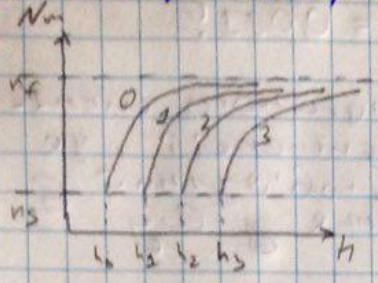
(13) Скільки оптичних мод може розповсюджуватись в хвилеводі з параметрами: $n_f = 2,2$; $n_s = 1,9$; $n_c = 1,0$; $\lambda = 1,3$ мкм; $h = 9$ мкм.

Дисперсійна крива:



h_0, h_1, h_2, h_3 – товщини відсічки (мінімальні товщини для спостереження мод $m = 0, 1, 2, 3$)

За даних умов ми можемо використати дисперсійне рівняння та знайти з нього m, яке спостерігатиметься за даної товщини хвилеводу, це буде максимальна мода.

Дисперсійне рівняння:

$$2kh\sqrt{n_f^2 - N_m^2} = 2\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{N_m^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}} + 2\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{N_m^2 - n_s^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}} + 2m\pi$$

Ми розглядаємо точки з $N_m = n_s$, бо в них мінімальна товщина для кожної моди:

$$2kh\sqrt{n_f^2 - n_s^2} = 2\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_s^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} + 2\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_s^2 - n_s^2}}{\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} + 2m\pi$$

Враховуємо, що $k = 2\pi/\lambda$:

$$\frac{2\pi}{\lambda}h\sqrt{n_f^2 - n_s^2} = 2\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_s^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} + m\pi$$

$$m = \frac{1}{\pi}\left[\frac{2\pi}{\lambda}h\sqrt{n_f^2 - n_s^2} - \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_s^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - n_s^2}}\right] =$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[\frac{2\pi}{1,3\text{ мкм}} \cdot 9\text{ мкм}\sqrt{2,2^2 - 1,9^2} - \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1,9^2 - 1,0^2}}{\sqrt{2,2^2 - 1,9^2}}\right] =$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[73,477 \cdot 1,10905 - \operatorname{arctg}\frac{1,61555}{1,10905}\right] = \frac{1}{\pi}\left[48,218 - 0,969\right] = 15,047,$$

отже $m_{max} = 15$.

Можливі моди: $m = 0, 1, 2 \ldots 15$, всього – 16 мод