Кінки — топологічні солітони в рівнянні Синус-Гордона. Були виявлені в 1962 англійцями Перрінгом і Скірмом при чисельному (на ЕОМ) вирішенні рівняння СГ. Таким чином, Кінки були виявлені раніше, ніж з'явилася назва «солітон». Виявилося, що зіткнення Кінків не привело ні до їх взаємного знищення, ні до подальшого виникнення інших хвиль: Кінки, таким чином, проявили властивості солітонів, проте назва Кінк закріпилася за хвилями такого роду.

Формально Кінк можна ввести як рішення рівнянь Кортвега-де-Вріза, Нелінійного рівняння Шредінгера, Синус-Гордона, що описується гіперболічним тангенсом.

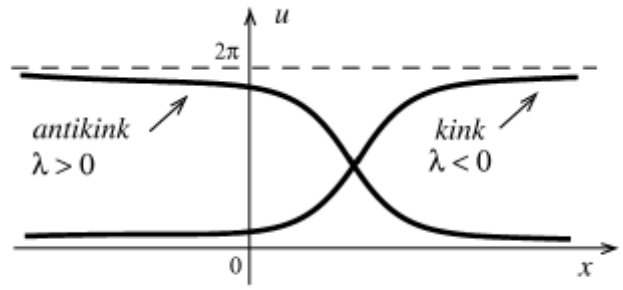


Рис. 7. Односолитонные решения уравнения синус-Гордон

Зміна знаку рішення типу «Кінк» на протилежний дає «антікінк».
Кінк, виведений з рівняння Синус-Гордона має наступний вигляд:

$$\operatorname{tg}\phi(x,t)/4 = \exp\left[-\sigma\gamma(x-vt)\right]$$

$\sigma = \pm 1$ — топологічний заряд,

$\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$

Тут γ односолітонний розв’язок, для якого ми обрали позитивний корінь для γ, називається Кінк і являє собою виток по змінній ϕ, який переводить одне рішення ϕ=0 в суміжне ϕ=2π. Стани ϕ=0(mod2π) відомі як вакуумні, так як вони постійні рішення нульової енергії. Односолітонное рішення, в якому ми взяли негативний корінь для γ, називається антикінк. Форма односолітонних рішень може бути отримана за допомогою застосування перетворення Беклунда до тривіального (постійному вакуумному) розв’язку та інтегрування одержані диференціальні рівняння першого порядку:

$$\varphi'_u = \varphi_u + 2\beta \sin\left(\frac{\varphi' + \varphi}{2}\right),$$

$$\varphi'_v = -\varphi_v + \frac{2}{\beta}\sin\left(\frac{\varphi' - \varphi}{2}\right) \text{ with } \varphi = \varphi_0 = 0$$

Односолітонні розв’язки можуть бути візуалізовані за допомогою синус-Гордонівської моделі пружної стрічки. Приймемо витік пружної стрічки за годинниковою стрілкою за Кінк з топологічним зарядом $v_k = -1$. Альтернативний виток проти годинникової стрілки з топологічним зарядом $v_{Ak} = +1$ буде антикінком.

Кінк в рівняння СҐ

- Рівняння СҐ: $u_{tt} - u_{xx} + \sin u = 0$
- Кінк u^K : $\operatorname{tg} \frac{u^K}{4} = \exp\left(\pm \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2}}\right)$
- Фонон Ψ : $\Psi(x,t) = \exp(ikx - i\omega t)$
- Дисперсія фононів: $\omega(k) = \sqrt{1 + k^2}$

Взаємодія кінків і фононів: ідеї

- Кінк не змінює закон дисперсії фононів
- Кінк зумовлює ефективний безвідбивальний потенціал для фононів
- Результат взаємодії — асимптотичний зсув фази фонону