

Механіка



Лекція 10

Тема:

Пружні властивості
твердих тіл

Зміст.

1. Міжатомні взаємодії.
2. Типи деформацій.

Лекція 11

I. 0. Тертя кочення.

1. Рівняння неперервності.
2. Рівняння Бернуллі.

II. 3. Аеродинамічні явища.

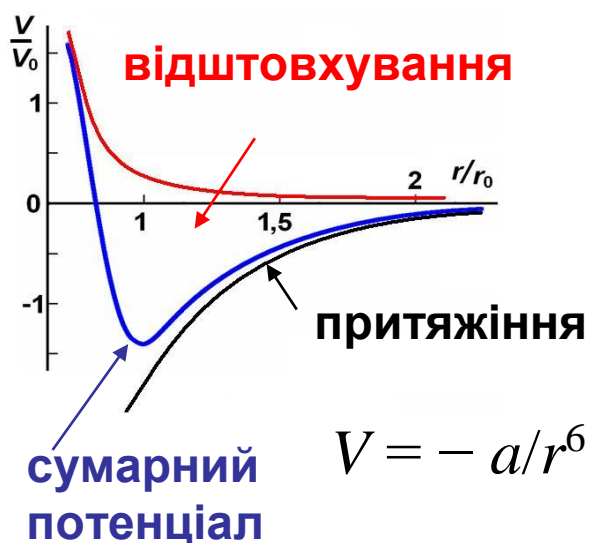
4. Ефект Магнуса.



Лекція 10.

Тема: Пружні властивості твердих тіл

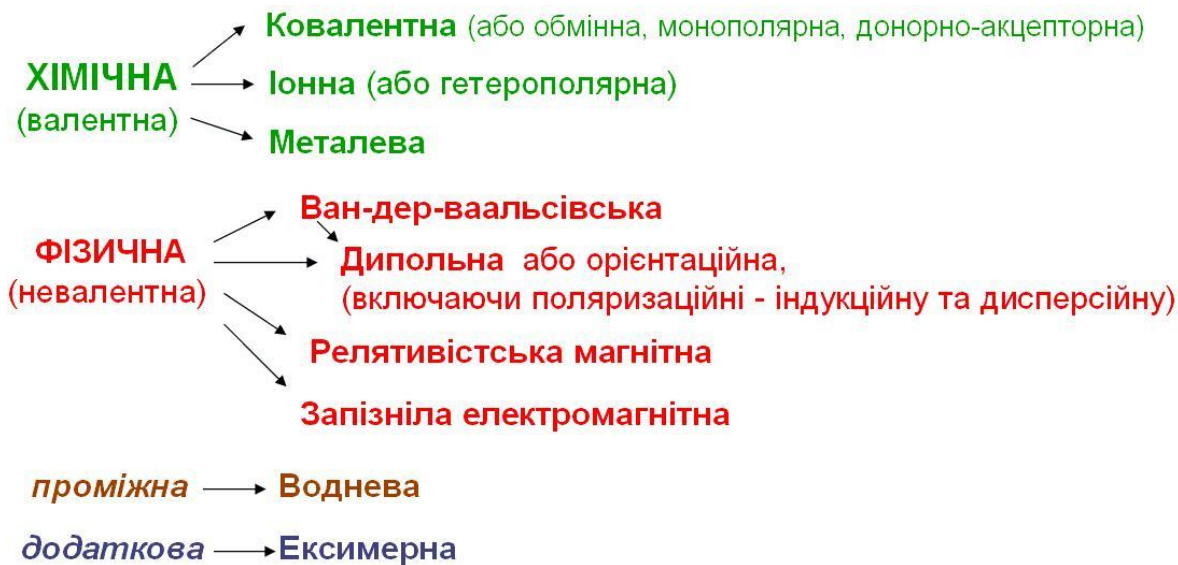
Деформацією твердого тіла називається зміна його розмірів і об'єму, що супроводжується найчастіше зміною форми тіла. У деяких випадках (всебічне стиснення або розтягнення) форма тіла зберігається. Деформації можуть викликатися зміною температури або зовнішнім силовим впливом. При деформаціях відбуваються зміщення частинок, що знаходяться у вузлах кристалічних ґраток твердих тіл, з початкових положень рівноваги в нові. Цьому перешкоджають сили взаємодії між частинками, внаслідок чого в деформованому тілі виникають внутрішні пружні сили, які врівноважують зовнішні сили, прикладені до тіла.



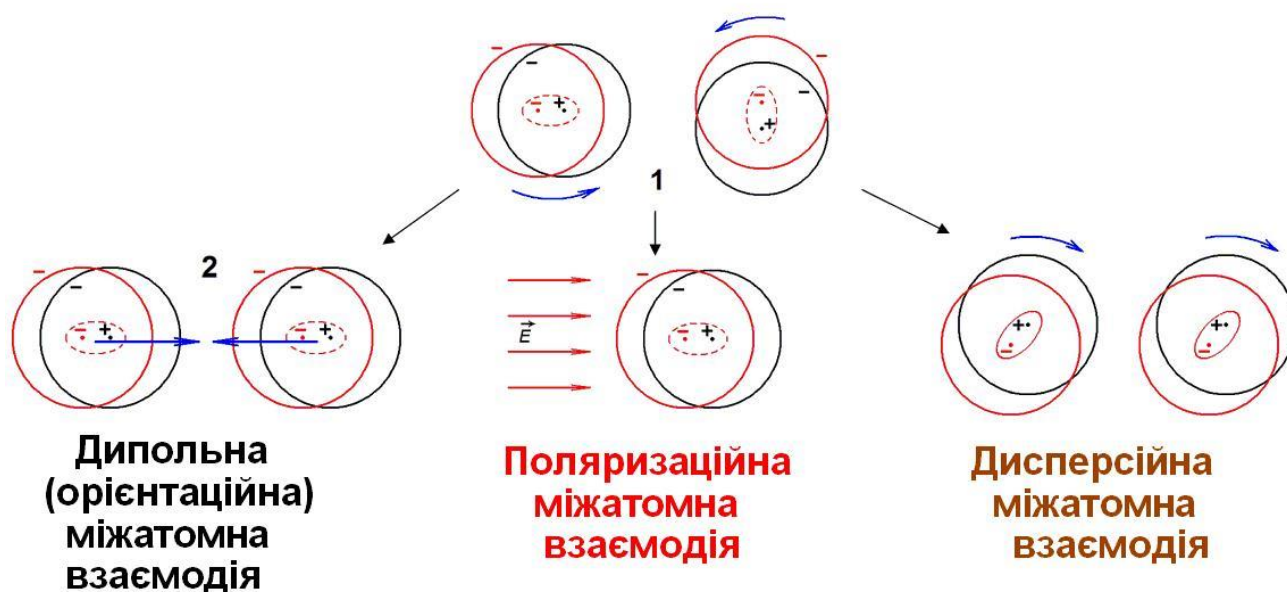
$$V = -a/r^6 + b/r^{12} \text{ - Потенціал Леннарда-Джонса.}$$

Залежність потенціалів сил міжатомної взаємодії від відстані між атомами.

ТИПИ МІЖАТОМНОЇ ВЗАЄМОДІЇ

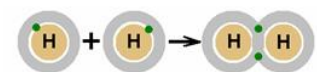


Типи орієнтаційної (дипольної) міжатомної взаємодії



Потенціали хімічної міжатомної взаємодії:

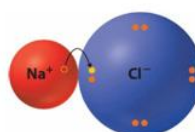
Ковалентної -
$$V(r) = \frac{V_0}{m - \alpha r} \left[\frac{\alpha r_0^{m+1}}{r^m} + m e^{\alpha(r - r_0)} \right]$$



Полярний (1) та неполярний (2) ковалентний зв'язок



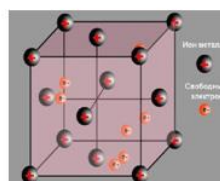
Іонної -
$$V(r) = \frac{V_0 \cdot n \cdot m}{n - m} \left[\frac{r_0^n}{n \cdot r^n} - \frac{r_0^m}{m \cdot r^m} \right]$$



Іонний зв'язок

Металевої -
$$V(r) = -\frac{a}{r} + \frac{b_1}{r^2} + \frac{b_2}{r^3} + b_3$$

Металевий зв'язок



Потенціали фізичної міжатомної взаємодії:

Орієнтаційної – (дипольної)
$$V(r) = -\frac{2}{3kT} \cdot \frac{d_1^2 \cdot d_2^2}{r^6}$$

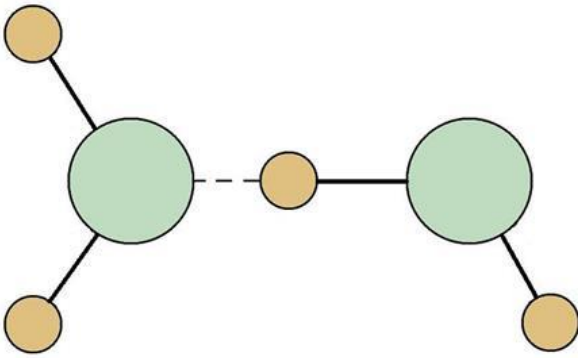
Поляризаційної – (індукційної)
$$V(r) = -\frac{(a_1 + a_2) \cdot d_1 \cdot d_2}{r^6}$$

Дисперсійної -
$$V(r) = -\frac{3h}{2} \cdot \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2} \cdot \frac{a_1 \cdot a_2}{r^6}$$

Потенціали міжатомної взаємодії:

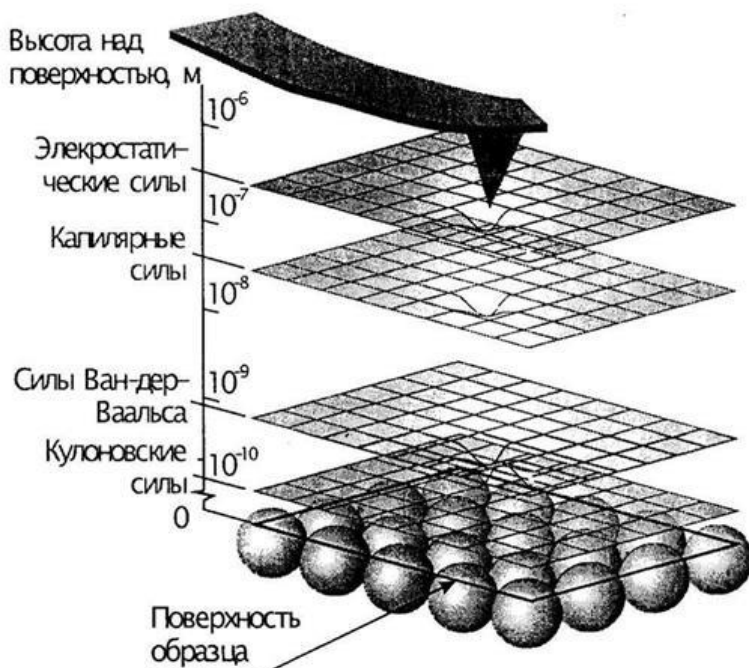
$$V(r) = V_0 \cdot \left[b_0 \cdot \left(1 - \frac{r_0}{r} \right)^2 \right] \cdot \left[1 + \sum_{n=1}^N b_n \cdot \left(1 - \frac{r_0}{r} \right)^n \right]$$

- потенціал Данема



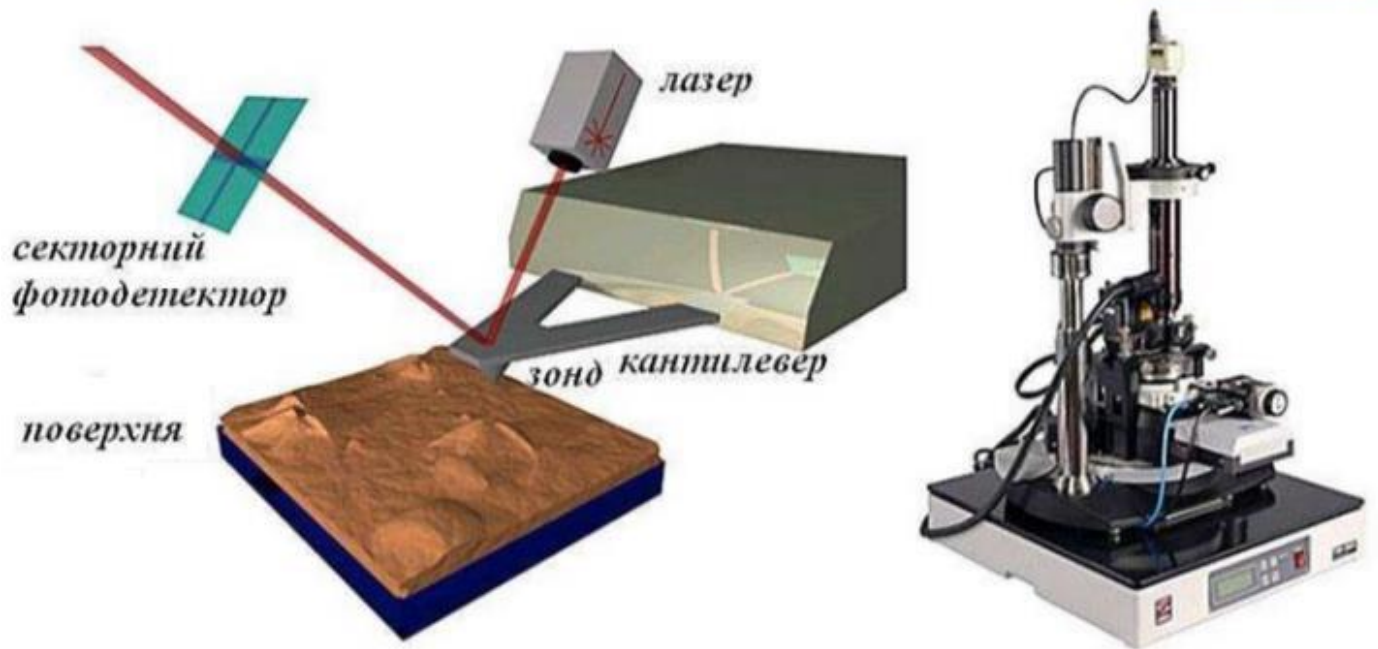
Молекула води з іонним міжмолекулярним (пунктир) та ковалентним (суцільні лінії) зв'язком між атомами H та O.

Рівні зонд-поверхня та природа сил взаємодії



Якщо на поверхні присутній рухливий адсорбційний шар, то під дією сил Ван-дер-Ваальса при зближенні зразка та зонда починається деформація зонду і як тільки виникає контакт між рухливими адсорбційними шарами, внаслідок капілярної взаємодії, кантилевер притягнеться до поверхні і її деформація стрибкоподібно збільшиться. Подальше опускання зонду пропорційно збільшує деформацію консолі. При відведенні зонду від поверхні спостерігається гістерезис (особливо при вимірюваннях на повітрі) через „утримання” зонду поверхнею. Найчастіше це обумовлено капілярним ефектом, що спричиняє взаємне змочування рухливих адсорбційних шарів на зонді та поверхні. Гістерезис спричиняється хімічними, магнітними та іншими типами взаємодій. Щоб позбутись капілярного ефекту, вимірювання проводять у рідині або у вакуумі.

Конструкція АСМ



Пружною називається деформація, яка зникає після припинення дії сили, що її викликала і при цьому відбувається оборотне зміщення частинок з нових положень рівноваги в кристалічній ґратці у колишні. Непружні деформації твердого тіла, що супроводжуються незворотною перебудовою його кристалічної ґратки, називаються пластичними.

Напруженням σ називається фізична величина, яка чисельно дорівнює пружній силі F , що припадає на одиницю площі S перерізу тіла:

$$\sigma = \frac{dF}{dS}.$$

Напруження називається нормальним, якщо пружня сила dF нормальна до поверхні dS , і дотичним, якщо сила дотична до цієї поверхні.

Мірою деформації є відносна деформація, що дорівнює відношенню абсолютної деформації Δx до первісного значення величини x , що характеризує розміри або форму тіла.

Закон Гука: напруження σ при пружній деформації тіла пропорційне відносній деформації:

$$\sigma = K \cdot \frac{\Delta x}{x}$$

де K - модуль пружності, чисельно рівний напруженню, яке виникає при відносній деформації, що дорівнює одиниці. Величина $a = 1/K$ називається коефіцієнтом пружності. Закон Гука справедливий в певних межах деформацій. Напруження, при якому порушується пропорційність між напруженням і деформацією, називається **межею пропорційності**.

Одностороннє, або поздовжнє, розтягнення (стиснення) полягає у збільшенні (зменшенні) довжини тіла під дією розтягуючої (стискаючої) сили P . Пружне розтягання (стиск) припиняється за умови $F=P$, де F - пружна сила. Мірою деформації є відносне подовження (стиск). У цьому випадку $K=E$ називається **модулем Юнга**.

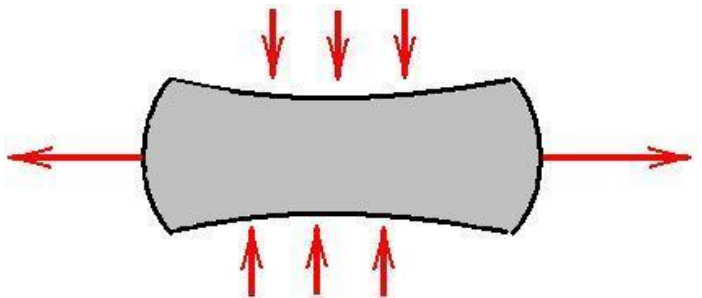
При цьому $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta l}{l}$. Згідно із законом Гука:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S}, \text{ або } \frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l}, \text{ або } \Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot S},$$

де l - початкова довжина тіла, Δl - зміна довжини при навантаженні. При $\Delta l = l$ модуль Юнга $E = \frac{F}{S} = \sigma$, тобто чисельно дорівнює напруженню, яке виникає в зразку при збільшенні (зменшенні) його довжини у два рази при інших незмінних умовах.

Відносне поздовжнє розтягання (стиск) зразка супроводжується його відносним поперечним звуженням (розширенням) $\frac{\Delta d}{d}$, де d - поперечний розмір зразка.

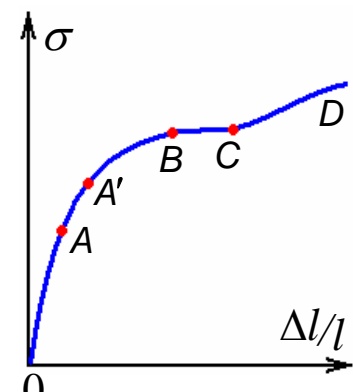
Коефіцієнтом Пуассона називається відношення відносного поперечного



звуження (розширення) до відносного поздовжнього подовження (стискання) $\frac{\Delta l}{l}$:

$$\mu = \frac{\Delta d}{d} : \frac{\Delta l}{l}.$$

Після досягнення межі пропорційності (точка A на діаграмі розтягування) подовження зростає швидше, ніж напруження. Межею пружності (точка A') називається максимальне напруження, при якому ще не виникають залишкові деформації (що залишаються в тілі після зняття напруження). Межа текучості (точка B) характеризує стан деформованого тіла, після якого подовження зростає без збільшення діючої сили (горизонтальна ділянка BC). Межею міцності називається напруження, відповідне найбільшому навантаженню, яке витримується тілом перед руйнуванням.



При багаторазових деформаціях, що відповідають переходу за межу пружності, з подальшим звільненням зразка від деформуючих сил, пружність тіла зростає і межа пропорційності зростає (загартовування, або наклеп, матеріалу). Об'ємна густина ω_σ потенціальної енергії тіла при розтягуванні (стисканні) визначається питомою роботою A по подоланню пружних сил, розрахованої на одиницю об'єму тіла. В області, де справедливий закон Гука $\omega_\sigma = A = \frac{\sigma^2}{2E}$, де σ - напруження, E - модуль Юнга.

Деформація всебічного розтягу (стиску) полягає у збільшенні (зменшенні) об'єму тіла без зміни його форми під впливом рівномірно розподілених по всій поверхні тіла розтягуючих (чи стискаючих) сил. Згідно із законом Гука

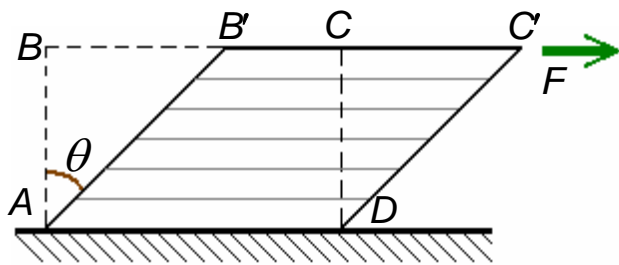
$$\sigma = K \cdot \frac{\Delta V}{V},$$

де $\frac{\Delta V}{V}$ - відносне збільшення (зменшення) об'єму тіла під дією напруження. K називається **модулем всебічної об'ємної пружності** і має зміст напруження, при якому відносне збільшення (зменшення) об'єму дорівнює одиниці;

$$K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2\mu)},$$

де E - модуль Юнга, μ - коефіцієнт Пуассона.

Зсувом називається деформація, при якій всі плоскі шари твердого тіла, паралельні



деякій площині (площині зсуву), що не викривляючись і не змінюючись у розмірах, зміщуються паралельно один одному (рис.).

Зсув відбувається під дією сили F , прикладеної дотично до межі BC , паралельній площині зсуву. Грань AD закріплена нерухомо.

Мірою деформації $\frac{\Delta x}{x}$ є кут зсуву θ (відносний

зсув), виражений в радіанах. Для невеликих деформацій $\theta \approx \operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta x}{x}$, де $\Delta x = CC'$ - абсолютний зсув.

Згідно із законом Гука відносний зсув пропорційний дотичному («що сколює») напруженню:

$$\sigma = \frac{F}{S} = G \cdot \theta,$$

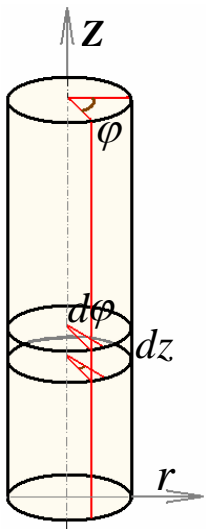
де G - модуль зсуву, чисельно рівний дотичному напруженню, яке викликає відносне зрушення, що дорівнює одиниці. Він пов'язаний із модулем Юнга E і коефіцієнтом Пуассона μ співвідношенням

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}.$$

Питома (розрахована на одиницю об'єму) потенціальна енергія деформованого тіла при зсуві дорівнює:

$$W_s = \frac{\sigma_\tau^2}{2G}.$$

Крутінням називається деформація зразка з одним закріпленим кінцем під дією пари сил, площина якої перпендикулярна до осі зразка. Момент M_K цієї пари називається обертовим моментом. Кручення полягає у відносному повороті паралельних один одному розтинів (перерізів), проведених перпендикулярно до осі зразка. У разі крутіння круглого циліндричного тіла, перетини, перпендикулярні до його осі, обертаються навколо осі тіла, зберігаючи свою форму і залишаючись паралельними один одному. Якщо φ - кут повороту, z - виміряна по осі зразка відстань від закріпленого кінця, то різниця кутів повороту двох нескінченно близьких перерізів (віддалених на dz один від одного) дорівнює



$$d\varphi = \frac{d\varphi}{dz} \cdot dz = \theta' \cdot dz,$$

де $\theta' = \frac{d\varphi}{dz}$ - відносний кут кручення; цей кут є мірою деформації. Повний поворот даного перерізу пропорційний його віддалі від початку координат:

$$\varphi = \theta' \cdot z.$$

Закон Гука для кручення:

$$\theta' = \frac{M_K}{G \cdot J_p},$$

де M_K - крутильний момент, G - модуль зсуву, J_p - полярний момент інерції перетину (полярним моментом інерції перетину J_p називається інтеграл по площі добутку елементарної площадки на квадрат відстані до початку координат). Для кругового перетину радіуса R $J_p = \pi R^4 / 2$.

Кут повороту між крайніми перетинами зразка довжини L :

$$\varphi = \frac{M_K \cdot L}{G \cdot J_p} \quad \text{або} \quad M_K = \frac{G \cdot J_p}{L} \cdot \varphi.$$

Момент, що закручує на кут φ однорідний круглий стрижень, який має довжину L і радіус R :

$$M_K = \frac{\pi G \cdot R^4}{2L} \cdot \varphi$$

Питома (на одиницю об'єму) потенціальна енергія деформованого круглого циліндра:

$$W_K = \frac{M_K^2 \cdot r^2}{2G \cdot J_p^2},$$

де r - відстань від осі циліндра.

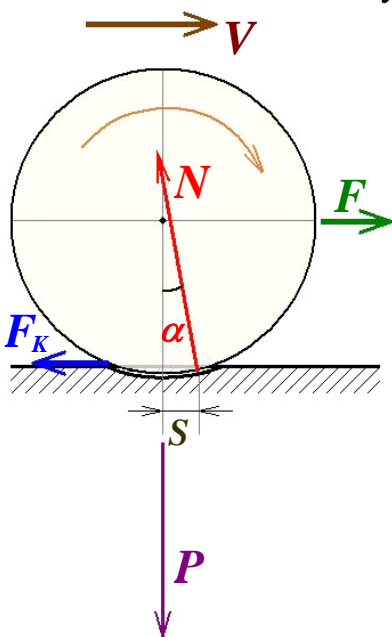
Якщо до нижнього кінця укріпленої циліндричної дротини прикріплено тіло з моментом інерції J щодо осі дроту, то диференціальне рівняння крутильних коливань, що виникають при крученні, має вигляд

$$J \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = - \frac{G \cdot J_p}{L} \cdot \varphi.$$

Розв'язок його дозволяє обчислити період крутильних коливань.

Тертя кочення

Явище тертя за характером прояву його сил і середовищах їх існування, поділяють на кілька основних типів: сухе тертя (або тертя спокою), тертя ковзання, в'язке тертя, тертя кочення.



Явище тертя кочення є безпосереднім наслідком пружної деформації (а часом і непружної). Для характеристики цього явища (тертя кочення) розглянемо циліндр, що котиться по поверхні, яка деформується. Для спрощення вважатимемо циліндр таким, що не деформується. Рівнодіюча всіх сил має бути направлена проти руху. Точка прикладання рівнодіючої сили має знаходитись спереду, причому лінія сили N має проходити вище центра циліндра, інакше вона б задавала позитивне кутове прискорення. Горизонтальною компонентою сили реакції N є сила тертя кочення F_K . Відстань s мала у порівнянні з радіусом R , або кут нахилу α малий, тоді абсолютна величина N майже дорівнює силі тиску, в даному випадку це сила тяжіння P .

При рівномірному русі сила тяги F дорівнює силі тертя кочення F_K , а сила реакції має проходити через вісь циліндра. Отже,

$$P=N \cdot \cos \alpha, F=N \cdot \sin \alpha=F_K.$$

Зважаючи на малість кута α , $P \approx N$, $F_K \approx N \cdot \alpha \approx P \cdot s/R$.

Часто, характеризуючи тертя кочення, в таблицях задають значення S і ведуть мову не про силу тертя кочення з останнього виразу, а про момент сили тертя кочення: $F_K \cdot R \approx P \cdot s$, або момент сили тертя кочення дорівнює силі нормального тиску, помноженій на s . Величина S залежить головним чином від матеріалів тіл, що торкаються одне одного і вважається практично незалежною від швидкості кочення і радіусу циліндра для твердих матеріалів. Розмірністю величини S - своєрідного коефіцієнта тертя кочення, який називається **коефіцієнтом моменту сили тертя кочення**, є звичайні одиниці довжини. Фізичний зміст цього коефіцієнта полягає в тому, що він є плечем моменту сили тяжіння, рівного моменту сили тертя кочення, що діє на тіло, яке котиться.

Гідродинаміка

Гідродинаміка – розділ механіки суцільних середовищ, що вивчає рух неслюпливих рідин і їх взаємодію з твердими тілами.

Основною задачею гідроаеродинаміки є знаходження полів швидкості, тиску і густини в рідині, яка рухається під дією заданих зовнішніх сил, тобто знаходження згаданих величин як функцій координат і часу.

Два основні методи опису руху рідин:

- 1) задання положення кожної частинки рідини як функції часу (Лагранж);
- 2) задання характеристик руху рідини у окремих (визначених) точках простору (Ейлер).

В методі Лагранжа рух рідини задається залежністю від часу координат всіх її частинок: $X_i=f_{1i}(X_0, Y_0, Z_0, t)$; $Y_i=f_{2i}(X_0, Y_0, Z_0, t)$; $Z_i=f_{3i}(X_0, Y_0, Z_0, t)$,

де індексом 0 позначені початкові координати i -ї точки у початковий момент часу $t=0$ (ці координати і час називаються змінними Лагранжа). Виключаючи з цих рівнянь час, можна отримати рівняння траєкторії частинки.

В методі Ейлера вектор швидкості $\vec{V}=f(\vec{r}, t)$ як функція часу може задавати стан руху рідини у визначеній точці; його проєкції визначаються як похідні по часу від відповідних координат. Радус-вектор точки задається своїми координатами $\vec{r}=x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$, у цьому випадку вони разом із часом t називаються координатами Ейлера.

Сукупність векторів швидкості для всіх точок простору задає поле вектора швидкості. Це поле будується на основі **ліній потоку** – таких ліній, дотична до яких у кожній точці потоку співпадала б за напрямком із вектором \vec{V} . Причому густину цих ліній зображають пропорційною величині швидкості в даній точці. Ці поля швидкостей і становлять сутність другого (і основного) метода опису руху рідин - метода Ейлера.

Якщо вектор швидкості в кожній точці простору залишається незмінним у часі, то таку течію називають **стаціонарною**. Частина рідини, обмежена лініями потоку,

називається **трубкою** потоку. Вектор швидкості \vec{V} є дотичним до кожної точки лінії потоку, отже він буде дотичним і до поверхні лінії потоку, тобто частинки рідини при своєму русі не перетинають стінок трубки струму.

Рівняння руху ідеальної рідини (рівняння Ейлера): $\frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \text{div } \vec{V} = 0$, або якщо розписати дивергенцію вектора \vec{V} :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0,$$

то для нестисливої рідини (для якої $\frac{d\rho}{dt} = 0$) можна отримати рівняння нерозривності:

$$\text{div } \vec{V} = 0, \text{ або } \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0.$$

Рівняння неперервності для рідини, рух якої встановився:

$$\text{div } \vec{V} = 0 \text{ або } \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0.$$

При встановленій течії потік рідини крізь поперечний переріз струменя (трубки) не залежить від місця розташування цього перерізу. У випадку можливої зміни густини рідини для двох довільних перерізів dS_1 і dS_2 елементарного струменя справедливе співвідношення:

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot dS_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot dS_2.$$

Таким чином, при виборі перпендикулярного до напрямку швидкості перерізу трубки потоку, за одиницю часу через нього пройде об'єм рідини, що дорівнює $S \cdot V$, а **за рівні проміжки часу об'єм рідини, що проходить крізь різні перерізи залишатиметься сталим** (теорема про нерозривність нестисненої рідини) -

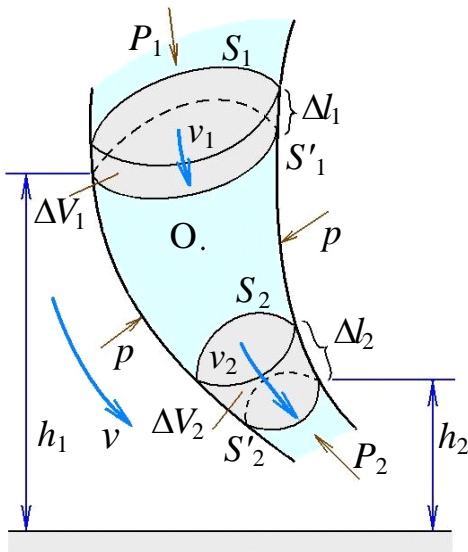
$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 = S_i \cdot V_i \quad (1)$$

Звідси витікає, що при змінних перерізах трубки струму, частинки нестисливої рідини будуть прискорюватись і це прискорення обумовлене зміною тиску вздовж трубки: в місцях, де швидкість менша, тиск має бути більшим і навпаки.

Ця теорема про нерозривність може застосовуватись до реальних рідин і навіть газів у тих випадках, коли стисливістю їх можна знехтувати. У багатьох випадках рідину можна вважати **ідеальною**, тобто такою, у якої відсутнє внутрішнє тертя (в'язкість).

Рівняння Бернуллі.

Виділимо в стаціонарній рідині трубку малого перерізу (рис.). За час Δt об'єм рідини,



обмежений трубками потоку і перерізами S_1 і S_2 переміститься на Δl_1 і Δl_2 , причому заштриховані об'єми матимуть однакову величину. Через стаціонарність потоку приріст енергії ΔE усього об'єму можна розглядати як різницю енергій заштрихованих об'ємів (3).

Використаємо рівняння (1) для розгляду стаціонарної течії ідеальної нестисливої рідини.

Розглянемо трубку струму (рис.1), утворену лініями струму у рідині з густиною ρ . На верхню основу трубки з площею перерізу S_1 діє тиск поршнів P_1 , на нижню основу з площею S_2 діє тиск P_2 . За час Δt верхня основа

пересунулася вниз на відстань Δl_1 із швидкістю v_1 , нижня основа – на відстань Δl_2 зі швидкістю v_2 .

Внаслідок стаціонарності течії рідини маємо $\frac{\partial U'}{\partial t} = 0$. Вважаємо, що і внутрішні і зовнішні сили тертя відсутні (в цьому і полягає припущення ідеальної рідини), тому $\delta A^{\text{вн.терт}} = 0$. Із зовнішніх непотенціальних сил залишаються відмінними від нуля тільки сили тиску поршнів. Таким чином, зміна енергії системи частинок в трубці за час Δt визначається рівнянням:

$$\Delta(T + U + U') = \delta A^{\text{зовн.непот}}. \quad (2)$$

Якщо рідина нестислива, то власна потенціальна енергія частинок в трубці не змінюється в процесі руху, тобто $U = \text{const}$. Згідно рівняння (2) змінними залишаються кінетична енергія T частинок в трубці та потенціальна енергія U' частинок трубки в полі сил тяжіння.

Враховуючи те, що енергія спільного об'єму рідини для двох положень трубки буде виключена, запишемо зміну енергії двох трубок як різницю енергій елементарних об'ємів $S_2 \cdot \Delta l_2$ і $S_1 \cdot \Delta l_1$, які рухаються зі швидкостями \vec{v}_2 і \vec{v}_1 , і які знаходяться на висоті h_2 і h_1 відповідно (рис.1). Тоді приріст енергії запишеться як різниця кінетичних і потенціальних енергій, а також роботи зовнішніх сил, прикладених до перерізів S_1 і S_2 (при цьому сили тиску на бічну поверхню перпендикулярні до напрямку переміщення частинок рідини, тому вони роботи не виконують:

$$\left[(\rho S_2 \Delta l_2) \frac{v_2^2}{2} + (\rho S_2 \Delta l_2) g h_2 \right] - \left[(\rho S_1 \Delta l_1) \frac{v_1^2}{2} + (\rho S_1 \Delta l_1) g h_1 \right] =$$

$$= P_1 \cdot S_1 \cdot \Delta l_1 - P_2 \cdot S_2 \cdot \Delta l_2 \quad (3)$$

Поділивши рівняння на елементарний об'єм ($S_2 \cdot \Delta l_2 = S_1 \cdot \Delta l_1$), який є сталим внаслідок нестисливості рідини, отримаємо т. зв. рівняння Бернуллі:

$$\frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + P_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \text{const} \quad (4)$$

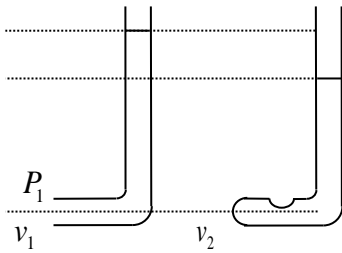


Рис.2

Доданки в (4) у порядку розташування називаються **динамічним, статичним та зовнішнім тисками**.

За допомогою рівняння Бернуллі можна пояснити, наприклад, роботу вимірювача швидкості потоку рідини. Цей прилад складається з двох трубок (рис.2), однієї з відкритим отвором, що гальмує рідину $\vec{v}_1=0$, і другої трубки з боковим отвором, що не спотворює швидкості потоку рідини. Кінці трубок розташовані на одній горизонтальній лінії струму ($h_2=h_1$). Тому

рівняння Бернуллі набуває вигляду $\frac{\rho v_2^2}{2} + P = \text{const}$. Остаточного отримуємо:

$$P_1 = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

По різниці тисків, яка визначається різницею рівнів води у вертикальних

частинах трубок, знаходимо швидкість v_2 .

Формула Торрічеллі визначає швидкість витікання рідини із отвору на деякій висоті h :

$$u = \sqrt{2gh},$$

що співпадає зі швидкістю тіла, якої воно набуває в результаті падіння з висоти h .

Формула Стокса: $F = 6\pi\eta rV$ - сила опору в'язкого середовища (рідини або газу) з коеф. в'язкості η при русі в ньому круглого тіла (кульки) розміром r зі швидкістю V .

Число Рейнольдса: $Re = \rho V r / \eta$, де ρ - густина в'язкого середовища.

Ламінарний потік рідини – такий потік, в якому рідина, умовно розділена на окремі шари, рухається (обтікає тіло) без перемішування цих шарів, тобто обтікання рідиною тіла відбувається плавно, без завихрень.

Турбулентний потік це такий, в якому виникає помітне перемішування шарів рідини (завихрення).

Аеродинаміка

Ефект Магнуса - фізичне явище, що виникає при обтіканні тіла, що обертається потоком рідини або газу. Утворюється сила, що впливає на тіло і спрямована перпендикулярно до напрямку потоку. Це є результатом спільного впливу таких фізичних явищ, як ефект Бернуллі та утворення прикордонного шару в середовищі навколо обтічного об'єкта.

Об'єкт, що обертається, створює в середовищі навколо себе вихровий рух. З одного боку об'єкта напрямом вихору збігається з напрямом обтічного потоку і, відповідно, швидкість руху середовища з цього боку збільшується. З іншого боку об'єкта напрямом вихору протилежний напрямку руху потоку, і швидкість руху середовища зменшується. З огляду на цю різницю швидкостей виникає різниця тисків, що породжує поперечну силу

від того боку тіла, що обертається, на якій напрямок обертання і напрямок потоку протилежні, до тієї сторони, на якій ці напрямки збігаються. Таке явище часто застосовується у спорті, див., наприклад, спеціальні удари: топ-спін та бек-спін, сухий лист у футболі або система *hop-up* у страйкболі.

Ефект вперше описаний німецьким фізиком Генріхом Магнусом у 1853 році.

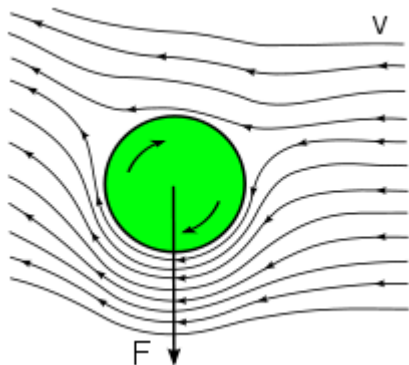
Формула для розрахунку сили.

Ідеальна рідина. Навіть якщо рідина не має внутрішнього тертя (в'язкості), можна розрахувати ефект підйомної сили.

Нехай куля знаходиться в потоці ідеальної рідини, що набігає на нього. Швидкість потоку на нескінченності (поблизу вона, звичайно, спотворюється). Щоб зімітувати обертання кулі, введемо циркуляцію швидкості навколо нього. Виходячи із закону Бернуллі, можна отримати, що повна сила, що діє в такому випадку на кулю, дорівнює:

$$\vec{R} = -\rho \cdot [\vec{A} \times \vec{u}_{\infty}]$$

Звідси видно, що повна сила перпендикулярна потоку, тобто сила опору потоку ідеальної рідини, що впливає на кулю, дорівнює нулю (парадокс Даламбера); сила, залежно від співвідношення напрямів циркуляції та швидкості потоку, зводиться до підйомної чи опускаючої сили (припущення, що лінія візування спрямована горизонтально).



В'язка рідина

Наступне рівняння описує необхідні величини для підрахунку підйомної сили, що створюється обертанням кулі в реальній рідині:

$$F = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C$$

де: F - підйомна сила; ρ - щільність рідини; V - швидкість кулі щодо середовища; S - поперечна площа кулі; C -

коефіцієнт підйомної сили.

Коефіцієнт підйомної сили C може бути визначений з графіків експериментальних даних з використанням числа Рейнольдса та коефіцієнта обертання ((кутова швидкість \times діаметр)/(2 \times лінійна швидкість)). Для коефіцієнтів обертання від 0,5 до 4,5 коефіцієнт підйомної сили знаходиться в діапазоні від 0,2 до 0,6.

Застосування :

1. Вітрогенератори.

Вітрогенератор «повітряний ротор» є прив'язним апаратом, який піднімається гелієм на висоту від 120 до 300 метрів.

2. Турбовітрила на кораблях.

3 1980-х років експлуатувалося судно Кусто Алсіон зі складним турбопарусом, що використовує ефект Магнуса.

Лектор – Сохацький В.П.



Лекції 10 та 11 з курсу Механіка, Загальна фізика.

З 2010 року експлуатується вантажне судно *E-Ship 1* з простішими роторними вітрилами Антона Флеттнера.

У 2017 році роторне вітрило, що використовує ефект Магнуса, встановлено на поромі *Viking Grace*.
