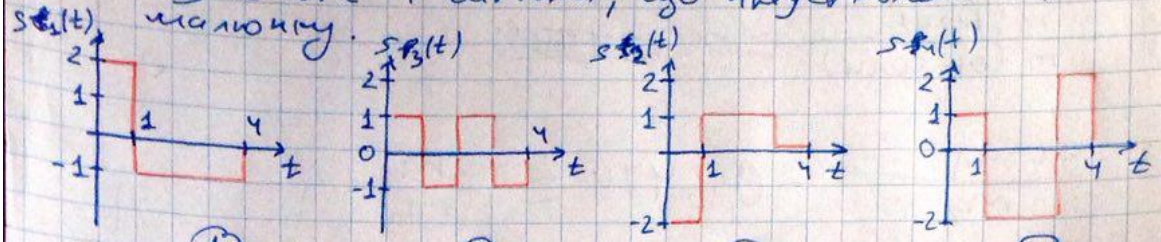
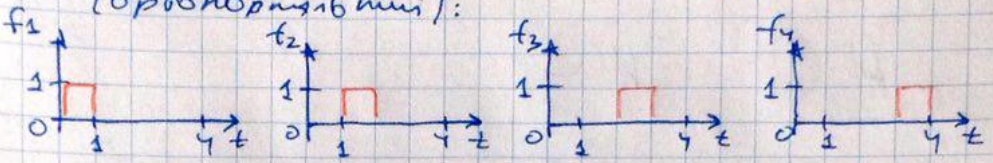
(31) Розглянуто 4 сигнали, що представлені на малюнку.



① ③ ② ④

а) Побудуйте ортонормальний базис у просторі, якому належать сигнали. Яка розмірність простору сигналів?

Можемо використовувати такий простір сигналів (ортонормальний):



Представимо сигнали S_i у матричному вигляді:

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix}$$

Так як ранг матриці 4, то розмірність простору – 4.

б) Використовуйте побудований базис для подання сигналів у вигляді векторів $\vec{S_1}, \vec{S_2}, \vec{S_3}, \vec{S_4}$. (представлено в пункті а):

$S_1 = [2, -1, -1, -1]$ $\quad S_3 = [1, -1, 1, -1]$

$S_2 = [-2, 1, 1, 0]$ $\quad S_4 = [1, -2, -2, 2]$

в) Визначте мінімальну відстань між парами цих векторів:

$$d_{12} = \sqrt{|S_1 - S_2|^2} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{25}$$

$$d_{13} = \sqrt{|S_1 - S_3|^2} = \sqrt{1^2 + 0^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{5} \leftarrow d_{min}$$

$$d_{14} = \sqrt{|S_1 - S_4|^2} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{12}$$

$$d_{23} = \sqrt{|S_2 - S_3|^2} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{14}$$

$$d_{24} = \sqrt{|S_2 - S_4|^2} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{31}$$

$$d_{34} = \sqrt{|S_3 - S_4|^2} = \sqrt{0^2 + 1^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{19}$$