В залежності від m^* парабола може змінювати свою форму.

З книжки Харріса (Теорія тв. тіла):

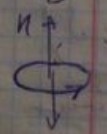
$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{f(p,q)}_{\text{розподіл за енергією}} \mathcal{H}(p,q)\, d^3p\, d^3q$$

Якщо дія е/м. поля зводиться до:

$$\frac{p^2}{2m^*} \Rightarrow \frac{1}{2m^*}\left(p - \frac{e}{c}A(r)\right)^2 + \mathcal{H}_{spin}$$

$$p \to p' = \left(p - \frac{e}{c}A(r)\right); \quad dp = dp'$$

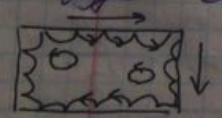
Якщо $f(p,q)$ не змінюється, то така заміна можлива



Поле, індуковане в кільці буде відрізнятися від того, що є ззовні.

$$E_H = \frac{1}{8\pi}\int \underbrace{(H - H'(r))^2}_{= H^2 + H'(r)^2 + 2HH'(r)} d^3r$$

в книжці стверджується, що внески полів ззовні та в середині компенсують один одний і інтеграл буде $= 0$.



Поле ззовні буде компенсувати те, що є на границі.

В разі квантування функція розподілу квантується, результати змінюються.

$$\mathcal{H} = \frac{1}{m^*}\left(\vec{p}^2 - \frac{e}{c}\vec{A}(r)\right)^2, \quad \vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A}$$

$\vec{B}$ та $\vec{H}$ можна зафіксувати, на відміну від $\vec{A}$.

$\mathrm{rot}(\mathrm{grad}\, m) = 0$, m - скалярна (загальне правило)

Тому при переході $A \Rightarrow A' + \mathrm{grad}\, m$, говорять, що векторний потенціал задається з точністю до калібровки

$A = \frac{1}{2}[\vec{H} \times \vec{r}]$ — симетрична калібровка

$A = \vec{H} \times \vec{e}_j$ — використовував Ландау

$$\frac{1}{2}\{(-H_z y, H_z x, 0)\} \qquad H = (0, 0, H_z)$$

$$A = \vec{H} \times \vec{e}_y \to \{0, H_z x, 0\}$$

8.6, 8.7 Голдсміт (задачі)

03.03

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m^*}\left(p^2 - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2 \qquad \underbrace{\vec{A} = \frac{1}{2}[\vec{H} \times \vec{r}]}_{\text{симетрична калібровка}}$$

$$\vec{A} = \left\{-\frac{1}{2}H_z y + \frac{1}{2}H_z x, 0\right\}$$

Ландау сам придумав потенціал $\vec{A} = \{0, H_z x, 0\}$

Циклотронна частота: $\omega_c = \frac{eH}{m^* c}$; $H_z = \omega_c m^* \frac{c}{e}$

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m^*}\left\{\left(p_x + \frac{1}{2}m^* y \omega_c\right)^2 + \left(p_y - \frac{1}{2}m^* x \omega_c\right)^2\right\} + \frac{p_z^2}{2m^*}$$

Бачимо, що рух в напрямку z не змінився,

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m^*}\Big\{\underbrace{\big(\underbrace{p_x^2+p_y^2}_{\rho_k^2} + \frac{m^{*2}\omega_c^2}{4}\underbrace{(x^2+y^2)}_{\rho^2} + m^*\omega_c\underbrace{(yp_x - xp_y)}_{-\hbar L_z}\big)}_{\frac{1}{2m^*}\rho_k^2 + \left(\frac{m^{*2}\omega_c^2}{8}\right)\rho^2}\Big\} + \frac{p_z^2}{2m^*}$$

стандартне р. вияння для квантового осцилятора в площині

$$E_n = \underbrace{2\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega_c}_{\frac{1}{2m^*}\rho_k^2 + \frac{m^*\omega_c^2}{8}\rho^2 - \hbar L_z} + \frac{p_z^2}{2m^*}$$ ← отримали квантування

Розглянемо векторний потенціал Ландау:

$$\frac{1}{2m^*}\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - \frac{e}{c}A\right)^2\psi = E\psi \quad \leftarrow \vec{A} = \{0, H_z x, 0\}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{ieH_z x}{\hbar c}\right)^2\psi + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + \frac{2m^*\mathcal{E}}{\hbar^2}\right) = 0$$

$$\psi(x,y,z) = e^{i(\beta y + k_z\cdot z)}\cdot U(x), \quad \beta = k_y$$

$$\frac{\partial^2 U(x)}{\partial x^2} + \left\{\frac{2m^*\mathcal{E}'}{\hbar^2} - \underbrace{\left(\beta - \frac{eH}{\hbar c}\cdot x\right)^2}_{(x_0-x)^2\cdot\left(\frac{\hbar c\beta}{eH}\right)^2}\right\}U_x = 0$$

$$\frac{\hbar c\beta}{m^* eH}\cdot m^* = \hbar\omega_c^{-1}\frac{\beta}{m}; \quad x_0 = \hbar\omega_c^{-1}\frac{\beta}{m^*} = \frac{\hbar\beta}{m^*}\cdot\frac{1}{\omega_c}$$

Ландау приходить до висновку, що відбуваються коливання з ω_c навколо x_0.

$$\frac{\hbar k_y}{m^*} = \frac{m^* v_y}{m^*} = v_y; \quad \underbrace{x_0 = \frac{\hbar k_y\cdot m^*\cdot c}{m^* eH}}_{x_0 = f(k_y)}$$

a_x, a_y $\quad \frac{a_y}{2\pi}$ $\quad 0 < x_0 < a_x$

← густина станів на одиницю довжини в y-просторі.

$$k_y = \frac{eH}{\hbar c}\cdot x_0; \quad 0 < k_y < \frac{a_x\cdot eH}{\hbar c}$$

$$\boxed{p = \frac{a_y\cdot a_x\cdot eH}{\hbar\cdot 2\pi\cdot c} = \frac{S\cdot H}{hc/e} = \frac{\Phi}{\underbrace{\Phi_0}_{\text{квант магнітного потоку}}}}$$ ← кількість станів на орбіті Ландау

Коливання в точці x_0 залежить від k_y.

Магнітний потік у вакуумі не квантується, бо там нема заряджених частинок.

Квантується циклотронна орбіта, по якій рухається електрон, таким чином, щоб хвиля від електрона була в колі з точністю 2π.

$\boxed{\Phi_0 = \frac{hc}{e}}$ – магнітний потік



Кількість станів p з урахуванням спіна маємо домножити на 2. На кожній з орбіт буде однакова кількість станів

$$\Delta S = p\cdot\frac{a_x a_y}{4\pi^2} = \frac{a_x a_y\cdot eH}{hc\, a_x a_y}\cdot 4\pi^2 = \frac{2eH}{\hbar c}\cdot\pi$$

$$S_n = \frac{2eH}{\hbar c}(n+\underbrace{\gamma}_{\text{додаткові стани}}) = \frac{eH}{\hbar c}2\left(n+\frac{1}{2}\right) \leftarrow \gamma = \frac{1}{2}$$

(підручник Зайцева)

Ця формула справедлива для сферичного рівня Фермі.

$\pi \rho_{kn}^2 = \frac{eH\pi}{\hbar c} 2\left(n+\frac{1}{2}\right)$ — ρ_{kn} — радіус n-ї орбіти

$(r_n \omega_c)^2 = \left(\frac{\rho_{kn}\hbar}{m^*}\right)^2$; $r_n^2 = \frac{\rho_{kn}^2 m^{*2} c^2}{m^{*2} \cdot e^2 H^2} =$

$= \frac{eH c^2}{\hbar c e^2 H^2} \cdot 2\left(n+\frac{1}{2}\right) = \frac{\hbar c}{eH} 2\left(n+\frac{1}{2}\right) = \ell_H \cdot 2\left(n+\frac{1}{2}\right)$

ℓ_H – радіус найменшої циклотронної орбіти (ρ_{kn} при $n=0$)

$\rho_{kn}^2 = \frac{1}{\ell_H} 2\left(n+\frac{1}{2}\right)$



На кожній з орбіт частота рівна, тому чим більший радіус, тим більша швидкість. Відхід через одиничну площу

окремі величини, але зможемо на $2\left(n+\frac{1}{2}\right)$, пояснення

При збільшенні поля трубки позбуваються, і може так статись, що 0-трубка вийде за межі Ферміївської поверхні. Це вже не буде Ферміївська рідина.

Ландау довів, що тут виступає діамагнетизм.

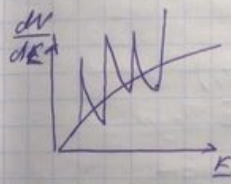
якщо $\underbrace{kT}_{\text{середня теплова енергія рівнів}} > \hbar\omega_c$, $\underbrace{\omega_c \tau}_{\text{зміщення рівнів між фононами}} < 1$ більше як відстань між фононами

$\chi_{ze} = \underbrace{\frac{-1}{V}}_{\text{спінова сприйнятливість}} \cdot \frac{e^2}{4m^{*2}c^2} \cdot \sum [r_i] = -\frac{e^2 (N/V)}{4m^{*2}c^2} \vec{r_i} =$

$= \frac{-e^2 (N/V)}{4m^{*2}c^2 k_F^2}$ (=)

$N = \frac{2a_x a_y a_z}{8\pi^3} \cdot \frac{4\pi}{3} k_F^3$; $\frac{N}{V} = \frac{k_F^3}{\pi^2 \cdot 3}$

(=) $\frac{e^2 \cdot k_F^3}{\pi^2 \cdot 3 \cdot 4 m^{*2} c^2 k_F^2} = -\underbrace{\frac{e^2 k_F}{12\pi^2 m^{*2} c^2}}_{\text{діамагнітна сприйнятливість Ландау}}$



Ефект Де Гааза - Ван Альфена.

10.03

$\mathcal{H} = \frac{1}{2m^*}\left(P - \frac{e}{c}A\right)^2$; $\omega_c = \frac{eH}{m^* c}$

$A = \left\{-\frac{1}{2}H_y, \frac{1}{2}H_x, 0\right\}$; $H = \frac{\omega_c m^* c}{e}$

$\mathcal{H} = \frac{1}{2m^*}\left\{\underbrace{(P_x^2 + P_y^2) + \frac{m^{*2}\omega_c^2}{4}(x^2+y^2)}_{\text{2 квантових осцилятори (а не 1)}} - \underbrace{\frac{m^*\omega_c}{2}\ell_z\hbar}_{-\hbar\omega_c \ell_z}\right\} + \frac{P_z^2}{2m}$

поділ осциляторів на дві підгрупи

$\frac{1}{2m^*}P_x^2 + \frac{m^{*2}\omega_c^2}{8}x^2 + \frac{1}{2m^*}P_y^2 + \frac{\omega_c^2}{8}y^2$

$\frac{1}{2m^*}P_x^2 + m^{*2}\left(\frac{\omega_c}{2}\right)^2 x^2$ $E = \left(n_y + \frac{1}{2}\right)\cdot\frac{\omega_c}{2}$

$E = \left(n_x + \frac{1}{2}\right)\frac{\omega_c}{2}$ → додано: $E = \left(\underbrace{n_x + n_y}_{n} + 1\right)\frac{\omega_c}{2}$

$E = \left(n + 1 - \ell_z\right)\frac{\omega_c}{2} = \left(2q+1\right)\frac{\omega_c}{2}$ → $\left(7+\frac{1}{2}\right)\omega_c$

$\mathcal{H} = i\cdot\hbar\cdot v_F\cdot\sigma\nabla$

$\hat{S} = \frac{1}{2}\hat{\sigma}$ — матриці Паулі

$v_F = 10^6$ м/сек

(ГРАФЕН)



електрична структура (діаболічна)

точка стикання

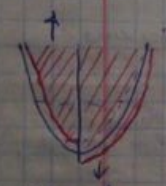
$E = \hbar\cdot v_F\cdot K$, $K = (k - k_0 i)$

$E_n = \pm\sqrt{2e\hbar v_F^2 H\left((n) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2e\hbar v_F H N}$

Для графена вводять циклотронну масу:

$m_c^* = \frac{E}{v_F^2}$ → виходить без 2, виявилося, що тут працює рівняння Дірака

Спінова сприйнятливість Паулі



$\omega_c\tau \ll 1$

$$F(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}$$

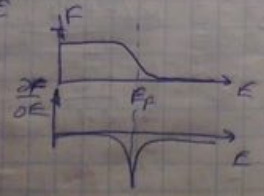
$$n_\downarrow = \int_0^\infty \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{в кожному стані 2 електрони}} \cdot \frac{\partial N}{\partial E} F(E - \mu_B H)\, dE$$

$$n_\uparrow = \int_0^\infty \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial N}{\partial E} F(E + \mu_B H)\, dE$$

$$(n_\downarrow - n_\uparrow) = \int_0^\infty \frac{1}{2}\frac{\partial N}{\partial E}\underbrace{\left(F(E-\mu_B H) - F(E+\mu_B H)\right)}_{-2\mu_B\hbar\frac{\partial F(E)}{\partial E}} dE \; \Theta$$

після розкладу в ряд Тейлора без урахування вищих порядків

$$\Theta = -\mu_B\hbar\int_0^\infty \frac{\partial N}{\partial E}\cdot\frac{\partial F}{\partial E}\Big|_{E=E_F} dE \; \Theta$$



$$\Theta = \mu_B H \frac{\partial N}{\partial E}\Big|_{E=E_F}\cdot\underbrace{\int_0^\infty \frac{dF}{dE}dE}_{\text{апроксимуємо } \delta\text{-функцією}} = \mu_B H\frac{\partial N}{\partial E}\Big|_{E=E_F}$$

$$M = \mu_B(n_\downarrow - n_\uparrow) = \mu_B^2 H\frac{\partial N}{\partial E}\Big|_{E=E_F}$$

$N = \frac{4}{3}\pi k^3\cdot 2\,\frac{V}{8\pi^3}$; $\frac{N}{V} = \frac{k^3}{3\pi^2}$; $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$

$k = \sqrt{\frac{2m^*E}{\hbar^2}}$; $N = \frac{V(2m^*E)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3} = \underbrace{N_0\cdot\left(\frac{E}{E_F}\right)^{3/2}}$

$\frac{\partial N}{\partial E} = \frac{3}{2}\cdot\frac{V(2m^*)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3}E^{1/2}$; $\frac{\partial N}{\partial E} = \frac{3}{2}N_0\frac{E^{1/2}}{E_F^{3/2}}$

$$\frac{\partial N}{\partial E}\Big|_{E=E_F} = \frac{3}{2}N_0\frac{E_F^{1/2}}{E_F^{3/2}}\cdot\frac{1}{E_F} = \frac{3}{2}\cdot\frac{N_0}{E_F} = \frac{1}{3}V\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{\left(\frac{N_0}{V}\right)}{E_F}$$

$M = \frac{3}{4}\mu_B N_0\frac{2\mu_B H}{E_F}$; $m = \frac{M}{N_0} = \frac{3}{4}\mu_B\cdot\frac{2\mu_B H}{E_F}$

магн. момент на 1 електрон

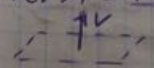
Паулі: $\chi_P = \frac{3}{2}\frac{1}{V}\mu_B^2 V\frac{(N_0/V)}{E_F} = \frac{3}{2}\frac{e^2\hbar^2}{2m_0^2c^2}\cdot\frac{k_F^3}{3\pi^2}\cdot\frac{2m^*}{\hbar^2 k_F^2} =$

$$= \frac{e^2 k_F\cdot 3}{6\cdot\pi^2 2c^2 m^*}\left(\frac{m^*}{m_0}\right)^2 = \frac{e^2 k_F}{4\pi^2 c^2 m^*}\left(\frac{m^*}{m_0}\right)^2$$

$$\chi_L = -\frac{e^2 k_F}{12\pi^2 m^* e^2}$$

17.03

$\mathrm{rot}\,A = B$, $\mathrm{rot}\,A = H$, $\mu = 1$



$$\iint_\Sigma \mathrm{rot}\,\vec{V}\,dS = \int_L \vec{V}\,dl$$

$$\iint_\Sigma \mathrm{rot}\,\vec{A}\,dS = \int_L \vec{A}\,dl = \Phi$$

