

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
РАДІОФІЗИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ЗАГАЛЬНА АЛГЕБРА

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

КИЇВ-2006

Київський національний
університет
імені Тараса Шевченка

Радіофізичний факультет

кафедра математики
та теоретичної радіофізики

Професор Львов В. А.

ЗАГАЛЬНА АЛГЕБРА

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ
освітньо-професійної програми спеціальності
"Прикладна фізика"

Затверджена
Вченою радою радіофізичного факультету
_____, протокол №

КИЇВ-2006

Методичні рекомендації з вивчення дисципліни

Дисципліна "Загальна алгебра" є базовою нормативною дисципліною для спеціальності "Прикладна фізика", що читається в I семестрі в обсязі 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS), в тому числі 144 годин аудиторних занять з них 54 годин лекцій, 36 години практичних занять та 54 години самостійної роботи й закінчується іспитом в I семестрі.

Мета і завдання навчальної дисципліни "Загальна алгебра" полягає в оволодінні студентами 1-го курсу радіофізичного факультету знаннями з алгебри та навичками їх застосування у подальшому навчанні та професійній діяльності після закінчення університетського курсу за спеціальністю "Прикладна фізика"

Предмет навчальної дисципліни "Загальна алгебра" включає основні відомості з векторної алгебри, аналітичної геометрії, теорії матриць, систем лінійних алгебраїчних рівнянь та лінійної алгебри. Основні математичні поняття, що вивчаються в рамках даної дисципліни, ілюструються прикладами їх застосування у фізиці.

Вимоги до знань та вмінь.

Знати: основні поняття загального курсу алгебри, такі як вектор, матриця, визначник, система лінійних рівнянь, лінійний простір та базис в ньому, лінійний оператор, білінійна та квадратична форма.

Вміти: обирати та застосовувати алгебраїчні методи для математичного опису вже відомих та теоретичного дослідження нових фізичних явищ, математичного програмування, проектування електронних приладів.

Місце в структурно-логічній схемі спеціальності.

Нормативна навчальна дисципліна "Загальна алгебра" є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня "бакалавр", необхідною для вивчення всіх інших математичних та фізичних дисциплін, зокрема, теорії диференціальних рівнянь, методів комп'ютерного програмування та теоретичної механіки (на 2-му курсі), електродинаміки та квантової механіки (на 3-му курсі), а також, спеціальних дисциплін (на 4-му та 5-му курсах).

Система контролю знань та умови складання іспиту.

Навчальна дисципліна "Загальна алгебра" оцінюється за модульно-рейтинговою системою. Вона складається з трьох модулів, до першого з яких входять теми 1 та 2, до другого – теми 3 та 4 й до третього – теми 5, 6 та 7. Підсумкова оцінка знань розраховується за накопичувальною системою, виходячи з наступної максимальної кількості балів:

- за змістовний модуль 1 – **20 балів**
- за змістовний модуль 2 – **20 балів**
- за змістовний модуль 3 – **20 балів**
- за комплексний підсумковий модуль у вигляді іспиту – **40 балів**

Таким чином, можна отримати **максимум 100 балів** в кожному семестрі. При цьому, кількість балів:

- менша, ніж **59** балів відповідає оцінці «*незадовільно*»;
- кількість балів від **60** до **74** відповідає оцінці «*задовільно*»;
- кількість балів від **75** до **90** відповідає оцінці «*добре*»;
- кількість балів від **91** до **100** відповідає оцінці «*відмінно*».

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

№ теми	НАЗВА ТЕМИ	Кількість годин		
		Лекції	Практичні	Самостійна робота
ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ I. „Векторна алгебра та аналітична геометрія.”				
1	Векторна алгебра	10		
2	Аналітична геометрія	8		
ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ II. "Матриці, визначники, системи рівнянь"				
3	Матриці та їх визначники	10		
4	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь	4		
ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ III. "Елементи лінійної алгебри"				
5	Лінійні (векторні) простори та скалярні добутки в них	8		
6	Лінійні оператори у векторних просторах	8		
7	Білінійні та квадратичні форми	6		
Всього годин за I семестр 144, з них:		54	36	54

Теми лекцій, практичних занять та завдання для самостійної роботи

ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ I Векторна алгебра та аналітична геометрія

ТЕМА №1. Векторна алгебра

Лекція 1. Простіші дії з векторами, лінійна залежність векторів – 2 год.

- 1.1. Рівність векторів.
- 1.2. Додавання векторів.
- 1.3. Множення вектора на скаляр.
- 1.4. Лінійні комбінації векторів.
- 1.5. Лінійно залежні та лінійно незалежні вектори.

Практичне заняття 1.

Розв'язання систем лінійних рівнянь 2-го та 3-го порядку (повторення шкільної програми) – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: розв'язання систем лінійних рівнянь 2-го та 3-го порядку – 2 год.

Література [1,2].

Лекція 2. Системи координат – 2 год.

- 2.1. Координати вектора.
- 2.2. Кут між векторами.
- 2.3. Прямокутна система координат на площині.
- 2.4. Прямокутна система координат у просторі.
- 2.5. Полярна система координат.
- 2.6. Циліндрична система координат.
- 2.7. Сферична система координат.

Практичне заняття 2.

Задачі про лінійні дії та лінійні комбінації геометричних векторів – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: задачі про лінійні дії та лінійні комбінації геометричних векторів – 2 год.

Література [1–4].

Лекція 3. Скалярний добуток двох векторів – 2 год.

- 3.1. Означення скалярного добутку векторів.
- 3.2. Проектування вектора на вісь та властивості скалярного добутку векторів.
- 3.3. Символи Кронекера та запис скалярного добутку в декартових координатах.

Самостійної робота по вивченню матеріалів лекцій – 2 год.

Література [1–4,8].

Лекція 4. Векторний та мішаний добуток векторів – 2 год.

- 4.1. Означення векторного добутку двох векторів.
- 4.2. Властивості векторного добутку двох векторів.

4.3. Мішаний добуток трьох векторів.

4.4. Символи Леві-Чивіта, запис векторного добутку в декартових координатах.

4.5. Подвійний векторний добуток.

Практичне заняття 3.

Задачі про скалярний добуток векторів – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: задачі про скалярний добуток векторів – 2 год.

Література [1–4,8].

Лекція 5. Перетворення координат та підсумки теми №1 – 2 год.

5.1. Зсув декартової системи координат.

5.2. Поворот декартової системи координат.

5.3. Підсумки теми №1.

Практичне заняття 4.

Задачі про векторний та мішаний добутки векторів – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: задачі про векторний та мішаний добутки векторів – 2 год.

Література [1–4,8].

ТЕМА №2. Аналітична геометрія

Лекція 6. Завдання аналітичної геометрії, прямі лінії на площині – 2 год.

6.1. Вступні зауваження, пряме та обернене завдання аналітичної геометрії.

6.2. Рівняння прямої на площині.

6.3. Кут між двома прямими.

6.4. Відстань від точки до прямої.

Самостійної робота по вивченню матеріалів лекцій – 2 год.

Література [1,8,10].

Лекція 7. Площини та прямі лінії у просторі – 2 год.

7.1. Рівняння площини у просторі.

7.2. Кут між двома площинами, відстань від точки до площини.

7.3. Рівняння прямої лінії у просторі, кут між двома прямими.

Практичне заняття 5.

Задачі про прямі лінії на площині та площини у просторі – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: задачі про прямі лінії на площині та площини у просторі – 2 год.

Література [1,8,10].

Лекція 8. Криві 2-го порядку (частина 1) – 2 год.

8.1. Директриса, фокус, ексцентриситет, загальне рівняння кривої 2-го порядку.

8.2. Вибір канонічної системи координат.

8.3. Еліпс (канонічне рівняння, властивості, графічне зображення).

Практичне заняття 6.

Задачі про прямі лінії у просторі – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: задачі про прямі лінії у просторі – 2 год.
Література [1,8,10].

Лекція 9. Криві 2-го порядку (частина 2) – 2 год.

- 9.1. Гіпербола (канонічне рівняння, властивості, графічне зображення).
- 9.2. Парабола (канонічне рівняння, властивості, графічне зображення).
- 9.3. Рівняння еліпса, гіперболи та параболи в полярних координатах.
- 9.4. Аналіз та спрощення загального рівняння кривої 2-го порядку.

Самостійної робота по вивченню матеріалів лекції – 2 год.
Література [1,8,10].

Лекція 10. Поверхні другого порядку (частина 1) – 2 год.

- 10.1. Циліндричні поверхні.
- 10.2. Еліпсоїд та сфера.
- 10.3. Однопорожнинний гіперболоїд.
- 10.4. Двопорожнинний гіперболоїд.

Практичне заняття 7

Задачі про еліпси та гіперболи – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: задачі про еліпси та гіперболи – 2 год.
Література [1,10,8].

Лекція 11. Поверхні другого порядку (частина 2) – 2 год;
підсумки теми 2 та змістовного модуля I.

- 11.1. Конус 2-го порядку.
- 11.2. Еліптичний параболоїд.
- 11.3. Гіперболічний параболоїд.
- 11.4. Підсумки теми 2
- 11.5. Підсумки змістовного модуля I.

Практичне заняття 8.

Задачі про параболу – 2 год.

Завдання для самостійної роботи – задачі про параболу – 2 год.
Література [1,10,8].

ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ II

Матриці, визначники, системи рівнянь

ТЕМА №3. Матриці та їх визначники

Лекція 12. Матриці – 2 год.

- 12.1. Означення матриці, дії з матрицями.
- 12.2. Властивості дій з матрицями.
- 12.3. Найважливіші різновиди матриць.
- 12.4. Розбиття матриці на блоки.
- 12.5. Приклади застосування матриць у фізиці.

Самостійної робота по вивченню матеріалів лекцій – 2 год.
Література [7,11].

Лекція 13. Визначники (детермінанти) матриць – 2 год.

- 13.1. Послідовності чисел, правильна послідовність.
- 13.2. Означення детермінанта.
- 13.3. Три основні властивості детермінанта.
- 13.4. Наслідки трьох основних властивостей детермінанта.

Практичне заняття 9.

Задачі на спрощення загального рівняння кривої 2-го порядку – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: задачі на спрощення загального рівняння кривої 2-го порядку – 2 год.

Література [7,11,8].

Лекція 14. Мінори та алгебраїчні доповнення матриць – 2 год.

- 14.1. Мінори матриці, алгебраїчне доповнення елемента матриці.
- 14.2. Розкладення детермінанта за елементами рядка або стовпця.
- 14.3. 'Ортогональність' стовпців до алгебраїчних доповнень.

Практичне заняття 10.

Задачі на дії з матрицями – 2 год.

Завдання для самостійної роботи – задачі на дії з матрицями – 2 год.

Література [7,9,11].

Лекція 15. Додаткові відомості про матриці та визначники – 2 год.

- 15.1. Детермінант квазідіагональної матриці, детермінант добутку двох матриць.
- 15.2. Обернена матриця.
- 15.3. "Особлива" матриця.
- 15.4. Методи обчислення визначників.

Самостійної робота по вивченню матеріалів лекцій – 2 год.

Література [7,11].

Лекція 16. Лінійна залежність рядків матриць та визначників – 2 год.

- 16.1. Ранг матриці та її базисні мінори.
- 16.2. Лінійна залежність рядків/стовпців матриці.
- 16.3. Необхідна та достатня умова рівності детермінанта нулю.
- 16.4. Підсумки теми №3.

Практичне заняття 11.

Обчислення визначників з використанням їх властивостей – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: обчислення визначників з використанням їх властивостей – 2 год.

Література [5,7,11].

ТЕМА №4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

Лекція 17. Системи однорідних лінійних рівнянь – 2 год.

- 17.1. Основні означення, що стосуються систем лінійних рівнянь (лінійних систем).
- 17.2. Розв'язки однорідної лінійної системи.
- 17.3. Застосування однорідних лінійних систем для знаходження спектрів коливань.

Практичне заняття 12.

Визначення рангу матриць, обчислення обернених матриць – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: визначення рангу матриць, обчислення обернених матриць – 2 год.

Література [5,11].

Лекція 18. Системи неоднорідних лінійних рівнянь – 2 год.

18.1. Теорема Кронекера–Капеллі.

18.2. Формули Крамера.

18.3. Недовизначені системи рівнянь.

18.4. Підсумки теми №4.

Самостійної робота по вивченню матеріалів лекцій – 2 год.

Література [5,11].

ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ III

Елементи лінійної алгебри

ТЕМА №5. Лінійні (векторні) простори та скалярні добутки в них

Лекція 19. Лінійні простори – 2 год.

19.1. Вступні зауваження, лінійна алгебра як узагальнення векторної алгебри.

19.2. Означення лінійного простору.

19.3. Приклади лінійних просторів.

19.4. Два наслідки, що випливають з означення лінійного простору.

Практичне заняття 13.

Розв’язання однорідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: розв’язання однорідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь – 2 год.

Література [3–6,9].

Лекція 20. Вимірність лінійного простору та його підпростори – 2 год.

20.1. Кількість вимірів (розмірність) простору.

20.2. Базис і координати в n -вимірному просторі.

20.3. Підпростори лінійних просторів.

20.4. Лінійні оболонки.

20.5. Застосування поняття лінійної оболонки при доведенні теореми
Кронекера – Капелі

Практичне заняття 14.

Розв’язання неоднорідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: розв’язання неоднорідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь – 2 год.

Література [3–6,9].

Лекція 21. Простори Евкліда – 2 год.

21.1. Дійсні простори Евкліда.

- 21.2. Довжина вектора та кут між векторами.
- 21.3. Комплексні простори Евкліда.
- 21.4. Ортогональні та ортонормовані базиси в просторах Евкліда.
- 21.5. Застосування поняття простору Евкліда у квантовій механіці
- 21.6. Підсумки теми №5.

Самостійної роботи по вивченню матеріалів лекції – 2 год.

Література [3–6].

ТЕМА №6. Лінійні оператори у векторних просторах

Лекція 22. Лінійні оператори та їх матриці (частина 1) – 2 год.

- 22.1. Вступні зауваження.
- 22.2. Означення лінійного оператора.
- 22.3. Приклади лінійних операторів та їх застосування у математиці та фізиці.
- 22.4. Матриця лінійного оператора у заданому базисі.
- 22.5. Матричні елементи оператора у просторі функцій.
- 22.6. Перетворення координат вектора, на який діє лінійний оператор.

Практичне заняття 15.

Задачі про лінійну залежність векторів та вимірність лінійного простору – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: задачі про лінійну залежність векторів та вимірність лінійного простору – 2 год.

Література [5,6,9].

Лекція 23. Лінійні оператори та їх матриці (частина 2) – 2 год.

- 23.1. Ортогональні та унітарні оператори.
- 23.2. Сума, добуток і комутатор операторів.
- 23.3. Оператор, обернений до заданого оператора.
- 23.4. Зв'язок між матрицями оператора в різних базисах.

Практичне заняття 16.

Задачі на обчислення матричних елементів операторів та заміну базису – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: задачі на обчислення матричних елементів операторів та заміну базису – 2 год.

Література [5,6,9].

Лекція 24. Власні вектори та власні значення лінійного оператора – 2 год.

- 24.2. Означення і знаходження власних векторів і власних значень оператора.
- 24.3. Самоспряжені оператори (оператори Ерміта).
- 24.5. Властивості власних векторів та значень операторів Ерміта.
- 24.6. Підсумки теми №6.

Самостійної роботи по вивченню матеріалів лекції – 2 год.

Література [5,6].

ТЕМА №7. Білінійні та квадратичні форми

Лекція 25. Білінійні форми та їх матриці – 2 год.

- 25.1. Лінійна функція векторного аргументу, її запис через координати векторів.
- 25.2. Білінійна форма.
- 25.3. Матриця білінійної форми.
- 25.4. Перетворення матриці білінійної форми при заміні базису.

Практичне заняття 17.

Задачі про власні вектори та власні значення лінійних операторів – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: задачі про власні вектори та власні значення лінійних операторів – 2 год.

Література [5,6,9].

Лекція 26. Квадратичні форми та їх матриці

- 26.1. Квадратична форма.
- 26.2. Приведення квадратичної форми до суми квадратів, канонічний базис.
- 26.3. Закон інерції квадратичної форми.
- 26.4. Додатновизначені квадратичні форми, критерій Сільвестра.
- 26.5. Застосування додатновизначених квадратичних форм у фізиці.
- 26.6. Підсумки теми №7.

Практичне заняття 18.

Задачі на знаходження канонічного базису та діагоналізацію квадратичних форм – 2 год.

Завдання для самостійної роботи: задачі на знаходження канонічного базису та діагоналізацію квадратичних форм – 2 год.

Література [5,6,9].

Лекція 27. Підсумковий огляд основних положень курсу алгебри

- 27.1. Векторна алгебра та метод координат.
- 27.2. Аналітична геометрія як приклад застосування векторної алгебри та методу координат.
- 27.3. Узагальнення векторної алгебри та методу координат на випадок багатовимірних просторів.
- 27.4. Роль лінійно незалежних систем векторів у різних розділах математики та фізики.

Самостійної робота по вивченню матеріалів лекції – 2 год.

Література [5,6].

Рекомендована література

- [1]. Львов В. А. Алгебра для майбутніх фізиків. Вектори: Навчальний посібник для студентів радіофізичного та фізичного факультетів університету. ВПЦ Київський університет, 1997.
- [2]. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия. – М., Наука, 1981 – 232 с.
- [3]. Придатченко Ю. В., Львов В. А. Алгебра для фізиків: вектори і координати. – ВПЦ "Київський університет", 2002.
- [4]. Придатченко Ю. В., Львов В. А. Алгебра для фізиків: метод координат у лінійній алгебрі. – ВПЦ "Київський університет", 2004.
- [5]. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Линейная алгебра. – М., Наука, 1978.
- [6]. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре. – М., Наука, 1971.
- [7]. Ланкастер П. Теория матриц. – М., Наука, 1978.
- [8]. Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии.
- [9]. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре М., Наука, 1984.
- [10]. Придатченко Ю. В., Львов В. А., Ефименко С. В. Векторна алгебра та аналітична геометрія. – електронна версія, доступна на сайті радіофізичного факультету.
- [11]. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – М., Наука, 1975.