8. Оптимальнийприйом сигналу. Демодуляція і детектування

Цифровая связь. Прокис Дж. (Proakis). 2000, с 255.

5.4.1. Оптимальный приёмник двоичных сигналов

Рассмотрим двоичную систему связи, которую используют для передачи информации двух модулированных по несущей сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$, где

$$s_m(t) = \mathrm{Re}\left[s_{lm}(t)\mathrm{e}^{j2\pi f_c t}\right], \quad m = 1, 2, \quad 0 \le t \le T, \tag{5.4.1}$$

а $s_{l,m}(t), \quad m = 1, 2$, – эквивалентные низкочастотные сигналы.

Считается, что два сигнала имеют равные энергии

$$\mathscr{E} = \int_0^T s_m^2(t)dt = \frac{1}{2}\int_0^T \left|s_{lm}(t)\right|^2 dt \tag{5.4.2}$$

и они характеризуются комплексным коэффициентом корреляции

$$\rho_{12} \equiv \rho = \frac{1}{\mathscr{E}}\int_0^T s_{l1}^*(t)s_{l2}(t)dt\,. \tag{5.4.3}$$

Считается, что принимаемый сигнал отличается от переданного случайной фазой и подвергается воздействию аддитивного шума

$$n(t) = \mathrm{Re}\left\{\left[n_c(t) + jn_s(t)\right]\mathrm{e}^{j2\pi f_c t}\right\} = \mathrm{Re}\left[z(t)\mathrm{e}^{j2\pi f_c t}\right]. \tag{5.4.4}$$

Таким образом, принимаемый сигнал можно выразить так:

$$r(t) = \mathrm{Re}\left\{\left[s_{lm}(t)\mathrm{e}^{j\phi} + z(t)\right]\mathrm{e}^{j2\pi f_c t}\right\}, \tag{5.4.5}$$

где

$$r_l(t) = s_{lm}(t)\mathrm{e}^{j\phi} + z(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{5.4.6}$$

– эквивалентный низкочастотный принимаемый сигнал. Этот принимаемый сигнал теперь проходит через демодулятор, отсчёт которого при $t = T$ подается на детектор.

Оптимальный демодулятор. В разд. 5.1.1 мы показали, что, если принимаемый сигнал коррелируется с набором ортонормированных функций $\{f_n(t)\}$, на которые натянуто пространство сигналов, выходы набора корреляторов обеспечивают набор достаточных статистик для детектора с тем, чтобы сделать решение, которое минимизирует среднюю вероятность ошибки. Мы также показали, что набор согласованных фильтров может заменить набор корреляторов.

Похожее ортонормированное разложение можно выполнить по отношению к принимаемому сигналу с неизвестной фазой несущей. Однако математически удобнее иметь дело с эквивалентным низкочастотным сигналом и выполнить сигнальные корреляторы или согласованные фильтры по отношению к эквивалентным низкочастотным сигналам.

Для конкретности: импульсная характеристика фильтра, согласованного с комплексным эквивалентным низкочастотным сигналом $s_l(t), \quad 0 \le t \le T$, определяется так (см. задачу 5.6):

$$h_l(t) = s_l^*(T - t)\,, \tag{5.4.7}$$

а выход такого фильтра в момент $t = T$ равен

$$\int_0^T \left|s_l(t)\right|^2 dt = 2\mathscr{E}\,, \tag{5.4.8}$$

где $\mathcal{E}$ – энергия сигнала. Аналогичный результат получается, если сигнал $s_l(t)$ коррелируется с $s_l^*(t)$, а коррелятор стробируется в момент времени $t = T$. Следовательно, оптимальный демодулятор для эквивалентного низкочастотного принимаемого сигнала $s_l(t)$ в (5.4.6) можно реализовать двумя согласованными фильтрами, работающими параллельно, один согласован с $s_{l1}(t)$, а другой с $s_{l2}(t)$. Он показан на рис. 5.4.1. Выходы согласованных фильтров или корреляторов в точках отсчёта являются двумя комплексными числами

$$r_m = r_{mc} + jr_{ms}, \quad m = 1, 2. \tag{5.4.9}$$

Предположим, что передаётся сигнал $s_1(t)$. Тогда легко показать (см. задачу 5.35), что

$$\begin{aligned} r_1 &= 2\mathcal{E}\cos\phi + n_{1c} + j\left(2\mathcal{E}\sin\phi + n_{1s}\right), \\ r_2 &= 2\mathcal{E}|\rho|\cos\left(\phi + \alpha_0\right) + n_{2c} + j\left(2\mathcal{E}|\rho|\sin\left(\phi + \alpha_0\right) + n_{2s}\right), \end{aligned} \tag{5.4.10}$$

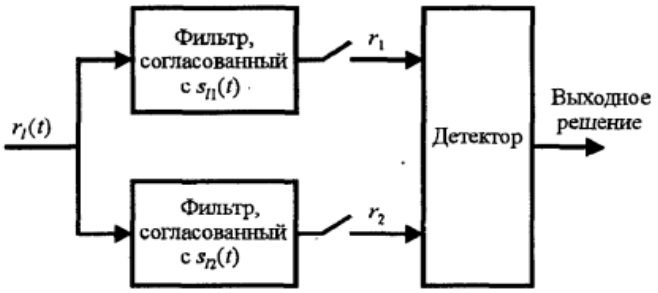


Рис. 5.4.1. Оптимальный приёмник для двоичных сигналов

где ρ – комплексный коэффициент корреляции двух сигналов $s_{l1}(t)$ и $s_{l2}(t)$, который можно выразить как $\rho = |\rho|\exp\left(j\alpha_0\right)$. Случайные величины шума n_{1c}, n_{1s}, n_{2c} и n_{2s} – совместно гауссовские с нулевыми средними и равными дисперсиями.

Оптимальный детектор. Оптимальный детектор наблюдает случайные величины $\left[r_{1c}\ r_{1s}\ r_{2c}\ r_{2s}\right] = \mathbf{r}$, где $r_1 = r_{1c} + jr_{1s}$ и $r_2 = r_{2c} + jr_{2s}$, и выносит свое решение на основе апостериорных вероятностей $P\left(\mathbf{s}_m|\mathbf{r}\right)$, $m = 1, 2$. Эти вероятности можно выразить так:

$$P\left(\mathbf{s}_m|\,\mathbf{r}\right) = \frac{p\left(\mathbf{r}|\,\mathbf{s}_m\right)P\left(\mathbf{s}_m\right)}{p(\mathbf{r})}, \quad m = 1, 2, \tag{5.4.11}$$

Таким образом, оптимальный детектор вычисляет две огибающие $\sqrt{r_{1c}^2 + r_{1s}^2}$ и $\sqrt{r_{2c}^2 + r_{2s}^2}$ и соответствующие значения функции Бесселя $I_0\left(2\mathcal{E}\sqrt{r_{1c}^2 + r_{1s}^2}/\sigma^2\right)$ и $I_0\left(2\mathcal{E}\sqrt{r_{2c}^2 + r_{2s}^2}/\sigma^2\right)$ для того, чтобы сформировать отношение правдоподобия. Мы видим, что эти вычисления требуют знания дисперсии шума σ^2. Затем отношение правдоподобия сравнивается с порогом $P\left(\mathbf{s}_2\right)/P\left(\mathbf{s}_1\right)$, чтобы определить, какой сигнал передан.

Существенные упрощения в реализации оптимального детектора возникают, когда оба сигнала равновероятны. В этом случае порог равен единице и с учетом монотонного изменения функции Бесселя, показанного на рис. 5.4.2, правило оптимального детектирования упрощается:

$$\sqrt{r_{1c}^2 + r_{1s}^2} \underset{s_2}{\overset{s_1}{\gtrless}} \sqrt{r_{2c}^2 + r_{2s}^2}. \tag{5.4.21}$$

Таким образом, оптимальный детектор основывает свое решение на двух огибающих $\sqrt{r_{1c}^2 + r_{1s}^2}$ и $\sqrt{r_{2c}^2 + r_{2s}^2}$, и поэтому он называется *детектором огибающей*.

9. Білий нормальний шум і його властивості.(138)

Представлення білого шуму. Білий шум є випадковим процесом, який має постійну спектральну щільність в необмеженому діапазоні частот. Цей вид шуму не може бути виражений через вузько смугові квадратурні компоненти внаслідок широкосмуговості процесу.

У питаннях, пов'язаних з демодуляцією вузько смугових сигналів на тлі шумів,математично зручно представити адитивний шум як білий і виразити його через квадратурні компоненти. Це можна виконати, припускаючи, що сигнал і шум на приймаючій стороні пройшли через ідеальний смуговий фільтр, який має смугу пропускання більш широку, ніж смуга сигналу. Такий фільтр може внести незначні спотворення в сигнал, але він виключає частотні компоненти шуму поза смуги пропускання фільтра.

Білий шум, який пройшов ідеальний смуговий фільтр називають смуговим білим шумом і він має спектральну густину виду показаному на малюнку. Спектральна автокореляційна функція еквівалентного білого низькочастотного шуму рівна

$$\Phi_{zz}(f) = \begin{cases} N_0 \ (f \leq \frac{1}{2}B) \\ 0 \ (f > \frac{1}{2}B) \end{cases}$$

$$\phi_{zz}(\tau) = N_0 \frac{sin\pi B\tau}{\pi\tau}$$

Гранична форма $\phi_{zz}(\tau)$, коли смуга частот$B \to \infty$ виражається

$$\phi_{zz}(\tau) = N_0\delta(\tau)$$

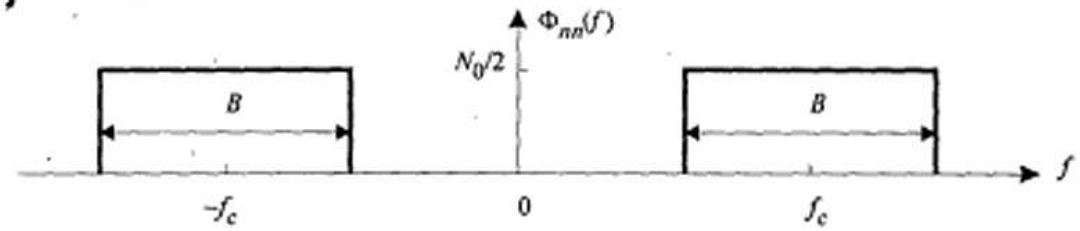


Рис. 4.1.3. Смуговий шум з рівномірним спектром

Спектральна густина потужності білого і смугового білого шуму семитрична відносно $f = 0$, так що $\phi_{yx}(\tau) = 0$ для всіх τ. Відповідно

$$\phi_{zz}(\tau) = \phi_{xx}(\tau) = \phi_{yy}(\tau)$$

Це означає, що квадратурні компоненти $X(t)\ i\ Y(t)$ не корельовано при всіх часових зсувах $\phi_{zz}(\tau)$, а автокореляційні функції $Z(t), X(t)\ i\ Y(t)$ однакові