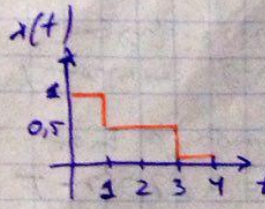
(30) Розглянуте три сигнали $f_n(t)$, що зображені на малюнку.

а) покажіть, що сигнали ортогональні (співпадає з пунктом а задачі 29)

б) виразіть сигнал $x(t)$ як лінійну комбінацію сигналів $f_n(t)$:



$$x(t) = \begin{cases} 1; & 0 \le t < 1 \\ 0{,}5; & 1 \le t < 3 \\ 0; & 3 \le t < 4 \end{cases}$$

$$x_i = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) f_i(t)\, dt$$

(теорія щодо вагових коефіцієнтів також є в задачі 29)

$$x_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot f_1\, dt = \int_0^4 x(t) f_1\, dt = \int_0^1 1 \cdot 0{,}5\, dt +$$
$$+ \int_1^2 0{,}5 \cdot 0{,}5\, dt + \int_2^3 0{,}5 \cdot (-0{,}5)\, dt + \int_3^4 0 \cdot (-0{,}5)\, dt =$$
$$= \frac{1}{2}t\Big|_0^1 + \frac{1}{4}t\Big|_1^2 - \frac{1}{4}t\Big|_2^3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_2\, dt = \int_0^4 x \cdot f_2\, dt = \int_0^1 1 \cdot 0{,}5\, dt + \int_1^3 0{,}5 \cdot 0{,}5\, dt +$$
$$+ \int_3^4 0 \cdot 0{,}5\, dt = \frac{1}{2}t\Big|_0^1 + \frac{1}{4}t\Big|_1^3 = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} = 1$$

$$x_3 = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_3\, dt = \int_0^4 x \cdot f_3\, dt = \int_0^1 1 \cdot 0{,}5\, dt + \int_1^2 0{,}5 \cdot (-0{,}5)\, dt +$$
$$+ \int_2^3 0{,}5 \cdot 0{,}5\, dt + \int_3^4 0 \cdot (-0{,}5)\, dt = \frac{1}{2}t\Big|_0^1 - \frac{1}{4}t\Big|_1^2 + \frac{1}{4}t\Big|_2^3 =$$
$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} f_1 + f_2 + \frac{1}{2} f_3$$