

Міжмодова дисперсія інформаційного сигналу в оптичному хвилеводі

Найбільш спотворюючим (уширюючим) дисперсійним явищем являється міжмодова дисперсія. З самої назви, що вона має місце у випадку розповсюдження у хвилеводній структурі декількох оптичних мод. Розглянемо типовий багатомодовий ступінчатий оптичний волоконний світловод

Серцевина і оболонка такого волокна (і всіх інших типів) виготовляється з кварцового скла. Оболонка – з чистого кварцу, а серцевина - з кварцу, легovanого іншими матеріалами. Наприклад, барієм, германієм, або фтором. Технологія виготовлення оптичного волокна буде розглянута у відповідному розділі. Типові параметри такого волокна: $2a=50$ мкм, $\Delta n = 0,01$, $n=1,5$.

Підрахуємо кількість хвилеводних мод, що збуджуються в такому волокні на довжині хвилі $\lambda=1,3$ мкм.

$$V_{MMF} = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \approx \frac{2\pi}{\lambda} (2n\Delta n)^{1/2} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot (2 \cdot 1,5 \cdot 0,01)^{1/2}}{1,3} \approx 20$$

$$N_m = \frac{V^2}{2} \sim \frac{20^2}{2} \sim 200 \text{ мод}$$

Таким чином, в багатомодовому волокні збуджується величезна кількість оптичних мод, які рухаються з різною фазовою швидкістю. Для оцінки міжмодової дисперсії досить розглянути лише дві крайні моди: найшвидшу і найповільнішу.

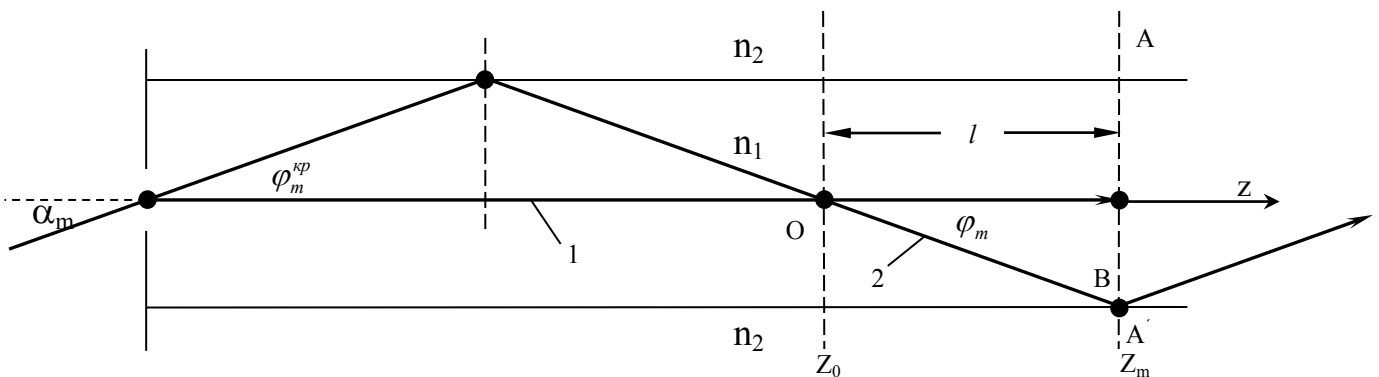


Рис. 2 Утворення міжмодової дисперсії в багатомодовому волокні.

Весь спектр хвилеводних мод лежить між осовою модою та модою, що утворюється при граничному куті $\varphi_m = \arccos(n_2 / n_1)$.

Звичайно обидві моди по матеріалу волокна розповсюджуються з однією фазовою швидкістю $v_\phi = \frac{c}{n_1}$. Розглянемо час, коли ці моди перетинають переріз

AA' хвилеводу при русі з точки O. З цієї точки обидві моди стартують одночасно. Відстань $OO' = l$ осева, основна мода проходить за час $t_0 = \frac{l}{v_\phi} = \frac{l \cdot n_1}{c}$,

крайня мода високого порядку з конуса числової структури перетинає переріз AA' в момент часу $t_m = \frac{OB}{v_\phi} = \frac{l \cdot n_1}{\cos \varphi_m \cdot c} = \frac{n_1^2 \cdot l}{n_2 \cdot c}$. Таким чином промені, введені в

оптичне волокно одночасно, на виході будуть спостерігатися впродовж часу $\tau_{dis}^{MMF}(l) = t_m - t_0$

$$\tau_{dis}^{MMF}(l) = \frac{l \cdot n_1}{c} - \frac{l \cdot n_1^2}{n_2 \cdot c} = \frac{l \cdot n_1}{c} \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) = \frac{l \cdot n_1}{c \cdot n_2} (n_1 - n_2) = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{l}{c} \cdot \Delta n.$$

Таким чином, світловий імпульс, утворений групою мод буде розмитий в часі при проходженні відстані l на величину, що визначається виразом:

$$\frac{\tau_{dis}^{MMF}(l)}{l} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\Delta n}{c} \left[\frac{\text{мксек}}{\text{км}} \right] \quad (6)$$

Це уширення (6) відомо як міжмодова дисперсія. Оцінімо величину розпливання імпульсу внаслідок міжмодової дисперсії:

$$\frac{\tau_{dis}^{MMF}(l)}{l} \approx \frac{\Delta n}{c} = \frac{0,01}{3 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{сек}}} = 34 \cdot 10^{-9} \frac{\text{сек}}{\text{км}} = 34 \left[\frac{\text{мксек}}{\text{км}} \right]$$

Оцінімо її вплив на інформаційні можливості каналу зв'язку, побудованого на такому волокні. Згідно виразу (4) смуга пропускання такого каналу зв'язку визначається виразом:

$$W \approx \frac{c}{2\Delta n} [\text{МГц} \cdot \text{км}] \quad (7)$$

Для типового ступінчатого багатомодового волокна смуга пропускання

$$W_{MMF}^{step} = \frac{c}{2\Delta n} = \frac{3 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{сек}}}{2 \cdot 0,01} = 1,5 \cdot 10^7 \frac{\text{км}}{\text{сек}} = 15 [\text{МГц} \cdot \text{км}]$$

Така смуга дає можливість передавати на відстані в один кілометр більше двох сотень телефонних каналів і жодного телевізійного каналу. Таким чином, інформаційні можливості багатомодового ступінчатого хвилеводу вкрай обмежені. Таке волокно тепер не використовують в телекомунікаційних мережах. Перші спроби створення надширокосмугової оптичної лінії зв'язку були дуже невтішні. Як подолати цей фундаментальний бар'єр? Як було зазначено вище, при нормованій частоті $V < 2,405$ реалізується одномодовий режим розповсюдження світла в волокні, для якого міжмодова дисперсія відсутня. Теоретики знали про цей факт дуже давно, але технології виготовлення волокна з серцевиною $d = 2a \leq 10$ мкм на той час ще не існувало. Фізики теоретики запропонували реалізувати оригінальну ідею, а саме: створити волокно з градієнтом показника заломлення по серцевині (рис.3б).

В такому волокні основна мода, що розповсюджується по осі хвилеводу є найбільш повільною, оскільки в центрі серцевини найбільша величина показника заломлення. Найбільш швидка мода тепер реалізується при $\varphi = \varphi_m$. Наявність градієнту показника заломлення призводить до того, що міжмодова дисперсія не накопичується з відстанню, а в деякому перерізі волокна компенсується до нуля і далі картина періодично повторюється, як це показано на рис.3б. Профіль показника заломлення в градієнтному багатомодовому волокні, як правило, параболічний.

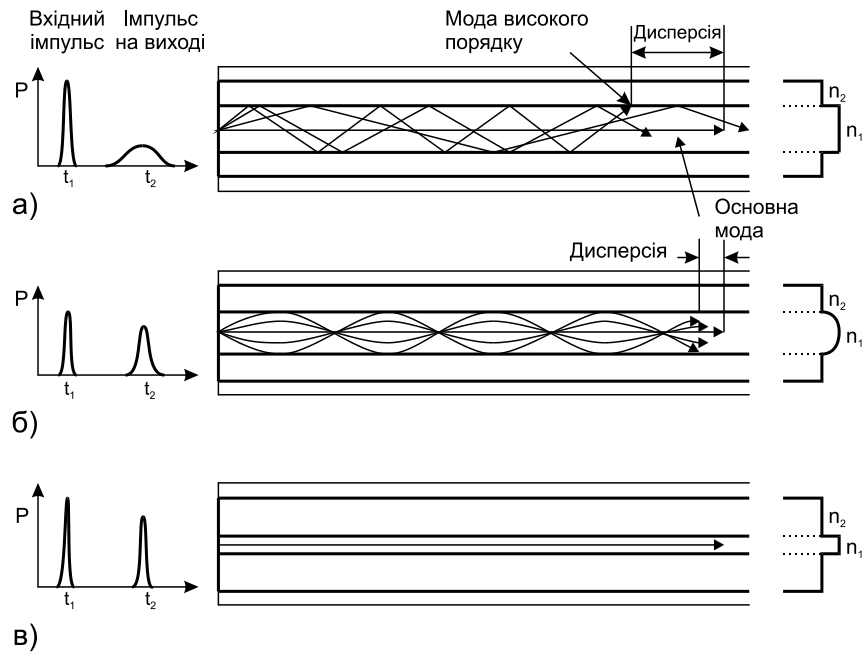


Рис.3. Поширення світла вздовж волокон різних типів:
а) багатомодовому східчастому, б) багатомодовому градієнтному,
в) одномодовому східчастому волокну

Дисперсійне рівняння оптичних хвелеводних мод асиметричного планарного хвелевода. Променева модель.

Розглянемо детально процес хвелеутворення в довільній, асиметричній, планарній тришаровій діелектричній структурі, що складається із самої хвелеводної плівки з діелектричною сталою n_f , підкладки та покрівельного шару з діелектричними сталими n_s та n_c відповідно (Рис. 1). Між показниками заломлення цих шарів повинне виконуватись співвідношення: $n_f > n_s > n_c$. У ролі покрівельного шару часто виступає повітря ($n_c = 1$). Якщо $n_s = n_c$, хвелеводна структура називається симетричною.

Розглянемо неоднорідні плоскі хвилі, що розповсюджуються вздовж такої тришарової плівки в напрямку вісі z .

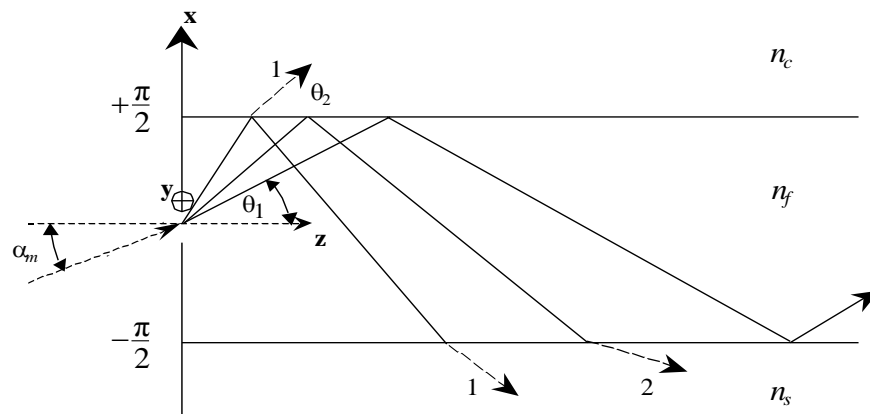


Рис. 1 Моді асиметричного планарного хвелеводу

Будемо вважати, що джерело випромінювання, яке збуджує оптичні хвилі в діелектричному шарі з показником заломлення n_f , також не має залежності від y . Таким джерелом може бути щілина, що випромінює у всіх напрямках в інтервалі кутів $(-\frac{\pi}{2}; +\frac{\pi}{2})$. Кут θ_1 відраховується від напрямку розповсюдження, який завжди пов'язують з віссю z . В залежності від величини кута θ_1 , який пов'язаний із зовнішнім кутом падіння α_m законом Снеліуса ($\alpha_m = n_f \sin \theta_1$), може бути реалізовано три режими розповсюдження світла у хвелеводі [1, 2]:

а) Кут $\theta_1 > \theta_{0c}$, де $\theta_{0c} = \arccos(n_c/n_f)$ – кут повного внутрішнього відбиття падаючого променя від покрівельного шару. При цьому промінь частково відбивається від границі $n_f - n_c$, а частково виходить під кутом θ_2 , який визначається із закону Снеліуса: $n_f \cos \theta_1 = n_c \cos \theta_2$. Оскільки $n_f \approx n_s$ (як правило, показники заломлення хвелеводного шару та підкладки дуже близькі), цей промінь майже повністю виходить у підкладку.

Такий процес часткового відбиття та заломлення повторюється безперервно, а початкова енергія розподіляється між всіма променями. Оптичні хвилі, що утворюються в системі хвелевод–покрівельний шар–підкладка у випадку, коли відсутнє повне внутрішнє відбиття на обох

границях, називаються модами випромінювання. Поля вздовж z для таких мод спадають по інтенсивності за рахунок витікання. Отже, умова існування мод випромінювання: $\theta_{0c} < |\theta_1| < \pi/2$;

б) Промені в шарі n_f розповсюджуються в діапазоні кутів $\theta_{fs} < |\theta_1| < \theta_{0c}$, де $\theta_{fs} = \arccos(n_s/n_f)$. Такі хвилі повністю відбиваються на границі плівка–покрівельний шар, частково відбиваються на границі плівки–підкладинка, а частково випромінюються в підкладинку. Такі хвилі також належать до групи мод випромінювання і називаються модами підкладинки;

в) Промені, що входять у хвильовод під кутами $\theta_1 < \theta_{fs}$, повністю відбиваються від обох границь. Такі хвилі називаються модами плівки. Енергія оптичних мод сконцентрована в плівці і направляється по плівці. Синус граничного кута α_m , який забезпечує такий режим розповсюдження оптичного випромінювання, називають в оптиці числовою апертурою хвильоводної структури і позначають аббревіатурою NA:

$$\sin \alpha_m = n_f \sin \theta_{fs} = (n_f^2 - n_s^2)^{1/2} = NA$$

Покажемо, що наявність повного внутрішнього відбиття на обох границях тришарової структури являється лише необхідною умовою утворення світла, що розповсюджується по хвильоводу вздовж вісі z . Для цього, використовуючи просту, але фізично наглядну променеву модель розповсюдження оптичного випромінювання в планарному хвильоводі, отримаємо дисперсійне рівняння для хвильоводного режиму, тобто для випадку, коли неоднорідна плоска хвиля повністю відбивається від обох границь ($\theta_1 < \theta_{fs}$). Нагадаємо, що при повному внутрішньому відбитті амплітуди падаючого та відбитого випромінювання рівні між собою, а фаза відбитого променя залежить від поляризації падаючого випромінювання (ТЕ або ТМ), оптичних параметрів середовищ та самого кута повного внутрішнього відбиття [3].

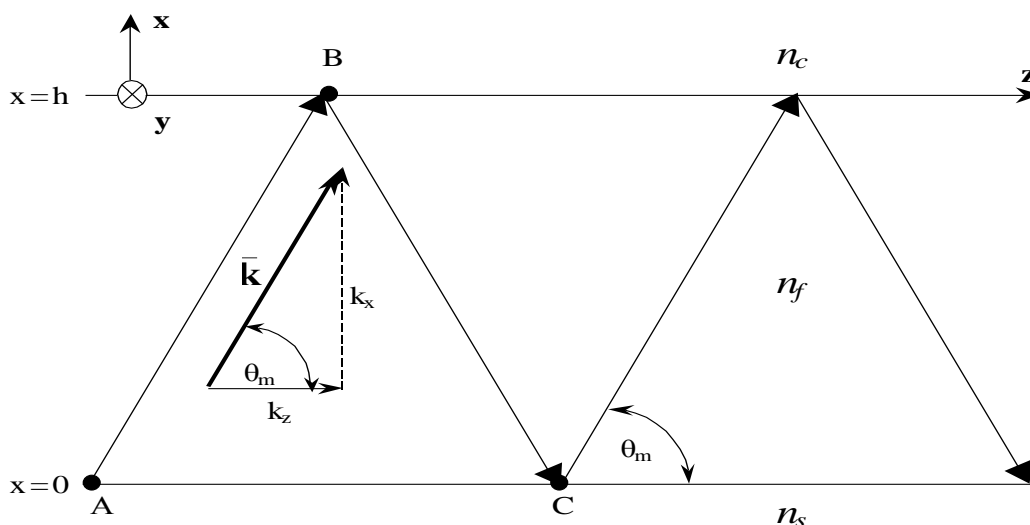
З рівнянь Максвелла автоматично випливає, що власними хвилями середовища, в якому відсутні зміни вздовж вісі y , являються раніше формально введені незалежні ТЕ– (E_y, H_x, H_z) та ТМ– (E_x, H_y, E_z) електромагнітні хвилі. Оптична хвильоводна мода утворюється внаслідок зигзагоподібного руху таких власних хвиль між покрівельним шаром та підкладинкою при деяких додаткових умовах. Визначимо ці умови. Очевидно, що поля таких хвиль в нашій структурі змінюються по закону

$$\exp [-j \cdot (k_x \cdot x + k_z \cdot z)],$$

де $k_x = \pm k_{nf} \sin \theta$ – поперечна компонента хвильового вектора, яка при зигзагоподібному розповсюдженні змінює знак; $k_z = \beta_z = k_{nf} \cos \theta$ – повздовжня компонента хвильового вектора або стала розповсюдження.

Суттєво, що при хвильоводному розповсюдженні променя кут θ не може приймати будь-які неперервні значення, а тільки такі (дискретні), які призводять до утворення картини самоузгодженого розподілу поля, що відповідає певній хвильоводній моді. Просумуємо всі зміни фази, що мають місце при русі хвилі від точки А (нижня границя $x = 0$) до верхньої границі ($x=h$) і далі при русі відбитої хвилі до точки С, тобто до вихідної ситуації (Рис. 2). Для утворення самоузгодженого поля необхідно, щоб поле в точці С

Ця умова і буде достатньою для утворення хвилеводних мод. Запишемо її математичний вираз. У зміну фази хвилі робить внесок лише



Отже, остаточно дисперсійне рівняння для TE_m -хвильоводних мод має вигляд:

$$2kh\sqrt{n_f^2 - N_m^2} = 2\arctg \frac{\sqrt{N_m^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}} + 2\arctg \frac{\sqrt{N_m^2 - n_s^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}} + 2m\pi. \quad (3)$$

Це дисперсійне рівняння встановлює залежність між параметрами хвилеводу h , n_f , n_c , n_s та довжиною оптичної хвилі ($k = 2\pi/\lambda$), або її частотою. Очевидно, що стала розповсюдження хвилеводної моди $\beta = k \cdot N_m = k \cdot n_f \cdot \cos\theta$ змінюється в межах:

$$k \cdot n_s < \beta < k \cdot n_f. \quad (4)$$

Оскільки, як було зазначено вище, хвилеводні моди збуджуються при $\theta_1 < \theta_{fs} = \arccos(n_s/n_f)$, то мінімальне значення сталої розповсюдження $kN_m = kn_s$.

Аналогічно, для випадку збудження ТМ_m-мод отримаємо дисперсійне рівняння:

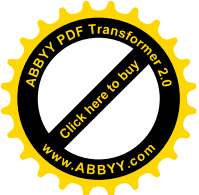
$$kh\sqrt{n_f^2 - N_m^2} = \arctg \left\{ \left(\frac{n_f}{n_c} \right)^2 \frac{\sqrt{N_m^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}} \right\} + \arctg \left\{ \left(\frac{n_f}{n_s} \right)^2 \frac{\sqrt{N_m^2 - n_s^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}} \right\} + m\pi \quad (5)$$

Рівняння (3) та (5) трансцендентні, простого аналітичного виразу для сталої розповсюдження β_m (або ефективного показника заломлення N_m) не існує. Тому для аналізу (3), (5) поступають наступним чином. При заданих, відомих параметрах хвилеводу n_s , n_f , n_c , наприклад, надають значення N_m з інтервалу $n_s < N_m < n_f$ і знаходять товщину хвилеводу, в якому буде збуджуватись m хвилеводних мод.

Наприклад, монокристалічна феритова плівка залізо-ітрієвого ферит-гранату (ЗІГ), прозора в діапазоні інфрачервоного випромінювання, на одній з частот генерації He-Ne лазера ($\lambda = 1,15$ мкм) має такі параметри: $n_f = 2,25$ – показник заломлення хвилеводної плівки $Y_3Fe_5O_{12}$, $n_s = 1,945$ – показник заломлення підкладки GGG, $n_c = 1$ – показник заломлення покрівельного шару (повітря). Дисперсійна залежність хвилеводних мод у такій плівці (залежність ефективного показника заломлення N_m від товщини h), яка розрахована за допомогою формул (3) та (5), показана на рис. 3.

Таким чином, ефективний показник заломлення конкретної хвилеводної моди в планарному хвилеводі приймає тільки певне дискретне значення, яке задовольняє умові поперечного резонансу. Причому фазові швидкості ортогональних TE_m- та ТМ_m-мод одного порядку мають суттєво різні значення. Конкретне положення робочої моди на дисперсійній характеристиці (при фіксованій товщині хвилеводу це просто точка на характеристиці, а при експериментальному збудженні – яскравий спалах) задається конкретною товщиною хвилеводу. Наприклад, при товщині хвилеводу $h = 2$ мкм у хвилеводі

(в залежності від поляризації та сталої розповсюдження збуджуючого оптичного випромінювання) може існувати 4 TE- або 4 ТМ-моди. Таким чином, власними хвилями оптичного планарного хвилеводу є ортогональні TE_m- та ТМ_m-моди, які розповсюджуються з різними фазовими швидкостями. Останній факт являється джерелом міжмодової дисперсії в багатомодових хвилеводах.



Під мультиплексуванням (часто також використовується термін **ущільнення**) розумітимемо об'єднання декількох менших за ємністю вхідних каналів зв'язку в один канал передачі більшої ємності. При реалізації такого об'єднання одним з основних завдань є усунення взаємного впливу сусідніх каналів. Найчастіше використовують два методи мультиплексування:

- з **частотним** розділенням каналів (частотне мультиплексування/ущільнення);
- з **часовим** розділенням каналів (часове мультиплексування/ущільнення).

При частотному мультиплексуванні смуга частот вихідного каналу ділиться на деяке число підсмуг (підканалів). Частотне мультиплексування достатнє складне в реалізації і настройці.

При часовому мультиплексуванні на передавальній стороні комутатор послідовно підключає кожен вхідний канал на певний проміжок часу (званий також тайм-слот, інтервал комутації, цикл), необхідний для посилки якоїсь фіксованої частини сигналу в даному каналі. Сформований таким чином потік частин сигналів від різних вхідних каналів прямує в канал зв'язку. На приймальній стороні виконується демультиплексування каналу зв'язку за допомогою аналогічного комутатора і розподілу частин сигналів по різних вихідних каналах. Слід зазначити, що комутатори на передавальній і приймальній сторонах повинні бути **синхронізовані**.

Одиничний волоконний світлопровід може бути використаний як для одноканального, так і для багатоканального зв'язку, в одному або двох напрямках.

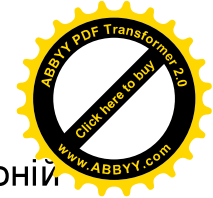
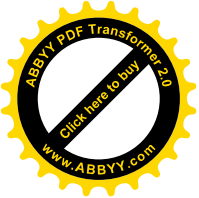
При багатоканальному зв'язку мультиплексування - операція абсолютно необхідна.

Багатоканальні системи світлопроводів можуть бути побудовані з використанням двох видів мультиплексування:

- мультиплексування **електричних** сигналів перед їх перетворенням в оптичні;
- мультиплексування **оптичних** сигналів.

Оптичне (хвильове) мультиплексування (Wavelength Division Multiplexing – WDM) використовує принцип частотного розділення в оптичному середовищі.

Хвильовий оптичний мультиплексор об'єднує декілька вхідних сигналів з різними несучими частотами в один багаточастотний оптичний сигнал і передає його в одне волокно. Мультиплексування виконується пасивними пристроями, функціонування яких ґрунтується на відомих явищах фізичної оптики - дисперсії, дифракції, інтерференції. Зворотну операцію здійснює оптичний демультиплексор, який виділяє з багаточастотного сигналу одноканальні несучі потоки і направляє їх по окремих волокнах до приймачів.



Звичайне оптичне волокно має три вікна прозорості в інфрачервоній області, їх центральні довжини хвиль рівні 850, 1300 і 1550 нм. Для передачі сигналів на великі відстані використовуються довжини хвиль 1300 і 1550 нм, що мають мінімальне загасання.

Спочатку в одному оптичному волокні об'єднувалися і відокремлювалися оптичні сигнали двох довжин хвиль $\lambda_1=1310$ нм і $\lambda_2=1550$ нм або $\lambda_2=850$ нм. Це дозволяло подвоїти пропускну спроможність одного волоконного світлопровода.

Потім почали застосовувати системи оптичного мультиплексування високої щільності (DWDM), в яких зазвичай передаються 4, 8, 16, 32 або 80 і більш каналів з швидкостями 2,5 або 10 Гбіт/с.

У цих системах використовується третє вікно прозорості з довжинами хвиль 1528 - 1560 нм або так звана стандартна смуга C (Conventional), а інтервал частот між каналами складає 100 - 1000 ГГц (приблизно 0,8...8 нм).

Крім цього, формується клас широкосмугових DWDM систем, що перекривають третє (1320 - 1528 нм) і четверте (1528 - 1612 нм) вікна прозорості. Четверте вікно ще називають L (Long) смугою.

Нарешті, створене волокно, в якому усунений пік поглинання в п'ятому вікні прозорості (близько 1400 нм).

У MCE-T обговорюються проблеми використання шести суміжних частотних смуг оптичного діапазону (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Частотні смуги оптичного діапазону

| Позначення | Найменування смуги | Діапазон, мкм |
|------------|---|---------------|
| O | Первинна (Original) | 1,260 – 1,360 |
| E | Розширена (Extended) | 1,360 – 1,460 |
| S | Короткохвильова (KB) (Short wavelength) | 1,460 – 1,530 |
| C | Стандартна (Conventional) | 1,530 – 1,565 |
| L | Довгохвильова (ДВ) (Long wavelength) | 1,565 – 1,625 |
| U | Наддовгохвильова (СДВ) (Ultra long wavelength) | 1,625 – 1,675 |

Мультиплексування з **кодовим розділенням** (CDM - Code Division Multiplexing), відоме також як широкосмугове, є ще одним методом, що набув великого поширення (у зв'язку з бурхливим розвитком стільникового зв'язку).

На відміну від інших методів мультиплексування, де енергія сигналу концентрується на вибраних частотах або часових інтервалах, в методі CDM енергія сигналу розподілена в безперервному частотно-часовому просторі.

Принцип CDM полягає в розширенні спектру початкового інформаційного сигналу, яке може виконуватися двома способами:

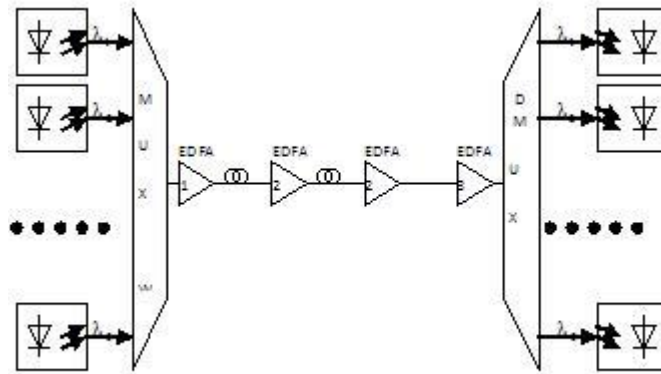
2_3. Хвильове мультиплексування інформаційних каналів у волоконно-оптичному зв'язку.

Одночасна передача по волоконно-оптичному зв'язку багатьох незалежних інформаційних каналів на різних оптичних несучим дозволяє використовувати всю оптичну смугу пропускання световода. Ця технологія в закордонній літературі одержала назву «wavelength division multiplexing» (WDM). У вітчизняній літературі застосовується термін «спектральне ущільнення» (СУ). Використовуються також терміни «оптичне мультиплексування з поділом по довжинах хвиль» (МРДВ), «хвильове, або спектральне, мультиплексування». Термін СУ ставиться до декількох варіантів реалізації, що відрізняється щільністю розташування спектральних каналів.

Кожний компонент у системі WDM з певною довжиною хвилі являє собою окремий оптичний канал передачі інформації зі своїм передавачем і приймачем. Додавання нового каналу в лінію зв'язку зводиться до введення нового компонента світлового пучка на не зайнятий довжині хвилі й ніяк не впливає на роботу вже існуючих оптичних каналів передачі сигналів. Для передачі інформації з різних каналів можуть використовуватися аналогові й цифрові сигнали, різні протоколи й швидкості передачі. Така можливість об'єднання, передачі по волокну й наступному поділу каналів з різними довжинами хвиль несучої заснована на принципі суперпозиції (незалежності) хвиль у лінійній оптиці. Нелінійна взаємодія хвиль може привести до появи небажаних перехресних перешкод, і тому потрібно вживати заходів по ослабленню нелінійних ефектів в WDM-Системах зв'язку.

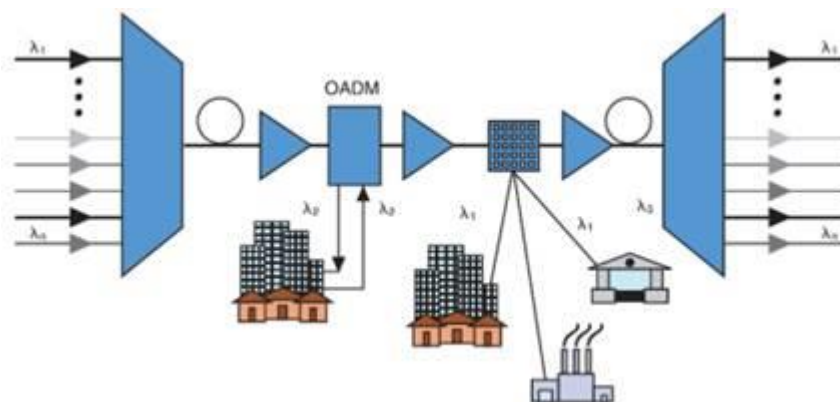
Принцип роботи WDM-Систем пояснює малюнок 1.1. Світлові сигнали з різними довжинами хвиль, генерируемые декількома оптичними передавачами, поєднуються мультиплексором і вводяться в оптичне волокно лінії зв'язку. При більших відстанях передачі на лінії зв'язку встановлюється один або кілька оптичних підсилювачів. На прийомному кінці лінії

зв'язку демультиплексор приймає складений сигнал, виділяє з нього вихідні компоненти з різними довжинами хвиль і направляє їх на відповідні фотоприймачі.



Малюнок 1.1-1- Структура волоконно-оптичної лінії зв'язку із хвильовим мультиплексуванням

Така система передачі «крапка-крапка» забезпечує збільшення пропускної здатності лінії зв'язку між двома вузлами. Однак можливості й переваги технології WDM у ще більшому ступені розкриваються в складних мережах зв'язку, що містять багато різних вузлів. На проміжних вузлах спектральні канали можуть бути додані або виділені зі складеного сигналу за допомогою мультиплексорів введення/виводу, а інші канали проходять через вузол без перетворення в електричний сигнал. У деяких вузлах пристрою оптичної кросскомутації дозволяють перенаправляти канали по нових напрямках (мал. 1.2).



Малюнок 1.2 - Принцип роботи WDM-Систем передачі інформації в складних мережах.

OADM-

Мультиплексор уведення/виводу оптичних несучих, ОС- оптичний крос-комутатор.

Перші дослідження WDM-Технології, проведені в 1980-х роках, продемонстрували можливість об'єднання оптичним несучим, розділеним спектральним інтервалом 10-25 нм, для передачі сигналів по многомодовому волокну в локальних мережах, при цьому робочі довжини хвиль розташовувалися в першому (850 нм) і другому (1310 нм) вікнах прозорості.

Першими WDM-Системами, що знайшли практичне застосування, стали двухволновые WDM-Системи, що об'єднали дві несучі довжини хвиль 1310 нм і 1550 нм. Практичний успіх двухволновых WDM-Систем обумовлений тим, що вони дозволяють або подвоїти сумарну швидкість передачі сигналів по одному волокну, або створити дуплексні системи на одному волокні, не змінюючи існуючого активного встаткування й використовуючи прості й надійні двухволновые мультиплексори/демультиплексори.

Застосування оптичних підсилювачів EDFA (Erbium doped fiber amplifier) значно розширює можливості систем з WDM, починає бурхливо розвиватися технологія спектрального мультиплексування із щільним розташуванням спектральних каналів - DWDM (Dense Wavelength Division Multiplexing). Економічна ефективність систем DWDM у системах далекого зв'язку різко збільшилася із застосуванням оптичних підсилювачів, тому що один пристрій - підсилювач - замінило десятки регенераторів, що використовувалися до появи оптичних підсилювачів для відновлення оптичних сигналів кожного спектрального каналу окремо. Системи електричної регенерації сигналів, застосовувані, наприклад, у мережах SDH, є досить дорогими й, крім того, протокольно залежними, тому що вони можуть регенерувати тільки певний вид кодування сигналу.

У силу того, що основний робочий діапазон підсилювачів EDFA лежить у межах довжин хвиль 1525–1565 нм, з'явилася необхідність розмістити в цьому

проміжку якнайбільше каналів. Найбільш широке поширення одержали системи, у яких передбачене розташування каналів із частотним інтервалом $\Delta\nu = 100$ ГГц, що в області 1550 нм відповідає спектральному інтервалу $\Delta\lambda = 0,8$ нм. Ведуться роботи зі створення систем із частотним інтервалом 50 ГГц (0,4 нм) і навіть 25 і 12,5 ГГц.

Технологія DWDM виявилася незамінною в лініях далекого зв'язку, у яких необхідно передавати величезні потоки інформації на більші відстані, що вимагають застосування оптичних підсилювачів. Крім того, останнім часом активно розвиваються міські мережі й мережі доступу, у яких також доцільне застосування технологій спектрального мультиплексування. У деяких з них не потрібні настільки високі сумарні потоки інформації, які забезпечує технологія DWDM.

Види оптичного мультиплексування. В сучасних волоконно-оптичних технологіях розроблені такі види спектрального мультиплексування: грубе, щільне і надщільне, які відрізняються кількістю оптичних каналів та оптичним діапазоном.

Грубе спектральне мультиплексування (Coarse Wavelength Division Multiplexing, CWDM) характеризується тим, що відстань між сусідніми каналами дорівнює 20 нм (у деяких випадках 25 нм), кількість оптичних каналів не перевищує 18.

Щільне оптичне мультиплексування DWDM (Dense Wavelength Division Multiplexing). У системах DWDM мультиплексується до 40 спектральних каналів з розносом довжин хвиль між каналами 0,8 нм.

Зверхщільне оптичне мультиплексування HDWDM (Hyper Dense Wavelength Division Multiplexing), в якому мультиплексується до 80 спектральних каналів з розносом довжин хвиль 0,4 нм. DWDM і HDWDM властиві: В DWDM та HDWDM використовується тільки одне вікно прозорості 1550 нм у межах області посилення EDFA (1530-1560 нм);

Системи з HDWDM вимагають випромінювачів із шириною спектра не більше 0,1 нм, а також вузькосмугових демультиплексорів. У цих системах сильніше проявляються дисперсійні спотворення. Класифікація систем з спектральним ущільненням наведена в табл.5.14.

Таблиця 5.14 – Класифікація систем зі спектральним ущільненням

| | CWDM | DWDM | HDWDM |
|-------------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------------------|
| Рознос довжин хвиль(частот) каналів | 20 нм або 25 нм | <1,6 нм (200ГГц,100ГГц,50ГГц) | <0,4 нм (25ГГц, 12,5ГГц) |
| Використовувані діапазони | O, E, S, C, L | S, C, L | C, L |
| Типове число каналів | 18 максимум | До 40 каналів | До 80 каналів |
| Вартість каналу | низька | висока | висока |

Технологія DWDM виявилася незамінною в лініях далекого зв'язку, у яких необхідно передавати величезні потоки інформації на значні відстані, що вимагає застосування оптичних підсилювачів. Крім того, останнім часом активно розвиваються міські мережі й мережі доступу, у яких також доцільне застосування технологій спектрального мультиплексування. У деяких з них не потрібні настільки високі сумарні потоки інформації, які забезпечує технологія DWDM, в цьому разі доцільно застосовувати технологію CWM.

2_4. Модулятори світла на основі електрооптичного ефекту.

Найбільш поширеним є електрооптичні модулятори, в яких зміна показника заломлення середовища пропорційна прикладеному електричному полю – ефект Поккельса. Це явище спостерігається лише в п'єзокристалах. Заломлюючі властивості кристалів в головній системі координат описуються симетричним тензором другого рангу:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{vmatrix}$$

В головній системі координат ця матриця однозначно пов'язана з характеристичною поверхнею другого порядку (тривісний еліпсоїд):

$$\frac{x^2}{\varepsilon_{11}} + \frac{y^2}{\varepsilon_{22}} + \frac{z^2}{\varepsilon_{33}} = 1$$

Оскільки зазначений ефект описується тензором третього рангу, з загальних принципів симетрії випливає, що ефект Поккельса спостерігається **лише в кристалах без центру симетрії**.

Розглянемо випадок, коли світло розповсюджується вздовж вісі x , а поляризоване вздовж вісі y . Електричне поле падаючого оптичного променя можна записати у вигляді: $E_y^{in}(\vec{r}, t) = A(\vec{r}, t) \cos(\omega t - k_0 x)$, де $k_0 = 2\pi/\lambda = \omega/c$ - модуль хвильового вектора падаючого оптичного випромінювання у вільному просторі. Поляризація падаючого випромінювання співпадає з власною (звичайною) поляризацією світла в кристалі. Отже після проходження кристалу поляризація світла залишиться без зміни навіть при наявності електричного поля, яке змінюється, наприклад, по гармонійному закону: $E_{elZ} = E_m \sin \Omega t$. Після проходження кристалу оптичне поле на виході буде мати вигляд:

$$E_y^{out}(\vec{r}, t) = A_y(\vec{r}, t) \cos(\omega t - k'x) = A_y(\vec{r}, t) \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c} \left(n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{13} E_{BIZ}\right) l_x\right),$$

де l_x - розмір кристалу в напрямку вісі x . Якщо падаюче на електрооптичний кристал світло поляризоване вздовж вісі y , що співпадає з напрямком поляризації незвичайного променя, оптичне поле на виході кристала буде мати вигляд: $E_z^{out}(\vec{r}, t) = A_z(\vec{r}, t) \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c} \left(n_e - \frac{1}{2} n_e^3 r_{33} E_{BIZ}\right) l_x\right)$.

І в цьому випадку **поляризація світла після проходження кристалу не змінилась**. Дія змінного електричного поля $E_{elZ} = E_m \sin \Omega t$ на оптичне випромінювання, що пройшло кристал, міститься виключно в його фазі. Таким чином вихідне оптичне випромінювання буде промодульоване по фазі з відповідним індексом фазової модуляції. Для звичайної і незвичайної хвиль індекси фазової модуляції визначаються виразами:

$$\delta_y = \frac{\pi n_o^3 r_{13} E_m \cdot l_x}{\lambda}, \quad \delta_z = \frac{\pi n_o^3 r_{33} E_m \cdot l_x}{\lambda}. \quad (1)$$

Таке модульоване по фазі випромінювання з незмінною поляризацією перетворити в модульоване по амплітуді можна **шляхом інтерференції опорного немодульованого світла і модульованого по фазі** лінійним електрооптичним ефектом.

Розглянемо інший, цікавий і практично важливий режим фазової модуляції світла. Якщо світло розповсюджується, як і раніше, вздовж вісі x , але поляризоване (**що суттєво**) під деяким кутом α до площини головного перерізу $\bar{k}\bar{z}$ (рис.1), в кристалі будуть одночасно розповсюджуватись дві власні хвилі (незвичайна та звичайна). Маємо класичний варіант двох коливань з різними фазами у взаємно ортогональних площинах. Зсув фаз між власними хвилями при проходженні ними деякої відстані l_x в кристалі (вздовж вісі x) буде мати вигляд:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n'_e - n'_o) l = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) l + \frac{2\pi}{\lambda} (n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}) E_3 l = \Delta\varphi_o + \Delta\varphi_e \quad (2)$$

Рис. 1. Оптична індикатриса кристалу LiNbO_3 , наведена електричним полем $E_3 \neq 0$.

В (2) $E_3 = E_m \sin \Omega_m t$. Перший член в (2) являє собою звичайне оптичне двозаломлення, другий $\Delta\varphi_e$ - фазовий зсув, наведений електричним полем. Це і є, власне, електрооптичний ефект. Оскільки електричне поле пов'язане з прикладеною напругою відомим співвідношенням $E_3 = V/d_z$, фазовий зсув, наведений лінійним електрооптичним ефектом можна переписати у вигляді:

$$\Delta\varphi_E = \frac{\pi d_x V}{\lambda d_z} (n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}). \quad (3)$$

Результуюче оптичне випромінювання, що утворюється внаслідок розповсюдження в кристалі двох ортогональних власних хвиль з різними фазами і різними амплітудами, буде мати той чи інший тип еліптичної поляризації (рис.2).

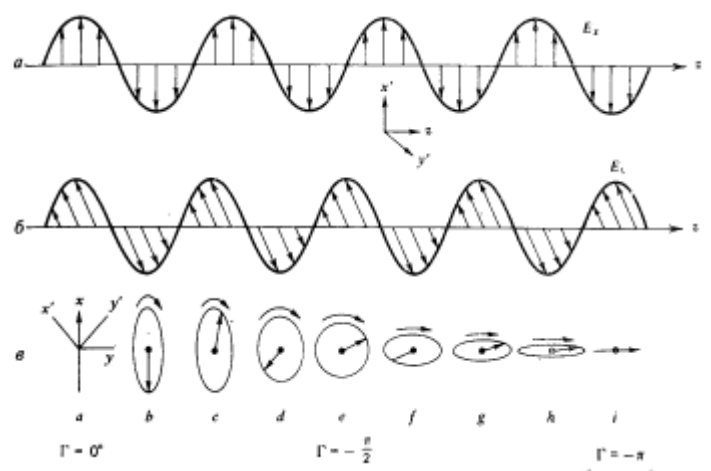


Рис.2. Поляризація вихідного випромінювання в залежності від зсуву фаз між власними хвилями.

Наприклад, при рівності амплітуд звичайної і незвичайної хвиль, і при зсуві фаз між ними 90° , результуюче оптичне випромінювання буде мати кругову поляризацію. При всіх інших співвідношеннях між амплітудою і фазою ортогональних власних хвиль, результуюче коливання буде мати еліптичну поляризацію (від лінійної до ортогональної лінійної). Оскільки зсув фаз між власними хвилями змінюється по закону зміни електричного поля E_z , стан поляризації оптичного випромінювання після кристалу буде також змінюватися по закону зміни електричного поля. Саме цей варіант модульованого по фазі випромінювання дуже легко перетворити в амплітудно модульоване випромінювання пропускаючи його через аналізатор.

В виразі (3) величина напруги V , яку необхідно прикласти до кристалу, щоб змінити вхідну лінійну поляризацію на ортогональну лінійну, називається напругою півхвильового зміщення. Цей параметр характеризує “силу” електрооптичного ефекту кристалу.

Тракт приемника от антенного входа до выхода детектора является широкополосным и линейным для комплексной огибающей, все активные элементы и фильтры имеют полосу пропускания, достаточную для неискаженного прохождения принятого сигнала. Только и исключительно baseband фильтр после детектора имеет правильно выбранную частотную и фазовую характеристики для эффективного выделения полезного сигнала из шумов с минимальной потерей информации.

Определим требования к частотной характеристике последетекторного baseband фильтра (рис.6.4), которые обеспечивали бы оптимальную фильтрацию детектированного сигнала, т.е. максимальное отношение сигнал/шум на выходе фильтра.

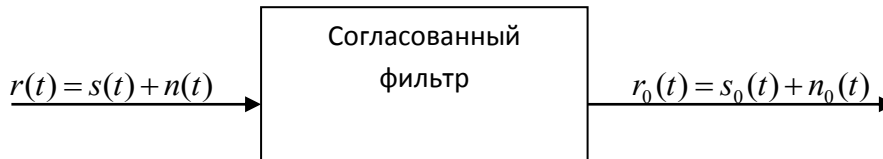


Рис. 6.4. Согласованный фильтр

Далее исходный передаваемый сигнал в baseband диапазоне обозначается как $s(t)$, принятый сигнал в baseband диапазоне обозначен как $r(t)$, мощность аддитивного гауссовского шума радиоканала обозначается как $n(t)$. Предполагается также, что различие между исходным передаваемым сигналом $s(t)$ и принятым сигналом $r(t)$ определяется только шумами радиоканала $n(t)$. Соответствующие параметры сигнала на выходе фильтра имеют нижние индексы 0. Сам фильтр характеризуется частотной передаточной характеристикой $H(f)$ или импульсной характеристикой $h(t)$. Сигнал, поступающий на фильтр, существует на временном интервале $0 \dots T$ и равен нулю всюду за этим интервалом. Форма поступающего на фильтр сигнала $s(t)$ заведомо известна.

Отметим, что нет ничего противоречивого в том, что форма принимаемого сигнала известна. При передаче цифровой информации форма импульсов информационной последовательности всегда заранее определена и не информативна, информация передается правильной последовательностью нулей и единиц (для бинарного сигнала) или последовательностью символов (для многопозиционного сигнала). Поэтому задача приемника состоит в том, чтобы путем сравнения заранее известных форм сигнала с формой принятого сигнала узнать, какая именно форма сигнала получена в настоящий момент (какой именно символ принят).

Соотношение сигнал/шум на выходе фильтра определяется как отношение мощности сигнала $s_0(t_0)$ на выходе фильтра в некоторый фиксированный момент времени t_0 к средней мощности шума на выходе того же фильтра:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{out} = \frac{s_0^2(t)}{n_0^2(t)} \quad 6.21$$

Сигнал $s_0(t_0)$ и средняя мощность шума $\bar{n}_0^2(t)$ на выходе фильтра определяются входным сигналом и характеристикой фильтра очевидными уравнениями, справедливыми для любого линейного устройства:

$$s_0^2(t_0) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \cdot S(f) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t_0} df \right|^2 \quad 6.22$$

$$\bar{n}_0^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 \cdot PDF(f) df$$

где

$S(f)$ – преобразование Фурье от временной формы входного сигнала

$PDF(f)$ – спектральная плотность шума на входе фильтра

$H(f)$ – частотная характеристика фильтра

Представим выражение для мощности сигнала на выходе фильтра в следующем виде:

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \cdot S(f) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t_0} df \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |H(f) \cdot \sqrt{PDF(f)}|^2 df \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{S(f) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t_0}}{\sqrt{PDF(f)}} \right|^2 df \quad 6.23$$

Равенство в 6.23 имеет место в том случае, когда подинтегральные функции в двух интегралах правой части уравнения являются комплексно сопряженными функциями.

Подставляя выражения 6.22 в 6.21 с учетом 6.23, можно получить следующую верхнюю оценку для соотношения сигнал/шум на выходе фильтра:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_{out} \leq \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(f)|^2}{PDF(f)} df \quad 6.24$$

Максимальное значение отношение сигнал/шум 6.24 достигает в случае, как отмечалось выше, равенства комплексно сопряженных подинтегральных выражений в уравнении 6.23, т.е. при условии:

$$H(f) \cdot \sqrt{PSD(f)} = \frac{S^*(f)}{\sqrt{PSD(f)}} \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t_0}$$

$$H(f) = K \cdot \frac{S^*(f)}{PSD(f)} \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t_0} \quad 6.25$$

где

K – произвольная постоянная

Линейный фильтр, имеющий частотную характеристику $H(f)$, определенную выражением 6.25, называется оптимальным фильтром и обеспечивает максимальное соотношение сигнал/шум на выходе фильтра выделенный момент времени t_0 .

Отметим следующие существенные свойства оптимального фильтра:

- оптимальный фильтр отнюдь не сохраняет неизменной форму входного сигнала, что было бы физически невозможно. Только линейное устройство с бесконечной полосой пропускания и линейной фазовой характеристикой оставляет форму сигнала неизменной. Согласованный фильтр искажает форму входного сигнала таким образом, чтобы в некоторый фиксированный момент времени t_0 уровень выходного сигнала становится максимально большим по отношению к уровню шума на выходе
- частотная характеристика оптимального фильтра определяется не только формой принимаемого сигнала, но и спектральной плотность шума радиоканала в принимаемой полосе частот
- в общем случае оптимальный фильтр не является фильтром Найквиста, т.е. его импульсная и частотная характеристики не удовлетворяет критерию Найквиста об отсутствии межсимвольной интерференции. Оптимизация соотношения сигнал/шум приводит к появлению межсимвольных искажений

Для белого гауссовского шума спектральная плотность шума постоянна $PSD(f) = N_0/2$ и передаточная характеристика 6.25 оптимального фильтра принимает вид:

$$H(f) = K \cdot \frac{2 \cdot S^*(f)}{N_0} \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t_0} \quad 6.26$$

Фильтр с передаточной характеристикой вида 6.26 называется согласованным (имеется ввиду, что фильтр согласован с шумовыми характеристиками канала связи). При этом максимальное значение соотношения сигнал/шум на выходе согласованного фильтра равно:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{out} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(f)|^2}{N_0/2} df = \frac{2}{N_0} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \frac{2 \cdot E_s}{N_0} \quad 6.27$$

где

E_s – энергия принимаемого сигнала

В первом преобразовании использована теорема Парсеваля, утверждающего равенство интеграла в бесконечных пределах от квадрата модуля частотной характеристики интегралу в бесконечных пределах от квадрата временной характеристики. Интуитивно это совершенно понятно. т.к. оба интеграла выражают полную энергию сигнала.

Формула 6.27 утверждает, что максимально возможное соотношение сигнал/шум на выходе линейного фильтра в условиях белого гауссовского шума зависит только от энергии сигнала и не зависит от формы сигнала (при этом частотная характеристика согласованного фильтра 6.26, разумеется, определяется временной формой сигнала). Следует ясно понимать, что под энергией сигнала подразумевается энергия сигнала в baseband диапазоне.

Б.2.3. Критерий максимального правдоподобия

Довольно часто сведения об априорных вероятностях гипотез или классов сигналов отсутствуют. Даже при наличии такой информации ее точность иногда вызывает сомнения. В таких случаях решения обычно принимаются исходя из предположения о возможности наиболее выгодной априорной вероятности; иными словами, значения априорных вероятностей выбираются так, чтобы классы были *равновероятными*. Если выбран такой подход, то критерий принятия решения является **критерием максимального правдоподобия**, и выражение (Б.8) записывается в следующем виде:

$$\frac{P(z|s_1)}{P(z|s_2)} \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} 1. \quad (\text{Б.9})$$

Отметим, что критерий **максимального правдоподобия**, приведенный в выражении (Б.9), аналогичен правилу **максимального правдоподобия**, описанному в примере Б.3.

Б.3.1. Двоичное решение по принципу максимального правдоподобия

В наглядном представлении процесса принятия решения (пример Б.3) фигурировали треугольные функции плотности вероятности. На рис. Б.4 приведены функции плотностей условных вероятностей для двоичных выходных сигналов, искаженных шумом: $z(T) = a_1 + n_0$ и $z(T) = a_2 + n_0$. Сигналы a_1 и a_2 взаимно независимы и равновероятны. Шум n_0 предполагается независимой гауссовой случайной переменной с нулевым средним, дисперсией σ_0^2 и плотностью вероятности, описываемой следующей формулой:

$$p(n_0) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{n_0^2}{\sigma_0^2} \right) \right]. \quad (\text{Б.10})$$

Следовательно, отношение правдоподобий, выраженное в формуле (Б.8), можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \Lambda(z) &= \frac{p(z|s_1)}{p(z|s_2)} \\ &= \frac{1}{\sigma_0} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - a_1}{\sigma_0} \right)^2 \right] \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{P(s_2)}{P(s_1)} \\ &= \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - a_2}{\sigma_0} \right)^2 \right] \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{P(s_2)}{P(s_1)} \\ &= \frac{\exp \left[-\frac{z^2}{2\sigma_0^2} - \frac{a_1^2}{2\sigma_0^2} + \frac{2za_1}{2\sigma_0^2} \right]}{\exp \left[-\frac{z^2}{2\sigma_0^2} - \frac{a_2^2}{2\sigma_0^2} + \frac{2za_2}{2\sigma_0^2} \right]} \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{P(s_2)}{P(s_1)} \\ &= \exp \left[\frac{z(a_1 - a_2)}{\sigma_0^2} - \frac{a_1^2 - a_2^2}{2\sigma_0^2} \right] \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{P(s_2)}{P(s_1)}. \end{aligned} \quad (\text{Б.11})$$

Здесь a_1 — сигнальный компонент на выходе приемника при переданном $s_1(t)$, а a_2 — сигнальный компонент на выходе приемника при переданном $s_2(t)$. Неравенство (Б.11) сохраняется при любом монотонно возрастающем (или убывающем) преобразовании.

Следовательно, для упрощения выражения (Б.11) от его обеих частей можно взять натуральный логарифм, что даст логарифмическое отношение функций **правдоподобия**.

$$L(z) = \frac{z(a_1 - a_2)}{\sigma_0^2} - \frac{a_1^2 - a_2^2}{2\sigma_0^2} \frac{H_1}{H_2} \gtrless \ln \frac{P(s_2)}{P(s_1)} \quad (\text{Б.12})$$

Если классы равновероятны, то

$$\ln \frac{P(s_2)}{P(s_1)} = 0,$$

так что

$$\begin{aligned} z &\gtrless \frac{H_1}{H_2} \frac{a_1^2 - a_2^2}{2(a_1 - a_2)} \\ z &\gtrless \frac{H_1}{H_2} \frac{a_1 + a_2}{2} = \gamma_0 \end{aligned} \quad (\text{Б.13})$$

Для *антиподных сигналов* $s_1(t) = -s_2(t)$ и $a_1 = -a_2$, так что можем записать следующее:

$$\begin{aligned} z &\gtrless 0. \end{aligned} \quad (\text{Б.14})$$

Следовательно, правило **максимального правдоподобия** для равновероятных антиподных сигналов заключается в сравнении принятой выборки с нулевым порогом, что равносильно выбору $s_1(t)$, если выборка положительна, и выбору $s_2(t)$ — если она отрицательна.

Імовірність помилки детектування при бінарній цифровій модуляції

В течение данного интервала передачи сигнала, T , бинарная низкочастотная система передает один из двух возможных сигналов, обозначаемых как $g_1(t)$ и $g_2(t)$. Подобным образом бинарная полосовая система передает один из двух возможных сигналов, обозначаемых как $s_1(t)$ и $s_2(t)$. ~~Поскольку обшая трактовка демодуляци и детектиро в главе 4.~~ Итак, для любого канала двоичный сигнал, переданный в течение интервала $(0, T)$, представляется следующим образом:

$$s_i(t) = \begin{cases} s_1(t) & 0 \leq t \leq T \text{ для символа 1} \\ s_2(t) & 0 \leq t \leq T \text{ для символа 0} \end{cases}$$

Принятый сигнал $r(t)$ искажается вследствие воздействия шума $n(t)$ и, возможно, неидеальной импульсной характеристики канала $h_c(t)$ (1.1) и описывается следующей формулой:

$$r(t) = s_i(t) * h_c(t) + n(t). \quad (3.1)$$

В нашем случае $n(t)$ предполагается процессом AWGN с нулевым средним, а знак “*” обозначает операцию свертки. Для бинарной передачи по идеальному, свободному от искажений каналу, где свертка с функцией $h_c(t)$ не ухудшает качество сигнала (поскольку для идеального случая $h_c(t)$ — импульсная функция), вид $r(t)$ можно упростить:

$$r(t) = s_i(t) + n(t) \quad i = 1, 2, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (3.2)$$

Прийнятий сигнал проходить через узгоджений фільтр (це оптимальний фільтр, що відновлює низькочастотні імпульси з максимально можливим співвідношенням сигнал-шум).

~~значения выборки (выполняется детектирование).~~ Предполагается, что шум является случайным гауссовым процессом, а принимающий фильтр демодулятора — линейным. Линейная операция со случайным гауссовым процессом дает другой случайный гауссов процесс [2]. Следовательно, на выходе фильтра шум также является гауссовым. Значит, выход этапа 1 можно описать выражением

Там написано a_i

 $\longrightarrow z(T) = a_i(T) + n_0(T) \quad i = 1, 2, \quad (3.3)$

где $a_i(T)$ — желаемый компонент сигнала, а $n_0(T)$ — шум. Для упрощения записи выражение (3.3) будем иногда представлять в виде $z = a_i + n_0$. Шумовой компонент n_0 — это случайная гауссова переменная с нулевым средним, поэтому $z(T)$ — случайная гауссова переменная со средним a_1 или a_2 , в зависимости от того, передавался двоичный нуль или двоичная единица. Как описывалось в разделе 1.5.5, плотность вероятности случайного гауссового шума n_0 можно выразить как

$$p(n_0) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{\sigma_0} \right)^2 \right], \quad (3.4)$$

где σ_0^2 — дисперсия шума. Используя выражения (3.3) и (3.4), можно выразить плотности условных вероятностей $p(z|s_1)$ и $p(z|s_2)$:

$$p(z|s_1) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - a_1}{\sigma_0} \right)^2 \right] \quad (3.5)$$

$$p(z|s_2) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - a_2}{\sigma_0} \right)^2 \right]. \quad (3.6)$$

Эти плотности условных вероятностей показаны на рис. 3.2. Плотность $p(z|s_1)$, изображенная справа, называется *правдоподобием* s_1 и показывает плотность вероятности случайной переменной $z(T)$ при условии передачи символа s_1 . Подобным образом функция $p(z|s_2)$ (слева) является *правдоподобием* s_2 и показывает плотность вероятности $z(T)$ при условии передачи символа s_2 . Ось абсцисс, $z(T)$, представляет полный диапазон возможных значений выборки, ¹ Вось $z(T)$ – це по суті значення, які можна отримати після фільтру

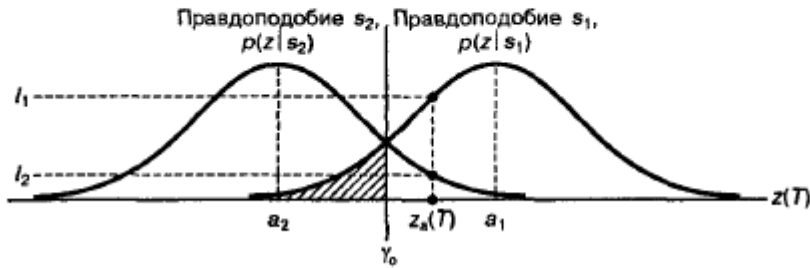


Рис. 3.2. Плотности условных вероятностей: $p(z|s_1)$ и $p(z|s_2)$

Пішла основна частина (*примітка автора*):

В процессе принятия бинарного решения, показанном на рис. 3.2, существует две возможности возникновения ошибки. Ошибка e появится при передаче $s_1(t)$, если вследствие шума канала уровень переданного сигнала $z(t)$ упадет ниже γ_0 . Вероятность этого равна следующему:

$$P(e|s_1) = P(H_2|s_1) = \int_{-\infty}^{\gamma_0} p(z|s_1) dz. \quad (3.34)$$

Эта возможность показана заштрихованной областью слева от γ_0 (рис. 3.2). Подобным образом ошибка появляется при передаче $s_2(t)$, если вследствие шума канала уровень переданного сигнала $z(t)$ поднимется выше γ_0 . Вероятность этого равна следующему:

$$P(e|s_2) = P(H_1|s_2) = \int_{\gamma_0}^{\infty} p(z|s_2) dz. \quad (3.35)$$

Вероятность ошибки равна сумме вероятностей всех возможностей ее появления. Для бинарного случая вероятность возникновения ошибочного бита можно выразить следующим образом:

$$P_B = \sum_{i=1}^2 P(e, s_i) = \sum_{i=1}^2 P(e|s_i) P(s_i). \quad (3.36)$$

Объединяя формулы (3.34)–(3.36), получаем

$$P_B = P(e|s_1)P(s_1) + P(e|s_2)P(s_2) \quad (3.37,а)$$

или, что равносильно,

$$P_B = P(H_2|s_1)P(s_1) + P(H_2|s_2)P(s_2). \quad (3.37,б)$$

Иными словами, при передаче сигнала $s_1(t)$ ошибка происходит при выборе гипотезы H_2 ; или при передаче сигнала $s_2(t)$ ошибка происходит при выборе гипотезы H_1 . Для равных априорных вероятностей (т.е. $P(s_1) = P(s_2) = 1/2$) имеем следующее:

$$P_B = \frac{1}{2} P(H_2|s_1) + \frac{1}{2} P(H_1|s_2). \quad (3.38)$$

Используя симметричность плотностей вероятности, получаем следующее:

$$P_B = P(H_2|s_1) = P(H_1|s_2). \quad (3.39)$$

Вероятность появления ошибочного бита, P_B , численно равна площади под “хвостом” любой функции правдоподобия, $p(z|s_1)$ или $p(z|s_2)$, “заползающим” на “неправильную” сторону порога. Таким образом, для вычисления P_B мы можем проинтегрировать $p(z|s_1)$ от $-\infty$ до γ_0 или $p(z|s_2)$ — от γ_0 до ∞ :

$$P_B = \int_{\gamma_0 = (a_1 + a_2)/2}^{\infty} p(z|s_2) dz. \quad (3.40)$$

Здесь $\gamma_0 = (a_1 + a_2)/2$ — оптимальный порог из уравнения (3.32). Заменяя функцию правдоподобия $p(z|s_2)$ ее гауссовым эквивалентом из формулы (3.6), имеем

$$P_B = \int_{\gamma_0 = (a_1 + a_2)/2}^{\infty} \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - a_2}{\sigma_0} \right)^2 \right] dz, \quad (3.41)$$

где σ_0^2 — дисперсия шума вне коррелятора.

Сделаем замену $u = (z - a_2)/\sigma_0$. Тогда $\sigma_0 du = dz$ и

$$P_B = \int_{u = (a_1 - a_2)/2\sigma_0}^{u = \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{u^2}{2} \right) du = Q \left(\frac{a_1 - a_2}{2\sigma_0} \right). \quad (3.42)$$

$Q(x)$ называется *гауссовым интегралом ошибок* и часто используется при описании вероятности с гауссовой плотностью распределения. Определяется эта функция следующим образом:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp \left(-\frac{u^2}{2} \right) du. \quad (3.43)$$

Якщо цікаво, звідки формула (3.32):

Критерий принятия решения, используемый в этапе 2 (рис. 3.1), описывался формулой (3.7) следующим образом:

$$\begin{matrix} H_1 \\ z(T) \geq \gamma. \\ H_2 \end{matrix}$$

Популярный критерий выбора порога γ для принятия двоичного решения в выражении (3.7) основан на минимизации вероятности ошибки. Вычисление этого *минимального значения ошибки* $\gamma = \gamma_0$ начинается с записи связи отношения плотностей условных вероятностей и отношения априорных вероятностей появления сигнала. Поскольку плотность условной вероятности $p(z|s_i)$ также называется *функцией правдоподобия* s_i , формулировка

$$\frac{p(z|s_1)}{p(z|s_2)} \underset{H_2}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{P(s_2)}{P(s_1)} \quad (3.31)$$

есть *критерием отношения функций правдоподобия* (см. приложение Б). В этом неравенстве $P(s_1)$ и $P(s_2)$ являются априорными вероятностями передачи сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$, а H_1 и H_2 — две возможные гипотезы. Правило минимизации вероятности ошибки (формула (3.31)) гласит, что если отношение функций правдоподобия больше отношения априорных вероятностей, то следует выбирать гипотезу H_1 .

В разделе Б.3.1 показано, что при $P(s_1) = P(s_2)$ и симметричных функциях правдоподобия $p(z | s_i)$ ($i = 1, 2$) подстановка формул (3.5) и (3.6) в формулу (3.31) дает

$$\frac{H_1}{H_2} z(T) \geq \frac{a_1 + a_2}{2} = \gamma_0, \quad (3.32)$$

где a_1 — сигнальный компонент $z(T)$ при передаче $s_1(t)$, а a_2 — сигнальный компонент $z(T)$ при передаче $s_2(t)$. Порог γ_0 , представленный выражением $(a_1 + a_2)/2$, — это *оптимальный порог* для минимизации вероятности принятия неверного решения в этом важном частном случае. Описанный подход называется *критерием минимальной ошибки*.

Мінімальне відношення енергії біту до спектральної густини потужності шуму у каналі зв'язку.

Шеннон [3] показав, що пропускная способность канала C с аддитивным белым гауссовым шумом (additive white Gaussian noise — AWGN) является функцией средней мощности принятого сигнала S , средней мощности шума N и ширины полосы пропускания W . Выражение для пропускной способности (теорема Шеннона-Хартли) можно записать следующим образом:

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right). \quad (9.2)$$

Если W измеряется в герцах, а логарифм берется по основанию 2, то пропускная способность будет иметь размерность бит/с. Теоретически (при использовании достаточно сложной схемы кодирования) информацию по каналу можно передавать с любой скоростью R ($R \leq C$) со сколь угодно малой вероятностью возникновения ошибки. Если же $R > C$, то кода, на основе которого можно добиться сколь угодно малой вероятности возникновения ошибки, не существует. В работе Шеннона показано, что величины S , N и W *устанавливают пределы скорости передачи, а не вероятности появления ошибки*. Шеннон [4] использовал уравнение (9.2) для графического представления доступных пределов производительности прикладных систем. Этот график, показанный на рис. 9.2, представляет нормированную пропускную способность канала C/W в бит/с/Гц как функцию отношения сигнал/шум в канале. График, представленный на рис. 9.3, изображает зависимость нормированной полосы пропускания канала W/C в бит/с/Гц от отношения сигнал/шум канала. Иногда рис. 9.3 используется как иллюстрация компромисса между мощностью и полосой пропускания, присущего идеальному каналу. Однако это не совсем компромисс [5], поскольку мощность детектируемого шума пропорциональна полосе пропускания:

$$N = N_0 W. \quad (9.3)$$

Подставив выражение (9.3) в уравнение (9.2) и немного преобразовав последнее, получаем следующее:

$$\frac{C}{W} = \log_2 \left(1 + \frac{S}{N_0 W} \right). \quad (9.4)$$

Если битовая скорость передачи равна пропускной способности канала ($R = C$), то с помощью тождества (3.30) можно записать следующее:

$$\frac{S}{N_0 C} = \frac{E_b}{N_0}. \quad (9.5)$$

Любой, кто изучал аналоговую связь, знаком с критерием качества, именуемым *отношением средней мощности сигнала к средней мощности шума* (S/N или SNR). В цифровой связи в качестве критерия качества чаще используется нормированная версия SNR, E_b/N_0 . E_b — это энергия бита, и ее можно описать как мощность сигнала S , умноженную на время передачи бита T_b . N_0 — это спектральная плотность мощности шума, и ее можно выразить как мощность шума N , деленную на ширину полосы W . Поскольку время передачи бита и скорость передачи битов R_b взаимно обратны, T_b можно заменить на $1/R_b$:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S T_b}{N/W} = \frac{S/R_b}{N/W}. \quad (3.29)$$

Еще одним параметром, часто используемым в цифровой связи, является скорость передачи данных в битах в секунду. В целях упрощения выражений, встречающихся в книге, для представления скорости передачи битов вместо записи R_b будем писать просто R . С учетом сказанного перепишем, выражение (3.29) так, чтобы было явно видно, что отношение E_b/N_0 представляет собой отношение S/N , нормированное на ширину полосы и скорость передачи битов:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S}{N} \left(\frac{W}{R} \right). \quad (3.30)$$

Таким образом, уравнение (9.4) можно модифицировать следующим образом:

$$\frac{C}{W} = \log_2 \left[1 + \frac{E_b}{N_0} \left(\frac{C}{W} \right) \right], \quad (9.6,a)$$

$$2^{C/W} = 1 + \frac{E_b}{N_0} \left(\frac{C}{W} \right), \quad (9.6,b)$$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{W}{C} (2^{C/W} - 1). \quad (9.6,v)$$

На рис. 9.4 представлен график зависимости W/C от E_b/N_0 , описываемой формулой (9.6,в); асимптотическое поведение этой кривой при $C/W \rightarrow 0$ (или $W/C \rightarrow \infty$) рассматривается в следующем разделе.

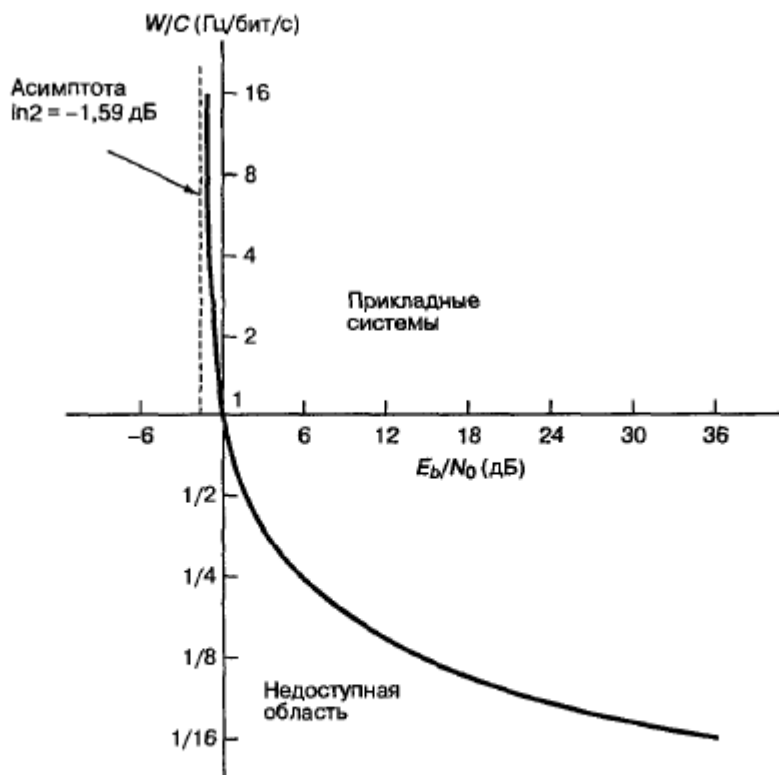


Рис. 9.4. Зависимость нормированной полосы пропускания канала от E_b/N_0

Существует нижнее предельное значение E_b/N_0 , при котором ни при какой скорости передачи нельзя осуществить безошибочную передачу информации. С помощью соотношения

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e$$

можно рассчитать граничное значение E_b/N_0 .

Пусть

$$x = \frac{E_b}{N_0} \left(\frac{C}{W} \right).$$

Тогда, из уравнения (9.6,а),

$$\frac{C}{W} = x \log_2(1+x)^{1/x}$$

и

$$1 = \frac{E_b}{N_0} \log_2(1+x)^{1/x}.$$

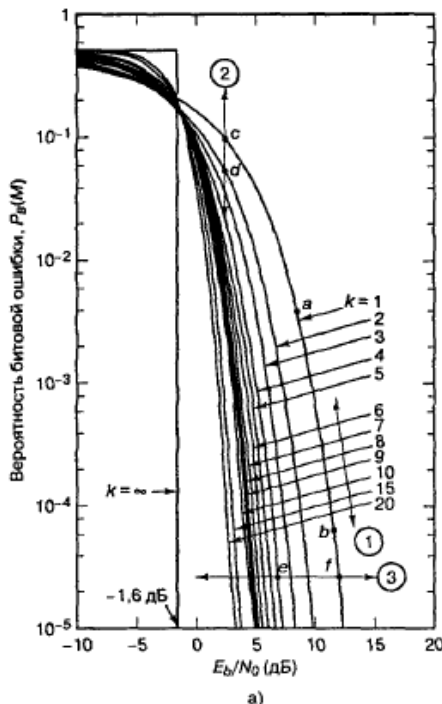
В пределе, при $C/W \rightarrow 0$, получаем

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{1}{\log_2 e} = 0,693 \quad (9.7)$$

или, в децибелах,

$$\frac{E_b}{N_0} = -1,6 \text{ дБ}.$$

Это значение E_b/N_0 называется *пределом Шеннона* (Shannon limit). На рис. 9.1, а предел Шеннона — это кривая зависимости P_B от E_b/N_0 при $k \rightarrow \infty$. При $E_b/N_0 = -1,6$ данная кривая скачкообразно изменяет свое значение с $P_B = 1/2$ на $P_B = 0$. В действительности достичь предела Шеннона невозможно, поскольку k возрастает неограниченно, а с ростом k возрастают требования к полосе пропускания и повышается сложность реализации системы. Работа Шеннона — это теоретическое доказательство существования кодов, которые могут улучшить P_B или снизить требуемое значение E_b/N_0 от уровней некодированных двоичных схем модуляции до уровней, приближающихся к предельной кривой. При вероятности появления битовой ошибки 10^{-5} двоичная фазовая манипуляция (binary phase-shift-keying — BPSK) требует значения E_b/N_0 , равного 9,6 дБ (оптимум некодированной двоичной модуляции). Следовательно, в данном случае в работе Шеннона указано, что теоретически, за счет использования кодирования, производительность можно повысить на 11,2 дБ по сравнению с некодированной двоичной модуляцией. В настоящее время большую часть такого улучшения (почти 10 дБ)



k – це кількість бітів, що відповідає одному із станів модуляції (блоку), яких всього M ($M = 2^k$).

Узагальнення автора

Тобто Шенон стверджує, що якщо у нас нескінченна кількість бітів передається у одному блоці, то треба зовсім маленьке співвідношення енергії біта до спектральної густоти шуму.

Рис. 9.1 (а)