

# І. Інтерполяція функцій

## Рівень 1.

1. Задана таблиця значень функції  $f(x) = \arctg(\sin(x))$  в 10-ти вузлових

точках

$x$	0,91	1,2	2,3	3,5	4,7	5,1	6,8
$f(x)$	0,668308	0,75024	0,64075	-0,33737	-0,78536	-0,7469	0,458927

$x$	7,1	7,7	9
$f(x)$	0,62991	0,77945	0,39091

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [1;9]$  з кроком  $h=0,32$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи квадратичну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за трьома найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи квадратичну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [1;9]$  з кроком  $h=0,32$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [1;9]$  з кроком  $h=0,32$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

2. Задана таблиця значень функції  $f(x) = \sin(x) + 2\cos(e^x)$  в 9-ти вузлових

точках

$x$	-0,1	0,21	0,63	0,82	0,9	1,29	1,54
$f(x)$	-1,92019	-1,48664	2,18088	2,45846	1,69831	0,76671	1,285336

$x$	1,76	2,13
$f(x)$	1,29793	0,90039

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [0;2]$  з кроком  $h=0,08$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи лінійну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за двома найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи кубічну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [0;2]$  з кроком  $h=0,08$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [0;2]$  з кроком  $h=0,08$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

3. Задана таблиця значень функції  $f(x) = \exp(x) \sin x^2$  в 13-ти вузлових

точках

$x$	1	1,21	1,38	1,39	1,5	1,54	1,62
$f(x)$	2,28736	3,33442	3,75576	3,75564	3,48708	3,24716	2,49846

$x$	1,76	1,77	1,88	2,16	2,77	2,88
$f(x)$	0,25562	0,05103	-2,50857	-8,66165	15,6977	16,11432

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [1; 2,5]$  з кроком  $h = 0,06$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи кубічну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за чотирма найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи квадратичну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [1; 2,5]$  з кроком  $h = 0,06$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [1; 2,5]$  з кроком  $h = 0,06$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

4. Задана таблиця значень функції  $f(x) = \sin x \ln^2 x$  в 10-ти вузлових точках

$x$	6	6,1	6,4	6,9	7,41	7,65	8
$f(x)$	-0,89704	-0,59565	0,40161	2,15803	3,62243	4,054195	4,27806

$x$	8,56	8,9	9,51
$f(x)$	3,50802	2,39429	-0,43181

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [6; 9]$  з кроком  $h = 0,16$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи квадратичну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за трьома найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи квадратичну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [6; 9]$  з кроком  $h = 0,16$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [6; 9]$  з кроком  $h = 0,16$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

5. Задана таблиця значень функції  $f(x) = 2^x + \cos x$  в 12-ти вузлових точках

$x$	0	0,2	0,47	1,12	1,6	2,1	2,7
$f(x)$	2	2,12877	2,27668	2,60915	3,00224	3,78225	5,59395

$x$	3,12	3,2	3,67	3,7	4,1
$f(x)$	7,69411	8,1913	11,865	12,148	16,5736

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [0; 4]$  з кроком  $h = 0,16$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи лінійну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за двома найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи кубічну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [0; 4]$  з кроком  $h = 0,16$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [0; 4]$  з кроком  $h = 0,16$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

6. Задана таблиця значень функції  $f(x) = \frac{x}{\ln x}$  в 11-ти вузлових точках

$x$	1,51	2,11	2,78	3,62	4,01	4,99	5,42
$f(x)$	3,6641	2,8258	2,718	2,8139	2,8874	3,1043	3,2069

$x$	6,32	7,91	8,09	9,14
$f(x)$	3,4279	3,8247	3,8696	4,1308

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [2,5; 9,5]$  з кроком  $h = 0,14$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи кубічну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за чотирма найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи квадратичну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [2,5; 9,5]$  з кроком  $h = 0,14$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [2,5; 9,5]$  з кроком  $h = 0,14$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

7. Задана таблиця значень функції  $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$  в 10-ти вузлових

точках

$x$	0,5	0,69	0,78	0,99	1,21	1,34	1,51
$f(x)$	0,55962	0,77293	0,87062	1,0886	1,30131	1,41963	1,566561

$x$	1,63	1,71	1,83
$f(x)$	1,66523	1,72884	1,82114

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [0; 1,5]$  з кроком  $h = 0,06$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи квадратичну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за трьома найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи кубічну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [0; 1,5]$  з кроком  $h = 0,06$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [0; 1,5]$  з кроком  $h = 0,06$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

8. Задана таблиця значень функції  $f(x) = \arctg e^x$  в 14-ти вузлових точках

$x$	-1,1	-0,9	-0,76	-0,5	-0,49	-0,48	-0,46
$f(x)$	0,32133	0,38616	0,43745	0,54521	0,54965	0,55412	0,563105

$x$	-0,1	0,1	0,13	0,28	0,31	0,6	0,61
$f(x)$	0,73548	0,83532	0,85022	0,9236	0,93797	1,06887	1,073072

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [-1; 1]$  з кроком  $h = 0,08$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи лінійну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за двома найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи кубічну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [-1; 1]$  з кроком  $h = 0,08$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [-1; 1]$  з кроком  $h = 0,08$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

9. Задана таблиця значень функції  $f(x) = x^3 - \cos x$  в 10-ти вузлових точках

$x$	0,1	0,25	0,36	0,52	0,92	1,04	1,34
$f(x)$	-0,994	-0,95329	-0,88924	-0,72721	0,172868	0,618644	2,177351

$x$	2,1	2,39	2,6
$f(x)$	9,765846	14,38252	18,43289

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [0; 2,5]$  з кроком  $h = 0,1$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи кубічну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за чотирма найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи квадратичну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [0; 2,5]$  з кроком  $h = 0,1$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [0; 2,5]$  з кроком  $h = 0,1$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

10. Задана таблиця значень функції  $f(x) = x^4 - 0,5e^x$  в 12-ти вузлових точках

$x$	0,11	0,53	1,6	1,23	1,37	1,44	1,5
$f(x)$	-0,55799	-0,77056	4,0771	0,57825	1,55508	2,18947	2,821655

$x$	1,57	1,63	1,76	1,86	2,16
$f(x)$	3,67241	4,50718	6,68891	8,75696	17,4323

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [0; 1,5]$  з кроком  $h = 0,06$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи лінійну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за двома найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи квадратичну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [0; 1,5]$  з кроком  $h = 0,06$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [0; 1,5]$  з кроком  $h = 0,06$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

**11.** Задана таблиця значень функції  $f(x) = x^2 \exp(-0,1x)$  в 9-ти вузлових

точках

$x$	-2,1	-1,9	-1,6	-0,99	-0,23	0,4	0,6	0,9	1,4
$f(x)$	5,4405	4,365391	3,0042	1,0821	0,05413	0,15373	0,33904	0,74028	1,70394

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [-2; 0,5]$  з кроком  $h = 0,1$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи кубічну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за чотирма найближчими до точки вузлами;

б) Застосовуючи квадратичну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [-2; 0,5]$  з кроком  $h = 0,1$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [-2; 0,5]$  з кроком  $h = 0,1$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

**12.** Задана таблиця значень функції  $f(x) = \exp(2x^3 + 3x^2 - 5)$  в 10-ти вузлових

точках

$x$	-2,11	-1,8	-1,5	-1,15	-0,95	-0,22	-0,1
$f(x)$	0,00003	0,00096	0,00674	0,01700	0,01818	0,00763	0,000693

$x$	0,34	0,7	1,0
$f(x)$	0,01031	0,05819	1,00

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [-2; 1]$  з кроком  $h = 0,12$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи лінійну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за двома найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи квадратичну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f'(x)$ ,  $x \in [-2; 1]$  з кроком  $h = 0,12$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [-2; 1]$  з кроком  $h = 0,12$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручним для порівняння).

**13.** Задана таблиця значень функції  $f(x) = x \cos x - x^2 \sin x$  в 15-ти вузлових

точках

$x$	0.88	1.68	2.3	2.8	3.5	4.11	4.78
$f(x)$	-0.03617	-2.98869	-5.47722	-5.26453	1.0195	11.5901	23.1191

$x$	5	6.5	7.2	8.9	9.3	9.33	9.89	10.2
$f(x)$	23.1191	25.3914	-2.741	-36.7636	-47.3882	-19.9918	-17.5261	35.0417

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [1; 10]$  з кроком  $h = 0.36$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи лінійну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за двома найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи квадратичну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f''(x)$ ,  $x \in [1; 10]$  з кроком  $h = 0.36$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [1; 10]$  з кроком  $h = 0.36$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручній для порівняння).

**14.** Задана таблиця значень функції  $f(x) = \ln(x^4 - 2x^2 + 3)$  в 9-ти вузлових

точках

$x$	-1.6	-1.1	-0.6	-0.2	0.2	0.7	0.93
$f(x)$	1.48921	0.71496	0.87946	1.07213	1.07213	0.81541	0.70223

$x$	1.2	1.51
$f(x)$	0.78554	1.29161

а) Побудувати таблицю значень функції  $f(x)$ ,  $x \in [-1.5; 1.5]$  з кроком  $h = 0.12$ : безпосередньо за формулою; за допомогою апроксимації поліномом Лагранжа, побудованим за всіма наявними вузлами; застосовуючи кубічну апроксимацію в точці, тобто апроксимуючи функцію поліномом Лагранжа, побудованим за чотирма найближчими до точки вузлами.

б) Застосовуючи квадратичну апроксимацію функції  $f(x)$  та формули чисельного диференціювання, побудувати таблицю значень функції  $f''(x)$ ,  $x \in [-1.5; 1.5]$  з кроком  $h = 0.12$ .

в) Виконати те саме, що у п.б, але для другої похідної:  $f''(x)$ ,  $x \in [-1.5; 1.5]$  з кроком  $h = 0.12$ . Порівняти з таблицями значень цих функцій, одержаних безпосереднім диференціюванням (вивід здійснити у форматі, зручній для порівняння).

**15.** Виконати задачу варіанту № 14 а), б), будуючи замість поліному Лагранжа **інтерполяційний поліном Ньютона** [Калиткин, с.29-33], [Волков, с.49-51].

**16. Сплайни.** За даними

$x_i$	0	2	6	7
$y_i$	1,8	3,1	0,3	4

побудувати кубічний сплайн; за додаткові умови взяти такі:  $y''(0) = 2$ ;  $y''(6) = 0$ . Скласти таблицю значень сплайну на відрізку  $[0,6]$  з кроком  $h = 0,3$ .

**17. Многочлени Лежандра.** Розглядаємо простір  $L_2[a, b]$  зі скалярним добутком

$$(f(x), g(x)) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)g(x)dx$$

і нормою

$\|f(x) - g(x)\| = \sqrt{\frac{1}{b-a} \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx}$ . Оберемо в якості базисних функцій на  $[-1, 1]$  ортогональні поліноми Лежандра, що задаються формулами:

$$P_0(x) = 1; \quad P_1(x) = x; \quad P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1);$$

$$P_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{n+1}xP_n(x) - \frac{n}{n+1}P_{n-1}(x).$$

Побудувати на  $[-1, 1]$  найкраще наближення вигляду  $\sum_{j=0}^3 c_j P_j(x)$  для функції  $y = \sin x$  в сенсі заданої норми. Інтеграли рахувати наближено, використовуючи формулу прямокутників або трапецій.

**18. Многочлени Чебишова** [Волков, с. 38-42]. Нехай  $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ ;  $x \in [0, 2]$ . Здійснити інтерполяцію цієї функції по Чебишевських вузлах (взяти 8 вузлів), і на її основі побудувати таблицю наближених значень функції з кроком  $h = 0,2$ . Навести оцінку похибки інтерполяції.

**19. Інтерполяційні многочлени Ерміта:** означення, формули. Побудувати многочлен Ерміта за такими даними:

$x_i$	0	0,1	0,5	1	1,5
$y_i$	-11	-10,8	-9,625	-6	2,125
$y'_i$	2	2,09	4,25	11	22,25

**20. Багатовимірна інтерполяція** [Калиткин, с.47-49]. Значення функції двох змінних  $z = z(x, y)$  задані на прямокутній сітці з кроками  $t_x = 0,5$ ;  $t_y = 0,5$ :

$y \setminus x$	2	2,5	3
4	1,2	3	8,6
4,5	6,11	2,5	6
5	2,15	1,37	6,1



Записати  $P(x,y)$  – двовимірний поліном Лагранжа по цих вузлах. Скласти таблицю значень  $P(x,y)$  в прямокутнику  $\{x \in [2,3], y \in [4,5]\}$  з кроками  $h_x = 0,1; h_y = 0,2$ .

### 21. Сплайни. За даними

$x_i$	0	0,7	1,5	2,5
$y_i$	1	4	11	3

побудувати а) лінійний сплайн; б) квадратичний сплайн, за додаткову умову взяти таку:  $y'(0)=0$ . Скласти таблицю значень цих сплайнів на відрізку  $[0,3]$  з кроком  $h=0,5$ .

**22. Многочлени Чебишова** [Волков, с. 38-42]. Здійснити інтерполяцію функції  $y=e^x$  на відрізку  $x \in [0,4]$  многочленом шостого порядку по Чебишевських вузлах, і на її основі побудувати таблицю наближених значень функції з кроком  $h=0,2$ . Навести оцінку похибки інтерполяції.

**23.** Розв'язати задачу варіанту №8, застосувати інакший підхід:  $f'(x)$  та  $f''(x)$  знаходити безпосереднім диференціюванням поліному Лагранжа третього порядку, побудованого за чотирма найближчими до точки вузлами:

$$f'(x) \approx L'_3(x), f''(x) \approx L''_3(x).$$

### 24. Сплайни. За даними

$x_i$	0	2	3	7	8
$y_i$	1,4	2,1	1,5	2,0	6

побудувати квадратичний сплайн; за додаткову умову взяти таку:  $y'(0)=0$ . Скласти таблицю значень сплайну на відрізку  $[0,8]$  з кроком  $h=0,5$ .

**25. Многочлени Ерміта.** Розглядаємо простір функцій на  $R$  зі скалярним добутком  $(f(x), g(x)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(x)e^{-\frac{x^2}{2}} dx$  і відповідною нормою

$$\|f(x) - g(x)\| = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (f(x) - g(x))^2 e^{-\frac{x^2}{2}} dx}.$$

Оберемо в якості базисних функцій на  $R$  ортогональні поліноми Ерміта, що задаються формулами:

$$H_0(x) = 1; \quad H_1(x) = x; \quad H_2(x) = 4x^2 - 2;$$

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x).$$

Побудувати на  $R$  найкраще наближення вигляду  $\sum_{j=0}^3 c_j H_j(x)$  для функції  $y = \sin x$  в сенсі заданої норми. Інтеграли рахувати наближено, використовуючи формулу прямокутників або трапецій.

**26. Многочлени Лежандра.** Розглядаємо простір  $L_2[a,b]$  зі скалярним добутком  $(f(x), g(x)) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)g(x) dx$  і нормою

$$\|f(x) - g(x)\| = \sqrt{\frac{1}{b-a} \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx}.$$

Оберемо в якості базисних функцій на  $[-1,1]$  ортогональні поліноми Лежандра, що задаються формулами:

$$P_0(x) = 1; \quad P_1(x) = x; \quad P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1);$$

$$P_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{n+1}xP_n(x) - \frac{n}{n+1}P_{n-1}(x).$$

Побудувати на  $[-1,1]$  найкраще наближення вигляду  $\sum_{j=0}^3 c_j P_j(x)$  для функції  $y = \sin x$  в сенсі заданої норми. Інтеграли рахувати наближено, використовуючи формулу прямокутників або трапецій.

**27. Інтерполяційні многочлени Ерміта:** означення, формули.  
Побудувати многочлен Ерміта за такими даними:

$x_i$	0	1	1,5	3
$y_i$	2	2,45	4,67	8
$y'_i$	4	2	4,5	11