Если нарушить условия существования для найменееиндексной моды, то распространятся будет нечему, смотрите ниже.

Променева модель формування оптичних мод в хвилеводних структурах.

Лекція №4

Метою лекції являється вивчення фізичних принципів формування оптичних мод у довільних діелектричних хвилеводах: оптичних волокнах, інтегрально-оптичних планарних та канальних структурах. Незважаючи на доволі різні геометричні параметри зазначених хвилеводних структур, їх об'єднують загальні фізичні принципи хвилеутворення. Тому для досягнення поставленої мети обрана найпростіша як для експериментальної реалізації, так і для математичного опису одномірна оптична хвилеводна структура–планарний діелектричний хвилевід на основі плівки залізо–ітрієвого ферит–гранату (ЗІГ). .

Теоретичні відомості

УТВОРЕННЯ ХВИЛЕВОДНИХ МОД

Розглянемо фізику розповсюдження оптичного випромінювання в одномірній оптичній хвилеводній структурі – планарному хвилеводі. Такі хвилеводи виготовляють з тонких діелектричних плівок з малим оптичним поглинанням, що розташовані між прозорими покрівельним шаром та підкладинкою. Реальні оптичні хвилі як у будь-якому середовищі, так і в нашій тришаровій діелектричній структурі це неоднорідні плоскі хвилі, що розповсюджуються в напрямку хвилевого вектора, а в ортогональному напрямку їх амплітуда згасає по певному закону (як правило, це експоненційний або гаусовий закон згасання). Такі хвилі при розповсюдженні при деяких умовах зберігають плоским лише фазовий фронт. Суттєво, що неоднорідні плоскі хвилі завжди мають повздовжні компоненти електричного та магнітного полів. У напрямку однієї з осей декартової системи координат (надалі це буде вісь *y*) можна вважати, що така тришарова структура являється однорідною і нескінченною ($\partial / \partial y = 0$) (Рис. 1). На практиці завжди можна реалізувати ситуацію, коли падаюче оптичне поле не має залежності по вісі *y* (лежить у площині падіння *xz*). У такому випадку як відбите, так і заломлене поля також не будуть мати залежності від *y*, а вздовж *z* залежність скрізь буде одноковою (це означає, що повздовжні проекції хвилевого вектора в падаючій, відбитій та заломленій хвилях будуть однаковими). З останнього факту автоматично випливають закон відбиття та закон Снеліуса. Таке наближення було використано Френелем для опису явищ відбиття та заломлення оптичних хвиль на границі двох прозорих діелектриків [3]. Якщо за падаюче оптичне поле взяти поле E, що паралельне границі двох діелектриків (p компоненти по Френелю), то поперечно згасаюча оптична хвиля буде мати складову магнітного поля вздовж хвилевого вектора. Це так звані TE– або H–хвилі. Якщо за вихідне поле взяти магнітне поле, що паралельне границі (s компоненти по

Френелю), то електричне поле буде мати складову вздовж хвилевого вектора. Це ТМ– або Е–хвилі. Хвилю довільної поляризації можна завжди розкласти на ТЕ– та ТМ–хвилі.

Розглянемо детально процес хвилеутворення в довільній, асиметричній, планарній тришаровій діелектричній структурі, що складається із самої хвилеводної плівки з діелектричною сталою n_f, підкладинки та покрівельного шару з діелектричними сталими n_s та n_c відповідно (Рис. 1). Між показниками заломлення цих шарів повинне виконуватись співвідношення: $n_f>n_s>n_c$. У ролі покрівельного шару часто виступає повітря ($n_c=1$). Якщо $n_s = n_c$, хвилеводна структура називається симетричною.

Розглянемо неоднорідні плоскі хвилі, що розповсюджуються вздовж такої тришарової плівки в напрямку вісі *z* .

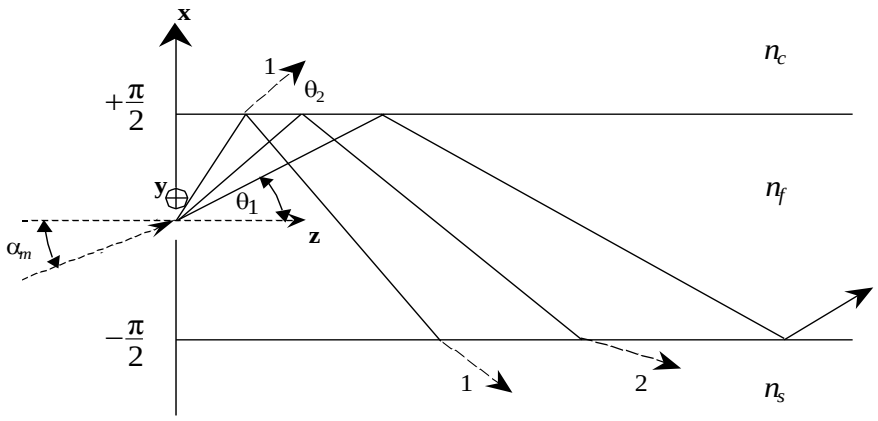


Рис. 1 Моди асиметричного планарного хвилеводу

Будемо вважати, що джерело випромінювання, яке збуджує оптичні хвилі в діелектричному шарі з показником заломлення n_f, також не має залежності від *y*. Таким джерелом може бути щілина, що випромінює у всіх напрямках в інтервалі кутів $(-\frac{\pi}{2};+\frac{\pi}{2})$. Кут θ_1 відраховується від напрямку розповсюдження, який завжди пов'язують з віссю *z*. В залежності від величини кута θ_1, який пов'язаний із зовнішнім кутом падіння α_m законом Снеліуса ($\alpha_m = n_f \sin\theta_1$), може бути реалізовано три режими розповсюдження світла у хвилеводі [1, 2]:

а) Кут $\theta_1>\theta_{0c}$, де $\theta_{0c}=\arccos(n_c/n_f)$ – кут повного внутрішнього відбиття падаючого променя від покрівельного шару. При цьому промінь частково відбивається від границі n_f – n_c, а частково виходить під кутом θ_2, який визначається із закону Снеліуса: $n_f\cos\theta_1=n_c\cos\theta_2$. Оскільки $n_f\approx n_s$ (як правило, показники заломлення хвилеводного шару та підкладинки дуже близькі), цей промінь майже повністю виходить у підкладинку.

Такий процес часткового відбиття та заломлення повторюється безперервно, а початкова енергія розподіляється між всіма променями. Оптичні хвилі, що утворюються в системі хвилевод–покрівельний шар–підкладинка у випадку, коли відсутнє повне внутрішнє відбиття на обох границях,

називаються модами випромінювання. Поля вздовж z для таких мод спадають по інтенсивності за рахунок витікання. Отже, умова існування мод випромінювання: $\theta_{0c}<|\theta_1|<\pi/2$;

б) Промені в шарі n_f розповсюджуються в діапазоні кутів $\theta_{fs}<|\theta_1|<\theta_{0c}$, де $\theta_{fs}=\arccos(n_s/n_f)$. Такі хвилі повністю відбиваються на границі плівка–покрівельний шар, частково відбиваються на границі плівки–підкладинка, а частково випромінюються в підкладинку. Такі хвилі також належать до групи мод випромінювання і називаються модами підкладинки;

в) Промені, що входять у хвилевод під кутами $\theta_1<\theta_{fs}$, повністю відбиваються від обох границь. Такі хвилі називаються модами плівки. Енергія оптичних мод сконцентрована в плівці і направляється по плівці. Синус граничного кута α_m, який забезпечує такий режим розповсюдження оптичного випромінювання, називають в оптиці числовою апертурою хвилеводної структури і позначають абревіатурою NA:

$$\sin \alpha_m = n_f \sin \theta_{fs} = (n_f^2 - n_s^2)^{1/2} = NA$$

Покажемо, що наявність повного внутрішнього відбиття на обох границях тришарової структури являється лише необхідною умовою утворення світла, що розповсюджується по хвилеводу вздовж вісі z. Для цього, використовуючи просту, але фізично наглядну променеву модель розповсюдження оптичного випромінювання в планарному хвилеводі, отримаємо дисперсійне рівняння для хвилеводного режиму, тобто для випадку, коли неоднорідна плоска хвиля повністю відбивається від обох границь ($\theta_1<\theta_{fs}$). Нагадаємо, що при повному внутрішньому відбитті амплітуди падаючого та відбитого випромінювання рівні між собою, а фаза відбитого променя залежить від поляризації падаючого випромінювання (ТЕ або ТМ), оптичних параметрів середовищ та самого кута повного внутрішнього відбиття [3].

З рівнянь Максвелла автоматично випливає, що власними хвилями середовища, в якому відсутні зміни вздовж вісі y, являються раніше формально введені незалежні ТЕ– (E_y,H_x,H_z) та ТМ– (E_x,H_y,E_z) електромагнітні хвилі. Оптична хвилеводна мода утворюється внаслідок зигзагоподібного руху таких власних хвиль між покрівельним шаром та підкладинкою при деяких додаткових умовах. Визначимо ці умови. Очевидно, що поля таких хвиль в нашій структурі змінюються по закону

$$\exp [-j\cdot(k_x\cdot x + k_z\cdot z)],$$

де $k_x = \pm kn_f\cdot\sin\theta$ – поперечна компонента хвилевого вектора, яка при зигзагоподібному розповсюдженні змінює знак; $k_z = \beta_z = kn_f\cdot\cos\theta$ – повздовжня компонента хвилевого вектора або стала розповсюдження.

Суттєво, що при хвилеводному розповсюдженні променя кут θ не може приймати будь-які неперервні значення, а тільки такі (дискретні), які призводять до утворення картини самоузгодженого розподілу поля, що відповідає певній хвилеводній моді. Просумуємо всі зміни фази, що мають місце при русі хвилі від точки А (нижня границя $x = 0$) до верхньої границі (x=h) і далі при русі відбитої хвилі до точки С, тобто до вихідної ситуації (Рис. 2). Для утворення самоузгодженого поля необхідно, щоб поле в точці С було таким, як і в точці А, тобто сумарна зміна фази повинна бути кратною $2m\pi$.

Іншими словами, площина фіксованої фази в точці А при русі хвилі в напрямку вісі z повинна залишитися незмінною**.**

Ця умова і буде достатньою для утворення хвилеводних мод. Запишемо її математичний вираз. У зміну фази хвилі робить внесок лише

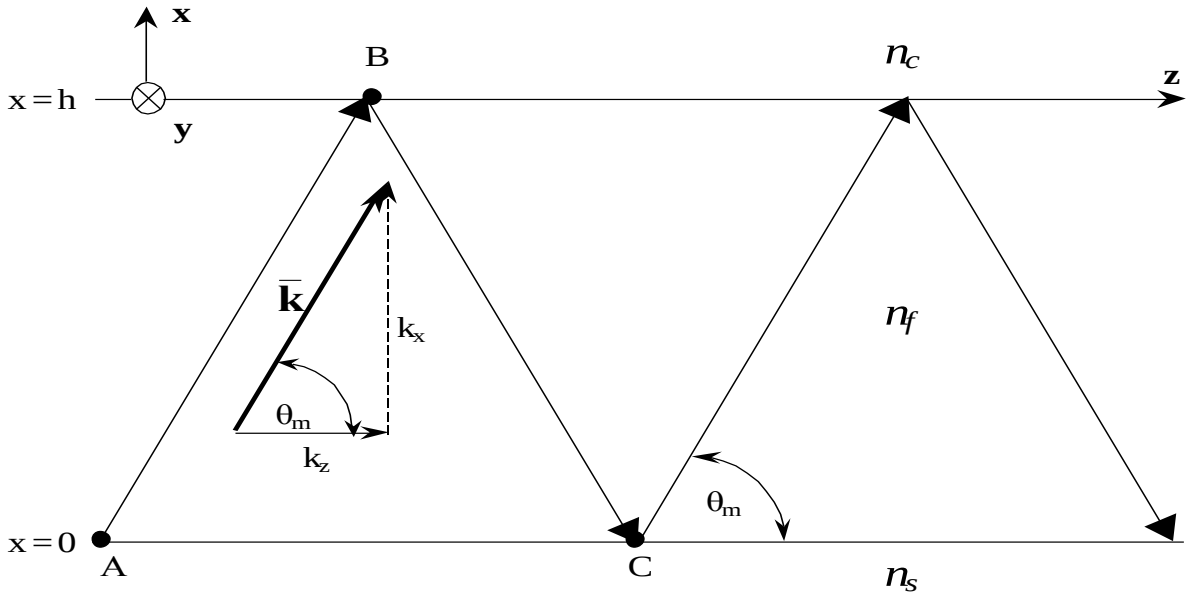


Рис. 2 Променева модель утворення хвилеводних мод в планарному хвилеводі.

поперечна компонента хвилевого вектора. За перший прохід зміна фази за рахунок поперечної компоненти хвилевого вектора становить: $k_x \cdot x = k \cdot n_f \cdot \sin\theta \cdot h$ (рух променя від точки А до точки В). У точці В за рахунок повного внутрішнього відбиття від границі n_f–n_c додатковий зсув фази у відбитому випромінюванні буде $-\varphi^c_{TE}$ або $-\varphi^c_{TM}$ [3,5]. За другий прохід (від точки В до точки С) зсув фаз за рахунок поперечної компоненти хвилевого вектора буде, як і при першому проході, к $n_f \sin\theta \cdot h$. І, нарешті, в точці С, за рахунок повного внутрішнього відбиття від підкладинки (n_f–n_s), фазовий зсув у відбитому випромінюванні $-\varphi^s_{TE}$ або $-\varphi^s_{TM}$. Сумарний зсув фаз для ТЕ–хвиль буде мати такий вигляд:

$$2k \cdot n_f \cdot h \cdot \sin\theta_m - \varphi^c_{TE} - \varphi^s_{TE} = 2m\pi. \qquad (1)$$

Вирази для фазових кутів φ_{TE} та φ_{TM} відомі [1]. У дисперсійному рівнянні (1) для кута θ ми ввели індекс m, щоб акцентувати увагу на те, що тільки при певних дискретних значеннях цього кута збуджується хвилеводна мода з індексом m. Таким чином, можна записати умову утворення самоузгодженого поля для TE_m– хвилеводних мод:

$$2kn_f \sin\theta_m \cdot h - 2\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_f^2\cos^2\theta_m - n_c^2}}{n_f \sin\theta_m} - 2\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_f^2\cos^2\theta_m - n_s^2}}{n_f \sin\theta_m} = 2m\pi. \qquad (2)$$

Позначимо $n_f\cos\theta = N_m$ (kN_m – *z*–ва складова хвильового вектора) – ефективний показник заломлення m–ої хвилеводної моди.

Зробимо очевидну заміну : $n_f \sin\theta_m = n_f\sqrt{1-\cos^2\theta} = \sqrt{n_f^2 - N_m^2}$

Отже, остаточно дисперсійне рівняння для TE_m– хвилеводних мод має вигляд:

$$2kh\sqrt{n_f^2 - N_m^2} = 2\text{arctg}\frac{\sqrt{N_m^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}} + 2\text{arctg}\frac{\sqrt{N_m^2 - n_s^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}} + 2m\pi. \qquad (3)$$

Це дисперсійне рівняння встановлює залежність між параметрами хвилеводу h, n_f, n_c, n_s та довжиною оптичної хвилі ($k = 2\pi/\lambda$), або її частотою. Очевидно, що стала розповсюдження хвилеводної моди $\beta=k\cdot N_m=k\cdot n_f\cdot\cos\theta$ змінюється в межах:

$$k\cdot n_s < \beta < k\cdot n_f. \qquad (4)$$

Оскільки, як було зазначено вище, хвилеводні моди збуджуються при $\theta_1<\theta_{fs}=\arccos(n_s/n_f)$, то мінімальне значення сталої розповсюдження $kN_m=kn_s$.

Аналогічно, для випадку збудження TM_m–мод отримаємо дисперсійне рівняння:

$$kh\sqrt{n_f^2 - N_m^2} = \text{arctg}\left\{\left(\frac{n_f}{n_c}\right)^2 \frac{\sqrt{N_m^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}}\right\} + \text{arctg}\left\{\left(\frac{n_f}{n_s}\right)^2 \frac{\sqrt{N_m^2 - n_s^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}}\right\} + m\pi \qquad (5)$$

Рівняння (3) та (5) трансцендентні, простого аналітичного виразу для сталої розповсюдження β_m (або ефективного показника заломлення N_m) не існує. Тому для аналізу (3),(5) поступають наступним чином. При заданих, відомих параметрах хвилеводу n_s, n_f, n_c, наприклад, надають значення N_m з інтервалу $n_s<N_m<n_f$ і знаходять товщину хвилеводу, в якому буде збуджуватись m хвилеводних мод.

Наприклад, монокристалічна феритова плівка залізо–ітрієвого ферит–гранату (ЗІГ), прозора в діапазоні інфрачервоного випромінювання, на одній з частот генерації He–Ne лазера (λ=1,15 мкм) має такі параметри: n_f=2,25 – показник заломлення хвилеводної плівки $Y_3Fe_5O_{12}$, n_s=1,945 – показник заломлення підкладинки GGG, n_c=1 – показник заломлення покрівельного шару (повітря). Дисперсійна залежність хвилеводних мод у такій плівці (залежність ефективного показника заломлення N_m від товщини h), яка розрахована за допомогою формул (3) та (5), показана на рис. 3.

Таким чином, ефективний показник заломлення конкретної хвилеводної моди в планарному хвилеводі приймає тільки певне дискретне значення, яке задовольняє умові поперечного резонансу. Причому фазові швидкості ортогональних TE_m– та TM_m–мод одного порядку мають суттєво різні значення. Конкретне положення робочої моди на дисперсійній характеристиці (при фіксованій товщині хвилеводу це просто точка на характеристиці, а при експериментальному збудженні – яскравий спалах) задається конкретною товщиною хвилеводу. Наприклад, при товщині хвилеводу h = 2мкм у хвилеводі

(в залежності від поляризації та сталої розповсюдження збуджуючого оптичного випромінювання) може існувати 4 TE– або 4 TM–моди. Таким чином, власними хвилями оптичного планарного хвилеводу є ортогональні

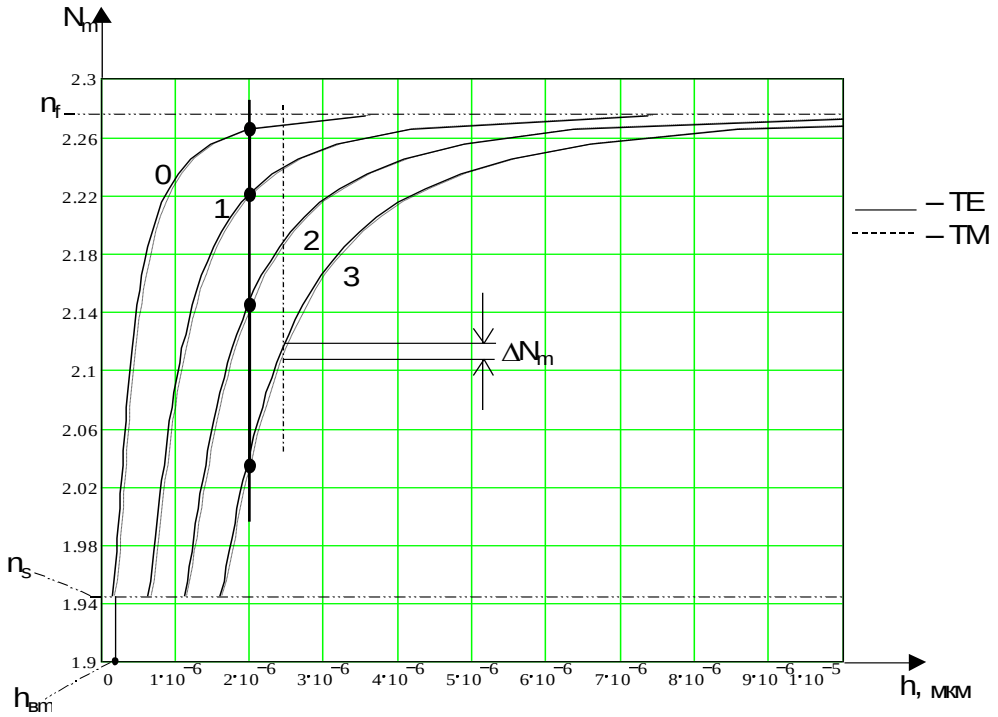


Рис. 3 Дисперсія TE_m та TM_m хвилеводних мод у плівці ЗІГ.

TE_m– та TM_m–моди, які розповсюджуються з різними фазовими швидкостями. Останній факт являється джерелом міжмодової дисперсії в багатомодових хвилеводах.

Із дисперсійних рівнянь (3), (5) випливає, що для кожної пари ортогональних мод (конкретне m) існує своя товщина відсічки (різницею в товщинах відсічки для мод одного порядку можна знехтувати). Визначимо ці товщини, для чого необхідно в рівнянні (3), наприклад, покласти $N_m=n_s$. Отримаємо:

$$kh_{вт}\sqrt{n_f^2-n_s^2}=\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_s^2-n_c^2}}{\sqrt{n_f^2-n_s^2}}+m\pi. \qquad (6)$$

З цієї формули можна отримати наближене значення числа мод, що збуджуються у хвилеводі товщиною h:

$$m\approx\frac{2h}{\lambda}\sqrt{n_f^2-n_s^2}. \qquad (7)$$

Як видно з рис. 3, у хвилеводі, що має товщину, меншу ніж товщина відсічки для нульової моди, оптичне випромінювання у хвилеводному режимі розповсюджуватись не може. Така картина характерна для асиметричних хвилеводів. У симетричних планарних та волоконних хвилеводах, де $n_c = n_s$, дисперсійна характеристика для моди з m = 0 починається з нульової товщини (відсічки не існує). На рис.4 показані поперечні розподіл полів мод з різним номером моди m. Під номером m зручно розуміти число нулів амплітуди електричного або магнітного полів на поперечному перерізі хвилевода. При $m=0$ (нульова мода , Рис.4a) амплітуди полів не переходять через нуль.