Интересно отметить, что вещественная часть этого выражения для восприимчивости является *частным* решением уравнения (5.9), тогда как мнимая часть, обеспечивающая выполнение причинности, есть решение соответствующего однородного уравнения. Легко показать, что (5.18) удовлетворяет соотношениям Крамерса—Кронинга (1.64) и (1.65).

Мощность, поглощаемая магнитной системой от источника переменного поля, определяется выражением

$$\boxed{P = -\overline{\mathbf{M} \cdot \frac{d\mathbf{H}_1(t)}{dt}},} \tag{5.19}$$

где черта означает усреднение по времени. Из уравнения (1.55) имеем

$$M_x(t) = H_1 [\chi'_{xx}(\omega) \cos \omega t + \chi''_{xx}(\omega) \sin \omega t], \tag{5.20}$$

так что (5.19) принимает вид

$$\boxed{P = \frac{1}{2} \omega H_1^2 \chi''_{xx}(\omega).} \tag{5.21}$$

Из выражения (5.18) видно, что в рассматриваемой нами невзаимодействующей магнитной системе энергия поглощается только на частоте $\omega_0 = \gamma H_0$. Более того, отклик на этой частоте обращается в бесконечность. В действительности взаимодействия внутри системы обеспечивают конечность отклика и размазывают область поглощения по некоторому интервалу частот. Теперь мы займемся определением отклика в этом случае.

Полюсы в выражении для отклика определяют спектр возбуждений в системе. Вещественная часть полюса дает частоту возбуждения, а мнимая часть определяет его затухание. Если полюсы удалены от вещественной оси, то понятие возбуждения становится менее определенным. Поскольку мы здесь имеем дело с невзаимодействующими локализованными моментами, положение полюсов не зависит от волнового вектора. Таким образом, спектр возбуждений имеет вид, показанный на рис. 5.1.

5.1.1. УРАВНЕНИЯ БЛОХА

Если намагниченность достигает неравновесного значения под влиянием заданного внешнего поля, а затем поле внезапно отключается, то намагниченность начинает релаксировать обратно к своему равновесному значению. Процесс релаксации зависит от природы взаимодействий в системе. Однако если предположить, что эта релаксация независимо от ее происхождения имеет экспоненциальный вид, то мы можем феноменологически получить вы-

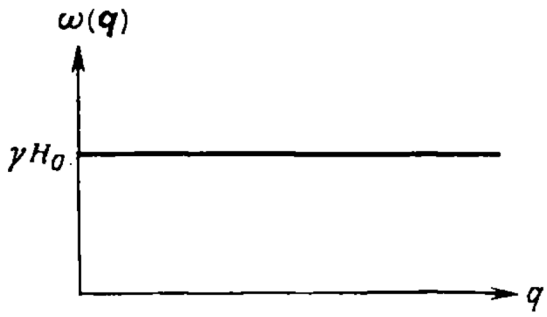


Рис. 5.1. Спектр возбуждений системы невзаимодействующих спинов.

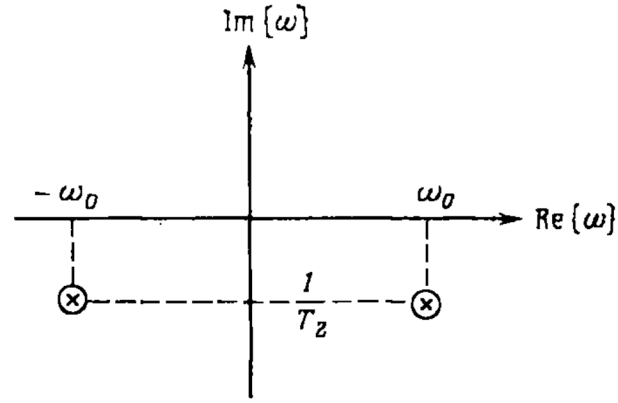


Рис. 5.2. Положение полюсов для мнимой части восприимчивости.

ражение для отклика. В общем случае продольная и поперечная составляющие намагниченности могут релаксировать с различной скоростью. Уравнения движения, называемые *уравнениями Блоха*, имеют вид [5.1]

$$\frac{dm_z}{dt} = \gamma (\mathbf{M} \times \mathbf{H})_z - \frac{m_z}{T_1}, \tag{5.22а}$$

$$\frac{dm_{x,y}}{dt} = \gamma (\mathbf{M} \times \mathbf{H})_{x,y} - \frac{m_{x,y}}{T_2}. \tag{5.22б}$$

Если мы снова предположим, что внешнее поле имеет вид: $\mathbf{H}_1(t) = H_1 \cos \omega t \cdot \hat{\mathbf{x}}$, то линеаризованное уравнение для m_x запишется следующим образом:

$$\frac{d^2 m_x}{dt^2} + \frac{2}{T_2}\frac{dm_x}{dt} + \left(\omega_0^2 + \frac{1}{T_2^2}\right) m_x = \gamma H_1 \omega_0 M_0 \cos \omega t. \tag{5.23}$$

Предполагая, что m_y релаксирует к нулю, мы тем самым учтем требование причинности, поскольку полюсы в функции Грина, аналогичной (5.16), теперь смещаются от вещественной оси, как показано на рис. 5.2. Функция Грина имеет вид

$$\mathcal{G}(t - t') = \frac{\sin \omega_0 (t - t')}{\omega_0} e^{-(t-t')/T_2} \theta (t - t'). \tag{5.24}$$

После преобразования Фурье получаем

$$\chi_{xx}(\omega) = \chi'_{xx}(\omega) + i\chi''_{xx}(\omega), \tag{5.25}$$

где

$$\chi'_{xx}(\omega) = \frac{1}{2}\gamma M_0 \left[\frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + (1/T_2)^2} + \frac{\omega + \omega_0}{(\omega_0 + \omega)^2 + (1/T_2)^2}\right], \tag{5.26}$$

$$\chi''_{xx}(\omega) = \frac{\gamma M_0}{2T_2}\left[\frac{1}{(\omega_0 - \omega)^2 + (1/T_2)^2} + \frac{1}{(\omega_0 + \omega)^2 + (1/T_2)^2}\right]. \tag{5.27}$$

При очень малых $1/T_2$ кривые, описываемые выражением (5.27), становятся выше и у́же, сохраняя при этом свою площадь. Таким образом, в пределе $1/T_2 \to 0$ эти функции можно рассматривать как δ-функции, т. е.

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\varepsilon}{x^2 + \varepsilon^2} = \pi\delta(x), \tag{5.28}$$

а выражения (5.26) и (5.27) сводятся к нашему прежнему результату (5.18). Вещественная и мнимая части восприимчивости показаны на рис. 5.3.

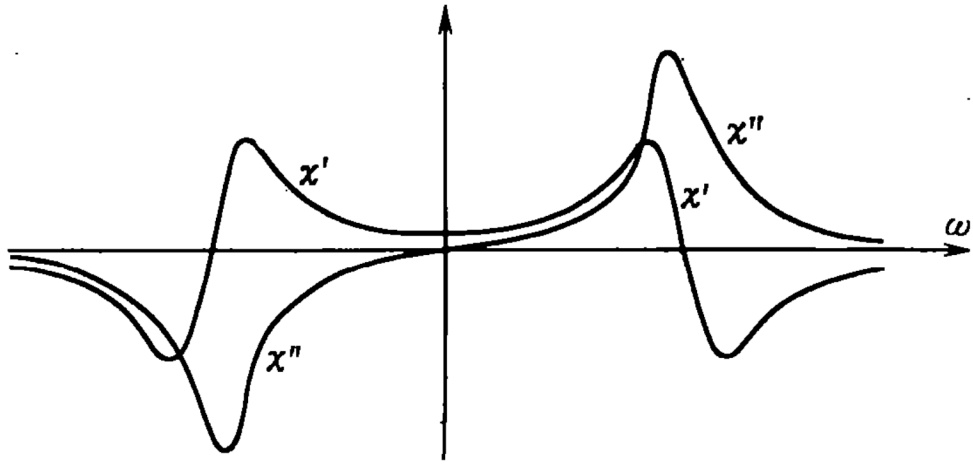


Рис. 5.3. Графики вещественной и мнимой частей восприимчивости $\chi_{xx}(\omega)$.

Следует иметь в виду, что до сих пор мы имели дело с откликом на линейно поляризованное внешнее поле. В некоторых экспериментах используется поле с круговой поляризацией. В таких случаях отклик содержит и другие компоненты восприимчивости. Рассмотрим поле, поляризованное по кругу:

$$\mathbf{H}_1(t) = H_1 \cos(\omega t)\,\hat{\mathbf{x}} + H_1 \sin(\omega t)\,\hat{\mathbf{y}}.$$

Как видно из (1.50), отклик на такое поле в направлениях x и y можно записать как

$$m_x(t) = H_1 [(\chi'_{xx} - \chi''_{xy}) \cos \omega t + (\chi''_{xx} + \chi'_{xy}) \sin \omega t],$$
$$m_y(t) = H_1 [(\chi'_{yx} - \chi''_{yy}) \cos \omega t + (\chi''_{yx} + \chi'_{yy}) \sin \omega t].$$

Решение уравнения (5.22) для m_y приводит к следующему результату:

$$\chi'_{yx}(\omega) = -\frac{\gamma M_0}{2T_2}\left[\frac{1}{(\omega_0 - \omega)^2 + (1/T_2)^2} + \frac{1}{(\omega + \omega_0)^2 + (1/T_2)^2}\right],$$

$$\chi''_{yx}(\omega) = \frac{\gamma M_0}{2}\left[\frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + (1/T_2)^2} - \frac{\omega_0 + \omega}{(\omega + \omega_0)^2 + (1/T_2)^2}\right].$$

Если поле приложено вдоль оси y, то уравнение для m_y будет идентично уравнению (5.23). Таким образом, $\chi_{yy} = \chi_{xx}$. Од-

нако $\chi_{xy} = -\chi_{yx}$. Сопоставляя эти результаты, находим, что вращательная компонента $m_+ = m_x + im_y$ имеет вид

$$m_+(t) = (\chi'_+ + i\chi''_+) H_1 e^{i\omega t},$$

где, например, для χ''_+ имеем

$$\chi''_+(\omega) = -\frac{\gamma M_0}{T_2} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (1/T_2)^2} \equiv -\pi\gamma M_0 f_L(\omega). \quad (5.29)$$

Кривая $f_L(\omega)$, определяемая выражением (5.29), представляет собой обычную кривую Лоренца. Такая форма линии отражает время жизни квантовых состояний, участвующих в переходе, в данном случае зеемановских уровней, определяющих форму линии. Однако экспериментально получаемая форма линии поглощения больше похожа на *функцию Гаусса*

$$f_G(\omega) = \frac{1}{\Delta\sqrt{2\pi}} e^{-(\omega-\omega_0)^2/2\Delta^2}, \quad (5.30)$$

где Δ характеризует ширину гауссовского распределения. Такая форма кривой появляется в результате *неоднородного уширения*. В общем случае кривая поглощения может иметь произвольную форму $f(\omega)$, которая позволяет многое сказать о динамике магнитной системы.

5.1.2. ФОРМА РЕЗОНАНСНОЙ ЛИНИИ

Имеются два плодотворных подхода к изучению формы линии магнитного резонанса. Один из них — метод моментов, успешно использованный Ван-Флеком [5.2]. Другой способ, который можно назвать *методом функции релаксации*, был развит Кубо и Томитой [5.3].

Метод моментов. Если форма резонансной кривой описывается нормированной функцией $f(\omega)$ с центром в ω_0, то n-й момент относительно ω_0 определяется как

$$M_n = \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \omega_0)^n f(\omega) d\omega. \quad (5.31)$$

Если функция $f(\omega)$ симметрична относительно ω_0, то удобно ввести функцию $F(\Omega) = f(\omega_0 + \Omega)$. Выраженный через эту функцию n-й момент равен

$$M_n = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^n F(\Omega) d\Omega. \quad (5.32)$$

Если обозначить фурье-образ $F(\Omega)$ через $\Gamma(t)$, то

$$\Gamma(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\Omega) e^{-i\Omega t} d\Omega = 2\int_0^{\infty} F(\Omega) \cos(\Omega t) d\Omega, \quad (5.33)$$