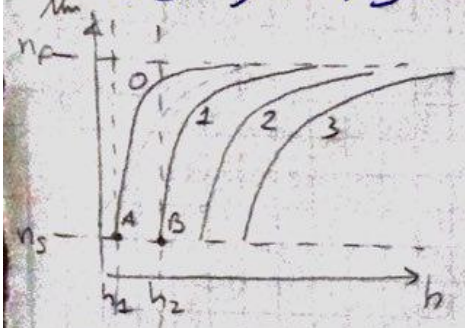
(11) В якому діапазоні товщин плівкарний хвилевід з параметрами $n_f = 2{,}2$; $n_s = 1{,}9$; $n_c = 1{,}0$ буде підтримувати одну ортогональну моду на довжині хвилі $\lambda = 1{,}3$ мкм.

Розглянемо залежність ефективного показника заломлення від товщини плівкового хвилеводу для різних мод:



Як ми можемо побачити діапазон товщин h, за яких спостерігається лише одна мода обмежений спостереженням моди з $m = 0$.
При $h > h_2$ буде 2 або більше мод.

Дисперсійне рівняння:

$$2kh\sqrt{n_f^2 - N_m^2} = 2\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{N_m^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}} + 2\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{N_m^2 - n_s^2}}{\sqrt{n_f^2 - N_m^2}} + 2m\pi$$

Для визначення h_1 і h_2 використовуємо точки A і B.

A: $N_m = n_s$, $m = 0$:

$$2kh_1\sqrt{n_f^2 - n_s^2} = 2\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_s^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - n_s^2}}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$h_1 = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} \cdot \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_s^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} = \frac{1{,}3\text{ мкм}}{2\pi\sqrt{2{,}2^2 - 1{,}9^2}} \cdot$$

$$\cdot \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1{,}9^2 - 1^2}}{\sqrt{2{,}2^2 - 1{,}9^2}} = 0{,}18665 \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{1{,}61555}{1{,}10905}\right) = \underline{0{,}181\text{ мкм}}$$

B: $N_m = n_s$, $m = 1$:

$$h_2 = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} \cdot \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_s^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} + \frac{m}{}$$

$$2\frac{2\pi}{\lambda}h_2\sqrt{n_f^2 - n_s^2} = 2\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_s^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} + 2m\pi$$

$$h_2 = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{n_f^2 - n_s^2}}\left[\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{n_s^2 - n_c^2}}{\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} + m\pi\right] = h_1 + \frac{\lambda m}{2\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} =$$

$$= 0{,}181\text{ мкм} + \frac{1{,}3\text{ мкм} \cdot 1}{2\sqrt{2{,}2^2 - 1{,}9^2}} = 0{,}181\text{ мкм} + \frac{1{,}3\text{ мкм}}{2 \cdot 1{,}10905} = 0{,}181\text{ мкм} +$$

$$+ 0{,}586\text{ мкм} = \underline{0{,}767\text{ мкм}}$$