ПОВЕРХНОСТЬ. РЕНТГЕНОВСКИЕ, СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2013, № 1, с. 55–59

УДК 539.12:548

УСЛОВИЯ ГЕНЕРАЦИИ РЕНТГЕНОВСКОГО ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЗАРЯДОВ В РЕАЛЬНЫХ СРЕДАХ

© 2013 г. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий

Киевский национальный университет им. Т. Шевченко, Киев, Украина

Поступила в редакцию 15.01.2012 г.

Рассмотрено влияние пространственного распределения электронов, атомов и ядер в конденсированных средах на восприимчивость среды и условия формирования коротковолнового черенковского излучения. Показано, что учет неоднородной (атомарной и электронной) структуры материальных сред, в которых движутся быстрые заряженные частицы, приводит к изменению эффективной восприимчивости и диэлектрической проницаемости в рентгеновском диапазоне по сравнению со случаем модельных однородных сред с той же средней концентрацией электронов. Исследовано влияние функций распределения электронов и ядер в мишени на условия осуществления и параметры черенковского излучения, а также на пороговую энергию быстрых заряженных частиц, необходимую для генерации такого излучения. Показано, что функция пространственного распределения электронов и ядер в мишени влияет на условия реализации лазерного излучения в рентгеновском и гамма-диапазонах (на проблему рентгеновского и гамма-лазера). Полученные результаты свидетельствует о том, что в рентгеновском диапазоне использование Френелевского приближения не вполне корректно и может приводить к существенным ошибкам.

DOI: 10.7868/S0207352813010204

ВВЕДЕНИЕ

Черенковское излучение, сопровождающее движение заряженных частиц в материальных средах, является, с одной стороны, одним из основных методов детектирования и диагностики быстрых заряженных частиц, а с другой – связано с созданием альтернативных источников квазикогерентного направленного излучения в областях спектра, где отсутствуют эффективные источника лазерного излучения. Особо перспективной является проблема генерации рентгеновского черенковского излучения, являющегося одной из альтернатив рентгеновскому лазеру.

Изучение особенностей диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$ и восприимчивости $\chi(\omega)$ в рентгеновском диапазоне является необходимой предпосылкой оптимизации черенковского излучения. Это связано с тем, что условие реализации черенковского излучения $\beta n(\omega)\cos\theta \equiv \beta\sqrt{\varepsilon(\omega)}\cos\theta = 1$ всегда может быть выполнено в средах с $\varepsilon(\omega) > 1$, если скорость частицы $\beta \equiv v/c$ и ее энергия $E = mc^2/\sqrt{1-\beta^2}$ превышают соответствующие пороговые значения для скорости частицы $\beta_{tresh} = 1/n(\omega)$ и ее энергии $E_{tresh} = mc^2 n(\omega)/\sqrt{n^2(\omega)-1}$. В средах с $\varepsilon(\omega) < 1$ черенковское излучение невозможно ни при какой энергии частиц.

При дальнейшем анализе для простоты записи будем включать коэффициент 4π в выражение для восприимчивости $\chi(\omega)$, полагая, что $\varepsilon(\omega) = 1 + \chi(\omega)$.

На первый взгляд кажется очевидным, что электрическая восприимчивость $\chi_{eff}(\omega)$ и диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{eff}(\omega)$ материальных тел, определяющие связь между вектором поляризации $\mathbf{P}_{eff}(\omega)$ (а также индукцией $\mathbf{D}_{eff}(\omega)$) и приложенным электрическим полем $\mathbf{E}(\omega)$, должны определяться путем усреднения локальных характеристик $\chi_{eff}(\omega) \equiv \langle\chi(\mathbf{r},\omega)\rangle$ и $\varepsilon_{eff}(\omega) = 1 + \langle\chi(\mathbf{r},\omega)\rangle$ в пределах пространственной области, превышающей средний размер неоднородностей среды $\bar{d}$, но меньшей длины волны λ.

Этот метод соответствует переходу к макроскопической электродинамике и является скорее интуитивным, чем строгим. При таком подходе волновое уравнение для рентгеновских волн в отсутствии дифракции записывается (фактически постулируется) в виде уравнения

$$\Delta\langle\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)\rangle + (\omega/c)^2\varepsilon_{eff}(\omega)\langle\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)\rangle = 0, \qquad (1)$$

определяющего эволюцию локально усредненного поля $\langle\mathrm{E}(\mathbf{r},\omega)\rangle$ в среде с локально усредненными характеристиками: $\chi_{eff}(\omega) \equiv \langle\chi(\mathbf{r},\omega)\rangle$, $\varepsilon_{eff}(\omega) = \langle\varepsilon(\mathbf{r},\omega)\rangle$.

Этот метод можно интуитивно понять, если принять во внимание, что в видимом и более длинноволновом диапазоне имеет место неравен-

ство $\bar{d}$, $a \ll \lambda$, определяющее соотношение размеров атома a и длины волны излучения λ, но в рентгеновском и гамма-диапазоне этот подход является неубедительным из-за выполнения другого неравенства $\lambda \le \bar{d} \approx a$.

Для модельной бесструктурной и полностью однородной среды в случае очень высокой частоты ω электронная восприимчивость $\chi_e(\omega) = -\omega_p^2/\omega^2 < 0$ является отрицательной величиной и условие $\chi(\omega) > 0$ в отсутствии дифракции может быть выполнено только в окрестности сильного мессбауэровского ядерного γ-резонанса [1]. При традиционном методе усреднения электронная восприимчивость в случае реальной среды в области очень высоких частот имеет тот же вид и соответствует "плазменному" приближению:

$$\chi_{\text{eff}}(\omega) \equiv \langle \chi(\mathbf{r},\omega) \rangle = -4\pi \langle n_e(\mathbf{r}) \rangle e^2/m\omega^2 \equiv -\langle \omega_p^2 \rangle/\omega^2. \quad (2)$$

Именно такая структура выражения для $\chi_{\text{eff}}(\omega)$ обычно используется при анализе условий реализации рентгеновского черенковского излучения [2].

Интересно отметить, что при рассмотрении дифракционных явлений в том же диапазоне частот в кристаллах используется не усредненное волновое уравнение (1), а приближенное уравнение [3, 4]:

$$\Delta \mathbf{D}(\mathbf{r},\omega) + (\omega/c)^2 \mathbf{D}(\mathbf{r},\omega) + \nabla \times \nabla \times (\chi(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)) = 0, \quad (3)$$

для вектора индукции $\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega) = (1 + \chi(\mathbf{r},\omega))\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$, в котором восприимчивость $\chi(\mathbf{r},\omega) = \chi_e(\mathbf{r},\omega) + \chi_n(\mathbf{r},\omega)$ определяется суммой электронной $\chi_e(\mathbf{r},\omega)$ и ядерной $\chi_n(\mathbf{r},\omega)$ компонент и зависит от локальных концентраций электронов $n_e(\mathbf{r})$ и ядер $n_n(\mathbf{r})$. Очевидно, что уравнение (3) никак не может быть сведено к (1). Заметим также, что корректное описание явления дифракции принципиально невозможно на основе уравнения (1).

В кристаллах $\chi_e(\mathbf{r},\omega)$ и $\chi_n(\mathbf{r},\omega)$ являются периодическими функциями координат из-за периодичности $n_e(\mathbf{r})$ и $n_n(\mathbf{r})$. Для мессбауэровских ядер:

$$\chi_n(\mathbf{r},\omega) = \frac{n_n(\mathbf{r})c\sigma_0\gamma}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}, \quad \sigma_0 = \frac{\lambda^2}{2\pi}\frac{2J_2+1}{2J_1+1}\frac{f}{1+\alpha}. \quad (4)$$

Здесь γ, f и α – соответственно, ширина резонанса, фактор Мессбауэра (вероятность излучения без отдачи) и коэффициент внутренней электронной конверсии на мессбауэровском переходе с длиной волны λ; J_1, J_2 – спины нижнего и верхнего уровней того же перехода.

В отсутствие мессбауэровских резонансов

$$\chi(\mathbf{r},\omega) = \chi_e(\mathbf{r},\omega) \equiv -4\pi n_e(\mathbf{r})e^2/m\omega^2 \equiv -\omega_p^2(\mathbf{r})/\omega^2. \quad (5)$$

В рентгеновской оптике считается, что реакция среды на электромагнитное поле определяется только реакцией электронной подсистемы. Ядра вследствие их большой массы считаются фиксированными и их реакция на электромагнитное поле определяется только внутриядерными процессами, если частота излучения близка к внутреннему гамма-резонансу [5, 6] или она вообще отсутствует (если резонансные условия не выполняются) [3, 4].

В кристаллах учет пространственной неоднородности и периодичности $\chi(\mathbf{r},\omega)$ является обязательным условием анализа и приводит к явлению дифракции и различным последствиям существования связанных волн (эффект Бормана, связанный с полным просветлением поглощающей среды; "маятниковый" эффект и др. [3, 4]).

Очевидно, что такая разница в форме базовых уравнений (1) и (3) для одних и тех же рентгеновских волн при рассмотрении процессов распространения недифрагирующих волн и дифракционных явлений является достаточно странной и требует дополнительного рассмотрения.

Ниже впервые будет показано, что эвристическое предположение $\chi_{\text{eff}}(\omega) \equiv \langle \chi(\mathbf{r},\omega) \rangle$, используемое при анализе распространения недифрагирующего пучка некорректно в рентгеновском и гамма-диапазонах, а фактическое значение $\chi_{\text{eff}}(\omega)$ зависит не только от $\chi(\mathbf{r},\omega)$, но и от $\nabla\chi(\mathbf{r},\omega)$, что существенно изменяет условие черенковского излучения.

ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В РЕАЛЬНЫХ СРЕДАХ

Для более детального анализа рассмотрим метод получения волнового уравнения в среде с неоднородной поляризуемостью. Из системы уравнений Максвелла в немагнитной среде

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r},\omega) = -i\frac{\omega}{c}\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega), \quad \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) = i\frac{\omega}{c}\mathbf{H}(\mathbf{r},\omega) \quad (6)$$

для гармонических полей

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)e^{-i\omega t}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r},\omega)e^{-i\omega t}, \quad \mathbf{D} = \varepsilon(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)e^{-i\omega t} \quad (7)$$

следует уравнение для электрического поля:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) \equiv \equiv \nabla\nabla\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) - \Delta\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) = (\omega/c)^2 \varepsilon(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega). \quad (8)$$

Здесь

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega) = \mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) + 4\pi\mathbf{P}(\mathbf{r},\omega) = = \mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)(1 + \chi(\mathbf{r},\omega)) = \varepsilon(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) \quad (9)$$

– локальная индукция электрического поля в среде с локальной неоднородной восприимчивостью $\chi(\mathbf{r},\omega)$ и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\mathbf{r},\omega)$.

Это уравнение можно преобразовать, используя соотношение

$$\nabla\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) = -\{\nabla\varepsilon(\mathbf{r},\omega)/\varepsilon(\mathbf{r},\omega)\}\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega), \qquad (10)$$

следующее из "материального" уравнения системы уравнений Максвелла:

$$\nabla\mathbf{D}(\mathbf{r},\omega) \equiv \nabla\{\varepsilon(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)\} = 4\pi\rho_q, \qquad (11)$$

в случае отсутствия некомпенсированных электрических зарядов в среде ($\rho_q = 0$).

Подставляя соотношение (10) в (8), получаем модифицированное волновое уравнение в среде с неоднородным распределением $\varepsilon(\mathbf{r},\omega)$:

$$\Delta\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) + k^2(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) = 0, \quad k^2(\mathbf{r},\omega) = \frac{\omega^2}{c^2}\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r},\omega), \qquad (12)$$

отличающееся от уравнения (1).

В этом уравнение эффективная локальная диэлектрическая проницаемость

$$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r},\omega) = \varepsilon(\mathbf{r},\omega) + \frac{c^2}{\omega^2}\left\{\nabla\left(\frac{\nabla\varepsilon(\mathbf{r},\omega)}{\varepsilon(\mathbf{r},\omega)}\right) - \left(\frac{\nabla\varepsilon(\mathbf{r},\omega)}{\varepsilon(\mathbf{r},\omega)}\right)^2\right\} \equiv$$
$$\equiv \varepsilon(\mathbf{r},\omega) + \frac{c^2}{\omega^2}\left\{\frac{\Delta\varepsilon(\mathbf{r},\omega)}{\varepsilon(\mathbf{r},\omega)} - 2\left(\frac{\nabla\varepsilon(\mathbf{r},\omega)}{\varepsilon(\mathbf{r},\omega)}\right)^2\right\} \qquad (13)$$

зависит от пространственной структуры $\varepsilon(\mathbf{r},\omega)$.

Из выражения (13) следует, что $\varepsilon_{\text{eff}}(\omega) \equiv \langle\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r},\omega)\rangle \neq \neq \langle\varepsilon(\mathbf{r},\omega)\rangle$; $\chi_{\text{eff}}(\omega) \equiv \langle\tilde{\chi}(\mathbf{r},\omega)\rangle \neq \langle\chi(\mathbf{r},\omega)\rangle$, хотя именно такое предположение обычно (и без достаточного обоснования) неявно используется при переходе к макроскопической электродинамике.

В кристаллах величины $\varepsilon(\mathbf{r},\omega)$ и $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r},\omega)$ являются периодическими функциями координат с одинаковым периодом. Различие этих величин влияет на амплитуду дифрагированной волны, но не изменяет условие и направление дифракции, вследствие чего в экспериментах по дифракции отличие величин $\varepsilon(\mathbf{r},\omega)$ и $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r},\omega)$ может оставаться незамеченным.

В отсутствие дифракции решение уравнения (12) может быть осуществлено методом медленно изменяющихся амплитуд (фактически, методом ВКБ) с использование функции $E(\mathbf{r},\omega) = A(\mathbf{r},\omega)\exp\{iS(\mathbf{r},\omega)\}$.

В одномерном случае решение уравнения

$$\frac{d^2E(x,\omega)}{dx^2} + \tilde{k}^2(x,\omega)E(x,\omega) = 0, \quad \tilde{k}^2(x,\omega) \equiv \frac{\omega^2}{c^2}\tilde{\varepsilon}(x,\omega),$$
$$\tilde{\varepsilon}(x,\omega) \equiv \qquad (14)$$
$$\equiv \varepsilon(x,\omega) + \frac{c^2}{\omega^2}\frac{1}{\varepsilon(x,\omega)}\frac{d^2\varepsilon(x,\omega)}{dx^2} - 2\frac{c^2}{\omega^2}\left(\frac{1}{\varepsilon(x,\omega)}\frac{d\varepsilon(x,\omega)}{dx}\right)^2$$

при условии $\left|d^2A(x)/dx^2\right| \ll \left|\tilde{k}^2(x)A(x)\right|$ имеет простой вид:

$$S(x) = \pm\int_0^x \tilde{k}(x)dx \equiv \pm\langle\tilde{k}(x)\rangle x,$$
$$A(x) = A_0\sqrt{\tilde{k}(0)/\tilde{k}(x)}. \qquad (15)$$

Легко убедиться (см. ниже), что критерий справедливости этого решения

$$\left|d\left(\tilde{k}(x)\right)^{-1}/dx\right| \equiv \left|d\tilde{\lambda}(x)/dx\right| \ll 1 \qquad (16)$$

и выполняется в рентгеновском диапазоне за счет малости эффективной восприимчивости $|\tilde{\chi}(x)| \equiv \equiv |\tilde{\varepsilon}(x) - 1| \ll 1$.

Итоговое решение волнового уравнения в реальной неоднородной среде имеет вид:

$$E(x) = E_0\sqrt{\tilde{k}(0)/\tilde{k}(x)}\exp\left\{\pm i\int_0^x \tilde{k}(x)dx\right\} \equiv$$
$$\equiv E_0\sqrt{\tilde{k}(0)/\tilde{k}(x)}\exp\left\{\pm i\langle\tilde{k}(x)\rangle x\right\},$$
$$\langle\tilde{k}(x)\rangle = \frac{\omega}{c}\left\langle\left[\varepsilon(x,\omega) + \frac{c^2}{\omega^2}\frac{1}{\varepsilon(x,\omega)}\frac{d^2\varepsilon(x,\omega)}{dx^2} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - 2\frac{c^2}{\omega^2}\left(\frac{1}{\varepsilon(x,\omega)}\frac{d\varepsilon(x,\omega)}{dx}\right)^2\right]^{1/2}\right\rangle. \qquad (17)$$

Принимая во внимание, что в ультрафиолетовом и рентгеновском (гамма) диапазонах $\tilde{\chi}(x,\omega) = = \tilde{\varepsilon}(x,\omega) - 1$, $|\tilde{\chi}(x,\omega)| \ll 1$, из (17) находим

$$E(x) \approx E_0\exp\left\{\pm i\frac{\omega}{c}\left\langle\left[1 + \chi(x,\omega) + \frac{c^2}{\omega^2}(1 - \chi(x,\omega)) \times\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left. \times\frac{d^2\chi(x,\omega)}{dx^2} - \frac{2c^2}{\omega^2}\left(\frac{d\chi(x,\omega)}{dx}\right)^2\right]^{1/2}\right\rangle x\right\} =$$
$$= E_0\exp\left\{\pm i\frac{\omega}{c}\left[1 + \frac{\overline{\chi}(\omega)}{2} + \frac{c^2}{2\omega^2}\left(\left\langle\frac{d^2\chi(x,\omega)}{dx^2}\right\rangle - \right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left. - \left\langle\chi(x)\frac{d^2\chi(x,\omega)}{dx^2}\right\rangle - 2\left\langle\left(\frac{d\chi(x,\omega)}{dx}\right)^2\right\rangle\right)\right]x\right\}. \qquad (18)$$

В одномерной пространственно периодической среде с периодом L, для которой $\chi(x,\omega) = = \chi(x \pm L,\omega)$, $d\chi(x,\omega)/dx\,|_x = d\chi(x,\omega)/dx\,|_{x\pm L}$, имеем

$$\left\langle\frac{d^2\chi(x,\omega)}{dx^2}\right\rangle \equiv \frac{1}{L}\int_0^L\frac{d^2\chi(x,\omega)}{dx^2}dx = \frac{1}{L}\frac{d\chi(x,\omega)}{dx}\Bigg|_0^L = 0; \qquad (19)$$

$$\left\langle \chi(x,\omega)\frac{d^2\chi(x,\omega)}{dx^2}\right\rangle =$$

$$= \frac{1}{L}\left\{\chi(x,\omega)\frac{d\chi(x,\omega)}{dx}\Big|_0^L - \int_0^L\left(\frac{d\chi(x,\omega)}{dx}\right)^2 dx\right\} =$$

$$= -\left\langle\left(\frac{d\chi(x,\omega)}{dx}\right)^2\right\rangle.$$

Подставляя (19) в (18), находим итоговое выражение для электрического поля:

$$E(x) = E_0\exp\left\{\pm i\frac{\omega}{c}\left(1+\frac{\chi_{\text{eff}}(\omega)}{2}\right)x\right\};$$
$$\chi_{\text{eff}}(\omega) = \langle\chi(x,\omega)\rangle - 2\frac{c^2}{\omega^2}\left\langle\left(\frac{d\chi(x,\omega)}{dx}\right)^2\right\rangle. \quad (20)$$

Видно, что эффективная восприимчивость $\chi_{\text{eff}}(\omega)$ периодически неоднородной среды (в том числе кристалла) отличается от средней восприимчивости $\overline{\chi}(\omega)\equiv\langle\chi(x,\omega)\rangle$, как это обычно предполагается при формальном макроскопическом рассмотрении (1), наличием дополнительного слагаемого: $-2\frac{c^2}{\omega^2}\left\langle\left(\frac{d\chi(x,\omega)}{dx}\right)^2\right\rangle$.

Рассмотрим модельный случай одномерного изменения восприимчивости

$$\chi(x,\omega) = \sum_n\left\{\overline{\chi}(\omega)L\Big/\sqrt{\pi u^2}\right\}\exp\left[-(x-nL)^2/u^2\right] \quad (21)$$

в среде с периодом $L\gg u$. Здесь величина u – среднеквадратичная амплитуда тепловых (флуктуационных) колебаний атомов, образующих кристаллическую плоскость.

Соответствующие коэффициенты в (21) определены с учетом выполнения условия $\langle\chi(x,\omega)\rangle = \overline{\chi}(\omega)$.

В такой одномерной среде

$$\chi_{\text{eff}}(\omega) = \overline{\chi} - \frac{c^2}{\omega^2}\overline{\chi}^2\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{4x^2L^2}{\pi u^6}\exp\left(-2x^2/u^2\right)dx =$$

$$= \overline{\chi} - \overline{\chi}^2\frac{c^2}{\omega^2}\frac{L}{\sqrt{2\pi}u^3} = \quad (22)$$

$$= \overline{\chi} - \overline{\chi}^2\frac{\lambda^2 L}{4\sqrt{2}\pi^{5/2}u^3} \equiv \overline{\chi} - \overline{\chi}^2 K,\quad K\approx 0.01\left(\lambda^2 L/u^3\right).$$

Для этой модели для реальных параметров кристалла и рентгеновского излучения ($\lambda\approx 10^{-8}$ см, $u\approx 2.10^{-9}$ см, $L\approx 2.10^{-8}$ см, $\overline{\chi}\approx 10^{-5}$–$10^{-6}$) выполняется критерий (16):

$$\left|\frac{d}{dx}\frac{1}{\tilde{k}(x)}\right| \approx \frac{\lambda\overline{\chi}L}{2\pi^{3/2}u^2}\approx 10^{-4}-10^{-5}\ll 1, \quad (23)$$

что подтверждает обоснованность проведенного выше рассмотрения и соответствующих решений (17)–(20). Для этих параметрах имеем $K\approx 3$.

Важным является то обстоятельство, что критерий (16) может выполняться не только в случае $\lambda < u$, но и при $\lambda > u$, если при этом вся совокупность параметров удовлетворяет условию $\lambda\overline{\chi}L\big/2\pi^{3/2}u^2\ll 1$. Это позволяет использовать полученные результаты для анализа влияния пространственной структуры функции $\chi(x,\omega)$ на распространения коротковолнового излучения в случае учета ядерных резонансов, что соответствует малым значениям u. В частности, в случае модельного одномерного мессбауэровского кристалла величина $u\approx 10^{-9}$ см определяет усредненное тепловое распределение ядер около положения равновесия. В этом случае для, например, мессбауэровского изотопа Fe^{57}с $E_\gamma = 14.4$ кэВ, $\lambda\approx 0.7\times 10^{-8}$ см и $\overline{\chi}_n\approx 10^{-4}$ (4), условие (16):

$$\left|\frac{d}{dx}\frac{1}{\tilde{k}(x)}\right| \approx \frac{\lambda\overline{\chi}L}{2\pi^{3/2}u^2}\approx 10^{-2}\ll 1, \quad (24)$$

выполняется, что доказывает корректность полученных решений (17)–(20).

При формальном увеличении λ и $\overline{\chi}\sim\lambda^2\langle n_e\rangle$ до величин $\lambda\approx 10^{-6}$ см и $\overline{\chi}\approx 10^{-1}$–$10^{-3}$, что соответствует ВУФ-диапазону для легких атомов, критерий (16) не выполняется и

$$\left|\frac{d}{dx}\frac{1}{\tilde{k}(x)}\right| \approx 10^1 - 10^3 \gg 1. \quad (25)$$

Этот результат показывает, что решения (20) и (22) не применимы для “обычной” оптики в случае распространения более длинноволнового, чем рентгеновского, излучения в кристаллах и не изменяют известные ранее оптические закономерности.

Аналогичным образом (с использованием трехмерного ВКБ приближения) может быть найдено решение уравнений (12), (13) в случае трехмерной неоднородной среды, локальная восприимчивость которой задается, например, модельной неоднородной периодической функцией

$$\chi(r,\omega) = \sum_n\left\{V_0\overline{\chi}(\omega)\big/\pi^{3/2}u^3\right\}\exp\left(-|\mathbf{r}-\mathbf{r}_n|^2/u^2\right). \quad (26)$$

Здесь V_0 – объем элементарной ячейки.

Аналогичные расчеты могут быть осуществлены в случае сред с неоднородным распределением магнитной восприимчивости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты могут быть использованы при определении условий генерации черенковского коротковолнового излучения и, в ряде случаев, для оптимизации других типов источников такого излучения. В частности, эти результаты имеют важное значение для анализа полного

эффекта Доплера [7, 8] в области экстремальных значений параметров, определяемых условием $\beta n(\omega)\cos\theta \approx 1$.

Из формул (22) и (26) следует, что в отсутствие поглощения и при наличии пространственно-неоднородного распределения электронов имеет место уменьшение эффективной восприимчивости кристалла и, соответственно, возрастание пороговой энергии быстрых заряженных частиц $E_{\text{tresh}} \approx mc^2/\sqrt{\overline{\chi}(\omega)}$, необходимой для генерации черенковского излучения, на величину

$$\delta E_{\text{tresh}} \approx mc^2 K\sqrt{\overline{\chi}(\omega)}/2. \tag{27}$$

Наличие поглощения соответствует учету мнимой части восприимчивости $\overline{\chi}'' > 0$, которая влияет на χ'_{eff}. Этот результат следует из формул (22) и (27) с учетом структуры комплексной восприимчивости ($\overline{\chi} \equiv \overline{\chi}(\omega) = \overline{\chi}' + i\overline{\chi}''$):

$$\begin{gathered}\chi_{\text{eff}} = \overline{\chi} - \overline{\chi}^2 K = \chi'_{\text{eff}} + i\chi''_{\text{eff}};\\ \chi'_{\text{eff}} = \overline{\chi}' - \{(\overline{\chi}')^2 - (\overline{\chi}'')^2\}K, \quad \chi''_{\text{eff}} = \overline{\chi}''(1 - 2\overline{\chi}'K).\end{gathered} \tag{28}$$

Из (28) следуют два важных результата – наличие поглощения в пространственно неоднородной среде увеличивает действительную часть эффективной восприимчивости χ'_{eff} (что способствует реализации черенковского излучения) и изменяет итоговое поглощение за счет изменения мнимой части эффективной восприимчивости χ''_{eff}, уменьшая его в области частот с $\overline{\chi}' > 0$ и увеличивая при $\overline{\chi}' < 0$.

Кроме того, наличие пространственной структуры среды приводит к существенному изменению условий вынужденного усиления. Из соотношений (28) и (4), в частности следует, что в случае инвертированной среды с $\overline{\chi}'' > 0$ коэффициент вынужденного (лазерного) усиления

$$\begin{gathered}G_{\text{eff}} = \frac{\omega}{c}\chi''_{\text{eff}} \approx \frac{\langle \Delta n_n\rangle \sigma_0 \gamma^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2} \times\\ \times\left(1 + K\frac{2\langle n_n\rangle \sigma_0 c\gamma(\omega - \omega_0)}{\omega\left[(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2\right]} + K\frac{8\pi\langle n_e(\mathbf{r})\rangle e^2}{m\omega^2}\right)\end{gathered} \tag{29}$$

при $\omega > \omega_0$ превышает аналогичный коэффициент:

$$G = \frac{\omega}{c}\chi'' = \frac{\langle \Delta n_n\rangle \sigma_0 \gamma^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2}, \tag{30}$$

в случае модельной однородной среды. Здесь $\langle n_n\rangle = \left\langle n_n^{(e)}\right\rangle - \left\langle n_n^{(g)}\right\rangle$ – среднее значение инверсной населенности резонансного перехода. Этот результат может иметь существенное значение при создании оптимального рентгеновского и гамма-лазера [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колпаков А.В.* // Ядерная физика. 1972. Т. 16. № 5. С. 1003.
2. *Базылев В.А., Жеваго Е.К.* Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М.: Наука, 1987. 289 с.
3. *Иверонова В.И., Ревкевич Г.П.* Теория рассеяния рентгеновских лучей. М.: Изд-во МГУ, 1978. 277 с.
4. *Пинскер З.Г.* Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. М.: Наука, 1974. 390 с.
5. *Афанасьев А.М., Каган Ю.* // ЖЭТФ. 1965. Т. 48. С. 328.
6. *Каган Ю., Афанасьев А.М., Перстнев П.П.* // ЖЭТФ. 1968. Т. 54. С. 1533.
7. *Высоцкий М.В., Высоцкий В.И.* // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2007. № 3. С. 72.
8. *Vysotskyy M.V., Vysotskii V.I.* // Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. B. 2006. V. 252. P. 75.
9. *Высоцкий В.И., Кузьмин Р.Н.* // Гамма-лазеры. М.: Изд-во МГУ, 1989. 178 с.

X-Ray Generations Cherenkov Radiation Conditions at Motion of Charges in Real Substances

V. I. Vysotskii, M. V. Vysotskyy

Influence of spatial distribution of electrons, atoms and nuclei in condensed medium on its susceptibility and on the condition of short-wave Cherenkov radiation formation is considered. It is shown that the account of non-uniform medium structure (atomic and electronic) leads to the change (comparing with a case of model homogeneous medium with the same averaged electron concentration) of effective susceptibility and dielectric permittivity in X-ray range. Influence of electron and nuclei distribution functions in a target on conditions of realization and parameters of Cherenkov radiations is investigated. Influence of these functions on fast charged particles threshold energy, which is needed for the generation of such radiation, is also investigated. It is shown that the function of electron and nuclei spatial distribution in a target also influences on the conditions of laser radiation in X-ray and gamma range (problem of X-ray and gamma lasers). The received results show that in a X-ray range use of Fresnel approximation is not quite correct and can lead to essential errors.