

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

О. В. Третьак, В. В. Ільченко

# ФІЗИЧНІ ОСНОВИ НАПІВПРОВІДНИКОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ

Навчальний посібник



УДК 537.311.322(075.8)  
ББК 22.379я73  
Т66

Рецензенти:

д-р фіз.-мат. наук, проф. В. З. Лозовський  
д-р техн. наук, проф. В. Г. Вербицький

*Затверджено до друку вченою радою радіофізичного факультету  
(протокол № 3 від 11 жовтня 2010 року)*

**Третяк, О. В.**

Т66 Фізичні основи напівпровідникової електроніки : навчальний посібник / О. В. Третяк, В. В. Ільченко. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2011. – 207 с.  
ISBN 978-966-439-434-3

Розглянуто фізичні основи сучасної електронної техніки. Викладений матеріал є фізичною базою для розуміння роботи сучасних приладів напівпровідникової електроніки. Зокрема, проаналізовано фізичні процеси, які обумовлюють використання напівпровідникових матеріалів і структур у приладах. Розглянуто основні фізичні моделі та проаналізовано процеси, що визначають експлуатаційні параметри напівпровідникових приладів. Фактичний матеріал посібника може бути використаний як довідковий при проведенні наукових досліджень і виконанні лабораторних робіт.

Для студентів радіофізичних, фізичних і електронних спеціальностей вищих навчальних закладів, що досліджують проблеми фізики твердого тіла, фізики напівпровідників і напівпровідникової електроніки. Посібник може бути корисним бакалаврам, магістрам, аспірантам, науковим та інженерно-технічним працівникам.

**УДК 537.311.322(075.8)  
ББК 22.379я73**

ISBN 978-966-439-434-3

© Третяк О. В., Ільченко В. В., 2011,  
© Київський національний університет імені Тараса Шевченка,  
ВПЦ "Київський університет", 2011

# ЗМІСТ

## Розділ 1

<b>Елементи зонної теорії твердого тіла</b> .....	6
1.1. Енергетичний спектр електронів у твердому тілі. Рівняння Шредингера для кристала в загальному випадку .....	6
1.2. Адіабатичне, одноелектронне наближення, сильно та слабо зв'язані електрони в кристалі .....	8
1.3. Модель Кроніга – Пенні. Основні висновки моделі .....	12
1.4. Поняття ефективної маси електрона в кристалі .....	18
1.5. Параметри та зонна структура найбільш поширених напівпровідників .....	25
1.6. Запитання для самоконтролю та задачі .....	27

## Розділ 2

<b>Зв'язок атомів у кристалах, дефекти та домішки в кристалах</b> .....	28
2.1. Хімічний зв'язок атомів у кристалах .....	28
2.2. Класифікація дефектів кристалічної ґратки кристала .....	29
2.3. Мілкі, глибокі, донорні, акцепторні та амфотерні домішки .....	32
2.4. Енергетичне положення легуючих домішок і глибоких рівнів у найбільш поширених напівпровідниках .....	34
2.5. Акустичні та оптичні фоони .....	38
2.6. Взаємодія електронів з коливаннями ґратки .....	42
2.7. Запитання для самоконтролю та задачі .....	45

## Розділ 3

### Рівноважна статистика електронів

<b>і дірок у напівпровідниках</b> .....	46
3.1. Концентрації електронів і дірок у зоні провідності та валентній зоні. Електронний і дірковий напівпровідники .....	46
3.2. Залежність концентрації електронів і дірок від положення рівня Фермі в напівпровіднику .....	52
3.3. Залежність концентрації вільних носіїв заряду від температури .....	56
3.4. Компенсований і сильно легований напівпровідники .....	58
3.5. Залежність питомого опору від положення рівня Фермі в забороненій зоні для найбільш поширених напівпровідників .....	60
3.6. Запитання для самоконтролю та задачі .....	62

## Розділ 4

### Статистика електронів і дірок у напівпровідниках за відсутності умов термодинамічної рівноваги.

<b>Рекомбінація нерівноважних носіїв заряду</b> .....	64
4.1. Нерівноважні стани, способи їх утворення. Нерівноважна функція розподілу .....	64
4.2. Час релаксації .....	67
4.3. Загальна характеристика механізмів розсіювання носіїв заряду .....	68
4.4. Розсіювання на фонах, іонізованих і нейтральних домішках .....	69

4.5. Механізми рекомбінації в напівпровідниках .....	70
4.6. Кінетика рекомбінації носіїв заряду. Переріз захоплення центрів рекомбінації .....	72
4.7. Випромінювальна та не випромінювальна рекомбінації .....	74
4.8. Статистика рекомбінації Шоклі–Ріда .....	77
4.9. Залежність часу життя носіїв заряду від положення рівня Фермі. Основні висновки моделі .....	82
4.10. Спін-залежна рекомбінація в напівпровідниках .....	85
4.11. Запитання для самоконтролю та задачі .....	89
<b>Розділ 5</b>	
<b>Явища перенесення в напівпровідниках</b> .....	91
5.1. Кінетичне рівняння Больцмана .....	91
5.2. Електропровідність напівпровідників (невироджений і вироджений випадки) .....	93
5.3. Залежність електропровідності від температури .....	97
5.4. Гальваномагнітні та термомагнітні явища. Слабке і сильне магнітне поле .....	99
5.5. Теплопровідність. Термоелектричні явища .....	103
5.6. Застосування явищ перенесення в напівпровідниках .....	116
5.7. Інтегральний датчик магнітного поля .....	119
5.8. Запитання для самоконтролю та задачі .....	121
<b>Розділ 6</b>	
<b>Явища в неоднорідних напівпровідниках</b> .....	123
6.1. Дифузія та дрейф нерівноважних основних носіїв заряду .....	123
6.1.1. Співвідношення Ейнштейна .....	124
6.1.2. Радіус екранування. Електрорушійна сила Дембера .....	125
6.1.3. Час релаксації Максвелла .....	129
6.1.4. Довжина дифузії нерівноважних основних носіїв заряду .....	130
6.2. Дифузія та дрейф неосновних носіїв заряду .....	133
6.3. Запитання для самоконтролю та задачі .....	135
<b>Розділ 7</b>	
<b>Елементи фізики поверхні напівпровідників</b> .....	137
7.1. Поверхневі стани. Поверхневий потенціал .....	137
7.2. Вплив поверхневого потенціалу на електропровідність .....	139
7.3. Ефект поля .....	142
7.4. Прилади на основі структури метал–діелектрик–напівпровідник (МДН) .....	143
7.4.1. Транзистори на основі МДН-структур .....	143
7.4.2. Прилади із зарядовим зв'язком .....	148
7.4.3. Енергонезалежні елементи пам'яті. Прилади з плаваючим затвором і МДОН-транзистори .....	150
7.4.4. Іон-селективні транзистори для створення сенсорів .....	152
7.5. Поняття про квантування спектра носіїв заряду в каналі .....	155
7.6. Запитання для самоконтролю та задачі .....	160

## Розділ 8

<b>Контактні явища в напівпровідниках</b> .....	161
8.1. Контакт метал–метал, метал–напівпровідник .....	161
8.2. Вплив зовнішнього електричного поля на висоту потенціального бар'єра .....	166
8.3. Випростування на контакті метал–напівпровідник .....	167
8.4. Омічні контакти .....	170
8.5. Прилади на основі контактів метал–напівпровідник .....	172
8.5.1. Діоди Шотткі в сучасній інтегральній електроніці .....	172
8.5.2. Інші застосування (надвисокочастотні, імпульсні, силові діоди з бар'єром Шотткі) .....	176
8.6. Контакт <i>n</i> - та <i>p</i> -типів напівпровідників (електронно–дірковий перехід).....	179
8.7. Прилади на основі <i>p-n</i> -переходів .....	183
8.7.1. Силові діоди, імпульсні та надвисокочастотні діоди .....	183
8.7.2. Елементи оптоелектронної техніки: джерела світла, фотодетектори, сонячні елементи .....	184
8.7.3. Тунельний діод .....	185
8.8. Транзистор, фізика роботи .....	188
8.9. Гетероперехід .....	192
8.9.1. Напівпровідникові лазери .....	199
8.9.2. Польові транзистори з високою рухливістю носіїв заряду....	201
8.9.3. Поняття про квантові ями, квантові точки та структури наноелектроніки .....	203
8.10. Запитання для самоконтролю та задачі .....	204
<b>Література</b> .....	206

## Розділ 1 ЕЛЕМЕНТИ ЗОННОЇ ТЕОРІЇ ТВЕРДОГО ТІЛА

### 1.1. Енергетичний спектр електронів у твердому тілі. Рівняння Шредінгера для кристала в загальному випадку

Відомо, що енергетичний спектр електронів в ізольованому атомі – дискретний. Типову енергетичну діаграму для цього випадку можна зобразити як на рис. 1.1, де  $r$  – координата,  $V(r)$  – потенціал взаємодії електрона з ядром,  $n$  – квантові рівні електрона в атомі. Із таких ізольованих атомів можна побудувати тверде тіло. Для цього будемо зменшувати відстань між окремими атомами до відстані, яка дорівнює сталій кристалічної ґратки.

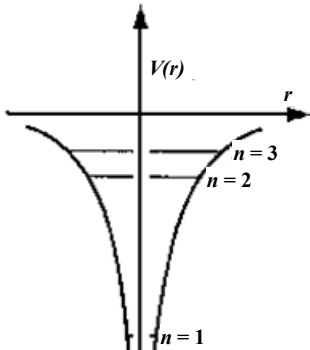


Рис. 1.1. Енергетичний спектр електронів в ізольованому атомі

На рис. 1.2 зображено результуючий хід потенціалу ланцюга  $N$  атомів. Електрони та ядра атомів тепер утворюють загальну систему частинок. Відповідно до принципу Паулі в цій системі частинок на одному енергетичному рівні може бути лише один електрон або два з протилежними спінами. Отже, кожний енергетичний рівень електрона ізольованого атома має перетворитися на енергетичну зону дозволених значень енергії для електронів у твердому тілі. Експериментальні спектри поглинання та

випромінювання твердого тіла підтверджують цей висновок. Спектри поглинання та випромінювання мають неперервний характер у відповідних смугах енергії. Цих смуг має бути стільки, скільки існує енергетичних рівнів для електронів у ізольованому атомі, з яких складається тверде тіло. Отже, енергетичний спектр електронів у твердому тілі має зонний характер, тобто в ньому існують зони дозволених і заборонених значень енергії (рис. 1.2).

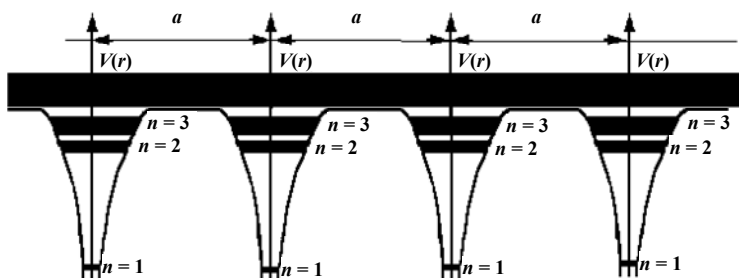


Рис. 1.2. Ланцюг атомів, що утворили одновимірну кристалічну ґратку, зі сталою ґратки  $a$

Подібно до того, як в атомній фізиці основним завданням є опис станів електронів у атомі та обчислення дозволених рівнів енергії, яку можуть мати електрони в атомі, одним із головних завдань фізики твердого тіла є визначення енергетичного спектра та стаціонарних станів електронів у кристалі. Оскільки тверде тіло є багатоелектронною системою, то в загальному випадку така задача технічно не може бути точно розв'язана. Проте окремі важливі результати можливо отримати, якщо зробити певні наближення і виконати деякі спрощення.

Як відомо з квантової механіки, розв'язок задачі про стаціонарні стани та енергетичний спектр квантової системи можна отримати шляхом розв'язання рівняння Шредінгера:

$$H\Psi = E\Psi, \quad (1.1)$$

де  $H$  – гамільтоніан системи, а  $\Psi$  – хвильова функція всієї системи частинок. Для кристала  $\Psi$  є функцією від координат усіх

електронів  $r_i$  та атомних ядер  $R_\alpha$ . Тобто  $\Psi = \Psi(r_i, R_\alpha)$ , а гамільтоніан має вигляд

$$H = \sum_i \frac{1}{2m_i} p_i^2 + \sum_\alpha \frac{1}{2M_\alpha} p_\alpha^2 + U(r_i, R_\alpha), \quad (1.2)$$

де  $p_i$  – оператор імпульсу  $i$ -електрона;  $p_\alpha$  – оператор імпульсу  $\alpha$ -ядра атома;  $U(r_i, R_\alpha)$  – потенціальна енергія взаємодії всіх електронів з усіма ядрами. Далі вважатимемо, що маси електронів і маси ядер сталі, тому  $m_1 = m_2 = \dots m_i \dots = m$ ,

$M_1 = M_2 = \dots M_\alpha \dots = M$ . Ураховуючи, що  $p = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ ,  $p^2 = -\hbar^2 \Delta$ ,

рівняння Шредінгера для електронів та ядер твердого тіла можна переписати у вигляді

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \sum_i \Delta_i \Psi - \frac{\hbar^2}{2M} \sum_\alpha \Delta_\alpha \Psi + U(r_i, R_\alpha) \Psi = E \Psi. \quad (1.3)$$

Точний розв'язок цього рівняння дав би повну інформацію щодо енергетичного спектра електронів і ядер у кристалі. Проте, як уже зазначено, зробити це неможливо оскільки задача безнадійно складна математично: *по-перше*, це пов'язано з великою кількістю частинок у системі; *по-друге*, існують принципові складності з записом функції потенціальної енергії взаємодії.

## 1.2. Адіабатичне, одноелектронне наближення, сильно та слабо зв'язані електрони в кристалі

Для знаходження розв'язку необхідно провести певні спрощення. Фізичний зміст цих спрощень полягає в тому, що ми виключаємо з розгляду ті чи інші взаємодії, або в заміні реальних взаємодій деякими модельними. За такої умови зрозуміло, що отриманий розв'язок буде тією чи іншою мірою, відрізнятися від точного розв'язку задачі. Це, у свою чергу, свідчить про те, що певні результати експериментальних досліджень не будуть вписуватись в той теоретично розрахований випадок, який ми отримуємо, вводячи певні спрощення.



Перший тип спрощення – це розподіл частинок на легкі (електрони) і важкі (ядра), оскільки, як видно з рівняння (1.3), параметром задачі є маси електронів і ядер. Можна припустити, що в найбільш ймовірних станах, тобто в станах з мінімальною вільною енергією, кінетична енергія всіх частинок (у т. ч. і з різними масами) одного порядку величини. Тобто швидкість електронів приблизно на два порядки більша, ніж швидкість ядер (унаслідок меншої маси електронів). Таке припущення дозволяє вважати, що електрони рухаються в потенціальному полі ядер, які мають фіксовані координати, тобто швидкість ядер  $V_\alpha = 0$ . Таке припущення означає, що ми не враховуємо обмін енергією між підсистемами. Це наближення називається *адиабатичним*. При виключенні, т. зв. електрон-фононної взаємодії, безумовно, ми автоматично виключаємо всі ефекти, які пов'язані або обумовлені такою взаємодією (напр., полярони, надпровідність).

В умовах нашого наближення можна вважати, що електрони рухаються в розподіленому (ефективному) полі ядер і рух цих електронів та ядер взаємозалежний. Імовірність визначеної конфігурації електронів і ядер дорівнює добутку відповідних імовірностей. Математично, як відомо, це означає, що хвильову функцію системи таких частинок можна записати у вигляді добутку електронної та ядерної хвильових функцій:

$$\Psi(r_i, R_\alpha) = \Psi_n(r_i) \cdot \Psi_\alpha(R_\alpha), \quad (1.4)$$

де  $\Psi_n(r_i)$  – електронна хвильова функція,  $\Psi_\alpha(R_\alpha)$  – ядерна хвильова функція. Тоді система рівнянь (1.3) розпадається на дві незалежні системи рівнянь: для електронів і ядер. Система рівнянь для електронів має вигляд

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \sum_i \Delta_i \Psi_n - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{e^2}{r_{ij}} \Psi_n + U^*(r_i, R_\alpha) \Psi_n = E_n \Psi_n, \quad (1.5)$$

де  $U^*(r_i, R_\alpha)$  – ефективний потенціал ядер, у якому перебувають електрони системи.

Далі будемо цікавитися винятково електронною підсистемою. Незважаючи на проведені спрощення рівняння (1.5) неможливо розв'язати в загальному вигляді, оскільки, як і раніше, ми маємо

справу із задачею багатьох частинок. Одним із найпоширеніших методів розв'язання багатоелектронної задачі для кристала є метод Хартрі – Фока, який дозволяє звести багатоелектронну задачу до одноелектронної. Суть цього методу полягає в тому, що енергія взаємодії електронів з усіма іншими електронами та ядрами замінюється на взаємодію окремо взятого електрона з ефективним усередненим полем, яке створюють усі інші електрони й ядра. Тоді рух усіх електронів стає взаємозалежним і, як і в попередньому випадку, хвильову функцію всіх електронів можна представити як добуток хвильових функцій кожного електрона. При цьому рівняння Шредінгера (1.5) розпадається на  $N$  незалежних одноелектронних рівнянь:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi_i - U^{**}(r_i)\Psi_i = E_i\Psi_i, \quad (1.6)$$

де  $U^{**}(r_i)$  – ефективний потенціал ядер і всіх електронів, у якому перебуває окремий електрон.

Зроблені припущення вказують на неможливість розгляду певних фізичних явищ. На цей раз ми знехтували особливостями взаємодії між електронами. Тобто ми не можемо, наприклад, в одноелектронному наближенні отримати деякі ефекти, які пов'язані насамперед зі спіновими взаємодіями, властивими магнітним твердим тілам. Однак і після проведених спрощень у загальному випадку задачу неможливо розв'язати точно, оскільки невідомий точний вираз для  $U^{**}(r_i)$ . Тому потрібні подальші спрощення.

Як видно з рис. 1.2, у ланцюгу атомів, що створюють кристалічну ґратку є області де потенціальна енергія змінюється сильно, а також є області, де вона майже постійна. У першому випадку ці області розміщені поблизу атомних ядер, їх частка в реальних кристалах має порівняно невеликий обсяг (10–15 %). Зовнішнє електричне поле, прикладене до твердого тіла, і зовнішнє поле сусідніх атомів не можуть істотно змінити цю потенціальну енергію, тому ці області можна розглядати майже так само, як і в ізольованому атомі. Области, де потенціал змінюється слабо,

розташовані між ядрами. Згідно із цим при виборі виду потенціалу  $U^{**}(r_i)$  для рівняння Шредінгера зручно кристал поділити на дві частини.

По-перше, область зі слабким полем, де  $U(r) = U_0 + \delta U(r)$ , при тому, що  $U_0 \gg \delta U(r)$ , де  $U_0 = \text{const}$  і є потенціальною енергією електрона, який ми розглядаємо в полі всіх ядер, закріплених полем усіх інших електронів, окрім розглядуваного;  $\delta U(r)$  – доданок, який враховує неповну локальну компенсацію поля ядер електронами. Він періодичний з періодом сталої ґратки. Наближення, де потенціальну енергію  $U(r)$  у рівнянні Шредінгера можна записати в такому вигляді, називається *наближенням слабо зв'язаних електронів*.

По-друге, область із сильним полем, де  $U(r) = U_a(r) + \delta U(r)$ , а  $U_a(r) \gg \delta U(r)$ ;  $U_a(r)$  – потенціальна енергія електрона в ізольованому атомі, періодична з періодом сталої кристалічної ґратки;  $\delta U(r)$  – вплив на цю енергію сусідніх вузлів кристалічної ґратки. Таке наближення називається *наближенням сильно зв'язаних електронів*.

Отже, для опису електронів, які розташовані поблизу ядер, логічно скористатися наближенням сильно зв'язаних електронів. Електронні хмари зовнішніх валентних електронів навпаки, розмазані по об'єму всього кристала майже з рівномірною густиною. У більшій частині кристала електричне поле слабке порівняно з полем біля іонного остову, тому для опису таких електронів краще скористатися наближенням майже вільних електронів або слабо зв'язаних електронів.

В обох випадках, як показав Ф. Блох, розв'язок рівняння Шредінгера можна записати у вигляді

$$\Psi(r) = u(r) \cdot e^{i \cdot k \cdot r}, \quad (1.7)$$

де  $u(r)$  – просторово-періодична неперервна разом зі своєю похідною функція з періодом сталої ґратки. Другий співмножник у

виразі (1.7) – плоска електронна хвиля,  $\Psi(r)$  – називається *функцією Блоха*.

### 1.3. Модель Кроніга–Пенні. Основні висновки моделі

Проведені спрощення задачі визначення енергетичного спектра електронів у твердому тілі дозволяють розв'язати її аналітично до кінця в нескладних випадках. Як приклад такого підходу, для одноелектронного наближення слабо зв'язаних електронів можна розглянути модель, яку в свій час запропонували Кроніг і Пенні. У цій моделі рух валентних електронів у твердому тілі розглядається, як рух електронів у лінійному ланцюгу прямокутних потенціальних бар'єрів однакової висоти  $U_0$  і ширини  $b$ , як це зображено на рис. 1.3. Відповідно до рисунку енергія електрона  $E$  менша від висоти бар'єра  $U_0$ , період ґратки  $c = a + b$ . Стационарне рівняння Шредінґера для електрона в цьому випадку матиме вигляд

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(x) + U(x)\Psi(x) = E\Psi(x) \quad (1.8)$$

або

$$\Delta\Psi(x) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(x))\Psi(x) = 0.$$

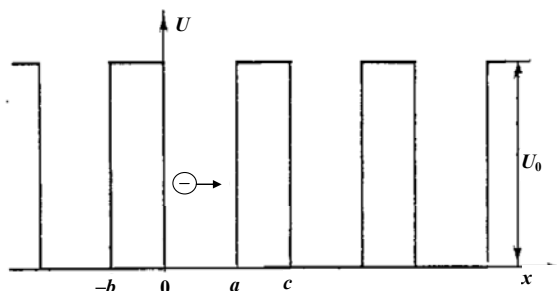


Рис. 1.3. Залежність потенціалу від відстані в моделі Кроніга–Пенні

Запишемо розв'язки рівнянь (1.8) для двох областей: "1", де  $0 < x < a$  та "2", де  $-b < x < 0$ :

$$\begin{aligned}\Psi_1(x) &= Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x} \quad \text{за } 0 < x < a, \\ \Psi_2(x) &= Ce^{\beta x} + De^{-\beta x} \quad \text{за } -b < x < 0,\end{aligned}\tag{1.9}$$

де  $\alpha$  і  $\beta$  – корені характеристичних рівнянь для

$$U(x) = 0 \quad (0 < x < a) \quad \text{та} \quad U(x) = U_0, \quad (-b < x < 0): \quad \alpha = \sqrt{2mE/\hbar^2},$$

$$\beta = \sqrt{2m(U_0 - E)/\hbar^2} \quad A, B, C \quad \text{та} \quad D \text{ – сталі коефіцієнти.}$$

З іншого боку, використовуючи (1.7) маємо

$$\Psi_1(x) = u_1(x) \cdot e^{i k \cdot x}, \quad \Psi_2(x) = u_2(x) \cdot e^{i \cdot k \cdot x}.\tag{1.10}$$

Порівнюючи (1.9) і (1.10), можна записати

$$\begin{aligned}u_1(x) &= (Ae^{i(\alpha-k)x} + Be^{-i(\alpha+k)x}), \\ u_2(x) &= (Ce^{(\beta-ik)x} + De^{-(\beta+ik)x}).\end{aligned}\tag{1.11}$$

Тепер, використовуючи умови неперервності та періодичності функцій  $u_1(x)$  та  $u_2(x)$  та їх перших похідних, маємо:

$$\begin{aligned}u_1(0) &= u_2(0) & A+B &= C+D \\ u_1(a) &= u_2(-b) & A \cdot e^{i(\alpha-k)a} + B \cdot e^{-i(\alpha+k)a} &= \\ & & Ce^{-(\beta-ik)b} + De^{(\beta+ik)b} & \\ \left. \frac{du_1(x)}{dx} \right|_{x=0} &= \left. \frac{du_2(x)}{dx} \right|_{x=0} & i(\alpha-k)A - i(\alpha+k)B &= \\ & & = (\beta-ik)C - (\beta+ik)D & \\ \left. \frac{du_1(x)}{dx} \right|_{x=a} &= \left. \frac{du_2(x)}{dx} \right|_{x=-b} & i(\alpha-k)Ae^{i(\alpha-k)a} - i(\alpha+k)Be^{-i(\alpha+k)a} &= \\ & & (\beta-ik)Ce^{-(\beta-ik)b} - (\beta+ik)De^{(\beta+ik)b} &\end{aligned}\tag{1.12}$$

Система рівнянь (1.12) має розв'язок відмінний від нуля, якщо її детермінант дорівнює нулю. Розкриваючи цей детермінант треба скористатися відомими формулами Ейлера:

$$e^{i \cdot y} = \cos y + i \sin y \quad \text{та} \quad e^{-i \cdot y} = \cos y - i \sin y.$$

У результаті отримуємо

$$\frac{e^{\beta \cdot b} + e^{\beta \cdot b}}{2} \cos(\alpha \cdot a) + \frac{(\beta^2 - \alpha^2)(e^{\beta \cdot b} - e^{-\beta \cdot b})}{4\alpha\beta} \sin(\alpha \cdot a) = \cos(ka). \quad (1.13)$$

Використовуючи означення гіперболічного синуса і косинуса, маємо

$$\frac{(\beta^2 - \alpha^2)}{2\alpha\beta} sh(\beta \cdot b) \sin(\alpha \cdot a) + ch(\beta \cdot b) \cos(\alpha \cdot a) = \cos(ka). \quad (1.14)$$

Для якісного аналізу трансцендентного рівняння (1.14) проведемо подальші спрощення. Вважатимемо, що ширина бар'єра між потенціальними ямами прямує до 0 (тобто  $b \rightarrow 0$ ), водночас будемо збільшувати його висоту таким чином ( $U_0 \rightarrow \infty$ ), щоб добуток ( $bU_0$ ) залишався сталою величиною, яку позначимо  $\frac{ma}{\hbar^2} (b \cdot U_0) = P = \text{const}$ . Тепер величина  $P$  характеризує прозорість бар'єра між потенціальними ямами. При граничному переході  $c \rightarrow a$  матимемо  $\beta \rightarrow \infty$ ,  $\frac{\alpha}{\beta} \rightarrow 0$ ,  $\beta b \rightarrow 0$  (як  $b^{1/2}$ ), тобто  $ch(\beta \cdot b) \rightarrow 1$ ,  $sh(\beta \cdot b) \rightarrow \beta \cdot b$ , тоді

$$\frac{(\beta^2 - \alpha^2)}{2\alpha\beta} ch(\beta \cdot b) \rightarrow \frac{\beta}{2\alpha} \beta \cdot b \rightarrow \frac{(\beta \cdot b)^{1/2}}{2\alpha \cdot b} \rightarrow \frac{P}{\alpha \cdot a}.$$

У такому випадку рівняння (1.14) остаточно набуває вигляду

$$P \frac{\sin(\alpha \cdot a)}{\alpha \cdot a} + \cos(\alpha \cdot a) = \cos(ka). \quad (1.15)$$

Тепер проаналізуємо розв'язок рівняння (1.15). Це трансцендентне рівняння, розв'язок якого найпростіше отримати в графічному вигляді (рис. 1.4). На графіках представлені окремо побудовані залежності лівої (а) і правої (б) частин цього рівняння.

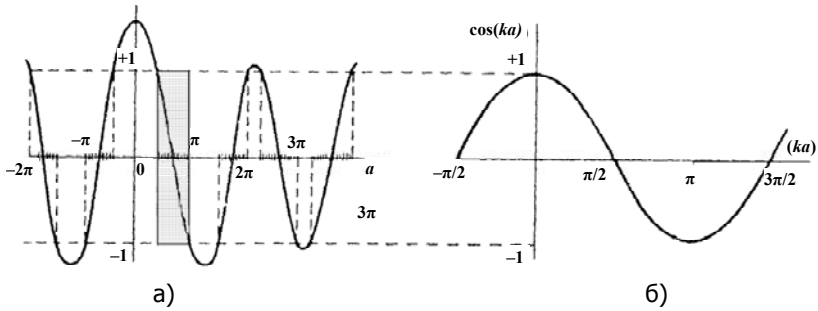


Рис. 1.4. Графічний розв'язок рівняння (1.15)

На лівому графіку (рис. 1.4, а) побудована залежність

$$P \frac{\sin(\alpha \cdot a)}{\alpha \cdot a} + \cos(\alpha \cdot a)$$

від  $\alpha \cdot a$ . Зрозуміло, що ліва частина рівняння (1.15) не може бути більше за 1 і менша, ніж  $-1$  відповідно до правої частини виразу (1.15), рис. 1.4, б. Із графіку видно, що розв'язок існує тільки за певних значень  $\alpha \cdot a$ , тобто електрон може мати тільки певні значення енергії – це зони дозволених значень енергії. Між ними лежать зони заборонених значень енергії.

Таким чином, ми отримали, що енергетичний спектр електронів у кристалі має зонний характер. Із рис. 1.4 видно, що зі зростанням  $E$  ширина дозволених зон збільшується, а заборонених, навпаки. За  $P \rightarrow \infty$  дозволених зон звужуються і перетворюються на дискретні стани, як в ізолюваному атомі. При зменшенні цього параметра стан електронів наближається до стану вільного електрона, тобто

$$E \rightarrow \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

Можна побудувати графік залежності  $E = E(k)$  згідно з рівнянням (1.15) (рис. 1.5).

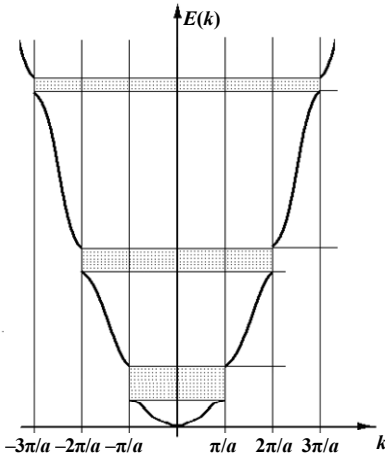


Рис. 1.5. Закон дисперсії  $E(k)$  з урахуванням наявності дозволених і заборонених зон у твердому тілі

Як бачимо  $E(k)$  має неперервну залежність на відрізку  $2\pi/a$ , а в точках  $ka = \pi n$  ( $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ) має розрив. Якщо вважати, що  $k = \frac{\pi}{a}n$  з одного боку, а з іншого  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , де  $\lambda$  – довжина хвилі електрона, що рухається, то ми маємо відоме співвідношення Вульфа–Брегга ( $n\lambda = 2a$ ), яке характеризує умову відбиття хвилі від площини ґратки для випадку, якщо кут падіння дорівнює  $\pi/2$ . Тобто розрив в енергетичному спектрі електронів у кристалі відбувається для електронних хвиль з енергією, для яких виконується умова повного внутрішнього відбиття. Можна показати, що на межі зон похідна  $\frac{dE}{dk} = 0$ , а енергія  $E(k)$  поблизу межі зон квадратично залежить від  $k$  ( $E = E_0 + Ak^2$ ), тобто на межі зон спостерігається екстремум.

Області, де  $E(k)$  змінюється неперервно, називаються зонами Бріллюена. Згідно із цим перша зона Бріллюена буде в межах

від  $-\frac{\pi}{a}$  до  $\frac{\pi}{a}$ ; друга від  $-\frac{2\pi}{a}$  до  $-\frac{\pi}{a}$  і від  $\frac{\pi}{a}$  до  $\frac{2\pi}{a}$ , і т. д.



Оскільки всі зони мають одну й ту саму протяжність і періодичність  $\frac{2\pi}{a}$ , то всі їх можна зобразити в одному інтервалі (від  $-\frac{\pi}{a}$  до  $\frac{\pi}{a}$ ), така зона називається *зведеною* (рис. 1.6).

Поняття зон Бріллюена поширюється на тривимірний випадок. У кожному напрямку свій період кристалічної ґратки та своя заборонена зона. Оскільки енергія залежить від імпульсу, а імпульс, у свою чергу, визначається напрямком руху електрона у кристалічній ґратці, то залежність  $E(k)$ , а отже, величина і характерні точки існування заборонених зон будуть різними в різних напрямках імпульсного простору. Лише у випадку, якщо області заборонених енергій накладаються одна на одну за різних значень імпульсу, утворюватиметься абсолютна заборонена зона в кристалі.

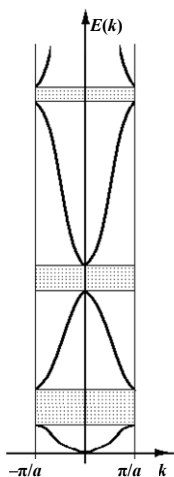


Рис. 1.6. Зведена зона Бріллюена

У напівпровідниковій електроніці зазвичай розглядають поведінку тільки валентних електронів. З усіх дозволених зон для розгляду залишають лише дві найвищих, формування яких здійснюється саме валентними електронами. Якщо за  $T = 0$  ширина зони (з двох останніх, що ми розглядали) заповнена електронами

повністю, а наступна за нею не заповнена, то таке тверде тіло буде або напівпровідником, або діелектриком. Нижня зона називається *валентною зоною*, верхня зона – *зоною провідності*. Зона між валентною зоною та зоною провідності є *забороненою зоною*.

При  $T = 0$  і  $\sigma = 0$  за умови термодинамічної рівноваги, якщо внаслідок будь-якої причини, чи зростання температури й термічного збудження, чи за рахунок поглинання кванта світла в зоні провідності, з'явиться електрон, і при цьому в кристалі існуватиме електричне поле, то зрозуміло, що в кристалі піде струм. У випадку, якщо валентна зона і зона провідності перетинаються або зона провідності заповнена, за  $T = 0$  кристал матиме властивості металу. Якщо ширина забороненої зони велика для термічного збудження носіїв заряду з валентної зони в зону провідності, кристал є діелектриком.

Ми багато уваги приділили моделі Кроніга–Пенні тому, що основні висновки моделі принципові й залишаються справедливими також за інших припущень стосовно форми бар'єра і т. д. Наведемо ці висновки:

1) енергетичний спектр електронів у кристалі має зонний характер;

2) розриви залежності  $E = E(k)$  відбуваються за  $k = \frac{\pi}{a} n$ ;

3) зі зростанням енергії ширина дозволених зон зростає, а заборонених зменшується;

4) області  $E = E(k)$ , де  $E \sim k^2$  розташовані на межі зон, де є екстремум.

#### 1.4. Поняття ефективної маси електрона в кристалі

Будемо розглядати рух електронів у кристалі під дією зовнішнього електричного поля  $E$ . Поле діє на електрон із силою  $F = -eE$ . Якщо електрон вільний, тобто на нього не діють інші сили, то і сила електричного поля буде єдиною. На електрон, що рухається в кристалі, окрім цієї сили, діє ще періодичне поле

кристалічної ґратки. Тому рух електрона стає складним, оскільки він відбувається під дією сумарних сил зовнішнього сталого поля і поля кристалічної ґратки, що змінюються від точки до точки. Як описати його рух у такому випадку? Розглянемо один із способів опису руху електрона в такому полі.

Будемо розглядати рух електрона, як поширення електронної хвилі. Швидкість руху електрона як хвилі в кристалі дорівнює груповій швидкості поширення цієї хвилі. Для вільного електрона або електронної хвилі це

$$V_{\text{гр}} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}.$$

За час  $dt$  зовнішня сила  $F$  здійснює роботу

$$dE = V_{\text{гр}} \cdot dt \cdot F = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} \cdot dt \cdot F.$$

Видно, що  $F = \hbar \cdot \frac{\partial k}{\partial t}$ , а прискорення електрона під дією зовнішньої сили в цьому випадку дорівнюватиме

$$a = \frac{dV_{\text{гр}}}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \cdot F.$$

Це означає, що коефіцієнт пропорційності між силою і прискоренням, що згідно з другим законом Ньютона є масою, яка дорівнює величині

$$m^* = \hbar^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right)^{-1}. \quad (1.16)$$

Електрон, який рухається в кристалі має масу  $m^*$ , є вільним і описувати його рух можна як рух вільного електрона з масою  $m^*$  відповідно до класичних законів. Треба підкреслити важливу рису такого введення поняття ефективної маси  $m^*$ . Ми не використовували ані гравітаційних, ані інерційних властивостей електрона і введена таким чином ефективна маса є зручним засобом опису складної поведінки руху електрона в кристалі. Не

дивно, що можливо через це отримати  $m^*$  будь-якої величини ( $m^* \gg m_0$ ) і знака ( $m^* \ll 0$ ). Ми можемо перевірити наші міркування щодо введення ефективної маси, наприклад, для вільного електрона, тобто для випадку, коли закон дисперсії має вигляд  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0}$ . Підставляючи наведений вище вираз для

$E = E(k)$  у вираз (1.16), отримуємо що  $m^* = m_0$ .

Для електрона в кристалі закон дисперсії значно складніший. За певних значень  $k$  електронна хвиля поширюється по кристалу, а за певних, наприклад  $k = \frac{\pi}{a}, -\frac{\pi}{a}$ , руху взагалі немає, тобто відбувається повне внутрішнє відбиття. Проаналізуємо цей випадок докладніше за допомогою рис. 1.7.

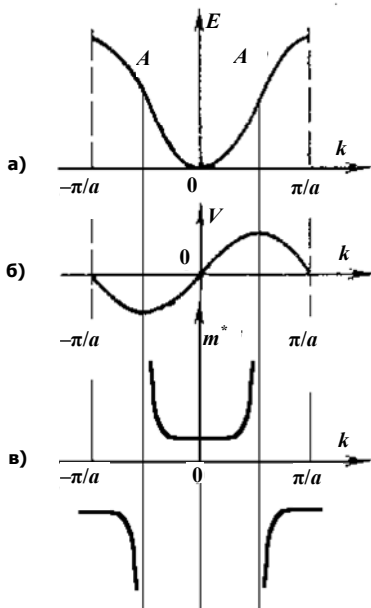


Рис. 1.7. Залежність енергії (а), швидкості електрона (б) та ефективної маси (в) електрона від хвильового вектора в зоні Бріллюена

На рисунку зображено зону Бріллюена (рис. 1.7, а), тобто залежність  $E(k)$  у межах  $-\frac{\pi}{a} < k < \frac{\pi}{a}$ . В області, де  $E \sim k^2$ , за малих значень  $k$ ,  $V \sim k$  і таким чином,  $m^* = \text{const} > 0$ . У точці  $A$  (або  $A'$ ) обов'язково буде випадок, коли  $\frac{d^2E}{dk^2} = 0$ , оскільки в цій

точці змінюється похідна, тобто  $\frac{dE}{dk}$  має максимум (рис. 1.7, б).

При подальшому збільшенні енергії швидкість електрона зменшується зі зростанням енергії. Отже, маємо від'ємне прискорення, тобто  $a = -\frac{F}{m^*}$ , що відповідає в межах нашого формалізму

тому, що  $m^* < 0$  (рис. 1.7, в).

Дійсно, оскільки  $F = -eE$ , то отриманий випадок має подвійний зміст: або ефективна маса стала від'ємною, або заряд носія, що рухається в зовнішньому полі, став позитивним. Як показують результати експериментальних досліджень (вони будуть розглядатися далі), у цьому випадку знак носія позитивний. Цей позитивний заряд, що рухається зверху валентної зони отримав назву "дірка".

Таким чином, існують два варіанти руху електрона в зоні Бріллюена: або дозволена зона майже порожня (зона провідності), і в ній рухаються звичайні електрони, або майже зовсім заповнена (валентна) зона, тоді є вільні місця тільки біля стелі зони, у якій рухаються дірки. Наприклад, як і за  $T = 0$  у валентній зоні всі місця зайняті, то можна стверджувати, що це діелектрик або напівпровідник. За  $T > 0$  унаслідок термічної активації в зоні провідності з'являються вільні електрони, а у валентній зоні – дірки. Така провідність ( $n = p$ ) називається *власною*. Якщо ж за  $T = 0$  маємо не повністю заповнену зону (лише до точки  $A$ , (рис. 1.7, а)), то маємо метал.

Ми розглянули одновимірний випадок. При такому розгляді  $m^*$  є скаляром. У тривимірному випадку необхідно рівняння для прискорення в зовнішньому полі розглядати як векторне, і тоді

отримаємо компоненти вектора прискорення по  $x, y, z$  осям у вигляді

$$\begin{aligned}
 a_x &= \frac{1}{\hbar^2} \left[ \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2} \cdot F_x + \frac{\partial^2 E}{\partial k_x \partial k_y} \cdot F_y + \frac{\partial^2 E}{\partial k_x \partial k_z} \cdot F_z \right], \\
 a_y &= \frac{1}{\hbar^2} \left[ \frac{\partial^2 E}{\partial k_y \partial k_x} \cdot F_x + \frac{\partial^2 E}{\partial k_y^2} \cdot F_y + \frac{\partial^2 E}{\partial k_y \partial k_z} \cdot F_z \right], \\
 a_z &= \frac{1}{\hbar^2} \left[ \frac{\partial^2 E}{\partial k_x \partial k_z} \cdot F_x + \frac{\partial^2 E}{\partial k_z \partial k_y} \cdot F_y + \frac{\partial^2 E}{\partial k_z^2} \cdot F_z \right].
 \end{aligned} \tag{1.17}$$

Сукупність величин

$$\frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} = \frac{1}{m_{i,j}},$$

які пов'язують вектори  $\vec{a}$  та  $\vec{F}$ , є тензором другого порядку і за аналогією з виразом для одновимірного випадку називається *тензором зворотної ефективної маси*. Таким чином, у тривимірному випадку зворотна ефективна маса набуває вигляду

$$\frac{1}{m_{i,j}} = \frac{1}{\hbar^2} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_x \partial k_y} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_x \partial k_z} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial k_y \partial k_x} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_y^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_y \partial k_z} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial k_z \partial k_x} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_z \partial k_y} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_z^2} \end{pmatrix}. \tag{1.18}$$

Скорочено цей вираз можна записати так:

$$\left( \frac{1}{m_{i,j}} \right) = \begin{pmatrix} m_{xx}^{-1} & m_{xy}^{-1} & m_{xz}^{-1} \\ m_{yx}^{-1} & m_{yy}^{-1} & m_{yz}^{-1} \\ m_{zx}^{-1} & m_{zy}^{-1} & m_{zz}^{-1} \end{pmatrix}. \tag{1.19}$$

Це тензор, симетричний відносно головної діагоналі, тобто  $m_{i,j}^{-1} = m_{j,i}^{-1}$ , тому що

$$\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} = \frac{\partial^2 E}{\partial k_j \partial k_i}.$$

За рахунок вибору відповідної системи координат можна привести симетричний тензор до діагонального вигляду, якщо відрізняються від 0 тільки члени на головній діагоналі:

$$\left( \frac{1}{m_{i,j}} \right) = \begin{pmatrix} m_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & m_2^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & m_3^{-1} \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

де  $m_1^{-1}, m_2^{-1}, m_3^{-1}$  – зворотні ефективні маси в напрямках  $x, y, z$ . Відомо, якщо маса не залежить від напрямку, то поверхні, які мають однакові енергії в  $k$ -просторі, мають форму сфери з радіусом  $k_0$ .

Зупинимось на випадку, що відповідає вже розглянутому нами. Розглянемо вираз для енергії електрона в малій області поблизу  $k_0$ . Розкладемо  $E = E(k)$  у ряд Тейлора й обмежимося першими членами розкладу:

$$E(k) = E(k_0) + \sum_i \left( \frac{\partial E}{\partial k_i} \right)_{k_0} (k_i - k_{i0}) + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \left[ \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \right)_{k_0} (k_i - k_{i0})(k_j - k_{j0}) \right]. \quad (1.21)$$

Тут  $i, j$  незалежно пробігають значення  $x, y, z$ . Якщо  $k_0$  перебуває в точці екстремуму, то  $\frac{\partial E}{\partial k} = 0$ , тоді, порівнюючи  $\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j}$  з відповідним виразом для ефективних мас, можна записати

$$E(k) = E(k_0) + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{i,j} \left[ \frac{1}{m_{i,j}} (k_i - k_{i0})(k_j - k_{j0}) \right]. \quad (1.22)$$

Враховуючи те, що тензор зворотної ефективної маси можна привести до діагонального вигляду, маємо

$$E(k) = E(k_0) + \frac{\hbar^2}{2m_1} (k_x - k_{x0})^2 + \frac{\hbar^2}{2m_2} (k_y - k_{y0})^2 + \frac{\hbar^2}{2m_3} (k_z - k_{z0})^2. \quad (1.23)$$

Із цього рівняння видно, що поверхні, які мають однакові енергії в  $k$ -просторі, дорівнюють  $[E(k) - E(k_0)] = \text{const}$  й являють собою еліпсоїди. Якщо симетрія кристала така, що дві осі фізично еквівалентні (напр.,  $x$  та  $y$ ), то відповідні компоненти тензора оберненої ефективної маси будуть однаковими, тобто  $m_1^{-1} = m_2^{-1} = m_{\perp}^{-1}$ , тоді

$$E(k) - E(k_0) = \frac{\hbar^2}{2m_{\perp}} \left[ (k_x - k_{x0})^2 + (k_y - k_{y0})^2 \right] + \frac{\hbar^2}{2m_{\parallel}} (k_z - k_{z0})^2. \quad (1.24)$$

Ця поверхня є поверхнею еліпсоїда обертання, оскільки саме такий випадок найчастіше трапляється на практиці. Відповідні ефективні маси отримали спеціальну назву  $m_{\perp}$  – поперечна ефективна маса;  $m_{\parallel}$  – повздовжня ефективна маса. Лише у випадку, якщо  $m_1^{-1} = m_2^{-1} = m_3^{-1}$ , матимемо сферу, яка характеризує поверхні, що мають однакові енергії у  $k$ -просторі.

Для прикладу, на рис. 1.8 наведено форми поверхонь сталих енергій у зонах провідностей германію та кремнію. Із рисунка видно, що ці поверхні мають форму еліпсоїдів.



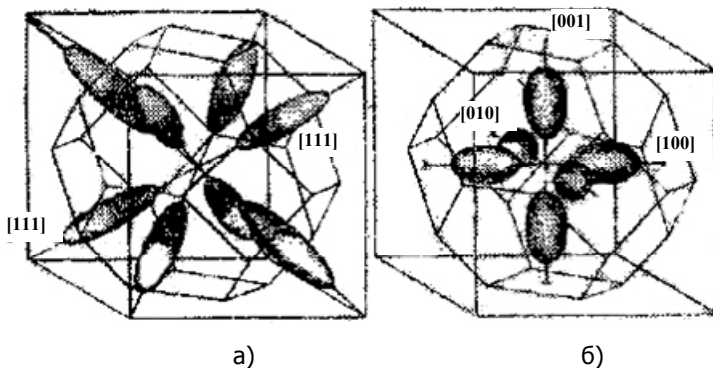


Рис. 1.8. Форми поверхонь сталих енергій у зонах провідностей германію (а) і кремнію (б)

### 1.5. Параметри та зонна структура найбільш поширених напівпровідників

У табл. 1.1 наведено основні параметри ширин заборонених зон, ефективних мас електронів і дірок, законів дисперсій для напівпровідників, які найбільш широко використовуються в сучасній напівпровідниковій електроніці. З подальшого розгляду буде зрозумілим, чому для напівпровідників ширини заборонених зон, які визначені з оптичних досліджень, відрізняються від ширин заборонених зон, які визначені з досліджень температурних залежностей. Сприйматимемо це лише як експериментальний факт.

У напівпровідниках найважливішою характеристикою є закон дисперсії, який виконується для електронів і дірок, оскільки саме вони обумовлюють ті властивості, які використовуються в напівпровідникових приладах. На рис. 1.9 наведено закони дисперсії германію (а), кремнію (б) та арсеніду галію (в) для електронів і дірок у зонах провідності та валентних зонах, відповідно.

Таблиця 1.1

Ширини заборонених зон  
та ефективні маси носіїв заряду деяких напівпровідників за 300 К

Напів- провідник	Ширина забороненої зони (eВ)	Ефективна маса електронів $m_e^* / m_e$	Ефективна маса дірок $m_h^* / m_h$
Si	1,12	$m_{11}=0,98$ $m_{\perp}=0,19$	$m_{hh}=0,53$ $m_{eh}=0,16$
Ge	0,85	$m_{11}=1,6$ $m_{\perp}=0,082$	$m_{hh}=0,35$ $m_{eh}=0,043$
GaAs	1,45	0,067	0,62
AlAs	2,26	0,06	0,5
InP	1,26	0,08	0,85
InSb	0,17	0,023	0,6

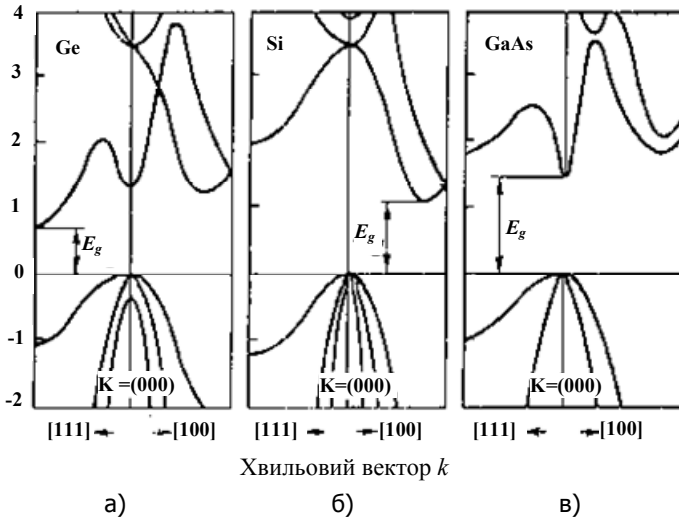


Рис. 1.9. Енергетична зонна структура, яку утворюють валентні електрони германію (а), кремнію (б) та арсеніду галію (в)

Звертає увагу той факт, що екстремуми валентної зони германію (а) і кремнію (б) не збігаються з екстремумами зони провідності. Тобто максимуми валентної зони германію та кремнію існують за  $k=0$  і не збігаються з мінімумами зони провідності, які розташовані за  $k=k_m$ . Такі напівпровідники називаються *непрямозонними*. Для арсеніду галію спостерігаємо зворотний випадок. Максимум валентної зони і мінімум зони провідності збігаються в точці  $k=0$ . Такі напівпровідники називаються *прямозонними*. Ці особливості зонної структури є визначальними при конструюванні оптичних напівпровідникових приладів.

## 1.6. Запитання для самоконтролю та задачі

1. Які наближення та припущення використовуються для розв'язування рівняння Шредінгера, і до чого вони призводять?
2. Що таке ширина забороненої зони?
3. У чому полягає причина виникнення зон Бріллюена?
4. Що являють собою валентна зона та зона провідності напівпровідника?
5. Що таке дірка в напівпровіднику?
6. Чим обумовлене існування ефективної маси електронів і дірок у напівпровіднику?
7. У чому полягає різниця фізичних властивостей електронного та діркового напівпровідників?
8. Як співвідносяться ефективні й реальні маси електронів і дірок?
9. Що таке прямозонний напівпровідник?
10. Чим прямозонний напівпровідник відрізняється від непрямозонного?

## Розділ 2 ЗВ'ЯЗОК АТОМІВ У КРИСТАЛАХ, ДЕФЕКТИ ТА ДОМІШКИ В КРИСТАЛАХ

### 2.1. Хімічний зв'язок атомів у кристалах

Розглянемо детальніше природу хімічного зв'язку в кристалі. Відомо, що атоми утримуються в кристалі завдяки хімічному зв'язку. Хімічний зв'язок виникає при зближенні атомів і обумовлений взаємодією їх зовнішніх, тобто валентних електронних оболонок. Зрозуміло що, якщо такий зв'язок утворюється, то повна енергія кристала знижується і в рівноважному стані буде мінімальною. Оскільки хімічний зв'язок може бути різним за енергією, яка виділяється при його утворенні, то можна для якісного його опису ввести деякі типи, що характеризували б загальні риси утворення хімічного зв'язку між атомами. Іонний зв'язок або гетерополярний, ковалентний або гомеополярний, металевий і зв'язок силами Ван дер Ваальса. Перші три типи прийнято називати сильним зв'язком, оскільки їх енергії на 1-2 порядки величин більші за енергії зв'язку, що обумовлені силами Ван дер Ваальса, які мають величини 0,01–0,2 еВ. Усі типи сильного (міцного) зв'язку є наслідком взаємодії зовнішніх валентних електронів і призводять до утворення загальних електронних станів нової системи. У результаті цього відбувається новий розподіл електронів у системі. При підвищенні електронної густини біля одного атома та її зменшенні біля сусіднього (унаслідок хімічного зв'язку) виникає кулонівська взаємодія між іонами. Такий зв'язок називається *іонним*.

Якщо об'єднання зовнішніх електронів відбувається на просторово-фіксованих орбіталях біля атомів, що утворюють спільну систему твердого тіла, то відбувається ковалентний зв'язок. Як-

що концентрація електронів, що беруть участь у створенні зв'язку, зростає до певної межі, яка характеризується температурою виродження газу електронів, що утворилися за рахунок колективної взаємодії, то відбувається металевий зв'язок. Зазвичай у природі не існує чистого зв'язку одного типу. Насамперед це стосується іонного та ковалентного зв'язків. Змішаний зв'язок у цьому випадку відповідає такому випадку, коли частину часу електрон розташований біля атома  $B$ , забезпечуючи іонну взаємодію між атомами  $A$  і  $B$ . У цьому випадку йдеться про ступінь іонності хімічного зв'язку. Ван-дер-Ваальсівський зв'язок слабкий за енергією, оскільки пов'язаний із взаємодією дипольних моментів атомів або молекул, що утворюють елементарну комірку кристалічної ґратки. Поляризація атомів і дипольна взаємодія не призводять до утворення спільної електронної системи твердого тіла.

Під час розгляду зонної теорії твердого тіла з ідеальним розташуванням атомів у кристалічній ґратці йшлося про ідеальний кристал. У такому кристалі, як було показано, утворюються зони дозволених і заборонених значень енергії. Причому в зоні заборонених значень енергії не може існувати жодного дозволеного стану електронів. Реальні ж кристали відрізняються від ідеальних наявністю дефектів кристалічної ґратки та домішок. Зрозуміло, що їх існування має впливати на властивості того розглянутого ідеального кристала. Постає запитання. Яку роль відіграють дефекти і домішки у твердому тілі? Фактично відповіді на це запитання й присвячений цей посібник, оскільки завдяки вмінню керувати властивостями домішок і дефектів і виникла сучасна напівпровідникова електроніка.

## 2.2. Класифікація дефектів кристалічної ґратки кристала

За термодинамічними ознаками дефекти кристалічної ґратки можуть бути класифіковані таким чином. В умовах термодинамічної рівноваги навіть в ідеальному кристалі існують різного роду відхилення від точного розташування атомів у вузлах крис-

талічної ґратки. Такі відхилення називаються *дефектами кристалічної ґратки*. Рівноважні дефекти – це дефекти кристала, які є елементарними збудженнями основного стану кристала так само, як існують збуджені стани в електронній підсистемі. До цього типу дефектів перш за все належать фонони – колективні коливання атомів кристалічної ґратки кристала. Вплив їх на електрони провідності розглянемо в підрозд. 2.6.

У реальних кристалах окрім рівноважних дефектів ґратки існують *нерівноважні дефекти*. Вони викликані неідеальними умовами росту та існування кристала. Ці дефекти, так би мовити, "заморожені" в кристалі. Часто нерівноважні дефекти кристалічної ґратки стабілізуються електричними, магнітними або пружними полями, які виникають у кристалі під час його росту, фазових перетворюваннях або зовнішніх діях, наприклад, радіаційним опроміненням. Густина нерівноважних дефектів кристалічної ґратки може бути істотно зменшена за рахунок вдосконалення методів отримання та обробки кристалів.

Завдяки малій рухливості та великому часу життя дефекти кристалічної ґратки за геометричними ознаками можуть бути класифіковані таким чином. Будемо називати *вузлами ґратки* і положення, які атоми мають займати в кристалі з ідеальною атомною структурою. Тоді можна стверджувати, що:

- *нульвимірні (точкові) дефекти* – вакантні вузли ґратки, атоми в міжвузлях, атоми у вузлах "чужої" підґратки для багатокомпонентних кристалів, атоми домішок у різних положеннях і т. д.;

- *одновимірні (лінійні) дефекти* – ланцюги точкових дефектів, дислокації;

- *двовимірні (поверхневі) дефекти* – поверхня кристала, межі поділу різних фаз (матеріалів), межі блоків, зерен, доменів тощо;

- *тривимірні (об'ємні) дефекти* – пори, включення, інші макроскопічні утворення.

У сучасній напівпровідниковій електроніці найбільшу роль відіграють точкові дефекти. Це, насамперед, вакансії, тобто по-

рожні (незайняті) вузли ґратки, атоми в міжвузлях та їх комплекси (напр., дивакансії з атомами домішок). Ці два типи дефектів є антиподами. Анігіляція вакансії та атома в міжвузлі відновлює ідеальність кристалічної ґратки. Енергія утворення вакансії визначається роботою, яку треба витратити для переносу атома з вузла кристалічної ґратки (зазвичай це величина порядку одиниць електрон-вольтів). Енергія утворення атома в міжвузлі – це робота, яку треба витратити для перенесення атома з поверхні кристала в міжвузлове положення (за порядком величини це енергія, що дорівнює декільком електрон-вольтам).

Можливість існування дефектів з великою енергією утворення в умовах термодинамічної рівноваги за температури  $T$  можна пояснити тим, що утворення точкових дефектів призводить до збільшення ентропії кристала в цілому щодо повністю впорядкованої системи.

Із кристала, який має  $N$  однакових атомів, можна позбутися  $n$  атомів такою кількістю способів:  $C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!}$  – кількість перестановок. Тоді відповідне збільшення ентропії згідно із формулою Больцмана буде

$$\Delta S = k \ln \frac{N!}{n!(N-n)!}. \quad (2.1)$$

Якщо енергія утворення одного дефекту  $E$ , то утворення  $n$ -дефектів за температури  $T$  змінює вільну енергію кристала на

$$\Delta F = nE - T\Delta S. \quad (2.2)$$

Мінімізація (2.1) з урахуванням (2.2) і використання формули Стірлінґа для великих чисел ( $\ln m! = m \ln m$ ) дає для рівноважної кількості точкових дефектів

$$n = Ne^{-E/kT}. \quad (2.3)$$

Аналогічно можна розглянути більш складний випадок, якщо дефекти мають, наприклад, таку природу: атом у міжвузлі й вакансія (такий дефект має спеціальну назву і називається *дефект*

том Френкеля). Якщо вважати, що  $N_1$  і  $N_2$  – кількість вузлів, у яких можуть бути перший і другий партнер, то:

$$n = \sqrt{N_1 \cdot N_2} \cdot \exp\left(-\frac{E}{kT}\right). \quad (2.4)$$

Взаємодія більш складних точкових дефектів, як зазначалось, призводить до більш складних комплексів дефектів. Наприклад,  $V_1 + V_1 \leftrightarrow V_2$  – бівакансія, або дивакансія. Найбільш актуальними для напівпровідникової електроніки є точкові дефекти – домішки. Вони відіграють як позитивну (легуючі, або мілкі домішки), так і негативну роль (рекомбінаційні центри). Особливе значення мають легуючі домішки. Найбільш простий випадок – це домішки 5-ї групи елементів (фосфор P, миш'як As, сурма Sb) і 3-ї (бор B, алюміній Al, галій Ga) періодичної системи елементів Менделєєва в напівпровідниках 4-ї групи (кремній Si та германій Ge). Наприклад, у кремнії чотири валентні електрони утворюють кристал кремнію з ковалентним зв'язком. Якщо замість кремнію в одному із вузлів розмістити п'ятивалентний атом фосфору, то чотири його валентні електрони підуть на утворення ковалентних зв'язків із чотирма сусідами (атомами кремнію), а п'ятий електрон обертається навколо свого атома з певною енергією. Цей випадок з п'ятим електроном нагадує випадок з електроном в атомі водню.

### 2.3. Мілкі, глибокі, донорні, акцепторні та амфотерні домішки

Розглянемо, що зміниться, якщо ми шукатимемо розв'язок задачі для електрона у твердому тілі так само, як і для атома водню. По-перше, необхідно врахувати, що електрон має не просто масу, а ефективну масу у твердому тілі. По-друге, його взаємодія з ядром буде послаблена внаслідок екрануючих властивостей кристалічної ґратки в першу чергу. Формально цей факт відображає наявність кінцевої діелектричної проникності кремнію



(для Si  $\epsilon = 12$ ). Якщо вважати, що іонізація цього утворення відповідає переходу електрона в зону провідності, то 0 енергії відповідає положенню  $E_c$ . Тоді рівняння Шредінгера набуде вигляду

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta\Psi - \frac{e^2}{\epsilon\epsilon_0 r} \Psi = E\Psi. \quad (2.5)$$

Розв'язок такого рівняння відомий, і його можна записати у вигляді

$$E_d = E_c - 13,5 \frac{m^*}{m_0 \epsilon^2 \epsilon_0} \cdot \frac{1}{n^2} = E_c - A \cdot m^* \frac{1}{n^2}. \quad (2.6)$$

Підставляючи у (2.6) параметри, які характеризують кремній, будемо мати  $E_d \approx (E_c - 0,01)$  еВ. Проводячи далі схему цього розгляду, можна знайти, що радіус обертання електрона навколо свого атома (аналог борівського радіуса для атома водню) становить  $a \approx 60a_0$ , де  $a_0$  – стала ґратки. Тобто електрон майже вільний. Такий самий висновок можна отримати і з енергетичних міркувань. Якщо енергетичне положення мілкої домішки в забороненій зоні кремнію становить величину порядку 0,01 еВ, а величина  $kT \approx 0,025$  еВ за кімнатної температури ( $T=300$  К), то зрозуміло, що в цьому випадку завдяки термічній іонізації рівень буде іонізованим, а електрон, який перебував на ньому за більш низької температури (напр.,  $T=30$  К), буде викинутий із нього в зону провідності за кімнатної температури. Такі рівні називаються мілкими або воднеподібними, і для них виконується умова  $E_t \ll kT$ . У результаті такого процесу виникає електронна провідність, або  $n$ -тип провідності напівпровідника. Аналогічно можна розглянути енергетичний спектр носіїв заряду при легуванні напівпровідника елементами 3-ї групи. У цьому випадку отримаємо  $E_a \approx (E_v + 0,01)$  еВ. Такий тип домішок називається *акцепторними домішками*; відповідно, напівпровідник  $p$ -типу провідності, або дірковий.

Якщо ж  $\Psi$ -функція (рівняння (2.5)) буде сильно локалізована (напр., для випадку домішок Ag, Cu, Au, Ni та ін.) розв'язання (2.6) значно ускладнюється і виникають рівні в забороненій зоні напівпровідника, які мають енергетичне положення  $E_i \gg kT$ . У такому випадку скористатися воднеподібним наближенням неможливо, оскільки не можна для електрона в сильно локалізованому стані використовувати поняття ефективної маси. Ці рівні називаються *глибокими*. Зазвичай на такі центри можуть захоплюватись електрони і дірки. Процеси захоплення носіїв на глибокі рівні в забороненій зоні обумовлюють рекомбінаційні властивості напівпровідників і впливають на час життя носіїв у зоні провідності та валентній зоні. Ці ефекти розглядатимуться окремо.

Таким чином, можна стверджувати, що напівпровідникова електроніка ґрунтується на процесах керування дефектною системою напівпровідникового матеріалу. Дефекти можуть бути як окремо донорними, так і акцепторними центрами, а за певних умов трансформуватися з одного типу (напр., донорного типу) в інший (акцепторний). В останньому випадку кажуть про амфотерну домішку.

## 2.4. Енергетичне положення легуючих домішок і глибоких рівнів у найбільш поширених напівпровідниках

Експериментальні та теоретичні дослідження домішок у напівпровідниках дозволяють одержати досить конкретне уявлення про значення енергетичного положення глибоких центрів, що утворюються в напівпровіднику під час його легування тими чи іншими домішками.

На рис. 2.1–2.3 наведено значення енергетичних положень глибоких рівнів у кремнії, германії та арсеніді галію, що обумовлені введенням у кристал різних елементів таблиці Менделєєва.

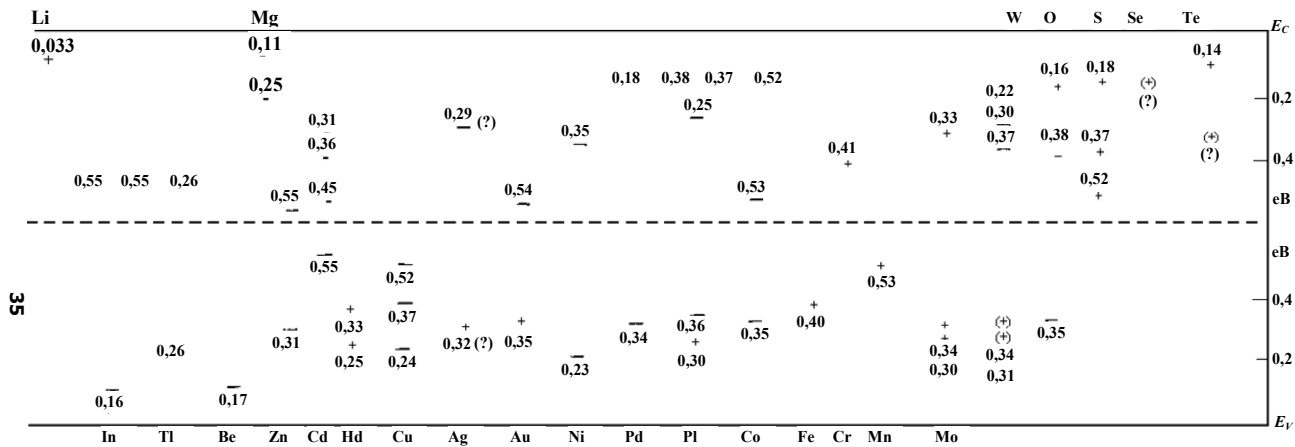


Рис. 1. Значення енергетичних положень глибоких рівнів у кремнії, що обумовлені домішками різних елементів таблиці Менделєєва



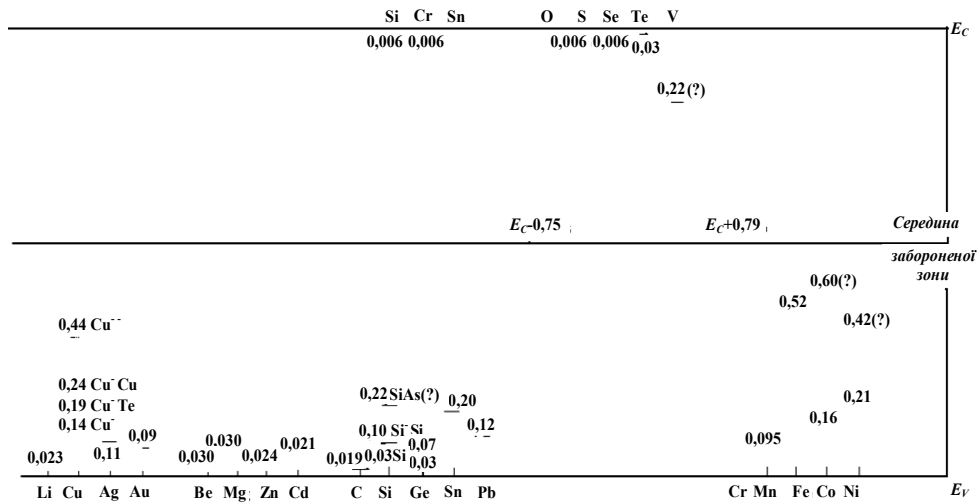


Рис. 3. Значення енергетичних положень глибоких рівнів в арсеніді галію, що обумовлені домішками різних елементів таблиці Менделєєва

## 2.5. Акустичні та оптичні фонони

Усі вузли кристалічної ґратки перебувають у безперервному коливальному русі, навіть за температури абсолютного нуля за рахунок нульових коливань гармонічного осцилятора. Такі коливання можна вважати термодинамічно рівноважним збуренням кристалічної ґратки кристала і, таким чином (див. підрозд. 2.2), термодинамічно рівноважним дефектом кристала.

За температури  $T > 0$  К, збудження від одного вузла передається іншим. Цей процес можна описати, як процес поширення пружних хвиль зі своєю частотою  $\omega_q$  і хвильовим вектором  $\vec{q}$ .

Закон дисперсії пов'язує ці величини і  $\omega_{\text{ф}} = \omega_{\text{ф}}(q)$ . Розглянемо чим обумовлюється цей закон дисперсії.

Наприклад, маємо одномірний ланцюг з  $N$  атомів масою  $m$ . Тоді відхилення  $n$  атома в ланцюзі призведе до збурення сусідів так, як це показано на рис. 2.4.

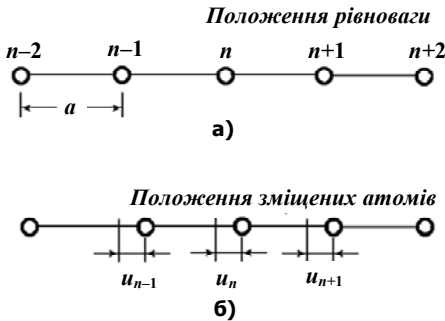


Рис. 2.4. Схематичне зображення одновимірної кристалічної ґратки кристала з одного типу атомів: до збурення (а); після збурення (б)

Якщо сили збурення невеликі, то коливання можна вважати гармонічними і силу, що діє на  $n$  атом з боку  $n+1$  і  $n-1$  атомів можна записати таким чином:

$$F_n = -\gamma(x_n - x_{n+1}) - \gamma(x_n - x_{n-1}) = \gamma(x_{n+1} + x_{n-1} - 2x_n). \quad (2.7)$$

Тоді рівняння руху атома набуде вигляду

$$m \frac{d^2 x_n}{dt^2} = \gamma(x_{n+1} + x_{n-1} - 2x_n). \quad (2.8)$$

Розв'язок цього рівняння шукатимемо у вигляді

$$x_n = A \cdot \exp[i(qan - \omega_{\text{TM}}t)]. \quad (2.9)$$

Підставляючи (2.9) у (2.8) отримаємо

$$\omega_{\text{TM}} = \pm 2 \left( \frac{\gamma}{m} \right)^{1/2} \cdot \sin \frac{aq}{2} = \omega_m \sin \frac{aq}{2}, \quad (2.10)$$

де  $\omega_m \pm 2 \left( \frac{\gamma}{m} \right)^{1/2}$ . Оскільки  $\sin \frac{aq}{2}$  періодична, то межі зміни  $q$  будуть  $-\frac{\pi}{a} < q < \frac{\pi}{a}$ , тобто такі самі, як і межі зони Бріллюена для хвильового вектора електрона  $k$ , про яку йшлося в розд. 1. Тому значення  $q$  можна розглядати в тому самому просторі, що й  $k$  для електрона.

Закон дисперсії поширення такого коливання в кристалі, яке називається *акустичним коливанням*, наведено на рис. 2.5.

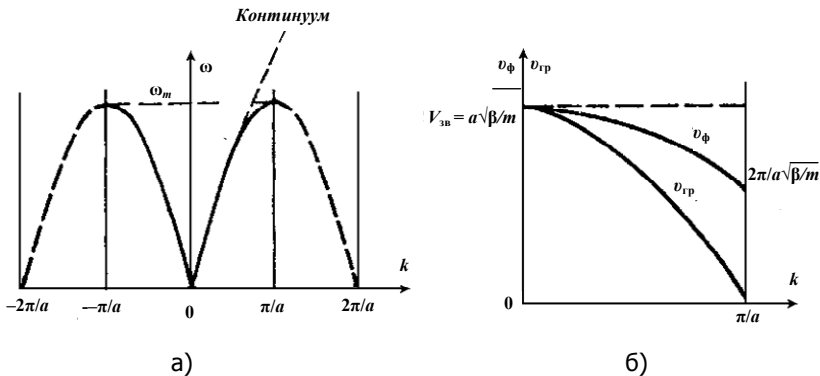


Рис. 2.5. Залежність частоти акустичного коливання (а) і фазової та групової швидкості (б) від хвильового вектора

Із рис. 2.5 видно, що малим значенням хвильового вектора, відповідають малі значення частоти (або енергії) акустичного фонуна. Оскільки кристалічна ґратка складається з великої кількості атомів  $N$ , то хвильовий вектор  $q$  у діапазоні  $-\frac{\pi}{a} < q < \frac{\pi}{a}$

буде неперервний з точністю  $\frac{n}{N}$ , тому фонон, так як і електрон характеризується квазіімпульсом.

Розглянемо коливання, які існують у кристалічній ґратці, що складається з двох типів атомів. Будемо, як і раніше, вважати її одновимірною. Тоді рівняння руху кожного із типів атомів аналогічно до (2.8) можна записати як систему рівнянь таким чином:

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 x'_n}{dt^2} = \gamma(x'_{n+1} + x'_{n-1} - 2x'_n), \\ m_2 \frac{d^2 x''_n}{dt^2} = \gamma(x''_{n+1} + x''_{n-1} - 2x''_n), \end{cases} \quad (2.11)$$

де індекс  $'$  стосується коливання атомів першого сорту з масою  $m_1$ , а індекс  $''$  стосується коливань атомів другого сорту з масою  $m_2$ .

Розв'язок системи рівнянь будемо шукати у вигляді, аналогічному (2.9), тобто

$$\begin{cases} x'_n = A' \cdot \exp[i(qan - \omega_\Phi t)] \\ x''_n = A'' \cdot \exp[i(qan - \omega_\Phi t)]. \end{cases} \quad (2.12)$$

Підставляючи (2.12) у (2.11), отримаємо систему рівнянь, яка має розв'язок відносно  $A'$  та  $A''$  лише в тому випадку, якщо детермінант цієї системи дорівнює нулю:

$$\begin{pmatrix} 2\gamma - m_1 \omega^2 & \gamma(1 + e^{iqa}) \\ \gamma(1 + e^{iqa}) & 2\gamma - m_2 \omega^2 \end{pmatrix} = 0. \quad (2.13)$$

Використавши відомі співвідношення  $e^{iqa} + e^{-iqa} = 2\cos(aq)$  і  $1 - \cos(aq) = 2\sin^2\left(\frac{aq}{2}\right)$ , маємо бікватратне рівняння відносно  $\omega$ :

$$\omega^4 - 2\gamma \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \omega^2 + \frac{4\gamma^2}{m_1 m_2} \sin^2\left(\frac{aq}{2}\right) = 0. \quad (2.14)$$

Розв'язком рівняння (2.14) є



$$\omega_1^2 = \frac{\omega_0}{2} \left\{ 1 + \left[ 1 - \beta^2 \sin^2 \left( \frac{aq}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right\},$$

$$\omega_2^2 = \frac{\omega_0}{2} \left\{ 1 - \left[ 1 - \beta^2 \sin^2 \left( \frac{aq}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right\},$$
(2.15)

де

$$\omega_0^2 = \gamma \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \quad \text{та} \quad \beta^2 = 4 \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Розв'язок системи рівнянь (2.11) у вигляді (2.15) показує, що у кристалічній ґратці твердого діла де є два атоми в елементарній комірці існують два типи коливань, яким відповідають два закони дисперсії. Перший тип  $\omega_1 = \omega_\phi(q)$  називається *оптичними коливаннями*, другий тип  $\omega_2 = \omega_\phi(q)$  – *акустичними*. На рис. 2.6 наведено закон дисперсії в першій зоні Бріллюена для оптичної та для акустичної гілок фоновів.

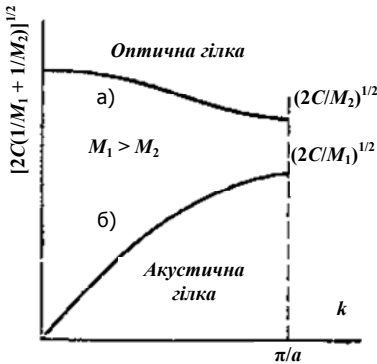


Рис. 2.6. Оптичні (а) та акустичні (б) гілки коливань системи, що має два атоми в елементарній комірці твердого тіла

Як видно з рис. 2.6, на відміну від акустичних фоновів, оптичні мають максимальне значення частоти, тобто й енергії за мінімального значення хвильового вектора. При цьому найбільша відмінність між цими двома гілками спостерігається за близьких до 0 значень хвильового вектора.

Зрозуміло, що коливання в тривимірному кристалі залежать від напрямку поширення коливання в кристалічній ґратці. Матимемо тривимірну (значно складнішу) картину закону дисперсії. При цьому, однак, загальні риси процесу залишаться такими, як були описані вище.

## 2.6. Взаємодія електронів з коливаннями ґратки

Розглянемо, як взаємодіє електрон з такими незагасаючими плоскими хвилями коливань кристалічної ґратки. Нехай у кристалі існує одна із таких хвиль:

$$\varphi = A \cdot \exp[i(q \cdot r - \omega_{\phi} \cdot t)]. \quad (2.16)$$

Будемо пам'ятати, що у виразі (2.16)  $q$  і  $r$  є векторами,  $\omega_{\phi}$  і  $t$  – скаляри. Обмежимося випадком малих  $q$  (тобто великих довжин хвиль  $\lambda$  коливань нашої ґратки). Це обмеження вказує на те, що в наших коливаннях беруть участь багато атомів кристалічної ґратки. Виділена хвиля являє собою систему областей стиснення та розрідження, які чергуються між собою і рухаються в напрямку  $q$  зі швидкістю поширення звуку в кристалі порядку  $V_{\text{зв}} \approx 10^5$  см/с.

Рух електрона розглядатимемо як рух плоскої хвилі з відповідною хвильовою функцією, що має вигляд

$$\Psi = U(r) \exp[i(k \cdot r - \omega \cdot t)], \quad (2.17)$$

де  $k$  – хвильовий вектор електрона,  $r$  – просторовий вектор. Як і раніше,  $\omega$  і  $t$  – скаляри. Середню швидкість електрона можна оцінити відповідно до його теплової енергії.  $(m^* V^2 / 2) = 3kT / 2$ . Оцінки показують, що в реальних умовах швидкість руху електрона в кристалі приблизно дорівнює  $V \approx 10^7$  см/с.

Таким чином, видно, що  $V > V_{\text{зв}}$ . Тому взаємодію електрона з пружною хвилею можна розглядати, як бреггівське відбиття від нерухомої системи площин кристалічної ґратки. Унаслідок того, що маса атомів, які утворюють кристалічну ґратку, значно біль-

ша маси електронів, можна вважати, що взаємодія електрона з атомом є пружною взаємодією.

Припустимо, що відбиття дзеркальне, тобто  $\vec{k}' - \vec{k} = c \cdot \vec{q}$ . Знайдемо  $c$  з умови Вульфа–Брегга. Як відомо, ця умова полягає в тому, що  $2 \cdot d \cdot \sin \vartheta = n \cdot \lambda$ . Оскільки ми розглядаємо взаємодію електрона з періодичною структурою, що утворилась унаслідок існування коливання атомів кристалічної ґратки, то  $d = \lambda_\Phi = \frac{2\pi}{q}$ . Нехай електрон падає на періодичну атомну струк-

туру під кутом  $\vartheta = \pi/2$ . Тоді  $\lambda_\Phi = 2\pi/k$ , звідси  $2 \frac{2\pi}{q} = \frac{2\pi}{k}$  або

$k = \pm \frac{q}{2}$ . Оскільки при нормальному падінні  $\vec{k}' - \vec{k} = \pm 2\vec{k}$ , то

$\vec{k}' - \vec{k} = \pm q$ , або  $\hbar \cdot \vec{k}' - \hbar \cdot \vec{k} = \pm \hbar \cdot q = \pm \vec{P}_\Phi$ . Таким чином, можна зробити висновок, що при взаємодії електрона з коливаннями кристалічної ґратки можливе збільшення або зменшення його квазіімпульсу на величину квазіімпульсу фонона.

Розглянемо, як змінюється енергія електрона при його взаємодії з коливаннями кристалічної ґратки. Площина зміни густини в кристалі, на якій відбувається розсіювання, хоча й досить повільно, але рухається. Це дозволяє розглянути зміну енергії електронної хвилі, що падає на площину, виходячи зі зміни її частоти за рахунок ефекту Допплера. Враховуючи те, що швидкість руху густини мала, фаза падаючої та відбитої хвилі постійна (незмінна), тобто  $\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega \cdot t = \vec{k}' \cdot \vec{r} - \omega' t$ , де  $r$  – положення площини відбиття, тоді  $\vec{r} = \frac{\vec{q}}{q} V_{зв} \cdot t$ . Водночас  $V_{зв} = \frac{\omega_\Phi}{q}$ , тоді

$$\left( \vec{k} \cdot \frac{\vec{q}}{q} V_{зв} - \omega \right) \cdot t = \left( \vec{k}' \cdot \frac{\vec{q}}{q} V_{зв} - \omega' \right) \cdot t.$$

Тобто у розглянутому випадку для максимальної передачі імпульсу матимемо для максимальної зміни частоти електронної хвилі при її взаємодії з фононом:

$$\omega - \omega' = \bar{k} \frac{\bar{q}}{q} V_{3B} - \bar{k}' \frac{\bar{q}}{q} V_{3B} = (\bar{k} - \bar{k}') \frac{\bar{q}}{q} V_{3B} = \pm \frac{q^2}{q} V_{3B} = \pm q V_{3B} = \pm \omega_{\phi}.$$

Відповідно для енергії буде  $\hbar \cdot \omega - \hbar \cdot \omega' = \pm \hbar \cdot \omega_{\phi}$ .

Таким чином, при взаємодії електрона з коливаннями кристалічної ґратки електрон або збільшує, або зменшує свою енергію на величину енергії фонуна. Тобто взаємодія електрона з кристалічною ґраткою призводить до породження або поглинання фонуна.

Оцінімо кількісно, яка максимальна енергія передається при такій взаємодії. У випадку лобового удару, коли передається максимальний імпульс, отримано, що  $\bar{k} - \bar{k}' = 2 \cdot \bar{k} = \pm \bar{q}$ . Тоді

$$\delta E_{\max} = \hbar \cdot \omega_{\phi} = \hbar \cdot q \cdot V_{3B} = \hbar \cdot 2 \cdot k \cdot V_{3B},$$

ураховуючи, що  $\hbar k = m^* V$ , маємо  $\delta E_{\max} = 2m^* V \cdot V_{3B}$ . Можемо знайти відносну зміну енергії електрона під час зіткнення. Вона становить

$$\frac{\delta E_{\max}}{\delta E} = \frac{2m^* V V_{3B}}{m^* V^2 / 2} = 4 \frac{V_{3B}}{V} \approx 4 \cdot 10^{-2}.$$

Якщо врахувати, що  $kT = 0,025$  еВ за кімнатної температури, то енергія змінюватиметься на дуже невелику величину порівняно з тією енергією, яку електрон має за кімнатної температури. Лише за дуже низьких температур (порядку 0,1 К) зміни енергії електрона при взаємодії з фонунами будуть помітні.

Зазначимо ще той факт, що умові збереження енергії та імпульсу, виходячи із вищенаведених міркувань, відповідають лише фонуни акустичної гілки закону дисперсії фонунів і лише поблизу центра зони Бріллюена, тобто найбільш довгохвильові фонуни, або розглянуті вище – з малими значеннями  $q$ .

## 2.7. Запитання для самоконтролю та задачі

1. З якою метою застосовують легування напівпровідників?
2. Що буде з власним напівпровідником, якщо в нього ввести три-, п'ятивалентний елемент (напр., бор (фосфор))?
3. Що таке електрично активний стан домішки? Наведіть приклади.
4. Що таке мілкі та глибокі домішки в напівпровіднику?
5. Як розсіюються носії заряду домішками?
6. Які типи дефектів кристалічної ґратки існують у кристалі?
7. У чому полягає взаємодія носіїв заряду з дефектами кристалічної ґратки?
8. Що таке оптичні та акустичні фонони в кристалі? Чим вони відрізняються?
9. Як взаємодіють електрони та дірки напівпровідника із фононами?
10. **Задача.** Користуючись воднеподібною моделлю, визначити енергію іонізації донорних домішок у кремнії та германії.

## Розділ 3 РІВНОВАЖНА СТАТИСТИКА ЕЛЕКТРОНІВ І ДІРОК У НАПІВПРОВІДНИКАХ

### 3.1. Концентрації електронів і дірок у зоні провідності та валентній зоні. Електронний і дірковий напівпровідники

Як відомо, електрон має спін, що дорівнює  $1/2$  і, таким чином, для сукупності таких частинок виконуються закони статистики Фермі – Дірака. Тоді можна записати функцію їх розподілу за енергією у вигляді

$$f_e(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}, \quad (3.1)$$

де  $E_F$  – електрохімічний потенціал, який визначається як зміна вільної енергії ( $F = E - TS$ ) електронної системи при зміні кількості електронів на одиницю за постійних значень об'єму та температури  $E_F = \left. \frac{\partial F}{\partial N} \right|_{V,T}$ . Якщо вважати у виразі (3.1), що

$E = E_F$ , то можна отримати більш звичне визначення  $E_F$ . Воно полягатиме в тому, що  $E_F$  – енергія, за якої ступінь заповнення електронами рівня з енергією  $E_F$  дорівнює 0,5. Оскільки, як буде показано далі, рівень  $E_F$  у напівпровідниках у найбільш важливих для практичного застосування випадках розташований у забороненій зоні напівпровідника, де не існують вільні електрони, то друге означення не має зрозумілого фізичного змісту, і тому краще користуватися першим із наведених означень положення рівня Фермі.

Зі статистичної фізики відомо, що співвідношення (3.1) справедливе за таких припущень: 1) система перебуває в умовах термодинамічної рівноваги; 2) набір енергетичних станів не залежить від ступеня їх заповнення. За умови, що  $E - E_F \gg kT$ , тобто відсутності виродження електронного газу (або, що те саме, за умови, що кількість станів значно більша за кількість електронів, які їх заповнюють) функція розподілу Фермі–Дірака переходить у функцію розподілу Больцмана. Таким чином,  $f_e(E)$  можна представити у вигляді

$$f_e(E) = \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right). \quad (3.2)$$

Якщо розглядати дірку як квазічастинку, що відповідає відсутності електрона із цією енергією, то можна вважати, що

$$f_h(E) = 1 - f_e = 1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right) + 1}. \quad (3.3)$$

Тоді для дірок у невиродженому випадку матимемо

$$f_h(E) = \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right). \quad (3.4)$$

Тепер, коли відомо, як розподіляються електрони та дірки між станами, які вони можуть займати (густина цих станів нехай буде  $N(E)$ ), можна проаналізувати залежність концентрації електронів і дірок у зонах провідності та валентній зоні від положення рівня Фермі в системі (рис. 3.1). Для невиродженого випадку, якщо  $E_F < 0$ , то концентрація електронів  $n(E)$  в інтервалі  $dE$  дорівнюватиме

$$n(E)dE = 2N(E) \cdot f_e(E)dE. \quad (3.5)$$

Розглянемо докладніше, що собою являє густина станів  $N(E)$ , і від чого вона залежить. Розрахуємо кількість квантових станів, у яких можуть перебувати електрони в зоні провідності. Нехай у нашому напівпровіднику в одиничному об'ємі в інтервалі енергій від  $E$  до  $E + dE$  міститься  $dZ$  квантових станів.

Зрозуміло, що тоді густину станів для енергії  $E$  можна записати у вигляді

$$N(E) = \frac{dZ}{dE} \quad (3.6)$$

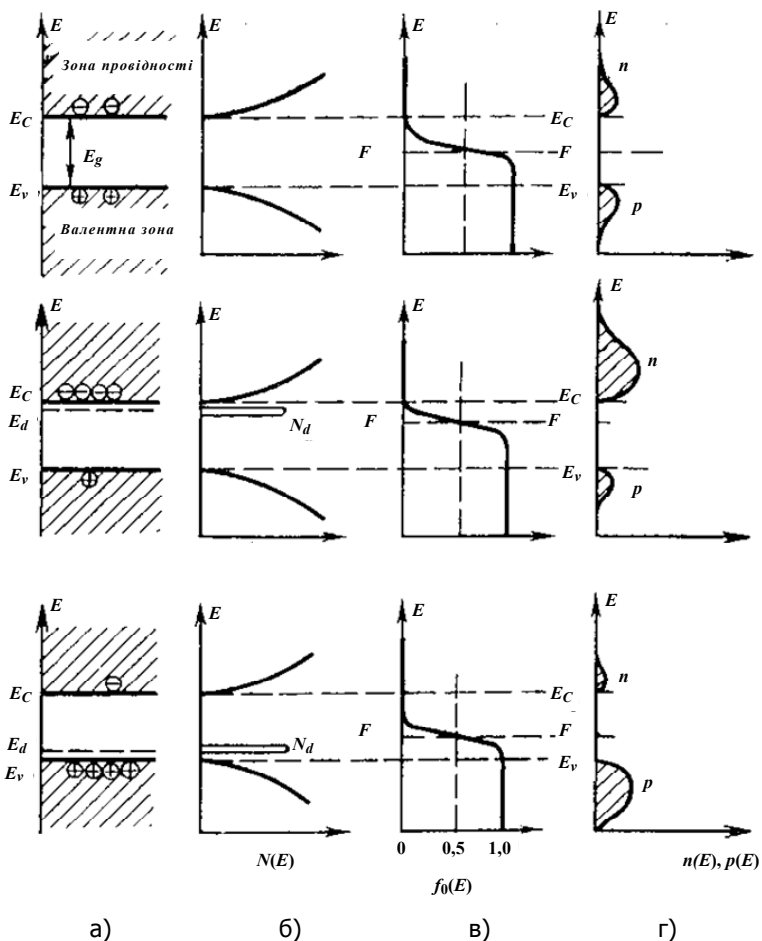


Рис. 3.1. Схематичне зображення зонної діаграми власного, електронного і діркового напівпровідників (а); залежність густини станів від енергії в дозволених і забороненій зоні напівпровідника (б); функція розподілу Фермі–Дірака залежно від енергії (в) і залежність концентрації носіїв заряду в зонах від енергії (г)



Об'єм елементарної комірки зони Бріллюена в кристалі в  $k$ -просторі дорівнює  $\hbar^3$ . Об'єм шару  $dk$  навколо сфери радіуса  $k$  дорівнюватиме  $4\pi k^2 dk$ . Тоді з урахуванням того, що за малих  $k$  у зоні Бріллюена залежність енергії від квазіімпульсу (див. підрозд. 1.3) має вигляд  $k^2 = 2m_e^*(E - E_c)$ , можна записати  $k = [2m_e^*(E - E_c)]^{1/2}$  і, відповідно,

$$dk = \frac{1}{2}(2m_e^*)^{1/2}(E - E_c)^{-1/2} dE.$$

Звідси  $N(E)$  з матиме вигляд

$$N(E)dE = \frac{dZ}{dE} \cdot dE = \frac{4\pi k^2 dk}{\hbar^3} \cdot dE = 2\pi \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{\hbar^3} (E - E_c)^{\frac{1}{2}} dE. \quad (3.7)$$

Слід підкреслити, що при одержанні із виразу (3.6) вираз (3.7) враховано, що закон дисперсії параболічний, але, як зазначалося в підрозд. 1.3. це спостерігається лише поблизу від точок екстремуму залежності  $E(k)$ . Тому і отримана густина станів згідно з виразом (3.7) є справедлива лише в цих областях закону дисперсії. Тоді (3.5) можна переписати в такому вигляді:

$$\begin{aligned} n &= \int_0^{\infty} 2\pi \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{\hbar^3} (E - E_c)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E-E_F}{kT}} dE = \\ &= 2\pi \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{\hbar^3} e^{\frac{E_F}{kT}} \int_0^{\infty} E^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E}{kT}} dE. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Проведемо заміну змінних, позначивши  $x = \frac{E}{kT}$ , тоді інтеграл матиме такий вигляд, як і відомий інтеграл Пуассона, що дорівнює  $\int_0^{\infty} x^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ . Тепер вираз для концентрації електронів (3.8) можна записати у вигляді

$$n = N_c e^{\frac{E_F}{kT}} \quad \text{де} \quad N_c = 2 \left( \frac{2\pi \cdot m_e^* kT}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}}; \quad (3.9)$$

$N_c$  називають *ефективною густиною станів* у зоні провідності. Фізично ця величина дорівнює кількості місць для електронів, які можуть існувати в зоні провідності та в повній відповідності до свого фізичного змісту має розмірність концентрації, тобто  $\text{см}^{-3}$ . Ураховуючи, як ми вважали, що 0 енергії (рис. 3.1) відповідає краю зони провідності ( $E_c = 0$ ), то в нашому розгляді  $E_F$  буде від'ємне. Отже, концентрація електронів у зоні провідності менша від ефективної густини станів. Якщо  $E_F = E_c = 0$ , то із (3.9)  $n = N_c$  і концентрація електронів у зоні дорівнює концентрації тих місць, які можуть бути ними зайняті. Це й є початком виродження електронного газу в системі.

Аналогічно для дірок можна записати

$$N(E)dE = 2\pi \frac{(2m_h^*)^{3/2}}{\hbar^3} (E_v - E)^{\frac{1}{2}} dE. \quad (3.10)$$

Із такого самого розгляду, як і викладений вище, отримаємо

$$p = N_v e^{-\frac{(E_F + E_g)}{kT}}, \quad N_v = 2 \left( \frac{2\pi \cdot m_h^* kT}{\hbar^2} \right)^{3/2}, \quad (3.11)$$

де

$$N_v = 2 \left( \frac{2\pi \cdot m_h^* kT}{\hbar^2} \right)^{3/2}$$

– ефективна густина станів для дірок у валентній зоні.

Для розрахунків зручно користуватися виразами, що відображають характерну залежність ефективної густини станів у зоні провідності та валентній зоні від температури та ефективної маси носіїв заряду, оскільки, як видно з (3.9) та (3.11), лише від цих параметрів матеріалу й оточуючого середовища вона залежить:

$$N_{c,v} = 2,5 \cdot 10^{19} \left( \frac{m_{e,h}^*}{m_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{T}{300} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (3.12)$$

Аналізуючи вирази (3.9) та (3.11) можна побачити, що добуток

$$n \cdot p = N_c N_v \cdot e^{-\frac{E_g}{kT}} = \text{const} \quad (3.13)$$

і не залежить від положення рівня Фермі в напівпровіднику, а лише визначається шириною забороненої зони  $E_g$  і температурою  $T$ . Тобто, що чим більша концентрація електронів у напівпровіднику, тим менша концентрація дірок у ньому, при цьому добуток концентрацій, як уже зазначалось, залишається сталим. Звідси, якщо  $n > p$  основними носіями в ньому є електрони (напівпровідник  $n$ -типу), а неосновними – дірки. Зворотний випадок спостерігаємо, якщо  $p > n$ . Основними носіями є дірки, а неосновними – електрони (напівпровідник  $p$ -типу). Таким чином, добуток основних і неосновних носіїв заряду не залежить від положення рівня Фермі й є константою для даного напівпровідника, яка залежить від температури.

Як видно з попереднього розгляду, температура є тим параметром, від якого значною мірою залежать властивості напівпровідника. Розглянемо докладніше зміну концентрації вільних носіїв заряду при зміні температури напівпровідника.

Розглянемо *власний напівпровідник*. Таким напівпровідником називається напівпровідник, у якому кількість електронів і дірок однакова. За нульової температури в зоні провідності немає електронів, а у валентній зоні немає дірок. При збільшенні температури в зоні провідності з'являються електрони, а у валентній – дірки, і їх народження відбувається попарно, тому

$$n = p = n_i = \sqrt{N_c \cdot N_v} e^{-\frac{E_g}{2kT}}. \quad (3.14)$$

Рівняння (3.14) широко використовується у фізиці напівпровідників, оскільки відображає електронейтральність матеріалу, тобто є законом збереження заряду.

Як видно з (3.14), будуючи залежність  $\ln n$  від  $\frac{1}{T}$ , ми повинні отримати пряму лінію,  $\text{tg}\theta$  кута нахилу якої становить  $\frac{E_g}{2k}$  (рис. 3.2).

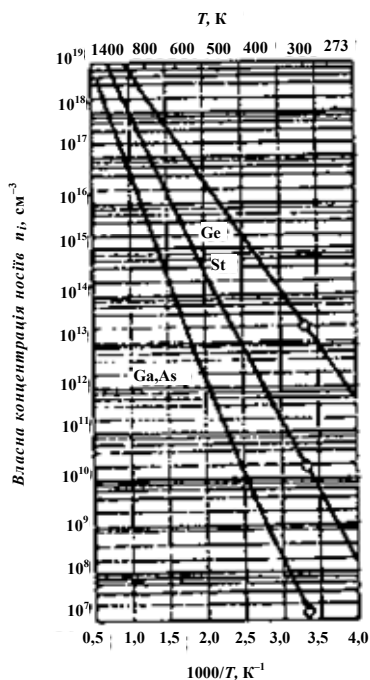


Рис. 3.2.  $\text{tg}\theta$  кута нахилу залежності власної концентрації носіїв заряду від оберненої температури становить  $\frac{E_g}{2k}$

Таким чином, досліджуючи властивості власного напівпровідника, можна визначити один із основних параметрів напівпровідника – ширину його забороненої зони.

### 3.2. Залежність концентрації електронів і дірок від положення рівня Фермі в напівпровіднику

Знайдемо положення рівня Фермі у власному напівпровіднику та його залежність від температури. Рівняння (3.14) з використанням (3.9) і (3.11) можна подати у вигляді

$$n = N_c e^{\frac{E_F}{kT}} = p = N_v e^{-\frac{(E_F + E_g)}{kT}}, \quad (3.15)$$

тоді

$$\ln N_c + \frac{E_F}{kT} = \ln N_v - \frac{E_F}{kT} - \frac{E_g}{kT}. \quad (3.16)$$

Звідки

$$E_F = -\frac{E_g}{2} + kT \ln \frac{N_v}{N_e} = -\frac{E_g}{2} + kT \ln \left( \frac{m_h^*}{m_e^*} \right)^{3/2}. \quad (3.17)$$

Із формули (3.17) видно, що з точністю до величини  $kT \ln \left( \frac{m_h^*}{m_e^*} \right)^{3/2}$  рівень Фермі у власному напівпровіднику лежить у середині забороненої зони. Якщо ефективні маси електрона і дірки відрізняються одна від одної, то рівень Фермі за певної температури, більшої  $T = 0$ , змінює своє положення щодо середини забороненої зони як функція логарифма відношення цих мас і наближається до тієї зони, де ефективна маса менша.

Розглянемо домішковий напівпровідник. На рис. 3.3 наведено зонну діаграму напівпровідника  $n$ -типу з енергетичним положенням домішкового рівня  $E_d$ , концентрацією  $N_d$  і кількістю електронів на цьому рівні  $n_d$ .

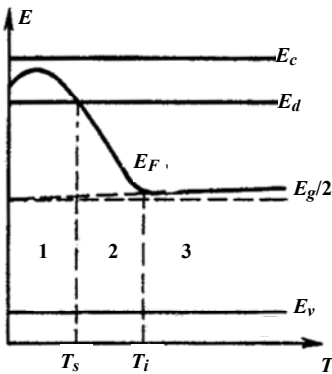


Рис. 3.3. Зонна діаграма напівпровідника  $n$ -типу з енергетичним положенням домішкового рівня  $E_d$ , концентрацією  $N_d$  і кількістю електронів на цьому рівні  $n_d$  і залежністю рівня Фермі  $E_F$  від температури

Здавалося б, що  $n_d = N_d \cdot f(E)$ , але за звичайних умов, хоча на рівні й є два місця, проте якщо на ньому вже перебуває один електрон, то другий, щоб потрапити на цей самий рівень, має подолати силу кулонівського відштовхування. Може так статися, що ця енергія більша, ніж відстань до  $E_c$  або до  $E_v$  у випадку діркового напівпровідника. Отже, на рівні може перебувати електрон зі спіном чи вгору, чи вниз, а є лише один. Тобто вільних місць два, а електронів, які їх можуть зайняти лише один. У фізиці напівпровідників існують багатозарядні центри, але це окремий випадок і наразі не розглядатиметься.

Спробуємо описати випадок, що склався. Відношення кількості електронів, що розташовані на рівні, до кількості місць є функцією розподілу, тобто

$$\frac{n_d}{N_d} = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1} \quad \text{або} \quad \frac{N_d}{n_d} - 1 = e^{\frac{E-E_F}{kT}}, \quad \text{або} \quad \frac{n_d}{N_d - n_d} = \beta \cdot e^{-\frac{E-E_F}{kT}}.$$

В останньому виразі введено деякий параметр  $\beta$ , з'ясуємо його зміст:  $N_d - n_d$  – кількість вільних місць згідно із загальною статистикою, але з вищенаведеного випливає, що на ці вільні місця внаслідок існування зонної будови енергетичного спектра не можуть бути зайняті такою кількістю електронів, яка відповідає статистиці їх заповнення, а лише вдвічі менше. Тому множник  $\beta = 1/2$  відображає ступінь виродження електронного рівня.

Знайдемо тепер величину  $\frac{n_d}{N_d}$ . З урахуванням ступеня виродження маємо

$$\frac{n_d}{N_d} = \frac{1}{\beta e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}.$$

Звідси можна записати умову електронейтральності, еквівалентну умові (3.14). Сформулюємо її. Заряд, що існує в зоні провідності складається з електронів, що утворилися за рахунок зонно-

зонного збудження та за рахунок збудження з домішкових центрів, і він дорівнює додатному заряду, що залишився на іонізованих донорах і вільних дірках у валентній зоні.

Оскільки розглядається матеріал  $n$ -типу, то концентрацією вільних дірок відповідно до (3.13) можна знехтувати. Тоді рівняння електронейтральності в нашому випадку набуде вигляду

$$n + n_d = N_d. \quad (3.18)$$

Або з урахуванням (3.15) і, зважаючи на ступінь виродження рівня, маємо

$$N_c e^{\frac{E_F}{kT}} + N_d \frac{1}{\beta e^{\frac{E-E_F}{kT}}} = N_d. \quad (3.19)$$

У виразі (3.19)  $E \equiv -E_d$ , а  $E_F = -E_F$ , тобто енергія відраховується від  $E_c$ . Проводячи в (3.19) алгебраїчні перетворення і до-

множуючи праву й ліву частини на  $e^{\frac{E_F}{kT}}$ , отримаємо

$$e^{\frac{2E_F}{kT}} + \beta \cdot e^{\frac{-E_d}{kT}} e^{\frac{E_F}{kT}} - \beta \frac{N_d}{N_c} e^{\frac{-E_d}{kT}} = 0. \quad (3.20)$$

Розв'язуючи квадратне рівняння відносно  $e^{\frac{E_F}{kT}}$ , маємо

$$\begin{aligned} e^{\frac{E_F}{kT}} = \\ = -\frac{\beta}{2} e^{\frac{-E_d}{kT}} + \sqrt{\frac{\beta^2}{4} e^{\frac{-2E_d}{kT}} + \beta \frac{N_d}{N_c} e^{\frac{-E_d}{kT}}} = \frac{\beta}{2} e^{\frac{-E_d}{kT}} \left( \sqrt{1 + \frac{4N_d}{\beta N_c} e^{\frac{E_d}{kT}}} - 1 \right). \end{aligned}$$

Проводячи потенціонування отримуємо

$$E_F = -E_d + kT \ln \left[ \left( \frac{\beta}{2} \right) \left( \sqrt{1 + \frac{4N_d}{\beta N_c} \cdot e^{\frac{E_d}{kT}}} - 1 \right) \right]. \quad (3.21)$$

### 3.3. Залежність концентрації вільних носіїв заряду від температури

Для аналізу виразу (3.21) розглянемо два випадки, а саме: низькі та високі температури. У випадку *низьких температур* можна знехтувати одиницею під знаком кореня і в круглих дужках виразу (3.21), і тоді, проводячи відповідні спрощення, отримуємо

$$E_F = \frac{-E_d}{2} + kT \ln \sqrt{\frac{\beta N_d}{N_c}}. \quad (3.22)$$

Проаналізуємо цей випадок. Зі зниженням температури рівень Фермі прямує до положення  $E_F = -\frac{E_d}{2}$ . З підвищенням температури, поки  $N_c < \beta N_d$  рівень Фермі піднімається до  $E_c$ , а за  $N_c > \beta N_d$  він починає рухатись вниз. Вираз, що знайдений для залежності положення рівня Фермі в напівпровіднику, дозволяє отримати ще один цікавий висновок. Підставимо вираз для  $E_F$  у (3.15), що визначає концентрацію електронів  $n$ , тоді матимемо

$$n = \sqrt{\beta N_d N_c} \cdot e^{-\frac{E_d}{2kT}}. \quad (3.23)$$

Із (3.23) видно, що низькотемпературна залежність  $n(T)$  дає можливість знайти  $E_d$ . Дійсно,  $\ln n = F(1/T)$  є прямою лінією з  $\text{tg } \theta = \frac{E_d}{2k}$ . Ця залежність відповідає області 1 на рис. 3.4.

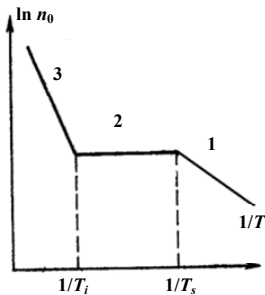


Рис. 3.4. Залежність концентрації носіїв заряду від температури в широкому діапазоні температур



Розглянемо тепер випадок *високих температур*. У формулі (3.21) вираз під коренем розкладемо за малим параметром згідно зі співвідношенням  $\sqrt{1+x} \approx 1+x/2$ . Це можна зробити лише,

якщо  $x \ll 1$ , тобто  $e^{\frac{E_d}{kT}} \ll 1$ . Звідси

$$E_F = -E_d + kT \ln \left( \frac{N_d}{N_c} e^{\frac{E_d}{kT}} \right) = kT \ln \frac{N_d}{N_c}. \quad (3.24)$$

Тоді концентрація електронів з урахуванням виразу (3.24) дорівнюватиме

$$n = N_c e^{\frac{E_F}{kT}} = \frac{N_c N_d}{N_c} = N_d. \quad (3.25)$$

Фізично отриманий нами результат вказує на те, що за таких температур концентрація електронів у зоні провідності не залежить від температури й визначається рівнем легування напівпровідника, тобто  $n = N_d$ . Фактично рівень Фермі  $E_F$  перетнув рівень  $E_d$  і всі рівні  $N_d$  віддали свої електрони в зону провідності. При цьому, як йшлося при записі рівняння електронейтральності (3.18), переходи зона–зона ми не розглядаємо, оскільки температури ще не такі високі. Перехід від області низьких температур до області високих температур відбувається, якщо

$$\frac{4N_d}{\beta N_c} e^{\frac{E_d}{kT_0}} \approx 1.$$

Отже, концентрація домішок  $N_d$  буде визначати  $T_0$ . Чим більше рівень легування  $N_d$ , тим більшою буде температура  $T_0$ . Температура  $T_0$  отримала спеціальну назву – *температура виснаження мілкої домішки*. Оцінимо величину цієї температури.

Нехай  $N_d = 1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $E_d = 0,01 \text{ еВ}$ , тоді  $T_0 \approx 30 \text{ К}$ . Таким чином, за  $T_0 > 30 \text{ К}$  домішка буде виснажена. Якщо температура сягне такої величини, що переходи зона–зона будуть суттєвими, то рівняння (3.18) порушиться і залежність концентрації від те-

мператури буде визначатись рівнянням електронейтральності (3.15) та матиме вигляд, який відповідатиме області 3 на рис. 3.4.

Аналогічно можна розглянути напівпровідник  $p$ -типу, легований акцепторами  $N_a$  з енергетичним положенням  $E_a$ , тоді отримаємо для випадку низьких температур, що

$$p = \sqrt{\beta N_v N_a} e^{-\frac{E_a}{2kT}}. \quad (3.25)$$

### 3.4. Компенсований і сильно легований напівпровідники

*Компенсовані напівпровідники.* Відомо, що суто  $n$ - або суто  $p$ -типу напівпровідників не існує. Зазвичай у напівпровіднику є домішки і  $n$ -, і  $p$ -типу. Розглянемо напівпровідник, де наявні два типи домішок, і їх концентрації однакові:  $N_d = N_a$  з енергетичним положенням  $E_d$  і  $E_a$ , відповідно. Тоді за  $T=0$  електрони займуть найнижчі за енергією місця і всі рівні з енергією  $E_a$  будуть зайняті, а всі рівні з енергією  $E_d$  будуть порожні. При цьому, враховуючи, що  $N_d = N_a$ , у зоні провідності не буде вільних електронів, а у валентній зоні не буде вільних дірок. Такий напівпровідник називається *скомпенсованим*, оскільки в ньому відбувається взаємна компенсація домішок. Зі зростанням температури такий напівпровідник буде вести себе, як власний напівпровідник, оскільки  $E_g \gg E_d, E_a$ .

Припустимо тепер, що  $N_d \neq N_a$ , тобто компенсація часткова і така, що  $N_d > N_a$ . Такий напівпровідник називається *частково компенсованим*. Тоді умова електронейтральності, на відміну від (3.18), матиме вигляд

$$n + n_d = N_d - N_a \quad (3.26)$$

Ураховуючи, що  $N_d$  і  $N_a$  – константи матеріалу, і вони не змінюються у першому наближенні, то при зміні температури можна, використовуючи описаний вище підхід, одразу записати вираз для концентрації носіїв для:

$$\text{низьких температур} - n = \beta \frac{N_d - N_a}{N_a} \cdot N_c e^{\frac{-E_d}{kT}}$$

(підкреслимо, що у випадку компенсованого напівпровідника в показник експоненти входить величина  $E_d$ , а не  $E_d/2$ , як у випадку домішкового напівпровідника);

$$\text{високих температур} - n = N_d - N_a.$$

Це велика область температур (вона може лежати в межах від температури виснаження ( $T \sim 50$  К) до температури, за якої починає відбуватися зонно-зонна теплова генерація ( $T \sim 400$  К)), у якій концентрація дуже слабо залежить від температури. На рис. 3.4 ця область температур відповідає ділянці 2. Саме вона використовується в більшості напівпровідникових приладів, для яких залежність параметрів матеріалу від температури має бути слабою. Це напівпровідникові діоди, транзистори тощо. Положення рівня Фермі для компенсованого напівпровідника може бути визначене таким чином, зважаючи на міркування, викладені в підрозд. 3.2:

$$E_F = -E_d + kT \ln \left( \beta \frac{N_d - N_a}{N_a} \right). \quad (3.27)$$

Таким чином, за  $T = 0$   $E_F$  не може лежати вище  $E_d$ , оскільки він ніколи не може бути заповнений повністю. Уявімо собі, що концентрація домішок така, що стає істотною взаємодія між ними. Тоді електронний рівень, що характеризує цю домішку має розщепитися і перетворитися на зону. Так утворюється домішкова зона провідності. За  $T = 0$ , якщо  $N_d = N_a$ , видно, що провідність дорівнює 0. Якщо ж  $N_d \neq N_a$ , то провідність буде кінцева. Ця провідність буде визначатись особливостями енергетичної структури домішкової зони, наприклад, вона може мати стрибкоподібну природу.

### 3.5. Залежність питомого опору від положення рівня Фермі в забороненій зоні для найбільш поширених напівпровідників

У багатьох випадках аналізу експериментальних результатів і при конструюванні напівпровідникових приладів необхідно знати положення рівня Фермі в напівпровіднику та його залежність від концентрації легуючої домішки або температури. Ці залежності можуть бути розраховані згідно з тим підходом, який вже розглядався нами. Однак на практиці користуються діаграмами, згідно з якими можна з достатньою точністю визначити необхідні параметри. На рис. 3.5 наведено температурну залежність положення рівня Фермі в кремнії за різного рівня легування кремнію  $n$ -типу (КЕФ – кремній електронний, легований фосфором) і  $p$ -типу (КДБ – кремній дірковий, легований бором). При цьому врахована залежність ширини забороненої зони напівпровідника від температури.

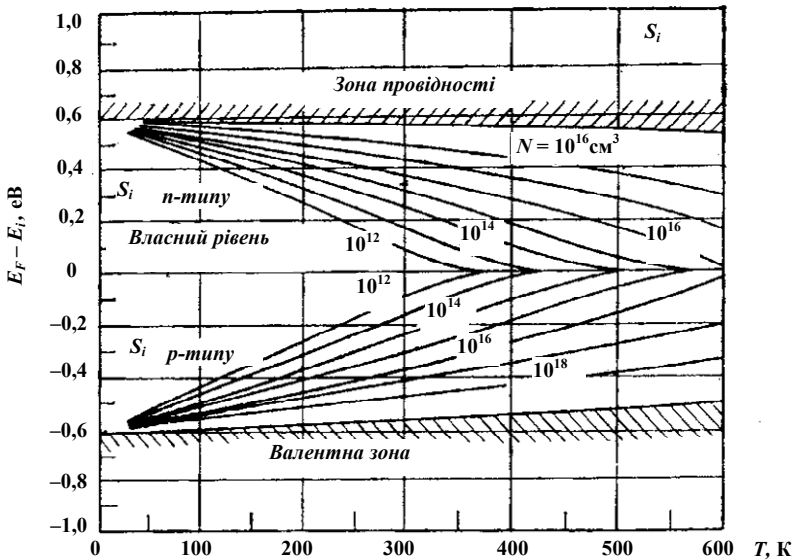


Рис. 3.5 Температурна залежність положення рівня Фермі в кремнії за різного рівня легування  $n$ -типу (КЕФ – кремній електронний, легований фосфором) і  $p$ -типу (КДБ – кремній дірковий, легований бором)

Як видно з рис. 3.5, знаючи температуру, за якої буде працювати прилад або проводитись експеримент, і концентрацію мілкої домішки, можна визначити положення рівня Фермі в забороненій зоні напівпровідника. Паспортними даними напівпровідникового матеріалу є питомий опір. Однак перехід від питомого опору до концентрації пов'язаний ще з одним параметром (рухливістю носіїв заряду), про який йтиметься далі, але зараз доцільно було б сказати про існування діаграм, якими користуються на практиці для визначення залежності концентрації носіїв заряду від питомого опору. Ці діаграми також є характеристиками матеріалу.

На рис. 3.6 наведено залежність питомого опору за  $T=300\text{ K}$  від концентрації домішок для кремнію легovanого фосфором (КЕФ) і бором (КДБ).

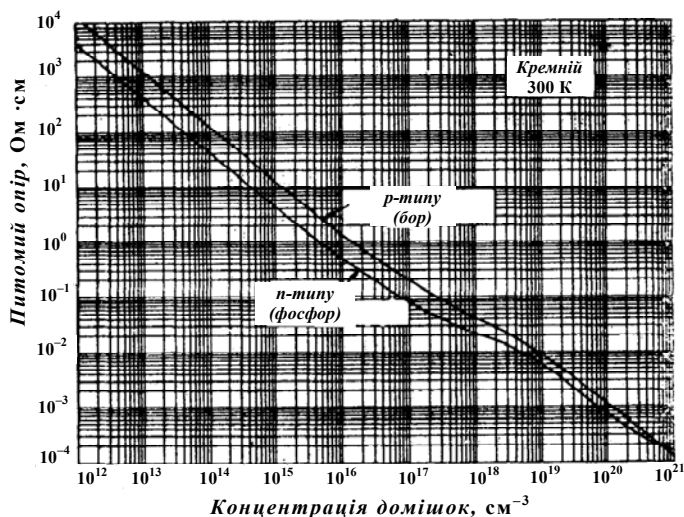


Рис. 3.6. Залежність питомого опору за  $T=300\text{ K}$  від концентрації домішок для кремнію легovanого фосфором (КЕФ) і бором (КДБ)

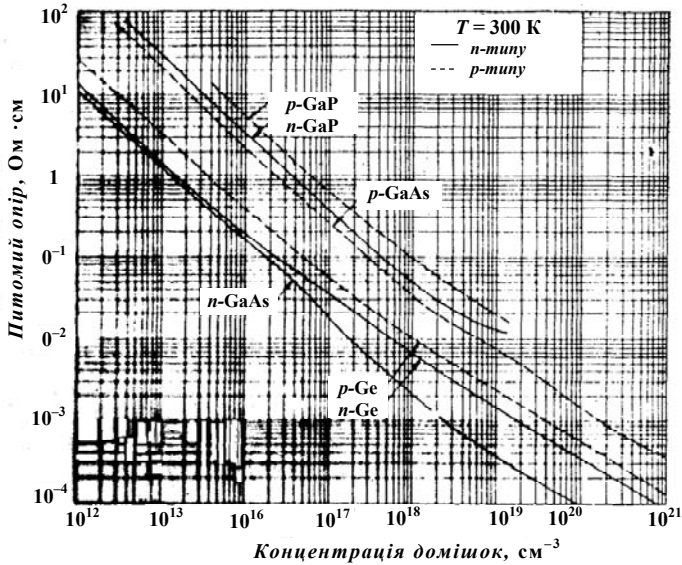


Рис. 3.7. Залежність питомого опору за  $T=300\text{ K}$  від концентрації домішок для германію, арсеніду галію та фосфіду галію

Таким чином, вимірюючи питомий опір (або знаючи паспортні дані матеріалу) і використовуючи викладений матеріал цього розділу або діаграми, що наведені на рис. 3.5–3.7, можна одразу визначити положення рівня Фермі в забороненій зоні напівпровідника.

### 3.6. Запитання для самоконтролю та задачі

1. Який вигляд має умова електронейтральності  $n/p$  напівпровідника?
2. Яке рівняння є основою для визначення положення рівня Фермі в напівпровіднику?
3. Задача. Зразок кремнію, легований миш'яком з концентрацією  $N_d=10^{17}\text{ ат./см}^3$ . Визначити рівноважну концентрацію дірок  $p_0$  за  $300\text{ K}$ . Знайти положення рівня Фермі  $E_F$  відносно середини забороненої зони  $E_{1/2}$  і накреслити зонну діаграму.
4. Задача. Визначити власний питомий опір германію за температури  $300\text{ K}$ .

5. **Задача.** Знайти положення рівня Фермі та температурну залежність концентрації у власному напівпровіднику. Як зміниться концентрація електронів при зміні температури від 200 К до 300 К для германію?

6. **Задача.** Дослідити температурну залежність рівня Фермі в області домішкової провідності для кремнію, легованого сурмою з концентрацією  $N_d = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $E_d = E_c - 0,039 \text{ eV}$ .

7. **Задача.** Розрахувати і накреслити залежність  $n_i$  від  $1/T$  для германію, кремнію та арсеніду галію. Звернути увагу на значення  $n_i$  за кімнатної температури. Порівняти ці величини для різних матеріалів. Показати, що в розрахунках можна знехтувати температурною залежністю ширини забороненої зони  $E_g$  та ефективної густини станів.

8. **Задача.** Показати, що ймовірність заповнення електронами енергетичного рівня, розташованого на величину  $\Delta E$  вище рівня Фермі, дорівнює ймовірності заповнення дірками рівня, розташованого на  $\Delta E$  нижче рівня Фермі.

9. **Задача.** Показати, що у власному напівпровіднику рівень Фермі розташований нижче середини забороненої зони на  $3/4kT \ln(m_n/m_p)$ . Довести, що для кремнію це зміщення є значно меншим, ніж для арсеніду галію.

10. **Задача.** Показати, що рівноважні концентрації носіїв у невідродженому напівпровіднику можна описати співвідношеннями:

$$n_0 = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right); \quad p_0 = p_i \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right),$$

де  $E_i$  відповідає середині забороненої зони. Визначити положення рівня Фермі відносно  $E_i$  для кремнію за  $T = 300$ , якщо  $n_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ .

## Розділ 4

### СТАТИСТИКА ЕЛЕКТРОНІВ І ДІРОК У НАПІВПРОВІДНИКАХ ЗА ВІДСУТНОСТІ УМОВ ТЕРМОДИНАМІЧНОЇ РІВНОВАГИ. РЕКОМБІНАЦІЯ НЕРІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ ЗАРЯДУ

#### 4.1. Нерівноважні стани, способи їх утворення. Нерівноважна функція розподілу

У попередньому розділі ми досліджували систему електронів і дірок у напівпровіднику, які перебували в умовах термодинамічної рівноваги. Тепер розглянемо випадок, якщо на електрони та дірки діятиме зовнішня сила, обумовлена або електричним полем, або зовнішнім опромінюванням, або магнітним полем, або іншим зовнішнім втручанням. Очевидно, рівноважна функція розподілу  $f_0$  буде змінюватися під дією цього зовнішнього збурення. Наприклад, в умовах термодинамічної рівноваги  $f_0$  симетрична щодо напрямку швидкостей (за відсутності зовнішнього електричного поля (за  $E = 0$  струм відсутній). Проте, якщо  $E \neq 0$ , це вже не так. Аналогічний випадок спостерігається, якщо на напівпровідник діє випромінювання. Без нього концентрація носіїв у напівпровіднику визначається температурою та природою напівпровідника і його легуванням, а при освітленні ще й залежить від координати, оскільки освітлена і неосвітлена частини його будуть вести себе по-різному. Рівноважна функція розподілу  $f_0$  буде змінюватись по-різному залежно від дії зовнішніх сил.

Важливим припущенням при розгляді статистики в нерівноважному стані є те, що ми будемо вважати, що зовнішні сили не змінюють сам спектр електронних станів у кристалі. При нашому підході можна виділити два характерних випадки нерівноважних систем залежно від способу їх утворення.



Перший випадок. У системі діє механізм підвищеної (порівняно з тепловою) генерації носіїв заряду, що приводить до утворення нерівноважних носіїв заряду (електронів і дірок). Нехай унаслідок такої генерації утворюється електрон з підвищеною енергією, як це зображено на рис. 4.1. Довжина вільного пробігу електрона дорівнює  $l = 10^{-6}$  см, швидкість, як зазначено раніше,  $V \approx 10^7$  см/с, час між двома зіткненнями, таким чином, буде  $\tau_p \approx 10^{-13}$  с.

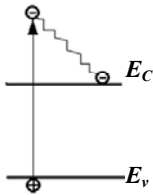


Рис. 4.1. Схематичне зображення утворення нерівноважних носіїв заряду. Електрони в зоні провідності та дірки у валентній зоні

Нехай за  $10^{3-5}$  зіткнень наш електрон загубить надлишкову енергію і, таким чином, за  $10^{-8-10}$  с він опуститься на дно зони провідності, тоді його вже неможливо буде відрізнити від інших термодинамічно рівноважних електронів. Однак він ще залишається надлишковим щодо кількості термодинамічно рівноважних електронів. Зазвичай час його життя в такому стані становить  $10^{-6}$  с. Тобто більшу частину свого життя він не відрізняється від теплових електронів. При цьому такі електрони не можна відокремити від інших, які з'явилися в зоні за рахунок теплової генерації, і тому електрони, які ми розглядаємо будуть розподілятися за станами в зоні провідності так само, як і рівноважні, тобто за статистикою Фермі–Дірака. Єдина різниця, яка не зникла при т. зв. термалізації – це концентрація. Тепер електронів у зоні провідності вже більше, ніж у рівноважному стані. Цей момент можна врахувати, якщо у функцію розподілу ввести новий квазірівень Фермі, який забезпечує існування в зоні більшої концентрації. Тоді ця функція розподілу буде відрізнитися від попередньої лише існуванням спеціального рівня Фермі  $E_{Fe}$ :

$$f_e = \left( e^{\frac{E-E_{Fe}}{kT}} + 1 \right)^{-1}. \quad (4.1)$$

Введений таким чином  $E_{Fe}$  буде характеризувати ступінь заповнення станів електронами тільки в зоні провідності. Для дірок треба вводити свій квазірівень Фермі для дірок  $E_{Fh}$ . Для окремих рівнів у забороненій зоні концентрації не будуть відповідати введеним квазірівням, а матимуть своє, інше заповнення. Тобто введені квазірівні Фермі для електронів і дірок не мають вже такого фізичного змісту, як рівноважний рівень Фермі, а вводяться до розгляду лише для зручності опису явищ у нерівноважній системі.

Другий випадок. Нехай концентрація в напівпровіднику залишається такою самою, як і в рівноважних умовах ( $n = \text{const}$ ), а змінюється лише характер функції розподілу, і вона відрізняється від рівноважної. Це може статися, наприклад, при прикладанні зовнішнього електричного поля. Розглянемо цей випадок докладніше. Як відомо, функція розподілу визначає ймовірність заповнення стану в  $\vec{k}, \vec{r}, t$ -просторі таким чином, що  $f = f(\vec{k}, \vec{r}, t)$ . У цьому разі функцію розподілу визначають із рівняння Больцмана (див. наступний розділ) таким чином:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{поле}} + \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{зіткн}}. \quad (4.2)$$

Перший член відображає зміну функції розподілу за рахунок зовнішнього поля; другий відображає повернення системи до рівноважного стану за рахунок зіткнень і таким чином протидіє зовнішньому полю. Зрозуміло, що рівноважний стан утворюється за рахунок великої кількості зіткнень носіїв між собою, з недосконаlostями кристалічної ґратки, з різними квазічастинками, які існують у кристалі (напр., із фононами). Процеси розсіювання можна характеризувати середнім часом вільного пробігу  $t_0$ , тобто середнім часом між двома актами зіткнення.

## 4.2. Час релаксації

Визначимо  $t_0$  більш строго. Нехай у момент часу  $t = 0$  маємо  $n_0$  електронів, які рухаються зі швидкістю  $V_0$  (їх якимсь чином вприснули в зразок, і далі вони рухаються самі собою). Розглянемо, що буде з цією групою електронів із часом. Із загальних міркувань випливає, що  $n_0$  буде зменшуватись за рахунок процесів розсіювання. За час  $dt$  це зменшення буде  $dn$ . Математично наші міркування виглядають таким чином:

$$dn = -\alpha \cdot n \cdot dt, \quad (4.3)$$

якщо вважати, що  $\alpha$  – константа, яка не залежить від  $n$  і  $t$ . Розв'язуючи рівняння (4.3) за умови, що за  $t = 0$ ,  $n = n_0$ , маємо

$$n = n_0 \cdot e^{-\alpha \cdot t}. \quad (4.4)$$

Із (4.4) видно, що з часом  $n \rightarrow 0$ , тобто група електронів, які мали швидкість  $V_0$  унаслідок розсіювання зникає. Тоді ймовірність того, що електрон протягом часу  $t$  не матиме зіткнень і залишиться в групі  $n_0$  є  $\frac{n}{n_0} = e^{-\alpha \cdot t}$ , а ймовірність того, що в наступний момент буде зіткнення, або це ймовірність зіткнення за час  $dt$  є  $\frac{dn}{n} = -\alpha \cdot dt$ . Добуток цих двох ймовірностей є ймовірністю того, що електрон має час вільного пробігу  $t$ , а потім розсіюється:

$$\omega(t) = \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t} dt. \quad (4.5)$$

За визначенням середньої величини, середнє значення  $t_0$ , якщо врахувати наведені вище міркування, має вигляд

$$t_0 = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot \omega(t) dt}{\int_0^{\infty} \omega(t) dt} = \alpha^{-1}. \quad (4.6)$$

Тоді (4.4) набуде вигляду  $n = n_0 \cdot e^{t/t_0}$  і, таким чином,  $t_0$  – це час, протягом якого  $n$  зменшиться в  $e$  разів.

### 4.3. Загальна характеристика механізмів розсіювання носіїв заряду

Розсіювання може бути ізотропним та анізотропним. Якщо всі напрямки руху носіїв заряду після акту розсіювання рівноймовірні, то таке розсіювання називається *ізотропним*. У цьому випадку  $t_0 = \tau_p$ , де  $\tau_p$  – час релаксації імпульсу.

При анізотропному розсіюванні носії заряду після акту розсіювання зберігають значну частину свого імпульсу, тобто і початковий напрямок руху. У цьому випадку  $t_0 < \tau_p$ . Часу  $\tau_p$  відповідає своя довжина пробігу  $l_p = V \cdot \tau_p$ . Так само можна казати про час релаксації за енергією. Можна ввести  $\tau_E, l_E$  і  $l_E = V \cdot \tau_E$ . Зазвичай  $\tau_E > \tau_p$ . Це спостерігається тому, що розсіювання відбувається за рахунок пружних зіткнень, за яких передача енергії мала.

У класичній мікроелектроніці всі лінійні розміри напівпровідникових областей  $l$  значно більші за  $l_p$  і  $l_E$ . Однак можна собі уявити, що виконуються співвідношення  $l < l_p$  і  $l_E$ , тоді спостерігаються т. зв. розмірні ефекти. Отже, слід проводити більш глибокий аналіз процесів, що відбуваються, які наразі не розглядатимемо.

Для кількісної характеристики розсіювання вводять величину, яка називається *перерізом розсіювання*,  $\sigma$ . Тоді час релаксації можна записати у вигляді

$$t_0 = \frac{1}{N \cdot V \cdot \sigma}, \quad (4.7.)$$

де  $N$  – концентрація тих частинок, які розсіюються;  $V$  – швидкість, з якою вони рухаються;  $\sigma$  – переріз розсіювання.

У загальному випадку час релаксації імпульсу залежить від енергії, а характер цієї залежності визначається механізмом розсіювання. Фактично визначення механізму розсіювання є відпо-

віддую на запитання, яким чином втрачає свою енергію носій, яка взаємодія визначає ці втрати енергії. Розглянемо деякі із процесів, які зумовлюють ці механізми.

#### 4.4. Розсіювання на фононах, іонізованих і нейтральних домішках

Розсіювання на акустичних коливаннях кристалічної ґратки. Раніше ми показали, що закон збереження імпульсу при розсіюванні електрона на фононі має такий вигляд:  $\hbar\vec{k} - \hbar\vec{k}' = \pm\hbar\vec{q}$ . Імовірність зустрітися із фононами різного напрямку однакова для всіх напрямків руху електронів, тобто і після взаємодії напрямок руху може бути будь-яким. Отже, у цьому випадку ми маємо справу з ізотропним розсіюванням, або  $t_0 = \tau_p$ . Згідно з (4.7)

$t_0 \sim N^{-1}$  – це приблизно дорівнює кількості фононів, яка згідно зі статистикою Бозе–Ейнштейна пропорційна  $\frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$ . Цю функцію можна розкласти за малим параметром  $\frac{\hbar\omega}{kT}$ , і тоді

$$\frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \sim \frac{1}{1 + \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} \sim \frac{kT}{\hbar\omega}.$$

Оскільки  $V \sim E^{1/2}$  і в невиродженому напівпровіднику  $T \sim E$ , то маємо

$$t_0 = \frac{1}{N \cdot V \cdot \sigma} \sim T^{-3/2}.$$

Розсіювання на іонізованих домішках. У цьому випадку розсіювання анізотропне. Розв'язок цієї задачі можна отримати на основі відомої формули Резерфорда. Треба, однак, врахувати, що носій рухається в середовищі з діелектричною проникністю  $\epsilon$  і можуть бути різні випадки взаємодії із зарядженим центром залежно від радіуса екранування точкового заряду в напівпровіднику. Цей розв'язок приводить до залежності  $\tau_p \sim T^{3/2} \sim E^{3/2}$ .

Фізично і перший, і другий випадки зрозумілі. У першому – час релаксації зменшується зі зростанням температури, оскільки збільшується кількість центрів розсіювання, а в другому – зменшується час взаємодії, тому час релаксації збільшується.

Розсіювання на нейтральних домішках. Цей процес характеризується безпосередньо лобовим зіткненням. Така задача розв'язана у квантовій механіці – це розсіювання електронів на атомах водню. Розв'язок її дає такий результат:  $\tau_p \sim T^0 \sim E^0$ .

Зазвичай діють усі механізми одночасно. Виходячи з вищевказаних міркувань, не важко показати, що в такому випадку загальний час релаксації можна визначити таким чином:

$$\frac{1}{\tau_p} = \sum_i \frac{1}{\tau_{pi}}. \quad (4.8)$$

#### 4.5. Механізми рекомбінації в напівпровідниках

Розглянемо нерівноважний стан системи у випадку, якщо існують додаткові джерела генерації нерівноважних носіїв заряду. Якщо діє додаткове джерело генерації носіїв заряду (напр., напівпровідник опромінюється світлом, що поглинається), то збільшується концентрація носіїв у зоні провідності та валентній зоні, але водночас збільшується і ймовірність зворотного процесу, який полягає в їх зустрічі та рекомбінації. Таким чином, рекомбінація є процесом, у результаті якого зникають одночасно вільний електрон і дірка. Процеси генерації та рекомбінації утворюють новий стаціонарний стан, який характеризується більшою концентрацією носіїв.

Можна виділити декілька основних механізмів рекомбінації:

1) міжзонна рекомбінація; 2) рекомбінація за участю дефектних станів – локальних центрів; 3) поверхнева рекомбінація, підкреслюючи, що рекомбінація відбувається на поверхні або на межі поділу гетерофазної системи.

За всіх механізмів рекомбінації мають виконуватися закони збереження енергії та імпульсу для всіх учасників цього проце-

су, тобто  $E^1 = E + \Delta E$  та  $\vec{p}^1 = \vec{p} + \vec{q}$ . У цих виразах  $\Delta E$  – енергія, яка виділяється при рекомбінації;  $\vec{q}$  – імпульс, який передається в системі при виділенні енергії  $\Delta E$ . Розглянемо, як виконуються ці закони при міжзонній і домішковій рекомбінаціях.

Міжзонна рекомбінація. Як відомо, зонна структура може бути двох типів. Її можна зобразити так, як зображено на рис. 4.2.

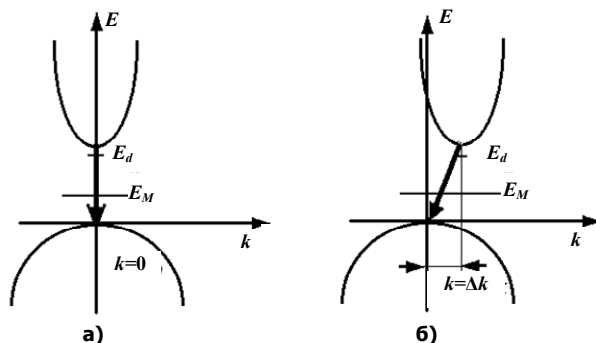


Рис. 4.2. Зонна структура прямозонного (а), і непрямозонного (б) напівпровідників

Якщо міжзонна рекомбінація випромінювальна, то закон збереження енергії виконується за рахунок випромінювання кванта світла – фотона з енергією, яка дорівнює ширині забороненої зони. Для *прямозонного напівпровідника* процес зонної рекомбінації дуже ефективний, оскільки проблем із законом збереження імпульсу немає, і він виконується завжди, тому що імпульс фотона  $\hbar\vec{p}_\phi \ll \hbar\vec{p}_e$ . У цьому процесі рекомбінують вільна дірка з вільним електроном. Ці частинки мають протилежні імпульси. Імпульси майже однакові, можна сказати, що дорівнюють один одному, тому що різниця між ними згідно із законом збереження імпульсу має бути дуже малою. У випадку *непрямозонного напівпровідника* для виконання закону збереження необхідний третій учасник події рекомбінації, оскільки закон збереження імпульсу вимагає його великої зміни (рис. 4.2, б). Цей третій учасник – фонон. Імовірність процесу з трьома частинками значно

менша від ймовірності двочасткового процесу. Тому міжзонна рекомбінація значна в прямозонних напівпровідниках і незначна в непрямоzonних. У непрямоzonних напівпровідниках більш важливою є рекомбінація через домішкові рівні.

Рекомбінація через домішкові рівні. Перше, що треба зробити для розуміння цього процесу, це зобразити на рис. 4.2 залежності  $E(k)$ , положення глибокого і мілкового рівнів. Для мілких і глибоких рівнів це будуть відрізки різної довжини. Справді, для воднеподібних (мілких) домішок спостерігається сильна делокалізація. Тому із закону невизначеності імпульс такого електрона визначений досить точно (відрізок в імпульсному просторі по координаті  $\vec{k}$  буде коротким). Для глибоких рівнів навпаки, центр сильно локалізований (тобто має точну геометричну координату), тому імпульс має широкі межі невизначеності, у т. ч. і такий, який необхідний для виконання закону збереження імпульсу. Цьому випадку відповідатиме довгий відрізок по координаті  $\vec{k}$  в імпульсному просторі. У зв'язку з цим процеси рекомбінації за участю глибоких рівнів будуть більш імовірними. У такому разі виникає більше можливостей для виконання закону збереження енергії при рекомбінації, якщо ця енергія не йде на випромінювання.

#### 4.6. Кінетика рекомбінації носіїв заряду. Переріз захоплення центрів рекомбінації

Щоб розглянути кінетику рекомбінації заряду кількісно, необхідно ввести час життя електронів  $\tau_e$  і час життя дірок  $\tau_h$ . Нехай  $G$  – це швидкість генерації електронів в одиниці об'єму за 1 с. Тоді зміна концентрації електронів може бути описана рівнянням

$$\frac{d\Delta n}{dt} = G - \frac{\Delta n}{\tau_e}. \quad (4.9)$$

Якщо в момент часу  $t = 0$  увімкнути світло, то за таких граничних умов зміна додаткової (що викликана освітленням) концентрації електронів буде відбуватися за законом



$$\Delta n = G \cdot \tau_e (1 - e^{-\frac{t}{\tau_e}}). \quad (4.10)$$

У стаціонарному випадку  $\Delta n_0 = G\tau_e$ , тому що

$$\Delta n = \Delta n_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_e}}). \quad (4.11)$$

Якщо вимкнути світло, то закон зміни концентрації буде таким:

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-\frac{t}{\tau_e}}. \quad (4.12)$$

Таким чином, зміна концентрації носіїв заряду у часі матиме вигляд, наведений на рис. 4.3. Вимірюючи зміну концентрації носіїв заряду у часі (рис. 4.3) можна визначити час їх життя.

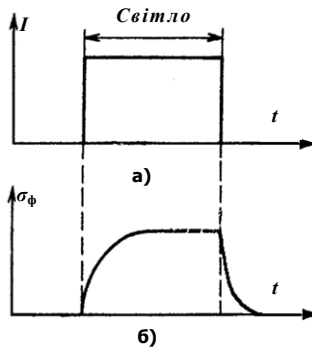


Рис. 4.3. Зміна концентрації носіїв заряду в часі

Аналогічний підхід можна застосувати і до дірок, тоді стаціонарні концентрації будуть визначатись як  $\Delta n_0 = G\tau_e$ ,  $\Delta p = G\tau_h$ . Отже, якщо  $\tau_e \neq \tau_h$ , то і  $\Delta n_0 \neq \Delta p_0$ , тобто в напівпровідниках, де носії заряду виникають одночасно, може існувати нерівноважна монополярна провідність. І лише у випадку  $\tau_e = \tau_h$  провідність біполярна.

#### 4.7. Випромінювальна та невикпромінювальна рекомбінації

Спробуємо відповісти на запитання: від чого залежить час життя? Оскільки характерний час життя можна записати у вигляді

$$\tau = \frac{1}{N \cdot \nu \cdot S},$$

де  $N$  – концентрація центрів рекомбінації;  $\nu$  –

теплова швидкість;  $S$  – перетин захоплення. Якщо концентрацію центрів рекомбінації та теплову швидкість носіїв заряду вважати константами, то основна залежність часу життя буде зосереджена залежно від перетину захоплення. Від чого ж залежить перетин захоплення? Перш за все, центр, на який захоплюється носій заряду при рекомбінації, має певний заряд. Отже, відбувається кулонівська взаємодія притягання або відштовхування. Якщо відбувається захоплення електрона на іонізований донор, то  $S_e > S_h$ , якщо на акцептор, то  $S_e < S_h$ . Проте не тільки кулонівська взаємодія впливає на перетин захоплення. Дуже важливим є процес виділення енергії при захопленні носія заряду. При цьому важливо, яким шляхом – випромінювальним чи невикпромінювальним – розсіюється надлишкова енергія. Викпромінювальна рекомбінація закінчується випромінюванням фотона – кванта світла.

Невикпромінювальна рекомбінація може відбуватися декількома механізмами. Наприклад, перший випадок – оже-рекомбінація. Цей процес полягає в тому, що енергія, яка виділяється при рекомбінації, передається третій частинці, наприклад, електрону зони провідності (або дірці валентної зони). Можлива міжзонна і домішкова оже-рекомбінація. На рис. 4.4 схематично зображено домішковий оже-процес.

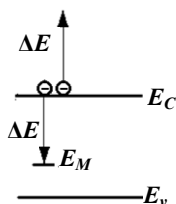


Рис. 4.4. Схематичне зображення процесу оже-рекомбінації

Енергія, яка поглинулася третьою частинкою у цьому процесі, може привести або до подолання зовнішнього потенційного бар'єра, або виникнення т. зв. "гарячого електрона" (або дірки).

Другий випадок. Енергія, що виділилася в процесі рекомбінації розмінюється фононами. Дуже малоймовірний випадок, оскільки необхідна наявність порядку 10 фононів у одному місці кристалічної ґратки, а також їх породження, що так само мало ймовірно, як їх зустріч. Однак рекомбінація "гарячого електрона" у певних випадках може бути цілком ймовірним процесом, а енергія, що виділилася може розсіюватися за рахунок створення нового дефекту. Третій випадок – каскадний механізм Лекса (рис. 4.5). У цьому процесі енергія рекомбінації послідовно розмінюється фононами при переході носіїв по каскаду збуджених станів глибокого рівня. Такий механізм можливий при захопленні носія на центр притягання електрона на донорний рівень, дірки – на акцепторний).

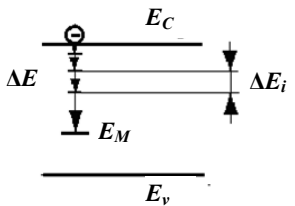


Рис. 4.5. Схематичне зображення процесу, який відображає каскадний механізм Лекса

Ураховуючи механізм виділення енергії при рекомбінації, можна записати, що перетин захоплення  $S = \alpha S_1$ , де  $S_1$  – геометричний перетин центра, який дорівнює за порядком величини  $10^{-14} - 10^{-15} \text{ см}^2$ . Залежно від механізму  $\alpha$  може бути  $>1$  і  $<1$ . Наприклад, для випромінювального переходу при розмірі центра  $r \approx 10^{-7} \text{ см}$   $S_1$  має порядок величини  $10^{-14} \text{ см}^2$ , швидкість руху носія  $\sim 10^7 \text{ см/с}$ ; тоді час взаємодії з центром становить  $\Delta t \approx 10^{-14} \text{ с}$ , а час випромінювального переходу  $\sim 10^{-8} \text{ с}$ . Якби  $\Delta t \approx 10^{-8} \text{ с}$ , тоді  $\alpha = 1$ , а в нашому випадку ймовірність того, що випромінювання відбудеться, становить величину  $10^{-6}$  ( $\sim 10^{-14} / 10^{-8} = 10^{-6}$ ). При такому підході перетин захоплення

можна оцінити, як  $S = 10^{-6} \cdot 10^{-14} \sim 10^{-20} \text{ см}^2$ . Це є типовим значенням перетину захоплення при випромінювальному переході, у т. ч. для міжзонних переходів.

Для невивромінювального переходу перетин захоплення носія можна оцінити таким чином. Якщо захоплення носія сталося на рівень, який лежить на декілька  $kT$  нижче від  $E_c$ , то він з великою ймовірністю не повернеться в зону провідності. Нехай енергетичне положення рівня буде  $\Delta E \approx 2kT$ . Тобто можна

вважати, що за  $2kT = \frac{e^2}{\epsilon r}$  електрон у зону провідності не повер-

неться. Тоді радіус притягання дорівнюватиме  $r = \frac{e^2}{2kT\epsilon}$ . Поряд-

док величини перетину захоплення буде  $S = \pi r^2$ . Підставимо реальні значення  $T = 300$ ,  $\epsilon = 10$  і матимемо  $S = 10^{-13} \text{ см}^2$ , тобто

$\alpha > 1$ . У цьому випадку виявляється  $S \sim r^2 \sim T^{-2}$ . Отже, фізично зі зростанням температури ефективний перетин захоплення зменшується. Звідси випливає, що рекомбінація відбувається, якщо на основний стан центра захоплення буде захоплений електрон і дірка, при цьому, як і раніше, захоплення дірки може бути як випромінювальним, так і невивромінювальним.

Вищенаведений підхід важко застосувати, коли ми маємо справу з відштовхувальним центром. У такому випадку  $\alpha \ll 1$  і типове значення  $S$  лежить у межах  $10^{-19} - 10^{-22} \text{ см}^2$ . Якщо в матеріалі існують кілька процесів, які характеризуються кожний своїм часом релаксації, кінцевий результат визначається як

$$\frac{1}{\tau} = \sum_i^n \frac{1}{\tau_i} \text{ або, виходячи з (4.7), } \sigma = \sum_i^n \sigma_i \text{ (якщо електронні пе-}$$

реходи взаємозалежні).

Залишається лише додати, що центри в забороненій зоні можуть бути центрами рекомбінації або центрами прилипання, або можуть бути пастками для носіїв заряду. Нехай за рахунок поглинання фотона (процес 1, рис. 4.6.) виникає електрон у зоні провідності. Тоді всі процеси, захоплення носіїв на центр, можна зобразити, як це зроблено на рис. 4.6.

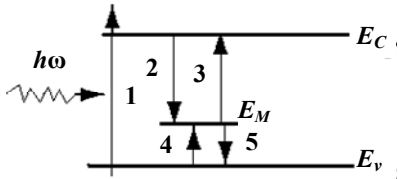


Рис. 4.6. Типи переходів при захопленні носіїв на глибокий рівень, що розташований у забороненій зоні напівпровідника

На рис. 4.6: 1 – збудження електрона з валентної зони в зону провідності; 2 – захоплення електрона на глибокий рівень  $E_M$ ; 3 – термічна (теплова генерація електрона з рівня  $E_M$  у зону провідності  $E_C$ ; 4 – генерація дірки з рівня  $E_M$  у валентну зону  $E_V$ ; 5 – захоплення дірки з валентної зони  $E_V$  на рівень  $E_M$ . Якщо ймовірність захоплення дірки на рівень  $E_M$  після захоплення на нього електрона більша, ніж ймовірність теплового виходу електрона в зону провідності  $E_C$ , то такий центр буде центром рекомбінації. При зворотному співвідношенні ймовірностей центр буде центром прилипання або пасткою для носіїв заряду. Один і той самий центр може бути центром рекомбінації за одних умов і – пасткою, або центром прилипання за інших. Таке перетворення може відбуватися, наприклад, при зміні температури.

#### 4.8. Статистика рекомбінації Шоклі–Ріда

Розглянемо всі можливі переходи носіїв заряду за наявності глибокого рівня в забороненій зоні напівпровідника, зокрема, напівпровідник з одним типом рекомбінаційних центрів. Вважатимемо, що  $M$  – повна концентрація центрів;  $E_M$  – глибина залягання центра в забороненій зоні напівпровідника;  $m$  – концентрація електронів на рівні  $E_M$ . На рис. 4.6 зображені п'ять типів переходів, які можливі в описаному вище випадку.

Запишемо інтенсивності всіх цих переходів.

Перехід першого типу пропорційний величині опромінювання і в загальному вигляді може бути описаний як:

$$G = \beta \cdot k \cdot L, \quad (4.13)$$

де  $k$  – коефіцієнт поглинання;  $\beta$  – квантовий вихід.

*Інтенсивність захоплення носія на центр* пропорційна концентрації електронів у зоні провідності та ймовірності захоплення:

$$-\omega \cdot \Delta n = \frac{\Delta n}{\tau} = nNvS = n(M - m)vS = \gamma_e n(M - m). \quad (4.14)$$

У виразі (4.14)  $\Delta n = n - n_0$ , де  $n_0$  – рівноважна концентрація, якщо позначити кількість вільних місць на центрі через  $N = M - m$ , а величину  $vS = \gamma_e$ .

*Інтенсивність теплового викиду в зону* запишемо як

$$\alpha_e m, \quad (4.15)$$

де  $\alpha_e$  – коефіцієнт теплового збудження електрона з центра.

Аналогічно можна записати для захоплення дірки на рівень  $E_M$ .

*Інтенсивність захоплення дірки на рівень  $E_M$ :*

$$\gamma_h m p, \quad (4.16)$$

де  $p$  – концентрація дірок у валентній зоні,  $\gamma_h$  – введено аналогічно до  $\gamma_e$ .

*Інтенсивність теплової генерації дірки* або викиду дірки з центра  $E_M$  у валентну зону  $E_V$ :

$$\alpha_h (M - m), \quad (4.17)$$

де  $\alpha_h$  – коефіцієнт теплового збудження дірки з центра.

Продовжуємо розглядати дірку як місце, не зайняте електроном. Як знайти  $\alpha_e$  і  $\alpha_h$ ? Вважатимемо знову, що рівноважний і нерівноважний носії не відрізняються, тобто  $\alpha_e$  і  $\alpha_h$  для них не відрізняються. Тому знайдемо  $\alpha_e$  для рівноважних умов, а далі будемо їх застосовувати для нерівноважних умов.

Запишемо рівняння для стаціонарного стану концентрації носіїв у зоні провідності  $\frac{dn_0}{dt}$  без зовнішнього збудження, тобто без освітлення:

$$\frac{dn_0}{dt} = \alpha_e m_0 - \gamma_e n_0 (M - m_0) = 0. \quad (4.18)$$

Із рівняння (4.18) видно, що ми врахували два процеси, які обумовлюють стаціонарний стан: 1) збудження носіїв з центра за рахунок теплового викиду (перший член рівняння); 2) захоплення носіїв заряду із зони провідності на вільні місця глибокого рівня (другий член рівняння). Згідно з рівноважним станом ці процеси мають бути однаковими. Розв'язок рівняння (4.18) відносно рівноважного заповнення рівня  $m_0$  такий:

$$m_0 = \frac{M}{\frac{\alpha_e}{\gamma_e n_0} + 1}. \quad (4.19)$$

З іншого боку,  $m_0 = f \cdot M$ , де  $f$  – функція розподілу Фермі–Дірака і

$$m_0 = \frac{M}{e^{\frac{-E_M - E_F}{kT}} + 1}. \quad (4.20)$$

Порівнюючи (4.19) і (4.20) знаходимо, що

$$\alpha_e = \gamma_e n_0 e^{\frac{-E_M - E_F}{kT}}. \quad (4.21)$$

Враховуючи, що

$$n_0 = N_c e^{\frac{-E_F}{kT}}, \quad \text{то} \quad \alpha_e = \gamma_e N_c e^{\frac{-E_M}{kT}}. \quad (4.22)$$

Тоді відповідний потік 3 (інтенсивність теплового викиду в зону) можна записати в рівноважному випадку як

$$\alpha_e m_0 = \gamma_e m_0 N_c e^{\frac{-E_M}{kT}}. \quad (4.23)$$

У нерівноважному випадку форму закону зберігаємо, тоді маємо

$$\alpha_e m = \gamma_e m N_c e^{\frac{-E_M}{kT}}. \quad (4.24)$$

Аналогічно для дірок можна отримати

$$\alpha_h (M - m) = \gamma_h (M - m) N_v e^{\frac{-E_g + E_M}{kT}}. \quad (4.25)$$

Тепер можна порівняти потоки захоплення носія із зони провідності на рівень  $\gamma_e \Delta n (M - m)$  і потік з рівня в зону провідності

$\gamma_e m N_c e^{\frac{-E_M}{kT}}$ . Із цього порівняння випливає, що "рекомбінація"  $m$  електронів із вільними місцями в зоні провідності потребує витрати енергії, тобто подолання потенційного бар'єра  $E_M$ . Величину  $N_c e^{\frac{-E_M}{kT}}$  можна назвати ефективною густиною станів у зоні провідності, зведеної до рівня  $M$ , і ввести позначення

$$N_{CM} = N_c e^{\frac{-E_M}{kT}} \quad \text{та} \quad N_{VM} = N_V e^{\frac{-E_g + E_M}{kT}} \quad (4.26)$$

– це концентрація електронів і дірок, якщо б  $E_F$  і  $E_M$  збігалися.

Таким чином, можемо записати рівняння рекомбінації у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta n}{dt} &= \frac{dn}{dt} = \beta kL + \gamma_e m N_{CM} - \gamma_e n (M - m), \\ \frac{d\Delta m}{dt} &= \frac{dm}{dt} = \gamma_e n (M - m) - \gamma_e m N_{CM} + \\ &+ \gamma_h (M - m) N_{VM} - \gamma_h p m, \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\frac{d\Delta p}{dt} = \frac{dp}{dt} = \beta kL + \gamma_h (M - m) N_{VM} - \gamma_h p m,$$

$$\Delta n + \Delta m = \Delta p.$$

Задача полягає в тому, щоб знайти рівноважний час життя носія  $\tau$  з умови

$$\frac{d\Delta n}{dt} = 0 = \beta kL - \frac{\Delta n}{\tau}, \quad \tau = \frac{\Delta n}{\beta kL}.$$

У загальному випадку розв'язати систему рівнянь (4.27) складно, оскільки маємо систему нелінійних рівнянь відносно  $n, m$  та  $p$ . Спростимо задачу, а саме: розглянемо стаціонарний випадок, коли  $\frac{d}{dt} = 0$ . Тоді з другого рівняння системи рівнянь

(4.27) матимемо



$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} = 0 &= \gamma_e n(M - m) - \gamma_e m N_{CM} = \gamma_h m p - \\ &- \gamma_h (M - m) N_{VM} = \beta k L. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Перший член цього рівняння відображає абсолютну швидкість захоплення електронів, другий – абсолютну швидкість захоплення дірок. У стаціонарному випадку абсолютна швидкість захоплення електронів і дірок однакова (немає накопичення заряду на глибокому рівні) і дорівнює швидкості їх генерації  $\beta k L$ . Із рівняння (4.28) знайдемо концентрацію електронів на глибокому рівні  $m$  і кількість вільних місць  $(M - m)$ :

$$m = M \frac{\gamma_h N_{VM} + \gamma_e n}{\gamma_h (N_{VM} + p) + \gamma_e (N_{CM} + n)}, \quad (4.29)$$

$$M - m = M \frac{\gamma_e N_{CM} + \gamma_h p}{\gamma_h (N_{VM} + p) + \gamma_e (N_{CM} + n)}. \quad (4.30)$$

Підставляючи в праву частину рівняння (4.28) відповідні вирази для  $m$  і  $M - m$ , маємо для  $\beta k L$ :

$$\beta k L = \frac{\gamma_e \gamma_h (np - N_{CM} N_{VM})}{\gamma_h (p + N_{VM}) + \gamma_e (n + N_{CM})}. \quad (4.31)$$

Наступне спрощення полягає в тому, що ми вважатимемо, що концентрація центрів  $M$  мала, у тому сенсі, що їх заселеність (точніше зміна їх заселеності) не впливає на зміну концентрації в зонах, тобто рівняння електронейтральності можна переписати у вигляді  $\Delta n = \Delta p$ . Як і раніше, повні концентрації електронів і дірок можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} n &= n_0 + \Delta n, \\ p &= p_0 + \Delta p, \end{aligned} \quad (4.32)$$

де  $n_0, p_0$  – термодинамічно рівноважні значення концентрацій носіїв. Відповідний час життя можна записати у вигляді

$$\tau_e = \frac{\Delta n}{G}, \quad \tau_h = \frac{\Delta p}{G}, \quad \tau_e + \tau_h = \tau. \quad (4.33)$$

Підставляючи значення  $n$  та  $p$  у рівняння (4.28) і враховуючи, що  $\frac{d\Delta n}{dt} = 0 = \beta kL - \frac{\Delta n}{\tau}$ , або  $\tau = \frac{\Delta n}{\beta kL}$ , а також, що  $\Delta n = \Delta p$ , отримуємо вираз для часу життя  $\tau$ :

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{n_0 + N_{CM} + \Delta n}{\gamma_h M (n_0 + p_0 + \Delta n)} + \frac{p_0 + N_{VM} + \Delta n}{\gamma_e M (n_0 + p_0 + \Delta n)} = \\ &= \tau_{h0} \frac{n_0 + N_{CM} + \Delta n}{n_0 + p_0 + \Delta n} + \tau_{e0} \frac{p_0 + N_{VM} + \Delta n}{n_0 + p_0 + \Delta n}, \end{aligned} \quad (4.34)$$

де  $\tau_{h0} = \frac{1}{\gamma_h M}$ ,  $\tau_{e0} = \frac{1}{\gamma_e M}$ .

Останнє спрощення полягає в тому, що вважаємо  $\Delta n, \Delta p \ll n_0, p_0$ . Фізично це означає, що ми маємо справу з малим збудженням, тоді

$$\tau = \tau_{h0} \frac{n_0 + N_{CM}}{n_0 + p_0} + \tau_{e0} \frac{p_0 + N_{VM}}{n_0 + p_0}. \quad (4.35)$$

У такому наближенні  $\tau$  залежить винятково від термодинамічно рівноважних величин  $n_0$  та  $p_0$  і визначається параметрами глибокого рівня  $E_M$ .

#### 4.9. Залежність часу життя носіїв заряду від положення рівня Фермі. Основні висновки моделі

Відомо, що  $n_0$  і  $p_0$  визначаються положенням рівня Фермі в системі. Тому розглянемо залежність  $\tau$  від положення рівня Фермі за фіксованої енергії глибокого рівня  $E_M$  у забороненій зоні напівпровідника (напр., у верхній половині забороненої зони). У такому наближенні  $N_{CM} \gg n_i \gg N_{VM}$ , оскільки ці вирази відрізняються експоненційними множниками з відповідними показниками експонент.

Ураховуючи викладене, матимемо для чотирьох областей положення рівня Фермі  $E_F$  у системі такий випадок для  $\tau(E_F)$ .

Якщо  $E_F$  розташований між  $E_C$  та  $-E_M$ , то  $n_0 \gg N_{CM}, n_0 \gg p_0, n_0 \gg N_{VM}$  і з виразу (4.35) матимемо, що  $\tau = \tau_{h0}$ . Це відповідає області 1 на рис. 4.7, на якому зображено залежність логарифма часу життя від положення рівня Фермі в системі. У цьому випадку час життя  $\tau$  визначається винятково кількістю і властивостями глибоких центрів  $E_M$ , які повністю заповнені електронами. Дійсно, в умовах рівноваги всі центри заповнені електронами, і як тільки на них захоплюється дірка, то одразу ж захоплюється й електрон, яких багато в зоні провідності (оскільки рівень Фермі розташований ближче до зони провідності). Тому час життя визначається часом життя дірки.

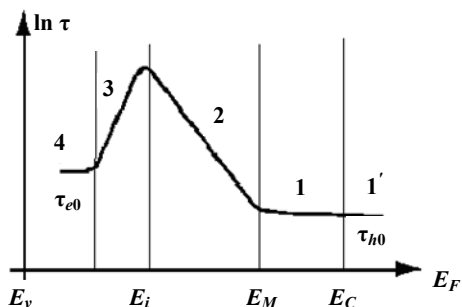


Рис. 4.7. Залежність логарифма часу життя від положення рівня Фермі в напівпровіднику

Розглянемо тепер випадок, якщо рівень Фермі  $E_F$  розташований між  $E_M$  і  $E_i$ . Це відповідає області 2 на рис. 4.7. Тепер співвідношення між основними параметрами рівняння (4.35) буде іншим, а саме,  $N_{CM} \gg n_0, n_0 \gg p_0, n_0 \gg N_{VM}$ . Після відповідних спрощень у (4.35) це призводить до такого вигляду для  $\tau$ :

$$\tau = \tau_{h0} \frac{N_{CM}}{n_0} = \tau_{h0} e^{\frac{-E_M - E_F}{kT}}.$$

Із цього виразу видно, що час життя зростає при наближенні рівня Фермі до положення  $E_i$ . Таке зростання  $\tau$  фізично відо-

бражає такий процес. В умовах рівноваги ступінь заповнення рівня  $E_M$  електронами незначний (оскільки  $E_F$  розташований нижче  $E_M$ ), але кожна захоплена дірка відразу ж "забивається" електроном (напівпровідник залишається ще напівпровідником  $n$ -типу,  $E_F$  лежить вище в забороненій зоні, ніж  $E_i$ ). Однак зі зміщенням  $E_F$  ближче до  $E_i$  заповнення рівня  $E_M$  зменшується і дірка "має активніше шукати" необхідний для її рекомбінації центр, заповнений електроном, тому  $\ln \tau \sim \frac{-E_M - E_F}{kT}$ .

В області 3 (рис. 4.7) напівпровідник стає напівпровідником  $p$ -типу (рівень Фермі перетинає  $E_i$ ). Співвідношення між основними параметрами рівняння (4.35) набуває вигляду  $p_0 \gg n_0, p_0 \gg N_{VM}, N_{CM} > n_0, N_{CM} > p_0$ , тоді

$$\tau = \tau_{h0} \frac{N_{CM}}{p_0} = \tau_{h0} \frac{N_C}{N_V} e^{\frac{-E_M + E_F + E_g}{kT}}.$$

Бачимо, що  $\tau$  зменшується на цій ділянці зі зниженням положення рівня Фермі  $E_F$ . У цьому випадку майже всі рівні  $E_M$  порожні, і тому з великою ймовірністю захоплюють електрони, але при цьому дірок ще недостатньо, щоб кожний захоплений електрон рекомбінував з діркою. Тобто через деякий час електрон може генеруватись у зону провідності.

При переході до області 4 (рис. 4.7)  $E_F$  зміщується до  $E_g$ , кількість дірок збільшується і процес рекомбінації зростає, а  $\tau$  зменшується до величини  $\tau_{e0}$ , якщо співвідношення між параметрами рівняння (4.35) набуває вигляду  $p_0 \gg n_0, p_0 \gg N_{VM}, p_0 \gg N_{CM}$ . При цьому захоплений електрон одразу ж "забивається" захопленням дірки, тому час життя визначається часом життя електрона.

#### 4.10. Спін-залежна рекомбінація в напівпровідниках

У напівпровідниках, які мають у забороненій зоні кілька рівнів, можлива рекомбінація, у якій беруть участь кілька центрів одночасно. Експериментальні дослідження, які вказують на можливість існування такого процесу, – це дослідження спін-залежної рекомбінації в напівпровідниках.

Як відомо, електрони характеризуються спіновим станом, який може дорівнювати або  $+1/2$ , або  $-1/2$ . Спін електронів визначає магнітні властивості магнітних матеріалів, для яких ефективна маса та концентрація вільних електронів не є особливо важливими параметрами. У напівпровідниках – навпаки. Основними є ефективна маса, рухливість, на відміну від магнітних властивостей носіїв заряду. Очевидно, можна собі уявити клас явищ у напівпровідниках, для яких магнітні властивості носіїв заряду будуть мати суттєве значення.

Нагадаємо коротко, як спін електрона веде себе в магнітному полі. Розглянемо добре відомий з атомної фізики ефект Зеємана. На рис. 4.8 зображено енергетичну схему розщеплення основного стану виродженого електронного рівня атома, який перебуває в магнітному полі.

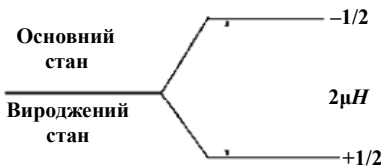


Рис. 4.8. Енергетична схема розщеплення основного стану виродженого електронного рівня атома, який перебуває в магнітному полі

Позначимо кількість електронів зі спіном  $+1/2$  як  $n_+$ , а зі спіном  $-1/2$  як  $n_-$ . Тоді за умови термодинамічної рівноваги ймовірність того, що стан з такою енергією зайнятий, пропорційна

больцманівському фактору  $e^{-\frac{E}{kT}}$  і має вигляд

$$\frac{n_+}{n_+ + n_-} = \frac{e^{-\frac{\mu H}{kT}}}{e^{-\frac{\mu H}{kT}} + e^{\frac{\mu H}{kT}}} \quad \text{та} \quad \frac{n_-}{n_+ + n_-} = \frac{e^{\frac{\mu H}{kT}}}{e^{-\frac{\mu H}{kT}} + e^{\frac{\mu H}{kT}}}, \quad (4.36)$$

де  $n = n_+ + n_-$ , а  $\mu$  – магнітний момент.

Загальну намагніченість зразка  $M$  можна визначити з виразу, де введено позначення  $x = \frac{\mu H}{kT}$ :

$$M = (n_+ - n_-)\mu = n\mu \cdot \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = n\mu \cdot \text{th}(x). \quad (4.37)$$

За температур  $T > 1$  К величина  $x = \frac{\mu H}{kT} \ll 1$  і вираз (4.37) спрощений при розкладанні гіперболічного тангенса за малим параметром, тоді

$$M = \frac{n\mu^2 H}{kT} = n\mu \frac{\mu H}{kT} \equiv n\mu P, \quad (4.38)$$

де

$$P = \frac{n_+ - n_-}{n_+ + n_-}; \quad (4.39)$$

$P$  – це загальне визначення поляризації, а для нашого випадку поляризацію можна записати як  $P \approx \frac{\mu H}{kT}$ .

Якщо електрони розташовані на центрах, то їх поляризацію можна записати як

$$P = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \approx \frac{\mu H}{kT}. \quad (4.40)$$

Тепер розглянемо процес рекомбінації через рівень у забороненій зоні напівпровідника, на якому до захоплення електрона із зони провідності вже був один електрон. Згідно з принципом Паулі на центрі можуть перебувати два електрони. Не для всіх центрів це можливо, оскільки існує кулонівська взаємодія між електронами. Однак можна уявити собі випадок, якщо два елек-

трони можуть перебувати на одному рівні, долаючи силу кулонівського відштовхування. У такому випадку електрон із зони провідності може захопитись на глибокий рівень лише в тому разі, якщо їх спіни протилежні, тобто конфігурація спінів синглетна. Зазвичай завжди знайдеться в зоні провідності електрон з відповідним спіном.

Таким чином, ніяких обмежень щодо рекомбінації з урахуванням спінів не існує. Уявімо собі, що до системи прикладене велике магнітне поле, тоді всі спіни вільних електронів і на глибоких центрах мають одне й те саме значення, яке відповідає напрямку зовнішнього магнітного поля. При цьому вже з'являється обмеження щодо рекомбінації, оскільки захоплення електрона на глибокий рівень, на якому вже розташований один електрон, стає неможливим, а можливий тільки для електронів з протилежними спінами. Тобто час життя відповідних процесів рекомбінації прямує до нескінченності для  $H \rightarrow \infty$ . Насправді нескінченності не існує, тобто час життя значно збільшується і за певних умов рекомбінація відбуватиметься через інший, менш ефективний канал, наприклад, міжзонна рекомбінація. На основі статистики Шоклі–Ріда можна розрахувати час життя в такій моделі, потім знайти  $\delta\Delta n = \Delta n(H) - \Delta n(0)$  та  $\delta\Delta n / \Delta n$ . Розрахунки показують, що

$$\frac{\delta\Delta n}{\Delta n} = \frac{\delta\tau}{\tau} \approx \left( \frac{\mu H}{kT} \right)^2. \quad (4.41)$$

За температури  $T = 300 \text{ K}$  і  $H = 10^3 \text{ E}$ :

$$\frac{\delta\Delta n}{\Delta n} = \frac{\delta\tau}{\tau} = \left( \frac{\mu H}{kT} \right)^2 = 10^{-6}.$$

Таким чином, виникає інша проблема, яким чином можна виміряти ефект такої величини? Щоб повністю зрозуміти проблему, нагадаємо, що водночас спостерігається ефект зміни опору в магнітному полі (магнетоопір), ефект іншої природи, ніяким чином не пов'язаний зі спін-залежною рекомбінацією. Треба створити такі експериментальні умови, щоб вимірювалась тільки різниця в провідності за рахунок спінової орієнтації. Ви-

являється, що це можна зробити, використовуючи умови спінового резонансу. Як відомо, спіновий резонанс настає, якщо частота електромагнітного поля дорівнює енергії зеєманівського розщеплення рівня. Проведені експериментальні дослідження вказали на існування спін-залежної релаксації і показали, що величина  $(\delta\Delta\sigma/\Delta\sigma) = 10^{-5}$ , тобто на порядок перевищує теоретичні розрахунки.

Англійський вчений, лауреат Нобелівської премії 1977 року Н. Мотт, звернув увагу на те, що об'єкти, у яких спостерігаються ефекти спін-залежної рекомбінації, є суттєво неупорядкованими системами. Це насамперед поверхня кремнію, аморфний кремній, пластично-деформований і полікристалічний кремній. Для пояснення процесів провідності в таких системах застосовувались моделі міжцентрових переходів. Мотт запропонував аналізувати спін-залежну рекомбінацію при переході носіїв заряду між близькими парами локалізованих станів. Усього таких пар з різною спіною орієнтацією може бути чотири типи: три триплетні стани, якщо спін дорівнює 1, а напрямки різні, й один синглетний, як це зображено на рис. 4.9.

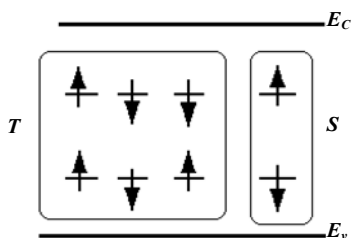


Рис. 4.9. Чотири типи станів з різною спіною орієнтацією: три триплетні стани, якщо спін дорівнює 1, а напрямки різні, й один синглетний

За умови термодинамічної рівноваги всі парні центри будуть існувати в такій пропорції: 1/4 – синглетних станів ( $S$ ); 3/4 – триплетних станів ( $T$ ). Нехай рекомбінація нерівноважних носіїв відбувається винятково в синглетних парах. Унаслідок рекомбінаційних переходів кількість  $S$ -станів зменшується, а  $T$ -станів



збільшується. Тому в стаціонарному стані в рекомбінації будуть брати участь  $S$ -пари в кількості, меншій від  $1/4$  усіх пар (напр.,  $S=1/5$ ;  $T=4/5$  і т. д.). В умовах спінового резонансу ми повертаємо систему до початкового розподілу, а саме,  $S = 1/4$ ;  $T=3/4$ , збільшуючи кількість рекомбінаційних рівнів, а тим самим і швидкість рекомбінації. Унаслідок цього процесу час життя ( $\tau$ ) має зменшитися.

Зрозуміло, що від співвідношення між часом життя і часом спірової релаксації, величина ефекту може значно змінюватись. Послідовна теорія (яку розвинули Каплан–Соломон–Мотт) показала, що стає можливим випадок, якщо  $(\delta\Delta\sigma/\Delta\sigma) \rightarrow 1$ . Суттєвим у цій теорії є той факт, що за моделлю Шоклі–Ріда величина ефекту пропорційна  $(\delta\Delta\sigma/\Delta\sigma) \sim H^2$ , а за моделлю Каплана–Соломона–Мотта  $(\delta\Delta\sigma/\Delta\sigma) \sim H^0$ . Тобто  $(\delta\Delta\sigma/\Delta\sigma)$  взагалі не залежить від магнітного поля. Згідно з моделлю Каплана–Соломона–Мотта магнітне поле необхідне тільки для того, щоб створити умови спінового резонансу в насиченні. Поляризація спіну при цьому не має значення. Експериментальні дослідження показали справедливість моделі Каплана–Соломона–Мотта в неупорядкованому кремнії.

Спін-залежні ефекти в напівпровідниках дозволяють вивчати й інші складні процеси в напівпровідниках, зокрема такі, як спін-залежна генерація, рух електронів у однорідних і неоднорідних матеріалах. Як і будь-який резонансний метод спін-залежна рекомбінація та генерація можуть бути використані для точного вимірювання магнітного поля або як елемент для приладів спінтроніки.

#### 4.11. Запитання для самоконтролю та задачі

1. Що таке нерівноважна функція розподілу носіїв заряду й якими методами вона може бути створена в напівпровідниках?
2. Який фізичний зміст має час релаксації?

3. Які існують механізми рекомбінації в напівпровідниках?
4. У яких напівпровідниках відбувається випромінювальна рекомбінація і чому?
5. Чому глибокі рівні є ефективними центрами рекомбінації?
6. Від чого залежить ефективний переріз захоплення носіїв заряду?
7. Як залежить час життя носіїв заряду від положення рівня Фермі в напівпровідниках?
8. Що таке спін-залежна рекомбінація в напівпровідниках?
9. Задача. Зразок кремнію  $n$ -типу з концентрацією  $n_0 = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  освітлюється світлом із області власного поглинання з інтенсивністю, що забезпечує темп генерації пар  $10^{19} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ . Час життя  $\tau_n = \tau_p = 2 \text{ нс}$ ,  $T = 300 \text{ К}$ . Показати на конкретному прикладі, що для нерівноважних умов  $n p \neq n_i^2$ .
10. Задача. Розрахувати положення квазірівнів Фермі для електронів і дірок для умов попереднього прикладу.

## Розділ 5

# ЯВИЩА ПЕРЕНЕСЕННЯ В НАПІВПРОВІДНИКАХ

### 5.1. Кінетичне рівняння Больцмана

Нерівноважні умови, які виникають під дією зовнішніх сил, змінюють функцію розподілу. Завдяки ним в електронній системі можуть виникати потоки квазічастинок. Явища, пов'язані з направленим їх рухом називаються *явищами перенесення*. Найпростішими прикладами такого руху є: електричний струм, теплопровідність, гальваномагнітні та термомагнітні явища тощо. Зазвичай у таких явищах вважається, що концентрація носіїв заряду рівноважна або майже рівноважна. Задача аналізу таких процесів полягає у визначенні функції розподілу за умови дії зовнішніх сил. Знайти функцію розподілу в цьому випадку можна, якщо розв'язати рівняння Больцмана.

Функція розподілу  $f$  є функцією від  $\vec{k}, \vec{r}, t$ , тому повну похідну від цієї функції в загальному вигляді можна розписати таким чином:

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} = & \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial k_x} \frac{\partial k_x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial k_y} \frac{\partial k_y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial k_z} \frac{\partial k_z}{\partial t} + \\ & + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Враховуючи, що імпульс  $\frac{dk}{dt} = \hbar^{-1} F$ , маємо

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} = & \frac{\partial f}{\partial t} + \hbar^{-1} \left( \frac{\partial f}{\partial k_x} F_x + \frac{\partial f}{\partial k_y} F_y + \frac{\partial f}{\partial k_z} F_z \right) + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}_r f = \\ = & \frac{\partial f}{\partial t} + \hbar^{-1} \frac{\partial f}{\partial E} \left( \vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k E \right) + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}_r f. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Таким чином, вираз (5.2) відображає зміну функції розподілу за рахунок зовнішніх сил. Тепер необхідно врахувати, що в системі існують процеси, які намагаються повернути її до початкового стану, тобто до умови рівноваги. Це процеси зіткнення та розсіювання. Тому в рівняння (5.2) введемо зміну функції розподілу за рахунок зіткнень і позначимо цей член  $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{зіт}}$ , тоді

повне рівняння буде таким:

$$\frac{df}{dt} = \hbar^{-1} \frac{\partial f}{\partial E} (\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k E) + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}_r f - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{зіт}}. \quad (5.3)$$

Рівняння (5.3) називають *рівнянням Больцмана*. В умовах стаціонарності  $\left(\frac{df}{dt} = 0\right)$  в однорідному напівпровіднику, якщо відсутні градієнти температури, функція розподілу не залежить від координати ( $\vec{V} \cdot \vec{\nabla}_r f = 0$ ), і в цьому випадку рівняння значно спрощується й має вигляд

$$\hbar^{-1} \frac{\partial f}{\partial E} (\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k E) = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{зіт}}. \quad (5.4)$$

У загальному випадку вираз для  $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{зіт}}$  знайти важко, тому для простоти вважатимемо, що ступінь відхилення нерівноважної функції розподілу  $f(\vec{k}, \vec{r}, t)$  від рівноважної  $f_0(\vec{k}, \vec{r}, t)$  незначний, і тоді можна вважати, що швидкість зміни  $f(\vec{k}, \vec{r}, t)$  унаслідок зіткнень буде пропорційною ступеню відхилення  $f(\vec{k}, \vec{r}, t)$  від рівноважного стану  $f_0(\vec{k}, \vec{r}, t)$ . Звідси можна записати, що

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{зіт}} = -\frac{f(\vec{k}, \vec{r}, t) - f_0(\vec{k}, \vec{r}, t)}{\tau_p}. \quad (5.5)$$

Такий запис члена, який відображає релаксацію зовнішнього збудження системи, має сенс, оскільки розв'язок рівняння (5.5) матиме вигляд

$$f = f_0 e^{-\frac{t}{\tau_p}}. \quad (5.6)$$

Отже, при зникненні зовнішніх сил система повертається до рівноважного стану відповідно до релаксації, що відбувається для нерівноважних носіїв (5.6). Тоді у стаціонарних умовах для однорідного напівпровідника рівняння Больцмана матиме вигляд

$$\hbar^{-1} \frac{\partial f}{\partial E} (\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k E) = -\frac{f - f_0}{\tau_p}. \quad (5.7)$$

## 5.2. Електропровідність напівпровідників (невироджений і вироджений випадки)

Розглянемо дію зовнішнього електричного поля. Нехай уздовж осі  $x$  прикладене зовнішнє електричне поле  $E_x$ , тоді сили, що діють на електрон будуть  $F_x = -eE_x$ ,  $F_y = 0$ ,  $F_z = 0$ . Будемо, як і раніше, вважати, що  $f$  мало відрізняється від  $f_0$ . Skorистаємося очевидним співвідношенням

$$\frac{\partial E}{\partial k_x} = \hbar V_x, \quad \left( V = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{dE}{dk} \right),$$

тоді, використовуючи (5.7), отримаємо

$$V_x e E_x \frac{\partial f_0}{\partial E} = \frac{f - f_0}{\tau_p}. \quad (5.8)$$

Звідки

$$f = f_0 + e E_x V_x \frac{\partial f_0}{\partial E} \tau_p. \quad (5.9)$$

Таким чином, рух електронів під дією зовнішнього поля виначається зміною об'єму  $k$ -простору величиною  $dk_x dk_y dk_z$ , помноженою на їх густину станів  $N(k)$ , тобто числом  $f \cdot N(k) dk_x dk_y dk_z$  і швидкістю їх руху  $V_x$ . Повний струм через одиничний об'єм у цьому випадку можна записати як

$$j_x = -e \int f(k_x, k_y, k_z) N(x, y, z, k_x, k_y, k_z) V_x dk_x dk_y dk_z. \quad (5.10)$$

Розглянемо, як можна записати густину станів  $N(k)$ . Із викладеного матеріалу розд. 1 знаємо, що хвильовий вектор  $k$  є квазідискретною величиною з дискретністю  $k = \frac{2\pi}{L}n$ . Крок дискретності дорівнює  $\frac{2\pi}{L}$ , тому в інтервалі  $dk_x$  кількість станів буде  $\frac{L \cdot dk_x}{2\pi}$ . У тривимірному випадку ця величина буде  $\frac{L^3 \cdot dk_x dk_y dk_z}{(2\pi)^3}$ , в одиничному об'ємі це буде  $\frac{dk}{8\pi^3}$ . Якщо ще врахувати можливість електрона мати два положення спіну, то  $\frac{dk}{4\pi^3}$ . Ураховуючи (5.9) і все вищевикладене, для густини струму (5.10) отримаємо

$$j_x = -\frac{e^2 E_x}{4\pi^3} \int V_x^2 \tau_p \frac{df_0}{dE} dk. \quad (5.11)$$

Знайдемо величину  $\frac{df_0}{dE}$ . Це можна зробити, диференціюючи безпосередньо вираз для  $f_0(E)$ , і тоді отримаємо

$$\frac{df_0}{dE} = -\frac{f_0(1-f_0)}{kT}. \quad (5.12)$$

З урахуванням (5.12) і припущення, що  $f$  мало відрізняється від  $f_0$ , тоді і  $E$  мало відрізнятиметься від  $E_0 = \frac{3kT}{2}$  (тобто

$\frac{mV_x^2}{2} = \frac{E}{3}$ ,  $V_x^2 = \frac{2E}{3m}$ ) і  $dk \sim \text{const} \cdot E^{1/2} dE$ , (5.11) перетвориться

на

$$j_x = \frac{e^2 E_x}{4\pi^3 kT} \int \frac{2E\tau_p}{3m} f_0(1-f_0) dk \sim \frac{e^2 E_x}{6\pi^3 kTm} \int E^2 \tau_p(E) f_0(1-f_0) dE. \quad (5.13)$$

Розглянемо окремо невідроджений і вроджений випадки для електронів у напівпровіднику.

Невідроджений випадок. У цьому випадку можна вважати, що  $f_0 \ll 1$ , тоді  $1-f_0 \approx 1$ . Тоді інтеграл (5.13) спрощується. Якщо шукатимемо середні величини згідно з означенням середнього

$$\langle \tau_p \rangle = \frac{\int \tau_p(E) f_0 E^2 dE}{\int f_0 E^2 dE}$$

і врахуємо, що  $4\pi^3 \int N(E) f_0 dE = 4\pi^3 n$ , то матимемо

$$j_x = \frac{e^2 E_x}{6\pi^3 kTm} \langle \tau_p \rangle \frac{3kT}{2} 4\pi^3 n = \frac{e^2 E_x n}{m} \langle \tau_p \rangle = en \langle V_x \rangle. \quad (5.14)$$

У цьому виразі середня швидкість електрона в зовнішньому електричному полі визначається середнім часом релаксації й може бути записана як

$$\langle V_x \rangle = \frac{j_x}{en} = \frac{eE_x \langle \tau_p \rangle}{m_e} = \frac{e \langle \tau_p \rangle}{m_e} E_x = \mu_n E_x. \quad (5.15)$$

У (5.15) введений новий параметр, що характеризує розсіювання електронів (носіїв заряду) у напівпровіднику. Цей параметр має назву *рухливість носіїв заряду* і має розмірність  $\frac{\text{см}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ . У нашому випадку – це рухливість електронів. Тоді густина струму запишеться як

$$j = en\mu_n E_x \equiv \sigma E_x. \quad (5.16)$$

Аналогічно до (5.15) для дірок можна отримати рухливість дірок, яка буде визначатись таким чином:

$$\langle V_x \rangle = \frac{j_p}{ep} = \frac{eE_x \langle \tau_p \rangle}{m_h} = \frac{e \langle \tau_p \rangle}{m_h} E_x = \mu_h E_x.$$

Таким чином, провідність зразка у випадку, якщо струм переносять електрони і дірки, можна записати таким чином:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_h). \quad (5.17)$$

У випадку виродженого напівпровідника з урахуванням того, що  $f_0 = 1$  для  $E < E_F$  і  $f_0 = 0$  за  $E > E_F$ , матимемо

$$j_x = \frac{2e^2 E_x n}{3m} \cdot \frac{\int \tau_p(E) E^{\frac{3}{2}} \frac{df_0}{dE} dE}{\int f_0 E^2 dE}. \quad (5.18)$$

Необхідно врахувати, що  $\frac{df_0}{dE}$  є  $\delta$ -функцією в околі  $E_F$ . У цьому разі всі множники, що стоять під інтегралом у (5.18), слабо змінюються від енергії всюди, окрім точки  $E_F$ . У такому випадку інтеграл дорівнюватиме самій функції в точці  $E_F$ , тоді матимемо

$$\int_0^{\infty} \tau_p(E) E^{\frac{3}{2}} \frac{df_0}{dE} dE = \tau_p(E_F) E_F^{\frac{3}{2}}, \quad (5.19)$$

$$\int_0^{\infty} f_0(E) E^2 dE \approx \int_0^{E_F} E^2 dE = \frac{2}{3} E_F^{\frac{3}{2}}.$$

Вираз для струму (5.18) з урахуванням (5.19) можна записати у такому вигляді:

$$j_x = \frac{2e^2 E_x n \tau_p(E_F) E_F^{\frac{3}{2}}}{3m_e \frac{2}{3} E_F^{\frac{3}{2}}} = \frac{e^2 E_x n \tau_p(E_F)}{m_e}. \quad (5.20)$$

Використовуючи введене означення рухливості, матимемо

$$j_x = en \frac{e\tau_p(E_F)}{m_e} E_x = en\mu_n E_x, \quad (5.21)$$

де  $\mu_n = \frac{e\tau_p(E_F)}{m_e}$  – рухливість електронів з енергією Фермі.



Відповідно до попереднього випадку для дірок можна записати  $\mu_p = \frac{e\tau_p(E_F)}{m_h}$ .

Таким чином, використовуючи вирази для струму у випадках неvirодженого або virодженого напівпровідників можна отримати вираз для струму. Більше того, якщо відомо, як залежить концентрація носіїв заряду від температури, то буде відома і залежність рухливості від температури, тоді ми зможемо знайти залежність струму від температури.

### 5.3. Залежність електропровідності від температури

Бачимо, що й у випадку неvirодженого і virодженого напівпровідника  $\mu_{n,h} \sim \tau_p$ , де  $\tau_p$  залежить від температури відповідно до механізмів розсіювання. Нагадаємо вже відомі три механізми розсіювання носіїв заряду: на теплових коливаннях кристалічної ґратки  $\sim T^{-3/2}$ ; на іонізованих домішках  $\sim T^{3/2}$  і на нейтральних домішках  $\sim T^0$ . Оскільки струм через зразок в електричному полі прямо пропорційно залежить від рухливості, тоді і його залежність від температури буде визначатись механізмом розсіювання носіїв заряду (рис. 5.1). Експериментальні дослідження показують, що залежність рухливості від температури має максимум.

За дуже низьких температур розсіювання може бути лише на нейтральних домішках і не залежить від температури. При тепловій іонізації домішок з підвищенням температури рухливість зростатиме відповідно до закону  $T^{3/2}$ ; при значному зростанні температури збудження фононної системи призведе до зростання кількості фононів, на яких відбувається розсіювання носіїв заряду, і рухливість почне спадати. Оскільки струм визначається добутком концентрації на рухливість, а концентрація носіїв заряду, у свою чергу, змінюється від температури, то залежність повної провідності від температури може мати вигляд, наведений на рис. 5.2.

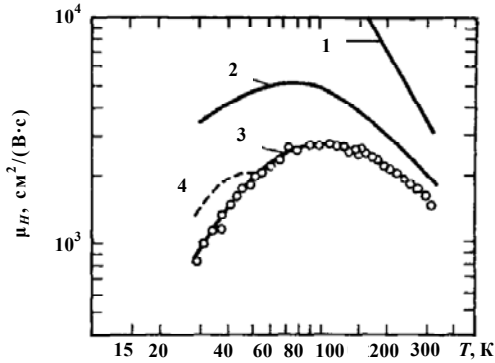


Рис. 5.1. Залежність рухливості від температури для зразків германію: 1) нелегований зразок *n*-типу; 2) легований сурмою до концентрації  $5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ; 3) легований цинком; 4) той самий зразок при освітленні

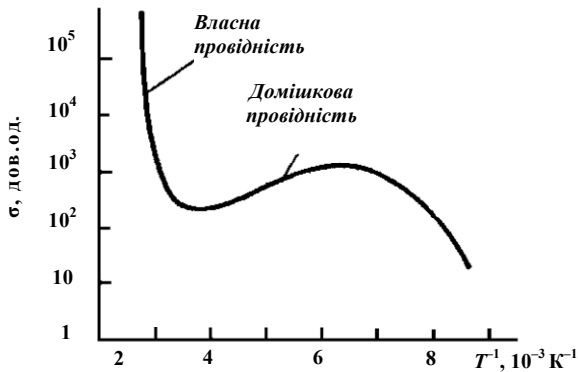


Рис. 5.2. Видяг залежності повної провідності від температури

В області виснаження домішки можна спостерігати або збільшення струму, або його незалежність від температури, або навіть зменшення струму за збільшення температури. Як зазначалось, це визначається конкретними процесами розсіювання, які можуть відрізнятися від тих, про які йшлося вище. Наприклад, ми не розглядали розсіювання на оптичних фонах, двофоновне розсіювання, електрон-електронне розсіювання. Оскільки всі механізми діють у напівпровіднику одноча-

сно, то залежність рухливості від температури може бути складнішою, ніж та про яку йшлося вище.

Для напівпровідників, що мають найбільше практичне значення (табл. 5.1) наведено типові експериментальні значення рухливості носіїв заряду.

Таблиця 5.1

Експериментальні значення рухливості електронів і дірок у напівпровідниках, які широко використовуються в напівпровідниковій електроніці

Напів- провідник	Електрони		Дірки	
	Рухливість см <sup>2</sup> /(В·с) 300 К	Рухливість см <sup>2</sup> /(В·с) 77 К	Рухливість см <sup>2</sup> /(В·с) 300 К	Рухливість см <sup>2</sup> /(В·с) 77 К
Si	1500	3710	600	1160
Ge	3900	4550	1900	4370
GaAs	8500	21000	420	4200
InSb	78000	1200000	750	10000

Щодо загального розв'язку рівняння (5.10). Як відомо, ефективна маса є тензором, тому в загальному випадку  $\sigma$  є також тензором третього порядку. Тому в загальному випадку обчислення електропровідності під дією зовнішніх сил (електричного і магнітного полів), що зорієнтовані в просторі в будь-якому напрямку, можна сформулювати таким чином. Розв'язується рівняння Больцмана і визначається збуджена функція розподілу; далі визначаються відповідні потоки, і тоді можна знайти вираз для струму. Це є найбільш загальна схема розгляду явищ перенесення.

#### 5.4. Гальваномагнітні та термомагнітні явища.

##### Слабке та сильне магнітне поле

Розглянемо, що буде відбуватися в системі, якщо прикласти до напівпровідника разом з електричним полем ще й магнітне. Можливі два варіанти прикладання зовнішнього магнітного по-

ля: 1) перпендикулярно до електричного поля; 2) уздовж електричного поля. Розглянемо перший випадок.

Вважатимемо, що магнітне поле  $H$  прикладене перпендикулярно до напрямку електричного поля, а кут між цими полями становить  $\pi/2$  (якщо ж  $H$  паралельно  $E$ , то сила дорівнюватиме нулю відповідно до (5.22)). Тоді сила, яка діє на електрон, що рухається зі швидкістю  $V_x$  (тобто сила Лоренца) може бути записана таким чином:

$$F_L = -e[V_x \times B], \quad (5.22)$$

де  $B$  – магнітна індукція, яка є силовою характеристикою магнітного поля  $H$  у середовищі напівпровідника з магнітною сприйнятливістю  $\mu_B$  (у системі СІ  $B = \mu_B \mu_0 H$ , де  $\mu_0$  – абсолютна магнітна сприйнятливість).

Із (5.22) видно, що  $F_L \sim V_x \sim \mu_n E_x \sim \tau_p(E)$ . Тобто сила Лоренца по-різному діє на носії з різною енергією. Строго кажучи, (5.22) є векторним добутком  $V_x$  на  $B$ , і тому можна визначити напрямок дії сили Лоренца.

Таким чином, під дією сили Лоренца носії заряду відхиляються до бокової грані зразка і накопичуються на ній. У зразку, унаслідок такого накопичення, виникає поперечне поле, т. зв. поле Холла, а сам цей ефект має назву *ефект Холла*. Сили, що викликані полем Холла, діють проти сили Лоренца. У стаціонарному випадку ця сила компенсує силу Лоренца і поперечний струм дорівнює нулю. Проте ця компенсація здійснюється лише в середньому, а не для кожного носія заряду, оскільки з викладеного вище видно, що сила Лоренца різна для носіїв, які мають різну швидкість, тобто енергію. Тому для носіїв, які мають велику енергію  $F_L > F_H$ , а для носіїв з низькою –  $F_L < F_H$ . Таким чином, унаслідок наявності  $H \perp J$  виникає викривлення траєкторії руху різне (за напрямком і радіусом) для носіїв заряду, що мають різну енергію.

На основі вищевикладеного можна розглянути різні гальваномагнітні явища, яких може бути чотири, а саме: 1) ефект Холла (відхилення носіїв заряду в магнітному полі, що перпендику-

лярне до напрямку електричного поля); 2) ефект магнетоопору (зміна швидкості дрейфу носіїв заряду внаслідок впливу магнітного поля); 3) ефект Етгінгаузена (виникнення поперечної різниці температур у магнітному полі, що перпендикулярне до напрямку електричного поля); 4) ефект Нернста (виникнення по-  
вздожньої різниці температур у магнітному полі, що перпендикулярне до напрямку електричного поля).

Розглянемо якісно головну фізичну ідею цих явищ. Щоб розглянути ці явища кількісно, ми повинні рухатися за схемою, яка описана в попередньому розділі, тобто знаходити зміни у функції розподілу при прикладанні зовнішньої електричної та магнітної сил одночасно, а потім розрахувати відповідні потоки частинок, які і дадуть відповідні струми.

Ефект Холла. Це єдиний гальваноманітний ефект, який існує у випадку навіть, якщо  $\tau_p(E) = \text{const}$ . Розглянемо саме цей випадок, оскільки він найпростіший для аналізу. Нехай геометричні розміри нашого зразка будуть такими, як зображено на рис. 5.3.

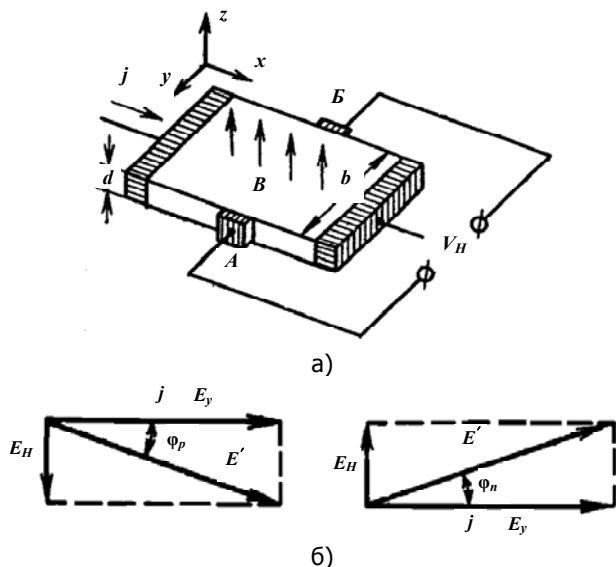


Рис. 5.3. а) геометричні розміри зразка при ефекті Холла ( $b$  – ширина зразка;  $d$  – його товщина); б) кут Холла в напівпровіднику  $p$  та  $n$ -типів

Якщо  $\tau_p(E) = \text{const}$ , тобто час релаксації не залежить від енергії, а це можливо, якщо розсіювання носіїв відбувається на нейтральних домішках, то для всіх носіїв виконується:

$$F_L = F_H = eV_x B = eE_y = e\mu E_x B = eE_y. \quad (5.23)$$

Зазначимо, щоб уникнути непорозумінь, що  $\mu$  без індексів – рухливість або електронів, або дірок. Отриманий вираз (5.23) пояснює, що під дією зовнішнього поля  $H$  результуюче електричне поле повертається на деякий кут  $\theta$  відносно координати  $x$  і цей кут дорівнює

$$\theta = \arctg \frac{E_y}{E_x} = \mu_{n,p} B; \quad (5.24)$$

Визначимо з (5.23) величину  $E_y$ , припустивши, що наш напівпровідник є напівпровідником  $p$ -типу, тоді  $E_y$  дорівнюватиме

$$E_y = \mu_p E_x B = \frac{pe\mu_p B E_x}{pe} = R_p B. \quad (5.25)$$

Із рис. 5.3, *a* видно, що повний струм можна записати як  $I = jbd$ , де  $I$  – кут Холла (рис. 5.3, *b*), а напругу Холла можна записати у вигляді

$$V_H = E_y b = R_{e,p} B I \frac{b}{bd} = R_{e,p} B I \frac{1}{d}, \quad (5.26)$$

де  $R_e = \frac{1}{en}$  для напівпровідника  $n$ -типу;  $R_p = \frac{1}{ep}$  для напівпровідника  $p$ -типу.

Отриманий результат свідчить про те, що, вимірюючи  $V_X$ , можна визначити знак і концентрацію носіїв заряду. Ураховуючи вираз (5.21), що визначає струм через зразок, і вимірюючи в одному експерименті і струм, і напругу Холла (5.25), можна визначити рухливість носіїв заряду. Досліджуючи одночасно електропровідність та ефект Холла залежно від температури, можна знайти залежність концентрації від температури, енергію активації, залежність рухливості від температури, а отже, визначити механізми розсіювання носіїв заряду.

Розглянемо випадок, який спостерігається при ефекті Холла докладніше. Невеликі кути Холла (5.24) свідчать про те, що відхилення носіїв заряду в магнітному полі порівняно з їх рухом без поля невелике. Проте можливий випадок, якщо магнітне поле, а отже, і сила Лоренца настільки великі, що носій у магнітному полі може обертатися з т. зв. циклотронною частотою обертання  $\omega_{\text{ц}} = \frac{e}{m} B$ . Водночас  $\mu_{e,p} B = \frac{e\tau_p}{m_{e,p}} B$ .

Математично умова повного оберту носія або лише його відхилення на деякий кут у магнітному полі означає, що  $\omega_{\text{ц}} \tau_p \gg 1$ , де  $\omega_{\text{ц}}$  – циклотронна частота. Ураховуючи вищевикладене, виникає критерій слабкого та сильного магнітного полів, який полягає в тому, що: умова слабкого поля  $\mu_{e,p} B < 1$  – це умова, якщо виникає лише відхилення носія в магнітному полі; умова сильного поля  $\mu_{e,p} B > 1$  – це умова виникнення обертання носія в магнітному полі з циклотронною частотою.

Загальний розрахунок ефекту Холла з урахуванням  $\tau_p(E)$  для сильного магнітного поля дає такий самий результат, як і для слабкого магнітного поля ( $R = \frac{1}{ne}$ ,  $R = \frac{1}{pe}$ ). Це пояснюється тим, що в кінцевому виразі для сильного магнітного поля роль  $\tau_p$  відіграє  $T_{\text{ц}}$ . А ця величина не залежить від енергії (у межах наших припущень). Тому в сильних магнітних полях отримуємо результат такий самий, як і у випадку  $\tau_p = \text{const}$ . У слабкому магнітному полі з урахуванням залежності  $\tau_p(E) = F(E)$  одержимо поправку до  $R$ , яка залежить від механізму розсіювання, у вигляді

$$R = \frac{\langle \tau_p^2 \rangle}{\langle \tau_p \rangle^2} \cdot \frac{1}{ne} \quad \text{або} \quad R = \frac{\langle \tau_p^2 \rangle}{\langle \tau_p \rangle^2} \cdot \frac{1}{pe}. \quad (5.27)$$

При розсіюванні на акустичних коливаннях ґратки (акустичних фононах)  $\frac{\langle \tau_p^2 \rangle}{\langle \tau_p \rangle^2} = \frac{3\pi}{8} \approx 1,178$ , при розсіюванні на іонізованих домішках цей додатковий множник дорівнює 1,93. У літературі співвідношення  $\frac{\langle \tau_p^2 \rangle}{\langle \tau_p \rangle^2}$  отримало назву *холл-фактор*.

У випадку біполярного напівпровідника траєкторії руху носіїв заряду викривляються навіть у випадку  $\tau_p = \text{const}$ . У цьому випадку електрони і дірки відхиляються магнітним полем в один й той самий бік кристала. У стаціонарному випадку  $j_e + j_p = 0$ . Послідовний розгляд цього випадку дає вираз для сталої Холла:

$$R = \frac{1}{e} \cdot \frac{p\mu_p^2 - n\mu_e^2}{(p\mu_p + n\mu_e)^2}. \quad (5.28)$$

Урахування залежності  $\tau_p(E)$  дає в цьому випадку невелику поправку.

Таким чином, навіть простий розгляд ефекту Холла дає досить точний результат. Із проведено розгляду випливає, що дослідження ефекту Холла дуже інформативні, тому вони найбільше поширені для визначення основних параметрів напівпровідників.

Ефект магнетоопору. Як уже зазначалось, цей ефект полягає в зміні швидкості дрейфу носіїв заряду під впливом зовнішнього магнітного поля. Його ще називають *ефектом Гаусса*. Розглянемо його зміст. За відсутності магнітного поля напрямок струму  $j$  збігається з напрямком вектора напруженості електричного поля  $E$ . Якщо виникає магнітне поле, напрямки  $j$  і  $E$  не збігаються, це призводить до необхідності врахування лише проекції вектора  $E$  на напрямок  $j$ . Величина магнетоопору характеризується відносною зміною опору (електропровідності) у середній частині довгого напівпровідникового зразка. у монопо-



лярному напівпровіднику цей ефект існує лише за існування залежності  $\tau_p(E)$ . Послідовний розрахунок дає для відносної зміни опору вираз

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{e^2 B^2}{m^2} \cdot \frac{\langle \tau_p^3 \rangle \langle \tau_p \rangle - \langle \tau_p^2 \rangle^2}{\langle \tau_p \rangle^2}. \quad (5.29)$$

У сильному магнітному полі залежність від  $B$  зникає, оскільки за цих умов процеси дрейфу будуть визначатися  $\omega_{\text{ц}} \sim T_{\text{ц}}^{-1}$  і, як було зазначено, не залежить від  $E$ . Загальний вигляд магнетоопору залежно від магнітного поля наведено на рис. 5.4.

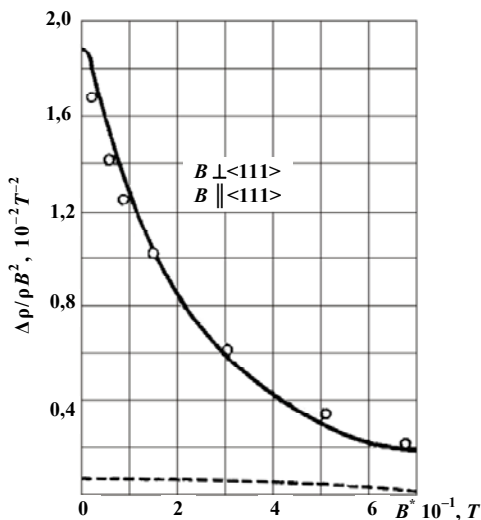


Рис. 5.4. Загальний вигляд магнетоопору залежно від магнітного поля для  $p$ -Ge за температури 205 К

Кількісний аналіз залежності, яка наведена на рис. 5.4 дає:

- 1) для випадку розсіювання носіїв заряду на акустичних фонах  $\frac{\sigma_0}{\sigma_\infty} \approx 1,13$ ;

2) для розсіювання на іонізованих домішках  $\frac{\sigma_0}{\sigma_\infty} \approx 3, 4$ .

Залежність електропровідності від напруженості магнітного поля можна підсилити, якщо виключити холлівське поле, яке частково або повністю знімає викривлення траєкторії руху носіїв. Найбільш просто цього досягти за допомогою виготовлення короткого зразка. У такому випадку холлівське поле буде закоордоване металевими контактами і  $F_X = 0$ . У цьому випадку

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = -\frac{(\mu B)^2}{2}. \text{ У довгому зразку цей ефект підвищує опір при-}$$

контактних областей. За існування носіїв різного типу викривлення траєкторій буде і за  $\tau_p = \text{const}$ . У довгому зразку в цьому

$$\text{випадку } \frac{\Delta\sigma}{\sigma} \neq 0.$$

Ефект Етінгаузена полягає в тому, що виникає поперечна різниця температур у магнітному полі, що перпендикулярне до напрямку електричного поля. Дійсно, згідно з (5.22) сила, що діє на носій, який рухається в кристалі, визначається швидкістю руху цього носія. Отже, і радіус кривини його траєкторії буде залежати від його швидкості. Таким чином, відхиляючись на одну грань, носії, що мають більшу швидкість, а отже, і більшу температуру, будуть призводити до того, що одна грань матиме більшу температуру, ніж інша. Кількісно цей ефект невеликий і становить частку градуса. Оцінити його величину можна із виразу

$$\frac{dT}{dy} = \frac{kT}{e} \cdot \frac{2r-1}{2} \cdot \frac{R\sigma}{\chi_p + \chi_e} j_x H. \quad (5.30)$$

У цьому виразі  $r$  – холл-фактор;  $\chi_p, \chi_e$  – теплопровідність, відповідно, для дірок та електронів, інші позначення загальновідомі. Таким чином, ефект Етінгаузена є *поперечним ефектом*.

Наступним гальваноманітним ефектом є ефект Нернста, який полягає в тому, що виникає поздовжня різниця температури в магнітному полі. Із виразу (5.22) видно, що на швидкі носії буде діяти більша сила, яка призведе до того, що вони відокремляться геометрично від повільних, на які буде діяти

менша сила. Це приведе до того, що вздовж грані, на яку вони будуть відхилятися, виникне градієнт температури. Отже, ефект Нернста є *повздовжнім ефектом*.

Так само, як ми розглядали чотири гальваномагнітні ефекти, існують чотири термомагнітні ефекти. Розглянемо, у чому полягає їх зміст. Уявімо собі, що в зразку існує градієнт температури ( $\Delta T \neq 0$ ). Зовнішнє магнітне поле може бути прикладене перпендикулярно і паралельно до градієнта температури. Електричне поле до зразка не прикладається. Зрозуміло, що там, де температура вища, концентрація носіїв у зразку буде вищою щодо холодного кінця зразка. Унаслідок дифузії носіїв заряду виникнуть їх дифузійні потоки відповідно до градієнта температури. Ці потоки носіїв мають взаємодіяти з магнітним полем, приводячи до існування певних ефектів, а саме: 1) ефект Рігі–Ледюка (виникнення поперечної різниці температур; 2) ефект Нернста–Еттінгаузена (виникнення поперечної різниці потенціалів); 3) повздовжній ефект Рігі–Ледюка (зміна електронної теплопровідності); 4) повздовжній ефект Нернста–Еттінгаузена (виникнення повздовжньої різниці потенціалів).

Розглянемо ці ефекти якісно.

Ефект Рігі–Ледюка. При дифузії гарячих і холодних носіїв унаслідок взаємодії з магнітним полем відбувається їх відхилення на різні грані кристала. При цьому виникає градієнт температури вздовж  $y$  координати ( $\frac{\partial T}{\partial y} \neq 0$ ). Величина цього ефекту становить

$\frac{\partial T}{\partial y} = SB \frac{\partial T}{\partial x}$ , де  $S \neq 0$  навіть за  $\tau_p = \text{const}$  і називається

*коефіцієнтом Рігі–Ледюка*. Точний розрахунок коефіцієнта Рігі–Ледюка дає

$$S = - \frac{n\mu_e^2}{e\Theta T} \left[ \frac{\langle E^2 \tau_p^2 \rangle}{\langle \tau_p \rangle^2} + \frac{\langle E \tau_p \rangle^2 \langle \tau_p^2 \rangle}{\langle \tau_p \rangle^4} - \frac{2 \langle E^2 \tau_p^2 \rangle \langle E \tau_p \rangle}{\langle \tau_p \rangle^3} \right],$$

де  $\Theta$  – коефіцієнт теплопровідності.

Ефект Нернста–Еттінгаузена. У монополярному випадку він існує тільки за  $\tau_p(E)$ . Швидкість руху носіїв, як уже зазначалось,

визначається величиною  $\tau_p(E)$ , тобто вона буде різною для "теплих" і "холодних" носіїв. Відповідно буде різною сила Лоренца, яка діє на них у напрямку, перпендикулярному до їх руху. Як наслідок цієї дії виникає поперечний струм, а в стаціонарному стані спостерігається поперечна різниця потенціалів  $E_y = QB \frac{\partial T}{\partial x}$ , де  $Q$  – коефіцієнт Нернста–Еттінгаузена, який при точному розрахунку дорівнює

$$Q = \frac{\mu_{e,p}}{T} \left[ \frac{\langle E\tau_p^2 \rangle}{\langle \tau_p \rangle^2} - \frac{\langle \tau_p^2 \rangle \langle E\tau_p \rangle}{\langle \tau_p \rangle^3} \right].$$

Якщо відомий механізм розсіювання, то можна знайти вираз у квадратних дужках, а отже, знайти величину ефекту і, таким чином, визначити рухливість носіїв заряду.

Повздовжні ефекти Рігі–Ледюка (зміна електронної теплопровідності) і Нернста–Еттінгаузена (виникнення повздовжньої різниці потенціалів) можуть бути розглянуті аналогічно.

Таким чином, усі гальваномагнітні та термомагнітні ефекти можна подати у вигляді (табл. 5.2).

Спільним для всіх розглянутих ефектів є те, що вони спостерігаються при прикладанні зовнішнього магнітного поля. Для першої групи, тобто гальваномагнітних ефектів, створюється дрейфовий потік носіїв завдяки зовнішньому електричному полю. Взаємодія носіїв, що рухаються, з магнітним полем призводить до виникнення різниці потенціалів і градієнтів температури.

У групі термомагнітних ефектів дифузійний потік носіїв створюється завдяки існуванню градієнта температури, перпендикулярного до зовнішнього магнітного поля. Наслідком взаємодії цього потоку з магнітним полем є виникнення різниці потенціалів і градієнтів температури. Зрозуміло, що величини цих ефектів мають визначатися рухливістю носіїв заряду, а отже, і механізмами розсіювання їх у напівпровіднику. Таким чином, вони можуть бути використані для визначення тих параметрів матеріалу, які їх визначають, або, якщо відомі параметри матеріалу, то для характеристики зовнішніх полів,

тобто для створення датчиків магнітного поля, температури (у т. ч. й її градієнтів) і т. д.

Таблиця 5.2

Гальваномагнітні та термомагнітні ефекти

	Поперечні	Повздожні
Гальваномагнітні ефекти	Ефект Холла (відхилення носіїв заряду у магнітному полі, що перпендикулярне до напрямку електричного поля).	Ефект магнетоопору (зміна швидкості дрейфу носіїв заряду внаслідок впливу магнітного поля).
	Ефект Етінгаузена (виникнення поперечної різниці температур у магнітному полі, що перпендикулярне до напрямку електричного поля).	Ефект Нернста (виникнення повздожньої різниці температур у магнітному полі, що перпендикулярне до напрямку електричного поля).
Термомагнітні ефекти	Ефект Рігі–Ледюка (виникнення поперечної різниці температур).	Ефект Рігі–Ледюка (зміна електронної теплопровідності).
	Ефект Нернста–Етінгаузена (виникнення поперечної різниці потенціалів).	Ефект Нернста–Етінгаузена (виникнення повздожньої різниці потенціалів).

### 5.5. Теплопровідність. Термоелектричні явища

Спочатку розглянемо способи спостереження та якісну картину фізичних явищ, які відбуваються при дослідженнях теплопровідності напівпровідників. Щоб характеризувати процес перенесення тепла від гарячого до холодного кінця матеріалу, вводиться поняття теплопровідності. Тепло в кристалі може бути перенесене за рахунок фононів (теплопровідність кристалічної ґратки) і носіїв заряду (електронна теплопровідність). Процес перенесення тепла кристалічною ґраткою полягає в тому, що біля гарячого кінця зростає кількість народжується більше фононів, які рухаючись по кристалу і втрачаючи свою енергію, нагрівають

холодний кінець зразка. Електронна теплопровідність полягає в тому, що в області високих температур електрони збільшують свою енергію за рахунок локальної рівноваги з кристалічною ґраткою, а потім, дифундуючи в холодну область кристала, приходять у рівновагу з оточуючим середовищем, розсіюючи свою надлишкову енергію. Зрозуміло, що у вироджених матеріалах цей ефект буде меншим, оскільки енергія носіїв заряду в цьому випадку слабо залежить від температури.

Розглянемо три термоелектричні ефекти, а саме:

- 1) ефект Пельтьє;
- 2) ефект Зеебека;
- 3) ефект Томсона.

Ефект Пельтьє. Припустимо електрони рухаються зліва направо так, як зображено на рис. 5.5.

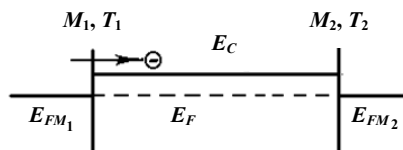


Рис. 5.5. Ефект Пельтьє

На першому контактї металу з напівпровідником носії мають подолати деякий бар'єр, щоб потрапити в зону провідності. Це можуть зробити лише електрони, які мають енергію достатньої величини. Система, що залишилась, буде прагнути встановити рівновагу, але в ній уже немає найбільш енергетичних носіїв, а це свідчить про те, що контакт  $M_1$  буде охолоджуватись і матиме температуру  $T_1$ . На правому кінці напівпровідника спостерігатиметься зворотний випадок, а саме: носії з напівпровідника, переходячи в зону провідності металу, мають більшу енергію щодо термодинамічно рівноважного. "Гарячі" носії ніби "вприскуються" у метал. Розсіюючи свою надлишкову енергію, ці електрони термолізуються в металі, нагріваючи  $M_2$  до температури  $T_2$ . Тепло, яке виділяється або поглинається, дорівнює  $Q = \Pi \cdot j$ , де  $\Pi$  – коефіцієнт Пельтьє. На сучасних елементах Пельтьє за оптимальних умов можна отримати  $\Delta T \approx 20$  К. З'єднуючи такі

елементи послідовно, різниця температур може сягати більше 100 К. Такі охолоджувачі дуже зручні в системах автоматизації, оскільки управління температурою в них може бути забезпечене лише управлінням струмом.

Ефект Зеєбека або ефект термоелектрорушійної сили. Підвищення енергії носіїв заряду біля одного кінця зразка за рахунок зовнішнього його нагрівання призводить до їх дифузії до холодного кінця. Унаслідок цього процесу порушується електронна рівновага, яка полягає в зменшенні концентрації електронів на гарячому кінці. Водночас "гарячі" електрони, що продифундували до холодного кінця зразка принесли із собою й додатковий заряд. У результаті цих процесів виникає різниця потенціалів, або термоерс. Це відбуватиметься, якщо концентрація носіїв є константою. Однак, якщо додатково генерувати в кристалі носії заряду того самого знака, що й основні, то ефект можна підсилити. Величину термоерс можна записати як  $V_{\text{т.ерс}} = \alpha \cdot \Delta T$ , де  $\alpha$  – коефіцієнт термоерс, можна показати, що він дорівнює  $\alpha = \Pi / T$ .

Ефект Томсона. Розглянемо цей випадок, якщо підтримувати різницю температур на кінцях зразка, по якому тече струм. У цьому разі за рахунок руху носіїв у напівпровіднику виділяється або поглинається додаткове до джоулевого тепло. Поглинання або виділення тепла залежить від напрямку струму, який тече через напівпровідник. Цю кількість тепла можна записати у вигляді  $Q_T = \tau_T I \cdot \Delta T$ , де  $\tau_T$  – коефіцієнт Томсона,  $\tau_T = T \frac{d\alpha}{dT}$ ,  $\alpha$  – коефіцієнт термоерс.

Розглянемо кількісно ефекти, про які йшлося вище. Кількісний розгляд потребує визначення функції розподілу. Це можна зробити, розв'язуючи рівняння Больцмана так само, як ми це робили під час розгляду електропровідності. Тепер розглянемо, як це можна зробити при дослідженні теплопровідності та термоерс.

У стаціонарному випадку рівняння Больцмана має вигляд

$$\hbar^{-1} \frac{\partial f}{\partial E} (\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k E) + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}_r f = \frac{f - f_0}{\tau_p} \quad (5.31)$$

Вважатимемо, що функція розподілу  $f$  мало відрізняється від рівноважної  $f_0$ . Розглядатимемо одновимірний випадок, коли градієнт температури існує вздовж координати  $x$ , зокрема  $F_x = -eE_x$ , при цьому  $F_y = F_z = 0$ . Після підстановки  $F_x$  у рівняння (5.31) отримаємо для нерівноважної функції розподілу вираз

$$f = f_0 + \tau_p e E_x V_x \frac{\partial f_0}{\partial E} - \tau_p V_x \frac{\partial f_0}{\partial x}. \quad (5.32)$$

Далі запишемо деякі співвідношення, за допомогою яких можна суттєво спростити рівняння (5.32). Розглянемо окремо похідні  $\frac{\partial f_0}{\partial E}$  та  $\frac{\partial f_0}{\partial x}$ :

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} = \frac{\partial f_0}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \frac{\partial f_0}{\partial T} = \frac{\partial f_0}{\partial \left( \frac{E - E_F}{kT} \right)} \cdot \frac{1}{k} \frac{\partial \left( \frac{E - E_F}{kT} \right)}{\partial T}, \quad (5.33)$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial E} = \frac{\partial f_0}{\partial \left( \frac{E - E_F}{kT} \right)} \cdot \frac{1}{kT}, \quad \text{тоді} \quad \frac{\partial f_0}{\partial T} = T \frac{\partial f_0}{\partial E} \cdot \frac{\partial \left( \frac{E - E_F}{T} \right)}{\partial T}.$$

Будемо використовувати умову, що  $f_0$  визначається залежністю  $T(x)$ . Вважатимемо, що  $E_F$  не залежить від  $x$  й є константою (це відповідає умові наближення до рівноваги). З урахуванням (5.33) матимемо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_0}{\partial x} &= T \frac{\partial f_0}{\partial E} \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{E - E_F}{T} \right) \cdot \frac{dT}{dx} = T \frac{dT}{dx} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial E} \left( \frac{\partial(E/T)}{\partial T} - \frac{\partial(E_F/T)}{\partial T} \right) = \\ &= \frac{\partial f_0}{\partial E} \cdot \left[ \frac{\partial(E/T)}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dx} \cdot T - \frac{\partial(E_F/T)}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dx} \cdot T \right] = \\ &= \frac{\partial f_0}{\partial E} \left( -\frac{E}{T^2} T \frac{dT}{dx} - \frac{\partial(E_F/T)}{\partial x} \cdot T \right) = -\frac{\partial f_0}{\partial E} \left[ \frac{E}{T} \cdot \frac{dT}{dx} + \frac{d}{dx} \left( \frac{E_F}{T} \right) \cdot T \right]. \end{aligned}$$



Таким чином, ми перейшли від диференціювання за  $x$  до диференціювання за  $E$ . Тоді вираз для  $f$  можна записати у вигляді

$$f = f_0 + \tau_p V_x \frac{\partial f}{\partial E} \left[ eE_x + T \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{E_F}{T} \right) + \frac{E}{T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right]. \quad (5.34)$$

Як відомо, густина струму має вигляд

$$j = -e \int_0^{\infty} V_x f(E) N(k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z.$$

Якщо порівняти вираз (5.34) із виразом для  $f$  для однорідного випадку (5.9) (тобто  $\Delta T = 0$ ), то можна одразу ж записати вираз для  $j$ :

$$j = \frac{en}{m} \left[ eE + T \frac{d}{dx} \left( \frac{E_F}{T} \right) \right] \langle \tau_p \rangle + \frac{en}{mT} \cdot \frac{dT}{dx} \langle E \tau_p \rangle. \quad (5.35)$$

Поділимо вираз (5.35) на  $e$  й отримаємо не струм, а потік частинок. Якщо ж помножити підінтегральний вираз для струму на енергію, характерну для частинки в даному елементі  $k$ -простору, то отримаємо потік енергії, який переноситься електронами в напрямку  $x$ :

$$W = \int_0^{\infty} E V_x f(k_x, k_y, k_z) N(k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z. \quad (5.36)$$

Якщо ж замінити  $E$  у виразі (5.36) на  $W$  – тільки кінетичну енергію ( $E - E_F$ ), то отримаємо тільки потік тепла:

$$Q = \int_0^{\infty} (E - E_F) V_x f(k_x, k_y, k_z) N(k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z = W + \frac{j}{e} E_F. \quad (5.37)$$

Вираз для  $W$  відрізняється від виразу для струму  $j$  додатковим множником з усередненою величиною енергії та відсутністю множника, що відповідає заряду електрона  $e$ . Тоді матимемо

$$W = -\frac{n}{m} \left[ eE + T \frac{d}{dx} \left( \frac{E_F}{T} \right) \right] \langle E \tau_p \rangle + \frac{n}{mT} \cdot \frac{dT}{dx} \langle E^2 \tau_p \rangle. \quad (5.38)$$

Отримані вирази дозволяють описати всі термоелектричні ефекти. Обмежимося розглядом теплопровідності та термоерс у випадку, якщо струм дорівнює нулю (тоді  $W = Q$ ). Для цього треба виключити з розгляду електричне поле в (5.35), і тоді отримаємо вираз для  $Q$ :

$$Q = -\frac{n}{mT} \cdot \frac{\langle \tau_p \rangle \langle E^2 \tau_p \rangle - \langle E \tau_p \rangle^2}{\langle \tau_p \rangle} \cdot \frac{dT}{dx}. \quad (5.39)$$

Електронна теплопровідність може бути визначена з умови  $Q = -\theta_e \cdot \frac{dT}{dx}$ , тоді

$$\theta_e = -\frac{Q(=W)}{\frac{dT}{dx}} = \frac{n}{mT} \cdot \frac{\langle \tau_p \rangle \langle E^2 \tau_p \rangle - \langle E \tau_p \rangle^2}{\langle \tau_p \rangle}. \quad (5.40)$$

Із (5.40) видно, що електронна теплопровідність прямопропорційна концентрації електронів. Це узгоджується з тим експериментальним фактом, що в напівпровідниках, як і в металах, виконується закон Відемана–Франца. Оцінки показують, що електронний компонент теплопровідності дорівнює компоненту, який визначається кристалічною ґраткою при концентрації носіїв заряду  $\approx 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Із цього ж виразу видно, що електронна теплопровідність визначається також механізмами розсіювання.

Розглянемо тепер термоерс. Як ми уже визначили вище, термоерс  $\epsilon V_{\text{т.ерс}} = \alpha \cdot \Delta T$ . Тому, вимірюючи  $V_{\text{т.ерс}}$  і  $\Delta T$ , можна визначити  $\alpha$ . Термоелектрорушійну силу можна знайти із рівняння (5.35) за тої самої умови, що й раніше, а саме,  $j = 0$ . Тоді

$$E_{\text{т.ерс}} = -\frac{1}{e} \cdot \frac{dE_F}{dx} - \frac{1}{eT} \left[ \frac{\langle E \tau_p \rangle}{\langle \tau_p \rangle} - E_F \right] \cdot \frac{dT}{dx}. \quad (5.41)$$

Експериментально термоелектрорушійна сила вимірюється завжди в колі, яке являє собою ланцюг з'єднаний контактами (рис. 5.6).

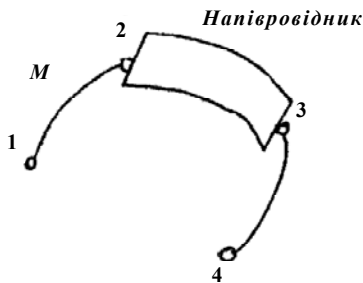


Рис. 5.6. Коло, що складається з металу, напівпровідника та металу

Вимірюється різниця потенціалів у точках 1–4. Уся вона складається з різниць потенціалів між 1–2 плюс 2–3 плюс 3–4. Тому можна записати

$$V_{\text{т.еРС}} = \int_1^4 E_{\text{т.еРС}} dx = \int_1^2 E_{\text{т.еРС}}(M1) dx + \int_2^3 E_{\text{т.еРС}} dx + \int_3^4 E_{\text{т.еРС}}(M2) dx. \quad (5.42)$$

Якщо вважати метали і температури металічних контактів однаковими, то вираз (5.42) перетвориться на

$$V_{\text{т.еРС}} = \int_{T_0}^{T_1} \alpha_M \frac{dT}{dx} dx + \int_{T_1}^{T_0} \alpha_M \frac{dT}{dx} dx + \int_{T_2}^{T_2} \alpha_{\text{нп}} \frac{dT}{dx} dx = \int_{T_1}^{T_2} (\alpha_{\text{нп}} - \alpha_M) dT. \quad (5.43)$$

Якщо вважати, що  $\alpha_{\text{нп}} > \alpha_M$ , що справджується на практиці, то можна записати

$$V_{\text{т.еРС}} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{\text{нп}} dT. \quad (5.44)$$

Розглядаючи час релаксації, ми визначили, що  $\tau_p \sim E^{-S}$ , тоді

$$\frac{\langle E\tau_p \rangle}{\langle \tau_p \rangle} = kT \left( \frac{5}{2} - S \right). \text{ Ураховуючи, що } E_F \text{ може бути знайдене з}$$

виразу, отриманому для концентрації носіїв заряду  $n = N_c e^{-\frac{E_F}{kT}}$ , то  $E_F = -kT \ln \frac{n}{N_c}$ , кінцевий вираз для  $\alpha$  – коефіцієнта терморерсу набуває вигляду

$$\alpha = -\frac{k}{e} \left[ \left( \frac{5}{2} - S \right) + \ln \frac{N_c}{n} \right]. \quad (5.45)$$

Із виразу (5.45) видно, що він залежить від знака носіїв заряду, їх концентрації, густини станів у зоні та механізмів розсіювання.

## 5.6. Застосування явищ перенесення в напівпровідниках

Використовуючи ефект Холла, можна досить просто визначити тип провідності напівпровідника, концентрацію носіїв у ньому та їх рухливість. Ураховуючи, що концентрація носіїв заряду в напівпровідниках залежить від температури значно сильніше, ніж рухливість, температурні залежності концентрації носіїв заряду дозволяють знаходити ширину забороненої зони, енергію активації локальних рівнів у забороненій зоні, визначити механізм розсіювання носіїв заряду. Як видно із (5.28), константа Холла залежить лише від концентрації носіїв та їх рухливості.

Для випадку електронного напівпровідника, якщо  $n \gg p$  коефіцієнт Холла, ураховуючи (5.28), можна записати таким чином:

$$R = r \frac{1}{en}. \quad (5.46)$$

Водночас питому провідність такого напівпровідника можна записати як  $\sigma = en\mu_e$ , тоді

$$\frac{1}{r} \cdot |R| \cdot \sigma = \mu_e. \quad (5.47)$$

З іншого боку,

$$|R| \cdot \sigma = \mu_{eH}. \quad (5.48)$$

Таким чином, можна ввести поняття холлівської рухливості, яка дорівнює

$$\mu_{eH} = r \cdot \mu_e. \quad (5.49)$$

Як було зазначено, у випадку, якщо час релаксації  $\tau_p = \text{const}$  і не залежить від енергії  $r = 1$ , тоді холлівська і дрейфова рухливості збігаються. Це спостерігається у вироджених напівпровідниках і металах.

Проаналізуємо (5.26) з урахуванням (5.28). Із (5.26) стає зрозуміло, що, вимірюючи напругу Холла і струм через зразок за фіксованого магнітного поля та відомих геометричних розмірів зразка залежно від температури, можна отримати залежність від температури сталої Холла. Ураховуючи (5.46) – (5.49), можна знайти величину рухливості або встановити механізм розсіювання носіїв заряду. Зауважимо, що такий простий підхід можливий лише за одного типу носіїв заряду в напівпровіднику. Справді, із (5.28) видно, що якщо в зразку існують два типи носіїв, а  $n$  і  $p$  є функціями температури, то  $i$  стала Холла залежатиме від температури. При цьому можливий випадок, коли виконуватиметься умова  $p\mu_p^2 - n\mu_e^2 = 0$ , і тоді стала Холла дорівнює нулю,  $R = 0$ . На рис. 5.7 зображена температурна залежність сталої Холла для зразків InSb для зразків  $n$ - та  $p$ -типів.

Як видно з рис. 5.7, в області низьких температур концентрація електронів і дірок залишається сталою, що відповідає умові виснаження домішок. В області власної провідності логарифм  $R$  лінійно залежить від оберненої температури. Ураховуючи знак носіїв заряду для акцепторного напівпровідника,  $R > 0$ , і тому зі зростанням температури  $R$  у нашому випадку зменшується і, проходячи через 0, змінює знак. Температура, за якої  $R = 0$  називається *температурою інверсії* і відповідає умові  $p\mu_p^2 - n\mu_e^2 = 0$ . Із рис. 5.7 видно, що температура інверсії, так як і температура переходу до власної провідності, тим більша, чим більша концентрація акцепторної домішки.

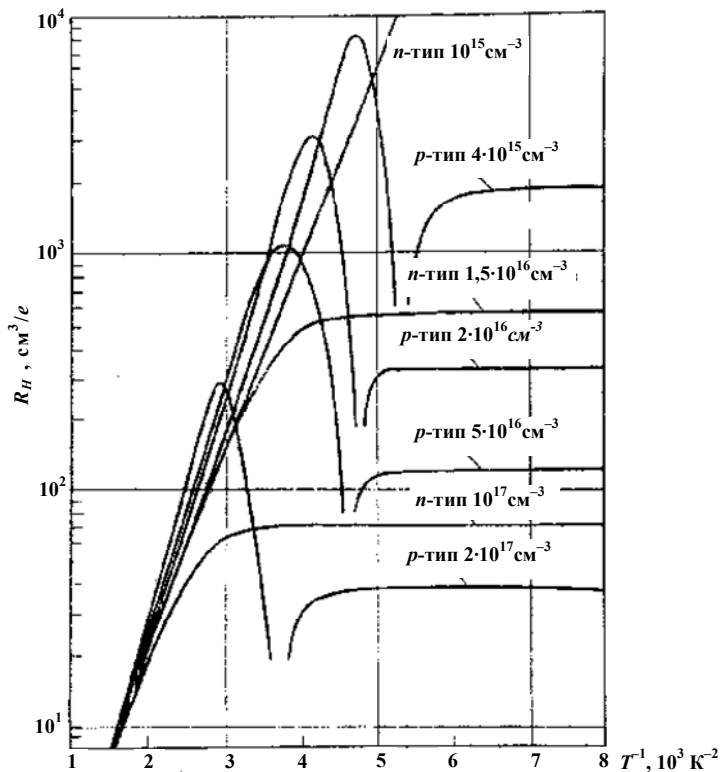


Рис. 5.7. Температурна залежність сталої Холла для зразків InSb для зразків  $n$  - і  $p$ -типів

Аналізуючи вираз (5.45) для термоерс, можна бачити, що він дозволяє визначити ефективну масу густини станів основних носіїв заряду, якщо відомий коефіцієнт термоелектрорушійної сили, концентрація носіїв і механізм релаксації імпульсу або механізм розсіювання заряду за відомої густини станів.

Завершуючи розгляд явищ перенесення, підведемо підсумки. Аналіз явищ перенесення дозволяє вивчати основні характеристики напівпровідникових матеріалів, а саме: концентрації носіїв заряду, ширини заборонених зон, енергії активації домішок,

ефективні маси, механізми розсіювання носіїв заряду. Ефекти, що спостерігаються при дослідженні явищ перенесення, з одного боку, можуть бути використані для створення датчиків магнітного поля, температури та інших зовнішніх факторів у широкому діапазоні їх зміни, з іншого, – для створення твердотільних холодильників для прямого перетворення теплової енергії на електричну.

## 5.7. Інтегральний датчик магнітного поля

Розглянемо одну із можливостей практичного використання явищ перенесення в напівпровідниках для створення інтегрального датчика магнітного поля, заснованого на використанні ефекту Холла. Щоб використати ефект Холла в інтегральній електроніці, необхідно ізолювати ділянку протікання струму, (рис. 5.8). Зазвичай це досягається шляхом використання епітаксії та ізоляцією *p-n*-переходів (це розглянемо далі). Щоб можна було застосувати найпростіший варіант теорії ефекту Холла, відстань між контактами, на яких вимірюється холлівська напруга  $W$ , має бути значно більшої довжини  $L$ , тоді струм буде рівномірним по всьому поперечному перерізу зразка. Однак, з іншого боку, шунтування холлівської напруги омичними контактами на кінцях зразка буде менше, якщо  $L \gg W$ . Тому доцільно вибрати співвідношення між  $L$  та  $W$  так, щоб  $L \approx W$ .

Одним із важливих факторів, які треба враховувати при конструюванні холлівського елемента у складі інтегральної схеми, є фактор потужності, яка розсіюється холлівським елементом під час роботи. Щоб розглянути споживання потужності, доцільно виразити опір холлівського елемента через коефіцієнт Холла. Наприклад, для елемента з провідністю *n*-типу можна записати вираз для опору  $R$  у такому вигляді:

$$R = \frac{L}{e\mu_n n W t} = \frac{L R_H}{r \mu_n W t}. \quad (5.46)$$

Тоді, якщо напруга дорівнює  $V$ , можна записати струм через структуру, а саме:

$$I = \frac{rV\mu_n Wt}{R_H L}. \quad (5.47)$$

Тепер можна згідно з (5.26) записати вираз для холлівської напруги:

$$V_H = r\mu_n VB \frac{W}{L}. \quad (5.48)$$

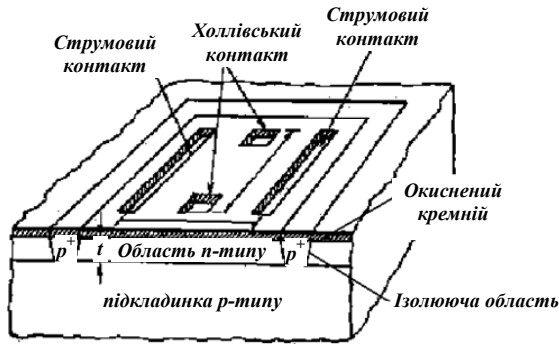


Рис. 5.8. Схематично зображений інтегральний датчик магнітного поля на основі ефекту Холла

Як видно із наведеного прикладу, параметри холлівського датчика поліпшуються при зменшенні концентрації легуючої домішки. У міру зменшення цієї концентрації збільшуються рухливості носіїв заряду. Це призводить до збільшення холлівської напруги за заданої напруги живлення. Інтегральні холлівські датчики виготовляються на кремнії  $n$ -типу, який легований до концентрації порядку  $10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Ця концентрація менша тих значень, для яких суттєва значна залежність рухливості від концентрації домішок. Таким чином, для цієї концентрації легуючих домішок її випадкові зміни, пов'язані з технологічною обробкою, приведуть лише до незначних змін рухливості, а отже, не



змінять помітно коефіцієнт Холла. Типові чутливості, які можуть бути отримані для холлівських елементів, мають порядок 30 мкВ/Гс.

Основна область застосування інтегральних датчиків Холла – це визначення положення елемента, наприклад, колеса автомобіля і, таким чином, визначення швидкості його обертання. Такі елементи використовуються також для створення безконтактних клавіатур для комп'ютерів. У типових пристроях подібного роду постійний магніт, який вмонтований у плунжері, активується натисканням клавіші. Це приводить до появи в активній області інтегрального датчика Холла магнітного поля порядку 500 Гс. У результаті виникає холлівська напруга близько 15 мВ, яку легко детектувати і підсилувати. Підсилювач можна розташувати на цій самій напівпровідниковій підкладинці. Інтегральні датчики Холла випускаються також для магнітометрів різного призначення.

## 5.8. Запитання для самоконтролю та задачі

1. У яких доданках кінетичного рівняння Больцмана відображений вплив електричного та магнітного полів і яким чином враховується наявність неоднорідності температури напівпровідника?

2. Який фізичний зміст стаціонарного і нестационарного рівняння Больцмана?

3. Який фізичний зміст рухливості носіїв заряду?

4. Чому рухливість електронів і дірок у напівпровіднику різні за величиною?

5. У чому полягає фізичний зміст слабого і сильного магнітних полів?

6. Які існують гальваномагнітні та термомагнітні ефекти?

7. Назвіть найбільш ефективні застосування явищ перенесення в напівпровідниках з практичної точки зору.

8. Задача. За даними вимірювань ефекту Холла концентрація електронів у зразку становить  $1,3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  за 400 К і  $6,2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  за 350 К. Знайти ширину забороненої зони.

9. **Задача.** Зразок кремнію легований фосфором з концентрацією  $N_d = 10^{17}$  ат./см<sup>-3</sup>. Який питомий опір зразка за температури 300 К? Яка холлівська напруга буде спостерігатись за струму  $I_x = 1$  мА і магнітного поля, що відповідає  $B_z = 1$  кГс =  $10^{-5}$  Вб/см<sup>2</sup> за товщини зразка  $d = 100$  мкм? Вважати, що переважає розсіювання на заряджених домішках.

10. **Задача.** У зразку  $n$ -типу густина струму, спрямованого вздовж осі  $X$ , становить  $j_x = 0,1$  А/см<sup>2</sup> (рис. 1.3). Магнітне поле вздовж осі  $Z$  становить  $H_z = 1000$  Е. Значення холлівської рухливості  $\mu_{nH} = 1,18\mu_n$ . Визначити сталу Холла  $R_H$  і холлівську напругу  $V_H$ , якщо  $n_0 = 10^{15}$  см<sup>-3</sup>, розмір зразка в напрямку  $Y$  становить  $W = 0,5$  см.

## Розділ 6 ЯВИЩА В НЕОДНОРІДНИХ НАПІВПРОВІДНИКАХ

### 6.1. Дифузія та дрейф нерівноважних основних носіїв заряду

Усі розглянуті ефекти – це ефекти в однорідних матеріалах. У сучасній напівпровідниковій електроніці існують ефекти, які зазвичай спостерігаються в неоднорідних матеріалах. Найпростіший випадок – це  $p-n$ -перехід, який утворюється при контактуванні напівпровідників з одного й того самого матеріалу, наприклад, кремнію, але різних типів провідності ( $p$ - та  $n$ -типів). Такий перехід називається *гомпереходом*, на відміну від  $p-n$ , створеного при контактуванні двох різних напівпровідників, наприклад, кремнію та германію (або арсеніду галію та потрійної сполуки – арсеніду алюмінію й галію), який називається *гетеропереходом*. Далі розглянемо ефекти, які існують в неоднорідних системах, маючи на увазі насамперед ефекти, що дозволяють створити прилади сучасної напівпровідникової електроніки.

Припустимо, що ми освітили з енергією кванта  $h\nu = E_M$  (енергією іонізації донора) напівпровідник неоднорідно (рис. 6.1), тоді в такому напівпровіднику утворяться місця з різною концентрацією нерівноважних носіїв заряду.

Оскільки в такій системі виникне градієнт концентрації носіїв заряду, який існуватиме доти, доки триватиме освітлення, то почнуться процеси їх дифузії відповідно до напрямку і величини градієнта концентрації.

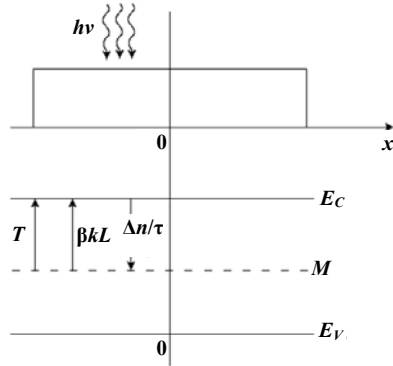


Рис. 6.1. Неоднорідно освітлений напівпровідник

Як наслідок процесу дифузії, виникає порушення електронейтральності, виникають об'ємні заряди та локальне електричне поле (відповідно до рівняння Пуассона). У стаціонарному випадку струм, обумовлений дифузійними процесами (дифузійний струм), урівноважиться струмом дрейфу в електричному полі  $E$ , яке виникло внаслідок перерозподілу заряду, обумовленого дифузією, тоді повний струм у системі буде дорівнювати нулю. Кількісно ці міркування можна записати таким чином:

$$j = j_D + j_e = eD \frac{d\Delta n}{dx} + e n \mu E. \quad (6.1)$$

У стаціонарному випадку цей струм дорівнює нулю.

### 6.1.1. Співвідношення Ейнштейна

Із рівняння (6.1) можна отримати фундаментальне співвідношення, яке називають *співвідношенням Ейнштейна*. Розглянемо це питання докладніше.

Електрони, розташовані в електричному полі  $E(x)$ , мають потенціальну енергію  $\varphi(x) = -eV(x)$ , де  $V(x)$  – потенціал поля в точці  $x$ . Відповідно до закону розподілу Больцмана в умовах рівноваги концентрація електронів у точці  $x$  є:

$$n(x) = Ce^{\frac{eV(x)}{kT}}.$$

Поле може бути визначене через потенціал, як

$$E = -\frac{dV(x)}{dx},$$

тоді умову стаціонарності в одномірному випадку можна записати як

$$en\mu E = eD \frac{dn}{dx} \quad (6.2)$$

або

$$eCe^{\frac{eV(x)}{kT}} \mu \frac{dV(x)}{dx} = eDCe^{\frac{eV(x)}{kT}} \cdot \frac{e}{kT} \frac{dV(x)}{dx}. \quad (6.3)$$

Проводячи скорочення, маємо

$$\frac{\mu}{D} = \frac{e}{kT}. \quad (6.4)$$

Співвідношення (6.4) називається співвідношення Ейнштейна і пов'язує рухливість із коефіцієнтом дифузії носіїв заряду.

### *6.1.2. Радіус екранування. Електрорушійна сила Дембера*

На межі тінь–світло виникає електрорушійна сила, що називається *електрорушійною силою Дембера*, яку можна знайти з умови, що стаціонарний струм дорівнює нулю. Таким чином, унаслідок неоднорідного освітлення виникає складний розподіл заряду і поля в системі. Знайдемо цей розподіл. Для цього використаємо, окрім рівняння для густини струму, рівняння Пуассона, яке пов'язує густину заряду з полем. Розглядаємо моно полярний випадок, тобто генерація електронів відбувається з рівнів концентрацією  $M$ , на яких розташовано  $m$  електронів. Тоді з урахуванням співвідношення Ейнштейна система рівнянь, яка описує такий процес у часі, набуває вигляду

$$\begin{cases} j = \mu kT \frac{dn}{dx} + en\mu E \\ \frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e}{\varepsilon} (p - n) = \frac{4\pi e}{\varepsilon} [(M - m) - n] \\ \frac{dn}{dt} = \gamma m N_{CM} + \beta kL - \gamma np + \frac{1}{e} \cdot \frac{dj(x)}{dx}, \end{cases} \quad (6.5)$$

де  $p(x) = M - m$  – концентрація вільних місць на рівнях  $M$ .

Підкреслимо, що коли йдеться про дірки  $p$ , то маємо на увазі вільні місця на центрах  $M$ , оскільки вільні дірки у валентній зоні не враховуються (розглядаємо монополярний напівпровідник  $n$ -типу).

За умови відсутності дифузії в кожній точці  $n = p$ , якщо ж відбувається дифузія, то  $n(x) \neq p(x)$  і виникає просторовий заряд  $\rho = e(p - n)$ . Будемо розв'язувати нашу систему рівнянь у стаціонарному випадку, якщо  $j = 0$  і  $\frac{dn}{dt} = 0$ . Тоді з рівняння неперервності матимемо

$$\gamma m N_{CM} + \beta kL - \gamma pn = 0. \quad (6.6)$$

Вважатимемо, що  $n = n_0 + \Delta n$ ,  $p = p_0 + \Delta p$  і  $\Delta n, \Delta p \ll n_0, p_0$ . Підставимо значення  $n$  і  $p$  у (6.6), нехтуючи при цьому доданком з добутком ( $\Delta n \Delta p$ ):

$$\begin{aligned} \gamma m N_{CV} + \beta kL - \gamma n_0 p_0 - \gamma n_0 \Delta p - \gamma \Delta n p_0 &= \\ = \beta kL - \gamma N_{CM} \Delta p - \gamma n_0 \Delta p - \gamma \Delta n p_0 &= \\ = \beta kL - \gamma \Delta p (N_{CM} - n_0) - \gamma \Delta n p_0 &= 0. \end{aligned} \quad (6.7)$$

За умови термодинамічної рівноваги  $\gamma m_0 N_{CM} = \gamma n_0 p_0$  і  $n_0 = p_0$ , тоді з (6.7) отримуємо

$$\Delta p = \frac{\frac{\beta kL}{n_0 + N_{CM}} - \Delta n n_0}{n_0 + N_{CM}}. \quad (6.8)$$

Повернемося до рівнянь для струму та рівняння Пуассона, враховуючи, що  $n_0 \gg \Delta n$ ,  $p_0 \gg \Delta p$  і  $n_0 = p_0$ , тоді матимемо

$$E = -\frac{kT}{en_0} \cdot \frac{dn}{dx}, \quad \text{а} \quad \frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e}{\epsilon} (\Delta p - \Delta n). \quad (6.9)$$

Диференціюючи рівняння для  $E$  (6.9) за  $x$ , матимемо

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{kT}{en_0} \cdot \frac{d^2 \Delta n}{dx^2}. \quad (6.10)$$

Порівнюючи праві частини рівнянь для  $\frac{dE}{dx}$  у рівняннях (6.9) і (6.10) враховуючи (6.8), матимемо

$$\frac{d^2 \Delta n}{dx^2} - \frac{4\pi e^2 n_0}{\epsilon kT} \left[ \frac{N_{CM} + 2n_0}{N_{CM} + n_0} \right] \cdot \Delta n + \frac{4\pi e^2 \beta kL}{\epsilon kT \gamma (n_0 + N_{CM})} = 0. \quad (6.11)$$

Член у прямокутних дужках рівняння (6.11) може змінюватись від 1 до 2. Нехай  $n_0 \gg N_{CM}$ , тоді, вводячи ще одне позначення розмірності довжини

$$l_e = \sqrt{\frac{\epsilon kT}{8\pi e^2 n_0}}, \quad (6.12)$$

отримаємо з (6.11) рівняння у спрощеному вигляді

$$\frac{d^2 \Delta n}{dx^2} - \frac{1}{l_e^2} \cdot \Delta n + \frac{1}{l_e^2} \cdot \frac{\beta kL}{2\gamma n_0} = 0. \quad (6.13)$$

Зазначимо, що рівняння (6.13) є рівнянням для концентрації носіїв заряду для лівої, освітленої частини зразка (рис. 6.1). Для правої, неосвітленої частини це саме рівняння матиме вигляд

$$\frac{d^2 \Delta n}{dx^2} - \frac{1}{l_e^2} \cdot \Delta n = 0. \quad (6.14)$$

Загальний розв'язок цього рівняння такий:

$$\Delta n = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}, \quad (6.15)$$

де  $k_1$  та  $k_2$  – корні характеристичного рівняння  $k^2 - \frac{1}{l_e^2} = 0$  і

$k_{1,2} = \pm \frac{1}{l_e}$ . Таким чином,

$$\Delta n = C_1 e^{\frac{x}{l_e}} + C_2 e^{-\frac{x}{l_e}}. \quad (6.16)$$

Із простих фізичних міркувань стає зрозуміло, що  $C_1 = 0$ , а  $C_2 = \Delta n(0)$ . На рис. 6.2 наведено залежність зміни концентрації від межі освітленої області в неосвітлену область. Щодо позначень на рисунку:  $l_e$  – називається *радіусом екранування*, або *довжиною Дебая* (дебаївський радіус екранування). Із (6.12) видно, що

$$l_e \sim \frac{1}{\sqrt{n_0}}.$$

Зазвичай на практиці величина  $l_e$  становить ( $10^{-4}$ – $10^{-6}$ ) см. Таким чином, дифузія носіїв заряду в монополярному випадку поширюється на таку довжину в напівпровіднику.

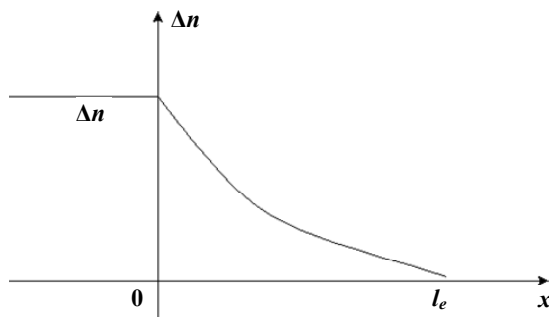


Рис. 6.2. Залежність зміни концентрації від межі освітленої області в неосвітлену



### 6.1.3. Час релаксації Максвелла

Із загальної теорії дифузії відомо, що ефективна довжина дифузії може визначатись як  $l = \sqrt{D \cdot t}$ . Можна довести, що і в нашому випадку  $l_e$  можна представити в такому самому вигляді.

Помножимо чисельник і знаменник для  $l_e$  на  $\mu$  і врахуємо, що  $e\mu = \sigma_0$  і співвідношення Ейнштейна  $D = \mu \frac{kT}{e}$ , тоді буде мати для  $l_e$ :

$$l_e = \sqrt{\frac{D\varepsilon}{8\pi\sigma_0}} = \sqrt{2D\tau_M}; \quad \tau_M = \frac{\varepsilon}{4\pi\sigma_0}, \quad (6.17)$$

де  $\tau_M = \frac{\varepsilon}{4\pi\sigma_0}$  – константа, яка залежить лише від параметрів

матеріалу, яка має назву *стала Максвелла*, або час діелектричної релаксації. Фізичний зміст цієї константи такий. Розглянемо прямокутник з даного матеріалу. Його опір, як відомо, можна записати таким чином:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma_0} \cdot \frac{l}{S},$$

де  $l$  – довжина прямокутника,  $S$  – поперечний перетин,  $\rho$  – питомий опір. Ємність такого прямокутника можна записати так:  $C = \frac{\varepsilon S}{4\pi l}$ . Тоді стала часу такої системи матиме вигляд

$$R \cdot C = \frac{\varepsilon}{4\pi\sigma_0}, \text{ тобто } \tau_M = \varepsilon RC \text{ даного матеріалу або час вста-}$$

новлення дифузійно-дрейфової рівноваги в матеріалі. Проводячи якісні оцінки, отримаємо  $\tau_M = 10^{-12}$  с для  $n = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $\tau_M = 10^{-7}$  с для  $n = 10^{12} \text{ см}^{-3}$ .

*6.1.4. Довжина дифузії нерівноважних основних носіїв заряду*

Для визначення  $\Delta n$  в освітленій частині зразка необхідно розв'язати рівняння (6.13) у загальному вигляді, а саме:

$$\Delta n = C_1 e^{\frac{x}{l_e}} + C_2 e^{-\frac{x}{l_e}} + \frac{\beta k L}{2\gamma n_0}. \quad (6.18)$$

Для визначення  $C_1$  і  $C_2$  використаємо умову неперервності  $\Delta n$  та  $\frac{\Delta n}{dx}$  у точці  $x = 0$ . У результаті такого розгляду отримаємо

$$\Delta n(x)|_{x>0} = \frac{\beta k L}{4\gamma n_0} \cdot e^{-\frac{x}{l_e}}, \Delta n(x)|_{x<0} = \frac{\beta k L}{4\gamma n_0} \cdot (2 - e^{-\frac{x}{l_e}}). \quad (6.19)$$

Неперервність  $\Delta n$  і  $\frac{d\Delta n}{dx}$  у точці  $x = 0$  дає

$$C_2 = C_1 + \frac{\beta k L}{2\gamma n_0} \text{ та } -\frac{1}{l_e} C_2 = \frac{1}{l_e} C_1, C_2 = -C_1, \quad (6.20)$$

$$C_2 = \frac{\beta k L}{4\gamma n_0}.$$

На межі, у точці  $x = 0$ :  $\Delta n|_{x=0} = \frac{\beta k L}{4\gamma n_0}$ , у глибині освітленої частини:  $\Delta n|_{x \rightarrow \infty} = \frac{\beta k L}{2\gamma n_0}$ .

Знайдемо тепер  $\rho(x)$  – розподіл просторового заряду, у такій системі  $\rho(x) = e(\Delta p - \Delta n)$ . Підставимо замість  $\Delta p$  його значення через  $\Delta n$ , урахувавши (6.8) і вважаючи, що  $n_0 \gg N_{CM}$ . Тепер матимемо

$$\rho = e \cdot \left( \frac{\beta k L}{\gamma n_0} - 2\Delta n \right). \quad (6.21)$$

Підставляючи в (6.21) із (6.19) значення  $\Delta n(x) = \frac{\beta k L}{4\gamma n_0} e^{-\frac{x}{l_e}}$ , отримаємо

$$\rho(x)|_{x>0} = -\frac{e\beta k L}{2\gamma n_0} e^{-\frac{x}{l_e}}, \rho(x)|_{x<0} = -\frac{e\beta k L}{2\gamma n_0} e^{\frac{x}{l_e}}. \quad (6.22)$$

Знайдемо розподіл поля  $E(x)$  у системі. Ураховуючи, що  $E(x) = -\frac{kT}{en_0} \cdot \frac{d\Delta n}{dx}$ , маємо

$$E(x)|_{x>0} = \frac{kT}{e} \cdot \frac{\beta k L}{4\gamma n_0^2 l_e} e^{-\frac{x}{l_e}}, E(x)|_{x<0} = \frac{kT}{e} \cdot \frac{\beta k L}{4\gamma n_0^2 l_e} e^{\frac{x}{l_e}} \quad (6.23)$$

Відповідну величину електричної сили Дембера можемо знайти таким чином:

$$V = \int_{-l_e}^{l_e} E(x) dx = \frac{kT}{e} \cdot \frac{\beta k L}{2\gamma n_0^2}. \quad (6.24)$$

На рис. 6.3 зображено якісно  $\Delta n(x), \rho(x), E(x)$  та  $V(x)$  залежно від координати в області переходу від освітленої до неосвітленої ділянок зразка.

Проведений розгляд описує випадок, який спостерігається за малого рівня збудження ( $\Delta n \ll n_0$ ). У випадку середніх і високих рівнів збудження необхідно розглядати концентрації  $n_0 + \Delta n$  або  $\Delta n$ , відповідно.

Вплив зовнішнього електричного поля  $E_0$  залежить від його напрямку. Поле може бути прикладене так, що витягує електрони з освітленої області в затемнену, або навпаки. У цьому випадку характерна довжина  $l$  залежить від напрямку поля й дорівнює

$$l = \frac{1}{\frac{eE_0}{2kT} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{2kT}{eE_0 l_e} \right)^2} - 1 \right)}. \quad (6.25)$$

При цьому в області слабких полів  $E_0$ , якщо  $E_0 \ll \frac{2kT}{el_e}$ , то

$l = l_e$ . Якщо

$$E_0 \gg \frac{2kT}{el_e}, \text{ то } l = \frac{el_e E_0}{kT} = \frac{eE_0}{kT} D\tau_M = \frac{eE_0 D\varepsilon}{4\pi kT\sigma}.$$

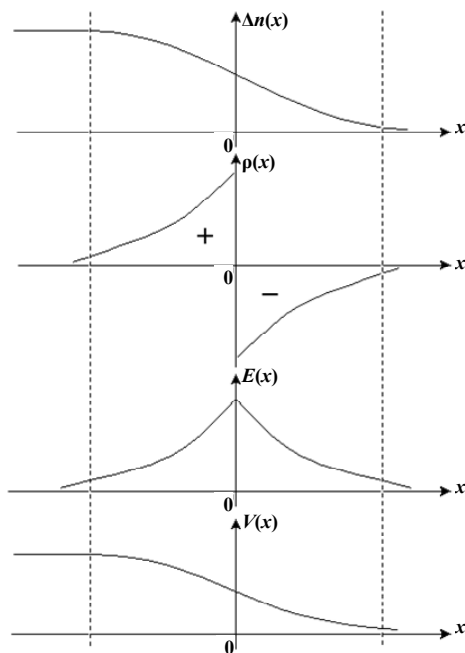


Рис. 6.3. Величини  $\Delta n(x)$ ,  $\rho(x)$ ,  $E(x)$  та  $V(x)$  залежно від координати в області переходу від освітленої до неосвітленої ділянок зразка

Слід зауважити, якщо йдеться про сильне електричне поле, то це лише наближення, яке не порушує загальної системи розгляду задачі. Тобто всі інші умови задачі залишаються виконаними. Наприклад, у системі ще не настає пробій і подібні явища.

## 6.2. Дифузія та дрейф неосновних носіїв заряду

Розглянемо напівпровідник  $p$ -типу ( $p_0 \gg n_0$ ). В області  $(0, -l)$  генеруються нерівноважні носії заряду, тому  $\Delta n = \Delta p \ll p_0$ . При цьому час життя електронів буде  $\tau_e$ . За таких умов  $\Delta n$  може бути більше  $n_0$ , тобто і градієнт концентрації для електронів буде значно більшим, ніж для дірок. Розглянемо їх дифузію та дрейф.

Нехай до зразка прикладено різницю потенціалів так, як це зображено на рис. 6.4. Електрони з освітленої частини зразка дифундують у неосвітлену. Для збереження електронейтральності в ці самі області будуть зтягуватися дірки. Характерний час цього процесу визначатиметься часом релаксації Максвелла. Отже, надлишкові неосновні носії заряду, дифундуючи в глибину напівпровідника, притягують до себе однакову кількість основних носіїв заряду. Ці носії можуть надходити з області  $(0, -l)$  або з контактів, тому просторовий заряд не утворюється, а дифузія неосновних носіїв заряду відбувається як дифузія незаряджених частинок.

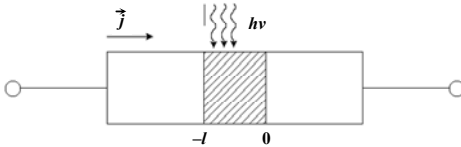


Рис. 6.4. Зразок напівпровідника, у якому область  $(0, -l)$  освітлена і прикладена різниця потенціалів так, що струм тече вздовж осі  $x$

Рухаючись у глибину зразка, надлишкові електрони і дірки будуть рекомбінувати й їх концентрація при зростанні відстані від точки освітлення буде зменшуватись. У зовнішньому електричному полі додається ще й дрейф. Електронейтральність буде підтримуватись за рахунок великої кількості основних носіїв – дірок. У нашому випадку неосновні носії заряду в зовнішньому електричному полі дрейфують як заряджені частинки, не утворюючи просторового заряду.

Підкреслимо важливість наших припущень. Розглядуваний процес може відбуватися не лише при освітленні, але й при будь-якому утворенні неосновних носіїв заряду, наприклад, інжекції, опроміненні тощо.

Концентрацію надлишкових неосновних носіїв заряду можна визначити, розв'язуючи рівняння неперервності:

$$\frac{d\Delta n}{dt} = G + \frac{1}{e} \cdot \frac{dj_e}{dx} - \frac{\Delta n}{\tau_e}. \quad (6.27)$$

У стаціонарному випадку  $\frac{d\Delta n}{dt} = 0$ . Тоді для неосвітленої частини зразка матимемо  $G = 0$ .

Знайдемо  $\Delta n$  у неосвітленій частині зразка. Для цього продиференціюємо вираз для струму  $j_e = en\mu_e E + eD_e \frac{d\Delta n}{dx}$  і підставимо його в рівняння неперервності (6.1), тоді матимемо

$$D_e \frac{d^2 \Delta n}{dx^2} + \mu_e E \frac{d\Delta n}{dx} - \frac{\Delta n}{\tau_e} = 0. \quad (6.28)$$

Вважатимемо, що  $D_e, \mu_e, \tau_e$  не залежать від  $x$  і від  $E$ . Поділимо рівняння (6.28) на  $D_e$  і введемо позначення  $l_D = \sqrt{D_e \tau_e}$  – довжина, яку пройде носій за час життя, і  $l_E = \tau_e \mu_e E$  – довжина дрейфу в полі носія заряду за час життя. Тоді рівняння (6.28) можна переписати у вигляді

$$\frac{d^2 \Delta n}{dx^2} + \frac{l_E}{l_D^2} \frac{d\Delta n}{dx} - \frac{\Delta n}{l_D^2} = 0. \quad (6.29)$$

Загальний розв'язок цього рівняння такий:

$$\Delta n(x) = C_1 e^{\alpha_1 x} + C_2 e^{\alpha_2 x}, \quad (6.30)$$

де  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  – розв'язки характеристичного рівняння

$$\alpha^2 + \frac{l_E}{l_D^2} \alpha - \frac{1}{l_D^2} = 0, \quad (6.31)$$

а  $\alpha_{1,2}$ , відповідно:

$$\alpha_{1,2} = \frac{-l_E \pm \sqrt{l_E^2 + 4l_D^2}}{2l_D^2}. \quad (6.32)$$

Ураховуючи, що в неосвітленій частині концентрація носіїв може лише зменшуватися щодо стаціонарної, яка сформувалась в освітленій частині, розв'язок можна записати так:

$$\Delta n_{x>0} = \Delta n(0) \cdot e^{-\frac{x}{l_1}} \quad \text{де} \quad l_1 = \frac{2l_D^2}{l_E + \sqrt{l_E^2 + 4l_D^2}}, \quad (6.33)$$

$$\Delta n_{x<-l} = \Delta n(-b) \cdot e^{-\frac{x}{l_2}}, \quad \text{де} \quad l_2 = \frac{2l_D^2}{-l_E + \sqrt{l_E^2 + 4l_D^2}}.$$

Таким чином, з обох боків від освітленої частини зразка концентрація неосновних носіїв струму зменшується за експоненційним законом зі сталою згасання  $l_1$  та  $l_2$ . Із (6.32) і (6.33) видно, якщо  $E = 0$ , то  $l_1 = l_2 = l_D = \sqrt{D_e \tau_e}$ . Оцінки показують, що ця величина досить велика і може сягати  $10^{-1}$  см.

### 6.3. Запитання для самоконтролю та задачі

1. Який фізичний зміст співвідношення Ейнштейна?
2. Оцінити коефіцієнти дифузії електронів і дірок у кремнії, германії та арсеніді галію.
3. Від яких параметрів напівпровідника та оточуючого середовища залежить радіус екранування Дебая?
4. Який фізичний зміст часу релаксації Максвелла?
5. З яких міркувань можна визначити концентрацію неосновних носіїв заряду в області, де не відбувається їх збудження?
6. **Задача.** Оцініть величину часу релаксації Максвелла для типових значень параметрів напівпровідників.
7. **Задача.** Зразок кремнію  $n$ -типу з концентрацією  $n_0 = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  освітлюється світлом із області власного поглинання з інтенсивністю, що забезпечує темп генерації пар  $10^{19} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ . Час життя  $\tau_n = \tau_p = 2 \text{ мкс}$ ,  $T = 300 \text{ К}$ . Показати на прикладі, що для нерівноважних умов  $np \neq n_i^2$ .

8. **Задача.** Знайти розподіл нерівноважних дірок у довгому зразку невідродженого германію  $n$ -типу при стаціонарній інжекції дірок у точці  $x = 0$   $\Delta p(0) = 10^{15} \text{ см}^{-3}$  за наявності електричного поля, яке прискорює дірки  $\varepsilon = 5 \text{ В/см}$ ;  $0,5 \text{ В/см}$ ;  $T = 300 \text{ К}$ ,  $L_p = 0,09 \text{ см}$ . Розглянути одномірний випадок.

9. **Задача.** При експериментальному визначенні довжини дифузійного вміщення  $L_p$  у певній точці зразка  $n$ -типу вузьким світловим зондом генерують електронно-діркові пари. Визначити величину  $L_p$  у зразку германію  $n$ -типу, якщо відомо, що на відстані  $x_1 = 2 \text{ мм}$  від світлового зонду концентрація нерівноважних дірок  $\Delta p_1 = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , а за  $x_2 = 4,3 \text{ мм}$   $\Delta p_2 = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

10. **Задача.** Прямозонний напівпровідник з власною концентрацією  $n_i = 10^{10} \text{ см}^{-3}$  легований мілкими донорами до концентрації  $N_d = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Час життя при низькому рівні збудження  $\tau_{n0} = \tau_{p0} = 10^{-7} \text{ с}$ .

11. Виконати завдання:

а) обчислити стаціонарну концентрацію надлишкових носіїв  $\Delta n = \Delta p$  при однорідному збудженні з темпом оптичної генерації  $G_{opt} = 10^{22} \text{ пар/см}^3 \text{ с}$ , вважаючи, що коефіцієнт міжзонної рекомбінації  $C_r$  не залежить від рівня збудження;

б) визначити релаксаційний час життя  $\tau_n$  при заданому рівні збудження, користуючись співвідношенням  $R = \Delta n / \tau_n$ , де  $R$  – темп рекомбінації.



## Розділ 7

# ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ПОВЕРХНІ НАПІВПРОВІДНИКІВ

### 7.1. Поверхневі стани. Поверхневий потенціал

Розглядаючи модель Кроніга–Пенні, ми будували необмежений періодичний кристал і отримали, що в такому кристалі існують дозволені та заборонені зони, які можуть бути заповнені електронами або бути порожніми. Ця модель показала, що в забороненій зоні не можуть існувати дозволені стани. З іншого боку, відомо, що будь-яке відхилення від точної періодичності приводить до існування додаткових дозволених станів у забороненій зоні напівпровідника. Наявність поверхні є само по собі порушенням періодичності, тобто на поверхні спостерігається відхилення потенціалу від періодичності. Як показав І. Є. Тамм, таке обмеження періодичності приводить до появи дозволених станів у забороненій зоні напівпровідника. Ці дозволені стани на поверхні напівпровідника в його забороненій зоні отримали назву *таммівські поверхневі стани*. В. Шоклі розглядав цей випадок, але з погляду фізичної природи хімічного зв'язку на поверхні й дійшов висновку, що існування обірваних зв'язків, викликає існуванням поверхні, також приводить до появи поверхневих станів. Ці стани отримали назву *поверхневі стани Шоклі*. Зрозуміло, що існування некомпенсованих хімічних зв'язків на поверхні приводить до значної їх хімічної активності, що приводить до утворення хімічного зв'язку з адсорбованими атомами та молекулами. Це обумовлює зміну енергетичного положення поверхневих станів щодо так би мовити "чистої" поверхні. У загальному випадку зонну енергетичну схему на поверхні можна зобразити таким чином, як показано на рис. 7.1.

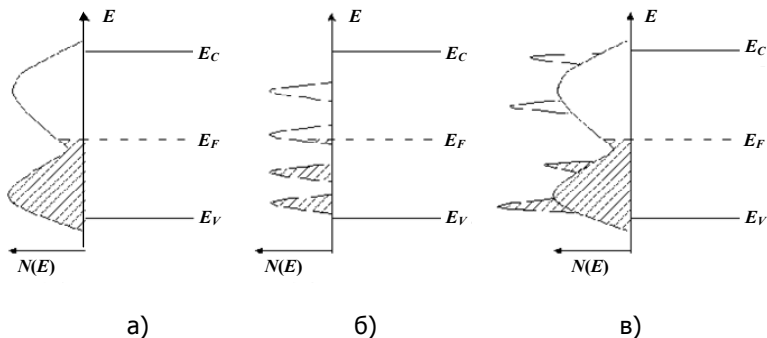


Рис. 7.1. Зонна енергетична схема поверхні:

- а) неперервний енергетичний розподіл електронних станів на поверхні;  
 б) дискретні електронні стани; в) сплески густини електронних станів, що відповідають дискретним енергетичним станам на поверхні, на фоні неперервного розподілу

Як видно з рис. 7.1, випадки (а) – (в) відрізняються наявністю деякого розподілу електронних станів на поверхні за енергією з деяким  $N(E)$ , отже, можна вважати це аналогом неупорядкованої системи; у другому випадку поверхневі стани характеризуються дискретними рівнями в забороненій зоні напівпровідника. Експериментальні результати дослідження властивостей поверхонь дають підставу думати, що на фоні деякого неперервного розподілу існують певні дискретні стани. Перший або другий варіанти енергетичної діаграми визначаються природою поверхневих станів конкретної поверхні, яка існує в конкретних реальних умовах.

Таким чином, на поверхні є три типи станів: 1) тампівські поверхневі стани; 2) поверхневі стани Шоклі; 3) обумовлені адсорбційними властивостями поверхні, дефектами та домішками на поверхні. Перші два є т. зв. фундаментальними поверхневими станами і характеризують властивості ідеального кристала, третій тип є характеристикою реальної поверхні.

На поверхневих станах можуть накопичуватися заряди (позитивні та негативні), які приведуть до існування поля на межі поділу. Заряд пов'язаний з електричним полем або потенціалом,

який визначається рівнянням Пуассона. Природа проникнення цього поля в напівпровідник якісно нічим не відрізняється від проникнення поля контактної різниці потенціалів у напівпровідник, про який уже йшлося, і приводить до появи поблизу поверхні подвійного шару або (що те саме) виникнення приповерхневої області просторового заряду. Зазначимо, що вплив поля і вплив заряду на поверхню тотожні. Потенціал поверхні, таким чином, стає відмінним від потенціалу об'єму напівпровідника. Різниця потенціалів  $\phi_S$  між потенціалом на поверхні та його положенням в об'ємі називається *поверхневим потенціалом* і в безрозмірних параметрах матиме вигляд  $Y_S = \frac{e\phi_S}{kT}$ . Якщо існує вигин зон на поверхні, то змінюється і концентрація носіїв у ньому, а це буде призводити до зміни провідності поверхневого шару щодо об'єму кристала.

## 7.2. Вплив поверхневого потенціалу на електропровідність

Розглянемо вплив поверхневого потенціалу на електропровідність. Припустимо, маємо напівпровідник *n*-типу. Нехай поверхнею через будь-яку причину захопився від'ємний заряд. Тоді поблизу поверхні виникне область збіднення, у якій концентрація основних носіїв змінюватиметься. Розглянемо пластину напівпровідника, на поверхні існує вигин зон (рис. 7.2).

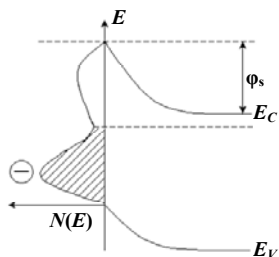


Рис. 7.2. Поверхневий заряд і відповідний вигин зон у приповерхневій області напівпровідника

Згідно з позначеннями, зображеними на рис. 7.2, в області вигину зон (просторового заряду) можна записати струм вздовж поверхні через елемент  $dx$  одиничної площі у вигляді

$$j = e\{\mu_p p(x) + \mu_e n(x)\} \cdot E \cdot dx. \quad (7.1)$$

Зміна струму відносно значення струму в об'ємі можна записати як

$$j = e\{\mu_p [p(x) - p(0)] + \mu_e [n(x) - n(0)]\} \cdot E \cdot dx. \quad (7.2)$$

Введемо позначення

$$\Gamma_p = \int_0^\infty [p(x) - p(0)] dx \quad \text{та} \quad \Gamma_e = \int_0^\infty [n(x) - n(0)] dx. \quad (7.3)$$

Тоді поверхневу провідність можна записати у вигляді

$$\Delta G = \frac{\Delta j}{E} = e\mu_p (\Gamma_p + b\Gamma_e), \quad \text{де} \quad b = \frac{\mu_e}{\mu_p}. \quad (7.4)$$

У загальному випадку рухливості носіїв заряду в об'ємі й на поверхні відрізняються. Це пов'язано насамперед зі зміною процесів розсіювання в цих двох середовищах. Якщо розсіювання носіїв заряду в об'ємі напівпровідника зазвичай визначається їх взаємодією з точковими дефектами, то розсіювання в приповерхневій області – їх взаємодією з дефектом, яким є сама поверхня.

Оскільки  $n(x)$  і  $p(x)$  залежать від вигину зон на поверхні, то і  $\Gamma_{e,p} = F(Y_S)$ . Можна точно розрахувати залежність  $\Delta G = F_1(Y_S)$ , яку можна побудувати як залежність цієї функції.

Розглянемо напівпровідник  $n$ -типу. Залежно від вигину зон на поверхні можуть утворюватися в приповерхневій області такі шари, як зображено на рис. 7.3.

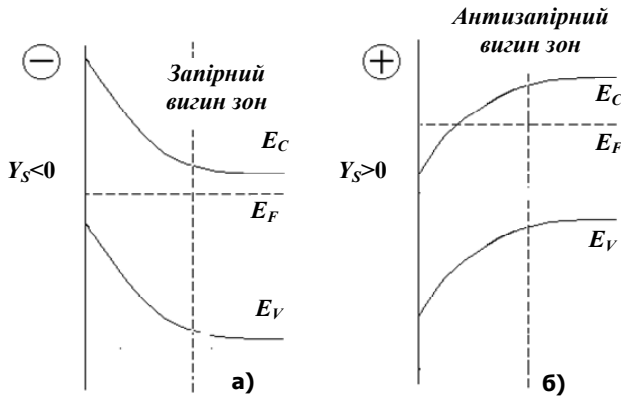


Рис. 7.3. Приповерхневий вигин зон залежно від знака поверхневого заряду (поля)

Як видно з рис. 7.3, при утворенні від'ємного заряду на поверхні напівпровідника  $n$ -типу в приповерхневій області виникає область просторового заряду, збіднена основними носіями. Якщо уявити, що на поверхні плавно змінювати електричне поле, створене будь-яким чином – чи за рахунок зовнішнього поля, чи за рахунок адсорбованого заряду, то стає зрозумілим випадок (а) на рис. 7.3. Позитивному заряду на поверхні напівпровідника відповідає крива випадку (б), того самого рисунка. З урахуванням (7.4) точка мінімуму на залежності  $\Delta G = F_1(Y_S)$  відповідає випадку, якщо  $\mu_e n(x) = \mu_p p(x)$ . Якщо ж це так, то можна записати

$$n = n_0 e^{Y_S}, \quad p = p_0 e^{-Y_S}, \quad \text{тобто} \quad \mu_e n_0 e^{Y_S} = \mu_p p_0 e^{-Y_S}$$

і отже,

$$Y_S = \frac{1}{2} \ln \frac{\mu_e p_0}{\mu_p n_0}. \quad (7.5)$$

Оскільки, як уже було зауважено, дія заряду на поверхні та зовнішнього поля однакові, то дослідження властивостей реальної поверхні проводиться за допомогою ефекту поля.

### 7.3. Ефект поля

Під час цього ефекту зовнішнє поле прикладається перпендикулярно до поверхні напівпровідника через діелектричний простір (це може бути, напр., слюда, атмосфера повітря чи певного газу, власний оксид напівпровідника ( $\text{SiO}_2$ ), штучно вирощений на кремнії нітрид кремнію ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) і т. д.) і досліджується залежність поверхневої провідності від прикладеного зовнішнього поля. Порівняння теоретичної залежності  $\Delta G = F_1(Y_S)$  при різних технологічних обробках поверхні (різних травниках, адсорбції різних атомів і молекул, окиснення поверхні напівпровідника тощо) дає можливість вивчати властивості поверхневих станів реальної поверхні напівпровідників. Це можна зробити таким чином. Якщо сумістити мінімум експериментальної кривої  $\Delta G$  з мінімумом, який задається виразом (7.5), то відхилення  $\Delta G_{\text{експ}}$  від  $\Delta G_{\text{теор}}$  при зміні зовнішнього поля можна однозначно пов'язати з концентрацією та енергетичним розподілом поверхневих станів. Цей метод є основою для дослідження електронних властивостей реальної поверхні.

Слід зауважити, що, прикладаючи електричне поле перпендикулярно до поверхні напівпровідника (використовуючи польовий електрод), можна отримати зміну знака носіїв, які забезпечують провідність у приповерхневому каналі щодо об'єму напівпровідника. Цей ефект називається *ефектом інверсії провідності в приповерхневому каналі*. На цьому ефекті побудований цілий клас напівпровідникових приладів, які відіграють важливу роль у сучасній напівпровідниковій електроніці, і особливо в мікроелектроніці.

## 7.4. Прилади на основі структури метал–діелектрик–напівпровідник (МДН)

### 7.4.1. Транзистори на основі МДН-структур

Уперше МДН-структури запропонували Д. Молл, В. Пфан і С. Гаррет у 1959 р. як прилади, у яких електричне зовнішнє поле керує ємністю такого приладу. Для дослідження термічно окисненої поверхні кремнію МДН-структури були використані в 1962 р. МДН-транзистор можна розглядати як конденсатор, одним електродом якого є метал, а другим – напівпровідник. Перш за все це т. зв. структури метал–оксид–напівпровідник (МОН) або більш загально – метал–діелектрик–напівпровідник (МДН)-структури. На основі цих структур створені польові транзистори та прилади із зарядовим зв'язком. На рис. 7.4 зображено структуру польового транзистора та залежність струму витік–стік від напруги на затворі. Роль керуючого електрода в цих транзисторах виконує польовий електрод, який забезпечує управління струмом, що тече між виток і стік уздовж поверхневого каналу.

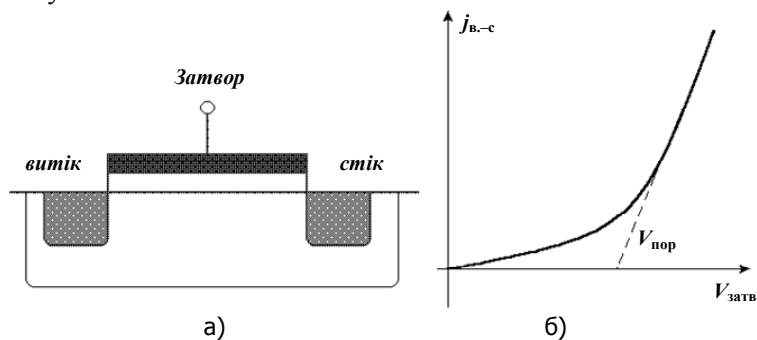


Рис. 7.4. Зображена структура польового транзистора (а) і залежність струму витік–стік від напруги на затворі (б)

На сьогодні існують два типи МДН-транзисторів – т. зв. транзистори із вбудованим та інверсійним каналами. Розглянемо,

як саме сконструйовані ці прилади. У підкладинці кремнію  $p$ -типу провідності дифузійною домішкою  $n$ -типу створюється канал і дві області  $n^+$ -типу, які є контактами відповідно до областей витоку та стоку. Потім пластина кремнію окиснюється і в місцях  $n^+$ -областей методами літографії "відкриваються вікна" в оксиді, що дозволяють створити контакти до  $n^+$ -областей. Нанесений на діелектрик метал відіграє роль затвору (керуючого електроду). МДН-транзистор із вбудованим каналом може працювати за будь-якої полярності напруги на затворі. За додатної напруги область каналу збагачується електронами і струм між витоком і стоком зростає. За від'ємної напруги на електроді відбувається збіднення носіями заряду каналу і струм зменшується.

Другий тип МДН-транзисторів – це транзистор з інверсним каналом. У цьому типі транзисторів дифузійна область  $n$ -типу відсутня. За відсутності напруги на затворі  $n^+$ -області розділені між собою  $p$ -типом підкладинкою, і струм між ними визначається струмом зворотного зміщення  $p$ - $n$ -переходу. Якщо напруга на затворі додатна, то концентрація дірок біля межі поділу діелектрик-напівпровідник зменшується і за достатньої її величини електронів біля поверхні може стати більше, ніж дірок (тобто відбудеться інверсія типу провідності напівпровідника). Унаслідок цього процесу утвориться провідний канал між витоком і стоком, що приведе до збільшення струму між контактами. МДН-транзистор з індукованим каналом працює лише за однієї полярності напруги на затворі, на відміну від транзистора із вбудованим каналом, який може працювати і за збільшення струму в каналі, за додатної напруги на затворі, і за зменшення струму в каналі, за від'ємної напруги на затворі.

Розрахуємо вихідну вольт-амперну характеристику МДН-транзистора із вбудованим каналом. Питому електропровідність каналу можна записати у вигляді

$$\sigma = e\mu_e(n + \Delta n), \quad (7.6)$$

де  $n$  – стаціонарна концентрація електронів у каналі,  $\Delta n$  – її зміна за рахунок ефекту поля. Інші позначення загальноприйняті. Зміну за рахунок ефекту поля  $\Delta n$  можна обчислити як відношення індукованого в каналі заряду  $Q$  до об'єму заряду



$$\Delta n = Q / eabl, \quad (7.7)$$

де  $a, b$  і  $l$  – геометричні розміри каналу.

Як і для звичайного конденсатора повний заряд  $Q$  можна визначити так  $Q = CV_3$  ( $V_3$  – напруга на затворі,  $C$  – ємність конденсатора). Тоді вираз (7.6) набуде вигляду

$$\sigma = e\mu_e \left( n + \frac{CV_3}{eabl} \right) = \sigma_0 + \frac{\mu_e CV_3}{abl} = \frac{\mu_e C}{abl} (V_3 - V_{30}). \quad (7.8)$$

У виразі (7.8) введено такі позначення:  $\sigma_0 = e\mu_e n$  – питома провідність каналу за  $V_3 = 0$  і

$$V_{30} = -\frac{\sigma_0 abl}{\mu_e C} = \frac{enabl}{C}. \quad (7.9)$$

З погляду фізики стає зрозуміло, що  $V_{30}$  у виразі (7.9) є напругою відсікання, за якої  $\sigma = 0$ . Такий запис для  $\sigma$  і  $V_{30}$  зручний для розрахунків у режимі збагачення, тобто, якщо  $V_3 > 0$ . У режимі збіднення, якщо  $V_3 < 0$ , (7.8) можна записати у вигляді

$$\sigma = \frac{\mu_e C}{abl} (V_{30} - V_3). \quad (7.10)$$

Ураховуючи, що під  $V_3$  розуміється його абсолютне значення.

Опір каналу в нашому розгляді можна записати як

$$R_k = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{ab} = \frac{l^2}{\mu_e C (V_{30} - V_3)}. \quad (7.11)$$

Тепер необхідно зазначити, що внаслідок протікання струму по каналу напруга, яка прикладена до затвору, різна на різних його ділянках. Якщо вважати потенціал витоку таким, що дорівнює нулю, то потенціал стоку дорівнюватиме  $V_c$ . Отже, ця напруга буде розподілятися вздовж каналу, забезпечуючи спадання напруги  $V_1, V_2, \dots, V_i$  і т. д. на різних його ділянках. Оскільки  $V_i$  прикладене до затвору, то напругу на затворі можна записати, таким чином: біля витоку напруга буде  $V_3$ , а біля стоку  $V_3 + V_c$ , а область просторового заряду в напівпровіднику буде різною,

тобто вираз (7.11) можна використати лише для обчислення опору елементарної ділянки каналу довжиною  $dx$ , тоді

$$dR_K = \frac{R_K}{l} dx = \frac{l}{\mu_e C} \cdot \frac{dx}{V_{30} - [V_3 + V(x)]}. \quad (7.12)$$

Однак струм, що протікає через будь-який перетин каналу залишається сталим (оскільки немає накопичення заряду в області каналу), і тоді можна записати спадання напруги на елементі з опором  $dR_K$  таким чином:

$$dV = I_c dR_K. \quad (7.13)$$

Підставляючи в (7.13) вираз (7.12) та інтегруючи граничні умови  $V = 0$  за  $x = 0$  і  $V = V_c$  за  $x = l$ , маємо

$$\int_0^{V_c} (V_{30} - V_3 - V) dV = I_c \cdot \frac{l}{\mu_e C} \cdot \int_0^l dx. \quad (7.14)$$

Звідки

$$I_c = \frac{\mu_e C}{l^2} \cdot (V_{30} - V_3 - \frac{1}{2} V_c) V_c. \quad (7.15)$$

Зі зростанням  $V_c$  відбувається насичення струму  $I_c$  і за умови  $V_{30} = V_3 + V_c$  або  $V_c = V_{30} - V_3$  маємо для струму насичення

$$I_{\text{нас}} = \frac{\mu_e C}{2l^2} \cdot (V_{30} - V_3)^2. \quad (7.16)$$

Крутість характеристики такого транзистора дорівнюватиме

$$g = -\frac{dI_c}{dV_3} = \frac{\mu_e C}{l^2} (V_{30} - V_3). \quad (7.17)$$

Ми розглянули фізичні механізми формування вихідної характеристики МДН-транзистора на прикладі транзистора із вбудованим каналом. Типові експериментально отримані та розраховані характеристики наведено на рис. 7.5.

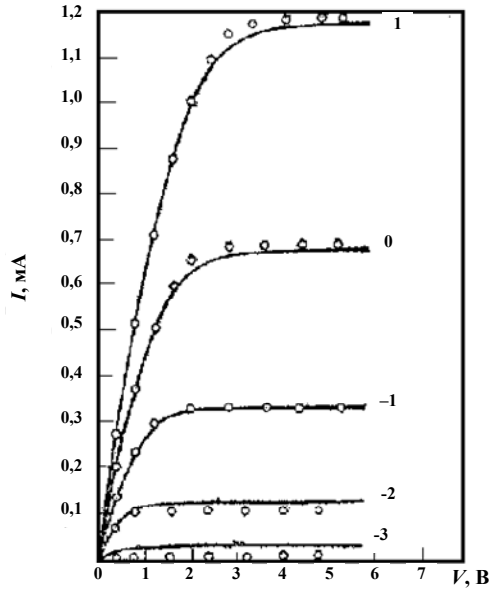


Рис. 7.5. Експериментальні (крапки) і розраховані (суцільна лінія) витік–стік характеристики МДН-транзистора із вбудованим каналом. Параметром є напруга у вольтях на затворі

Аналогічно можна провести розгляд для транзистора з індуктованим каналом і отримати для струму насичення та крутості вирази, відповідно:

$$I_{\text{нас}} = \frac{\mu_e C}{2l^2} \cdot V_3^2, \quad (7.18)$$

$$g = -\frac{dI_c}{dV_3} = \frac{\mu_e C}{l^2} V_3. \quad (7.19)$$

Таким чином, як видно із проведеного розгляду, параметри транзистора визначаються ємністю МДН-конденсатора, отже, фізичними властивостями діелектрика між затвором і напівпровідником (чим більша ємність, тим більша крутість), і властивостями носіїв заряду в каналі насамперед механізмами розсію-

вання їх в області просторового заряду (чим більша рухливість, тим більша крутість), і геометричними розмірами каналу (чим менша довжина каналу, тим більша крутість характеристики).

Насамкінець слід зазначити, що польові транзистори працюють на основних носіях заряду, тому час перемикання визначається часом максвеллівської релаксації, який може сягати  $10^{-11} - 10^{-12}$  с, а це, у свою чергу, забезпечує велику швидкодію напівпровідникових електронних схем, що створені на їх основі. Наш розгляд не буде завершеним, якщо не зауважимо, що досить проста технологія виготовлення МОН-структури, велика швидкодія транзистора, створеного на її основі, є тими основними перевагами, які привели до того, що саме МОН-транзистор став основою сучасної мікроелектроніки, на базі якого створюються великі та надвеликі інтегральні схеми.

#### *7.4.2. Прилади із зарядовим зв'язком*

На рис. 7.6. зображено структуру приладу із зарядовим зв'язком. Такий прилад є польовим транзистором з багатьма керуючими електродами. Фактично цей прилад являє собою напівпровідникову підкладку, вкриту однорідним або неоднорідним шаром діелектрика (зазвичай це оксид кремнію) і на цей діелектрик досить близько один до одного нанесені окремі затвори польового транзистора – електроди перенесення. На рис. 7.6 наведено випадок, якщо сигнальний зарядовий пакет розташований під середнім електродом, напруга на якому більша, ніж на сусідніх. Якщо на  $i$  польовий електрод подавати напругу, що відповідає співвідношенню  $V_{i+1} > V_i$ , то заряд, який розташований у  $i$  кишени області просторового заряду, буде перетікати в  $i+1$ , і навпаки. Змінюючи напругу, синхронізуючи її потактово, можна потактово переносити сигнальний заряд з однієї області просторового заряду в іншу.

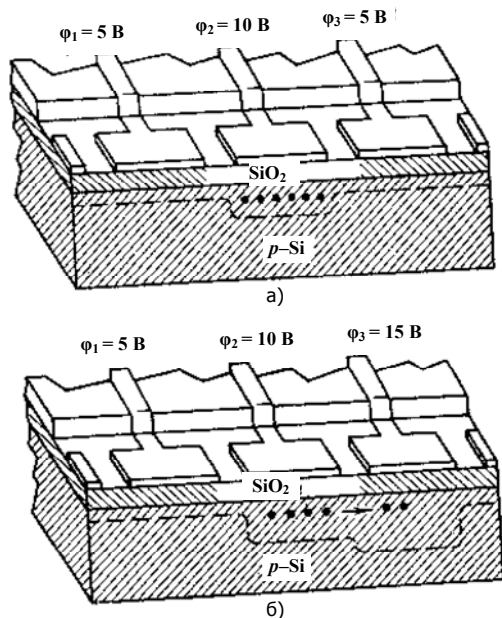


Рис. 7.6. Структура приладу із зарядовим зв'язком:  
 а) розподіл напруги при формуванні зарядового пакета; б)  
 напруга на затворах при відповідному русі зарядового пакета

На практиці для забезпечення направленої руху сигнального пакета заряду вздовж однієї координати використовуються трифазні електродні структури, оскільки при їх виготовленні досить легко технологічно забезпечити умови малих (0,5–1,0 мкм) міжелектродних відстаней. Для уникнення розтікання сигнального заряду через бокові, перпендикулярні до напрямку перенесення сигнального заряду області, використовуються різні технологічні методи бокового обмеження каналу перенесення. Це може бути додаткове легування підкладинки, що змінить область просторового заряду в цьому напрямку або використання додаткових керуючих електродів, які перебувають під потенціалом, що зсуває вигин зон у приграничній області напівпровідника в режим акумуляції. На основі таких структур створюються лінії затримки, реєстри, матриці фотоприймачів тощо.

### *7.4.3. Енергонезалежні елементи пам'яті. Прилади з плаваючим затвором і МДОН-транзистори*

На основі МДН-структур можуть бути сконструйовані прилади, які дозволяють розв'язати гострі проблеми сучасної мікроелектронної техніки. Сьогодні успішно розробляються і виготовляються прилади на основі МДН-структур, які дозволяють створювати напівпровідникові інтегральні запам'ятовуючі пристрої, у яких можливий електричний перезапис програми або енергетично незалежні запам'ятовуючі пристрої з довільною вибіркою. Енергонезалежні елементи пам'яті можна розділити на два класи: прилади із плаваючим затвором і структури з подвійним діелектриком (т. зв. структури метал–діелектрик–оксид–напівпровідник (МДОН)). Запис заряду в них відбувається при інжекції носія з кремнію через оксид. Заряд зберігається або в металевому електроді, що перебуває при плаваючому потенціалі (у структурах з плаваючим потенціалом) або на межі поділу оксиду кремнію з іншим діелектриком (у МДОН-структурах). Цей заряд змінює порогову напругу МДН-транзистора і доти, доки він існує, транзистор "пам'ятає" записану інформацію. Оцінки показують, що цей заряд може зберігатись більше 100 років. Стирання інформації може відбуватися або електричним керуванням відповідних потенційних бар'єрів, або опроміненням структури високоенергетичним, наприклад, ультрафіолетовим, опроміненням. На рис. 7.7 зображено енергетичну зонну діаграму елемента пам'яті з плаваючим затвором.

На основі описаних ефектів створюються структури метал–нітрид кремнію–оксид–напівпровідник. У цих структурах ізолятор, що розташований під польовим електродом, має декілька діелектричних шарів. Сенс такої діелектричної композиції полягає в тому, що кожний із шарів (напр., нітрид кремнію та оксид кремнію) має свою заборонену зону. Оксид кремнію порядку 9,6 еВ, а нітрид кремнію 5,4 еВ.

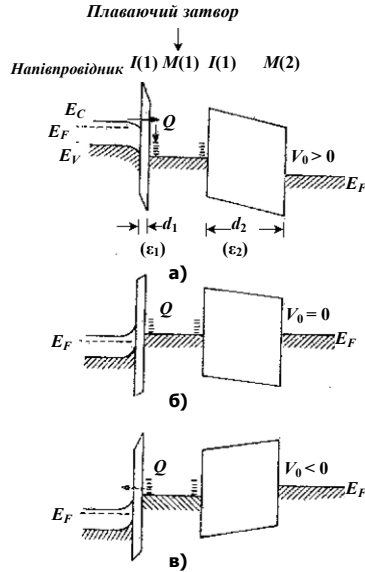


Рис. 7.7. Енергетична зонна діаграма елемента пам'яті з плаваючим затвором: а) захоплення заряду у плаваючий затвор при зовнішньому зміщенні; б) збереження заряду при зовнішньому зміщенні, що дорівнює нулю; в) "стирання" заряду при зовнішньому зміщенні

Уявімо собі, що товщина оксиду кремнію ( $\text{SiO}_2$ ) порядку  $200 \text{ \AA}$  і нітриду кремнію ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) порядку  $600 \text{ \AA}$ . Тоді електрони, інжектовані з напівпровідника через область  $\text{SiO}_2$  в область  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , будуть зберігатись у ній, захопившись глибокими пастками, які існують у  $\text{Si}_3\text{N}_4$  і на межі поділу  $\text{Si}_3\text{N}_4\text{-SiO}_2$ , і за вимкненої зовнішньої напруги. При цьому слід зазначити, що для надійнішого збереження інжектованого заряду межа поділу між  $\text{Si}_3\text{N}_4$  і  $\text{SiO}_2$  додатково легується, наприклад золотом. Таке легування призводить до утворення на цій межі поділу глибоких пасток, потрапивши в які носій заряду не може з них вийти за рахунок теплового збудження (тобто  $E_M \gg kT$ ). При прикладанні зворотної напруги можна "витягнути" заряд із пасток і повернути систему в початковий стан. Таким чином створюється енергонезалежна пам'ять, що дозволяє перепрограмування.

#### 7.4.4. Іон-селективні транзистори для створення сенсорів

У сучасній науці останнім часом сформувався ще один напрям, який ґрунтується на використанні унікальних властивостей МДН-структури. Уявимо собі, що замість металу МДН-структури ми будемо використовувати електроліт або селективну до певних іонів чи газів мембрану. Оскільки в електроліті або газовому середовищі є певні речовини, які, адсорбуючись на поверхні мембрани, можуть змінювати заряд на зовнішній поверхні діелектрика, то на межі поділу діелектрик–напівпровідник буде індукуватись певний заряд (оскільки структура має зберігати електронейтральність) і

$$Q_M = Q_i + eN_A W = Q_S, \quad (7.20)$$

де  $Q_M$  – заряд у мембрані;  $Q_i$  – індукований заряд у каналі;  $eN_A W_S$  – заряд області просторового заряду.

Водночас прикладена до структури зовнішня напруга за відсутності різниці робіт виходу між металом і напівпровідником падає на діелектрику  $V_0$  і в області просторового заряду  $\varphi_S$  так, що

$$V = V_0 + \varphi_S. \quad (7.21)$$

При цьому за означенням ємність є

$$C = dQ_S / d\varphi_S \quad (7.22)$$

і за будь-якої зовнішньої напруги виконується співвідношення (7.22). Ураховуючи, що ємність просторового заряду ( $C_S$ ) та ємність діелектрика ( $C_0 = \epsilon \cdot \epsilon_D / d$ ) з'єднані послідовно, маємо

$$C = C_S C_0 / (C_S + C_0). \quad (7.23)$$

Таким чином, ураховуючи (7.20) – (7.23) і знаючи параметри напівпровідника й оксиду, який використаний для створення структури, можна розрахувати залежність повної ємності від напруги на затворі. На рис. 7.8 наведено вольт-фарадну



характеристику ідеальної МДН-структури за різних режимів її вимірювання.

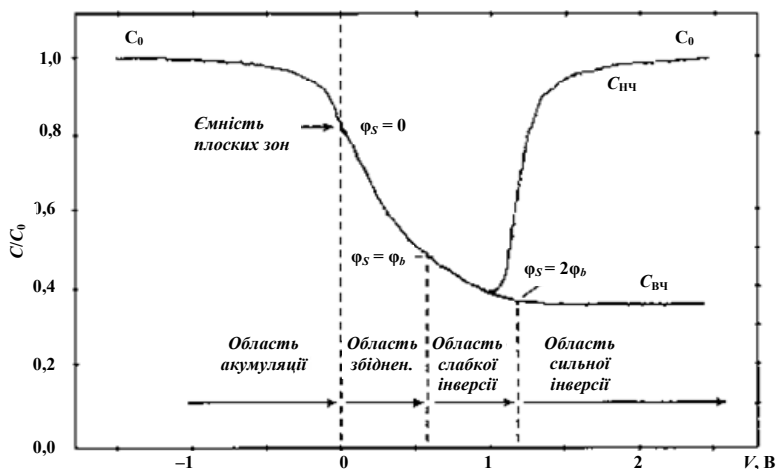


Рис. 7.8. Розраховані вольт-фарадні характеристики ідеальної МДН-структури ( $p$ -Si) для режиму низької і високої частот прикладеної до структури змінної напруги

В області  $V < 0$ , тобто акумуляції (накопиченні) дірок біля межі поділу напівпровідник-діелектрик ємність напівпровідника виявляється суттєво більшою за ємність діелектрика, тому повна ємність структури близька до  $C_0$ . Якщо прикладена до структури напруга стає більше нуля, у приповерхневому шарі утворюється збіднена область, яка працює як додатковий шар діелектрика й призводить до зменшення повної ємності структури. При подальшому збільшенні напруги відбувається перехід до стану інверсії (якщо  $n \gg p$ ) і поведінка ємності в цій області залежить від частоти модуляції змінного сигналу, що є тестовим сигналом для вимірювання ємності. За низької частоти, тобто, якщо концентрація носіїв заряду в інверсійному шарі, а отже, і довжина його змінюються з прикладеною змінною напругою, диференціальна ємність інверсійного шару значно перевищує єм-

ність діелектрика  $\epsilon$ , таким чином, ємність на низькій частоті  $C_H$  прямує до  $C_0$ . Якщо частота тестуючого сигналу досить висока, така, що параметри інверсійного шару не змінюються при дії змінного сигналу, повна ємність вольт-фарадної характеристики виходить на деяке мінімальне значення ємності  $C_b$ , яке визначається товщиною характерної для режиму сильної інверсії.

Однак такий випадок справедливий для ідеальної структури, тобто такої, коли ні в оксиді, ні на межі поділу немає ні пасток, ні вбудованого (у технологічному процесі виготовлення) заряду. У дійсності, на межі поділу оксид-кремній існує заряд  $Q_{SS}$ , що являє собою заряд поверхневих станів, що фактично є пастками електронів, які лежать у забороненій зоні кремнію. Окрім цього, в оксиді є вбудований заряд, роль якого зводиться до екранування зовнішнього електричного поля, прикладеного до структури. Природа цього заряду пов'язана із зарядом, захопленим в оксиді на пастки  $Q_T$ , зарядом рухомих іонів  $Q_M$  (напр., лужних металів) і фіксованим зарядом, що обумовлений технологічними причинами і виник у процесі зростання оксиду  $Q_F$ . Ураховуючи, що різниця робіт виходу напівпровідника і зовнішнього металу (або середовища  $\phi_{MS}$ ) не дорівнюють одна одній, маємо такий випадок, що зсув реальної вольт-фарадної характеристики щодо ідеальної можна записати як

$$\Delta V = \phi_{MS} - (Q_{SS}(\phi_S) + Q_T + Q_M + Q_F) / C_0. \quad (7.24)$$

Сучасні технологічні методи дозволяють отримати МДН-структури практично з ідеальними вольт-фарадними характеристиками. Як видно з (7.24), сумарний знак заряду в оксиді призводить до відповідного зсуву ідеальної вольт-фарадної характеристики, як це зображено на рис. 7.9, таким чином, є параметром, що характеризує або технологічний процес виготовлення МДН-структури, або обмін зарядом із будь-яким зовнішнім середовищем.

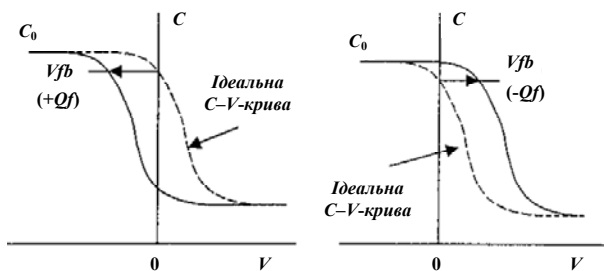


Рис. 7.9. Зсув вольт-фарадних кривих по осі напруг, викликаний додатним (а) і від'ємним (б) інтегральним зарядом в оксиді

Експериментальні дослідження показали, що деякі діелектрики, наприклад  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ,  $\text{AgCl}$ ,  $\text{LaF}_3$  та інші можуть самі виступати в ролі чутливих мембран, що селективно реагують на іони водню, срібла, фтору, відповідно. На основі описаного ефекту з використанням багат шарових МДН-структур створені датчики (сенсори) відповідних речовин. Якщо на поверхню діелектрика нанести біологічно активну речовину, яка має селективну взаємодію лише з певною іншою біологічно активною речовиною, то матимемо прилад, який називають біосенсором на основі МДН-структури. Залишається лише додати, що майже завжди використовується багат шаровий діелектрик. Найближчий діелектричний шар до кремнію є  $\text{SiO}_2$ , щоб забезпечити мінімальну (реально  $< 10^{11} \text{см}^{-2} \text{eV}^{-1}$ ) густину поверхневих станів на межі поділу, а далі будь-яка багат шарова композиція, яка забезпечує селективність і накопичення заряду відповідно до (7.24).

## 7.5. Поняття про квантування спектра носіїв заряду в каналі

Обговорення властивостей МДН-структур буде неповним, якщо не розглянути деякі ефекти, пов'язані зі зміною енергетичного спектра електронного газу в приповерхневому каналі. У розд. 1 ми розглядали випадок, якщо тверде тіло має нескінченну періодичність зі сталою ґратки в усіх трьох напрямках. При цьо-

му довжина хвилі де Бройля носія заряду, що рухається в такому твердому тілі, завжди буде значно менше лінійних геометричних розмірів такого твердого тіла.

Розглянемо випадок, якщо в напівпровідникових плівках або в приповерхневій області просторового заряду довжина хвилі де Бройля носія заряду буде того самого порядку, що й геометричний розмір кристала, наприклад, товщина напівпровідникової плівки. У такому випадку необхідно враховувати квантування руху носіїв заряду в напрямку, який обмежений геометричними розмірами плівки. Квантування руху відбувається не тільки для електронів і дірок у кристалі, але й для інших квазічастинок, наприклад, фононів та екситонів. Цю групу ефектів називають квантово-розмірними ефектами в напівпровідниках. Розглянемо один із них, який спостерігається в інверсному шарі електронів МДН-структури.

Для початку вважатимемо, що електрони розташовані в прямокутній потенційній ямі, розміром  $d$  – товщини плівки. Якщо  $d < \lambda$  ( $\lambda$  – довжина хвилі де Бройля), то проекція квазіімпульсу  $k_z$ , перпендикулярна до площини плівки буде невизначеною. Тому енергія електрона в плівці (як і будь-якої іншої квазічастинки) визначається повздовжніми проекціями квазіімпульсу  $k_x$  і  $k_y$ , квантовим числом  $s$ , яке замінює  $k_z$ , і з припущення дії квадратичного закону дисперсії, якщо центр зони Бріллюена розташований у точці  $\vec{k} = 0$  матимемо

$$E = E(k_x, k_y, s) = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_1^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_2^*} + E_s. \quad (7.25)$$

У прямокутній нескінченно глибокій ямі розв'язок рівняння Шредінгера для квантування рівнів дає

$$E_s = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{\pi}{d} \right)^2 s^2, \quad (7.26)$$

де  $m^*$  – ефективна маса в напрямку, перпендикулярному до поверхні плівки.

Для інверсного шару в каналі МДН-структури найпростішою апроксимацією ходу потенціалу в області просторового заряду є трикутна потенціальна яма з лінійним ходом потенціалу, як це зображено на рис. 7.10.

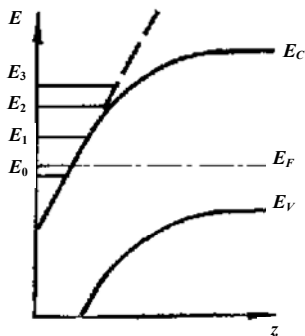


Рис. 7.10. Зонна схема приповерхневої області просторового заряду з трикутною апроксимацією ходу потенціалу та квантуванням енергетичного спектра електронів у каналі

Енергетичний спектр носіїв заряду в області просторового заряду в загальному вигляді знаходять із самоузгодженого розв'язку рівняння Шредінгера та рівняння Пуассона. Для інверсного шару  $n$ -типу в напівпровіднику  $p$ -типу значення квантованих рівнів енергії електронів має вигляд

$$E_s = \frac{1}{2} \left[ \frac{(3\pi e E_z \hbar)^2}{m^*} \right] \cdot \left( s + \frac{3}{4} \right)^{2/3}, \quad (7.27)$$

де  $E_z = \frac{e}{\varepsilon_2 \varepsilon_0} (N_A L + \Gamma_e)$  – величина поля в інверсному шарі;  $\varepsilon_2$  – діелектрична проникність напівпровідника;  $N_A$  – концентрація акцепторів у  $p$ -області;  $L$  – довжина області просторового заряду;  $\Gamma_e$  – концентрація електронів згідно з (7.3).

Як видно із (7.27), за  $s = 0$  перший дискретний рівень не збігається з дном зони провідності, а розташований вище нього на величину

$$E_s = \frac{1}{2} \left[ \frac{(3\pi e E_z \hbar)^2}{m^*} \right] \cdot \left( \frac{3}{4} \right)^{2/3}. \quad (7.28)$$

Із (7.27) також видно, що зі збільшенням квантового числа  $s$  відстань між дискретними рівнями зменшується і спектр стає квазінеперервним.

Якщо змінюється енергетичний спектр електронів, то має змінюватись і густина станів у підзонах. За квадратичним законом дисперсії (7.25), проводячи такий самий аналіз, як і при відшуканні (3.6) і (3.7), для густини станів у тривимірному випадку для квантованого спектра матимемо густина станів у одній підзоні:

$$N(E) = \frac{r \sqrt{m_1^* m_2^*}}{\pi \hbar^2} S, \quad (7.29)$$

де  $S$  – площа плівки,  $r$  – кількість двовимірних підзон. Таким чином, із (7.29) отримуємо, що густина станів на одиницю об'єму плівки така:

$$N_{\text{підзон}} = \frac{r \sqrt{m_1^* m_2^*}}{\pi \hbar^2} \cdot \frac{1}{d}. \quad (7.30)$$

Із (7.30) видно, що густина станів у підзоні не залежить від енергії та номера підзони, на відміну від тривимірного випадку (3.7). Однак є інша характерна залежність густини станів у підзоні. Вона спадає за гіперболічним законом, якщо товщина плівки збільшується. За певного значення  $d$  починає заповнюватись наступна підзона і густина станів стрибкоподібно збільшується до величини  $N_{\text{підзон}}(d_n)$ .

Таким чином, виникає осцилююча залежність густини станів у плівці залежно від її товщини. На рис. 7.11 наведено залежність густини станів від товщини плівки. Зрозуміло, що положення стрибків (за товщин  $d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, d_n$ ) залежить від ходу потенці-

алу в плівці, але незалежно від форми потенціалу зберігаються осциляції при розмірному квантуванні.

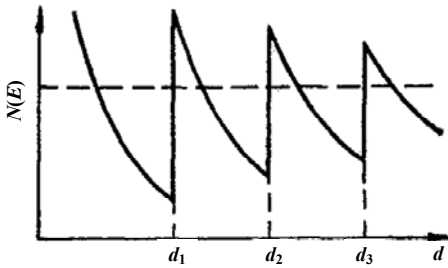


Рис. 7.11. Залежність густини станів від товщини плівки при розмірному квантуванні

Повна густина станів у плівці, за заданої енергії  $E$ , що відповідає заповненій підзоні  $m = s$  у випадку апроксимації ходу потенціалу прямокутною ямою, визначається співвідношенням

$$E_m = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* d^2} m^2. \quad (7.31)$$

Для експериментального спостереження квантово-розмірних ефектів необхідне виконання певних умов. Перш за все, температура має бути такою, щоб теплові флуктуації не "розмивали" відокремлені одна від одної підзони:

$$kT < E_{s+1} - E_s. \quad (7.32)$$

"Розмиття" дискретного спектра може відбуватися внаслідок розсіювання носіїв заряду. Ураховуючи всі механізми розсіювання  $\tau_s$ , можна оцінити "розмиття" рівня, використовуючи співвідношення невизначеності

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\tau_s} = \frac{e\hbar}{m^* \mu_s} \ll E_{s+1} - E_s. \quad (7.33)$$

Оскільки енергетична відстань між підзонами зі зростанням  $s$  зменшується, то найкращі умови для спостереження квантово-розмірних ефектів будуть за малих  $s$  або за  $s = 0$ . Умова заповнення нижчих підзон накладає умову на концентрацію носіїв заряду. Вона залежить від форми потенціалу і для найпростішого випадку прямокутної потенційної ями має вигляд

$$n < \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{1}{d^3}. \quad (7.34)$$

В інверсних каналах МДН-структур із кремнію за

$$E_z = 4 \cdot 10^5 \text{ В} \cdot \text{см}^{-1}, \quad m^* = 0,5 \cdot m_e, \quad E_0 = 4,5 \cdot kT$$

та  $\Delta E = E_1 - E_0 = 3,4 \cdot kT$

критерії (7.32), (7.33) і (7.34) виконуються для реальних значень  $\mu_s$ . Умови утворення двовимірного газу в області просторового заряду також можна створити для інших напівпровідників, наприклад, таких: Ge, InSb, In As та ін.

## 7.6. Запитання для самоконтролю та задачі

1. Яка природа існування поверхневих станів на поверхнях напівпровідників?
2. Чим обумовлена зміна електропровідності в приповерхневому шарі напівпровідника при прикладанні зовнішнього електричного поля перпендикулярно до поверхні?
3. Чим визначається питомий опір каналу польового транзистора?
4. Чим визначається швидкодія польового транзистора?
5. Якими процесами обумовлене формування та рух зарядового пакета?
6. Як можна оцінити час збереження заряду в енергонезалежних елементах пам'яті?
7. Що таке режим низької та високої частоти вольт-фарадної характеристики польового транзистора?
8. Чим обумовлене квантування допустимої енергії носіїв заряду в каналі?
9. За яких зовнішніх умов можна спостерігати ефекти, пов'язані зі зміною спектра енергетичних носіїв у каналі?
10. **Задача.** Використовуючи вираз для визначення енергетичних рівнів квантування для нескінченної прямокутної ями, оцінити товщину напівпровідникової плівки, за якої можна спостерігати розділені стани за температур:  $T = 300 \text{ К}$ ,  $T = 100 \text{ К}$  та  $T = 30 \text{ К}$  для типових значень параметрів кремнію та арсеніду галію.



## Розділ 8

### КОНТАКТНІ ЯВИЩА В НАПІВПРОВІДНИКАХ

#### 8.1. Контакт метал–метал, метал–напівпровідник

Розглянемо контакт двох металів з різною роботою виходу. При утворенні контакту (утворення спільного рівня Фермі в системі) на межі поділу має існувати контактна різниця потенціалів. Величина цієї контактної різниці потенціалів дорівнює різниці робіт виходу електронів з кожного із металів:

$$eV_k = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (8.1)$$

При цьому має виникнути електричне поле, величина якого  $E_k = \frac{V_k}{d}$ , де  $d$  – відстань між різними металами, що утворили спільну систему. Згідно з теоремою Гаусса існування поля приводить до існування заряду, і величина цього заряду дорівнює  $\sigma_s = \varepsilon\varepsilon_0 E_k = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 V_k}{d}$ . Якщо вважати, що відстань між металами, які утворили контакт, за порядком величини дорівнює сталій ґратки, то величина поверхневого заряду, що повинен забезпечити існування контактної різниці потенціалів на поверхні є величиною порядку  $10^{13} \text{ см}^{-2}$ . Ця величина на один-два порядки менша від величини поверхневої концентрації електронів, що виходять на поверхню з об'єму металів (порядку  $10^{15} \text{ см}^{-2}$ ). Тобто електронне поле контактної різниці потенціалів металів не заглиблюється в метал на відстань, порядку сталої ґратки, оскільки поверхневим зарядом  $\sigma_s$ , що зумовлений контактною різницею потенціалів, можна знехтувати щодо власного поверхневого заряду металу.

Реальний випадок значно складніший, насамперед за рахунок різної діелектричної проникності двох контактуючих середовищ і електронних властивостей металів (напр., законів дисперсії

металах або форми фермі-поверхонь). Проте в нашому феноменологічному підході описаний вище випадок досить правдиво відображає реальність.

Інший випадок спостерігаємо при контакті металу з напівпровідником. Вважатимемо, що робота виходу в напівпровіднику ( $\phi_2$ ) менша від роботи виходу в металі ( $\phi_1$ ). Нехай концентрація електронів у напівпровіднику дорівнює  $10^{15} \text{ см}^{-3}$ , контактна різниця потенціалів  $V_k = 1 \text{ eV}$ , відстань між напівпровідником і металом  $10^{-4} \text{ см}$ . Тоді різниця концентрацій електронів, що обумовлені контактною різницею потенціалів, дорівнює величині порядку  $10^9 \text{ см}^{-2}$ , а із самого напівпровідника на поверхню виходить  $10^{10} \text{ см}^{-2}$ . Зрозуміло, що зовнішнє поле несуттєво змінює поле в напівпровіднику. У випадку, якщо відстань між металом і напівпровідником стане порядку  $10^{-7} \text{ см}$ , заряд утворений контактною різницею потенціалів буде порядку  $10^{12} \text{ см}^{-2}$  і вимагатиме певного перерозподілу заряду в напівпровіднику для збереження електронейтральності в області межі поділу метал-напівпровідник. Цей перерозподіл заряду можна трактувати як вигин зон у напівпровіднику, оскільки саме цей вигин зон призведе до перерозподілу концентрації носіїв заряду в області межі поділу. Хід потенціалу чи зміну енергії в системі за рахунок впливу заряду, розташованого на межі поділу, можна знайти, розв'язуючи рівняння Пуассона. В одновимірному випадку це рівняння матиме вигляд

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_2\epsilon_0} \quad \text{або} \quad \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -\frac{e\rho(x)}{\epsilon_2\epsilon_0}. \quad (8.2)$$

У загальному випадку густину заряду в області вигину зон можна записати таким чином:

$$\rho(x) = e(N_D - N_{De} - n + p), \quad (8.3)$$

де  $N_D - N_{De}$  – концентрація іонізованих донорів ( $N_D$  – концентрація донорних рівнів;  $N_{De}$  – концентрація електронів на них). В об'ємі напівпровідника в рівноважному стані кількість вільних електронів ( $n_0$ ) дорівнює сумі іонізованих донорів і кількості

вільних дірок у валентній зоні ( $p_0$ ) (умова електронейтральності), тобто

$$p_0 + (N_D - N_{De}) - n_0 = 0. \quad (8.4)$$

Знайдемо із (8.4)  $N_D - N_{De}$  і, підставляючи в (8.3), матимемо

$$\rho(x) = e[(p - p_0) - (n - n_0)]. \quad (8.5)$$

Концентрації  $n_0$  і  $p_0$  відповідно можна записати в області вигину зон  $\varphi(x)$  як:

$$n(x) = n_0 e^{\frac{-\varphi(x)}{kT}} \quad \text{та} \quad p(x) = p_0 e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}.$$

Тоді (8.5) можна переписати у вигляді

$$\rho(x) = e[p_0 (e^{\frac{\varphi(x)}{kT}} - 1) - n_0 (e^{\frac{-\varphi(x)}{kT}} - 1)]. \quad (8.6)$$

У загальному вигляді рівняння (8.2) з правою частиною у вигляді (8.6) не може бути розв'язане аналітично. Випадок, коли рівняння (8.2) може бути розв'язане аналітично, відповідає умові  $\rho(x) = \text{const}$ . За цією умовою область просторового заряду називається *шаром Шотткі*. Зрозуміло, що із (8.6) можна сформулювати обмеження на  $\varphi(x)$ , якщо буде виконуватись умова, що  $\rho(x) = \text{const}$ . Вважатимемо, що наш напівпровідник  $n$ -типу, і тоді ці умови будуть такими:

$$n_0 \gg n_0 e^{\frac{-\varphi(x)}{kT}} \quad \text{та} \quad n_0 \gg p_0 e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}. \quad (8.7)$$

Перша умова свідчить, що висота бар'єра має бути не меншою  $(2-3)kT$ , щоб можна було знехтувати експонентою в другому доданку рівняння (8.6). Можна показати, що друга умова (8.7) фізично означає нехтування дірками в області шару Шотткі, і її можна записати у вигляді

$$\varphi(0) < E_g - 2\mu + \frac{3}{2}kT \ln \frac{m_e}{m_h}.$$

Тоді повна умова шару Шотткі набуде вигляду

$$(2-3)kT < \varphi(0) < E_g - 2\mu + \frac{3}{2}kT \ln \frac{m_e}{m_h}, \quad (8.8)$$

За цієї умови рівняння (8.2) можна записати у вигляді

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = -\frac{e^2 n_0}{\varepsilon_2 \varepsilon_0}. \quad (8.9)$$

Сформулюємо граничні умови:

$$\begin{aligned} x = 0, \varphi(0) = \varphi_0, E(0) = E_0, \\ x = L, \varphi(L) = 0, E(L) = 0. \end{aligned} \quad (8.10)$$

Інтегруючи рівняння (8.9) двічі, отримаємо

$$\varphi(x) = \frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} \left( \frac{x^2}{2} + Ax + B \right). \quad (8.11)$$

Використовуючи граничні умови  $E(L) = 0$  і  $\varphi(L) = 0$ , знаходимо значення  $A = -L$  та  $B = L^2/2$ .

Таким чином, залежність ходу потенціалу в області просторового заряду (шару Шотткі) і залежність поля в цій самій області матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{e^2 n_0}{2\varepsilon\varepsilon_2} (L-x)^2, \\ E(x) &= \frac{1}{e} \cdot \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{en_0}{\varepsilon\varepsilon_2} (L-x). \end{aligned} \quad (8.12)$$

На рис. 8.1 наведено енергетичну зонну діаграму контакту метал–напівпровідник з урахуванням спадання напруги в області перехідного шару (див. далі), а також залежність вигину зон і поля в області просторового заряду.

Як видно з (8.12) потенціал в області шару Шотткі змінюється з координатою по параболі, а поле – лінійно. Згідно з (8.12) величина поля на межі поділу та довжина шару Шотткі відповідно дорівнює

$$L = \left( \frac{2\varepsilon\varepsilon_2\varphi_0}{e^2 n_0} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad E_0 = -\frac{2\varphi_0}{eL} = -\left( \frac{2\varphi_0 n_0}{\varepsilon\varepsilon_2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (8.13)$$

Оцінки показують, що за  $\varphi_0 = 1$  еВ,  $\varepsilon_2 = 10$ ,  $n_0 = 10^{15}$  см<sup>-3</sup> величина  $L \approx 10^{-4}$  см. Тобто, якщо величина вигину зони провідності змінюється, то змінюється відповідно і концентрація електронів у цьому шарі. Зміну концентрації вільних носіїв заряду в шарі Шотткі можна записати таким чином:

$$n(x) = N_c e^{\frac{E_F - (E_C + \varphi(x))}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}}. \quad (8.14)$$

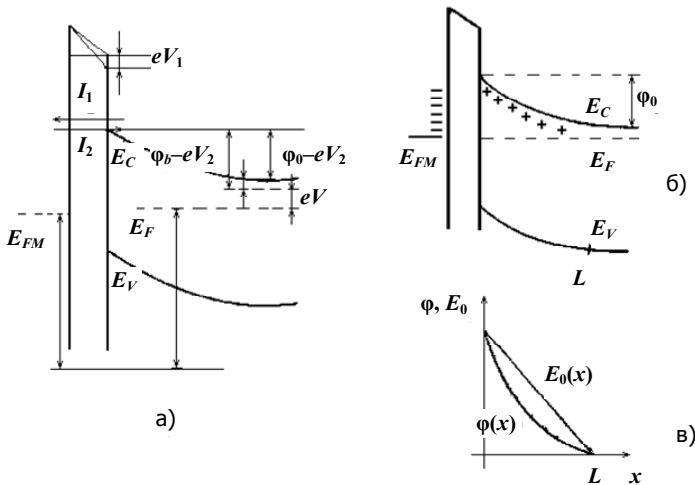


Рис. 8.1. Енергетична зонна діаграма контакту метал-напівпровідник з урахуванням спадання напруги в області перехідного шару (а), залежність вигину зон (б) і поля в області просторового заряду (в) для випадку шару Шотткі

Слід звернути увагу, що висота бар'єра  $\varphi_0$ , введена таким чином, є параметром задачі, який залежить від стану межі поділу між металом і напівпровідником. Фізичні ж властивості поверхні визначаються поверхневими електронними станами, які, у свою чергу, обумовлюють вигин зон на поверхні і, таким чином, суттєво впливають на висоту бар'єра в контакті поряд із впливом контактної різниці потенціалів, яку ми розглянули вище. Докладніше природа поверхневих станів та їх вплив на вигин зон уже була нами розглянута в розд. 7.

## 8.2. Вплив зовнішнього електричного поля на висоту потенціального бар'єра

Прикладання зовнішньої різниці потенціалів ( $V$ ) до контакту призводить до того, що вона векторно складається з контактною різницею потенціалів. Це обумовлює зміну висоти бар'єра у структурі, що змінює величину поля на межі поділу і довжину шару Шоттки таким чином:

$$L = \left( \frac{2\varepsilon\varepsilon_2(\varphi_0 \pm eV)}{e^2 n_0} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad E_0 = -\frac{2\varphi_0}{eL} = -\left( \frac{2(\varphi_0 \pm eV)n_0}{\varepsilon\varepsilon_2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (8.15)$$

Знак "-" відповідає напрузі прямого зміщення, за якої зовнішня різниця потенціалів призводить до зменшення висоти бар'єра, "+" навпаки, – до зворотного зміщення і, відповідно, до збільшення і поля на межі поділу, і ширини шару Шоттки у структурі.

За рівноважних умов, якщо зовнішня різниця потенціалів дорівнює нулю, струм у контакті також дорівнюватиме нулю, оскільки обидва струми (струм із металу в напівпровідник і струм із напівпровідника в метал) дорівнюють один одному. Якщо ввімкнути зовнішню напругу прямого зміщення, то бар'єр зменшиться і струм із напівпровідника в метал зросте. Зменшення бар'єра в найпростішому випадку буде пропорційне бальцманівському фактору  $e\frac{V}{kT}$ .

Утворення області просторового заряду призводить до утворення т. зв. бар'єрної ємності, яку можемо записати в найпростішому вигляді як ємність плоского конденсатора з відстанню між двома обкладинками конденсатора, що дорівнюють області просторового заряду

$$C = \frac{S\varepsilon\varepsilon_2}{L} = S \left[ \frac{\varepsilon\varepsilon_2 e^2 n_0}{2(\varphi_0 \pm eV)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (8.16)$$

Як бачимо із (8.15), у контакті метал–напівпровідник величиною ємності структури можна керувати, прикладаючи зовні-

шню напругу. Це дозволяє використати таку структуру для створення параметричного підсилювача.

### 8.3. Випростування на контактi метал–напiвпровiдник

Детальний аналіз вольт-амперних характеристик контакту метал–напiвпровiдник показує, що необхідно ввести ще один параметр, який характеризує проходження носiїв заряду через межу подiлу. Можливі два варіанти поведінки носiїв заряду в області просторового заряду, а саме: 1) довжина вільного пробiгу носiїв бiльша ширини шару Шоттки ( $l_{n,p} > L$ ). Цей випадок відповідає т. зв. діодній теорії випростування (*авт.*) в контактi і фізично відображає випадок, коли в області просторового заряду немає зіткнень носiїв заряду; 2) зворотнє співвiдношення ( $l_{n,p} < L$ ) відповідає дифузійній теорії випростування в контактi, що вказує на зміну енергії носія заряду при подоланні потенційного бар'єра області просторового заряду за рахунок розсіювання електронів. Залежно від наведених вище критеріїв по-рiзному будуть визначатись концентрації носiїв на межi подiлу метал–напiвпровiдник, і це суттєво впливатиме на параметри вольт-амперної характеристики.

Детальний розгляд надбар'єрного струму дає вираз діодної теорії випростування:

$$J = S \frac{en_0 v_n D_n}{4} e^{-\frac{\phi_0}{kT}} (e^{\pm \frac{eV}{kT}} - 1) = J_S (e^{\pm \frac{eV}{kT}} - 1), \quad (8.17)$$

$$J_S = S \frac{en_0 v_n D_n}{4} e^{-\frac{\phi_0}{kT}}.$$

Вольт-амперна характеристика для надбар'єрного струму у випадку дифузійної теорії матиме вигляд

$$J = S \frac{en_0 v_n D_n}{4} e^{-\frac{\varphi_0}{kT}} \frac{E_0 \mu_n}{\frac{v_n D_n}{4} + E_0 \mu_n} (e^{\pm \frac{eV}{kT}} - 1) = J_S (e^{\pm \frac{eV}{kT}} - 1),$$

$$J_S = S \frac{en_0 v_n D_n}{4} e^{-\frac{\varphi_0}{kT}} \frac{E_0 \mu_n}{\frac{v_n D_n}{4} + E_0 \mu_n}.$$
(8.18)

У (8.17) і (8.18)  $S$  – площа контакту;  $e$  – заряд електрона;  $n_0$  – рівноважна концентрація електронів у зоні провідності (або дірок у валентній зоні, якщо ми розглядаємо контакт напівпровідника  $p$ -типу);  $v_n$  – теплова швидкість електронів у нашому випадку;  $D_n$  – коефіцієнт прозорості, який для нашого випадку близький до 1. У виразах (8.17) і (8.18) знак "+" – відповідає прямому зміщенню, а знак "-" – зворотному.

Слід зазначити, що вищенаведений випадок є найпростішим і дуже рідко спостерігається в експериментальних дослідженнях. Зазвичай між напівпровідником і металом існує перехідний шар, який обумовлений перш за все різницею у хімічному зв'язку між атомами металу та атомами, з яких складається матеріал напівпровідника. У різних експериментальних випадках цей перехідний шар може вести себе по-різному, однак, загальним є те, що на цьому перехідному шарі завжди спадає додаткова напруга, яка призводить до того, що вирази для вольт-амперних характеристик набувають вигляду

$$J = J_S (e^{\frac{eV_2}{kT}} - e^{-\frac{eV_1}{kT}}),$$
(8.19)

де  $J_S$  – такі самі, як і у виразах (8.17) та (8.18), а  $V_1, V_2$  – спадання напруги в перехідному шарі (товщиною  $d$ ) та області просторового заряду, відповідно. При цьому  $V_1 + V_2 = V$ , де  $V$  – загалом прикладена до контакту напруга.

На рис. 8.2 схематично зображено вольт-амперну характеристику контакту метал–напівпровідник для випадку діодної та дифузійної теорій з урахуванням перехідного шару та за умови, якщо ним можна знехтувати. Як видно з рисунка наявність перехідного шару в контакті призводить до зменшення нелінійно-



сті вольт-амперної характеристики як для діодної, так і для дифузійної теорії.

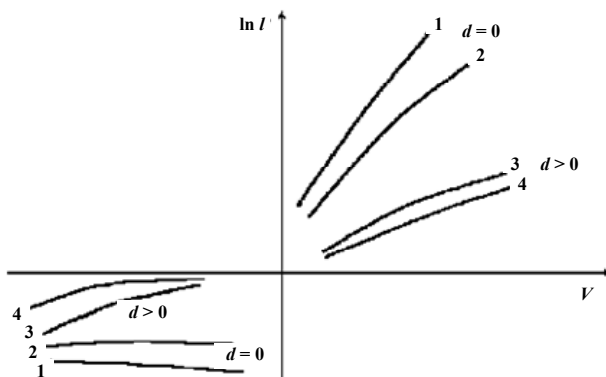


Рис. 8.2. Схематичний вигляд вольт-амперних характеристик контакту метал-напівпровідник (1, 3 – діодна теорія; 2, 4 – дифузійна теорія)

Залежно від властивостей перехідного шару та електронних станів межі поділу в контактній структурі може реалізовуватися не тільки надбар'єрний механізм перенесення струму, але й інші. Це насамперед перехід носіїв заряду через межу поділу за участі електронних станів межі поділу; тунельний перехід через області перехідного шару та просторового заряду; за участі глибоких рівнів у області просторового заряду – тунельно-резонансний і генераційно-рекомбінаційний, стрибковий (типу Пула-Френкеля) через електронні стани в перехідному шарі та області просторового заряду та ін. Теоретичний аналіз цих механізмів показує, що загальні вирази для вольт-амперної характеристики (8.19) залишаються справедливими, але для наведених вище механізмів струму  $J_S$  починають залежати від прикладеної до контакту напруги та параметрів (енергетичного положення в забороненій зоні, концентрації, перетину захоплення носіїв у відповідних областях) активних центрів, що беруть участь у перенесенні носіїв заряду.

До наведеного вище ще залишається додати, що аналіз, проведений для контакту метал-напівпровідник, може бути застосований, звичайно, у певному наближенні, для будь-якої гете-

рофазної системи, наприклад, гетеропереходу, утвореному двома напівпровідниками з різними ширинами забороненої зони і різною контактною різницею потенціалів. Докладніше ми це розглянемо, коли будемо розглядати  $p$ - $n$ -переходи та гетеропереходи.

#### 8.4. Омічні контакти

Омічні контакти необхідні для того, щоб до напівпровідника можна було під'єднати джерело живлення (струму або напруги). При цьому спадання напруги на такому контакті має бути мінімальним, а вольт-амперна характеристика – лінійна. Омичні контакти потрібні в будь-якому напівпровідниковому приладі, і можуть бути створені різними технологічними шляхами, наприклад, спеціальною обробкою поверхні напівпровідника при нанесенні металу. Для сучасної мікроелектроніки, де проблема омичних контактів  $p$ - $n$ -переходів неглибокого залягання надзвичайно актуальна, подальший розгляд є особливо важливим.

Існують три загальні фізичні моделі, які дають уявлення про явища, що відбуваються в омичному контакті: 1) антизапірний вигин зон на межі поділу метал–напівпровідник; 2) тунелювання через область просторового заряду; 3) контакт з невеликою (порядку декількох  $kT$ ) висотою бар'єра на межі поділу контакту метал–напівпровідник.

Для створення антизапірного шару області просторового заряду в першому наближенні (без урахування природи електронних властивостей поверхневих електронних станів) необхідно, щоб величина роботи виходу металу була меншою величини роботи виходу з  $n$  напівпровідника. Тоді вольт-амперну характеристику такої структури, використовуючи (8.16), можна записати таким чином:

$$J = S \frac{en_0 v_n D_n}{4} (1 - e^{-\frac{eV}{kT}}) = J_S (1 - e^{-\frac{eV}{kT}}) \quad (8.20)$$

або, враховуючи, що  $\frac{eV}{kT} \ll 1$ , матимемо

$$J = S \frac{en_0 v_n D_n}{4} \frac{e}{kT} V. \quad (8.21)$$

Опір такого омичного контакту буде дорівнювати

$$R = \frac{4kT}{e^2 n_0 v_n D_n}. \quad (8.22)$$

При тунелюванні через область просторового заряду вольт-амперна характеристика має вигляд

$$J = S \frac{en_0 v_n D_n}{4} \frac{e}{kT} V e^{-\frac{\Phi_0}{E_{00}}}, \quad (8.23)$$

де  $E_{00}$  – параметр розмірності ефективної температури. При цьому величина контактної опору дорівнює

$$R = \frac{4kT}{e^2 n_0 v_n D_n} e^{\frac{\Phi_0}{E_{00}}}. \quad (8.24)$$

У випадку тунелювання через область просторового заряду опір більше, ніж у випадку антизапірного вигину зон, оскільки величина ефективної прозорості бар'єра зменшилася, а величина  $e^{\frac{\Phi_0}{E_{00}}} > 1$ . Можна показати, що у випадку слабого вигину зон величина контактної опору дорівнюватиме

$$R = \frac{4kT}{e^2 n_0 v_n D_n} e^{\frac{\Phi_0}{kT}}. \quad (8.25)$$

Як і в попередньому випадку і з тих самих причин контактний опір буде більше, ніж у випадку антизапірного вигину зон.

Оцінки показують, що в найкращому випадку величина контактної опору може дорівнювати  $R = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{см}^{-2}$ . Реально при контактному опорі  $R = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{см}^{-2}$  проблем у роботі напівпровідникових приладів, пов'язаних з величиною контактної опору, на сучасному рівні розвитку напівпровідникових електронних приладів не виникає.

## 8.5. Прилади на основі контактів метал–напівпровідник

Використання приладів на основі контактів метал–напівпровідник у сучасній електроніці ґрунтується на їх унікальних фізичних властивостях, які є наслідком уже описаних нами фізичних явищ, а саме: 1) утворення області просторового заряду в приповерхневій області напівпровідника, величина якої змінюється при прикладанні зовнішньої напруги. Це дозволяє створювати ємності, які змінюють свої властивості залежно від прикладеної напруги; 2) відсутність інжекції неосновних носіїв заряду, що обумовлює велику швидкодію приладів на основі контактів метал–напівпровідник; 3) можливість створення контактів до напівпровідників, які характеризуються лінійною залежністю струму від напруги т. зв. омичних контактів. Вони є невід'ємними складовими будь-якого напівпровідникового приладу; 4) принципова простота технології та можливість створення контактів метал–напівпровідник на будь-яких напівпровідниках.

Отже, основна область використання контактів метал–напівпровідник – це омичні контакти, високо- та надвисоко-частотні випростувачі, підсилювачі та генератори, імпульсна техніка тощо. Розглянемо докладніше деякі застосування контактів метал–напівпровідник.

### *8.5.1. Діоди Шотткі в сучасній інтегральній електроніці*

Розглянемо один із найяскравіших прикладів використання діодів з бар'єром Шотткі в сучасній мікроелектроніці. Як ми вже зазначали, особливістю контактів метал–напівпровідник є те, що в процесі перенесення струму через межу поділу двох середовищ беруть участь основні носії заряду (на відміну від  $p$ - $n$ -переходів, які розглядатимуться далі). Отже, характерним часом встановлення рівноваги в системі при зміні зовнішньої напруги є час максвеллівської релаксації. Його можна знайти, використовуючи матеріал з підрозд. 6.4 (вираз (6.17)). Цей фізичний ефект визначає швидкодію приладів на основі контактів метал–

напівпровідник і для приладів на основі бар'єра Шоттки час перемикання може сягати  $10^{-11}$ – $10^{-12}$  с. Цей ефект широко використовується в сучасній мікроелектроніці для підвищення швидкодії інтегральних схем, які виготовлені за т. зв. транзистор-транзисторною технологією. Схеми, виготовлені за цією технологією отримали назву транзистор-транзисторна логіка (ТТЛ) і при використанні діода Шоттки між базою і колектором має назву транзистор-транзисторна логіка з бар'єрами Шоттки (ТТЛШ-логіка). На рис. 8.3 наведено схематичне зображення елемента ТТЛШ-логіки.

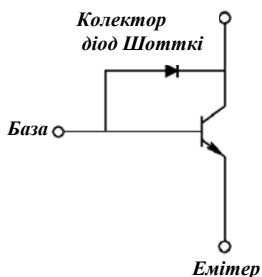


Рис. 8.3. Схематичне зображення елемента ТТЛШ-логіки

Розглянемо ефект, який досягається в такому приладі завдяки діоду Шоттки. В області насичення колекторний перехід дещо зміщений у прямому напрямку, а не зворотному. Якщо спадання напруги на діоді Шоттки при прямому зміщенні менше, ніж напруга між базою і колектором транзистора в режимі насичення, то більша частина базового струму потече через діод, у якому, як зазначалось, неосновні носії не накопичуються. Тому час насичення транзистора з бар'єром Шоттки суттєво менший від часу насичення транзистора без діода Шоттки й буде визначатися часом максвеллівської релаксації, на відміну від випадку, якщо він визначається часом дифузії і дрейфу неосновних носіїв у базі біполярного транзистора. За стандартною технологією виготовлення транзисторів (за ТТЛ-технологією) з прихованим колектором такий діод отримують шляхом нанесення більш широкого базового контакту, який перекриває (і, таким чином, з'єднує) області бази та колектора. Це технологічно дуже зручно. Поряд зі значним підвищенням швидкодії ТТЛШ-елемента переваги ТТЛШ-технології привели до широкого використання таких схем.

Другим найбільш ефективним прикладом використання унікальних властивостей контакту метал–напівпровідник у мікроелектроніці є використання бар'єра Шотткі як затвора для створення надвисокочастотних транзисторів на GaAs. Справа в тому, що при виготовленні польового транзистора на GaAs виникають технологічні проблеми щодо створення діелектричного шару з необхідними властивостями. Ці проблеми обумовлені тим, що власні оксиди GaAs не можуть бути використані як підзатворні діелектрики польових транзисторів, оскільки мають занадто малі пробивні поля й дуже нестабільні. Використання оксидів і нітридів кремнію (як у кремнієвій мікроелектроніці) також неможливе внаслідок утворення на межі поділу діелектрика з GaAs поверхневих станів дефектної природи з великою густиною. Тому як затвор найпростіше використовувати бар'єр Шотткі. На Рис. 8.4 наведено типові приклади виготовлення транзистора з бар'єром Шотткі на GaAs.

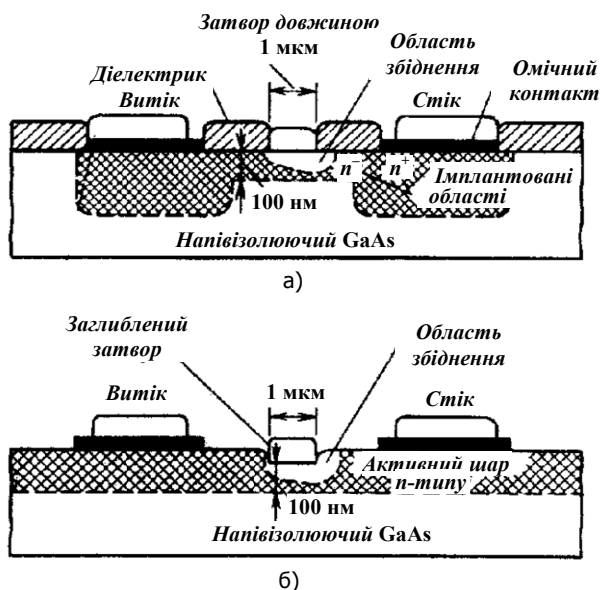


Рис. 8.4. Типова схема виготовлення транзистора із затвором Шотткі на GaAs з використанням методу локальної іонної імплантації (а), із затвором, виготовленим на шарі рівномірної товщини (б)

Робота такого транзистора (рис. 8.5) цілком аналогічна роботі польового транзистора із вбудованим каналом, яку ми описали в підрозд. 7.4.1. Підтвердженням цього є вольт-амперні характеристики планарного транзистора з бар'єром Шотткі на GaAs, виконаного за планарною технологією, які наведені на рис. 8.5.

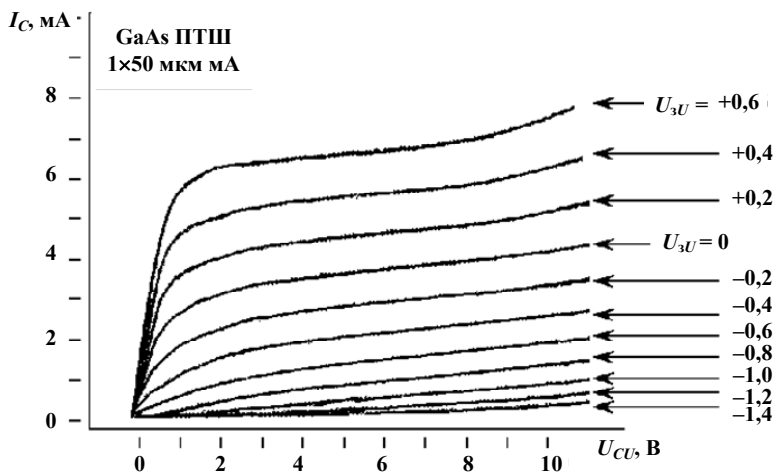


Рис. 8.5. Вольт-амперні характеристики транзистора з бар'єром Шотткі на GaAs, виконаного за планарною технологією

Як відомо, основною перевагою GaAs щодо кремнію є більша рухливість носіїв заряду в зовнішньому електричному полі, а отже, і більша критична частота приладу за однакових геометричних параметрів структури. Тому такі прилади на GaAs можуть працювати на частотах до сотень гігагерців як підсилювачі слабкого сигналу, наприклад, у системах супутникового телебачення, як потужні підсилювачі НВЧ сигналу в радіолокаційних пристроях, а в цифровій електроніці в пристроях з підвищеними вимогами до тактової частоти роботи схеми.

*8.5.2. Інші застосування  
(надвисокочастотні, імпульсні, силові діоди  
з бар'єром Шотткі)*

Детектор високочастотних коливань є головним елементом приймальних систем надвисокочастотного діапазону. Він працює за малих потужностей НВЧ-сигналу і зазвичай проводить квадратичне детектування прийнятого сигналу. Детектування називаємо "квадратичним", тому що величина сталого випрямленого струму (або напруги) пропорційна квадрату амплітуди змінної напруги. Для цього потрібно, щоб друга похідна струму від напруги (тобто вольт-амперної характеристики) не дорівнювала нулю. Щодо швидкодії та загального вигляду вольт-амперної характеристики бар'єра Шотткі цей прилад добре вписується в загальні вимоги до детектуючого приладу. Розглянемо питання про квадратичність детектування.

Вважатимемо, що спадання напруги на бар'єрі Шотткі складається зі сталого зміщення, що визначає робочу точку на вольт-амперній характеристиці та малого змінного сигналу з частотою  $\omega$  та амплітудою  $v_1$ , який детектується. Такий підхід, який ми зараз будемо проводити, отримав в літературі назву *наближення малого сигналу* і часто використовується для побудови частотних еквівалентних схем напівпровідникових приладів і визначення зв'язку вихідних параметрів діодів, транзисторів тощо із фізичними параметрами напівпровідникових структур. У зв'язку з широким використанням цього підходу і загальним концептуальним значенням розглянемо його докладніше.

Отже, сигнал на діоді Шотткі запишемо як

$$V = V(t) + v_1 \sin \omega t . \quad (8.26)$$

Підставляючи (8.26) у вираз для ідеальної вольт-амперної характеристики діода з бар'єром Шотткі в діодному наближенні (8.16) і проводячи розклад у ряд до третього члена експоненти, у показник якої входить малим параметром  $v_1 \sin \omega t$ , отримуємо такий вираз для струму:



$$I + \tilde{I} = I_S \left[ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right] + I_S \exp\left(\frac{eV}{kT}\right)^* \cdot \left[ \frac{ev_1}{kT} \sin \omega t + \frac{1}{2} \left(\frac{ev_1}{kT}\right)^2 \sin^2 \omega t \right]. \quad (8.27)$$

Усереднюючи змінну складову струму за часом, що дорівнює одному періоду НВЧ-випромінювання, маємо струм, який відповідає детектуванню:

$$I_{\text{дет}} = I_S \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) \left[ \frac{ev_1 \omega}{2\pi kT} \int_0^{2\pi/\omega} \sin \omega t dt + \frac{1}{2} \left(\frac{ev_1}{kT}\right)^2 \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \sin^2 \omega t dt \right] \quad (8.28)$$

Перший інтеграл дорівнює нулю, оскільки  $\int_0^{2\pi/\omega} \sin \omega t dt = 0$ , а

другий інтеграл з урахуванням того, що  $\sin^2 \omega t = \frac{(1 - \cos 2\omega t)}{2}$ ,

дорівнює  $\frac{\pi}{\omega}$ . Тоді

$$I_{\text{дет}} = \frac{ev_1^2}{4kTR_{\text{БШ}}}, \quad (8.29)$$

де  $R_{\text{БШ}} = \frac{kT}{eI_S \exp(eV/kT)}$  – диференційний опір бар'єра Шоттки (БШ).

З урахуванням послідовного опору ( $R_6$ ) об'єму напівпровідника (область просторового заряду становить величину порядку 0,1 мкм, а товщина пластини, з якої виготовлений окремий контакт, – близько 300 мкм) величина отриманого корисного сигналу в режимі короткого замикання (тобто опір зовнішнього кола дорівнює нулю) має вигляд

$$I_{\text{дет}} = \frac{ev_1^2}{4kT(R_{\text{БШ}} + R_6)}. \quad (8.30)$$

Однією з характеристик детекторного приладу є чутливість за струмом, що визначається як відношення сигналу струму детектування в режимі короткого замикання до поглиненої НВЧ-потужності. Зрозуміло, що цей конкретний параметр буде визначатись уже узгодженістю НВЧ-тракту й конкретними конструктивними рішеннями, які використані в конкретній системі.

Із проведеного розгляду також з'ясовано, що за неідеальної вольт-амперної характеристика (здебільшого на практиці так воно і є) експлуатаційні параметри детекторного діода будуть залежати від механізмів перенесення струму, електронних станів межі поділу в контакті метал–напівпровідник. Ці самі механізми на практиці визначаються технологією виготовлення конкретної напівпровідникової структури. Таким чином, досліджуючи фізичні властивості межі поділу контакту метал–напівпровідник, можна пов'язати їх з конкретними параметрами конкретних приладів.

Імпульсні діоди використовуються в імпульсних електронних схемах (не тільки в цифрових мікроелектронних схемах). У таких схемах напівпровідниковий діод повинен мати властивості ідеального електронного ключа, тобто мати мінімальний (а краще, щоб дорівнював 0) опір у прямому напрямку і високий опір (нескінченний) у зворотному. При цьому перехід з одного стану в інший має відбуватися за дуже малий проміжок часу. Однак це не так. Найбільшу швидкодію мають імпульсні діоди на основі бар'єрів Шотткі, на основі арсеніду галію та кремнію. Це пов'язано з тим, що вони працюють на основних носіях заряду, а ефекти накопичення та розсмоктування неосновних носіїв заряду в них відсутні. Таким чином, перехідні процеси в них визначаються лише параметрами еквівалентної схеми діода з бар'єром Шотткі, яка наведена на рис. 8.6.

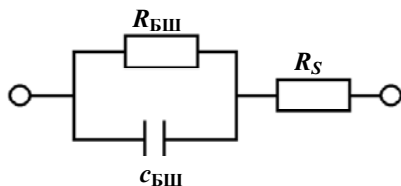


Рис. 8.6. Еквівалентна схема діода з бар'єром Шотткі

Опір і ємність діода залежать від прикладеної напруги. При зворотному зміщенні опір діода дорівнює  $R_{\text{БШ}} = \frac{kT}{eI_S} \exp\left(\frac{eV}{kT}\right)$ , різко збільшується при збільшенні зворотної напруги й змінний струм тече через ємність  $C_{\text{БШ}}$ . Водночас у системі існує послідовний опір об'єму напівпровідника  $R_S$ .

Силкові діоди з бар'єром Шотткі так само, як й імпульсні використовуються для випростування змінного струму, але призначені для великих струмів. Так само, як і в імпульсних діодах стала часу перемикання (критична частота випрямного струму визначається величиною  $\tau = R_S C_{\text{БШ}}$ ).

## 8.6. Контакт $n$ - та $p$ -типів напівпровідників (електронно-дірковий перехід)

Припустимо, утворено контакт між двома напівпровідниками різного типу провідності  $n$  і  $p$ , а межа поділу між ними різка, тобто за  $x > 0$  маємо напівпровідник  $n$ -типу, а за  $x < 0$  – напівпровідник  $p$ -типу. При цьому в системі встановився спільний рівень Фермі. Знайдемо хід потенціалу в області межі поділу та його залежність від координати. Як і для випадку контакту метал–напівпровідник шукатимемо хід потенціалу в наближенні сталої концентрації носіїв заряду в області просторового заряду. Будемо розглядати дві області – у напівпровіднику  $p$ -типу області шару просторового заряду  $d_p$ , у напівпровіднику  $n$ -типу область просторового заряду  $d_n$ . У нашому наближенні рівняння Пуассона розпадеться на два і система рівнянь матиме вигляд

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = \frac{e^2 n_{n0}}{\varepsilon\varepsilon_2} \text{ за } x > 0 \text{ у точці } x = d_d, \varphi = 0; \frac{d\varphi}{dx} = 0;$$

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = \frac{e^2 p_{p0}}{\varepsilon\varepsilon_2} \text{ за } x < 0 \text{ у точці } x = -d_p, \varphi = \varphi_0; \frac{d\varphi}{dx} = 0. \quad (8.31)$$

Після інтегрування, аналогічного тому, яке проведене в попередньому підрозділі, матимемо

$$\varphi_1 = \frac{e^2 n_{n0}}{2\varepsilon\varepsilon_2} (d_n - x)^2 \quad \text{за } 0 < x < d_n,$$

$$\varphi_2 = \varphi_0 - \frac{e^2 p_{p0}}{2\varepsilon\varepsilon_2} (d_p + x)^2 \quad \text{за } -d_p < x < 0. \quad (8.32)$$

У точці  $x = 0$  обидва розв'язки мають давати однакові значення  $\varphi(0)$  і  $\frac{d\varphi(0)}{dx}$ . Прирівнюючи  $\varphi_1 = \varphi_2$  і  $\frac{d\varphi(0)}{dx}$  та використовуючи (8.32), матимемо для  $d_{n0}, d_{p0}$  та  $d = d_{n0} + d_{p0}$ :

$$\frac{d_n}{d_p} = \frac{p_{p0}}{n_{n0}}; \quad \frac{d_{n0}}{d} = \frac{n_{n0}}{n_{n0} + p_{p0}}; \quad \frac{d_{p0}}{d} = \frac{p_{p0}}{n_{n0} + p_{p0}}. \quad (8.33)$$

Використовуючи (8.12), отримаємо

$$\varphi_0 = \frac{e^2}{2\varepsilon\varepsilon_2} \cdot \frac{n_{n0} p_{p0}}{n_{n0} + p_{p0}} \cdot d^2, \quad d = \left( \frac{2\varepsilon\varepsilon_2 \varphi_0}{e^2} \cdot \frac{n_{n0} + p_{p0}}{n_{n0} p_{p0}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (8.34)$$

Як видно з (8.34), довжина області просторового заряду більша в тій частині напівпровідника, де концентрація носіїв заряду менша. Справді, якщо  $p_{p0} \gg n_{n0}$ , то  $d \approx d_n$ . За  $n_0 = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , а  $p_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , то  $d_n = 10^{-5} \text{ см}$ , а  $d_p = 10^{-7} \text{ см}$ .

Розглянемо залежність  $d$  від зовнішньої різниці потенціалів. Зовнішня різниця потенціалів, як і для випадку бар'єра Шоттки або зменшує, або збільшує висоту бар'єра на межі поділу, тому, використовуючи (8.12), можна записати для випадку, якщо  $p_{p0} \gg n_{n0}$ :

$$d = \left( \frac{2\varepsilon\varepsilon_2 (\varphi_0 \pm eV)}{e^2} \cdot \frac{n_{n0} + p_{p0}}{n_{n0} p_{p0}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{2\varepsilon\varepsilon_2 (\varphi_0 \pm eV)}{e^2 n_{n0}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (8.35)$$

Змінюючи прикладену зовнішню напругу, ми змінюємо величину області просторового заряду, яка утворює плоский конденсатор. Таким чином, зміна  $V$  призводить до зміни заряду цього

конденсатора  $Q$ . Величина  $C = \frac{dQ}{dV}$  і є ємністю, яка обумовлена просторовим (фіксованим) зарядом на іонізованих домішках – бар'єрна ємність. Ця ємність, як і ємність плоского конденсатора може бути записана в такому вигляді  $d_n \approx d$ :

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_2 S}{d} = S \left( \frac{\varepsilon\varepsilon_2 e^2 n_{n0}}{2(\varphi_0 + eV)} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (8.36)$$

Прилад, у якого зміна ємності відбувається при зміні зовнішнього електричного поля є *варикапом*, або *варактором*.

Розглянемо поведінку носіїв заряду в  $p-n$ -переході. Припустимо, що у нас є  $p-n$ -перехід, у якому  $p_{p0} \gg n_{n0}$ , тоді концентрацію дірок у  $n$ -області за  $x = 0$  можна записати таким чином:

$$p_{n0}(0) = N_V e^{\frac{E_{Fp} - \varphi_0}{kT}} = N_V e^{\frac{E_{Fp}}{kT} - \frac{\varphi_0}{kT}} = p_{p0} e^{\frac{-\varphi_0}{kT}}. \quad (8.37)$$

На рис. 8.7 схематично зображено зонну діаграму випадку, який ми розглядаємо.

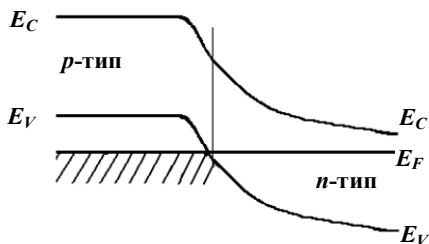


Рис. 8.7. Зонна діаграма  $p-n$ -переходу, у якому  $p_{p0} \gg n_{n0}$  і  $d_n \approx d$

Прикладемо до  $p-n$ -переходу зовнішню напругу величиною  $V$ , яка відповідає напрямку прямого зміщення. Згідно з (8.37) концентрацію неосновних носіїв можна записати як

$$p_{n0}(0) = p_{p0} e^{\frac{-(\varphi_0 - eV)}{kT}} = p_{n0}(0) e^{\frac{eV}{kT}}, \quad (8.38)$$

тобто на межі  $p-n$ -переходу концентрація неосновних носіїв збільшилася в  $e^{\frac{eV}{kT}}$  разів. Це явище має назву *інжекція неосновних носіїв*. При ввімкненні напруги у зворотному напрямку, навпаки:

$$p_{n0}(0) = p_{p0} e^{-\frac{(\varphi_0 + eV)}{kT}} = p_{n0}(0) e^{\frac{eV}{kT}}. \quad (8.39)$$

Зменшення концентрації неосновних носіїв заряду в області межі поділу  $p$ - і  $n$ -областей при зворотній різниці потенціалів має назву *екстракція*.

Розглянемо тепер, як відбуватиметься випростування струму на  $p-n$ -переході. Для простоти будемо розглядати тонкий  $p-n$ -перехід, у якому товщина квазінейтральних  $n$ - і  $p$ -областей мала і вся прикладена зовнішня напруга спадає на  $p-n$ -переході. Прикладемо до структури пряме зміщення. Тоді згідно з (8.38) на межі поділу матимемо збільшення концентрації неосновних носіїв і, якщо спадання напруги на квазінейтральних областях немає, струм буде обумовлений дифузією неосновних носіїв. Електронів у  $p$ -область і дірок у  $n$ -область. Тобто струми тепер можемо записати таким чином:

$$j_n = -eD_n \frac{dn_p}{dx} \quad \text{та} \quad j_p = -eD_p \frac{dp_n}{dx}. \quad (8.40)$$

Якщо відомі  $p_n(x)$  і  $n_p(x)$ , то можна знайти і струм. Ми вже розглядали випадок, який характеризує поведінку неосновних носіїв, і тому відомо, що їх концентрація спадає по експоненті залежно від відстані з характерним розміром  $l_{n,p}$ . Звідси можна записати

$$p_n(x) = p_{n0} + [p_n(0) - p_{n0}] \cdot e^{-\frac{x}{l_p}}, \quad (8.41)$$

$$n_p(x) = n_{p0} + [n_p(0) - n_{p0}] \cdot e^{\frac{x}{l_p}}.$$

Тоді відповідні струми можна записати відповідним чином:

$$j_n = \frac{eD_n}{l_n} [n_p(0) - n_{p0}] = \frac{eD_n n_{p0}}{l_n} (e^{\frac{eV}{kT}} - 1),$$

$$j_p = \frac{eD_p}{l_p} [p_n(0) - p_{n0}] = \frac{eD_p p_{n0}}{l_p} (e^{\frac{eV}{kT}} - 1),$$
(8.42)

а повний струм через  $p-n$ -перехід буде

$$j = j_n + j_p = e \cdot \left( \frac{D_n n_{p0}}{l_n} + \frac{D_p p_{n0}}{l_p} \right) \cdot (e^{\frac{eV}{kT}} - 1) = j_S (e^{\frac{eV}{kT}} - 1). \quad (8.43)$$

За зворотної напруги відповідно матимемо

$$j = j_S (e^{-\frac{eV}{kT}} - 1). \quad (8.44)$$

Слід зауважити, що струм через  $p-n$ -перехід переноситься неосновними носіями заряду. У цьому полягає принципова відмінність  $p-n$ -переходу від приладів на основі бар'єра Шоттки. Наслідком цього факту є те, що швидкодія  $p-n$ -переходу визначається часом життя неосновних носіїв заряду, а швидкодія приладів на основі бар'єра Шоттки визначається, як зазначалось, часом максвеллівської релаксації.

## 8.7. Прилади на основі $p-n$ -переходів

Розглянемо деякі прилади, які можуть бути створені на основі  $p-n$ -переходу. Звичайно, багато з них можуть створюватися й на бар'єрі Шоттки, про який ми вже йшлося, однак  $p-n$ -перехід має певні технологічні переваги, до яких насамперед належить більш відпрацьована технологія виготовлення, а в деяких випадках і принципові відмінності. Зупинимось на деяких приладах окремо.

### 8.7.1. Силові діоди, імпульсні та надвисокочастотні діоди

Силові діоди. У цих приладах використовується нелінійність вольт-амперної характеристики. Більша частина електроенергії, яка виробляється, споживається у вигляді постійного струму. Для

перетворення змінного струму на постійний необхідні випростувачі (*авт.*) Силові випростувачі на основі  $p-n$ -переходу є основою для створення цих випростувачів. Зазвичай це низькочастотні прилади. В окремих випадках їх критична частота досягає одиниць кілогерців. Ці прилади розраховані на великі струми та потужності. Виробництво силових діодів становить велику частку виробництва напівпровідникових приладів.

Імпульсні та надвисокочастотні діоди. Оскільки швидкодія приладів на основі  $p-n$ -переходів обмежується зазвичай мегагерцами, тому що вона визначається часом життя неосновних носіїв заряду, тому для створення імпульсних і надвисокочастотних діодів використовуються прилади на основі бар'єрів Шотткі, у яких швидкодія визначається максвеллівським часом релаксації. Проблема використання бар'єрів Шотткі для створення імпульсних і надвисокочастотних діодів полягає у створенні стабільної технології. Ця проблема в сучасному напівпровідниковому виробництві вирішена. Освоєно серійне виробництво імпульсних і надвисокочастотних, а також силових діодів з бар'єром Шотткі, які мають високі критичні частоти (порядку десятків мегагерців) і великі потужності (порядку десятків ватів).

### *8.7.2. Елементи оптоелектронної техніки: джерела світла, фотодетектори, сонячні елементи*

На основі приладів з  $p-n$ -переходом і бар'єрів Шотткі створюються фотоелектричні перетворювачі: 1) фотоелементи і сонячні елементи; 2) фотоприймачі; 3) джерела світла. Основне фізичне явище, яке використовується у фотоелементах і сонячних елементах, полягає в тому, що зовнішнє електромагнітне випромінювання поглинається або в металі, який утворює бар'єр Шотткі, або в напівпровіднику, який утворює бар'єр Шотткі чи  $p-n$ -перехід, і в електричному полі просторового заряду відбувається перерозподіл електронів і дірок, які мають різний знак, тобто і сили, що діють на них, направлені в різні боки. Із загальних міркувань випливає, що різниця потенціалів, яку можна отримати на одному такому елементі, дорівнює висоті бар'єра області просторового заряду. Послідовно з'єднані



переходи сприяють отриманню необхідної величини різниці потенціалів. Теоретично можливий коефіцієнт корисної дії таких елементів дорівнює 32 % на складних гетеросистемах на основі GaAs. Однак вартість таких систем не сприяє їх широкому використанню. Такі прилади застосовуються в космічній галузі та як елементи живлення електронної апаратури в екстремальних умовах.

Практичного застосування набули сьогодні більш дешеві, але менш ефективні фотоелектричні прилади (сонячні елементи) на основі полікристалічного або аморфного кремнію, к.к.д. яких становить 8–12 %. У промислово розвинених країнах (США, Німеччина, Японія та ін.) стає все більш популярним використанням сонячної енергетики як додаткового джерела енергії в побуті.

На відміну від фотоелементів і сонячних елементів, які створюються для використання якомога широкій частини спектра, фотоприймачі – це фотоелектричні прилади, які створюються для перетворення електромагнітного випромінювання певної частини спектра електромагнітного випромінювання на електричний сигнал і використовуються для детектування, наприклад, модульованого лазерного випромінювання. Для таких приладів найбільш важливою характеристикою є їх швидкодія, яка для фотоприймачів на основі приладів з бар'єром Шоттки сягає  $10^{-10}$ – $10^{-11}$  с.

Напівпровідникові джерела світла – це насамперед напівпровідникові світлодіоди та напівпровідникові лазери. Їх принцип дії оснований на інжекції неосновних носіїв відповідно до області  $p$  –  $n$  -переходів. Унаслідок цього процесу створюється інверсна заселеність і виникає або спонтанна зона – зона рекомбінація, тобто і випромінювання (світлодіоди), або стимульована, когерентна (напівпровідникові лазери). Ефективність цих приладів, звичайно, буде більшою для прямозонних напівпровідників (насамперед це напівпровідники типу GaAs) і дуже малою для непрямозонних напівпровідників (типу Si).

### *8.7.3. Тунельний діод*

Тунельний діод створив японський фізик Л. Есакі в 1958 р. За дослідження цього явища він отримав Нобелівську премію із

фізики. На основі тунельних діодів можуть бути створені малопотужні генератори НВЧ-діапазону. Принцип їх дії полягає в тому, що вольт-амперна характеристика  $p-n$ -переходу, створеного між двома виродженими напівпровідниками, має ділянку від'ємного диференційного опору. Ця ділянка утворюється за рахунок тунелювання електронів з  $n^{++}$ -області (так позначається сильно легована ділянка при досягненні виродження) у  $p^{++}$ -область за малих зовнішніх напруг прямого зміщення і відповідного зростання струму. При збільшенні напруги кількість вільних місць, куди можуть тунелювати електрони, різко зменшується за рахунок збігу рівня Фермі  $n^{++}$ -області із забороненою зоною  $p^{++}$ -області. Отже, струм через структуру різко обмежується, що призводить до появи ділянки від'ємного диференційного опору. На використанні цього ефекту і будуються генератори. На Рис. 8.8 наведено енергетичну діаграму тунельного  $p-n$ -переходу при прикладанні прямого зміщення до структури. Як видно з рис. 8.8, струм через таку структуру спочатку буде зростати, як це показано на рис. 8.9, досягне деякого максимального значення за певної напруги й почне зменшуватись, якщо рівень Фермі в електронному напівпровіднику збігатиметься з краєм валентної зони діркового напівпровідника.

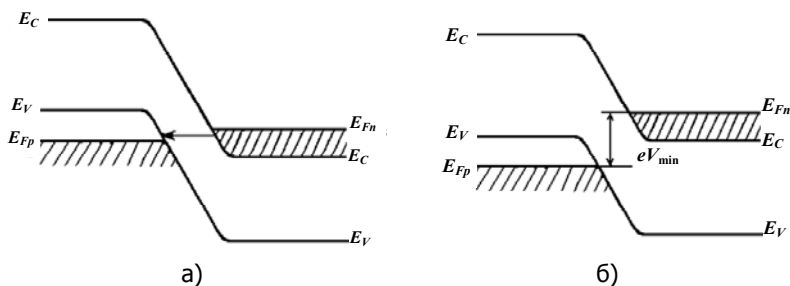


Рис. 8.8. Енергетична діаграма тунельного  $p-n$ -переходу при прикладанні прямого зміщення до структури різної величини

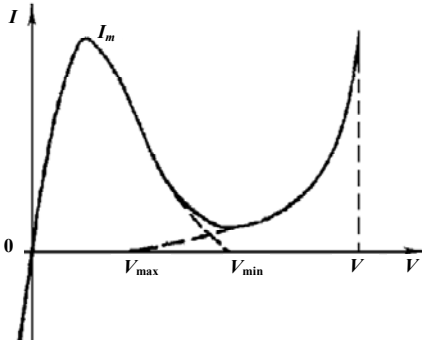


Рис. 8.9.  
Вольт-амперна  
характеристика  
тунельного діода

Із вольт-амперної характеристики видно, що в області спадаючої частини гілки її диференційна провідність від'ємна, тобто зі зростанням напруги струм спадає. Це дозволяє, обираючи робочу точку в цій області, побудувати підсилювачі або генератори змінного струму. Оскільки час тунелювання через потенціальний бар'єр становить величину  $10^{-13}$ – $10^{-14}$  с, то тунельні діоди мають велику швидкодію і можуть працювати в НВЧ-діапазоні. Теоретично здавалося б, що струм почне спадати до нуля, оскільки в забороненій зоні напівпровідника  $p$ -типу немає електронних станів, які здатні проводити струм. Однак у реальних напівпровідникових структурах в області  $p$ – $n$ -переходу існують електронні стани (зазвичай дефектної природи), які можуть забезпечити рекомбінацію носіїв заряду. На рис. 8.10 ці процеси позначено стрілками 1, 2 і 3 і вони зумовлюють той факт, що в тунельному діоді струм падаючої гілки вольт-амперної характеристики не досягає 0, а має певне кінцеве значення. Далі при збільшенні прямої напруги носії заряду з  $n$ -типу напівпровідника інжектуються в зону провідності напівпровідника  $p$ -типу і, таким чином, струм знову починає зростати.

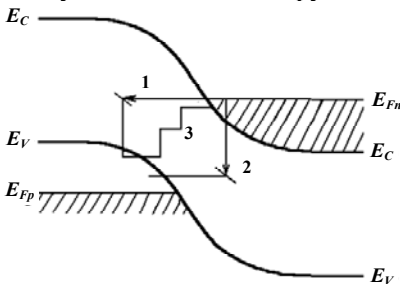


Рис. 8.10. Різні процеси  
тунелювання  
через заборонену зону  
напівпровідника,  
які зумовлюють ненульовий  
струм у точці  $V=V_{\min}$   
тунельного діода

## 8.8. Транзистор, фізика роботи

Коли йдеться про використання  $p-n$ -переходів, не можна не сказати про напівпровідниковий прилад, який побудований на використанні властивостей двох  $p-n$ -переходів одночасно. Цей прилад був винайдений американськими вченими в 1948 р. Дж. Бардінім і В. Браттейном, за який вони згодом отримали Нобелівську премію. Це – біполярний транзистор (від англ. *transfer resistor* – перетворювач опоры). Біполярні транзистори можуть бути  $n-p-n$  та  $p-n-p$  типів. Вони відрізняються тим, що базою, тобто електродом, який керує струмом між двома  $n$ - або  $p$ -областями, відповідно, є  $p$  у першому випадку і  $n$  у другому випадку. При прикладанні напруги до структури через неї тече струм і підсилення за струмом немає. При цьому один з  $p-n$ -переходів ввімкнений у прямому напрямку, а інший – у зворотному. Водночас при прикладанні невеликої змінної напруги до  $p$  у першому випадку і до  $n$  у другому відбувається змінне управління струмом через усю структуру. При цьому, якщо  $R_{\text{вх}} \gg R_{\text{вих}}$  і  $J_{\text{еміт}} = J_{\text{колект}}$ , отримуємо велику зміну напруги на виході. Коефіцієнт підсилення за напругою при такій схемі ввімкнення дорівнюватиме

$$\alpha = \frac{J_{\text{еміт}}}{J_{\text{колект}}} \cdot \frac{R_{\text{вих}}}{R_{\text{вх}}} \approx 10^2 - 10^3.$$

Таким чином, маємо прилад, який можна використовувати в будь-яких електронних схемах для підсилення, генерації та керування електронними сигналами. Ця схема підключення називається *схемою зі спільною базою*.

Існують й інші схеми підключення: зі спільним колектором і спільним емітером, але принцип роботи їх залишається таким самим. Розглянемо принцип роботи транзистора як підсилювача. На рис. 8.11 наведено схему  $p-n-p$ -транзистора, який ввімкнений за схемою із загальною базою.

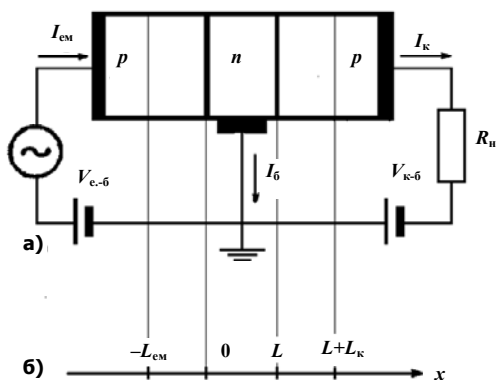


Рис. 8.11.  
 Енергетична діаграма  
 $p-n-p$ -транзистора,  
 ввімкненого за схемою  
 із загальною базою  
 (а);  
 схематичне  
 зображення  
 одновимірної моделі  
 (б)

Підсилюючі властивості транзистора характеризуються коефіцієнтом підсилення, що дорівнює відношенню зміни вихідного струму до зміни вхідного струму. У схемі підключення зі спільною базою це

$$\alpha = \left( \frac{dI_k}{dI_{em}} \right)_{V_{к-б} = \text{const}} = h_{21}. \quad (8.45)$$

Зазвичай у транзисторах геометричні розміри емітера і колектора значно більші за розміри електронів і дірок, тому виконується умова  $L_{e-к} \gg L_{n,p}$ . Тоді для густини електронного струму через емітер можна записати

$$I_{nE} = I_{ns} [\exp(eV_{e-б} / kT) - 1], \quad (8.46)$$

де  $I_{ns} = \frac{eD_n n_p}{L_n}$ , а  $V_{e-б}$  – спадання напруги на переході емітер–база. Вважатимемо для простоти, що  $D_n, L_p$  та  $n_p$  однакові в обох  $p$ -областях. Тоді для колекторного переходу матимемо

$$I_{nk} = I_{ns} [\exp(eV_{к-б} / kT) - 1], \quad (8.47)$$

де  $V_{к-б}$  – спадання напруги на колекторному переході.

Для знаходження діркового струму необхідно розв'язати рівняння неперервності в базі транзистора, урахувавши, що граничні умови такі:

$$\begin{aligned}\Delta p(0) &= p_n \left( e^{\frac{eV_{e-\delta}}{kT}} - 1 \right), \\ \Delta p(L) &= p_n \left( e^{\frac{eV_{к-\delta}}{kT}} - 1 \right).\end{aligned}\tag{8.48}$$

Тепер концентрації дірок залежно від координати може бути записана як:

$$\begin{aligned}\Delta p(x) &= \\ &= \frac{p_n}{sh\left(\frac{L}{L_p}\right)} \left\{ \left[ \exp\left(\frac{eV_{e-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] sh\left(\frac{L-x}{L_p}\right) + \left[ \exp\left(\frac{eV_{к-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] sh\left(\frac{x}{L_p}\right) \right\}.\end{aligned}\tag{8.49}$$

Звідки густина дифузійного струму в базі транзистора дорівнює

$$\begin{aligned}I_p(x) &= \\ &= \frac{I_{ps}}{sh\left(\frac{L}{L_p}\right)} \left\{ \left[ \exp\left(\frac{eV_{e-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] ch\left(\frac{L-x}{L_p}\right) + \left[ \exp\left(\frac{eV_{к-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] ch\left(\frac{x}{L_p}\right) \right\}.\end{aligned}\tag{8.50}$$

де  $I_{ps} = \frac{eD_p p_n}{L_p}$ . Тоді густина діркового струму через емітерний

перехід матиме вигляд

$$\begin{aligned}I_{pe}(x) &= \\ &= I_p(0) = \frac{I_{ps}}{sh\left(\frac{L}{L_p}\right)} \left\{ \left[ \exp\left(\frac{eV_{e-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] ch\left(\frac{L}{L_p}\right) + \left[ \exp\left(\frac{eV_{к-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] \right\},\end{aligned}\tag{8.51}$$

а через колекторний перехід

$$I_{pk}(x) = I_p(L) = \frac{I_{ps}}{sh\left(\frac{L}{L_p}\right)} \left\{ \left[ \exp\left(\frac{eV_{e-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] + \left[ \exp\left(\frac{eV_{k-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] ch\left(\frac{L}{L_p}\right) \right\}. \quad (8.52)$$

Повний струм  $\epsilon$ , як і раніше, сумою електронного та діркового струмів, відповідно, для емітера:

$$I_e = \frac{I_{ps}}{sh\left(\frac{L}{L_p}\right)} \left\{ \left[ \exp\left(\frac{eV_{e-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] ch\left(\frac{L}{L_p}\right) + \left[ \exp\left(\frac{eV_{k-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] \right\} + I_{nS} \left[ \exp\left(\frac{eV_{e-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] \quad (8.53)$$

і для колектора

$$I_k = \frac{I_{ps}}{sh\left(\frac{L}{L_p}\right)} \left\{ \left[ \exp\left(\frac{eV_{e-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] + \left[ \exp\left(\frac{eV_{k-\delta}}{kT}\right) - 1 \right] ch\left(\frac{L}{L_p}\right) \right\} - I_{nS} \left[ \exp\left(\frac{eV_{k-\delta}}{kT}\right) - 1 \right]. \quad (8.54)$$

Якщо транзистор працює в режимі підсилення, то  $V_{e-\delta} > 0$ , а  $V_{k-\delta} < 0$ .

Таким чином, параметр  $\alpha$  для транзистора, ввімкненого із загальною базою у випадку низької частоти сигналу, що підсилюється, може бути записаний у вигляді

$$\alpha = \left[ 1 + \frac{L_p}{L_n} th\left(\frac{L}{L_p}\right) \right]^{-1} sch\left(\frac{L}{L_p}\right). \quad (8.55)$$

У нашому розгляді не враховані можливості різного легування бази та емітера, рекомбінаційні процеси в базі та на межах  $p$ -і  $n$ -областей. Вони значно ускладнюють аналіз властивостей

транзистора, однак, навіть під час розгляду стає зрозумілим, що його робота цілком визначається фізичними параметрами напівпровідників, на базі яких він створений.

Аналогічно можна розглянути й інші схеми ввімкнення транзистора. До проведеного розгляду залишається лише додати, що швидкодія такого приладу характеризується часом життя неосновних носіїв заряду у  $p-n$ -переході і, таким чином, не перевищує десятки мегагерців.

На області застосування біполярних транзисторів зупинятися немає потреби, оскільки це занадто велике за обсягом питання й потребує окремого розгляду. Тут лише зазначимо, що цей напівпровідниковий прилад був і лишається основою тієї науково-технічної революції, яка відбувалась протягом останніх 50 років у твердотільній електроніці.

## 8.9. Гетероперехід

У 2000 році група вчених на чолі з Ж. І. Алфєровим отримала Нобелівську премію із фізики за роботи, виконані протягом останніх 30 років, які привели до створення і широкого використання в сучасній напівпровідниковій електроніці гетеропереходів. Контакт між двома різними напівпровідниками називається *гетеропереходом*. Таким чином, можна вважати, що контакт метал–напівпровідник і  $p-n$ -перехід (гомперехід) є двома протилежними частковими випадками гетеропереходу. Усередині цього діапазону лежать усі гетеропереходи, які насамперед можна класифікувати за типом провідності окремих напівпровідників, які входять до складу гетеропереходу. Це ізотипні ( $n-n$ ,  $p-p$ ) та анізотипні ( $n-p$ ,  $p-n$ ) гетеропереходи. І в тому, і в іншому випадку можна вважати, що гетероперехід є контактом між двома матеріалами, які утворюють області просторового заряду



на межі поділу двох матеріалів і, таким чином, застосувати аналогічний підхід для побудови енергетичної діаграми гетеропереходу, який ми застосовували при розгляді контакту метал-напівпровідник і  $p$ - $n$ -перехід. Для цього слід знати основні параметри напівпровідників, які утворюють гетероперехід. Вони наведені на рис. 8.12 та 8.13. Це насамперед зовнішня робота виходу ( $\chi_{1,2}$ ), енергія електронної спорідненості ( $\chi_{01,02}$ ), ширина заборонених зон ( $\Delta E_{1,2}$ ), сталі кристалічної ґратки. Тепер розглянемо будову енергетичної діаграми ідеального  $p$ - $n$ -гетеропереходу.

Вважатимемо, що ширина забороненої зони першого напівпровідника  $p$ -типу  $\Delta E_1$  менша ширини другого напівпровідника  $n$ -типу  $\Delta E_2$ , а також, що енергія електронної спорідненості першого напівпровідника  $\chi_{01}$  більша за енергію електронної спорідненості другого напівпровідника  $\chi_{02}$ . Такий ідеальний випадок без урахування поверхневих станів, без взаємодії двох напівпровідників зображений на рис. 8.14, а, де  $\chi_1$  і  $\chi_2$ , відповідно, положення рівня Фермі в напівпровідниках  $p$ - і  $n$ -типів і зовнішні роботи виходу з двох матеріалів. Як видно з рис. 8.14, а, спостерігається єдиний рівень вакууму в такій системі.

Властивості напівпровідників

Напів- провідники	Ширина забороненої зони, еВ		Кристалічна структура	Постійна гратки за 300 К, А	Відносна статична діелектрична проникність	Енергія електронної спорідненості, еВ	Температурний коефіцієнт лінійного розширення, К <sup>-1</sup>
	(0 К)	(300 К)					
Ge	0,74	0,67	Алмаза	5,65748	16	4,13	5,8·10 <sup>-6</sup>
Si	1,16	1,12	----	5,43086	11,8	4,01	2,6·10 <sup>-6</sup>
SiC	3,1	3	Цинкової обманки	4,358	10	4,0	2,9·10 <sup>-6</sup>
GaSb	0,81	0,69	----	6,0955	15	4,06	6,7·10 <sup>-6</sup>
GaAs	1,52	1,43	----	5,6534	10,9	4,07	5,9·10 <sup>-6</sup>
GaP	2,40	2,25	----	5,4505	10	4,0	5,8·10 <sup>-6</sup>
InSb	0,235	0,17	----	6,4788	18	4,59	5,04·10 <sup>-6</sup>
InAs	0,43	0,36	----	6,0585	12,5	4,90	5,19·10 <sup>-6</sup>
InP	1,42	1,28	----	5,8688	12,1	4,40	4,5·10 <sup>-6</sup>
CdS	2,58	2,42	В'юрциту	$a = 4,16$ $c = 6,756$	8,9	4,79	4·10 <sup>-6</sup> (⊥c) 4·10 <sup>-6</sup> (  c)
CdSe	1,85	1,74	Цинкової обманки	6,05	10	4,95	
CdTe	1,60	1,50	----	6,477	10,9	4,28	5·10 <sup>-6</sup>
ZnS	3,7	3,6	----	5,42	8,3	3,9	6,2·10 <sup>-6</sup>
ZnSe	2,8	2,58	----	5,667	8,1	4,09	7,2·10 <sup>-6</sup>
ZnTe	2,39	2,28	----	6,101	9,7	3,53	8,3·10 <sup>-6</sup>

Рис. 8.12. Основні кристалографічні та електричні параметри найбільш поширених напівпровідників

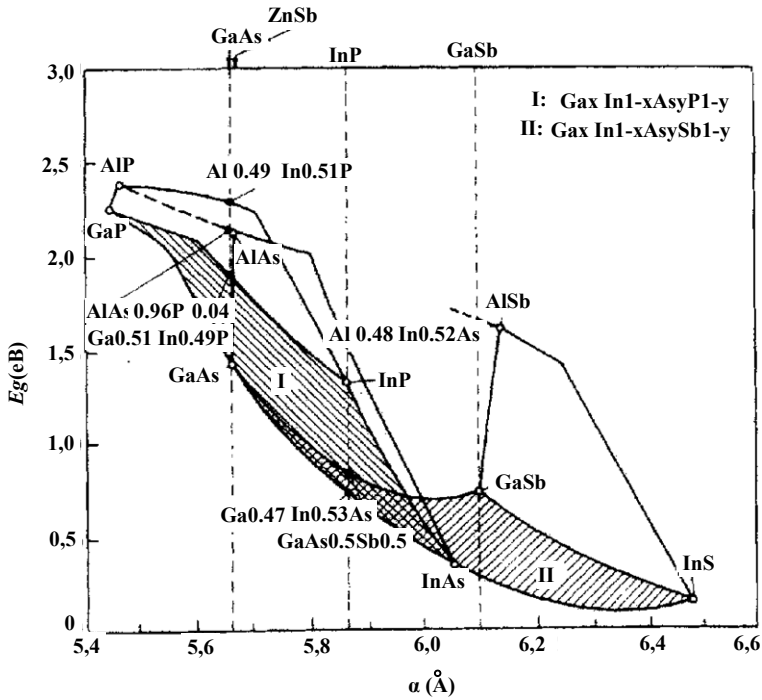


Рис. 8.13. Залежність ширини забороненої зони від сталої кристалічної ґратки деяких потрійних і четверних сполук типу  $A^3B^5$

Після утворення контакту між розглянутими двома напівпровідниками за рахунок обміну електронами встановлюється єдиний рівень Фермі для всієї системи (рис. 8.14, б), а положення рівня Фермі системи позначене на рис. 8.14, б як  $E_F$ . Виходячи з цього, енергетичну діаграму можна будувати таким чином. Рівень енергії електрона у вакуумі має бути розташований на відстанях, що дорівнюють термодинамічним роботам виходу ( $\chi_1$  і  $\chi_2$ , відповідно). Різниця між ними, як і у випадку контакту метал–напівпровідник, є контактною різницею потенціалів, тому  $eV_k = \chi_1 - \chi_2$ .

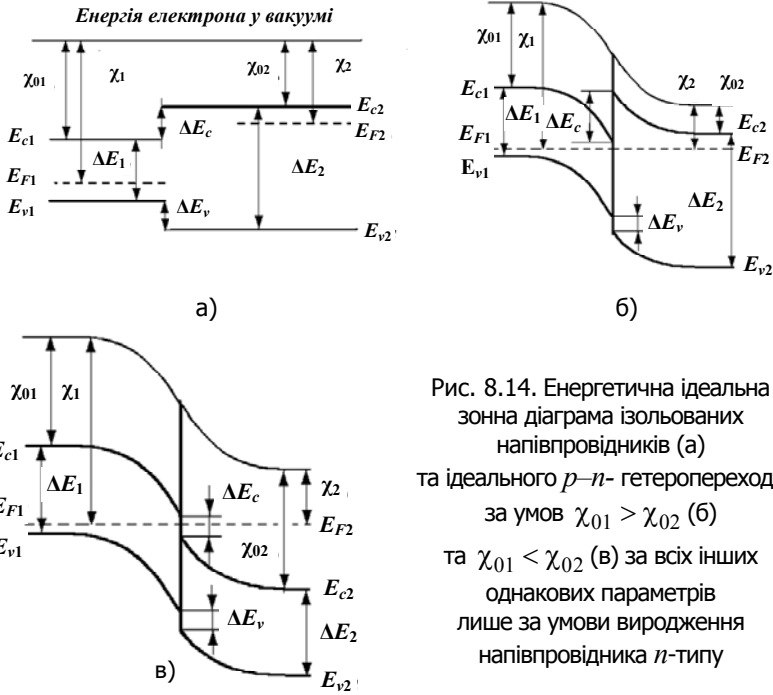


Рис. 8.14. Енергетична ідеальна зонна діаграма ізольованих напівпровідників (а) та ідеального  $p-n$ -гетеропереходу за умов  $\chi_{01} > \chi_{02}$  (б) та  $\chi_{01} < \chi_{02}$  (в) за всіх інших однакових параметрів лише за умови виродження напівпровідника  $n$ -типу

Зрозуміло, що взаємне проникнення поля контактної різниці потенціалів має відбуватись згідно з екрануючими властивостями першого й другого напівпровідників, у першу чергу, з концентраціями носіїв, тобто згідно з (8.13). Таким чином, ми матимемо області просторового заряду  $L_1$  і  $L_2$ , відповідно. Зрозуміло також, що рівень "умовного вакууму" у всій системі має бути неперервним у всій системі. Дно зони провідності першого напівпровідника  $E_{c1}$  має бути на рівні  $\chi_{01}$  до рівня вакууму в усій області просторового заряду, навіть до межі поділу з другим напівпровідником. Рівень валентної зони має розташовуватися так, щоб ширина забороненої зони  $\Delta E_1$  у всій області напівобмеженого напівпровідника (як на нескінченності, так і в області межі поділу) залишалася сталою. Те саме стосується й другого напівпровідника. Таким чином, для стрибка потенціалу

зони провідності та валентної зони на межі поділу двох напівпровідників можна записати

$$\Delta E_C = \chi_1 - \chi_2, \quad \Delta E_V = \Delta E_2 - \Delta E_1 - (\chi_1 - \chi_2). \quad (8.56)$$

Звідси випливає, якби співвідношення між спорідненостями електронів було зворотне, тобто не  $\chi_{01} > \chi_{02}$ , а навпаки,  $\chi_{01} < \chi_{02}$ , за всіх інших однакових умов, то ми мали б випадок, зображений на Рис. 8.14, *в*, і стрибок потенціалу в зоні провідності перетворився б на розрив зони провідності на межі поділу.

Принципова відмінність *p-n*-гетеропереходу від *p-n*-гомопереходу полягає в тому, що потенційні бар'єри для електронів і дірок у *p-n*-гетеропереході, на відміну від *p-n*-гомопереходу різні.

Як видно з рис. 8.14, для переходу електрона з *n*-області в *p*-область електрон має долати потенційний бар'єр, який дорівнює вигину зони провідності другого напівпровідника (напівпровідника *n*-типу), тобто  $eV_{kn2}$ , а для переходу дірок з *p*-області в *n*-область вони мають долати бар'єр величиною  $eV_{kp} = eV_{kp1} + \Delta E_V + eV_{kn2}$ . Для нашого ідеально гетеропереходу  $eV_k = eV_{kp1} + eV_{kn2}$ . Таким чином, можна створити випадок, коли потенційний бар'єр для дірок (або електронів) на багато більший, ніж для електронів (або дірок), відповідно. При цьому інжекційна складова струму має повністю забезпечуватись основними носіями напівпровідника іншого типу.

Розв'язуючи рівняння Пуассона типу (8.2) можна показати, що величина контактної різниці потенціалів у наближенні Шоттки може бути пов'язана з параметрами напівпровідників так:

$$eV_k = \frac{e^2 p_1 n_2 (\varepsilon_2 n_2 + \varepsilon_1 p_1)^2 (L_1 + L_2)^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 (n_2 + p_1)^2}. \quad (8.57)$$

Величина області просторового заряду дорівнює

$$d(V) = [L_1(V_1) + L_2(V_2)] = \left[ \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 (n_2 + p_1)^2 (V_k \pm V)}{ep_1 n_2 (\varepsilon_2 n_2 + \varepsilon_1 p_1)^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (8.58)$$

де величини  $V_1$  та  $V_2$  – спадання прикладеної зовні напруги в першому та другому напівпровідниках, відповідно. Звичайно,

що для ідеального гетеропереходу  $V_1 + V_2 = V$ ,  $V_1$  і  $V_2$  для ідеального гетеропереходу можна знайти зі співвідношень:

$$V_1 = \left[ 1 - \left( 1 + \frac{\epsilon_1 n_1}{\epsilon_2 p_2} \right)^{-1} \right] V; \quad V_2 = \left( 1 + \frac{\epsilon_1 n_1}{\epsilon_2 p_2} \right)^{-1} V. \quad (8.59)$$

Тоді струм інжекції електронів з напівпровідника 2 у напівпровідник 1 можна записати у вигляді

$$I = I_S \exp\left(-\frac{eV_{kn2}}{kT}\right) \left[ \exp\left(\frac{eV_2}{kT}\right) - \exp\left(-\frac{eV_1}{kT}\right) \right], \quad (8.60)$$

де  $I_S = eK_n n_2 D_n / L_n$ . Тут  $K_n$  – коефіцієнт пропускання електронів через межу поділу гетеропереходу.

Зауважимо, що ми маємо справу з ідеальним гетеропереходом. У реальному випадку дуже важко підібрати пару різних напівпровідників, у яких існував би ідеальний збіг кристалічних ґраток і коефіцієнтів термічного розширення (рис. 8.13).

Розбіжність кристалічних ґраток призводить до існування на межі поділу гетеропереходу електронних станів, які можуть захоплювати заряди, як додатні так і від'ємні і, таким чином, суттєво впливати на електрофізичні та фотоелектричні властивості гетеропереходів. Як видно з рис. 8.15, вони суттєво відрізняються. Зрозуміло, що той розгляд стосовно вольт-амперної характеристики та перерозподілу напруг між областями 1 та 2, який ми провели для ідеального гетеропереходу в такій системі, буде істотно іншим.

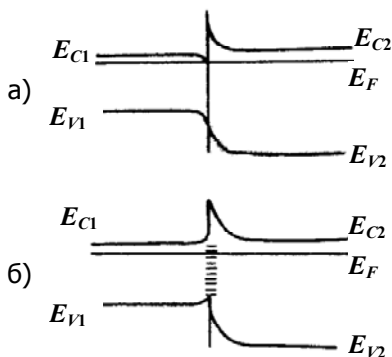


Рис. 8.15. Енергетична діаграма ідеального  $n-n$ -гетеропереходу (а) і за наявності акцепторних електронних станів межі поділу (б)

Фактично використання унікальних можливостей гетеропереходів тією чи іншою мірою ґрунтується на створенні умов, за яких би електронні стани межі поділу не відігравали своєї визначальної ролі. Із Рис. 8.13, можна побачити, що залежно від співвідношення компонентів у потрійних або четверних сполуках можна досягти і великої зміни у величині забороненої зони та малих (які не перевищують 0,2 %) змін у величині сталої ґратки. За цієї умови, на відміну від сталих ґраток, можна досягти густини електронних станів межі поділу меншої від величини  $10^{11} \text{ см}^{-1} \text{ eV}^{-1}$  і, таким чином, усунути їх негативний вплив на формування профілю потенційного бар'єра в гетеропереході. На сьогодні найбільш досліджений і широко використовується гетероперехід GaAs – Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As.

### *8.9.1. Напівпровідникові лазери*

На основі структури GaAs – Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As за  $x < 0,3$  (за такого  $x$  сполука Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As залишається ще прямозонною) вдалося створити напівпровідникові люмінесцентні світлодіоди майже зі 100-відсотковою внутрішньою квантовою ефективністю. Тобто майже на кожний електрон, що інжектуються у вузькозонну область (у нашому випадку GaAs) утворюється фотон.

Найбільш вражаючим на шляху використання гетеропереходів є створення твердотілого напівпровідникового лазера. На рис. 8.16 наведено енергетичну діаграму структури з двома гетеропереходами, яка дозволяє створити напівпровідниковий лазер. Як видно з рис. 8.16, б, неосновні носії (електрони), що потрапили за рахунок інжекції в область 2 не можуть з неї вийти за рахунок дифузійних процесів, оскільки з обох боків обмежені потенційними бар'єрами. Водночас у цій самій області є велика концентрація дірок, оскільки це область  $p$ -типу і додаткові дірки можуть вводитись із 3 області, яка є також областю  $p$ -типу провідності й перебуває під потенціалом прямого зміщення (на  $n$ -області "-"; на  $p$ -області "+"). За рахунок різкої межі GaAs–Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As стрибкоподібно зменшується показник заломлення при переході від GaAs до Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As, виключаючи можливість виходу фононів з активної області. При створенні відповідних

геометричних умов на торцевих поверхнях такої структури, а саме, створенні резонатора Фабрі–Перо, можливо отримати випадок, який зображено на рис. 8.17.

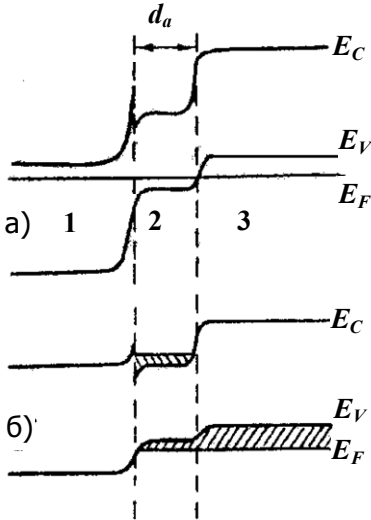


Рис. 8.16. Енергетична діаграма структури з двома гетеропереходами: область 1 –  $n$ -тип  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ; область 2 –  $p$ -тип  $\text{GaAs}$ ; область 3 –  $p$ -тип  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ : а) за зовнішньої напруги, що дорівнює 0; б) при прямому зміщенні

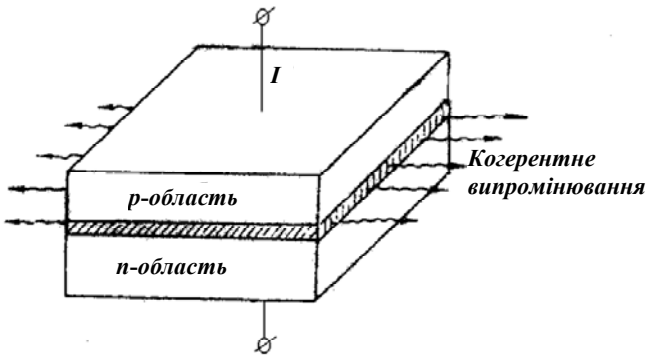


Рис. 8.17. Схематичне зображення лазера на структурі  $n\text{-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-p-GaAs-p-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  у вигляді резонатора Фабрі–Перо

Дослідження показали, що інжекційні лазери мають надзвичайно добрі експлуатаційні параметри, що дозволяє значно розширити межі їх застосування, зокрема, від медицини до волоконно-



оптичних ліній зв'язку. Наприклад, ширина спектральної лінії випромінювання дорівнює  $0,1-1 \text{ \AA}$ . Коефіцієнт корисної дії досягає величин порядку 80 % (і це перетворення електричної енергії на енергію випромінювання). Вихідна потужність у неперервному режимі генерації становить 10 Вт за температури 10 К; пікова потужність становить сотні ватів за температури рідкого азоту. За кімнатної температури цей параметр становить десятки ватів.

### *8.9.2. Польові транзистори з високою рухливістю носіїв заряду*

У сучасних польових транзисторах з високою рухливістю використані відомі нам механізми розсіювання носіїв заряду в напівпровідниках (див. розд. 5), властивості гетеропереходів, а також можливості створення в приповерхневому каналі польового транзистора двовимірного електронного газу (див. розд. 7). Структура транзистора з високою рухливістю значною мірою нагадує структуру транзистора з бар'єром Шотткі (підрозд. 8.5.1).

На рис. 8.18 наведено схематичне зображення транзистора з високою рухливістю (а) та енергетична діаграма такого приладу (б). Розглянемо фізичний сенс використання такої структури. Активний вбудований канал такого транзистора сформований у нелегованому GaAs, таким чином, розсіювання носіїв заряду на іонізованих домішках у каналі GaAs зведено до мінімуму. Значна концентрація електронів у каналі досягається за рахунок вигину зон на межі поділу  $n\text{-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs}$ , створення на межі поділу т. зв. квантової ями. При виродженні електронного газу в каналі та виконанні умов розмірного квантування електронного спектра (див. розд. 7) у каналі створюються умови існування двовимірного електронного газу, у якому електрони мають рухливість, що набагато перевищує її значення в об'ємному GaAs. Товщина каналу має розміри від 20 до 60  $\text{ \AA}$  і, оскільки він має бути структурно особливо досконалим, тому він отримав специфічну назву *снейсер*. Звичайно, умови щодо досконалості межі поділу  $n\text{-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs}$  мають бути принаймні такі, як і в польовому транзисторі щодо межі поділу  $\text{SiO}_2\text{-Si}$ . Тобто густина електронних станів межі поділу повинна не перевищувати вели-

чину  $10^{11} \text{ см}^{-2} \text{ eV}^{-1}$ . Такий транзистор за довжини каналу порядку 0,2 мкм має критичні частоти в області сотень гігагерців.

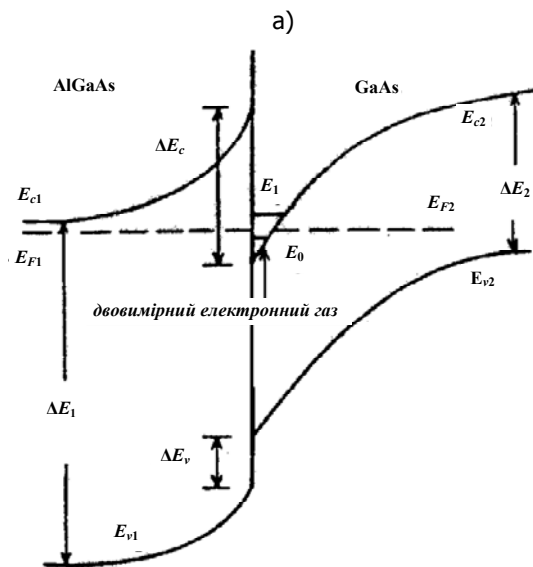
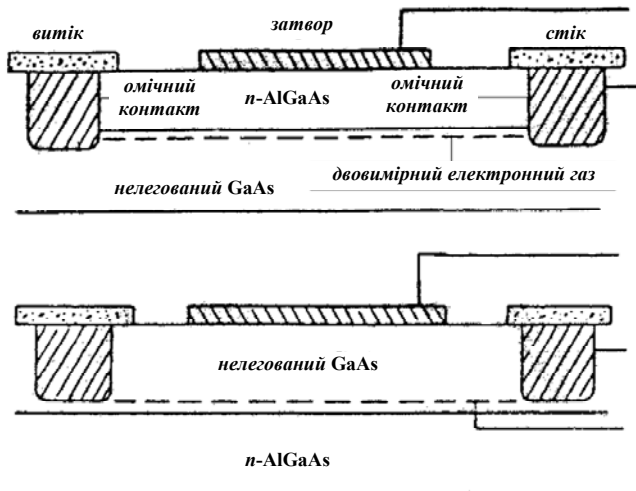


Рис. 8.18. Схематичне зображення транзистора з високою рухливістю (а) та енергетична діаграма структури гетеропереходу (б)

### *8.9.3. Поняття про квантові ями, квантові точки та структури наноелектроніки*

Слід зазначити, що технологічно отримання гетеропереходів з параметрами, необхідними для створення лазерів на гетеропереходах і транзисторів з високою рухливістю, неможливе без використання т. зв. методів молекулярно-променевої епітаксії. Маючи на увазі, що в потенційних ямах, які мають розміри довжин хвилі де Бройля, носії заряду виявляють хвильові та корпускулярні властивості одночасно, потенційні профілі, насамперед профілі гетеропереходів, отримали назву *квантові ями*. Фактично йдеться про реалізацію моделі Кроніга–Пенні, яку ми розглядали в підрозд. 1.3, з довільними параметрами "сталого ґратки" за будь-якого періодичного і неперіодичного потенціалу. У такому потенціалі можуть бути створені умови для отримання певного закону дисперсії носіїв заряду, що необхідний для конкретних застосувань. Розвиток методів молекулярно-променевої епітаксії дозволив поставити запитання про створення не тільки однорідних у площині за товщиною та складом шарів товщиною від  $10 \text{ \AA}$  до  $1000 \text{ \AA}$  з практично нульовою густиною електронних станів межі поділу між контактуючими матеріалами, а і площинно контрольовано неоднорідних структур. Такі структури отримали назву *квантові дроти* (маючи на увазі одновимірні структури, у них спектр носіїв квантується у двох вимірах) і *квантові точки* (нульвимірні структури), які складаються з кластера певного легованого чи ні напівпровідникового матеріалу, у якому електронний спектр носіїв квантується в трьох вимірах. Наприклад, переривання епітаксійного росту InAs–GaAs (001) на рівні до чотирьох моношарів InAs призводить до спонтанного виникнення самоорганізованих періодично розташованих острівців розмірами порядку  $100 \text{ \AA}$ . Нанесення зверху епітаксійної плівки GaAs дозволяє зберегти цей порядок і отримати в матриці широкозонного напівпровідника GaAs періодичну структуру вузькозонного InAs. Таким чином були створені лазери із пло-

щинами квантових точок. Уперше лазерна генерація спостерігалась у 1993 р. Переваги лазера на квантових точках над лазерами на квантових ямах полягають у надзвичайно великій стабільності порогової густини струму, високому питомому підсиленні випромінювання, яке може бути на два-три порядки більше, ніж у лазерів на квантових ямах, високій швидкодії. Наведений приклад показує, що на сьогодні формується новий напрям напівпровідникової електроніки, який називається *наноелектронікою*.

## 8.10. Запитання для самоконтролю та задачі

1. Як змінюється хід потенціалу та поля в області просторового заряду напівпровідника, якщо донорні домішки в напівпровіднику повністю іонізовані (шар Шотткі)?

2. Яким є критерій існування в області просторового заряду шару Шотткі?

3. Які фізичні процеси обумовлюють омичні характеристики контактів?

4. Чим визначається швидкодія контактів з бар'єром Шотткі та  $p$ - $n$ -переходів?

5. Чим обумовлено використання контактів з бар'єром Шотткі в сучасній електроніці?

6. Який принцип роботи тунельного діода?

7. Чим визначається швидкодія біполярного транзистора?

8. Що таке гомо- та гетеропереходи?

9. У чому полягають особливості руху носіїв заряду через гетеро-межу?

10. Поясніть принцип роботи напівпровідникового лазера на основі  $p$ - $n$ -переходу та гетеропереходу? Чим обумовлена більша ефективність напівпровідникового лазера на гетеропереході?

11. *Задача.* Знайти довжину екранування Дебая за 300 К: у власному германії ( $\epsilon = 16$ ) та у власному кремнії ( $\epsilon = 12$ ). Оцінити, як вона зміниться при легуванні напівпровідників донорами до концентрації  $n_0 = 10^5 \text{ см}^{-3}$  і метали ( $\epsilon = 1, n_0 = 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ).

12. **Задача.** На поверхні напівпровідника  $p$ -типу існує збіднений шар, концентрацією електронів у якому можна знехтувати. Знайти товщину області просторового заряду за 300 К, якщо поверхневий вигин зон становить 0,30 еВ, а концентрація акцепторів у об'ємі  $p_0 = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .

13. **Задача.** На поверхні зразка кремнію  $n$ -типу існує вигин зон, який відповідає утворенню збідненого шару. За якого значення потенціалу в приповерхневій області напівпровідника концентрації дірок і електронів дорівнюватимуть одна одній? Оцінити товщину приповерхневого шару, у якій  $p(x) > n(x)$ , якщо  $e\phi_s = 0,5 \text{ еВ}$ , концентрація електронів в об'ємі  $n = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 300 \text{ К}$ ,  $b = \mu_n / \mu_p = 2,9$ .

14. **Задача.** Знайти поверхневий потенціал для власного кремнію за кімнатної температури, якщо концентрація адсорбованої на його поверхні донорної домішки становить  $N_d = 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Хід потенціалу  $\phi(x)$  апроксимувати двома лінійними ділянками:  $\phi(x) = \phi_s - Ex$  за  $0 < x < \phi_s / E_s$  і  $\phi(x) = 0$ , якщо  $x > \phi_s / E_s$ , де напруженість електричного поля стала. Вважати, що на поверхні виконується умова  $\phi_s / kT \gg 1$ ,  $n_i = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $\varepsilon = 12$ . Як зміниться вигин зон за умови задачі при адсорбції на поверхню диполя з дипольним моментом  $3 \cdot 10^{-28} \text{ Кл}\cdot\text{м}$ ? Поясніть чому.

15. **Задача.** Кремній  $n$ -типу має концентрацію донорів  $N_d = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ;  $p$ - $n$ -перехід сформовано дифузійною бором до концентрації  $N_a = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Визначити положення рівнів Фермі в  $n$ -та  $p$ -областях за температури 300 К. Побудувати зонну діаграму  $p$ - $n$ -переходу. Визначити висоту потенціального бар'єра.

## ЛІТЕРАТУРА

1. *Третяк, О. В.* Основи фізики напівпровідників : підручник у 2-х томах / О. В. Третяк, В. З. Лозовський. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2009–2010. 1 Т. (До 175-річчя Київського університету).
2. *Находкін, М. Г.* Фізичні основи мікро- та наноелектроніки / М. Г. Находкін, Д. І. Шека. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2005.
3. *Modern semiconductor device physics* / Ed. S. M. Sze. – Oxford : John Wiley & Sons, Inc., 1997.
4. *Пека, Г. П.* Поверхневі та контактні явища в напівпровідниках / Г. П. Пека, В. І. Стріха. – К. : Либідь, 1992.
5. *Стриха, В. И.* Контактные явления в полупроводниках / В. И. Стриха. – К. : Вища шк., 1982.
6. *Маллер, Р.* Элементы интегральных схем / Р. Маллер, Т. Кейминс. – М. : Мир, 1989.
7. *Sze, S. M.* Semiconductor device / S. M. Sze. – Oxford : John Wiley & Sons, Inc. 1985.
8. *Зи, С. М.* Физика полупроводниковых приборов : в 2-х томах / С. М. Зи. – М. : Мир, 1984.
9. *Шалимова, К. В.* Физика полупроводников / К. В. Шалимова. – М. : изд-во "Энергия" 1976.
10. *Уханов, Ю. И.* Оптические свойства полупроводников / Ю. И. Уханов. – М. : Наука, 1977.
11. *Воробьев, Ю. В.* Методы исследования полупроводников / Ю. В. Воробьев, В. Н. Добровольский, В. И. Стриха. – К. : Вища шк., 1988.
12. *Милнс, А.* Гетеропереходы и переходы металл-полупроводник / А. Милнс, Д. Фойхт. – М. : Мир, 1975.
13. *Пикус, Г. Е.* Основы теории полупроводниковых приборов / Г. Е. Пикус. – М. : Наука, 1965.
14. *Физика твердого тела* : Энциклопедический словарь; под ред. В. Г. Барьяхтара. – К. : Наукова думка, 1998.

15. *Пека, Г. П.* Збірник задач з фізики напівпровідників та напівпровідникових приладів / Г. П. Пека, О. В. Третьяк, В. В. Кислюк. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2003.

16. *Сборник задач по физике полупроводников* / В. Л. Бонч-Бруевич, И. П. Звягин, И. В. Карпенко, А. Г. Миронов. – М. : Наука 1987.

17. *Линч, П.* Задачи по физической электронике / П. Линч, А. Николайдес. – М. : Мир, 1975.

Навчальне видання

**ТРЕТЯК Олег Васильович,  
ІЛЬЧЕНКО Василь Васильович**

# **ФІЗИЧНІ ОСНОВИ НАПІВПРОВІДНИКОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ**

Навчальний посібник

Редактор Л.П. Львова

Оригінал-макет виготовлено Видавничо-поліграфічним центром "Київський університет"



Формат 60x84<sup>1/16</sup>. Ум. друк. арк. 12,1. Наклад 50. Зам. № 211-5882.  
Гарнітура Times New Roman. Папір офсетний. Друк офсетний. Вид. № Pф8.  
Підписано до друку 30.12.11.

Видавець і виготовлювач  
Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет",  
б-р Т.Шевченка, 14, м. Київ, 01601  
☎ (44) 239 32-22; (44) 239 31-61; тел./факс (44) 234 31-28  
e-mail: [vpc@univ.kiev.ua](mailto:vpc@univ.kiev.ua)  
<http://vpc.univ.kiev.ua>

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1103 від 31.10.02