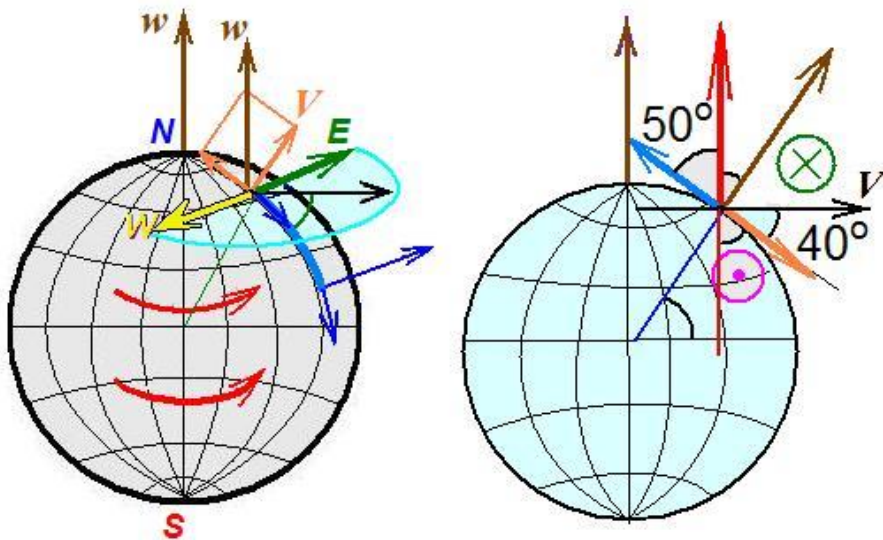
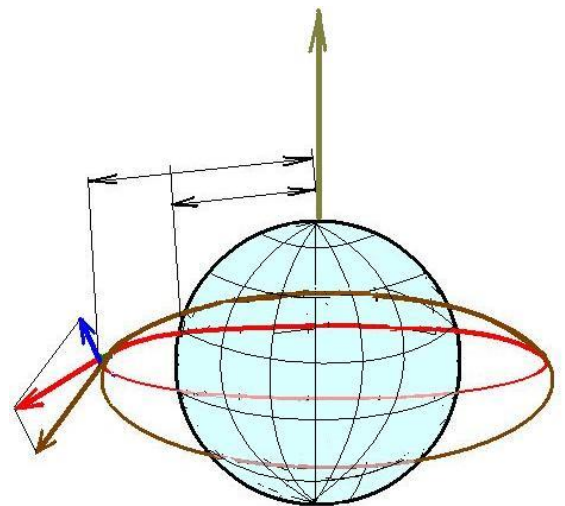


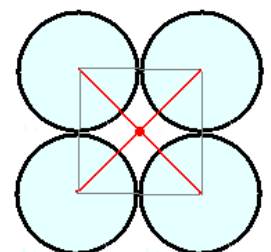
В якому випадку, на тіло, що рухається в наших широтах (50° пн.ш.), буде діяти максимальна сила Коріоліса, - коли рух відбувається в напрямку: **А** – zenіту північної напівсфери ("догори", тобто до Полярної зірки); **Б** – вертикально до Землі (на широті 50°); горизонтально - **В** – на північ; **Г** – горизонтально на південь; **Д** – на захід; **Е** – на схід; **Ж** – проміжному між будь-якими згаданими напрямками? **Виберіть як відповідь підходящу літеру і коротко обґрунтуйте вибір.**



Визначіть напрямок і величину сили Коріоліса, що діє на супутник, який обертається навколо Землі на висоті 500 км по круговій орбіті, площина якої співпадає з площиною екватора. Радіус Землі $R=6370$ км. *Напрямок руху супутника визначіть самостійно.*

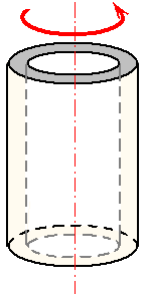
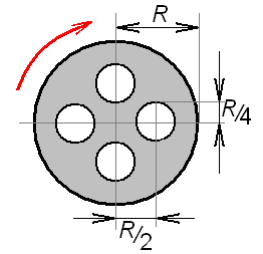


Визначіть момент інерції фігури, утвореної чотирма плоскими дисками (кожен масою $m=0,1 \cdot N$ кг і радіусом $r=0,02 \cdot N$ метрів), розташованими в одній площині торкаючись краями, відносно перпендикулярної до площин дисків осі, яка проходить через центр симетрії фігури (червона точка на перетині продовжень радіусів дисків), утвореної дисками.



- Для визначення повного моменту інерції необхідно застосовувати теорему Штейнера, оскільки вісь обертання не проходить через центри симетрії (мас) дисків. Відстань між осями - $r \cdot \sqrt{2}$.

Визначіть момент інерції тонкого диска масою M та радіусом R відносно перпендикулярної до площини диска осі симетрії (обертання), після того, як в диску зробили 4 отвори радіусами $R/4$ на відстанях $R/2$ від центра кола (рис. \Rightarrow)



Визначіть момент інерції шматка сталеві труби із зовнішнім радіусом $R=34$ мм, товщиною стінок $d=3$ мм і довжиною $L=N$ см відносно осі симетрії, якщо густина сталі $\rho=7,8$ г/см³ (рис. \Rightarrow)

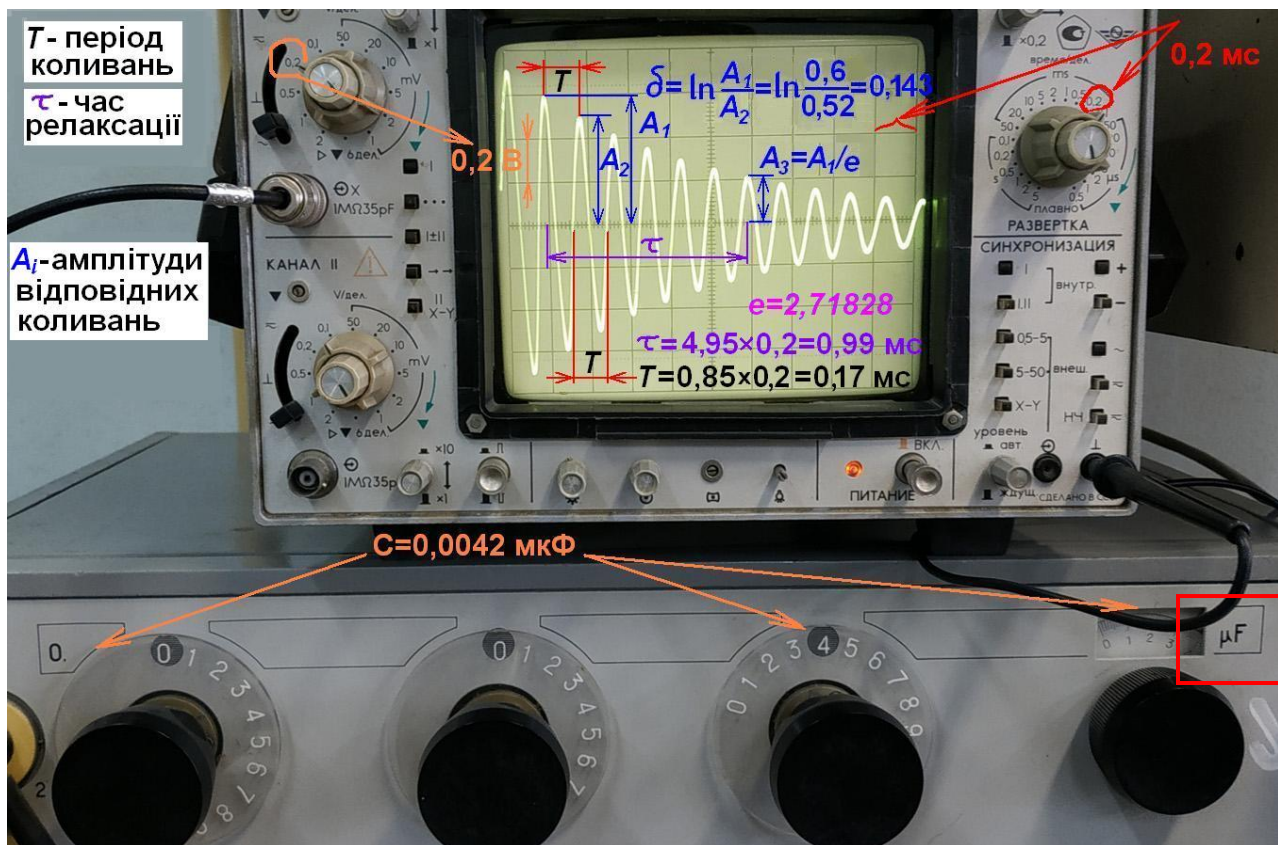
Визначіть час скочування суцільної кулі з похилої площини довжиною $L=7$ м і кутом нахилу $\theta=30^\circ$.

В таких випадках обов'язково враховувати обертальний рух тіла через основне рівняння динаміки обертального руху:

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = M ,$$

або при застосуванні енергетичного метода – кінетичну енергію обертального руху –

$E_k = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$, що додається до енергії поступального руху $E_k = \frac{m \cdot V^2}{2}$ (а їх сума прирівнюється до початкової потенціальної енергії).



Чи може бути вектор сили \vec{F} направлений не так, як вектор швидкості \vec{V} (тобто в іншому напрямку простору)?

І якщо може, то як тоді бути з рівнянням 2-го закону Ньютона, відповідно до якого вектори \vec{F} та похідна від \vec{V} за часом мають бути направлені однаково?

$$\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Похідною від радіус-вектора по часу є **швидкість**: $\vec{v} = \vec{r}'(t) \equiv \frac{d\vec{r}}{dt}$.

Прискорення тіла при русі по криволінійній траєкторії (колу): $\vec{a} = \frac{dv_\tau}{dt} \cdot \vec{\tau} + \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n}$

Модуль повного прискорення: $a \equiv |\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$.

Лінійне переміщення кінця радіус-вектора $d\vec{r}$ пов'язано із кутом повороту аксіального вектора $d\vec{\phi}$ т.ч.: $d\vec{r} = [d\vec{\phi} \times \vec{r}]$

Зв'язок лінійної (тангенціальної) та кутової швидкостей при обертовому русі:

$$\vec{V} = [\vec{\omega} \times \vec{r}].$$

2-й закон Ньютона в найбільш загальному вигляді: $\vec{F}_{\Sigma} = \frac{d\vec{p}}{dt}$,

де **імпульс** $\vec{p} = m \cdot \vec{V}$, або у випадку незмінної маси: $\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt}$.

Положення точки центру мас відносно початку відліку заданої системи координат:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Основне рівняння динаміки в неінерціальній системі:

$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_0 + 2 \cdot m[\vec{V}' \times \vec{\omega}] + m \cdot \omega^2 \cdot \vec{R}$$

Сили інерції, які виникають в неінерціальних системах:

- 1) **поступальна сила інерції**: $\vec{F} = -m\vec{a}_0$, - обумовлена поступальним рухом неінерціальності системи;
- 3) **сила Коріоліса**: $F_K = 2 \cdot m \cdot [\vec{V}' \times \vec{\omega}]$, - обумовлена рухом тіла відносно неінерціальності (рухомої) системи відліку;
- 4) **відцентрова сила інерції**: $\vec{F} = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{R}$, - обумовлена обертанням неінерціальності системи відліку.

$$\mathbf{a}_K = 2 \cdot [\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{V}'] \quad (\text{коріолісове прискорення});$$

$$\mathbf{F}_K = -2 \cdot m \cdot [\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{V}'] = 2 \cdot m \cdot [\mathbf{V}' \cdot \boldsymbol{\omega}] \quad (\text{сила Коріоліса}).$$

Зв'язок сили і потенціальної енергії поля:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \cdot \vec{k} \right)$$

для одновимірного випадку $F_s = -\frac{\partial U}{\partial s}$.

Співвідношення між напруженістю \vec{G} і потенціалом поля $\vec{\varphi}(r)$ ($\varphi = U/m$):

$$\mathbf{G} \cdot d\mathbf{r} = -d\varphi \quad \text{або} \quad \int_1^2 \vec{G} \cdot d\vec{r} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Кінетична енергія поступального руху: $E_K = \frac{mV^2}{2}$,

кінетична енергія обертального руху: $E_k = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$

Теорема Гауса: Потік вектора напруженості гравітаційного поля через довільну замкнену поверхню, що охоплює розміщену всередині масу, дорівнює цій масі, домноженій на коефіцієнт з гравітаційної сталої, помноженої на 4π :

$$\int_S \vec{G} \cdot d\vec{S}_n = 4\pi\gamma M$$

Момент імпульсу матеріальної точки відносно деякої т. О: $\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}]$,

момент сили, що діє на матеріальну точку відносно деякої т. О: $\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$.

Основне рівняння динаміки обертального руху: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$,

або для випадку незмінного моменту інерції: $J \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}$ (оскільки $\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$).

Закон збереження моменту імпульсу: $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, після інтегрування $\vec{L} = \text{const}$.

Момент інерції J матеріальної точки відносно деякої осі OO' :

$$J = m \cdot r^2$$

Теорема Штейнера. Момент інерції тіла відносно деякої осі дорівнює моменту інерції J_0 цього тіла відносно паралельної осі, що проходить крізь його центр мас плюс добуток маси тіла на квадрат відстані a між цими паралельними осями:

$$J_1 = J_0 + Ma^2.$$

Закон всесвітнього тяжіння: сила \vec{F} гравітаційного притягіння між двома точковими масами m_1 і m_2 , які знаходяться на відстані r одна від одної, дорівнює (у векторній формі):

$$\vec{F} = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^3} \cdot \vec{r}, \quad \text{де } \gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2 - \text{гравітаційна стала.}$$

Елементарна робота: $\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r}$, **повна робота** на шляху від точки 1 до т.2:

$$A = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Робота зовнішніх сил при обертальному русі:

$$\delta A_o = \vec{M} \cdot d\vec{\varphi}, \quad A_o = \int_1^2 \vec{M} \cdot d\vec{\varphi} \quad ,$$

де \vec{M} - повний момент зовнішніх сил, що діють на тіло і його скалярний добуток на кут $d\vec{\varphi}$.