ХВИЛЕВОДНА ОПТИКА

Розділ 1. ПОВНЕ ВНУТРІШНЄ ВІДБИТТЯ СВІТЛА

ЛЕКЦІЯ 1

1.1. Відбиття світла на границі двох середовищ.

Особливості відбиття та заломлення світла на границі двох прозорих діелектриків лежать в основі формування мод в оптичних хвилеводах різної геометрії (планарних, канальних, круглих). Розглянемо відомий випадок, коли оптичне випромінювання розповсюджується на межі двох оптичних середовищ із показниками заломлення n_2 та n_2 . мабуть, формули Френеля, які пов'язують Параметри падаючого оптичного випромінювання та того, що пройшло через границю, описуються формулами Френеля [1], які виводяться з рівнянь Максвела при виконні граничних умов на межі двох прозорих діелектриків.

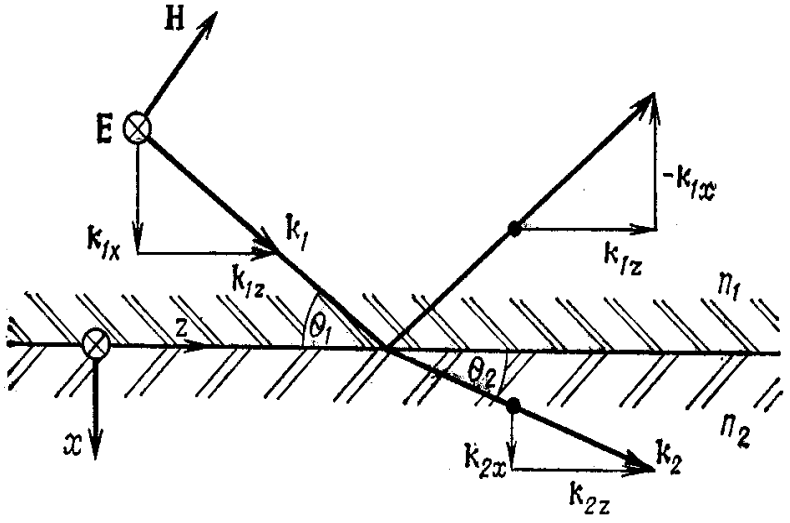


Рис. 1 Відбиття та заломлення світла на границі двох прозорих діелектриків.

Реальні оптичні хвилі в будь-якому середовищі не є плоскими. Плоска хвиля - це хвиля ТЕМ, в якій вектори поля електричного Е та

магнітного Н ортогональні між собою і лежать в площині, ортогональній до напрямку хвилевого вектора. Таку хвилю називають однорідною і плоскою. Фізична суть однорідності ТЕМ хвилі означає рівність амплітуди електричного та магнітного полів в будь якій точці площини, ортогональної до напрямку розповсюдження. Іншими словами, амплітуда поля (як електричного так і магнітного) "розмазана" рівномірно від точки спостереження на нескінченність в будь-якому напрямку (Рис.2).

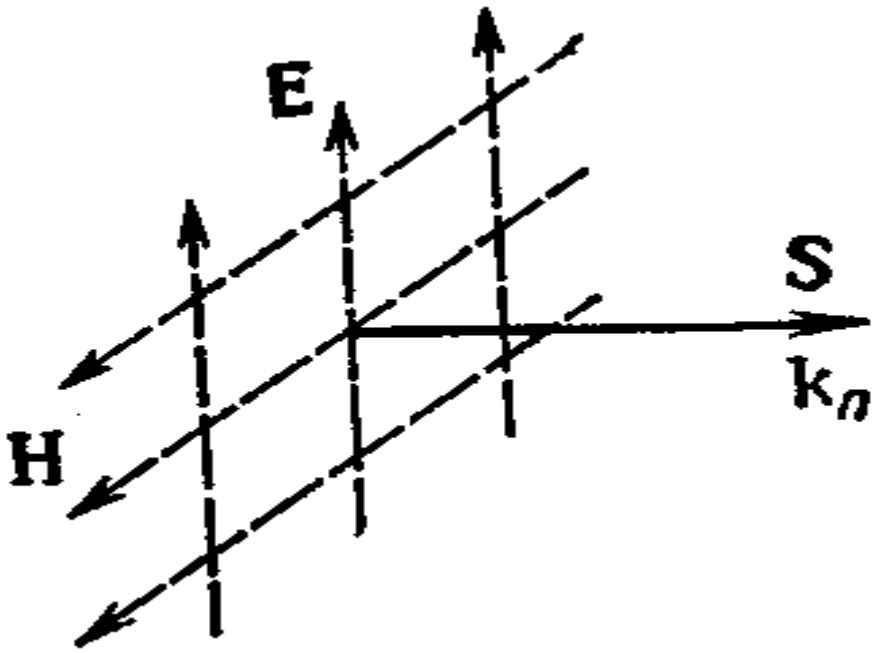


Рис.2. Вектори поля, хвилевий вектор та вектор Пойнтінга ТЕМ хвилі.

Під фізичною ознакою - плоска хвиля – мають на увазі той факт , що фазовий фронт такої хвилі представляє собою нескінченну площину з фіксованим станом коливання (амплітудою) електричного або магнітного поля хвилі. Ця площина рухається в напрямку хвилевого вектора з фазовою швидкістю, що обумовлюється показником заломлення середовища на частоті хвилі. В природі ТЕМ хвиль в чистому вигляді не існує. Найбільш близькою за параметрами до ТЕМ хвилі являється хвиля , що розповсюджується в нескінченному середовищі і реєструється на великій відстані від точкового джерела випромінювання. Реальні оптичні

хвилі (і будь які інші електромагнітні хвилі)- неоднорідні плоскі хвилі – або їх ще називають поперечно-згасаючими хвилями. В такій хвилі плоский фазовий фронт розповсюджуються в напрямку хвилевого вектора β, а в ортогональному напрямку амплітуда хвилі спадає по певному закону.

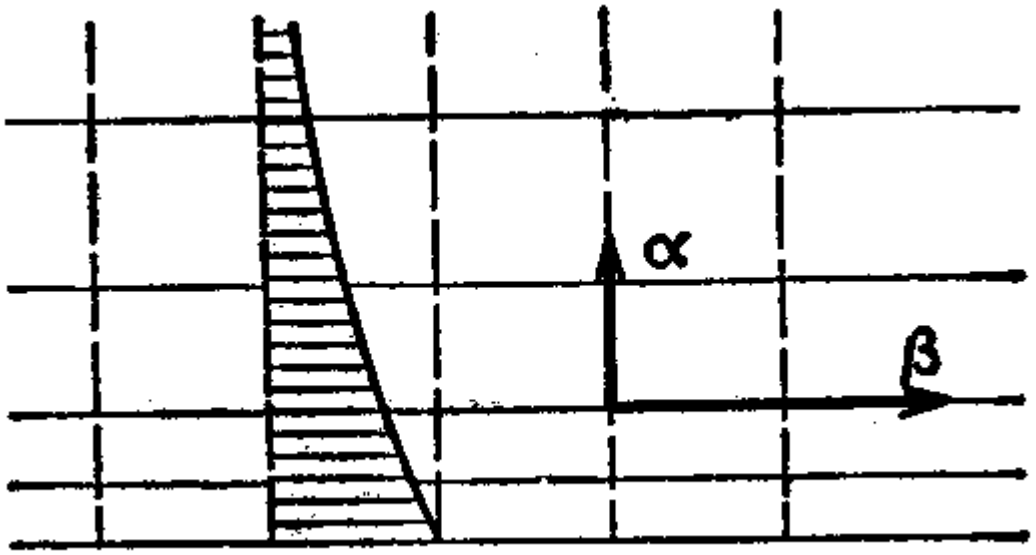


Рис.3. Неоднорідна плоска хвиля.

Найбільш поширеними в оптиці є пучки з гаусовим законом зміни амплітуди полів в апертурі випромінювання. Суттєво, що будь-який неоднорідний розподіл амплітуди випромінювання в площині, ортогональній до хвилевого вектора, автоматично призводить до появи компонент полів вздовж хвилевого вектора. Тому для опису реальних явищ, що мають місце на границі двох оптичних середовищ вводять поняття неоднорідних плоских ТЕ або ТМ хвиль. Якщо в рівняннях Максвелла за вихідне взяти поле Е, що паралельне границі, то магнітне поле в поперечно згасаючій оптичній хвилі буде мати складову вздовж хвилевого вектора. Такий розподіл компонент полів характерний для ТЕ хвилі. Аналогічно, якщо в рівняннях Максвелла за вихідне взяти поле Н, що паралельне границі, то електричне поле в поперечно згасаючій оптичній хвилі буде мати складову вздовж хвилевого вектора. Це по

означенню ТМ хвиля. Так введені в хвилеводній оптиці неоднорідні плоскі хвилі відповідають френелівським S(TM) та P(TE) компонентам оптичного випромінювання. На такі S та P компоненти завжди можна розкласти довільне оптичне (з довільною поляризацією) випромінювання, що падає на границю. Чому за вихідне поле беремо поля, що паралельні границі? Да тому, що ми прив'язуємося до тих відомих явищ, що мають місце на границі, з електромагнітним випромінюванням, а саме до граничних умов, які полягають в тому, що всі тангенціальні (тобто, пов'язані компоненти, складові електричні та магнітні всіх полів (падаючих, відбитих, та тих, що пройшли) неперервні при перетині границі X = 0. Далі, оскільки ми розглядаємо випадок (так завжди буде) коли падаюче поле немає ніякої залежності вздовж координати Y, то як відбите , так і поле у другому середовищі також не буде мати залежності від Y, а вздовж Z залежність буде скрізь однакова. Це дуже суттєвий момент з якого відразу випливають закони відбиття та заломлення (закон Снелліуса). Запишемо складові хвилевого вектора для падаючої, відбитої та хвилі, що пройшла.

Падаюча оптична хвиля

$$k_{1x}^{n} = k_1 \sin\theta_1; \qquad k_{1y}^{n} = 0; \qquad k_{1я}^{n} = k_1 \cos\theta_1;$$

Визначимо $k_1 = n_1 k$, $k_2 = n_2 k$, де $k = \varpi\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ - в системі Сі.

$$\overline{k_1} \cdot \overline{k_1} = k_{1x}^2 + k_{1z}^2 = k_1^2 = \varpi^2 n_1^2 \varepsilon_0 \mu_0$$

Відбита оптична хвиля розповсюджується в тому ж середовищі, що й падаюча, тому квадрат хвилевого вектора тут буде такий само, що і для падаючої хвилі:

$$k_{1x}^{n} = -k_1 \sin\theta_1 \qquad k_{1y}^{в} = 0; \qquad k_{1я}^{в} = k_1 \cos\theta_1;$$

$$\overline{k_1^{в}} \cdot \overline{k_1^{в}} = k_1^{и2} = \varpi^2 n_1^2 \varepsilon_0 \mu_0$$

Оптична хвиля, що пройшла. Для оптичної хвилі, що пройшла в області 2 хвилевий вектор відповідає умові:

$$k_{1x}^{n} = -k_2 \sin\theta_2 \qquad k_{2y}^{e} = 0; \qquad k_{1я}^{e} = k_1 \cos\theta_2;$$

З умови того, що залежність від Z падаючої, та хвилі, що пройшла мають бути однаковими випливає фундаментальний закон геометричної оптики

$$k_{1z} = k_{2z}$$

$$k_1 \cos\theta_1 = k_2 \cos\theta_2, \text{ або } n_1 \cos\theta_1 = n_2 \cos\theta_2,$$

$$\cos\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\cos\theta_1$$

Якщо $\theta_2 = 0$, то $\cos\theta_{1c} = \frac{n_2}{n_1}$.

Для всіх кутів падіння $\theta_1 < \theta_{1c}$ має місце повне внутрішнє відбиття. Перш ніж більш реально розглянути явище повного внутрішнього відбиття запишемо коефіцієнти відбиття та проходження для ТМ (S) та ТЕ (Р) компонент падаючого оптичного поля, які нам будуть необхідні для подальшого аналізу. Ці коефіцієнти, або формули Френеля знаходяться з Рівнянь Максвела при умові виконання електродинамічних граничних умов на границі X =0. Після нескладних математичних операцій отримаємо коефіцієнт відбиття для ТЕ хвилі [1]:

$$r_e = \frac{k_{1x} - k_{2x}}{k_{1x} + k_{2x}} = \frac{n_1 \sin\theta_1 - n_2 \sin\theta_2}{n_1 \sin\theta_1 + n_2 \sin\theta_2} \qquad (1)$$

Вираз (1) визначає коефіцієнт відбиття для оптичного випромінювання , що поляризовано перпендикулярно площині падіння. Це площина, що утворюється нормаллю та хвилевим вектором падаючого світла. Для коефіцієнта проходження

$$t_e = \frac{2n_1 \sin\theta_1}{n_1 \sin\theta_1 + n_2 \sin\theta_2} \qquad (2)$$

Аналогічно для ТМ хвиль коефіцієнти відбиття та проходження визначаються виразами:

$$r_m = \frac{n_2^2 k_{1x} - n_1^2 k_{2x}}{n_2^2 k_{1x} + n_1^2 k_{2x}} = \frac{n_2 \sin\theta_1 - n_1 \sin\theta_2}{n_2 \sin\theta_1 + n_1 \sin\theta_2} \quad (3)$$

$$t_m = \frac{2n_2 \sin\theta_1}{n_1 \sin\theta_2 + n_2 \sin\theta_1} \quad (4)$$

Дуже важливий випадок має місце для ТМ хвиль, коли $\theta_1 + \theta_2 = \pi/2$. Використовуючи закон Снелліуса, перепишемо вираз для коефіцієнта відбиття у вигляді:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}, \quad r_m = \frac{tg(\theta_1 - \theta_2)}{tg(\theta_1 + \theta_2)} \quad (5)$$

Очевидно, що при $\theta_1 + \theta_2 = \pi/2$ $r_m = 0$. При цьому $\frac{n_1}{n_2} = \frac{\cos(\pi/2 - \theta_1)}{\cos\theta_1} = \frac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1} = tg\theta_1$.

При $n_1 = 1$ $ctg\theta_1 = n_2$ - отримали відомий закон Брюстера.

Наприклад, при відбитті світла від звичайного скла залежності коефіцієнтів відбиття r_e та r_m від кута падіння (φ)мають вигляд:

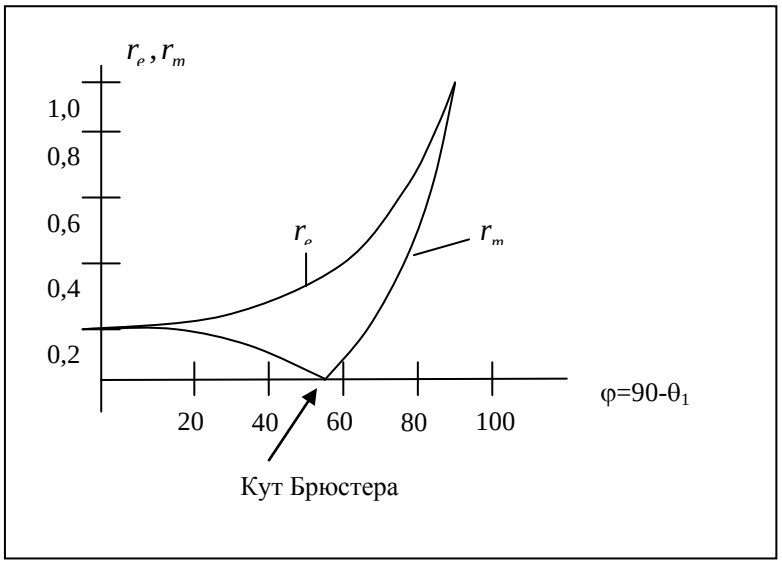


Рис.4. Залежність коефіцієнтів відбиття r_e та r_m при $n_1 < n_2$.

Для випадку, зображеному на рисунку , кут падіння φ = 90-θ_1 відраховується від нормалі. Коефіцієнт відбиття r_m = 0 при куті φ=56,5^0, або при θ_1=33,5^0. Таким чином n_2 = ctg 33,5^0=1.51.

У хвилеводній оптиці оптична густина n - один з найважливіших параметрів середовища, в якому розповсюджується світло. Цей параметр обумовлює як його дисперсійні так і дисипативні властивості. Саме ці два чинника, як буде показано нижче, найбільше впливають на інформативні можливості оптичної лінії зв'язку.

Таким чином, при розповсюдженні світла у середовищах без втрат, а також для випадку реальності кутів θ_1 та θ_2, всі коефіцієнти відбиття та проходження також реальні і по величині завжди менші за одиницю. При цьому фазові співвідношення у променях падаючому, відбитому та тому, що пройшов ідентичні. Це випадок звичайного відбиття та заломлення світла.

Лекція №2

Повне внутрішнє відбиття.

Розглянемо більш ретельно випадок повного внутрішнього відбиття. Цей випадок реалізується при умові $n_1 > n_2$

З закону Снелліуса випливає, що при $\theta_2 = 0, \theta_{1c} = \arccos\frac{n_2}{n_1}$,

де θ_{1c}-критичний кут повного внутрішнього відбиття.

Очевидно, що при $\theta_2 = 0$ $k_{2x} = k_2 \sin\theta_2 = 0$ всі коефіцієнти відбиття $r_e = r_m = 1$.

Що буде з відбитим випромінюванням коли ми будемо зменшувати кут θ_2? Як в другому так і в першому середовищах при будь –яких умовах виконується закон збереження квадрату хвилевого вектора:

$$k_2^2 = k_{2x}^2 + k_{2z}^2$$

Починаючи з $\theta_1 = \theta_{1c}$, $k_{2x} = 0$ і $k_2 = k_z$. При $\theta_1 < \theta_{1c}$, $k_z = k_1 \cos\theta_1 > k_2$

Таким чином, при всіх кутах $\theta_1 < \theta_{1c}$

$$k_{2x}^2 = k_2^2 - k_z^2 < 0 \qquad (6)$$

Отже, починаючи з $\theta_1 = \theta_{1c}$ поперечна складова хвилевого вектора у другому середовищі стає уявною. Коефіцієнти відбиття при цьому мають

одиничну амплітуду як і при $\theta_1 = \theta_{1c}$, але стають комплексними з фазовими кутами φ_e та φ_m. Наша задача визначити ці кути .

Розглянемо повне внутрішнє відбиття ТЕ хвиль. У виразі для коефіцієнта відбиття уявним може бути лише кут θ_2.

$$r_e = \frac{k_{1x} - k_{2x}}{k_{1x} + k_{2x}}$$

$$k_{1x} = k_1 \sin\theta_1 = n_1 k \sin\theta_1,\ k_{2x} = n_2 k \sin\theta_2$$

$$\sin\theta_2 = \sqrt{1 - \cos^2\theta_2} = \sqrt{(-1)(\cos^2\theta_2 - 1)} = \pm i\sqrt{\cos^2\theta_2 - 1}$$

Виразимо $\cos\theta_2$ через θ_1 по закону Снелліуса: $\cos\theta_2 = \frac{n_1 \cos\theta_1}{n_2}$,

таким чином $\sin\theta_2 = \pm i\sqrt{\frac{n_1^2 \cos^2\theta_1}{n_2^2} - 1}$

З фізичних міркувань (це буде очевидно нижче) беремо знак “+”в виразі для кута θ_2. Отже коефіцієнт відбиття ТЕ хвиль при повному внутрішньому відбитті стає комплексним:

$$r_e = \frac{n_1 \sin\theta_1 \quad - \quad i_1\sqrt{n^2{}_1 \cos^2\theta_1 - n_2{}^2}}{n_1 \sin\theta_1 + i\sqrt{n_1{}^2 \cos^2\theta - n_2{}^2}} \qquad (5)$$

Таким чином коефіцієнт відбиття, як комплексне число, має форму $r_m = \frac{a - ib}{a + ib}$. У показниковій формі комплексне число можна записати у вигляді:

$$z = \rho e^{i\alpha} = \sqrt{a^2 + b^2}(\cos\alpha + i\sin\alpha),\ tg\alpha = b/a$$

В такій формі коефіцієнт відбиття має вигляд:

$$r_e = \frac{z^*}{z} = e^{-2i\alpha}$$

Якщо ми позначимо, $e^{i\varphi} = e^{-2i\alpha}$, $tg\alpha = \frac{b}{a}$, $tg\frac{\varphi}{2} = -tg\alpha$

Отже остаточно одержимо:

$$tg\frac{\varphi_e}{2} = -\frac{\sqrt{n_1^2\cos^2\theta_1 - n_2^2}}{n_1\sin\theta_1} \qquad (6)$$

Аналогічно одержимо фазовий кут для ТМ хвилі:

$$tg\frac{\varphi_m}{2} = -\frac{n_1^2\sqrt{n_1^2\cos^2\theta_1 - n_2^2}}{n_2^2 n_1\sin\theta_1} \qquad (7)$$

Вирази для фазових кутів можна записати у більш зручному вигляді:

$$\begin{aligned}\varphi_e &= 2arctg(ik_{2x}/k_{1x})\\ \varphi_m &= 2arctg(in_1^2k_{2x}/n_2^2k_{1x})\end{aligned} \qquad (8)$$

Залежність фазового кута φ_e та φ_m від кута падіння θ_1 показана на рис. 5. (дивись також “додаток рисунки”)

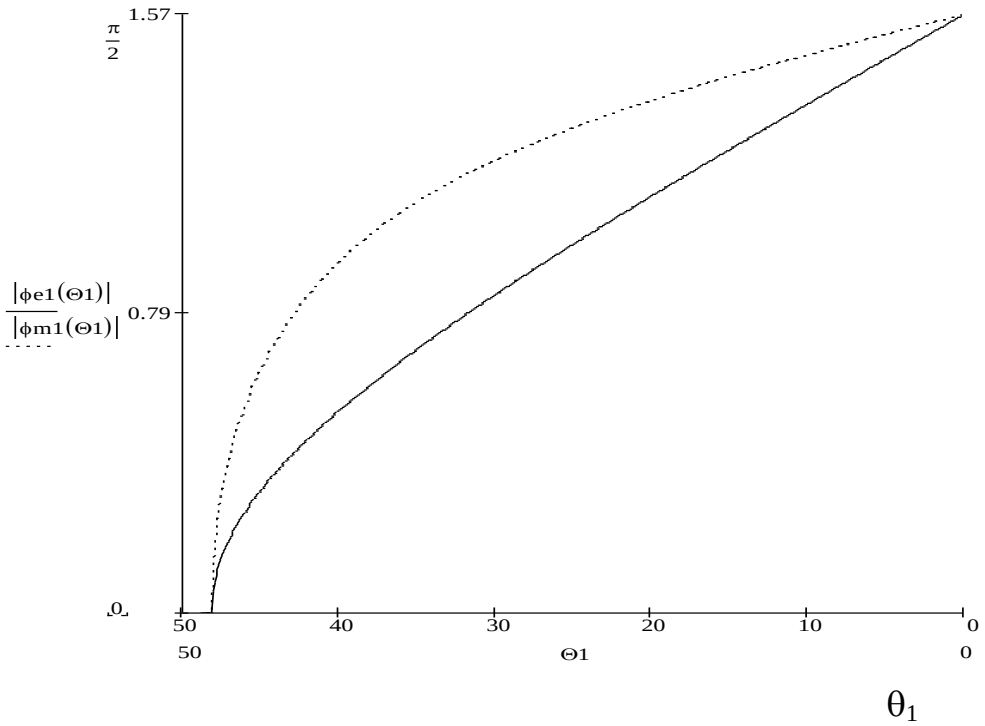


Рис 5. Залежність фазового кута $\varphi_e/2$ для ТЕ (точки) та $\varphi_m/2$ ТМ(суцільна лінія) від кута падіння при повному внутрішньому відбитті від границі: скло-повітря.

Кожна крива на рис.5 починається з критичного кута, що

визначається показником заломлення n_1. (n_2=1 - повітря). При майже ковзному падінні ($\theta_1 \sim 0^o$) фазові зсуви φ_e та φ_m у відбитому випромінюванні сягають майже 180^0. **Надзвичайно важливо, що фазові зсуви для ТЕ та ТМ хвиль при фіксованому куті θ_1 різні.** Ця фундаментальна особливість повного внутрішнього відбиття негативно впливає на формування власних хвиль в оптичних хвилеводах.

З'ясуємо тепер як змінюється електричне поле в другому середовищі. І чи взагалі існує поле у другому середовищі? В середовищі з показником заломлення n_2 електричне поле (без залежності від часу) можна записати у вигляді:

$$\overline{E}_2(x,z) = \overline{E}_{02} \exp[-j(k_{2x}x + k_{2z}z)].$$

Підставимо в вираз для поля компоненти хвилевого вектора:

$$k_{2x} = \pm i n_2 k \sqrt{\frac{n_1^2 \cos^2\theta_1}{n_2^2} - 1}; k_{2z} = n_2 k \cos\theta_2 = n_1 k \cos\theta_1$$

$$\begin{aligned} \overline{E}_2 &= \overline{E_{02}} \exp\{-j[n_1 \cos\theta_1 z \pm j x n_2 k \sqrt{\frac{n_1^2 \cos^2\theta_1}{n_2^2} - 1}]\} = \\ &= E_{02} \exp(-j n_1 k \cos\theta_1 z) \cdot \exp(\mp x n_2 k \sqrt{\frac{n_1^2 \cos^2\theta_1}{n_2^2} - 1}); \end{aligned} \qquad (9)$$

Вираз (9) описує неоднорідну плоску хвилю, що розповсюджується вздовж поверхні розподілу в площині падіння (тобто в напрямку осі Z) і змінюється по амплітуді експоненційно із зміною відстані x від цієї поверхні з коефіцієнтом згасання $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{n_1^2 \cos^2\theta_1 - n_2^2}$. Фізичний зміст в (9) має лише знак "–" (або знак "+" перед уявною компонентою k_{2x}). Знак "+" означає, що амплітуда хвилі в другому середовищі при збільшенні відстані від границі зростає по експоненті, що неможливо.

Визначимо тепер дуже важливий в хвилеводній оптиці параметр-глибину X_e, на якій амплітуда оптичної хвилі в другому середовищі зменшується в e разів. Згасання поля відбувається по закону:

$$e^{-xn_2k\sqrt{\frac{n_1^2\cos^2\theta_1}{n_2^2}-1}}=e^{-\alpha x},$$

Умова спадання амплітуди поля у e разів це $\alpha x=1$, отже $x=\frac{1}{\alpha}$

Таким чином, ми отримали важливий в хвилеводній оптиці параметр:

$$X_e=\frac{\lambda}{2\pi\sqrt{n_1^2\cos^2\theta_1-n_2^2}}$$

Зробимо числову оцінку глибини проникнення світла при повному внутрішньому відбитті на межі скло-повітря. Для цього випадку $n_2=1, n_1\approx 1{,}5, \theta_1\approx 30^o$. При таких умовах

$$X_e=\frac{\lambda}{6{,}28\sqrt{0{,}76\cdot 2{,}25-1}}\approx\frac{\lambda}{3{,}46}.$$

При майже ковзному падінні $\theta_1\approx 0^o$ $X_e\sim\frac{\lambda}{7}$. **Отже при ковзному падінні амплітуда хвилі дуже швидко зменшується із збільшенням відстані X, а фаза майже реверсується.** Саме цей випадок найбільш важливий для хвилеводної оптики. Нульова ведуча оптична мода (покажемо це пізніше) найбільш ковзна, вона під час розповсюдження по хвилеводу найменше число разів відбивається від його границь.

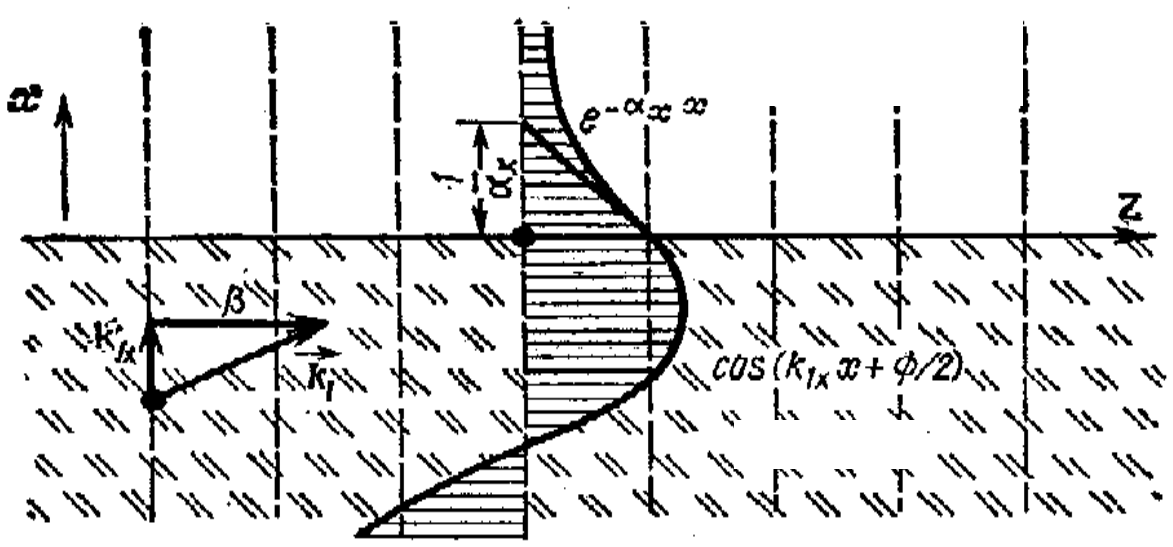


Рис.6.Розподіл поля та фазові фронти по обох сторонах від границі при повному внутрішньому відбитті.

Таким чином, відбита оптична хвиля має таку ж амплітуду, що й падаюча, але зсунута по відношенню до неї на кути φ_e та φ_m відповідно. В

області $X > 0$ перетину пучків падаючої та відбитої хвиль внаслідок інтерференції полів з поперечною компонентою хвилевого вектора утворюється стояча хвиля, що змінюється по закону $\cos(k_{1x}+\varphi_e/2)$. В області $X < 0$ хвилевий вектор має реальну z- ву компоненту $k_{2z} = k_{1z} = \beta_z = k_1 \cos\theta_1$, та уявну х-ву складову $k_{2x} = -j\alpha_x$. Таким чином, внаслідок повного внутрішнього відбиття неоднорідна плоска хвиля розповсюджується в напрямку осі Z з плоским фронтом, поперечним до напрямку розповсюдження , а її поле спадає експоненційно в поперечному напрямку до границі розподілу з постійною згасання α_x. **Така поперечно згасаюча хвиля має реальну складову вектора Пойнтінга тільки в напрямку вісі Z**. Тобто хвилева оптична потужність розповсюджується тільки в напрямку осі Z. В додатньому напрямку вісі X утворюється стояча оптична хвиля , а в від'ємному напрямку маємо згасаюче оптичне поле , яке по суті є ближнім полем.

Лекція №3

Ефект Госа-Хенхена.

Оскільки існує деяка відстань занурення хвилі X_e в друге середовище при повному внутрішньому відбитті , то це призводить до того, що площина відбиття оптичного випромінювання (реальна) не співпадає з площиною YZ, а зміщена на X_e. Цей ефект ефективного зміщення площини відбиття називається ефектом Госа-Хенхена.

Розглянемо ще одну особливість повного внутрішнього відбиття неоднорідного плоского пучка оптичного випромінювання. Для цього нам необхідно взяти падаючий на границю пучок світла близьким до реального , тобто пучок в якому $\delta k \neq 0$ Найпростішим прикладом такого пучка з поперечно-змінним розподілом поля може бути суперпозиція двох однорідних плоских хвиль з однаковою амплітудою, але з трохи різними кутами розповсюдження $\theta_1 = \theta - \Delta\theta/2$ та $\theta_2 = \theta + \Delta\theta/2$. На рис.7 показана суперпозиція цих двох хвиль. В напрямку θ обидві хвилі мають однакові складові хвилевого вектора $k_1 = k_{11}\cos(\Delta\theta/2) = k_{12}\cos(\Delta\theta/2)$, складові хвилевого вектора, що

ортогональні до цього напрямку, рівні за величиною і протилежні за напрямком. В результаті їх суперпозиції в поперечному напрямку утворюється стояча хвиля, у якої площини нулевої амплітуди поля розташовані на відстані $\Lambda_t / 2 = \pi / k_{1t} = \pi / [k_{11} \sin(\Delta\theta / 2)]$. В напрямку складової хвилевого вектора k_{1t} суперпозиція цих хвиль має постійний розподіл фази , але синусоїдальний розподіл амплітуди.

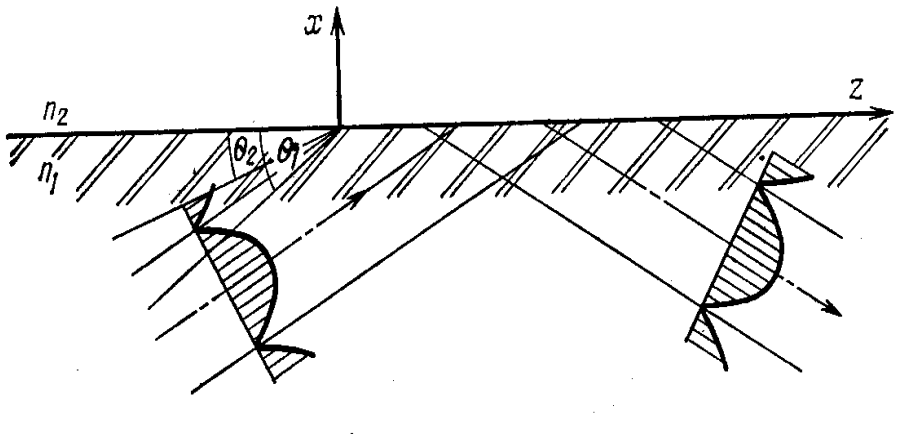


Рис.7.Зміщення пучка, утвореного суперпозицією двох однорідних плоских хвиль при повному внутрішньому відбитті.

Будь-який інший розподіл амплітуди поперечно обмеженого оптичного пучка, що розповсюджується в напрямку θ, можна утворити шляхом суперпозиції нескінченного числа однорідних плоских хвиль, які розповсюджуються в напрямках, близьких до кута θ, з різними амплітудами і фазами. Таким чином, поперечно-обмежені оптичні пучки складаються з зв'язки променів, кожний з яких являється однорідною плоскою хвилею.

Розглянемо тепер, яким чином відбувається повне внутрішнє відбиття найпростішої суперпозиції двох однорідних плоских хвиль на границі $x = 0$ області з меншим показником заломлення (Рис.). Нехай лінія амплітуди нульового поля проходить через границю в точці $z = 0$. Кожна хвиля повністю відбивається з своїм фазовим зсувом ϕ, кий залежить від кута падіння і хвилевих чисел (показників заломлення) в обох областях. Оскільки $E_{i1} = -E_{i2}$

при $x = 0$ і $z = 0$, то електричні поля відбитих хвиль залежать від x і z наступним чином:

$$E_{r1} = E_{i1} \exp[\, j(k_1 \sin\theta_1 x - k_1 \cos\theta_1 z + \phi_1)]$$

$$E_{r2} = -E_{i1} \exp[\, j(k_1 \sin\theta_2 x - k_1 \cos\theta_2 z + \phi_2)]$$

Їх лінії нульового поля , для яких $E_{r1} = - E_{r2,}$ випливає з виразу:

$$k_1(\sin\theta_1 x - \sin\theta_2 x - \cos\theta_1 z + \cos\theta_2 z) = \phi_2 - \phi_1 + m\pi,$$

де $m = 0,1,2,....$ Вони починаються на границі $x = 0$ при

$$z = (\phi_1 - \phi_2 + m\pi) / k_1(\cos\theta_1 - \cos\theta_2).$$

Для лінії нульового поля падаючої суперпозиції, що проходить через $x = z = 0,$

маємо $m = 0.$ Відповідна лінія відбитої суперпозиції зміщується на величину

$$z = (\phi_1 - \phi_2) / k_1(\cos\theta_1 - \cos\theta_2).$$

Позначаючи складову хвилевого вектора , паралельну границі (сталу розповсюдження), через $k_1 \cos\theta = \beta$, а різницю цих складових через $k_1(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) = \Delta\beta,$ отримаємо зміщення ліній нульового поля при повному внутрішньому відбитті:

$$z = \Delta\phi / \Delta\beta.$$

Для узагальнення цього результату для довільного оптичного пучка, що утворюється зв'язкою майже паралельних оптичних променів, перейдемо до границі $\Delta\theta \to 0$ і отримаємо величину

$$z = \partial\phi / \partial\beta$$

для зміщення оптичного пучка при повному внутрішньому відбитті. Оцінюючи цей вираз для ТЕ хвиль (Н-хвиль) з відповідним кутом ϕ_{TE}, отримаємо наступний зсув пучка:

$$z_{TE} = 2ctg\theta / \alpha_X,$$

Аналогічний зсув для ТМ хвиль (Е-хвиль) з фазовим кутом ϕ_{TM} має вигляд:

$$z_{TM} = 2n_2^{\,2} ctg\theta / (n_1^{\,2}\cos^2\theta - n_2^{\,2}\sin^2\theta)\alpha_X$$

Це явище відоме як зміщення Госа-Хенхена. На границі повного внутрішнього відбиття стала поперечного згасання α_X прямує до нуля і тому зсув необмежено зростає, вказуючи на те , що пучок в цьому випадку проходить все далі і далі від границі розділу перш ніж повертається в перше середовище. Завдяки зсуву Гооса-Хенхена відбитий пучок відбивається як би не від справжньої границі, а від еквівалентного фіктивного відбивача, який в середовищі з меншим показником заломлення дещо віддалений від границі. Як показано на рис.8 поверхня фіктивного відбивача зсунута на відстань $d = ztg\theta/2$ від фактичної границі.

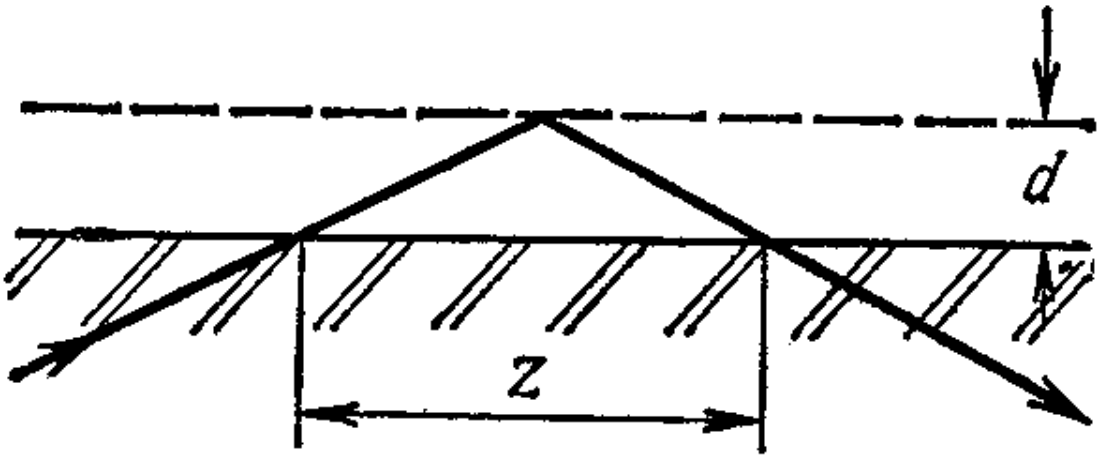


Рис.8 Фіктивний відбивач,.що відстоїть на відстань d від границі при повному внутрішньому відбитті.

Для ТЕ хвиль ця відстань, як було показано вище, визначається співвідношенням:

$$d_{TE} = 1/\alpha_X .$$

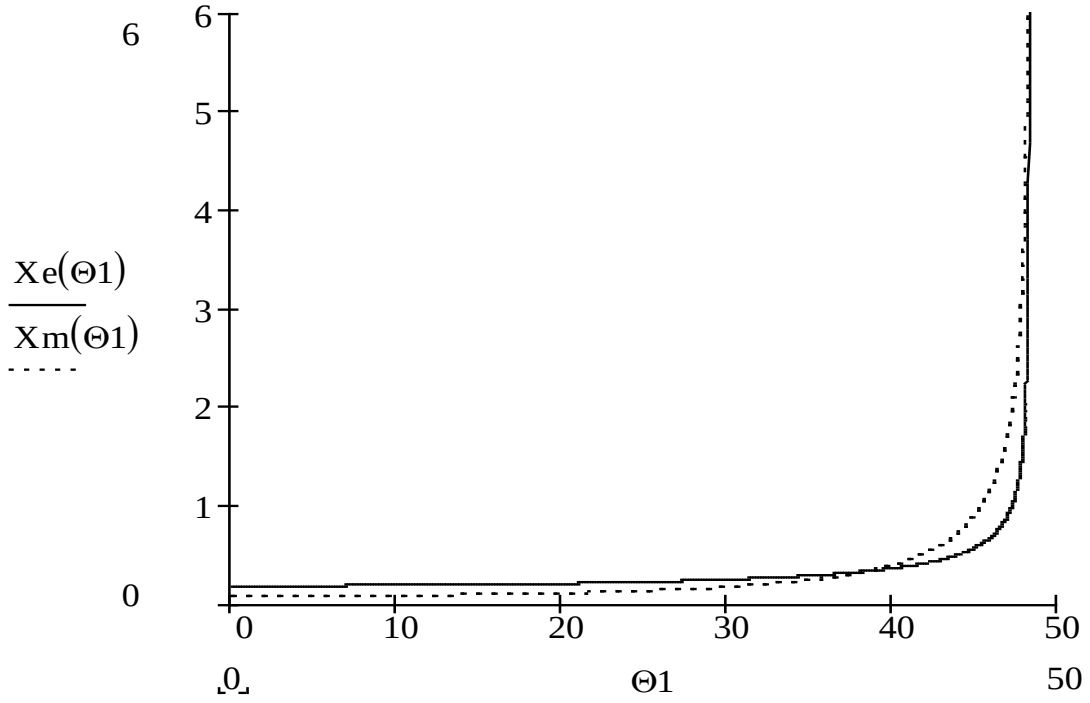
Для ТМ хвиль відстань , на якій поперечне поле спадає в е разів від його величини на границі визначається виразом:

$$d_{TM} = n_2^{\,2}/(n_1^{\,2}\cos^2\theta - n_2^{\,2}\sin^2\theta)\alpha_X .$$

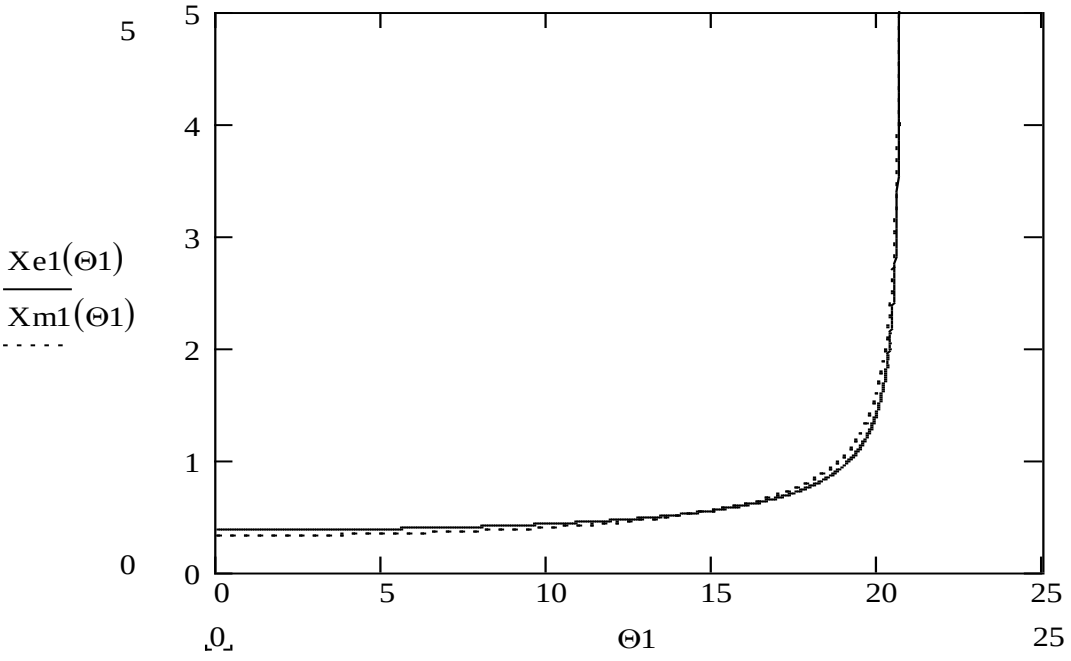
Біля критичного значення кута повного внутрішнього відбиття маємо $d_{TE} = n_1^{\,2}/n_2^{\,2}\alpha_X$ і, таким чином, $d_{TM} > d_{TE}$, а при ковзному падінні, для якого $\theta \to 0$, це співвідношення змінюється на $d_{TE} = n_2^{\,2}/n_1^{\,2}\alpha_X$, звідки випливає, що

$d_{TM} < d_{TE.}$ Залежності зсувів z_{te} та z_{tm} в залежності від кута повного внутрішнього падіння для різних випадків показані на рис3а. та рис.3б додатку.

Додаток. Рисунки



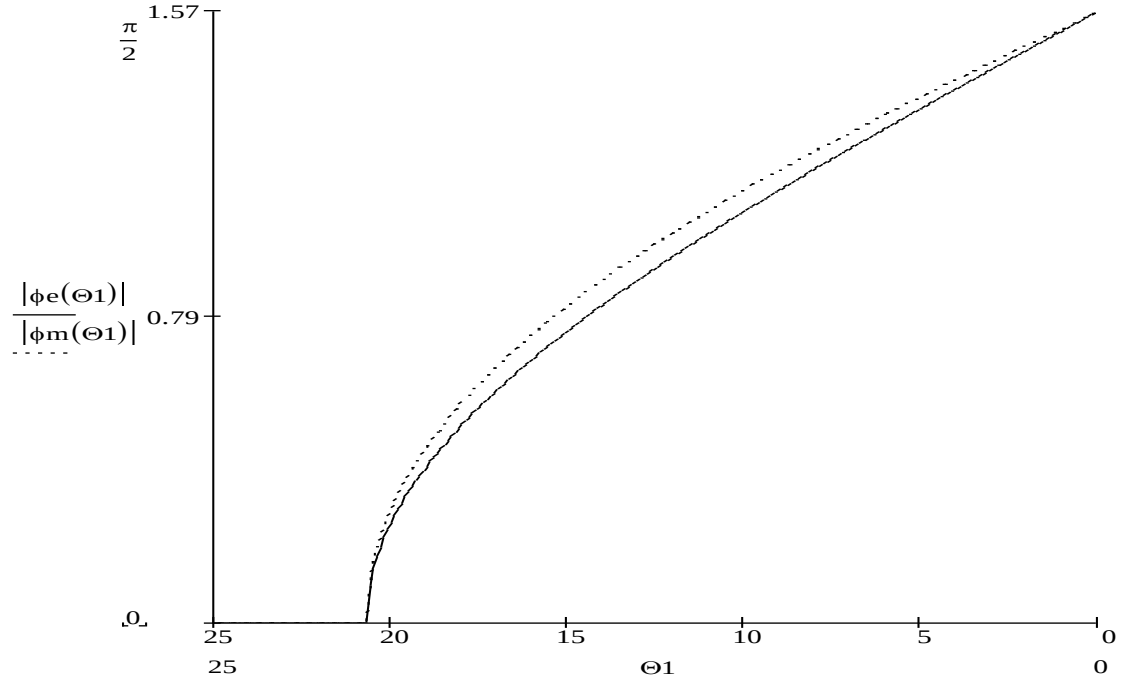
а.



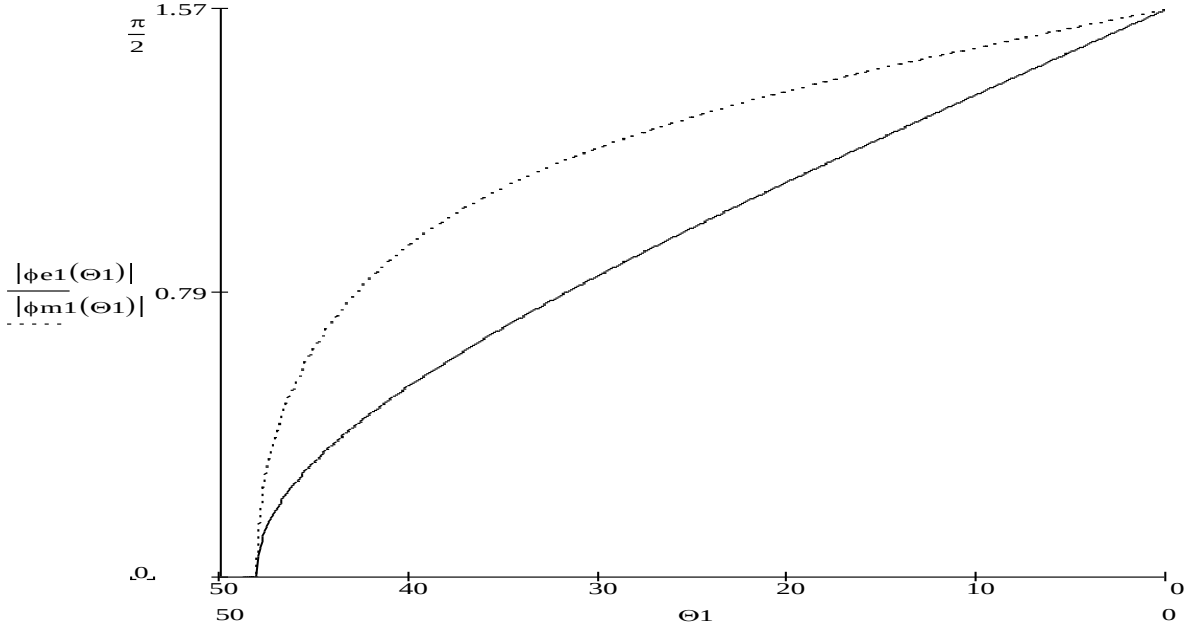
б.

Рис.1 Залежність від кута падіння глибини проникнення ТЕ та ТМ хвиль.в середовище

з меншим показником заломлення: а – $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1$; б – $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1.45$.

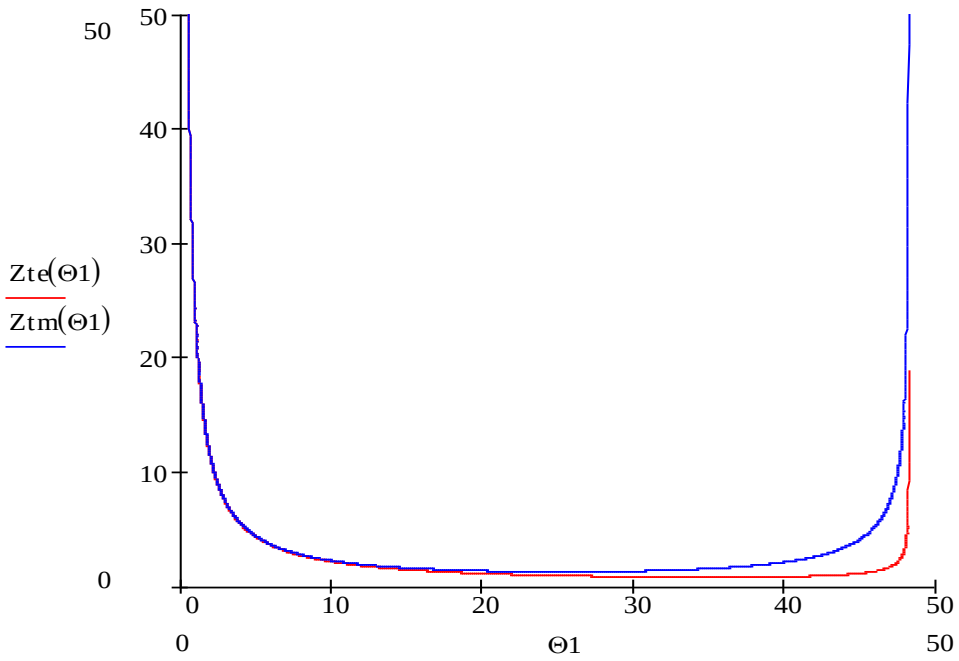


а.

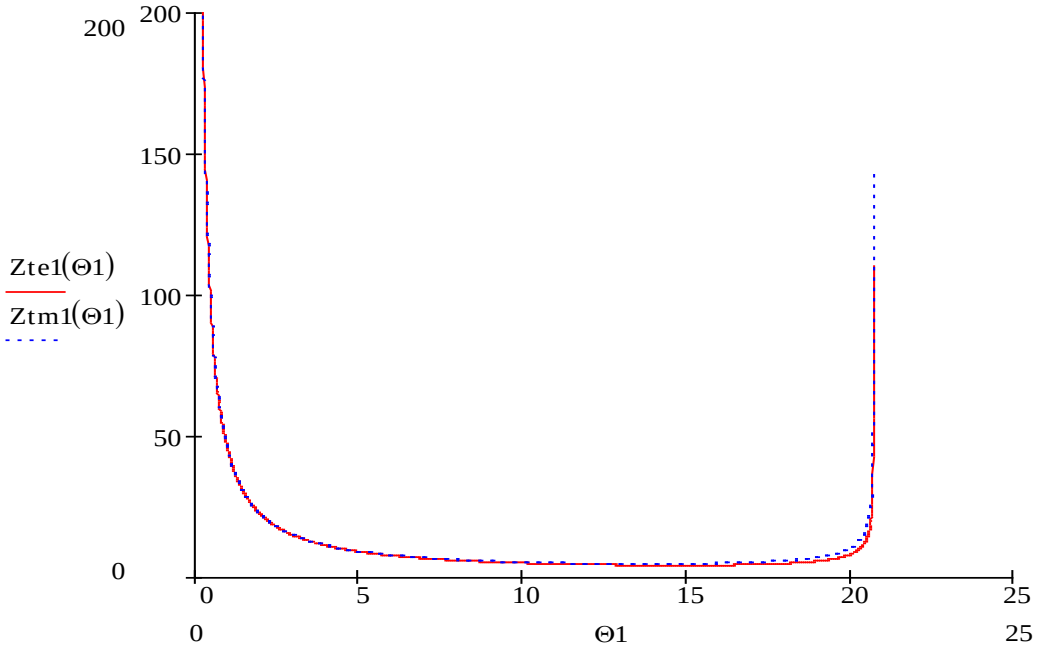


б.

Рис.2 Залежність від кута падіння фазового зсуву ТЕ та ТМ хвиль при повному внутрішньому відбитті.
а – $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1.45$; б – $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1$.



а.



б.

Рис.3 Залежність від кута падіння зсуву ТЕ та ТМ хвиль (ефект Госа-Хенхена) при повному внутрішньому відбитті. а – $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1$; б – $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1.45$.