщину пластинки, если для желтых лучей в кварце показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно равны: $n_o = 1,544$, $n_e = 1,553$.

Решение. Скорость света в кристалле зависит от угла α между вектором световых колебаний E и оптической осью кристалла. Так, в кварце при $\alpha = \pi/2$ скорость света — наибольшая, следовательно, показатель преломления n_o — наименьший*; при $\alpha = 0$ скорость света — наименьшая, а показатель преломления — наибольший. Поэтому если на пластинку кварца K , вырезанную параллельно оптической оси кристалла, падает плоскополяризованный луч (например, испущенный источником S и прошедший через николю N , рис. 25-2), световые колебания которого имеют амплитуду E_0 и составляют угол α с оптической осью кристалла, то внутри пластинки будут распространяться по одному направлению, но с разной скоростью два луча — две компоненты поляризованного света. В одном луче — обыкновенном — колебания перпендикулярны оптической оси и имеют амплитуду $E_0 \sin \alpha$, в другом — необыкновенном — колебания параллельны оптической оси и имеют амплитуду $E_0 \cos \alpha$. Заметим, что при $\alpha = 45^\circ$ амплитуды обоих лучей равны.

Обладая разными скоростями, обыкновенный и необыкновенный лучи, пройдя пластинку K , приобретут некоторую разность фаз φ , которая согласно формуле (20.3) связана с оптической разностью хода лучей Δ соотношением

$$\varphi = 2 \pi \Delta / \lambda, \quad (1)$$

где величина Δ определяется формулами (23.1), (23.2):

$$\Delta = l (n_e - n_o). \quad (2)$$

Из (1), (2) получим разность фаз обоих лучей:

$$\varphi = 2 \pi l (n_e - n_o) / \lambda. \quad (3)$$

* Известно, что $n = c_0/c$, где c_0 , c — скорости света в вакууме и данной среде соответственно.

В результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний одинаковых периодов, но разных фаз возникнут эллиптические колебания, при которых конец вектора \mathbf{E} описывает эллипс. В частности, при равенстве амплитуд ($\alpha = 45^\circ$) и разности фаз $\varphi = \pi/2$ эллипс превратится в окружность. При этом свет будет поляризован по кругу.

Очевидно, к тому же результату придем, положив разность фаз равной

$$\varphi = \pi/2 + 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (4)$$

Из (3), (4) найдем толщину пластинки, необходимую для получения света с круговой поляризацией:

$$l = \frac{(k + 1/4) \lambda}{n_o - n_e}. \quad (5)$$

Подставив в (5) числовые значения l , λ , n_o , n_e (l принимаем равным 0,60 мм), найдем для числа k значение 8,9. Так как k — целое число, то, округлив результат до ближайшего целого числа, возьмем $k = 9$. Теперь, подставив $k = 9$ в (5), определим точное значение толщины пластинки (ближайшее к 0,6 мм), необходимое для круговой поляризации света: $l = 0,605$ мм.

§ 26. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Основные формулы

Энергетическая светимость R_Σ тела измеряется потоком излучения Φ , (средней мощностью излучения за время, значительно большее периода световых колебаний) испускаемым единицей площади светящейся поверхности

$$R_\Sigma = \frac{\Phi_\Sigma}{S} = \frac{1}{S} \frac{dW_\Sigma}{dt}, \quad (26.1)$$

где dW_Σ — энергия, излучаемая поверхностью S за время dt .

Спектральная плотность энергетической светимости $r_{\nu T}$, характеризующая распределение энергии в спектре излучения тела по частотам, определяется соотношениями:

$$r_{\nu T} = \frac{dR_\Sigma}{d\nu}; \quad R_\Sigma = \int_0^\infty r_{\nu T} d\nu. \quad (26.2)$$

Здесь dR_Σ — энергетическая светимость, приходящаяся на интервал частот от ν до $\nu + d\nu$.

Соотношение между спектральными плотностями энергетической светимости любого тела $r'_{\nu T}$ и абсолютно черного тела $r_{\nu T}$ при той же температуре (закон Кирхгофа):

$$r'_{\nu T} = a_{\nu T} r_{\nu T}, \quad (26.3)$$

где $a_{\nu T}$ — монохроматический коэффициент поглощения данного тела, т. е. правильная дробь, показывающая, какая часть потока излучения частоты ν , падающего на поверхность данного тела, поглощается последним.