Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Факультет радіофізики, електроніки та комп’ютерних систем
Кафедра нанофізики та наноелектроніки

Звіт з лабораторної роботи 1
З курсу «комп’ютерна фізика»

Студента 2 курсу магістратури
кафедра НФНЕ
Кухельного Кирила

київ - 2017

Мета :

Засвоїти методи моделювання випадкових процесів із заданими кореляційними властивостями.

Теоретична частина

Кореляційні властивості випадкового процесу

Загальні відомості: Реальним випадкам моделювання випадкових процесів частіше відповідає ситуація, коли відомі кореляційні властивості процесу при невідомих його статистичних характеристиках. Така ситуація може скластися з багатьох причин, зокрема:

1. багато фізичних процесів моделюються нормальним (гаусовим) випадковим процесом, для опису якого достатньо знати лише кореляційну функцію;
2. часто для задач радіофізики та радіотехнічних застосувань необхідно змоделювати випадковий процес, який можна легко (без значних часових ресурсів і додаткової підготовки) отримати саме із нормального випадкового процесу (див. поперед. пункт);
3. при теоретичних і експериментальних дослідженнях випадкових процесів часто трапляються випадки, коли виміряною або теоретично описаною є лише його кореляційна функція;
4. при моделюванні трапляються випадки, коли кінцевий результат залежить лише від кореляційних властивостей випадкового процесу (наприклад: при дії випадкового процесу на лінійний інерційний пристрій на його виході отримують нормальний випадковий процес, характеристики якого визначаються виключно кореляційними властивостями вхідного випадкового процесу).

Моделювання нестаціонарних випадкових процесів із заданими кореляційними властивостями.

Для нестаціонарного випадкового процесу $x(t)$ функція залежить від двох параметрів t_1 і t_2. $R(t_1 , t_2) = M (x (t_1) x (t_2)) = M(x_1, x_2)$

Для зручності моделювання вважають, що процес має нульове математичне сподівання $M(x(t)) = 0$. При необхідності моделювання процесу y (t) , який має відмінне від нуля математичне сподівання $M(y(t)) = m_y(t)$, використовують перетворення $y(t) = x(t) + m_y(t)$. Моделювання випадкового процесу здійснюється для дискретних моментів часу t_i ($i = 1 \div n$), тобто, необхідно змоделювати випадковий вектор X , який містить n складових. При цьому кореляційні властивості будуть задаватися кореляційною матрицею R , елементи якої визначаються із кореляційної функції $R_{ij} = R(t_i , t_j)$.

Метод лінійних перетворень.

Метод застосовують для моделювання відліків випадкового процесу з відомими значення кореляційної функції в певні проміжки часу (дискретність має довільний крок). Суть методу полягає в лінійному перетворенні Y = A X випадкового вектору X зекорельованими складовими x i у випадковий вектор Y корельованими складовими y i (i = 1 ÷ n).

Таким чином, необхідно визначити елементи матриці перетворення A через задані елементи кореляційної матриці R

Де елементи матриці A можна розрахувати таким чином

$$a_{11} = \sqrt{R_{11}}$$

$$a_{i1} = \frac{R_{i1}}{a_{11}}$$

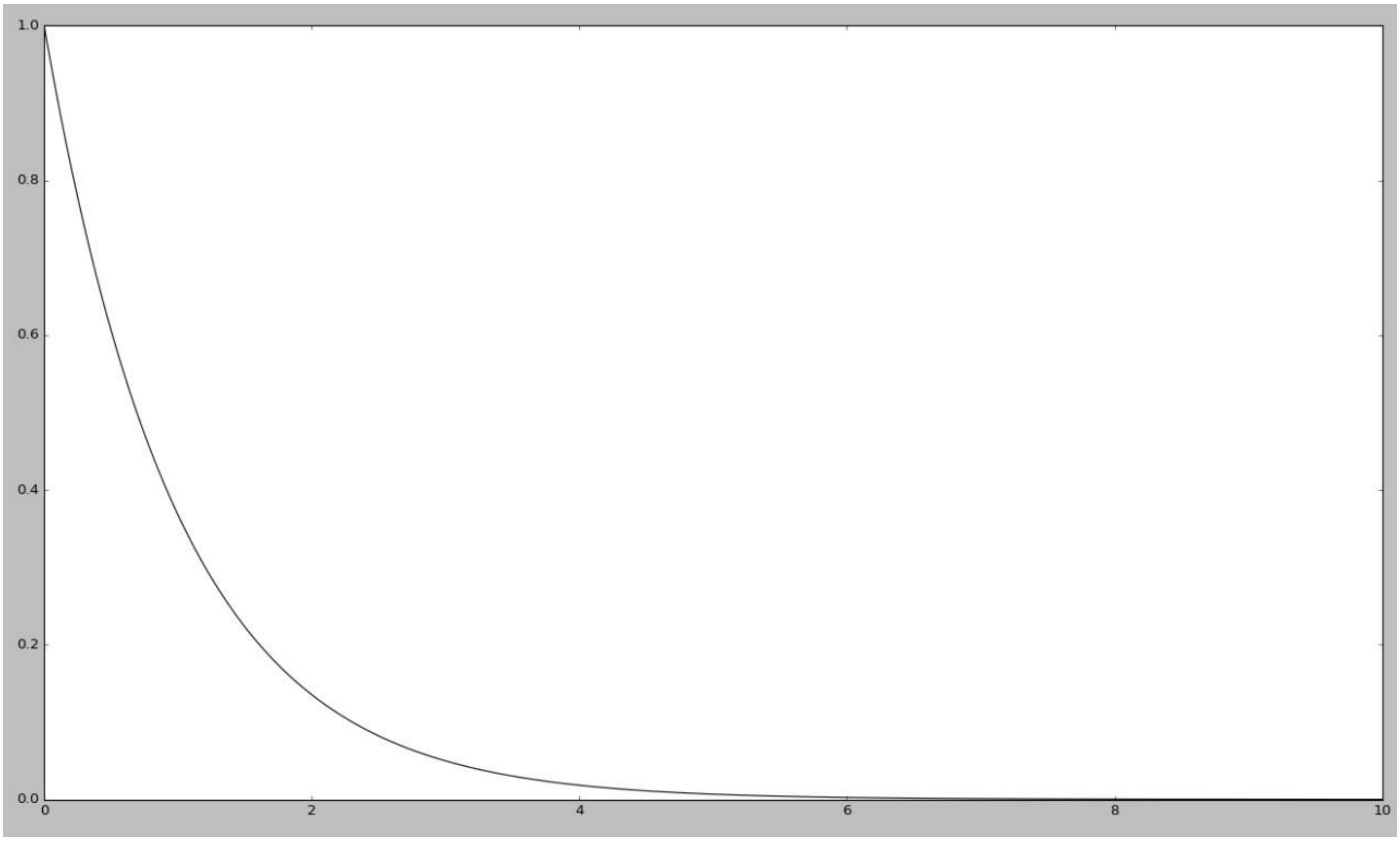
$$a_{ij} = \frac{R_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} * a_{jk}}{a_{jj}}, \; j = 2 \div i - 1$$

$$a_{ii} = \sqrt{R_{ii} - \sum_{k=1}^{j-1} a^2{}_{ik}}$$

Експериментальна частина роботи

Завдання яке стояло в роботі:
Змоделювати шум на виході системи із RL-ланцюжка із сталою часу T1, якщо його кореляційна функція $R(t) = D * T_1 e^{(\frac{-|t|}{T_1})}$

Для початкових параметрів T = 1 та D = 1, які були вибрані лише з міркувань зручності кореляційна функція має вигляд



Тобто ми можемо обмежити наш процес в часі 10, так як далі кореляція гранично мала.

Крок виберемо 2, щоб матриця не була занадто велика. Тож кореляційна матриця матиме такий вигляд.

1.0	0.13534	0.01832	0.00248	0.00034
0.13534	1.0	0.13534	0.01832	0.00248
0.01832	0.13534	1.0	0.13534	0.01832
0.00248	0.01832	0.13534	1.0	0.13534
0.00034	0.00248	0.01832	0.13534	1.0

Далі за відповідними формулами які були наведені, будуємо матрицю А.

1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.13534	1.0	0.0	0.0	0.0
0.01832	0.13534	0.99983	0.0	0.0
0.00248	0.01832	0.13531	0.99983	0.0
0.00034	0.00248	0.01831	0.13531	0.99983

Після цього будуємо матрицю випадкових чисел такої ж самої розмірності як і матриця А.

0.29683	0.17208	0.87835	0.33054	0.48179
0.15506	0.49331	0.27337	0.83594	0.97681
0.46485	0.43793	0.30165	0.34389	0.26456
0.54755	0.64879	0.2669	0.96528	0.07097
0.64831	0.23628	0.79883	0.64572	0.37348

В доведення того що вона дійсно випадкова,обрахуємо такі параметри.

параметр	Експеримент	Теорія
Середнє значення	0.513	0.5
Дисперсія	0.063	0.083
Середнє Квадратичне відхилення	0.251	0.28867

Враховуючи маленьку величину вибірки випадкових чисел значення дуже гарні. Тому можна з усією впевненістю стверджувати, що розподіл дійсно рівномірний

Лишилось матрично їх помножити

0.8704	0.37502	0.4447	0.04524	0.68747
1.03728	0.08726	0.11752	0.94799	0.49115
0.58968	0.22916	0.3493	0.84812	1.04957
0.71703	0.56191	0.2355	0.36858	0.43549
0.73087	0.37867	0.77825	0.36254	0.99279

Висновок:

Було проведено моделювання випадкового процесу. З заданими кореляційними властивостями методом лінійних перетворень. Суть якого полягала в перетвореннявектору Х з некорельованими складовими, у випадковий вектор У з корельованими. Що було успішно проілюстровано. А також обраховано параметри для остаточної матриці, які підтверджують це
Середнє значення: 0.6278
Дисперсія: 0.0624
Середнє Квадратичне відхилення: 0.2498