

ЗМІСТ

Глава 1. ВСТУП

1.1	Предмет та зміст атомної фізики	3
1.2	Значення атомної фізики в формуванні світогляду	4
1.3	Значення атомної фізики для практики	6
1.4	Значення атомної фізики для фахівців у галузі радіофізики і електроніки	6
1.5	Короткий історичний екскурс	7
1.6	Контрольні запитання. Література	10

Глава 2. КОРПУСКУЛЯРНІ ТА ХВИЛЬОВІ ВЛАСТИВОСТІ ЧАСТИНОК

2.1	Відкриття корпускул	11
2.2	Вимірювання заряду електрона. Досліди Міллікена	16
2.3	Маси атомів. Ізотопи.	19
2.4	Релятивістські та нерелятивістські частинки. Рівняння руху релятивістських частинок	23
2.5	Зв'язок між масою, енергією та імпульсом	23
2.6	Розсіювання електронів у розріджених газах	24
2.7	Класичний розгляд розсіювання. Ефективний переріз розсіювання	27
2.8	Зміна інтенсивності пучка частинок внаслідок розсіювання в речовині	29
2.9	Довжина вільного пробігу частинки в речовині	31
2.10	Розсіювання електронів з енергіями $E > 50 \text{ eV}$	31
2.11	Ефект Рамзауера	33
2.12	Неможливість пояснення процесів розсіювання на підставі класичних уявлень	35
2.13	Висновки	36
2.14	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	37

Глава 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ПЕРЕДУМОВИ СУЧАСНОЇ ТЕОРІЇ АТОМА

3.1	Досліди Резерфорда з розсіювання α -частинок	40
3.2	Формула Резерфорда	45
3.3	Планетарна модель атома; труднощі її пояснення на підставі класичних уявлень.	50
3.4	Загальні характеристики атомних спектрів.	50
3.5	Спектральні терми.	52
3.6	Комбінаційний принцип (Рідберга-Рітца)	52

3.7	Спектр атомів водню.	53
3.8	Досліди Франка і Герца. Визначення потенціалів збудження.	55
3.9	Визначення потенціалів іонізації атомів.	58
3.10	Висновки.	59
3.11	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	60

Глава 4. АТОМ ВОДНЮ ПО БОРУ РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА

4.1	Постулати Бора.	63
4.2	Рівні енергії та стаціонарні орбіти	64
4.3	Позитроній та мезоатом	68
4.4	Еліптичні орбіти. Головне та орбітальне квантові числа	70
4.5	Теорія Бора, як проміжний етап у розвитку уявлень про будову атома	74
4.6	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	76

Глава 5. ХВИЛЬОВА ПРИРОДА МАТЕРІЇ.

5.1	Передумови пізнання хвильової природи матерії	78
5.1.1	Квантова природа випромінювання світла	78
5.1.2	Квантова природа поглинання світла	79
5.1.3	Короткохвильова границя неперервного спектра рентгенівських променів	80
5.1.4	Ефект Комптона	82
5.1.5	Некогерентне розсіювання квантів на електронах	90
5.1.6	Оптико-механічна аналогія	94
5.2	Гіпотеза та формула де Бройля	96
5.3	Експериментальне обґрунтування хвильової природи матерії	99
5.3.1	Досліди Рамзауера	99
5.3.2	Досліди Девісона та Джермера по відбиттю електронів від граней монокристалів	99
5.3.3	Досліди Томсона по проходженню електронів крізь тонкі плівки речовини	107
5.4	Дифракція та інтерференція інших частинок та атомів	110
5.5	Дифракція поодиноких електронів	113
5.6	Визначення довжини хвилі матеріальних частинок із дослідів по дифракції електронів на кристалах	114
5.7	Електронографія та нейтронографія	114

5.8	Висновки	118
5.9	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	119

Глава 6. ХВИЛЬОВА ФУНКЦІЯ ЕЛЕКТРОНІВ ТА ЇЇ ФІЗИЧНИЙ ЗМІСТ

6.1	Хвильова функція плоскої хвилі де Бройля.	127
6.2	Хвильовий пакет, як модель частинки та її недосконалість	128
6.3	Фізичний зміст хвильової функції.	133
6.4	Співвідношення невизначеностей	138
6.5	Висновки	144
6.6	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	145

Глава 7. РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА

7.1	Рівняння Шредінгера	149
7.2	Найпростіші випадки рішення рівнянь Шредінгера	154
7.2.1	Частинка в потенціальній ямі з нескінченними стінками	154
7.2.2	Частинка в потенціальній ямі зі скінченними стінками	157
7.3	Гармонічний осцилятор	158
7.4	Прозорість потенціального бар'єра (тунелювання)	160
7.5	Оператори	169
7.6	Висновки	172
7.7	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	175

Глава 8. УЯВЛЕННЯ ПРО БУДОВУ АТОМА В КВАНТОВІЙ МЕХАНІЦІ

8.1	Схема рішення рівняння Шредінгера для атома водню	178
8.2	Кутова частина рівняння Шредінгера	180
8.3	Кутовий розподіл густини ймовірності знайти електрон в атомі водню. Електронна хмара. Атомні орбіталі.	182
8.4	Фізичний зміст квантових чисел m та ℓ	187
8.5	Просторове квантування	190
8.6	Радіальна частина хвильової функції електрона атома водню	193
8.7	Квантові числа і їхній фізичний зміст	201
8.8	Правила відбору квантових чисел	202

8.9	Висновки	205
8.10	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	207

Глава 9. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДАНІ ПРО БУДОВУ ТА ВЛАСТИВОСТІ СКЛАДНИХ АТОМІВ

9.1	Структура атомів лужних металів, валентний електрон	214
9.2	Зняття виродження за квантовим числом ℓ	215
9.3	Спектральні серії атомних спектрів лужних металів	217
9.4	Дублетна структура термів та спектральних ліній атомів лужних металів	221
9.5	Спін електрона	222
9.6	Сума моментів кількості руху	223
9.7	Тонка структура спектрів складних атомів як наслідок спін-орбітальної взаємодії	225
9.8	Особливості тонкої структури атомних спектрів лужних металів	228
9.9	Надтонка структура спектральних термів атомів лужних металів	232
9.10	Висновки	234
9.11	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	235

Глава 10. ТОНКА СТРУКТУРА АТОМНОГО СПЕКТРА ВОДНЮ

10.1	Тонка структура ліній спектра атомів водню. Спін-орбітальна взаємодія	239
10.2	Надтонка структура ліній атомного спектра водню. Вплив ядерного спіну	241
10.3	Досліди Лемба і Різерфорда по вимірюванню зміщення енергетичних рівнів атомів водню в	242
10.4	Поняття про нульові коливання та поляризацію вакууму як причини лембівського зсуву	245
10.5	Висновки	251
10.6	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	252

Глава 11. ВЕКТОРНА МОДЕЛЬ АТОМА

11.1	Векторна модель атома. Типи зв'язку атомних моментів	255
11.2	Нормальний або Рассел-Саундеровський зв'язок	256
11.3	Квантові числа складних атомів. Правила	259

	відбору	
11.4	Систематика атомних спектрів з нормальним зв'язком	261
11.5	Приклади застосування векторної моделі	263
11.6	J-J зв'язок	268
11.7	Висновки	271
11.8	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	272

Глава 12. АТОМ ГЕЛІЮ

12.1	Рівняння Шредінгера для двохелектронного атома	278
12.2	Метод збурень	279
12.3	Принцип Паулі	283
12.4	Висновки	287
12.5	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	288

Глава 13. ІНТЕНСИВНІСТЬ ТА ШИРИНА СПЕКТРАЛЬНИХ ЛІНІЙ

13.1	Ймовірність переходів	293
13.2	Золоте правило Фермі	294
13.3	Сила осцилятора	299
13.4	Поглинання світла	301
13.5	Інтенсивність спектральних ліній	302
13.5	Ширина спектральних ліній.	303
13.6	Принципи генерації електромагнітних коливань (лазери).	308
13.7	Висновки	316
13.8	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.	317

Глава 14. БУДОВА ТА ЗАПОВНЕННЯ ОБОЛОНОК СКЛАДНИХ АТОМІВ. ТЕОРІЯ ПЕРІОДИЧНОЇ СИСТЕМИ ЕЛЕМЕНТІВ Д.І. МЕНДЕЛЄЄВА

14.1	Послідовність заповнення електронних оболонок атомів.	321
14.2	Періодична система елементів.	324
14.3	Недоліки квантової теорії періодичної системи елементів.	333
14.4	Прикінцеві зауваження.	333
14.5	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література	334

Глава 15. РЕНТГЕНІВСЬКІ ПРОМЕНІ

15.1	Характеристичний спектр рентгенівських променів	340
15.2	Сpektри поглинання рентгенівських променів	346
15.3	Оже ефект	350
15.4	Висновки	351
15.5	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література	352

Глава 16. МАГНІТНІ ВЛАСТИВОСТІ АТОМІВ

16.1	Орбітальний та спіновий магнетизм. Магнетон Бора	357
16.2	Сумарний магнітний момент кількості руху. Множник Ланде.	359
16.3	Просторове квантування.	362
16.4	Гіромагнітні ефекти	363
16.5	Досліди Штерна і Герлаха	365
16.6	Сучасні методи визначення магнітних моментів	368
16.7	Ядерний магнітний резонанс. Поняття про ядерний магнетизм, як причину надтонкої структури спектральних ліній	374
16.8	Висновки	377
16.9	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література	378

Глава 17. ВПЛИВ МАГНІТНОГО ТА ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛІВ НА АТОМИ

17.1	Ефект Зеємана	382
17.2	Аномальний ефект Зеємана і його квантова теорія.	385
17.3	Ефект Пашена Бака	389
17.4	Поляризація світла в ефекті Зеємана	392
17.5	Ефект Штарка	393
17.6	Сукупність атомів у магнітному полі	399
17.6А	Парамагнетизм речовини	399
17.6Б	Діамагнетизм речовини. Теорема Лармора	402
17.7	Циклотронний резонанс	403
17.8	Висновки	405
17.9	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література	407

Глава 18. ПРИРОДА ХІМІЧНОГО ЗВ'ЯЗКУ

18.1	Вступ	414
18.2	Іонний зв'язок	418

18.3	Ковалентний зв'язок	416
18.4	Сили Ван-дер-Ваальса	425
18.5	Водневий зв'язок	427
18.6	Метод валентного зв'язку	428
18.7	Метод молекулярних орбіталей	429
18.8	Гібридизація орбіталей	432
18.9	Висновки	438
18.10	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література	439

Глава 19. СПЕКТРИ МОЛЕКУЛ

19.1	Загальна характеристика	442
19.2	Обертальні спектри молекул	443
19.3	Коливальні спектри молекул	449
19.4	Коливально-обертальні спектри молекул	454
19.5	Електронні стани	459
19.6	Принцип Франка-Кондона. Якісне пояснення інтенсивності ліній молекулярних спектрів	461
19.7	Комбінаційне розсіювання світла	471
19.8	Висновки	477
19.9	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література	478

Глава 20. КВАНТОВІ ВЛАСТИВОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ

20.1	Вступ	485
20.2	Електрон у полі періодичного потенціалу	488
20.3	Модель Кроніга - Пені	492
20.4	Зони Бріллюена	494
20.5	Заповнення енергетичних зон електронами	496
20.6	Густина станів	499
20.7	Динаміка електронів, ефективна маса, електрони та дірки	501
20.8	Електропровідність металів	505
20.9	Особливості напівпровідників	507
20.10	Магнітні властивості твердих тіл	514
20.11	Обмінний гамільтоніан Гайзенберга. Спонтанна намагніченість, феромагнетизм та антиферомагнетизм	515
20.12	Феромагнітні домени, стінки Блоха	517
20.13	Спінові хвилі	521
20.14	Надпровідність	524
20.15	Магнітні властивості надпровідників	527
20.16	Критичний струм та критичне магнітне поле	529
20.17	Ефекти Джозефсона	530

20.18	Високотемпературна надпровідність	534
20.19	Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література	535
	ПІСЛЯМОВА	540

1. ВСТУП

*«Лиш тот умен, кто понимает ,
Что неучен, что мало знает».*

Абу Шуккер

1.1. Предмет та зміст атомної фізики. 1.2. Значення атомної фізики в формуванні світогляду. 1.3. Значення атомної фізики для практики. 1.4. Значення атомної фізики для фахівців у галузі радіофізики і електроніки. 1.5. Короткий історичний екскурс. 1.6 Контрольні запитання. Література.

1.1. Атомна фізика - це розділ фізики, у якому вивчається електронна будова атомів, молекул та конденсованого стану речовини. Цей розділ досить широкий і його досить важко окреслити в короткій формі. Можна лише вказати, що в атомній фізиці **розглядаються такі питання:** складові частини атома, взаємодія між ними, їхній рух, будова електронних оболонок атомів, електричні, магнітні та оптичні властивості атомів, здатність атомів об'єднуватись один з одним у молекулах, здатність атомів та молекул з'єднуватись в кластери (кластер - пучок) та утворювати конденсовані фази речовини (рідини та тверді тіла), механічні, електричні, оптичні, хімічні властивості речовини в зв'язку з особливостями її атомної та електронної будови.

Об'єкти атомної фізики мають **характерні значення розмірів, маси й енергії**. Розміри атомів становлять $\sim 10^{-8}$ см, атомних ядер $\sim 10^{-13}$ см, класичний радіус електрона $r_e = 2,8 \times 10^{-13}$ см. Маса електронів $m = 9,1 \times 10^{-28}$ г, атомних ядер $1836 m < M < 227 \times 1836 m$. Енергії електронів знаходяться в інтервалі значень $13,6 \text{ eV} < E < 0,16 \text{ eV}$ (між енергією іонізації атома водню й атомів з атомним номером $Z=106$). Більшість атомних процесів відбувається на відстанях більших 10^{-9} см, з енергіями меншими 10^4 eV . Діапазон спектральних особливостей атомних та молекулярних процесів є дуже широкий. Він охоплює: радіодіапазон ($\lambda = 10^4 \div 0,1$ см), область мікрохвиль ($\lambda = 0,01 \div 0,1$ см), інфрачервону область ($\lambda = 10^{-1} \div 10^{-4}$ см), видимий і ультрафіолетовий діапазони ($\lambda = 10^{-4} \div 10^{-6}$ см) і область рентгенівських променів ($\lambda = 10^{-6} \div 10^{-9}$ см).

Здобутки атомної фізики дають нам важливу інформацію - ключ для систематизації, пояснення та прогнозування найбільш загальних закономірностей світу, що оточує нас: сонця, неба, землі, живих істот, бездонних очей коханої дівчини або мужнього красеня

Аполлона. Усе це - химерна гра електронних хмар! Красиво та досить чітко цю думку висловив поет Валерій Брюсов:

“Быть может эти электроны -
Миры, где пять материков,
Искусства, знания, войны, троны
И память сорока веков!
Еще быть может, каждый атом -
Вселенная, где сто планет;
Там все, что здесь в объеме сжатом,
Но также то, чего здесь нет.”

Від праматері Єви успадкували люди невивгубний потяг до знань, коли рай був замінений яблуком знань. Знання формують людину, дають їй силу, хоча й не завжди зичать їй щастя. Знання дає могутність і свободу. Проте свобода вимагає:

**культури,
самодисципліни й
скромності,
дбайливого, бережного відношення до
нашої тендітної блакитної планети Земля, чуйного відношення
один до одного.**

1.2. Атомній фізиці належить особливе місце в загальному курсі фізики, тому що вона **формує світогляд сучасної людини**. В ній уперше людина знайомиться з новими уявленнями квантової механіки. Виявляється, що *всі елементарні частинки мають властивості як матеріальних тіл - корпускул, так і хвиль*. Корпускули - локалізовані об'єкти (від слова локус - місце), які рухаються по визначених (детермінованих) траєкторіях. Хвилі - делокалізовані об'єкти, які розповсюджуються у всьому просторі, заломлюються, дифрагують та інтерферують. Таким чином, один і той же об'єкт - елементарна частинка є кентавром, бо виявляє взаємно суперечливі з точки зору здорового глузду властивості: *локалізації та делокалізації*. Локалізована частинка повинна знаходитись у певній точці простору, а хвиля - делокалізована й повинна бути розмазаною по всьому простору. Засвоєння цих ідей потребує перегляду усталених уявлень, котрі формуються при вивченні попередніх розділів класичної фізики. На зміну класичній фізиці приходить *квантова фізика* (квантова механіка), яка вивчає **корпускулярно-хвильовий дуалізм**, притаманний частинкам, фотонам і іншим об'єктам мікросвіту. Знання нових властивостей частинок і квантів руйнують тісні рамки "здорового глузду", які виникають у людей внаслідок повсяк-

денного спостереження за поведінкою макро тіл. Ця обставина значно ускладнює шлях до опанування атомною фізикою. Проте, як казав Цицерон: "Розуму не приходится вибирати, коли існує вибір між істиною й вигадкою". У зв'язку із цим потрібно не насилувати природу, а ставити їй точні влучні запитання.

Новою ознакою атомної фізики, як і інших розділів фізики, є відтепер те, що її стрижнем є *квантова механіка*, основними творцями якої були дуже молоді люди: Вернер Гейзенберг, Поль Дірак, Паскуаль Йордан, Вольфганг Паулі, всім їм було біля двадцяти років. Трохи старшим був **Ервін Шредінгер**, який опублікував своє знамените хвильове рівняння для мікрочастинок **у** віці 33-х років. На відміну від класичної фізики квантова фізика починає оперувати поняттям ймовірності для опису не лише великих ансамблів частинок, але й для характеристики окремих елементарних актів, що відбуваються за участю окремих частинок. На відміну від класичних ансамблів, у яких кожна частинка розглядалась локалізованою, тобто такою, що рухається вздовж певної траєкторії, у квантовій механіці втрачається локалізація, і застосовується ймовірність для характеристики окремих елементарних актів. Бог дійсно грає в кості! Хоча дуже хочеться, щоб було так, як писав О. Блок: „Сотри случайные черты и ты увидишь – мир прекрасен!”

Виявилось також, що у квантовій механіці *порушується лапласівський принцип причинності*. На відміну від принципу причинності Лапласа¹, згідно якого після події **A** - причини однозначно відбувається подія **B** - наслідок, у квантовій механіці після події **A** - причини з певною ймовірністю відбуваються події наслідки **B, C, D** тощо. Таким чином, **розширюється поняття про причинно-наслідкові зв'язки** в оточуючому нас світі. У цьому полягає **глибоке методологічне значення атомної фізики**. Значні зміни в науці виникають не тоді, коли виникають нові теорії, а коли змінюються найпростіші моделі, за допомогою яких учені формулюють та опановують теорією, тобто вони виникають одночасно зі створенням **нової парадигми**² - концептуальної моделі нового зразка, яка охоплює властивості цілого класу задач. В атомній фізиці - це хвилеві та корпускулярні властивості частинок та використання ймовірності для опису актів їхньої поведінки й станів.

¹ П'єр Симон Лаплас (1749-1827)- видатний французький астроном, математик і фізик, член Паризької академії наук, міністр Наполеона.

² Парадигмою називається сукупність теоретичних передумов, що визначають конкретні наукові дослідження, визнані науковою громадськістю на даному етапі розвитку науки.

1.3. Атомна фізика має велике практичне значення. *По-перше*, вона дає основу для логічно не суперечливого пояснення будови атомів, молекулярного зв'язку, будови молекул та твердих тіл, властивостей металів, напівпровідників та діелектриків і інших властивостей речовини.

По-друге, вона виявилась спроможною не тільки пояснювати відомі властивості речовини, але й пояснювати нові явища, які класична фізика не змогла пояснити. Мова йдеться про такі макроскопічні квантові явища, як тунелювання, надплинність, надпровідність тощо.

По-третє, вона дозволяє передбачувати нові особливості явищ та нові явища, наприклад, позитрон Дірака, тунельний ефект, квантові ями, квантові точки тощо.

1.4. Атомна фізика є базою таких наук, як мікро та наноелектроніка, фізика напівпровідників, фізика плазми, фізика низьких температур та кріогенна електроніка, електронна, атомна і молекулярна спектроскопія, квантова радіофізика, лазерна фізика, тощо. Лише перелік цих дисциплін свідчить про важливе місце атомної фізики в підготовці інженера-дослідника в галузі радіофізики та електроніки. Вона дає основу для його фахових знань і формує його світогляд. На відміну від вузьких фахових знань та навичок ці знання значно повільніше старіють та змінюються. Вони є основою фундаментальної підготовки наукових співробітників, інженерів-дослідників та інженерів - практиків. **Досягнення** атомної фізики широко використовують в своїй роботі хіміки, біологи, геологи, медики, інженери-практики.

Якщо 19 століття - вік "пари і електрики", 20 століття – ера квантової фізики, то 21 століття – вік наноелектроніки і нанотехнологій.

Шуткуючи, я завжди кажу студентам: "Оволодівши основами атомної фізики, Ви стаєте надзвичайно розумними, значно розумнішими за нас, бо *на Вашому боці є така перевага як молодість*. Ви вже маєте змогу творити нове! Проте Ви ще не усвідомлюєте цього і не маєте досвіду та необхідних навичок. На спеціальних кафедрах, якщо Ви докладете зусиль, Вам допоможуть позбутися цього недоліку й набути основ фахових знань та навичок. А коли потяг до нового у Вас не згасне, то з Богом до нових звершень! Nulla dies sine linea. Per aspera ad astral! (Жодного дня без рядка. Через тернії до зірок!)"

1.5. Звернемося тепер до історії розвитку атомної фізики.

А) Поняття атом (неподільний) виникло в давнину для визначення кількості речовини, що не піддається поділу. Ще до нашої ери філософи **Анаксимен** Мілетський ((помер у 528 році до Р.Х) – стародавній натурфілософ мілетської школи, учень і послідовник Анаксимандра. Він уважав, що світ складається з першоелементів. Уперше ввів поняття про розрідження й згущення першоелементів.). **Анаксагор** із Клазомен (500-428 рр до Р.Х.) (стародавній грецький учений філософ. 30 років прожив у Афінах і заснував там афінську школу. Був обвинувачений у безбожії та емігрував у місто Лампсак. Світ за Анаксагором складався з нескінченної кількості частинок „насінин“, які приведені в рух зовнішнім агентом „розумом“ (нусом). Під дією обертання відбувається відділення темного від світлого, холодного від гарячого, сухого від мокрого... При перетвореннях загальна кількість речовини залишається незмінною. **Демокріт** із Айдери у Фракії (біля 460-370 рр до Р.Х.) (великий стародавній грецький філософ матеріаліст, атоміст, учень засновника стародавньо-грецької атомістики Левкіда) та **Епікур** (341-270 рр до Р.Х.) - відомий старогрецький філософ. У 306 році до Р.Х він заснував афінську школу під назвою „Сад Епікура“. У своїх вченнях про природу Епікур був послідовником атоміста Демокрита. Він стверджував, що всі тіла є сукупністю неділимих щільних частинок – атомів, різних за величиною, вагою та формою. Вони рухаються в пустоті з однаковою швидкістю, але можуть зіштовхуватися. Тіла розкладаються на атоми. Душа також складається з атомів. Він визнавав блаженно байдужих богів у просторі між світами, які не втручаються в життя космосу й людей. Девізом Епікура була формула – **живи відокремлено**. Мета життя – відсутність страждань, здорове тіло й безтурботність духа. Пізнання природи звільняє від страху смерті. Коли ми є, – вважав він, – то смерті не має, а коли смерть настає, то нас уже не має. Ці вчені -філософи використовували поняття **атом як неподільну частину речовини**. Коханка й учениця Епікура **Філеніс** із **Леокадії (острів Лебос)** написала фізичний трактат про атоми з гачками, якими вони з'єднуються для утворення тіл – перший твір про хімічні зв'язки.

Б) Проте лише в кінці **19 - на початку 20 ст.** успіхи молекулярно-кінетичної теорії та спостереження броунівського руху³ утвердили у фізиці поняття атома як реального фізичного об'єкта. Був встановлений газокінетичний розмір атомів $10^{-8}\text{см} = 1\text{\AA}$. Було також остаточно встановлено, що атоми та молекули можуть змінювати свій заряд, і ставати іонами, тобто вони мають електричну складову частину у своїй будові.

В 1881 році спочатку **Дж.Дж. Стоней**⁴, а за ним **Герман Людвіг Фердинант Гельмгольц** (1821-1894)⁵, аналізуючи закони електролітичної дисоціації, встановили, що один грам-моль речовини переносить **$F = 9,685 \times 10^4$ кулонів** заряду, де F - число Фарадея. Гельмгольц поділив число Фарадея⁶ на число Авогадро **$N_A = 6,022 \times 10^{23}$** (число атомів в одному грам атомі речовини) і одержав величину елементарного заряду рівну **$e = F/N_A = 9,649 \times 10^4 / 6,0221 \times 10^{23} = 4,8 \times 10^{-10} \text{CGSE}$** . Таким чином, було показано, що в явищі електролітичної дисоціації електричний струм переноситься атомними або молекулярними іонами, тобто атомами або молекулами, що втратили або придбали заряд, кратний елементарному заряду **e** .

Ще більш інформативними виявились дослідження явища переносу електричного заряду в розріджених газах. Ці дослідження показали, що **нейтральні атоми** в умовах електричного розряду в розріджених газах **іонізуються**, тобто **втрачають власні заряди**. Виявилось, що всі заряди кратні найменшому зарядові $e = 4,8 \times 10^{-10} \text{CGSE}$. Вивчення поведінки додатних та від'ємних зарядів в електричних та магнітних полях дозволило визначити маси заряджених частинок і іонів. Найменший від'ємний заряд мала частинка з масою $m_0 = 9,08 \times 10^{-28} \text{г}$. Ця

³ Зокрема вперше броунівський рух був спроектований на екран та показаний студентам на лекціях в Київському університеті св. Володимира лекційним демонстратором моїм дідом Олексієм Павловичем Шереметьєвим, автором багатьох яскравих лекційних демонстрацій з курсу фізики, а саме: броунівського руху, інтерференції поляризованих променів, тощо. Він створив для фізика Надєждіна прилади для спостереження критичних точок, запровадив уперше в Києві в ботанічному саду електричне освітлення.

⁴ Джордж Джонстон Стоней (1826-1911) – ірландський фізик і математик, висловив гіпотезу про існування малого заряду і назвав його електроном.

⁵ Герман Людвіг Фердинант Гельмгольц (1821-1894рр) - один із найвидатніших німецьких природознавців, що працювали в галузях фізики, математики, фізіології і психології, почесний професор Київського університету св. Володимира.

⁶ Майкл Фарадей (1791-1867рр) - видатний англійський фізик, автор вчення про електромагнітне поле, член королівського товариства.

частинка була названа *електроном*. Її відкриття 1897 року належить англійському фізику, лауреату Нобелівської премії з фізики **Джозефу Джону Томсону**.



ТОМСОН ДЖОЗЕФ ДЖОН (1856-1940)

Англійський фізик. Навчався в Трініті-коледжі Кембріджського університету. З 1918 і до кінця життя – ректор Трініті-коледжа. У 1884-1919 Томсон – професор Кембріджського університету й одночасно керівник Кавендишської лабораторії; у 1905-1918 - професор Королівської асоціації в Лондоні.

Найбільшу популярність Томсону принесли його роботи, пов'язані з відкриттям електрона: у 1897, досліджуючи відхилення катодних променів у магнітному й електричному полях, Томсон знайшов, що вони є **поток**ом негативно заряджених частинок. Виміряв відношення заряду частинок до маси і показав, що вони в 1837 разів легші за атом водню. У 1899 знайшов електрони у фотострумі, спостерігав ефект термоелектронної емісії. Вивчав особливості електричного розряду в газах, дав пояснення неперервного спектру рентгенівського випромінювання. Томсон – один з основоположників електронної теорії металів (1900). Їм отриманий вираз для ефективного перерізу розсіювання електромагнітних хвиль вільними електронами (формула Томсона). У 1903 побудував одну з перших моделей атома, припустивши, що атом – це позитивно заряджена сфера з вкрапленими в неї електронами. У 1904 Томсон висловив ідею про те, що електрони в атомі утворюють різні конфігурації, які обумовлюють періодичність хімічних елементів; тим самим він спробував встановити зв'язок між електронною структурою атома та його хімічними властивостями. У 1912 одержав перші дані про існування ізоотопів – знайшов атоми неону з масою 20 і 22.

Кавендишська лабораторія за час, коли її очолював Томсон, перетворилася у **провідний** дослідницький центр. Тут під керівництвом Томсона працювали Ф.Астон, У.Вільсон, Е.Резерфорд, У.Річардсон та ін. За наукові заслуги Томсон був нагороджений медалями Б.Франкліна (1923), М.Фарадея (1938), Коплі (1914) та ін. Лауреат Нобелівської премії 1906 р. з фізики «як визнання його видатних заслуг в галузі теоретичних і експериментальних досліджень електропровідності в газах».

Досконально встановлено, що для опису властивостей усіх елементарних частинок необхідно використовувати їхні релятивістські особливості, тобто вони потребують застосування теорії відносності.

В 1903 році **Дж. Дж. Томсоном** була створена *перша модель атома*. Згідно цієї моделі атом складається із розмазаного позитивного заряду в межах газокінетичного об'єму атома, в якому плавають майже точкові електрони. Проте ця модель досить швидко (1911 р.) була замінена *планетарною моделлю Резерфорда*. (*Красиві теорії часто бувають невірними.*) Ця модель також виявилась недосконалою, бо не змогла пояснити стабільність атомів. Вона була замінена *напівквантовою напівкласичною моделлю Нільса Бора* (1913 р.), у

якій стабільність атома постулюється. Саме цей час можна вважати народженням атомної фізики.

Подальші дослідження встановили, що електрони та інші частинки мають не тільки корпускулярні, а й хвильові властивості. *Виникла квантова механіка*, яка дає змогу обчислювати ймовірності різноманітних атомних процесів. При першому знайомстві ідеї квантової механіки сприймаються з недовірою та здивуванням. Проте її розрахунки підтверджуються всіма до цього часу відомими експериментами й дають змогу передбачувати нові явища. Ці нові ідеї дозволяють побудувати сучасну модель атома, основні риси якої ми будемо вивчати в цьому нормативному курсі лекцій. Вивчати їх важко, але у фізиці не має царського шляху. Шлях до неї через освіту. „Освіта – скарб, а праця – ключ до нього” (Генрі Тома Бокль).

1.6. Контрольні запитання та вправи

1. Окресліть коло питання, котрі входять до розділу атомної фізики.
2. Які нові ідеї використовує атомна фізика на відміну від класичної фізики?
3. Яке методологічне значення має вивчення атомної фізики?
4. Яке значення має атомна фізика для формування фахівця в галузі радіофізики і електроніки?
5. Сформулюйте зміст парадигми атомної фізики.
6. Назвіть основні етапи розвитку понять атомної фізики.

Література

1. Матвеев А.Н. Атомная физика. Учеб. пособие для студентов вузов. - М.: Высш.шк. -1989. - 489с.
2. Сивухин Д.В. Атомная и ядерная физика.: Учеб. пособие. Часть 1, Атомная физика. М.: - Наука, Гл.ред. физ. Мат. лит. - 1986. -416с.
3. Белый М.У., Охрименко Б.А. Атомная физика. - К.: Вища шк., Голлов. из-во, -1984. -271с.
4. Шпольский Э.В. Атомная физика том 1 - М.: Из-во “Наука”, - 1974. -575с.
5. Гайда Р.П. Атомна фізика, Львів.: -1965. - 356с.

Глава 2. КОРПУСКУЛЯРНІ ТА ХВИЛЬОВІ ВЛАСТИВОСТІ ЧАСТИНОК

*«Розуму не приходитьсья вибирати,
коли вибір між істиною і вигадкою».*

*Марк Тулій Цицерон –
римський філософ, оратор,
державний діяч*

2.1. Відкриття корпускул. 2.2. Вимірювання заряду електрона. Досліди Міллікена. 2.3. Маса атомів. Ізотопи. 2.4. Релятивістські та нерелятивістські частинки. Рівняння руху релятивістських частинок. 2.5. Зв'язок між масою, енергією та імпульсом. 2.6. Розсіяння електронів у розріджених газах. 2.7. Класичний розгляд розсіяння. Ефективний переріз розсіяння. 2.8. Зміна інтенсивності пучка частинок внаслідок розсіяння в речовині. 2.9. Довжина вільного пробігу частинки в речовині. 2.10. Розсіяння електронів з енергіями $E > 50 \text{ eV}$. 2.11. Ефект Рамзауера. 2.12. Неможливість пояснення процесів розсіяння на підставі класичних уявлень. 2.13. Висновки. 2.14. Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.

2.1. Відкриття корпускул

Передумовами відкриття корпускул були дві обставини: *по-перше*, здогадка **Гельмгольца** про те, що існує найменший заряд (квант електричного заряду) і, *по-друге*, інтенсивне вивчення електричних розрядів у розріджених газах, що спостерігалися в трубках Крукса¹ та Пулюя². Електричні розряди дивували та зачаровували дослідників мінливістю та розмаїттям барв. У розрядних трубках, як це показано на схематичному рис.2.1, за анодом крізь отвір у ньому йдуть промені, котрі називаються *катодними*, а за катодом - *каналові промені*. Промені візуалізувались за допомогою люмінофора, який

¹ Крукс Уїл'ям (1832-1919рр) - англійський фізик і хімік. Відзначився експериментальними дослідженнями електричних розрядів у розріджених газах, одночасно з хіміком К.Ламі за допомогою спектрального аналізу відкрив елемент талій.

² Іван Пулюй (1845-1918рр) - видатний український фізик і електротехнік, професор Празької політехніки, автор фундаментальних досліджень газорозрядних явищ, автор ідей, покладених згодом в основу електронної теорії. Лампи Пулюя передували Х-променевим трубкам (що часом назвуть рентгєнівськими).

світиться під дією цих променів, або за допомогою світіння розріджених газів, крізь які проходять ці промені й збуджують їхні атоми.

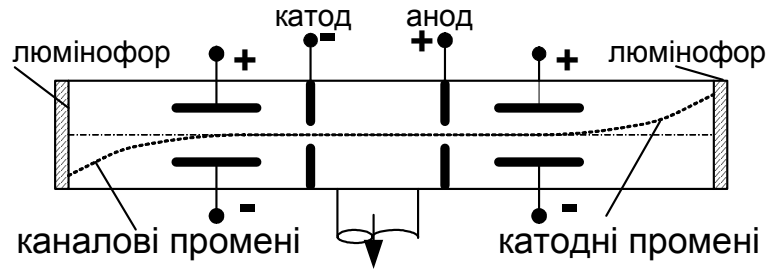


Рис.2.1. Газорозрядна трубка Крукса.

Електричні та магнітні поля відхиляють катодні й каналові промені в протилежні напрямки, із чого можна було дійти до висновку, що ці промені складаються із частинок із різними знаками електричних зарядів. Вплив магнітного поля свідчить також про те, що ці заряди рухаються, бо магнітне поле не діє на нерухомий заряд. Сила, що діє на заряд e з боку електричного та магнітного полів із напруженостями \mathbf{E} і \mathbf{H} , визначається за формулою :

$$\vec{F} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v} \cdot \vec{H}] \quad (2.1)^3$$

де \vec{v} - швидкість електрона. Виявилось також, що частинки проявляють інерціальні властивості, тобто вони мають масу m . У нерелятивістському випадку, коли швидкість частинок v менша, ніж швидкість світла c ($v/c < 1$), їхній рух в електричному й магнітному полях можна описувати за допомогою рівняння руху Ньютона:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v} \cdot \vec{H}] \quad (2.2)$$

Розділивши ліву та праву частини рівняння (2.2) на масу m , ми побачимо, що траєкторія руху заряджених частинок залежить лише від відношення e/m , а не окремо від e та m :

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{e}{m} \vec{E} + \frac{e}{mc}[\vec{v} \cdot \vec{H}] \quad (2.3)$$

Розглянемо для прикладу окремий випадок руху зарядженої частинки з масою m і зарядом e , що влітає з початковою швидкістю

³ В цій формулі заряд e записується зі своїм знаком. Формула записана в системі одиниць CGSE, в системі одиниць СІ замість $(e/c)[\vec{v} \cdot \vec{H}]$ використовується $e[\vec{v} \cdot \vec{H}]$. Далі ми будемо користуватись системою одиниць **CGSE**.

$\vec{v}\{v,0,0\}$ в простір з однорідними сталими електричним $\vec{E}\{0,0,-E\}$ і магнітним $\vec{H}\{0,0,-H\}$ полями (рис.2.2). Рівняння руху для цього випадку має такий вигляд:

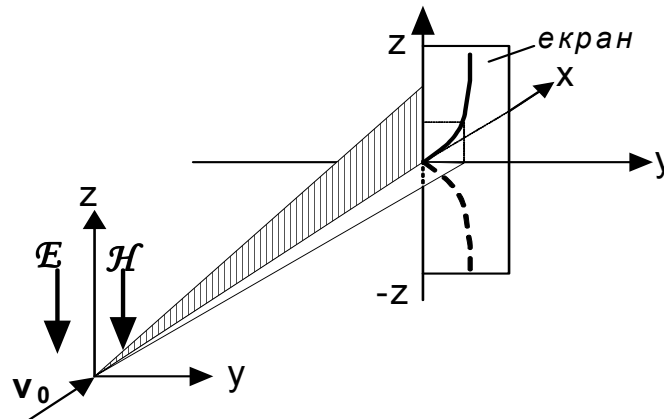


Рис.2.2. Схема руху заряджених частинок у поперечних електричному й магнітних полях. \vec{H} перпендикулярний до площини xy

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= \frac{eH}{c} \dot{y}; \\ m\ddot{y} &= -\frac{eH}{c} \dot{x}; \\ m\ddot{z} &= eE; \end{aligned} \quad (2.4)$$

Їхній розгляд показує, що електричне поле впливає на рух частинки лише вздовж осі z (в площині xz), а магнітне поле - у площині xy . В площині xz на заряджену частинку діє стала сила, тому

$$z = \frac{eE}{2m} t^2. \quad (2.5)$$

У площині xy на частинку діє перпендикулярна до її швидкості $v(x,y)$ сила Лоренца. Вона змінює лише напрямок цієї швидкості. Під час усталеного руху частинки в площині xy сила Лоренца є доцентровою силою

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{evH}{c} \quad (2.6)$$

Частинка рухається по колу з радіусом - R і кутовою швидкістю

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{eH}{mc}, \quad (2.7)$$

яка не залежить від швидкості частинки. Вона залежить лише від e/m і напруженості магнітного поля \mathbf{H} .

Рух, що відбувається по колу в площині xy , призводить до відхилення частинки від її початкового напрямку руху вздовж осі x на величину $y_{1\omega} = AB$ (рис.2.3).

При малих кутах відхилення ωt зсув частинки вздовж осі y рівний

$$y_1 = \frac{e\mathcal{H}v}{2mc}t^2.$$

На відстані від початку координат $x=L$ зсув або відхилення частинки вздовж осей y і z залежать від e/m , напруженості полів (\mathbf{E} і \mathbf{H}) та геометрії системи (L)

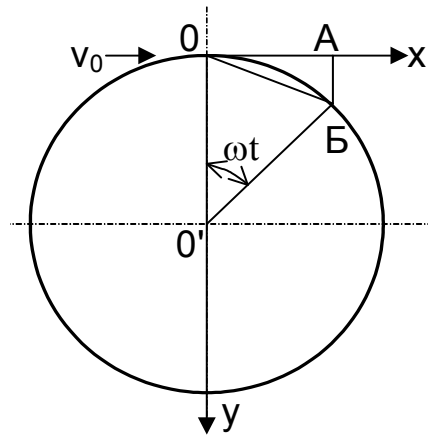


Рис.2.3. Рух зарядженої частинки в поперечному магнітному полі.

$$\begin{aligned} y_{x=L} &= \frac{e\mathcal{H} \cdot L^2}{2mc v}; \\ z_{x=L} &= \frac{e\mathcal{E} \cdot L^2}{2mv^2}; \end{aligned} \quad (2.8)$$

Експериментальне вимірювання відхилень $y_{x=L}$ і $z_{x=L}$ заряджених частинок у магнітних полях неодноразово використовувалось для визначення e/m за допомогою формул типу (2.8) у тих випадках, коли відомі їхні початкові швидкості⁴.

⁴ Для більш точного вимірювання відхилень y і z збільшують відстань D між областю дії електричного і магнітних полів і екраном, на якій частинка рухається у вільному від полів просторі. В цьому разі

$$y_{x=L+D} = \frac{e\mathcal{H}}{2mc v} L(L+2D); \quad z_{x=L+D} = \frac{e\mathcal{E}}{2mv^2} L(L+2D).$$

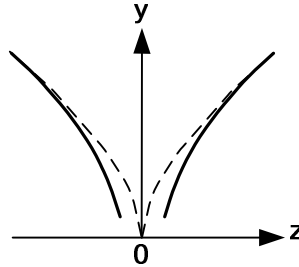


Рис.2.4. Параболи Томсона : пунктир - класичний випадок $v \ll c$, суцільні криві - великі швидкості $v \sim c$.

У тих випадках, коли швидкість невідома, або коли частинки мають набір швидкостей, доцільно вилучити її з рівняння (2.8). Для цього досить перше рівняння піднести до квадрату й розділити на друге

$$y^2 = \frac{e\mathcal{H}^2 L^2}{2mEc^2} z. \quad (2.9)$$

Утворилась параболічна залежність відхилень заряджених частинок внаслідок проходження її крізь перпендикулярні електричне й магнітне поля. Вона спостерігається на екранах експериментальних приладів і використовується для визначення відношення e/m , тому що воно входить у цю залежність як параметр. Зміна знаку електричного поля або знаку заряду дає дзеркальну картину відносно площини xz , як це пунктиром показано на рис.2.2. Зміна напрямку магнітного поля \mathbf{H} також дає дзеркальну параболу відносно площини xz . Параметр параболи, згідно (2.9), пропорційний відношенню e/m , що дозволяє вимірювати його експериментально за допомогою парабол. Цей метод визначення e/m був винайдений Дж. Дж. Томсоном і називається *методом парабол Томсона*.

При великих швидкостях частинок, коли не можна знехтувати відношенням v^2/c^2 , необхідно враховувати залежність маси частинки від її швидкості. Внаслідок цього змінюється вигляд залежності $y(z)$, як це наведено суцільною кривою на рис.2.4. Така залежність дійсно була отримана Кауфманом (1906 р.), що вперше експериментально підтвердило релятивістську залежність маси від швидкості $\left(m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2} \right)$.

Таким чином, спостерігаючи за траєкторіями заряджених частинок в електричних та магнітних полях, можна встановити знак їх-

нього заряду, визначити величину відношення e/m і залежність m від v .

Виявились такі факти:

- частинки катодних променів мають від'ємний заряд;
- частинки катодних променів мають сталі значення відношення e/m , що дорівнює,
- $|e/m_0| = 5,2727 \times 10^{-17} \text{ CGSE } z^{-1} = 1,75880 \times 10^{-11} \text{ CI};^5$
- частинки каналових променів мають позитивні заряди й менші, ніж катодні частинки, значення e/m ,
 $|e/m|_{\text{канал}} < |e/m|_{\text{катод}};$
- каналові частинки мають різні абсолютні значення e/m .

Усі ці досліді дають змогу дійти до таких висновків.

1. Нейтральні атоми в умовах електричного розряду утворюють позитивно та негативно заряджені частинки.

2. Серед негативно заряджених частинок існують частинки із найбільшими значення $|e/m|$. Якщо також за Гельмгольцем допустити, що найменший заряд дорівнює $e = 4,8 \times 10^{-10} \text{ CGSE}$, то **найменшу масу має від'ємний заряд, і ми будемо далі називати його електроном.** Для остаточної перевірки цього висновку необхідно незалежним чином виміряти елементарний заряд. Це було зроблено в досліді Міллікена в 1911 р.

3. Каналові частинки мають різні маси, більші за величиною від маси електрона, це іони - атоми, що втратили електрони в умовах електричного розряду.

4. До складу атомів входять електрони й позитивні заряди.

5. При великих швидкостях, коли не можна знехтувати відношенням $(v/c)^2$, потрібно враховувати релятивіську залежність маси від швидкості $\left(m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2} \right)$.

2.2. Вимірювання заряду електрона. Досліди Міллікена

В 1911 році американський фізик Роберт Ендрюс **Міллікен** спостерігав за маленькими масляними краплинами в електричному полі плоского конденсатора. При відсутності електричного поля в конденсаторі на краплину в повітрі будуть діяти сили тяжіння, сила

⁵ m_0 - маса спокою частинки.

Архімеда F_A та сила вязкості Стокса F . Внаслідок малих розмірів краплини рух краплини може стати рівномірним: $m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_S = 0$,

$mg - F_A = F_S \sqrt{b^2 - 4ac}$, де $F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\Pi}$, де ρ_{Π} - густина повітря,

$F_S = 6\pi\eta r v$, де r - радіус каплі, η - вязкість повітря, $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$, де ρ

- густина масла. З рівняння руху краплини

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\Pi} g = 6\pi\eta r v$$

знайдемо радіус краплини

$$r = 3 \sqrt{\frac{\eta v}{2g(\rho - \rho_{\Pi})}}.$$

Таким чином, вимірявши експериментально швидкість падіння краплини при $E = 0$, можна визначити радіус краплини. Якщо на пластини конденсатора подати різницю потенціалів, величина і напрямок якої підібрано так, щоб краплина рухалася рівномірно вгору, тоді рівняння руху запишемо наступним чином:

$$e\vec{E} + m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_S = 0$$

$$eE - mg = 6\pi\eta r v, \text{ оскільки, } F_A \ll eE.$$

Заряд електрона визначаємо за формулою: $e = \frac{6\pi\eta r}{E}(v_g + v_E)$, де v_g - швидкість руху краплини вниз, v_E - швидкість руху краплини вгору. Вимірюючи швидкості v_g та v_E можна визначити значення заряду e . Іонізуючи повітря між пластинами конденсатора, можна змінити заряд краплини. Залишаючи сталою величиною значення напруження електричного поля в конденсаторі, можна змінити швидкість краплини. Тоді отримаємо, що заряд краплини змінився на величину:

$$e - e' = \frac{6\pi\eta r}{E}(v_e - v_{e'}).$$

З великої кількості дослідів було доведено, що зміна заряду відбувалась не неперервно, а дискретними порціями, причому зміна заряду була кратною одній й тій самій величині, яка дорівнювала деякому мінімальному значенню заряду.

Абсолютна величина мінімального заряду збігалася із зарядом, який визначив Гельмгольц. Виявилось, що цей заряд дорівнює $e = 4,803 \times 10^{-10} \text{ CGSE} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ Кл}$.

Таким чином, у цих дослідах вдалося виміряти найменший від'ємний заряд речовини і його приписали зарядові електрона. За ці класичні досліди Міллікен у 1923 році був відзначений Нобелівською премією.



МІЛЛІКЕН РОБЕРТ ЕНДРІЮС (1868-1953)

Американський фізик.

У 1891 навчався в Колумбійському університеті, де вперше прослухав повноцінний курс лекцій по фізиці й зацікавився цією наукою. У 1895 стажувався в Німеччині. Перед самим від'їздом доля звела його з людиною, яка зіграла велику роль у його науковій біографії, професором Чикагського університету А.Майкельсоном. У 1896, працюючи в Геттінгенському університеті, Міллікен одержав від Майкельсона телеграму з пропозицією зайняти місце асистента в Чикагському університеті. 25 років Міллікен провів у стінах Чикагського університету. Перші роки він займався написанням американських підручників по фізиці та викладанням, а до науково-дослідної роботи приступив лише в 40 років. Однією з них був вимір заряду електрона. До початку 20 ст. були численні спроби вирішити цю проблему, але, за словами Г.Вільсона, асистента Дж.Томсона, «після одинадцяти вимірів нами було отримано одинадцять різних результатів». Міллікен почав свої досліди в 1903, а в 1906 розробив «метод крапель», який дозволив вимірити заряд окремого електрона. У 1910-1914 він провів велику кількість дослідів із крапельками олії (щоб виключити ефект випаровування) і одержав значення заряду електрона $4,774 \cdot 10^{-10}$ електростатичних одиниць. Експериментально була доведена дискретність електричного заряду. У 1912 Міллікен звернувся до іншої проблеми – перевірці рівняння Ейнштейна для фотоефекта. У 1914 за допомогою оригінального апарата він цілком підтвердив правильність рівняння Ейнштейна для видимої й УФ-областей та визначив постійну Планка ($6,57 \cdot 10^{-27} \text{ ергс}^{-1}$). У 1925-1927 Міллікен займався дослідженням космічних променів за допомогою іонізаційної камери. Він підтвердив їхнє неземне походження, встановив їхній складний характер, знайшовши α -частинки, швидкі електрони, протони, нейтрони, γ -кванти. У 1921-1945 Міллікен очолював лабораторію в Каліфорнійському університеті. В останні роки життя займався літературною працею, звернувшись до історії науки і релігії. Відзначений у 1923 Нобелівською премією з фізики «за роботи з визначення елементарного електричного заряду та вивченню фотоефекта».

Скориставшись значенням заряду електрона, можна з експериментального значення e/m знайти масу електрона (масу спокою). Вона виявилась такою, що дорівнює

$$m_0 = 9,1095 \times 10^{-28} \text{ з} = 5,48580 \times 10^{-4} \text{ а.о.м.},$$

(атомна одиниця маси (а.о.м) є 1/12 маси атому вуглецю: $1 \text{ а.е.м.} = 1,6605 \times 10^{-24} \text{ з} = M_C/12$.)

2.3. Маса атомів. Ізотопи

Вивчення траєкторії руху каналових променів у магнітних полях дало змогу визначити їхні e/m . Вони виявились значно меншими, ніж e/m_0 електронів. Навіть для іонів найлегшого атома водню $|e/m_0|/|e/m_{H^+}| = 1836,1525$. Якщо припустити, що заряд іонів водню збігається з виміряним у дослідах Мілікена елементарним зарядом e , тобто вони однократно іонізовані, то його маса дорівнює:

$$m_{H^+} = 1836,1525 m_0 = m_p = 1,67265 \times 10^{-24} \text{ г}.$$

Ця маса вважається масою позитивного заряду іона атома водню, тобто масою протона $m_{H^+} = m_p$, бо двічі іонізованого атома водню не існує. Маса інших іонів та атомів ще більші, але кратні масі атому водню.

Іони складних атомів можуть бути кратно іонізованими. Їх заряд дорівнює $+e, +2e, +3e, \dots +ke$, де k - кратність іонізації. Тому з експериментальних значень $ke/m_i|_{ex}$ отримують ефективні маси іонів

$$m_{ef} = \frac{e}{(ke/m_i)_{ex}} = \frac{m_i}{k}, \text{ які відрізняються від маси іонів множителем } k.$$

Таким чином, за допомогою кількісного аналізу руху заряджених частинок у магнітних полях, можна визначити їхні ефективні маси. Методика визначення мас заряджених частинок називається *мас-спектрометрією*, а відповідні прилади називаються *мас-спектрометрами*⁶. Велику роль в розробці мас-спектрометрів та в дослідженні ізотопів відіграв англійський вчений Астон.



АСТОН ФРЕНСІС ВІЛЬЯМ (1877-1945)

Англійський фізик та хімік.

Разом з Пойнтінгом вивчав «темний простір Крукса» у тліючому розряді, знайшов ще один, прикатодний «темний простір», названий тепер простором Астона. У 1909 Астон став асистентом Дж.Дж.Томсона в Кавендишській лабораторії Кембріджського університету, де займався визначенням співвідношення між зарядом і масою іонів у пучку позитивно заряджених частинок.

З 1920 Астон – член ради Трініті-коледжу Кембріджського університету, у 1921 був обраний членом Лондонського королів-

⁶ За розробку мас-спектрометра та відкриття за його допомогою явища ізоτροпії у багатьох простих нерадіоактивних тіл і за закон цілих чисел (кратності мас іонів різних елементів масі іона водню) англійський фізик Астон Френсіс Вільям (1877-1945pp), іноземний член АН ССРСР, отримав Нобелівську премію з фізики 1922 року. Крім того, він запропонував електромагнітні і дифузійні методи розділення ізотопів.

ського товариства. У 1919 створив новий прилад – мас-спектрограф, який міг розділяти частинки з різним відношенням маси до заряду. З його допомогою Астон встановив, що маси атомів цілочисельні, і що майже всі елементи мають ізотопи; відкрив 213 стабільних ізотопів хімічних елементів, визначив їхню відносну розповсюдженість. У 1925 сконструював мас-спектрометр з великою роздільною здатністю, на якому провів прецизійні виміри мас елементів і знайшов так звані дефект маси, що полягає в тім, що маса системи зв'язаних частинок (ядра, атома) не дорівнює сумі мас частинок у вільному стані. Цей ефект Астон пояснив втратою маси в результаті перетворення її в енергію зв'язку між частинками. Запропонував електромагнітні та дифузійні методи розділення ізотопів. Вимірявши маси ряду ізотопів, побудував першу криву пакувальних коефіцієнтів, що характеризує енергію зв'язку ядер (1927). Відкрив ізотоп уран-238. Лауреат Нобелівської премії з хімії «за зроблене ним за допомогою ним же винайденого мас спектрографа відкриття ізотопів великого числа нерадіоактивних елементів і за формулювання правила цілих чисел».

На рис.2.5 наведена схема будови одного з різновидів мас-спектрометрів, що називається мас-спектрометром π - типу. З іонного джерела (1), де створювались іони атомів речовини, що досліджувались, вилітають іони з певним розподілом швидкостей Δv відносно $\langle v \rangle$ - їхньої середньої швидкості ($\langle v \rangle - \Delta v < v < \langle v \rangle + \Delta v$). Для зменшення розподілу швидкостей іони пропускають крізь спеціальні фільтри (монохроматори). Найпростішим фільтром є простір, у якому створюються однорідні взаємно перпендикулярні електричне (\mathcal{E}_f) та магнітне (\mathcal{H}_f) поля (рис.2.5.б). На іони, що рухаються із швидкістю v перпендикулярною до $\vec{\mathcal{E}}_f$ і $\vec{\mathcal{H}}_f$, діють сили: електростатична ($-e\vec{\mathcal{E}}_f$) і сила Лоренца ($(e[\vec{v}\vec{\mathcal{H}}])/c$). Вони відхиляють іони в протилежних напрямках. Тому крізь вихідну діафрагму фільтра проходять лише іони, для яких ці сили рівні, тобто при умові $v/c = \mathcal{E}_f / \mathcal{H}_f$.

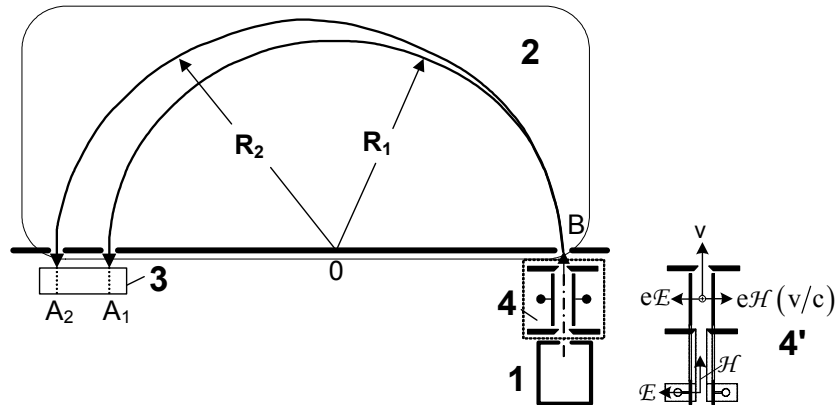


Рис.2.5. Схема π-мас-спектрометра : 1 - джерело іонів, 2 - однорідне поле H , перпендикулярне до площини рис., 3 - фотопластинка (детектор іонів), R_1 і R_2 - радіуси траєкторій іонів з масами M_1 і M_2 , 4 і 4' - фільтр швидкостей. A_1 і A_2 - точки на фотопластинці, у які потрапляють іони з масами M_1 і M_2 , $A_1B=2R_1=2M_1(v/c/eH)$, $A_2B=2R_2=2M_2(v/c/eH)$.

Іони із сталою швидкістю v надходять крізь діафрагму B до камери, в якій діє перпендикулярне до площини рис.2.5 однорідне магнітне поле H .

Воно створює силу Лоренца, що діє на іон у напрямку перпендикулярному до його швидкості. Під дією цієї сили іон починає рухатись по колу з радіусом R , який визначається з рівності $\frac{Mv^2}{R} = \frac{evH}{c}$

(доцентровою силою є сила Лоренца).

Внаслідок цього іон певної маси надходить до фотопластинки в точці A , що знаходиться на відстані від вхідної діафрагми $BA = 2R = 2cvM/eH$. Таким чином, знаючи v і H та вимірявши відстань BA , можна знаходити масу іонів за формулою $M = eHR/cv = eH(BA/2)/cv$.

За допомогою мас-спектрометрії отримані такі **результати**.

По-перше, ефективні маси іонів різних елементів виявились кратними масі протона.

По-друге, ефективні маси іонів різних елементів збільшуються майже пропорційно їхній атомній вазі (атомній масі)⁷. Проте ця залежність була не зовсім точною, тому що атомна вага (атомна маса),

⁷ Відношення середньої ваги (маси) атома даного елемента до 1/16 частини середньої ваги (маси) атомів природного кисню була прийнята в хімії за атомну одиницю маси(застаріле визначення атомної маси).

здебільшого, дробове число, на відміну від ефективних мас, визначених по відношенню до маси протона, які були цілими числами.

По-третьє, мас-спектрометричні вимірювання ефективних мас окремих елементів показали, що вони, як правило, мають декілька ефективних мас. Наприклад, природній газ неон з атомною вагою 20,183 мав у своєму складі два сорти іонів з ефективними масами 20 (90%) і 22 (10%), появу яких у каналових променях електричного розряду в неоні не можна пояснити кратністю іонізації неону⁸. Це дало змогу дійти до висновку, що **прості речовини елементів**, які мають дробові значення атомної ваги (атомної маси), **складаються із суміші ізотопів з цілими значеннями ефективних мас**.

Ізотопами (від грец. isos-рівний, однаковий і topos -місце) називаються різновиди атомів однакового хімічного елемента з однаковим атомним номером Z у періодичній системі елементів, котрі мають майже однакові хімічні властивості⁹ й дуже близькі за фізичними властивостями. Їхні атомні ядра мають однакову кількість протонів але різну кількість нейтронів.

По-четверте, наступні більш точні дослідження мас іонів інших заряджених частинок і відкриття ізотопів примусило змінити атомну одиницю маси. Атомною одиницею маси (**1 а.о.м.**), що використовується сучасною атомною і ядерною фізикою з 1984 року для визначення мас елементарних частинок, атомів і молекул, вибрана одиниця маси рівна $1/12$ маси ізотопу вуглецю ^{12}C і рівна

$$1 \text{ а.о.м.} = (1/12)m(^{12}\text{C}) = 1,6605655 \times 10^{-24} \text{ г}.$$

Вона дуже близька до маси протона й маси атома водню, хоча й відрізняється від них. (Сучасна атомна одиниця маси відрізняється від хімічної одиниці маси, за яку було в свій час прийнято $1/16$ маси ізотопу кисню ^{16}O і від одиниці атомної ваги, за яку було вибрано $1/16$ атомної маси природного кисню, який є сумішшю трьох ізотопів. Сучасна $1 \text{ а.о.м.} = 1,00048$ старої фізичної одиниці маси і $0,999725$ від одиниці атомної ваги.)

У зв'язку з тим, що атомні маси ізотопів не відрізняються від цілих чисел, то для атомів елементів уводиться, так зване, **масове число А**. Воно є найближчим цілим числом до атомної маси. У літературі масове число A позначається вгорі біля символу хімічного елемента, наприклад, ^1H , ^{16}O , ^{238}U , тощо. Значення A не треба плутати з атомною масою. У розділі ядерної фізики **масове число А** буде ви-

⁸ Сучасні дослідження дають: $\text{Ne}^{20}(90,52\%)$, $\text{Ne}^{21}(0,28\%)$, $\text{Ne}^{22}(9,21\%)$.

⁹ Ізотопи легких елементів, що сильно відрізняються за масою, водень ^1H , дейтерій ^2H і ^3H - третій відрізняються і хімічними і фізичними властивостями.

значено як **сумарне число нуклонів (протонів і нейтронів) у складі атомного ядра**. Це одна з найважливіших характеристик атомного ядра (нукліда).

2.4. Релятивістські частинки. Рівняння їхнього руху

Дослідження траєкторій руху електронів і інших частинок показало, що при збільшенні їхньої енергії (швидкості) траєкторії руху починають відхилятися від розрахункових за формулами нерелятивістського рівняння руху (2.2). Виявилось, що при цьому для узгодження з експериментом потрібно замість маси спокою або просто маси частинки використовувати релятивістську масу, що залежить від її швидкості. Рівняння руху стає тепер складнішим, і має вигляд:

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{d(m\bar{v})}{dt} = e\bar{\mathbf{E}} + \frac{e}{c}[\bar{v}\bar{\mathbf{H}}], \quad (2.12)$$

де \bar{p} - імпульс частинки, а m - її релятивістська маса, котра залежить від швидкості v за формулою:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (2.13)$$

де m_0 - маса частинки (електрона), c - швидкість світла. Досліди показали, що ці формули (2.12) і (2.13) добре збігаються з експериментальними даними й тому широко застосовуються на практиці. Саме дослідями **Кауфмана** в 1901 році вперше було отримано експериментальне підтвердження релятивістської залежності маси електрона від його швидкості.

2.5. Зв'язок між масою, енергією та імпульсом

У релятивістській механіці вектор $\bar{p} = m\bar{v}$ називається *імпульсом*. Він дорівнює:

$$\bar{p} = m\bar{v} = \frac{m_0\bar{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.14)$$

Цей вираз для вектора \mathbf{p} можна записати по іншому:

$$(mc)^2 - p^2 = (m_0c)^2, \quad (2.15)$$

у чому досить просто пересвідчитись підстановкою значення маси з формули (2.13) у формулу (2.15). Знайдемо тепер вираз для енергії частинки. Запишемо вираз для роботи сили $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ на шляху $\vec{v}dt$, яка рівна

$$dA = \vec{F}\vec{v}dt = \frac{d\vec{p}}{dt}\vec{v}dt = \frac{\vec{p}d\vec{p}}{m} = \frac{c^2 m dm}{m} = c^2 dm. \quad (2.16)^{10}$$

Інтегруючи роботу в (2.16) по dm , отримаємо вираз для повної енергії частинки:

$$E = mc^2. \quad (2.17)$$

Кінетична енергія частинки буде мати вигляд

$$E_k = mc^2 - m_0c^2. \quad (2.18)$$

Об'єднавши формули (2.14) і (2.18), можна отримати формулу, що зв'язує повну енергію частинки і її імпульс

$$E^2 = p^2c^2 + (m_0c^2)^2. \quad (2.19)$$

В теорії відносності фізичні величини E і \vec{p} об'єднуються в **єдиний інваріант - закон збереження чотирьохвимірною вектора імпульсу-енергії**

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = (m_0c)^2 \quad (2.20)$$

Скориставшись релятивістським виразом (2.17) для енергії електрона і прирівнявши її до електростатичної енергії заряду радіусом r_e , отримаємо вираз для **класичного радіуса електрона** $e^2/r_e = m_0c^2$; $r_e = e^2/m_0c^2 = 2,81 \times 10^{-13}$ см. Експериментальна перевірка цього співвідношення була здійснена за допомогою дослідів з пружного розсіювання рентгенівських променів (підрозділ 5.1.5).

2.6. Розсіювання електронів розрідженими газами

Відкриття електронів і встановлення факту, що електрони входять до складу атома, було надзвичайно важливою інформацією про його будову. Проте зразу виникало питання як побудований атом. Це могла бути система локалізованих частинок, які втримуються силами

¹⁰ При доведенні формули (2.16) ми скористались інваріантом (2.15), із якого $2pdp = 2mc^2dm$.

притягіння, або модель пудингу з родзинками, у якому в кульці діаметром $\sim 10^{-8}$ см однорідно розподіленої речовини з позитивним зарядом розміщені, як родзинки в пудингу, локалізовані електрони. Така модель атома була запропонована ще в 1898 році **Дж. Дж. Томсоном** (рис.2.6). Найбільш просто було “розрізати” атом і подивитись на структуру розрізу, чи є там родзинки-електрони, чи ні. Проте цього не можна зробити через дуже малі розміри атома. Тому в мікрофізиці використовується особливий спосіб вивчення будови мікрооб’єктів. Це робиться за допомогою розсіювання направленого потоку мікрочастинок.

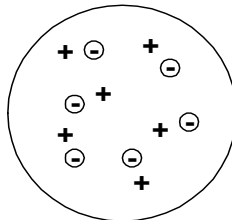
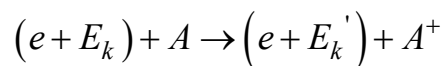


Рис.2.6. Модель атома Дж.Дж. Томсона: електрони знаходяться в однорідному позитивно зарядженому середовищі.

Розсіянням мікрочастинок називається процес їхнього зіткнення із іншими частинками, в результаті якого змінюються імпульси розсіяних частинок. Розрізняють три різновиди актів розсіювання: пружні, непружні й надпружні.

Пружними актами розсіювання називаються такі акти, при яких змінюються лише імпульси взаємодіючих частинок і не змінюються внутрішні стани складних частинок, або не відбувається перетворення простих частинок.

Непружними актами розсіювання називаються такі акти, коли після акту розсіювання змінюються не тільки імпульси частинок але й внутрішні стани складних частинок або відбуваються їхні перетворення. При цьому частина енергії частинки, що налітає, передається на збудження внутрішніх ступенів свободи або на перетворення однієї простої частинки в іншу. Прикладом непружного розсіювання може бути процес іонізації



або збудження атома електроном

$$(e + E_k) + A \rightarrow (e + E'_k) + A^*,$$

де E_k і E'_k - кінетичні енергії електрона до й після його взаємодії з атомом А. При цьому в першому випадку частина кінетичної енергії електрона $\Delta E = E_k - E'_k = eV_i$ передається атому А на його іонізацію, тобто на перетворення його на іон A^+ , а в другому випадку частина кінетичної енергії електрона $\Delta E = E_k - E'_k = eV_a$ передається на збудження атома A^* . Енергії eV_i й eV_a називаються енергіями іонізації й збудження, величини V_i й V_a - **потенціалами іонізації й збудження відповідно**.

Надпружними актами розсіювання (співударами 2-го роду) називаються акти розсіювання, коли після розсіювання частина потенціальної енергії (внутрішньої енергії) частинок, що розсіюються, перетворюється на їхню кінетичну енергію. Наприклад, збуджений атом після розсіювання стає не збудженим, а електрон збільшує кінетичну енергію на величину енергії збудження:

$$(e + E_k) + A^+ \rightarrow (e + E'_k) + A.$$

Експериментально процес розсіювання спостерігається за зміною величини й напрямку імпульсу частинки після розсіювання. Схематично експериментальний пристрій побудований так, як це показано на рис.2.7. Для кількісної характеристики актів розсіювання використовують **ефективний переріз розсіювання**. Він характеризує ймовірність переходу системи двох частинок, що стикаються, із початкового стану в кінцевий. Експериментально він визначається кількістю розсіяних частинок ΔN , що їх збирає детектор, розташований під кутом розсіювання θ до напрямку падаючого пучка, за одиницю часу й віднесений до одиниці тілесного кута збору детектора й одиночної густини потоку первинного (падаючого) пучка частинок, що розсіюються на одиничному центрі розсіювання. При дослідженні пружного розсіювання детектор збирає частинки з кінетичною енергією $E \geq E_p$, а при непружному $E \neq E_p$.

$$\sigma = \frac{\Delta N}{I_0 \Delta \Omega n} \quad (2.21)$$

де ΔN - кількість розсіяних частинок, що збирає детектор, розташований під кутом θ до напрямку падаючого пучка, за одиницю часу, $\Delta \Omega$ - тілесний кут збору детектором розсіяних частинок, I_0 - густина поча-

ткового потоку пучка частинок, що розсіюються, n - концентрація центрів, які розсіюють.

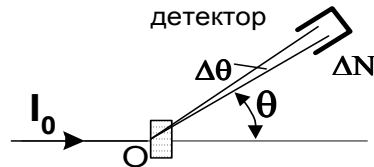


Рис.2.7. Схема визначення перерізу розсіювання: I_0 - густина первинного потоку частинок, ΔN - кількість розсіяних частинок під кутом θ , що збирається детектором за 1 с.

Переріз розсіювання залежить від величини сил, що діють між частинками. Тому **досліди з розсіювання частинок** - це одно з **основних джерел інформації** як про будову мікрочастинки, так і характер силової взаємодії з іншими частинками, які використовуються при розсіянні. Для того, щоб зрозуміти зміст та значення перетину розсіювання, розглянемо розсіювання класичних абсолютно пружних тіл.

2.7. Класичний розгляд розсіювання

У класичній нерелятивістській фізиці дві частинки, що розсіюються, обмінюються імпульсами й розлітаються в різні боки. Переходом до системи координат центра мас цих частинок задачу розсіювання зводять до розсіювання однієї частинки із приведеною масою

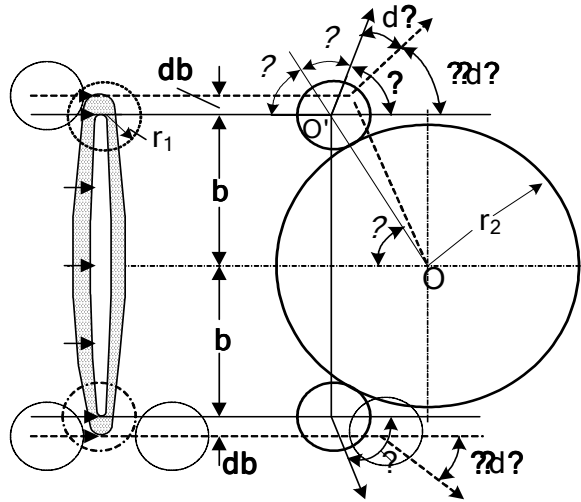
$$m' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

на нерухомому силовому центрі. Чим більша різниця мас

m_1 та m_2 , тим ближче центр мас до центру більш важкої частинки.

Розглянемо дві абсолютно пружні частинки з радіусами r_1 і r_2 і масами $m_1 < m_2$. Нехай для визначеності перша частинка рухається в горизонтальному напрямку, як це показано на рис. 2.8, а друга важка частинка нерухома. Після зіткнення більш легка частинка змінить напрямок свого руху на кут розсіювання θ . Цей кут залежить від величини прицільної відстані (або параметру удару) b .

Прицільною відстанню b називається відстань між початковим напрямком руху частинки, що розсіюється, і центром O - частинки, що розсіює. Для ідеально пружних кульок має місце “дзеркальне” відбиття на кут ϕ між початковим напрямком руху частинки, що розсіюється, і перпендикуляром до дотичної двох сфер у точці їхнього дотику. Згідно рис.2.8, кут розсіювання θ рівний



**Рис.2.8. Схема розсіювання пружних кульок O і O' із радіусами r_1 і r_2 .
 θ - кут розсіювання, $b = (r_1 + r_2) \sin \phi$ - прицільна відстань, $\phi = (\pi - \theta)/2$.**

Із рис.2.8 видно, що

$$b = (r_1 + r_2) \sin \phi = (r_1 + r_2) \sin (\pi - \theta)/2 = (r_1 + r_2) \cos (\theta/2) \quad (2.22)$$

Кут розсіювання однозначно зв'язаний з прицільною відстанню

$$\cos (\theta/2) = b / (r_1 + r_2) \quad \text{для} \quad 0 < b < r_1 + r_2 \quad (2.23)$$

$$\theta = 0 \quad \text{для} \quad b > r_1 + r_2.$$

Знайдемо тепер долю частинок, які після розсіювання відхиляються на кут в інтервалі від θ до $\theta + d\theta$, тобто ми бажаємо знайти долю частинок, які після акту розсіювання потрапляють до тілесного кута $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ між двома конусами з кутами розкриття θ і $\theta + d\theta$. Оскільки кут розсіювання θ однозначно залежить від прицільної відстані b , то з усіх частинок до цього тілесного кута попадуть лише ті частинки, прицільна відстань яких знаходиться в інтервалі від b до $b + db$, тобто ті, котрі пройшли крізь кільце, утворене двома крутами з

радіусами b і $b+db$. Його площа $dS(\theta)$ визначає відносну кількість частинок, що розсіялись на кут θ

$$dS(\theta) = 2\pi b db. \quad (2.24)$$

Вона називається *перерізом розсіювання на кути в інтервалі від θ до $\theta + d\theta$* . Визначимо $b db$ із формули (2.23) і підставимо у формулу (2.24):

$$dS(\theta) = \frac{2\pi(r_1+r_2)^2}{4} \sin\theta d\theta = \frac{(r_1+r_2)^2}{4} d\Omega \quad (2.25)$$

Величина $dS(\theta)$ віднесена до одиниці тілесного кута носить назву **диференціального перерізу розсіювання**:

$$\sigma(\theta) = \frac{dS}{d\Omega} = \left\{ \frac{r_1+r_2}{2} \right\}^2, \quad (2.26)$$

який у цьому випадку не залежить від кута розсіювання й має розмірність площі.

Крім диференціального перерізу розсіювання використовують **інтегральний або повний переріз розсіювання σ_t** , який визначає ймовірність розсіювання на будь-які кути розсіювання:

$$\sigma_t = \int_0^\pi \sigma(\theta) 2\pi \sin\theta \cdot d\theta \quad (2.27)$$

Для випадку двох пружних сфер потрібно в (2.27) підставити значення диференціального перерізу розсіювання (2.26). Тоді $\sigma_t = \pi(r_1+r_2)^2$ дорівнює площі тієї області простору, у якій може відбутись розсіювання. Таким чином, для випадку розсіювання пружних тіл повний переріз розсіювання визначає “тінь” за центром розсіювання, тобто відтворює розміри об’єктів, що розсіюються. Диференціальний переріз розсіювання відображає кутовий розподіл частинок, що розсіялись, який залежить від розмірів об’єктів, що розсіюються.

2.8. Зміна інтенсивності потоку частинок внаслідок розсіювання в речовині

Розглянемо частинку, що рухається серед нерухомих хаотично розташованих сфер, з якими вона може зіштовхуватися. Розсіювання випадкове явище. Акти розсіювання відбуваються незалежно один від одного. Для спрощення обмежимося розглядом одновимірної моделі. Позначимо через S площу поперечного перерізу потоку падаючих частинок, а через $f(x)$ - ймовірність того, що частинка пройде в речовині шлях x без розсіювання. Виберемо нескінченно малий відрізок dx

такий, щоб $\left| \frac{df(x)}{dx} \right| \gg \left| \frac{1}{2} \frac{d^2 f(x)}{dx^2} (dx)^2 \right|$. На цьому відрізку в об'ємі Sdx зна-

ходиться $Sndx$ частинок, що розсіюються, де n - їхня концентрація. Якщо повний переріз розсіювання одним центром σ , то ймовірність того, що налітаюча частинка розсіється в точці x на інтервалі від x до $x+dx$, буде прямо пропорційна відношенню «повного» ефективного перерізу розсіювання $Sn\sigma dx$ до площі перерізу (S) потоку частинок, що розсіюються:

$$\frac{(Sn\sigma dx)}{S} = n\sigma dx.$$

Розглянемо тепер імовірність того, що частинка пройде шлях $x+dx$ без розсіювання, тобто знайдемо $f(x+dx)$. Цю ймовірність можна записати як імовірність складної події: пройти шлях x без розсіювання а потім розсіятись на шляху $x+dx$, котра рівна $(1-\sigma_t ndx)$. Імовірність складної події рівна добутку ймовірностей простих подій $f(x)(1-\sigma_t ndx)$. Прирівнюючи ці два вирази для тієї самої ймовірності пройти шлях x без розсіювання, отримаємо:

$$f(x+dx) = f(x)(1-\sigma_t ndx) \quad (2.28)$$

Розкладаючи ліву частину рівняння (2.28) у ряд Тейлора, після скорочення подібних членів маємо

$$\frac{df(x)}{dx} = -\sigma_t n f(x). \quad (2.29)$$

Після розділення змінних і інтегрування остаточно отримаємо такий вираз для ймовірності пройти частинці шлях x без розсіювання

$$f(x) = C \exp(-\sigma_t nx) \quad (2.30)$$

Стала C визначається з умови, що $f(x=0) = 1$. Вона дорівнює $C = 1$.

$$f(x) = \exp(-\sigma_t nx). \quad (2.31)$$

Помноживши ліву та праву частини рівняння (2.31) на потік падаючих частинок $I_0 = N_0 v$, де N_0 - концентрація частинок у потоці, а v - їхня швидкість, отримаємо вираз для інтенсивності потоку частинок після проходження ними шляху довжиною x :

$$I(x) = I_0 \exp(-\sigma_t nx). \quad (2.32)$$

З (2.32) видно, що, вимірюючи $I(x)$ у речовині після розсіювання, можна досить просто визначити величину $\sigma_t n$ і значення повного перерізу розсіювання σ_t .

2.9. Довжина вільного пробігу частинки в речовині

Обчислимо тепер середню відстань, яку частинки, що розсіюються, проходять без актів зіткнення в речовині. Імовірність пройти шлях x без розсіювання й розсіятись на шляху $dx \in f(x)\sigma_t dx$.

Знайдемо тепер середнє значення $\langle x \rangle$ або довжину вільного пробігу¹¹

$$\langle x \rangle = \ell = \int_0^{\infty} x f(x) \sigma_t n dx = \int_0^{\infty} x \sigma_t n \exp\{-\sigma_t n x\} dx = 1/\sigma_t n. \quad (2.33)$$

З урахуванням (2.33) формулу (2.32) можна переписати у вигляді

$$I(x) = I_0 \exp\left\{-\frac{x}{\ell}\right\}. \quad (2.34)$$

2.10. Розсіювання електронів з енергіями $E > 50$ еВ

Дж. Дж. Томсон експериментально досліджував розсіювання електронів розрідженими газами. Типовий експериментальний прилад, що використовується в цих дослідках, наведено на схематичному рис. 2.9. Він складається із трьох частин: 1) джерела електронів (електронної гармати), 2) камери зіткнень (розсіювань), 3) системи для детектування електронів.

Зміною тиску газу в камері зіткнень можна було змінювати концентрацію атомів (розсіюючих центрів). До складу детекторної системи може входити й електронний спектрометр, призначений для розділення електронів, що детектуються, за енергіями. Електронна гармата формує електронний промінь і направляє його рух уздовж оптичної осі системи. Енергія електронів визначалась різницею потенціалів V . Уся система герметизується, і в ній створюється вакуум. У цих дослідках вивчалось пружне розсіювання, тому детектор збирав не

¹¹ Ефективний переріз залежить від швидкості частинок, що розсіюються, і тому для знаходження частоти зіткнень за одиницю часу потрібно використовувати середнє значення перерізу $1/\tau = n \langle v \sigma_t(v) \rangle$.

розсіяні електрони, які не втратили своєї енергії при проходженні через газ.

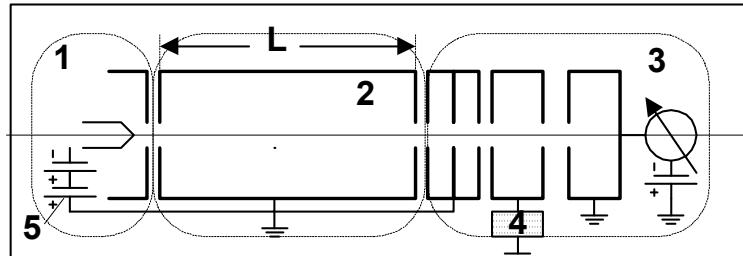


Рис.2.9. Схема вимірювань розсіювання електронів атомами газів: 1 - джерело електронів, 2 - камера зіткнень, у якій можна змінювати тиск газів, що досліджуються, 3 - аналізатор із детектором, 4 - система живлення й керування аналізатором, 5 - джерело прискорення електронів, що розсіюються.

Розсіяні електрони перехоплювались діафрагмами й не доходили до детектора.

У камері розсіювань (частина 2) створювався такий тиск, щоб довжина вільного пробігу електронів була більшою за довжину камери L ($L > \ell$) але меншою за подвійну довжину вільного пробігу ($L < 2\ell$). За цих умов у камері розсіювання відбуваються переважно однократні розсіювання й малоймовірно, щоб відбувались розсіювання більшої кратності.

Вимірювався електронний струм детектора I_0 при нульовому тиску газу ($p = 0$) у камері для розсіювання й струм I при даному, що не дорівнює нулеві тиску ($p \neq 0$). Підставляючи значення цих струмів у формулу (2.34), можна обчислити середню довжину вільного пробігу електронів при даній енергії електронів.

$$\ell = \frac{L}{\ln(I_0/I)}. \quad (2.29)$$

Знаючи тиск у камері розсіювання p , можна знайти концентрацію центрів розсіювання $n = p/kT$ і повний ефективний переріз розсіювання $\sigma_t = (kT/pL) \times \ln(I_0/I)$, де k - стала Больцмана.

Вимірювання показали, що при енергіях електронів $E = 400 \text{ eV}$ $\sigma_t = 4 \times 10^{-16} \text{ см}^2$, тобто $r_1 + r_2 \sim 10^{-8} \text{ см}$, що збігається із газокінетичним розміром атома r_a .¹²

¹² $(4/3)\pi r_a^3 = V/N_a$, де V -молярний об'єм рівний $22,4 \times 10^3 \text{ см}^3$, а N_a - число Авагадро, що дорівнює $6,06 \times 10^{23}$.

На відміну від розсіювання абсолютно пружних тіл, для яких σ_t не залежить від E , зростання енергії електронів супроводжувалось монотонним зменшенням повного перерізу його розсіювання атомами. При $E = 500 \text{ кеВ}$ $\sigma_t \sim 10^{-22} \text{ см}^2$, що відповідає $(r_1 + r_2) \sim 10^{-11} \text{ см}$, тобто стає в 10^5 разів меншим, ніж при менших енергіях і меншим за r_a .

Це дає змогу стверджувати, що **істинний об'єм, зайнятий речовиною в атомі, значно менший за його газокінетичний розмір $4\pi r_a^3/3$** . Речовина в атомі розподілена нерівномірно. У його центрі вона найбільша й зменшується на периферії. Цей висновок потребував додаткової перевірки і згодом знайшов остаточне підтвердження в дослідах **Резерфорда** з розсіювання α - частинок (глава 3).

Подальші дослідження розсіювання електронів з енергіями $E > 500 \text{ МеВ}$ показали, що електрони таких енергій майже не розсіюються електронною оболонкою атомів і слабо взаємодіють із речовиною за рахунок ядерних сил. Основна взаємодія електрона з ядром відбувається за рахунок електростатичних кулонівських сил. Тому **пружне розсіювання швидких електронів дало змогу достатньо точно визначити розмір атомного ядра ($r_{\text{ядра}} = (1.2 \div 1.3) \times 10^{-13} A^{1/3} \text{ см}$, де A - масове число, і розподіл густини позитивного заряду в ядрі (Хоршtedт, 1915 рік). Виявилось, що густина в центрі ядра приблизно стала, а на периферії неперервно швидко зменшується.**

2.11. Ефект Рамзауера

Ще більш цікаві й несподівані властивості електронів вдалося виявити при дослідженні пружного розсіювання повільних електронів при $E < 50 \text{ еВ}$ у розріджених газах. Ці досліді були виконані німецьким фізиком **К. Рамзауером** у 1921 році. Виявилось, що при зменшенні енергії електронів повний переріз пружного розсіювання електронів (σ_t) зростає, досягає максимального значення при певних величинах V_m , а потім при подальшому зменшенні V сильно зменшується майже до нуля. Атом стає майже прозорим для повільних електронів.

На схематичному рис.2.10 зображені залежності $\sigma_t = f(V)$ для трьох інертних газів Ar , Kr і Xe ., де V – прискорючий потенціал. Із рис.2.10 видно, що положення максимумів V_m залежить від роду розсіючого газу.

Чим складніший та важчий газ, тим менші для нього значення V_m . Експериментально було встановлено, що $1/\sqrt{V_{m, Xe}} : 1/\sqrt{V_{m, Kr}} : 1/\sqrt{V_{m, Ar}} = r_{Xe} : r_{Kr} : r_{Ar}$, де r_{Xe} , r_{Kr} і r_{Ar} - газокінетичні радіуси атомів ксенону (0,218 нм), криптону (0,198 нм) і аргону (0,192 нм).

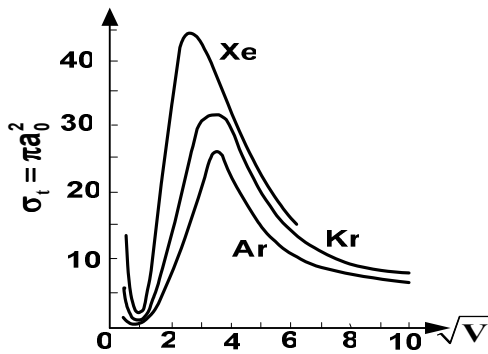


Рис.2.10. Залежність $\sigma_t(V)$.

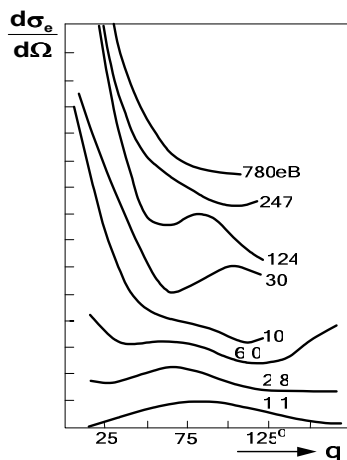


Рис.2.11. Кутова залежність диференціального перерізу пружного розсіювання електронів різних енергій на атомах Ar.

ронів;

з'являється немонотонна залежність диференціального перерізу пружного розсіювання електронів $\sigma(\theta)$ від кута розсіювання θ .

Виявилось також, що *кутова залежність диференціального перерізу розсіювання $d\sigma_e/d\Omega$ не монотонна. На ній з'являються мінімуми та максимуми, положення яких залежить від природи розсіючого атома та енергії електронів, що розсіюються. Приклад такої залежності зображений на рис.2.11.*

Таким чином, у дослідях із розсіювання повільних електронів атомами розріджених газів були

встановлені такі факти:

з'являються максимуми залежностей повного перерізу пружного розсіювання електронів від їх енергії $\sigma_t(eV)$, **положення яких на шкалі енергій V_m залежить від розмірів атомів, що розсіюють електрони;**

при малих енергіях електронів ($E \leq 1$ eV), що розсіюються, їхній ефективний переріз пружного розсіювання σ_t різко зменшується й з'являється глибокий мінімум, тобто виявляється аномальна ситуація з позицій класичної фізики, яка вважає електрони корпускулами, а саме «прозорість» атомів для елект-

2.12. Нemoжливiсть пояснення процесiв розсiювання електронiв на основi класичних уявлень про електрон, як корпускулу

Класична фізика не змогла пояснити результати дослідів із розсіювання повільних електронів атомами розріджених газів.

Була висловлена *гіпотеза, що ці властивості притаманні хвилям, а не корпускулам*. Уявимо собі, що електрон має хвильові властивості з довжиною хвилі λ , обернено пропорційній його енергії eV . В цьому разі появу максимумів залежностей повного перерізу пружного розсіювання від енергії можна зв'язати з явищем дифракції. Дифракційна картина найбільш яскраво виявляється тоді, коли довжина хвилі λ стає сумірною з розміром об'єкта, що розсіює хвилі. Дійсно, ми бачимо, що саме такі властивості спостерігаються експериментально на рис.2.10. Чим більший розмір атома, тим при більшій довжині електронної хвилі, тобто при меншій енергії спостерігаються максимуми на залежності $\sigma_i(eV)$. Сучасні розрахунки, що проводяться за допомогою квантової механіки, в основі якої покладені хвильові властивості частинок, дають подібні залежності перерізів пружного розсіювання від енергії частинок.

Різке зменшення перерізу пружного розсіювання електронів при малих енергіях електронів ($E \leq 1 \text{ eV}$) і поява глибокого мінімуму при цих енергіях на залежностях $\sigma(eV)$ показує, що газ стає «прозорим» для електронів. Атоми майже не розсіюють повільних електронів. *Явище «прозорості» атомів для дуже повільних електронів можна зв'язати з явищем **дифракції**, якщо припустити, що електрону притаманні не тільки корпускулярні але й хвильові властивості. Теоретичне пояснення ефекту Рамзауера досить складне. У простому варіанті його можна пояснити так. Поле атомного ядра важкого інертного газу створює потенціальну яму, яку в першому наближенні можна вважати сферичною. При дифракції (розсіянні) падаючої електронної хвилі, на такій ямі виникають вторинні хвилі. Якщо різниця фаз між ними дорівнює π , то внаслідок інтерференції ці хвилі гасяться. Виникає «ефект просвітлення».*¹³ Звичайно різниця фаз буде залежати від енергії електрона, глибини та розміру потенціальної ями. Ця ідеалізована модель якісно пояснює появу глибокого мінімуму на рис 2.11. Саме при таких енергіях електрона розсіяні хвилі в аргоні мають різницю фаз кратну π . Квантова механіка дозволяє розра-

¹³ Явище просвітлення відоме з курсу оптики.

хувати різницю фаз розсіяних хвиль на різних потенціальних ямах, пояснити особливості розсіювання й передбачити відмінності, котрі мають місце для різних атомів, що розсіюють.

Наявність мінімумів і максимумів на залежності диференціального перерізу пружного розсіювання $\sigma(\theta)$ від кута розсіювання є також проявом дифракції електронної хвилі (рис.2.11). Такі кутові залежності використовуються для дослідження будови атомів і молекул.

2.13. Висновки

1. **Відкриття електрона як складової частини атома мало надзвичайно важливе значення для формування сучасних уявлень про будову атома.**
2. **Будова атома й інших мікрооб'єктів визначається за допомогою вивчення розсіювання мікрочастинок. Розсіювання є одним із найважливіших явищ, що використовуються для розробки методів вивчення будови об'єктів мікросвіту. Виявилось, що кутовий розподіл розсіяних частинок залежить від прицільної відстані b і характеру діючих між частинками сил. Ефективні перерізи розсіювання дають змогу оцінювати розмір частинок, перевіряти наші уявлення про характер діючих між частинками сил та оцінювати просторовий розподіл речовини всередині мікрооб'єктів.**
3. **За допомогою розсіювання електронів удалося показати, що позитивний заряд атома зосереджений у незначній частині його газокінетичного об'єму. Атом складається майже з точкового позитивно зарядженого ядра розмірами $\sim 10^{-13}$ см і майже точкових від'ємно заряджених електронів.**

4. **Досить просто оцінити класичний радіус електрона. Для цього достатньо прирівняти його електростатичну енергію до повної енергії: $e^2/r_e = m_0 c^2$. Із цього співвідношення легко отримати, що $r_e = \frac{e^2}{m_0 c^2} = \frac{4,8 \times 10^{-10}}{9,1095 \times 10^{-28} \cdot 9 \times 10^{20}} = 2,8 \times 10^{-13} \text{ см}.$**

Наступні експериментальні визначення цієї величини за допомогою розсіювання рентгенівських променів електронами показали, що r_e досить добре збігається з експериментальним значенням r_e .

5. **Найбільш несподівані результати були отримані при вивченні розсіювання повільних електронів розрідженими газами. Виявилось, що особливості цього явища, котре назива-**

ється ефектом Рамзауера, схоже на дифракцію хвиль, тому що його можна пояснити лише якщо припустити, що електронам і іншим частинкам притаманні хвильові властивості, що виходить за межі класичної фізики. Потрібно було докорінно змінювати наші уявлення про матерію, допускаючи те, що їй притаманні незвичайні для здорового глузду одночасні хвильові й корпускулярні властивості (корпускулярно-хвильовий дуалізм), тобто вони одночасно локалізовані й делокалізовані.

- 6. Пружне розсіяння дуже швидких електронів дозволило визначити, що характер сил, які діють між електроном і ядром, це- кулонівські сили, установити розмір атомного ядра ($\sim 10^{-13}$ см) й визначити просторовий розподіл речовини в атомному ядрі.**

2.14. Контрольні запитання та вправи

1. Як вимірюється заряд і маса елементарних частинок?
2. В дослідах Мілікена з масляними краплинами відстань між пластинами плоского конденсатора, що дорівнює 1,6 см, висота падіння або підйому краплі становила 6 мм, густина масла при температурі 25 С становила $858 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$, різниця потенціалів на обкладинках конденсатора 4550 В. В'язкість повітря при 25° С становила $1,85 \times 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}$. Спостерігались такі проміжки часу, що витрачались для підйому краплин: 46,1; 15,6; 28,0; 42,2; 20,1. Як із цих даних визначити заряд електрона?
3. Спроектуйте вакуумну трубку для вимірювання e/m без використання магнітного поля.
4. Знайдіть сліди на плоскому екрані, що їх залишають катодні промені в трубці Крукса з різними швидкостями v , якщо вони проходять крізь простір з паралельними сталими магнітним і електричним полями з напруженостями E і H а їхня швидкість перпендикулярна до E і H . Проаналізуйте, як змінюється траєкторії при дуже великих потенціалах (при $V > 100 \text{ кВ}$), які прискорюють катодні промені. *Вказівка.* На екрані частинки утворюють сліди у вигляді парабол. При великих V потрібно враховувати релятивістські ефекти, які викликають відхилення від парабол.
5. Знайдіть значення v/c для електрона з кінетичною енергією рівною $m_0 c^2$.
6. Знайдіть енергії спокою електрона і протона в eV .
7. Назвіть різновиди актів розсіювання частинок. Наведіть приклади.

8. Що таке параметр зіткнення b ? Як залежить ефективний переріз від параметра зіткнення? Дайте визначення ефективному перерізові розсіяння диференціальному і інтегральному. Наведіть приклад схеми для вимірювання перерізів розсіювання.
9. Знайдіть зв'язок між довжиною вільного пробігу частинок і ефективним перерізом розсіяння.
10. У чому полягає ефект Рамзауера?
11. Обчисліть класичний радіус електрона.
12. Вкажіть причини появи залежності перерізу розсіяння від енергії електронів, що розсіюються.

Тестові завдання

1. ВІД ЯКИХ ПАРАМЕТРІВ ЗАЛЕЖИТЬ ВЕЛИЧИНА ВІДХИЛЕННЯ ЗАРЯДЖЕНОЇ ЧАСТИНКИ В МЕТОДІ ПАРАБОЛ ТОМСОНА?

- 1) від абсолютних значень напруженостей електричного та магнітного поля;
- 2) від взаємної орієнтації векторів напруженостей електричного та магнітного поля;
- 3) від заряду та маси електрона;
- 4) від співвідношення e/m ;
- 5) від початкової різниці потенціалів;
- 6) від геометрії системи.

2. ЯКІ ФАКТОРИ ВПЛИВАЮТЬ НА ТОЧНІСТЬ ВИМІРУ ЗАРЯДУ ЕЛЕКТРОНА В ДОСЛІДАХ МІЛІКЕНА?

- 1) однорідність електричного поля;
- 2) розмір краплини;
- 3) форма краплини;
- 4) довжина вільного пробігу в повітрі;
- 5) прискорення руху краплини;
- 6) температура;
- 7) коефіцієнт в'язкості повітря;
- 8) різниця потенціалів на конденсаторі.

3. ВІД ЯКИХ ВЕЛИЧИН ЗАЛЕЖИТЬ СЕРЕДНЄ ЗНАЧЕННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНОГО ПОПЕРЕЧНИКА РОЗІЯННЯ ЕЛЕКТРОНІВ В ГАЗАХ?

- 1) температури газу;
- 2) тиску;
- 3) енергії електронів;
- 4) заряду ядра;
- 5) кулонівського потенціалу;

б) маси електрона.

4. ВІД ЯКИХ ПАРАМЕТРІВ ЗАЛЕЖИТЬ РОЗДІЛЬНА ЗДАТНІСТЬ МАС-СПЕКТРОМЕТРА?

- 1) від конструкції фільтра-селектора швидкостей;
- 2) від величини напруженості магнітного поля;
- 3) від співвідношення мас досліджуваних атомів;
- 4) від заряду іонів;
- 5) від концентрації досліджуваних атомів.

Література

1. Матвеев А.Н. Атомная физика. - М.: Высш. Шк., 1989. - 489 с. (§1, 7).
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Атомная и ядерная физика. Часть 1. М.: Наука, - 1986. -416с. (глава 1 §8, глава 3 §17 і 18).
3. Белый М.У., Охрименко Б.А. Атомная физика.- Киев.: «Вища шк.» . -1984. -271 с. (§2.1.....3.1)
4. Гайда З.П. Атомна фізика. Львів,: - 1965. - 356 с., (§1....12,17 і 18)

Глава 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ПЕРЕДУМОВИ СУЧАСНОЇ ТЕОРІЇ АТОМА

«Через вимірювання – до знань».

Д.Г.Камерлінг-Онес

3.1. Досліди Резерфорда з розсіювання α -частинок. 3.2. Формула Резерфорда. 3.3. Планетарна модель атома; труднощі її пояснення на підставі класичних уявлень. 3.4. Загальна характеристика атомних спектрів. 3.5. Спектральні терми. 3.6. Комбінаційний принцип (Рідберга-Рітца). 3.7. Спектр атомів водню. 3.8. Досліди Франка і Герца. Визначення потенціалів збудження. 3.9. Визначення потенціалів іонізації атомів. 3.10. Висновки. 3.10. Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.

3.1. Досліди Резерфорда з розсіювання α -частинок

З попередніх дослідів Дж. П.Томсона з розсіювання електронів був зроблений висновок про те, що речовина в атомі розподілена не рівномірно. Найбільша її густина в центрі, а на периферії вона значно менша. Проте *малі енергії електронів* ($E < 500 \text{ кеВ}$), що розсіювались, не дали змогу в цих дослідях позбавитись впливу електронів атома, які досить інтенсивно розсіюють електрони малих енергій, що використовуються в цих дослідях. Тому розміри атомного ядра не були точно визначені. Зараз за допомогою електронів з енергіями $E > 500 \text{ МеВ}$ знаходять розміри ядра. На початку ХХ століття ще не вміли працювати з електронами таких енергій, і тому англійський учений, лауреат Нобелівської премії **Ернест Резерфорд** у 1911 році, разом зі своїми учнями **Гансом Гейгером**¹ і **Ернестом Марсденом**² вирішили використати для цього розсіювання α -частинок.



РЕЗЕРФОРД ЕРНЕСТ (1871-1937)

Англійський фізик.

Народився 30 серпня 1871 у Спрінг-Гроуві (Нова Зеландія) в сім'ї фермера. У 1894 закінчив університет у Крайстчерчі. У 1895-1898 займався дослідженнями в Кавендишській лабораторії в Кембриджі під керівництвом Дж.Томсона. У 1898 став професором фізики Макгільського університету в Монреалі. У 1907-1919 –

¹Ганс Гейгер (1882-1949) – німецький фізик, асистент Е. Резерфорда, винахідник першого лічильника елементарних частинок.

²Ернест Марсден – англійський фізик, асистент Е. Резерфорда.

професор фізики Манчестерського університету, з 1919 – професор Кембріджського університету і директор Кавендишської лабораторії, у 1920 – професор фізики Королівської асоціації в Лондоні.

У кожній із областей науки, якими займався Резерфорд (радіоактивність, атомна і ядерна фізика), він зробив фундаментальні відкриття, які заклали основи вчення про радіоактивність і будову атома. У 1899 відкрив α - і β -випромінювання, у 1900 ввів поняття періоду напіврозпаду. У 1903 разом із Ф.Содді розробив теорію радіоактивного розпаду й встановив закон перетворень радіоактивних елементів. У тому ж році довів, що α -випромінювання – це потік позитивно заряджених частинок-двократно іонізованих атомів гелію. У 1906, вивчаючи проходження α -частинок через речовину, відкрив їхнє розсіювання, у 1911 встановив закон розсіювання α -частинок на атомах різних елементів (формула Резерфорда). Ці експерименти привели до створення нової моделі будови атома – планетарної. У 1914 Резерфорд висунув ідею штучного перетворення атомних ядер, а в 1919 першим здійснив штучну ядерну реакцію, бомбардуючи швидкими α -частинками атоми азоту й одержавши при цьому кисень. У 1933 разом із М.Оліфантом експериментально довів справедливність взаємозв'язку маси й енергії в ядерних реакціях, у 1934 провів ядерну реакцію синтезу дейтрона з утворенням тритію.

У 1903 Резерфорд був обраний членом Лондонського королівського товариства, з 1925 по 1930 був його президентом. У 1908 нагороджений «Орден за заслуги», у 1931 став пером Англії, одержавши титул лорда Нельсона. Створив велику школу фізиків. Серед його учнів О.Ган, Г.Мозлі, Дж.Червік, Д.Хевеши. У нього вчилися відомі радянські фізики: П.А.Капіца, Ю.Б.Харитон та ін. Резерфорд був членом всіх академій наук світу, в тому числі АН СРСР (з 1925). Лауреат Нобелівської премії 1908р. з хімії «за проведені ним дослідження в галузі розпаду елементів у хімії радіоактивних речовин».

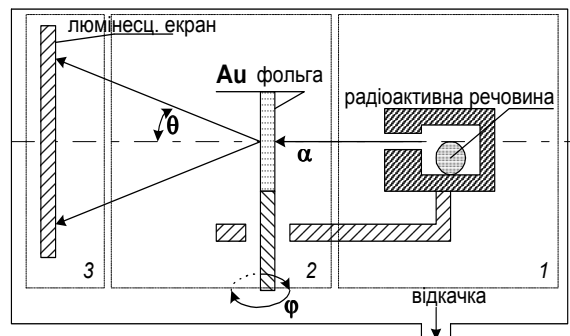


Рис.3.1. Схема приладу для дослідження розсіювання α -частинок атомами речовини в тонких шарах.

Ці частинки являють собою двічі іонізовані атоми гелію (He^{++}). Вони мають заряд $q = +2e = 2 \times 4,803 \times 10^{-10} \text{ CGSE}$ і масу $M_\alpha = 4m_p = 4m_{\text{H}} = 4 \times 1836,1525 \cdot m_0 = 4 \times 1836,1525 \times 9,1095 \times 10^{-28} \text{ з} = 6,69 \times 10^{-24} \text{ з}$, більшу за масу електрона ($M_\alpha > m_0$). Це означає, що центр мас α -частинки й електрона майже збігається з центром α -частинки ($M_{\text{ef},\alpha,e} = M_\alpha \cdot m / (M_\alpha + m) = m / (1 + m/M_\alpha) \cong m$). Електрони, що мають малу

масу, при розсіянні суттєво змінюють напрям свого руху, а α -частинки, що мають значно більшу масу, майже не будуть змінювати напрямку свого руху, тобто вони майже не розсіюються електронами атомів.

Оскільки $M_{\text{ядра}} > M_{\alpha}$, то ефективна маса³ системи α -частинки й ядра майже збігається з масою α -частинки $M_{\text{ef},\alpha\text{-ядра}} \approx M_{\alpha}$.

Внаслідок цього вона буде розсіюватися відносно майже нерухомого атомного ядра, тобто початок координат можна розмістити у центрі атомного ядра. Крім того, в дослідах використовувались досить швидкі α -частинки з $v_{\alpha} = 9 \times 10^9 \text{ см} \times \text{с}^{-1}$ ($E \approx 4,78 \text{ MeV}$). Їхня довжина хвилі де Бройля була малою $\lambda = h/(M_{\alpha}v) = 10^{-13} \text{ см}$, меншою за розміри атомів ($\lambda < r_{\text{атома}}$), тому можна було знехтувати хвильовими властивостями й розглядати майже класичний випадок розсіювання.

Експериментальний прилад схематично наведений на рис.3.1. Він складався з трьох складових: (1) - джерела направленного потоку α -частинок, (2) - камери розсіювання з тонкою фольгою речовини, що розсіює, і (3) - детектора розсіяних α -частинок. Як детектор використовують або флуоресцентний екран або лічильник Гейгера. Досліджувався кутовий розподіл пружно розсіяних α -частинок, котрий знаходився за допомогою просторового розподілу інтенсивності флуоресценції екрану під дією α -частинок, або за допомогою лічильника, який міг обертатися навколо зразка. Ці способи реєстрації розсіяних α -частинок схематично зображені на рис.3.2.

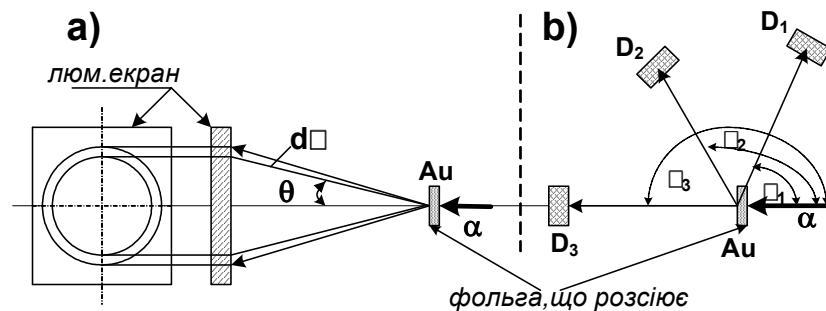


Рис. 3.2. Схема реєстрації розсіяних α частинок у дослідах Резерфорда: 1 - фотоплатинка або люмінесцентний екран, 2 - лічильник Гейгера, що може змінювати положення у просторі.

³ Ефективна маса системи, що складається з атомного ядра і α -частинки, дорівнює $M_{\text{ef},\alpha,\text{ядро}} = M_{\alpha} M_{\text{Au}} / (M_{\alpha} + M_{\text{Au}}) = M_{\alpha} (1/(1 + 4/196)) \cong M_{\alpha}$.

Як видно з рис. 3.2, за допомогою флуоресцентного екрана вимірювалась кількість α -частинок, що потрапляли після пружного розсіювання під кутом θ до елементу тілесного кута $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$, а за допомогою детекторів $D_{1,2,3}$ - до елементів тілесних кутів $d\Omega = \sin(\theta_{1,2,3}) d\theta d\phi$. *Виявилось, що α -частинки розсіюються не лише на малі кути $\theta < 0,5\pi$, але й на великі кути $\theta > \pi/2$.* Найбільш дивним, як вказував Резерфорд, було спостереження частинок, що розсіюються не тільки на малі кути – вперед, але й на великі кути - назад. «Це було так неправдоподібно, - казав він, - наче ви зробили постріл у шматок цигаркового паперу, а він відкидає кулю назад».

Приклад відхилення α -частинок при їхньому розсіянні на атомах наведено на рис.3.3, на якому зображені треки α . Ці треки були отримані за допомогою камери Вільсона⁴.

Для пояснення результатів дослідів Резерфорда необхідно було розробити вірогідну модель пружного розсіювання. При цьому можна скористатись такими **спрощеннями**:

- знехтувати в першому наближенні хвильовими властивостями й використовувати класичну модель розсіювання, бо $\lambda < r_{\text{ат}}$;
- знехтувати релятивістськими ефектами, бо $v_{\alpha}/c < 1$;
- вважати нерухомим ядро атома, тому що в більшості випадків розглядається пружне розсіювання α -частинок на атомах із великими атомними номерами, для яких $M_{\alpha} < M_{\text{ядра}}$;
- замінити масу α -частинки приведеною масою $M'_{\alpha} = \frac{M_{\alpha} M_{\text{яд}}}{M_{\alpha} + M_{\text{яд}}}$.

Вірогідно допустити, що між α -частинкою й атомним ядром діють центральні **кулонівські сили**

$$F = \frac{qeZ}{r^2}, \quad (3.1)$$

де $q = 2e$ - заряд α -частинки, Z - атомний номер речовини, що розсіює α -частинки, r - відстань від центра ядра до α -частинки. Розглядається випадок точкових зарядів, тобто вважається, що розміри електрона й атомного ядра значно менші за розміри

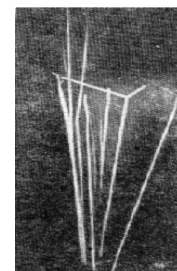


Рис. 3.3.

⁴ Чарльз Томсон Рис Вільсон (1869-1935) – англійський вчений, лауреат Нобелівської премії з фізики 1927 року за створення методу, котрий дозволяє спостерігати сліди заряджених частинок за допомогою конденсації пари. Нобелівську премію розділив з Артуром Холі Комптоном.

атома.

Розсіяння на кут θ може відбуватись **двома шляхами**:

- за допомогою багатократних актів пружного розсіяння,
- за допомогою однократного пружного розсіяння.

Спочатку оцінимо ймовірність розсіяння на кути $\theta > \pi/2$ внаслідок **багатократного пружного розсіяння**. Розглянемо випадок статистично незалежних актів розсіяння. У цьому випадку ймовірність того, що при багатократному розсіянні α -частинка відхилиться під кутом $\theta > \pi/2$, визначається нормальним розподілом Гаусса

$$w(\geq \pi/2) = \exp\left\{-(0,5\pi / \langle \theta \rangle)^2\right\}, \quad (3.2)$$

де $\langle \theta \rangle^2$ - квадрат середнього кута розсіювання.

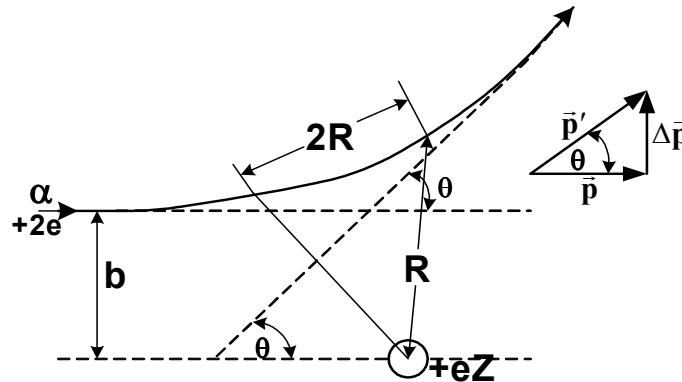


Рис.3.4. Схема розсіяння α частинки кулонівським полем точкового заряду.

Для оцінки цього кута розглянемо довільний акт пружного розсіяння α -частинки в кулонівському полі атомного ядра (рис.3.4). В цьому полі α -частинка повинна рухатися вздовж параболи. Із трикутника зміни імпульсів (вставка на рис.3.4) знайдемо кут розсіяння θ . Він дорівнює

$$\Delta p / p = \tan \theta \cong \theta, \quad (3.3)$$

де Δp - частина імпульсу, що передається α -частинкою атомному ядру при розсіянні. Користуючись законом Кулона, знайдемо Δp

$$\Delta p = F \Delta t = \frac{2e^2 Z}{R^2} \Delta t, \quad (3.4)$$

де Δt - час взаємодії α -частинки з ядром.

$$\Delta t = 2R / v_{\alpha}, \quad (3.5)^5$$

де v_{α} - швидкість α -частинки. Комбінуючи (3.3), (3.4) і (3.5), остаточно отримаємо:

$$\theta = \frac{\Delta p}{p} = \frac{2e^2 Z}{R^2} \frac{2R}{v_{\alpha} M_{\alpha} v_{\alpha}} = \frac{2e^2 Z}{R E_{\alpha}}, \quad (3.6)$$

де $E_{\alpha} = (m_{\alpha} v_{\alpha}^2) / 2$ - енергія α -частинки. Чисельне значення θ для α -частинок з $E_{\alpha} = 10 \text{ MeV}$, $Z_{\text{Au}} = 79$ і $R \sim 10^{-8} \text{ см}$ дорівнює $\theta = 3 \times 10^{-4} \text{ радіан}$ = $0,02^{\circ}$.

Якщо товщина фольги така, що в ній відбувається N незалежних зіткнень, то середній кут розсіювання $\langle \theta \rangle$ дорівнює

$$\langle \theta \rangle = \sqrt{N} \theta. \quad (3.7)$$

При $N = 10^4$ середній кут розсіювання $\langle \theta \rangle = (10^4)^{1/2} \times 0,02^{\circ} = 2^{\circ}$. У цьому разі ймовірність розсіювання на кут, більший за $\pi/2$, визначена за формулою (3.2), буде дорівнювати:

$$w(\geq \pi/2) = \exp\left\{-\left(0.5\pi / \langle \theta \rangle\right)^2\right\} = w(> 90^{\circ}) = \exp\left\{-\left(90/2\right)^2\right\} = 10^{-875}.$$

Ця ймовірність занадто мала для того, щоб за короткий час проведення експерименту багатократне розсіювання дало значний внесок у розсіювання α -частинок на великий кут. Таким чином, **основний внесок у дослідях Резерфорда в пружне розсіювання α -частинок на великі кути дає однократне пружне розсіювання.**

3.2. Формула Резерфорда

Резерфорд розглядав таку **модель розсіювання**:

- розсіювання на великі кути відбувається внаслідок **однократних актів пружного розсіювання**;
- α -частинка розглядається як **класична корпускула**;
- розсіюється лише α -частинка, а атомне **ядро майже не змінює свого положення, яке збігається з центром мас, бо $M_{\alpha} < M_{\text{ядра}}$** ;
- α -частинка взаємодіє з атомним ядром за законом Кулона ($F = 2e^2 Z / R^2$) як точковий заряд із точковим зарядом атомного ядра $+eZ$;

⁵ Вибір при оцінці Δt замість $2R$ величини в 5 разів більшої або меншої, не змінює основного висновку про те, що багатократні розсіювання не можуть привести до розсіювання під великими кутами.

- **різсіанням α -частинки** атомними **електронами** в першому наближенні **нехтуємо**;
- обмежуємо розгляд **нерелятивістським випадком**, коли $v < c$. Згідно закону руху позитивно зарядженої α -частинки в полі центральних кулонівських сил, можна визначити однозначний зв'язок між кутом однократного пружного розсіювання θ і прицільною відстанню b (або параметром удару)

$$\operatorname{ctg}(\theta/2) = 2b/d_m, \quad (3.8)^6$$

де d_m - відстань найменшого наближення α -частинки до ядра при лобовому ударі, коли $\theta = \pi$. Величину d_m можна знайти із закону збереження енергії: кінетична енергія α - частинки витрачається на потенціальну енергію взаємодії α -частинки і ядра.

$$E_\alpha = - \int_{-\infty}^{d_{\min}} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r^2} dr = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d_{\min}}, \quad (3.9)$$

$$d_{\min} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E_\alpha} = \frac{2Z_2 e^2}{E_\alpha}. \quad (3.10)$$

Оцінимо мінімальну відстань наближення α -частинки до ядра золота, враховуючи, що заряд ядра золота дорівнює 79 зарядам електрона, а енергія α -частинки - 5 МеВ. Підставивши ці дані в формулу (3.10), отримаємо, що d_{\min} дорівнює $5 \cdot 10^{-12}$ см.

На основі результатів багаточисленних експериментів встановлено, що радіус для середніх і важких ядер добре представляється формулою:

$$R = 1,23 A^{1/3} \Phi_M, \quad \text{де } A - \text{масове число.}$$

Для золота $A = 197$, $R_0 = 7 \cdot 10^{-13}$.

Таким чином, розмір ядра по своїй величині близький до значення d_{\min} .

Експериментально в досліді перевіряється не формула (3.8), а статистичний наслідок пружного розсіювання α -частинок. Для цього вживають, як уже вказувалось, ефективний переріз пружного розсіювання $\sigma(\theta)$, який характеризує ймовірність того, що α -частинка після акта пружного розсіювання відхилиться на кут θ . **Диференціальний переріз пружного розсіювання** α -частинок під кутом θ визначається згідно (2.21) їхньою кількістю dN , яка збирається детектором з тілесним кутом збору $d\Omega$, розташованим під кутом θ до первинного на-

⁶ [5].

прямку руху α -частинок, віднесених до одиничного потоку падаючих частинок, одного ядра, що розсіює, та одиничного тілесного кута

$$d\sigma / d\Omega = dN / I_1 n \quad (3.11)$$

Тут dN - кількість α -частинок, що збираються детектором, I_1 - інтенсивність первинного потоку α -частинок, n - концентрація центрів (атомних ядер), що розсіюють α -частинки. Між b і θ існує однозначний зв'язок (3.8), тобто на кут θ розсіюються лише ті α -частинки, котрі пролітають біля атомного ядра на прицільній відстані b . У цьому разі до тілесного кута $d\Omega$, утвореного між двома конусами з кутами розкриття θ і $\theta + d\theta$, після розсіювання потрапляють лише ті α -частинки, які пройдуть поблизу ядра, що розсіює, на прицільних відстанях, що лежать в інтервалі від b до $b + db$ (рис.3.5). Ці α -частинки пролітають біля ядра через кільце з радіусами b і $b + db$. Таким чином

$$dN = I_1 n 2\pi b db, \quad (3.12)$$

а переріз розсіювання

$$d\sigma / d\Omega = dN / I_1 n d\Omega = I_1 n 2\pi b db / I_1 n d\Omega = 2\pi b db / d\Omega. \quad (3.13)$$

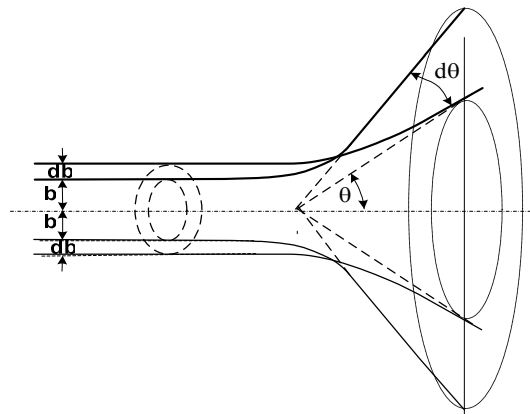


Рис.3.5. Розсіювання α -частинок при різних b .

Знайдемо $b db$, користуючись формулою (3.8)

$$|2b db| = (d_m / 2)^2 2 \operatorname{ctg}(\theta / 2) \sin^{-2}(\theta / 2) d\theta / 2 = (d_m^2 / 8) \sin^{-4}(\theta / 2) \sin \theta d\theta \quad (3.14)$$

Підставивши (3.14) в (3.13) знаходимо

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d_m^2}{4} \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \quad (3.15)$$

Ця формула для диференціального перерізу пружного розсіяння заряджених частинок у кулонівському полі точкових зарядів називається **формулою Резерфорда**. Підставимо в (3.15) значення для d_m з (3.10), тоді

$$\frac{dy}{d\Pi} = \frac{e^4 Z^2}{4E_0^2} \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \quad (3.16)$$

Формула Резерфорда досить точно описує експериментальний розподіл пружно розсіяних α -частинок залежно від зміни Z , E_α і θ . Тому вважається, що **модель, котра була використана при її доведенні, адекватно відображає властивості розсіяння**.⁷ Пружне розсіяння α -частинок розглядалось і в квантовій механіці за допомогою рівняння Шредінгера з кулонівським потенціалом ($V(r) = -2e^2 Z/R$). Виявилось, що результати розгляду для кутів розсіяння $\theta > \pi/2$ збігаються із класичним розглядом. Основні розбіжності при малих кутах розсіяння були зв'язані з екрануванням ядра електронами ($Z > Z_{\text{эф}}$).

Таким чином, з дослідів Резерфорда можна зробити такі висновки :

- **По-перше, закон Кулона справедливий на відстанях $d \geq d_m = 10^{-12}$ см.** На менших відстанях починають грати роль ядерні сили.
- **По-друге, обробка експериментальних даних дозволяє визначити величину мінімального наближення α -частинки до ядра.** Воно виявилось таким, що дорівнює $d_m < 10^{-12}$ см. Це дає право стверджувати, що **позитивний заряд атома зосереджений у кульці розміром меншим, ніж 10^{-13} см, тобто це дає можливість оцінити розмір атомного ядра**.

Наступні досліді по пружному розсіянню швидких електронів з енергіями 500 MeV показали, що ці оцінки розміру атомних ядер були вірогідними. Електрони великих енергій мають такі особливості: 1) - вони значно ближче доходять до атомного ядра, ніж α -частинки; 2) – їхні великі швидкості збільшують масу електронів, яка для $E=500$ MeV становить $10^3 m_0$

$$\left(m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2} = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2} \cong m_0 (1 + 0,5\beta^2) \cong 10^3 m_0 \right), \quad \text{внаслідок}$$

чого зменшується ймовірність розсіяння та час взаємодії з електронами атомної оболонки, тому розсіянням на атомних електронах

⁷ Формула Резерфорда не описує розсіяння при $\theta \rightarrow 0$. В цьому випадку необхідно її вдосконалити, враховуючи екранування атомного ядра електронами.

можна знехтувати, 3) - довжина хвилі де Бройля швидких електронів менша за розміри ядра, тому можна знехтувати їхніми хвильовими властивостями, 4) - вони значно слабше взаємодіють з нуклонами за допомогою ядерних сил, ніж за рахунок кулонівських сил і тому *дуже швидкі електрони дають можливість досить точно визначати розміри атомного ядра і розподіл електричного заряду в ядрі*. З'ясувалось, що $r_{\text{ядра}} = (1,2 \div 1,3) \times 10^{-13} \times A^{1/3}$ см, де A - масове число, а густина заряду в центрі ядра стала і швидко зменшується до нуля на його периферії (Хорштедт 1915 р).

- **По-третє**, застосування формули Резерфорда для обробки експериментальних даних з пружного розсіяння α -частинок атомними ядрами **дозволило визначити величину Z** . Виявилось, що Z збігається з атомним номером елемента в періодичній таблиці елементів Д.І. Менделєєва. Ці досліді і їхня обробка були виконані лауреатом Нобелівської премії, учнем Резерфорда Джеймсом Чедвіком (1935 рік). Оскільки атом нейтральний, то **атомний номер Z визначає також число електронів в атомі**.



ЧЕДВІК ДЖЕЙМС (1891-1974)

Англійський фізик.

Народився у м.Болінгтон в родині власника пральні.

Закінчив Манчестерський та Кембріджський університети. Був research student'ом у Резерфорда. Стажувався у Вищій технічній школі в Г.Гейгера. З 1923 працював у Кавендишській лабораторії. Викладав у Кембріджському та Ліверпульському університетах. У 1943 - 1945 очолював групу англійських вчених, які працювали в Лос-Аламоській лабораторії над створенням атомної бомби. Роботи Чедвіка присвячені проблемам ядерної фізики. У 1914 в одній з ранніх робіт показав неперервність спектра β -випромінювання. У 1920, досліджуючи розсіяння α -частинок на ядрах платини, срібла й міді, виміряв заряди цих ядер і підтвердив рівність їхньому порядковому номеру елементу в періодичній таблиці. У цих же дослідіх їм був перевірений закон Кулона. Досліді показали, що ще на відстанях $\sim 10^{-11}$ см строго виконується закон обернених квадратів. Разом із П.Блекеттом та Дж.Оккіаліні вивчав утворення електронно-позитронних пар з γ -квантів. У 1932, досліджуючи випромінювання, яке виникає при бомбардуванні берилієвої мішені α -частинками, Чедвік показав, що воно являє собою потік нейтральних частинок – нейтронів. Займався дослідженням ланцюгової ядерної реакції; одним з перших розрахував критичну масу для урану-235.

Був нагороджений медалями Д.Юза (1932), Коплі (1950), М.Фарадея (1950), Б.Франкліна (1951). У 1945 був зведений у дворянське звання. Лауреат Нобелівської премії 1935 з фізики «за відкриття нейтрона».

3.3. Планетарна модель атома, труднощі її пояснення на підставі класичних уявлень

Відкриття ядра дозволило Резерфорду побудувати *планетарну модель атома*, у якій навколо ядра рухаються по замкнених траєкторіях електрони. Проте ця модель виявилась суперечливою. З одного боку, згідно теореми Ірншоу,⁸ електростатична модель зарядів, що притягуються, є механічно нестійкою, а, з іншого боку, електрон, що обертається навколо атома має прискорення й тому буде неперервно випромінювати електромагнітні хвилі. Ці дві обставини роблять таку систему нестійкою (не стаціонарною) і тому кожен атом повинен був би мати короткий час життя, що не спостерігається експериментально. Тому ця модель потребувала суттєвого вдосконалення. Перший подальший крок у цьому напрямку був зроблений Нільсом Бором.

3.4. Загальні характеристики атомних спектрів

Збуджені атоми випромінюють електромагнітні хвилі, спектр яких складається із сукупності дискретних спектральних ліній різної довжини хвилі та інтенсивності й суцільного спектра за межами дискретного (лінійчатого) спектра.

Лінійчатий спектр вдається *збуджувати*: електричним розрядом в атмосфері розріджених газів, *нагріванням, освітленням сторонніми джерелами світла та іншими способами*. При цьому для збудження витрачається певна енергія.

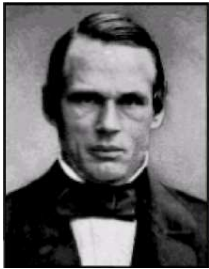
Електричні розряди в розріджених газах являють собою найбільш поширеними методами збудження атомних спектрів. Це явище крім інформативності має ще й естетичний вплив на дослідників своїми мінливими барвами. Спектральні закономірності досліджувались широким колом фізиків, серед яких є досить відомі такі, як **Ангстрем, Кірхгоф⁹, Бунзен¹⁰, Бальмер¹¹, Рітц, Пашен, Лайман, Ланде,**

⁸ Згідно теореми Ірншоу заряд в електричному полі не може утримуватись лише електричними силами. Тому, якщо ми вважаємо природу речовини лише електричною, тобто якщо тіла складаються із позитивних і негативних зарядів, між якими діють електричні сили, то ці сили повинні відрізнятись від електростатичних.

⁹ Густав Роберт Кірхгоф (1824-1887) - видатний німецький фізик, засновник спектрального аналізу, автор правила Кірхгофа.

¹⁰ Роберт Вільгельм Бунзен (1811-1899) - німецький хімік, іноземний членкор. Академії наук С. Петербурга.

Бак, Гунд і інші. Ці дослідники не тільки отримували насолоду від спостереження барв розрядів, але й від “задирання спідниці природи”, як влучно сказав Жан Роста¹², що дозволило систематизувати та розшифрувати складні спектральні закономірності, котрі згодом стали основою для побудови моделі атомів.



АНГСТРЕМ АНДЕРС ЙОНАС (1814-1874)

Шведський фізик.

У 1839 закінчив університет в Упсалі, з 1858 – професор, завідувач кафедрою фізики, у 1870-1871 – ректор Упсальського університету. Основні роботи присвячені спектральному аналізу. Вивчав спектри полум'я, електричної дуги, Сонця. У роботі, представленій Стокгольмській академії в 1853, сформулював один з основних принципів оптичної спектроскопії, показавши, що розпечений світлий газ випромінює світло такої ж довжини хвилі, яку має світло, що їм поглинається. У 1861 зайнявся ретельним дослідженням спектра сонячного світла, яке привело до висновку про наявність водню в атмосфері Сонця. У 1868 опублікував перший детальний атлас спектральних ліній сонячного світла, який протягом багатьох років залишався авторитетним джерелом даних. У 1867 першим дослідив спектр північного сяйва. Відомі роботи Ангстрема по теплопровідності, магнетизму. Ім'ям вченого названа позасистемна одиниця довжини, яка використовується при вимірі довжин світлових хвиль: 1 ангстрем = 10^{-8} см. Ангстрем був членом Лондонського королівського наукового товариства (з 1870), у 1872 нагороджений медаллю Румфорда.

Положення спектральних ліній характеризується довжиною хвилі λ , хвильовим числом ν^* або частотою $\nu = c/\lambda$. Розрізняють спектри *випромінювання та поглинання (вбирання)*. Типовим прикладом спектрів поглинання є темні лінії Фраунгофера в неперервному сонячному спектрі, які виникають через поглинання сонячного світла в земній атмосфері. Для атомних лінійчатих спектрів виконується *закон Кірхгофа*, згідно якого речовина поглинає електромагнітні хвилі таких частот (довжин хвиль), котрі вона може випромінювати. Спектри вбирання (поглинання) мають здебільшого резонансний характер.

Спектральні лінії вдається об'єднувати в окремі групи, у яких частоти (або λ , або ν^*) та інтенсивності мають певні закономірності зміни зі зміною λ , притаманні даній групі спектральних ліній. Такі сукупності ліній називаються **спектральними серіями**. Кожна серія

¹¹ Йоганн Якоб Бальмер (1825-1863) - швейцарський фізик. Народився у Лаузені Базельського кантону, вчився в Карлсруе, Берні і Базелі, доктор філософії (1869р), приват - доцент Базельського університету, а згодом викладач фізики в Женевській жіночій гімназії.

¹² Жан Роста (1894 – 1977) – французький вчений – біолог та письменник – мораліст.

починається з **головної найбільш довгохвильової лінії** $\nu_{\text{зол}}^* = c / \lambda_{\text{зол}}$. Головна лінія серії здебільшого найбільш інтенсивна лінія серії. Серія закінчується *границею серії* $\nu_{\text{гра}} = c / \lambda_{\text{гра}}$ із найкоротшою довжиною хвилі, до якої збігаються спектральні лінії серії. За межами границі кожної серії в напрямку збільшення ν^* розташована зона *суцільного спектра*.

Кожний атом має свій характерний набір спектральних ліній. Це свідчить, що *спектральні закономірності тісно зв'язані із закономірностями будови атомів*, і тому спектри використовуються на практиці для аналізу атомного складу речовини.

3.5. Спектральні терми

Емпірично було встановлено, що всі спектральні лінії атомних спектрів можна одержати за допомогою сукупності меншої кількості величин, які називаються **спектральними термами або просто термами**¹³ $T_{n_i} > 0$. Їхні значення зменшуються зі збільшенням числа n_j , тобто $T_{n_i} < T_{n_j}$, якщо $n_i > n_j$. Уведення термів спростило описання спектрів, бо з'ясувалося, що *терми групуються так, що при фіксованому числі n набір чисел $n, n+1, n+2, \dots$ дає всю спектральну серію, бо*

$$\begin{aligned} \nu_1^* &= 1/\lambda_1 = T_{n1} - T_{n2} \\ \nu_j^* &= 1/\lambda_j = T_{n1} - T_{nj}; \quad n_j, n_j + 1, n_j + 2, \dots \end{aligned} \quad (3.17)$$

де $T_{nj} = R/n_j^2$ - спектральний терм.

3.6. Комбінаційний принцип (Рідберга-Рітца)

У 1908 році фізики Рідберг¹⁴ і Рітц емпірично встановили, що різниця двох хвильових чисел однієї спектральної серії ν_{12}^* і ν_{13}^* дає хвильове число іншої серії того ж самого атома

$$\nu^* = \nu_{12}^* - \nu_{13}^*. \quad (3.18)$$

¹³ Терм (від англ. term – член математичного виразу, доданок) – термин, о з'явився в жаргоні спектроскопістів, які спочатку не надавали йому конкретного фізичного змісту, надалі визначає положення енергетичного рівня в обернених сантиметрах.

¹⁴ Йоган Роберт Рідберг (1854-1919) - шведський фізик.

Дійсно, якщо

$$\begin{aligned} \nu_{12}^* &= T_{n1} - T_{n2} \\ \nu_{13}^* &= T_{n1} - T_{n3} \end{aligned},$$

то

$$\nu^* = \nu_{12}^* - \nu_{13}^* = T_{n1} - T_{n2} - (T_{n1} - T_{n3}) = T_{n3} - T_{n2}. \quad (3.19)$$

Неодноразова перевірка такої процедури з використанням різних значень хвильових чисел показала, що вона завжди дає узгоджений з експериментом результат, і дала підставу сформулювати **комбінаційний принцип Рідберга-Рітца**. *Різниця хвильових чисел будь-якої спектральної серії атомних спектрів дорівнює хвильовому числу іншої серії цього ж самого атомного спектра, тобто спектральні лінії атомних спектрів можуть бути представлені комбінацією спектральних термів атома.* Проте слід зауважити, що не всі спектральні лінії атомних спектрів, отримані таким чином, спостерігаються експериментально. Для повного збігання з дослідом необхідно додатково накласти емпіричні **правила відбору на числа n_i і n_j** , які залежать від різновиду спектральних термів. Фізичний зміст та значення комбінаційного принципу Рідберга-Рітца згодом стануть зрозумілими при подальшому вивченні матеріалу.

3.7. Спектр атомів водню

Спектр найбільш простого одноелектронного атома водню вивчався багатьма авторами. Його спектральні серії отримали спеціальні назви. Установлено, що всі терми атома водню мають такий вигляд

$$T = \frac{R_H}{n^2}, \quad (3.20)$$

де R_H - стала Рідберга, а n - квантове число, що набуває ряд цілих чисел 1, 2, 3,.... Комбінація цих термів дає можливість отримати будь-яку спектральну лінію атомарного водню за формулою

$$\nu^* = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (3.21)$$

Ця формула має назву **узагальненої формули Бальмера**, де $n_2 = n_1 + 1$, $n_3 = n_1 + 2$, $n_4 = n_1 + 3$,..., а $R_H = 106\,678,78 \text{ см}^{-1}$ - **стала Рідберга** (1854-1919 рік). Число n_1 визначає серію, а число n_2 - лінію цієї серії. Наприклад, $n_1 = 1$ дає серію **Лаймана**, для якої узагальнена формула Бальмера має вигляд

$$\nu^* = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (3.22)$$

$$\nu_{\text{головн}}^* = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R_H, \quad \lambda_{\text{головн}} = 1/\nu_{\text{головн}}^* = 0,12157 \text{ мкм},$$

$$\nu_{\text{гран}}^* = R_H, \quad \lambda_{\text{гран}} = 0,09073 \text{ мкм},$$

тобто ця серія знаходиться в далекій ультрафіолетовій області спектра. За границею серії при $\nu^* > \nu_{\text{гран}}^*$ атом водню випромінює електромагнітні хвилі неперервного спектра. Спектр атома водню схематично зображений на рис.3.6.

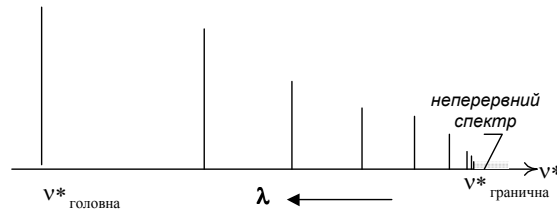


Рис.3.6. Спектр атома водню. Серія Лаймана.

Серія Бальмера $n_1=2$,

$$\nu_3^* = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad \text{де } n = 3, 4, 5, 6, \dots \text{ і } \lambda_{\text{головн}} = 0,656 \text{ мкм (видима область спектра).}$$

Серія Пашена $n_1=3$, $\nu_{\text{п}}^* = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad \text{де } n = 4, 5, 6, \dots \text{ і}$

$$\lambda_{\text{головн}} = 1,8751 \text{ мкм (червона область).}$$

Серія Брекета $n_1=4$, $\nu_{\text{зр}}^* = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad \text{де } n=5, 6, 7, \dots \text{ і}$

$$\lambda_{\text{головн}} = 4,05 \text{ мкм (інфрачервона область спектра).}$$

Легко перевірити, що узагальнена формула Бальмера збігається з виразом для комбінаційного принципу Рідберга Рітца для спектральних ліній лінійчатого спектра атомарного водню. Подібні спектри мають також атоми лужних металів у видимій області спектра й короткохвильові характеристичні рентгенівські спектри всіх атомів.

3.8. Досліди Франка і Герца

Визначення потенціалів збудження

Дослідження випромінювання абсолютно чорного тіла та збуджених атомів показало, що вони випромінюють світло окремими квантами. Вивчення законів фотоефекту показало, що світло поглинається окремими квантами. Виникає питання, чи завжди атоми поглинають окремі кванти енергії, тобто чи існують у ньому дискретні рівні енергії, чи в атомі переважають неперервні рівні енергії. На це важливе питання повинен дати відповідь експеримент. Відповідні експерименти були виконані німецькими фізиками лауреатами Нобелівської премії 1925р із фізики **Джемсом Франком** (1887-1964) і **Густавом Герцем** (1887-1975).

Вони вимірювали енергетичні втрати електронів після проходження їх крізь розріджені гази.

Експериментальна система (рис.3.7), як і в інших дослідах із розсіювання частинок, складалась із трьох частин: 1 - електронної гармати, 2 - камери зіткнень і 3 - електронного спектрометра з детектором електронів. Вона наведена на схематичному рис.3.7. У камеру зіткнень можна напускати газ. Його тиск p вибирається таким, щоб довжина вільного пробігу була меншою за довжину камери зіткнень L^{15} .



ФРАНК ДЖЕЙМС (1882-1964)

Німецький фізик і біохімік.

Освіту одержав у Гейдельберзькому та Берлінському університетах. Працював у Берлінському університеті, очолював фізичний відділ в Інституті фізичної хімії кайзера Вільгельма (Берлін), професор і директор Фізичного інституту Геттінгенського університету. У 1933-1935 працював у Копенгагенському університеті, у 1935-1938 – професор фізики університету Джонса Хопкінса, з 1939 – професор Чикагського університету. Під час Другої світової війни брав участь у дослідженнях в рамках Манхеттенського проекту.

Роботи Франка відносяться до областей атомної фізики, молекулярної спектроскопії, фотосинтезу. Разом із Г.Герцем провів експерименти по збудженню атомів парів ртуті при зіткненні з електронами, знайшов, що світіння газу (люмінесценція) спостерігається лише в тому випадку, коли електрон володіє визначеною мінімальною енергією. Визначивши цю енергію, показав, що вона дорівнює добутку сталої Планка на частоту світла, яке випромінюється, що послужило ще одним доказом дискретності енергетичних рівнів атома і підтвердило теорію будови атома Бора. Досліджував

¹⁵ Ймовірність пройти шлях L без розсіювання визначається за формулою $\exp\{-L/\ell\} = \exp\{-LkT/\sigma p\}$, де $\ell = 1/\sigma n = kT/\sigma p$.

фотохімічні процеси, які протікають у молекулі хлорофілу. Підсумком останніх робіт стала фундаментальна праця Фотосинтез у рослинах (Photosynthesis in Plants, 1949). За наукові заслуги Франк був нагороджений медалями М.Планка і Б.Румфорда, премією Американської академії мистецтв і наук 1955. Лауреат Нобелівської премії 1925 р. з фізики (разом із Г.Герцом) «за відкриття законів зіткнення електронів з атомами».



ГУСТАВ ЛЮДВИГ ГЕРЦ (1887-1975)

Німецький фізик.

Закінчив Мюнхенський університет. Учень Арнольда Зоммерфельда. У 1911 р. захистив дисертацію з проблеми інфрачервоного поглинання двоокису вуглецю. У 1913 р. Герц працює асистентом фізичного інституту при Берлінському університеті в лабораторії Дж. Франка. Герц вивчав рентгенівські спектри поглинання, розробив метод дифузійного поділу ізотопів, виконав ряд досліджень з дифузії, електронної емісії, розрядів у газах, фізики плазми.

Лауреат Нобелівської премії 1925 р. з фізики (разом із Дж. Франком) «за відкриття законів зіткнення електронів з атомами».

Після Другої світової війни Герц був відправлений з групою німецьких вчених до Радянського Союзу, де працював за контрактом 10 років. У 1955 р. Герц повернувся до Лейпцигу, де став професором університету Карла Маркса.

Нагороджений медаллю Макса Планка, Ленінською премією Уряду СРСР.

Його дядько Рудольф Генріх Герц був одним з найвидатніших фізиків 19 ст.

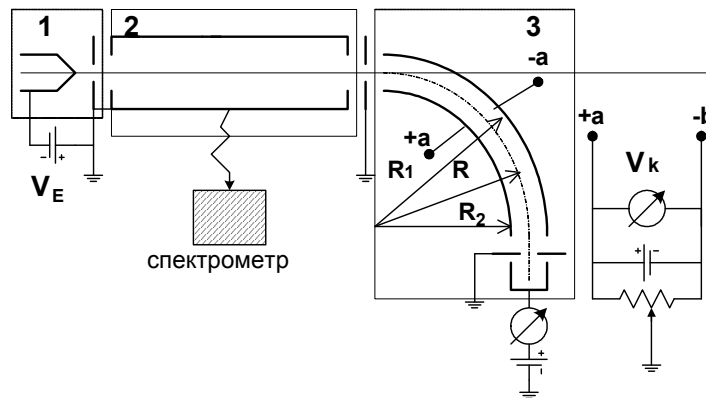


Рис.3.7. Схема дослідів Франка й Герца в сучасному варіанті.

Спектрометр на рис.3.7 має конструкцію запропоновану Юзом і Рожанським. Це циліндричний конденсатор, який пропускає електрони з певною енергією E залежно від напруги V_k на його обкладинках. Зв'язок між E та V_k можна знайти з умови рівності електростатичної та відцентрової сил.

$$\frac{mv^2}{r} = e \frac{dV}{dr}. \quad (3.23)$$

Після розділення змінних і інтегрування (3.23), отримаємо

$$mv^2 \ln R_2 / R_1 = e(V_2 - V_1) = eV_K \quad \text{або} \\ 2E \ln \frac{R_2}{R_1} = eV_K, \quad (3.24)$$

де використано співвідношення між швидкістю електронів та їхньою енергією $E = mv^2 / 2 = eV_E = eV_K$, де $\frac{1}{a} = 2 \ln \frac{R_2}{R_1}$.

Таким чином, кожному значенню V_K буде відповідати певна енергія електронів E , що пройшли крізь циліндричний конденсатор. Зауважимо також, що в циліндричному конденсаторі має місце *фокусування за напрямками*. Воно полягає в тому, що електрони, котрі влітають до циліндричного конденсатора під кутами α до оптичної осі, при куті розкриття конденсатора $\theta = \frac{\pi}{\sqrt{2}} = 127^\circ 17'$ знову збираються в точку.

Розглянемо результати досліду, які графічно наведені на схематичному рис.3.8. Видно, що *спектр енергетичних втрат електронів дискретний*. Збільшення тиску газу p , атоми якого не пружно розсіюють електрони, призводить до появи кратних втрат

$$V_3 = 2V_1, V_4 = 2V_2 \dots$$

Одночасно з появою дискретних втрат енергії електронами з'являються відповідні спектральні лінії в спектрі випромінювання збуджених атомів газу. Енергії квантів $h\nu$, що випромінюють збуджені електронами атоми, дорівнює енергії, яку електрони втрачають, передаючи її атомам, $h\nu_1 = V_0 - V_1$, $h\nu_2 = V_0 - V_2 \dots$ Значення енергій, що передаються атомам $V_{a1} = h\nu_1 = V_0 - V_1$, $V_{a2} = h\nu_2 = V_0 - V_2$, $V_{a3} = h\nu_3 = V_0 - V_3 \dots$ тощо називаються *потенціалами збудження атомів*.

Досліди Франка й Герца дозволяють дійти до таких **висновків**:

- (1) **спектри енергетичних втрат електронів дискретні, тобто електронні стани ізольованих атомів мають певний, притаманний цьому типу атома, дискретний набір рівнів енергії, який характеризується відповідною послідовністю дискретних потенціалів збудження $V_{a1}, V_{a2}, V_{a3}, \dots$;**
- (2) **збуджені атоми випромінюють кванти $h\nu = eV_a$;**
- (3) **характерний набір потенціалів збудження для кожного типу атома дозволяє розрізняти атоми і є базою для**

**практичного застосування в електронній спектроскопії
характеристичних втрат енергії електронів (ЕСХВЕЕ).**

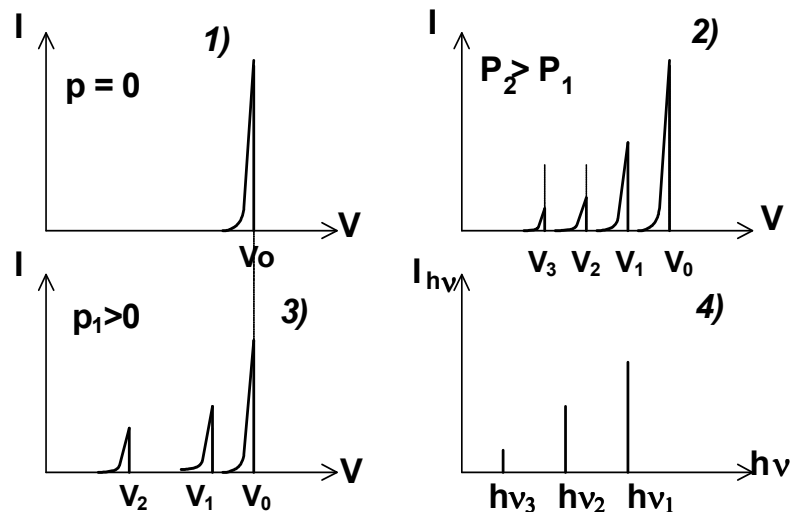


Рис.3.8. Спектри характеристичних втрат енергії електронів

3.9. Визначення потенціалів іонізації атомів

Потенціалом іонізації називається такий потенціал V_i , при якому енергія електронів eV_i достатня для того, щоб він покинув нейтральний атом, і з атома утворився іон. Його можна визначати за допомогою приладів аналогічних описаному в попередньому параграфі для кожного типу атома із набору характеристичних втрат. Проте здійснювати це не зовсім просто. Тому для вимірювання потенціалів іонізації використовують властивість повільних мало рухливих іонів компенсувати просторовий електронний заряд, який утворюється біля катода, що емітує електрони. Схема одного з таких приладів зображена на рис.3.9.

Джерелом електронів була електронна гармата (1), яка формувала електронний промінь з енергією електронів eV . Камера зіткнень (2) могла наповнюватись досліджуванним газом із тиском p . У камері зіткнень розташовувався масивний катод (3), котрий використовується для детектування появи іонів. Напруга на ньому V_3 вибиралась значно меншою за напругу насичення термоелектронного струму, що може відбиратись від цього катода. При цій напрузі V_3 струм I в колі масивного катода 3 був менший за струм насичення. Після напуску

газу в камеру зіткнень і включенні електронної гармати 1, коли вона утворює потік електронів у камері зіткнень із кінетичною енергією eV більшою за потенціал іонізації газу eV_i , то в камері зіткнень 2 з'являються іони.

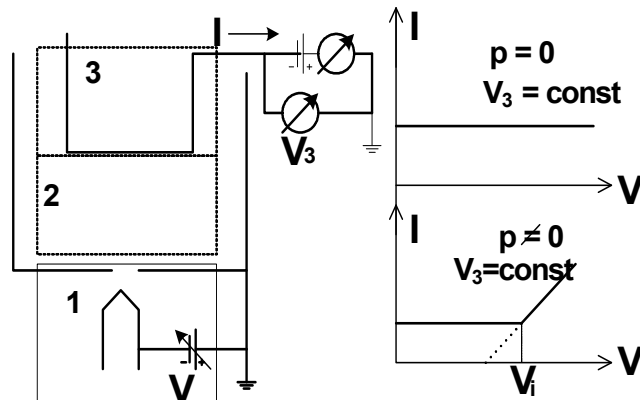


Рис.3.9. Схема для вимірювання потенціалів іонізації атомів.

Ці іони компенсують просторовий заряд масивного катода 3, і струм I в його колі різко збільшиться. Таким чином, збільшення струму в колі масивного катода K_3 є ознакою появи в камері зіткнень 2 іонів газу, що досліджуються. Це свідчить про те, що в камері зіткнень 2 з'явилися електрони з енергією більшою або рівною енергії іонізації атомів газу в камері ($eV_e \geq eV_i$).

Цими вимірюваннями було встановлено, що кожний різновид атомів має свій власний набір потенціалів іонізації. Наприклад, $eV_{eH} = 13,96 \text{ eV}$; $eV_{iCs} = 3,9 \text{ eV}$; $eV_{iHg} = 11,4 \text{ eV}$ і т.і. У багатоелектронного атома крім першого потенціалу іонізації може бути й другий, третій і т.д. потенціали іонізації, коли від нього відриваються два, три й т.д. електронів. Ці потенціали кратної іонізації значно більші за перший потенціал іонізації, коли з атома виривається один електрон.

3.10. Висновки

Викладені в попередніх розділах експериментальні факти дозволяють дійти до таких висновків:

1. До складу атомів входять позитивні й негативні заряди;
2. Найменший негативний заряд має електрон
 $e = 4,8 \times 10^{-10} \text{ CGSE}$, $m_0 = 9 \times 10^{-28} \text{ г}$;

3. Його розмір сумірний з класичним радіусом $r_e = e^2/m_0c^2 = 0,3 \times 10^{-13}$ см, який значно менший газокінетичного розміру атома;
3. Між електронами і ядром діють кулонівські сили $F = e^2Z/r^2$;
4. Заряд ядра майже точковий порівняно з розмірами атома, бо $r_{\text{ядра}} < d_m < r_{\text{атома}}$, де $d_m < 10^{-12}$ см - відстань найменшого зближення частинок при пружному розсіянні в дослідах Резерфорда;
5. Заряд майже точкового ядра дорівнює $+eZ$;
6. Маса атома зосереджена у його ядрі;
7. Енергетичний спектр електронів, що входять до складу атомів, дискретний;
8. Збуджені атоми випромінюють кванти світла $h\nu = E_1 - E_2$;
9. Частоти спектральних ліній атомних спектрів збігаються при наближенні до границі серії;
10. Спектральні лінії атомних спектрів підлягають комбінаційному принципу Рідберга - Рітца, згідно якого $\nu^*_{12} = \nu^*_{11} - \nu^*_{21}$.

Ці факти суперечливі з позицій класичної фізики й потребують пояснення та узагальнення на основі уявлень про будову атомів. Уперше плідні ідеї для такого пояснення висловив Нільс Бор, що прискорило становлення уявлень про будову атомів.

3.11. Контрольні запитання та вправи

1. α -частинка з енергією 5 MeV і прицільною відстанню $b = 2,6 \cdot 10^{-13}$ м налітає на ядро урану з $Z = 235$. На якій кут вона пружно розсіється?
2. Яка частина α -частинок з енергією 7,7 MeV, що падають на золоту фольгу з масовою товщиною $D = 6 \cdot 10^{-7}$ г.см⁻², пружно розсіється під кутом $\theta > 90^\circ$?
3. Чи суттєво впливає релятивістська зміна маси α -частинки на ефективний переріз пружного розсіяння, що дається формулою Резерфорда?
4. Чому з дослідів Дж. Дж. Томсона з розсіювання електронів з енергіями $E < 5 \cdot 10^5$ eV не вдається оцінити розміри атомного ядра?

5. Чому при великих енергіях електронів ($E > 10^8 \text{ eV}$) їхнє пружне розсіювання на атомних ядрах дає змогу оцінити розподіл позитивних зарядів у ядрі? Чому в цих дослідах не доцільно використовувати нейтрони?
 6. Пучок протонів падає на золоту фольгу товщиною 1 мкм. Визначити: 1) кут пружного розсіювання θ , який відповідає мінімальному зближенню протона й атомного ядра золота при даній енергії протона, 2) енергію протонів необхідну для їхнього наближення до ядра атома золота на відстань 10^{-12} см , 3) прицільну відстань за формулою Резерфорда при енергії протона, котра була отримана при розв'язку попереднього пункту цієї задачі, при якій протони після пружного розсіювання відхиляються на кут $\theta = 1^\circ$. Проаналізуйте, чи розумна ця оцінка?
 7. Чи залежить пружне розсіювання від знаку зарядів, що розсіюються?
 8. Електрони з енергією $E = 200 \text{ кеВ}$ при їхньому пружному розсіюванні на атомних електронах можуть передавати їм частину свого імпульсу, і тому утворюються розсіяні електрони з досить значними енергіями ε , котрі називаються δ -електронами. Обчисліть кількість електронів віддачі (δ -електронів) N з енергіями $\varepsilon \geq 1 \text{ кеВ}$, котрі утворюються при взаємодії з молекулами азоту в камері Вільсона на 1 см треку первинних електронів. Енергією іонізації азоту можна знехтувати.
- Вказівка.* Потрібно скористатись формулою Резерфорда, замінивши енергію на передану енергію. $p_1 - p = 2p \sin(\theta/2)$, $\varepsilon = E \sin^2(\theta/2)$. Передана енергія $E - \varepsilon = E \cos^2 \theta$. Далі потрібно перейти від лабораторної системи координат до системи координат відносно центру мас. $\sigma = (\pi e^2 / \varepsilon^2) d\varepsilon / E$. Інтегрування цього виразу дасть $\sigma(\varepsilon > \varepsilon_{\min}) = \pi e^2 / \varepsilon_{\min} E$. $N = \rho \sigma(\varepsilon > 1 \text{ кеВ}) = 0,12 \text{ см}^{-1}$.
9. Довжина резонансної спектральної лінії в спектрі атомного водню $\lambda_p = 121,5 \text{ нм}$, а довжина хвилі границі серії Бальмера $\lambda_{\text{гран.}} = 365 \text{ нм}$. Знайти іонізаційний потенціал атомів водню.
 10. Знаючи іонізаційний потенціал атома водню, знайдіть довжини хвиль і хвильові числа для головної й граничної ліній серії Бреккета.

Тестові завдання

1. ЯК ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО МОЖНА ПЕРЕВІРИТИ ФОРМУЛУ РЕЗЕРФОРДА?

- 1) виміряти енергію розсіяних α -частинок;
- 2) виміряти кути розсіювання α -частинок;
- 3) дослідити сталість величини $N \cdot \sin^4 \theta = \text{const}$, де N - число розсіяних α -частинок, θ - кут розсіювання;
- 4) визначити диференціальний переріз пружного розсіювання α -частинок.

2. ЧИМ ОБУМОВЛЕНИЙ ВИБІР ВЕЛИЧИН ЕНЕРГІЇ α -ЧАСТИНОК В ДОСЛІДІ РЕЗЕРФОРДА?

- 1) довжиною хвилі де-Бройля;
- 2) релятивістською масою розсіяної частинки;
- 3) типом розсіювання;
- 4) залежністю диференційного поперечника розсіювання від енергії α -частинок.

3. ЧИ МОЖЛИВО ДОСЛІДЖУВАТИ РОЗМІР ЯДРА, ВИКОРИСТОВУЮЧИ а) ЕЛЕКТРОНИ, б) НЕЙТРОНИ ?

- 1) не можливо;
- 2) так, при малих енергіях;
- 3) так, при великих енергіях.

4. ЧОМУ ДОРІВНЮЄ ПОТЕНЦІАЛ ІОНІЗАЦІЇ АТОМУ ВОДНЮ ІЗ ЗБУДЖЕНОГО ПЕРШОГО ЕНЕРГЕТИЧНОГО РІВНЯ?

- 1) 13,6 еВ;
- 2) 6,8 еВ;
- 3) 3,4 еВ.

Література

1. Матвеев А.Н. Атомная физика. - М.: Высш. Шк. ,1989. -489с. (глава 2, §6 і 7).
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Атомная и ядерная физика. Часть 1. М.: Наука, - 1986. -416с. (глава 1 §8, глава 3 §17 і 18).
3. Белый М.У., Охрименко Б.А. Атомная физика. Киев, "Вища шк." . - 1984. -271с. (§2.1.....3.1)
4. Гайда З.П. Атомна фізика. Львів.: - 1965. - 356с. (§1....12,17 і 18)
5. Харченко Н. П., Прокопенко О. В., Карлаш Г. Ю. Атомна фізика в задачах. Академдрук, - 2007. - 336с. (глава ...)

Глава 4. АТОМ ВОДНЮ В МОДЕЛІ БОРА

«Відкриття цілочисельних законів для лінійчастих спектрів – це один з тих коренів, із яких виростає квантова механіка».

Макс Борн

4.1. Постулати Бора. 4.2. Рівні енергії та стаціонарні орбіти. 4.3. Позитроній та мезоатом. 4.4. Еліптичні орбіти. Головне та орбітальне квантові числа. 4.5. Теорія Бора, як проміжний етап у розвитку уявлень про будову атома. 4.6. Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.

4.1. Постулати Бора

Великий датський фізик лауреат Нобелівської премії **Нільс Хендрик Давид Бор** в 1913 році сформулював два постулати, які доповнили планетарну модель атома Резерфорда. При цьому була усунута основна перешкода при поясненні будови і властивостей атомів, яка полягала в тому, що модель Резерфорда не могла пояснити стаціонарність атомів.



БОР НІЛЬС ХЕНРІК ДАВІД (1885-1962)

Датський фізик.

Фізичну освіту одержав у Копенгагенському університеті, який закінчив у 1908. Тут же виконав свою першу наукову працю – експериментальне і теоретичне дослідження поверхневого натягу води (1907-1910), за яку отримав золоту медаль Датського наукового товариства. У 1911 одержав ступінь доктора філософії, написавши роботу з електронної теорії металів. Після захисту дисертації провів кілька місяців у Кембриджі в Кавендишській лабораторії у Дж.Дж.Томсона. В Манчестері працював під керівництвом Е.Резерфорда та читав курс математичної фізики. У 1916 став професором Копенгагенського університету, а з 1920 і до кінця життя керував створеним їм Інститутом теоретичної фізики. У 1913 створив теорію будови воднеподібного атома, засновану на двох постулатах, що прямо суперечили законам класичної фізики. Але теорія Бора дозволила пояснити цілий ряд експериментальних фактів, зокрема природу лінійчатих спектрів атомів і закономірності переходу від одного елемента до іншого в періодичній таблиці Менделєєва. У 1923 Бор прийшов до ідеї оболонкової структури атома, заснованої на класифікації електронних орбіт по головному й азимутальному квантових числах. У 1918 він сформулював так званий принцип відповідності, що показує, при яких умовах квантові обмеження суттєві, а коли з достатнім ступенем точності виконуються закони класичної фізики. У 1927 сформулював важливий для

розуміння квантової механіки принцип доповнюваності, що породив відомі дискусії з А.Ейнштейном про детермінізм.

У 1939 Бор разом із Дж.Уілером створив теорію поділу ядер, в якому вивільняється величезна кількість енергії, показав спонтанний поділ урану. У 1940-1950-х роках вчений займався питаннями взаємодії елементарних частинок

У 1917 Бор був обраний членом Датського королівського наукового товариства, у 1939 – його президентом. Вчений створив цілу школу фізиків. У його інституті теоретичної фізики в різний час працювали Ф.Блох, В.Вайскопф, Х.Краммерс, Л.Д.Ландау, Дж.Уілер та ін. Бор був членом багатьох іноземних наукових товариств і академій, у тому числі АН СРСР (з 1929). Серед нагород вченого - вищий орден Данії – Орден Слона, медаль Гельмгольца. У 1957 йому була присуджена премія «За мирний атом». Лауреат Нобелівської премії 1922 р. з фізики «за заслуги в дослідженні структури атомів і випромінювання, продукovanого ними».

Нільс Бор вважав, що стаціонарність є фундаментальною властивістю атомів, і сформулював такі два основних постулати, які є узагальненням експериментальних фактів з використанням уявлень Планка про випромінювання світлових квантів і Ейнштейна про поглинання квантів світла.

Перший постулат. Атомні системи можуть досить довго перебувати в певних стаціонарних станах, в яких вони не випромінюють і не вбирають енергію. В цих станах атоми мають дискретний ряд значень енергій E_1, E_2, E_3, \dots . Всяка зміна енергії відбувається стрибком при переході із одного стаціонарного стану E_n до іншого E_j .

Другий постулат. При переході із одного стаціонарного стану з енергією E_k до іншого стаціонарного стану з енергією E_j атоми випромінюють або вбирають квант енергії електромагнітного випромінювання

$$h\nu = \hbar\omega = E_j - E_k. \quad (4.1)$$

h - стала Планка. Ця формула називається **правилом частот Бора**.

4.2. Рівні енергії та стаціонарні орбіти

Стаціонарні стани руху електрона в кулонівському полі атомного ядра збігаються з рухом електронів по замкнутих орбітах. Вздовж цих орбіт виконується умова

$$\oint L_\varphi d\varphi = nh, \quad (4.2)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$ квантове число, h - стала Планка, L_φ - кутовий момент кількості руху. Умова квантування еквівалентна встановленню стоячої хвилі де Бройля на замкненій електронній орбіті. Дійсно, за-

пишемо умову (4.2) для кругової орбіти в полі центральних сил, де $L_\phi = \text{Const}$.

$$\oint L_\phi d\phi = L_\phi \oint d\phi = 2\pi L_\phi = 2\pi m_0 v r = 2\pi r p$$

$$\text{або} \quad 2\pi r = n \frac{h}{p} = n\lambda. \quad (4.3)$$

Таким чином, на стаціонарній електронній орбіті укладається ціле число довжин хвиль де Бройля.

Знайдемо радіус стаціонарних орбіт за таких умов:

1. між електроном і позитивно зарядженим ядром діють електростатичні сили Кулона (доведено дослідями Резерфорда);
2. вважаємо, що електрон і ядро майже точкові заряди;
3. маса електрона значно менша за масу ядра, тому можна наближено вважати, що електрон рухається навколо нерухомого ядра, а ефективна маса системи електрон - ядро наближено дорівнює масі електрона

$$\left(m' = \frac{m_0 M}{m_0 + M} = m_0 \frac{1}{1 + m_0/M} @ m_0 \text{ при } m_0 \ll M \right);$$

4. розглядається нерелятивістський випадок, коли нехтується залежністю маси частинок від їхньої швидкості;
5. використовується умова квантування (4.3);
6. враховуємо, що доцентровою силою є електростатична сила Кулона

$$\frac{m_0 v^2}{r} = \frac{e^2 Z}{r^2}. \quad (4.4)$$

Виключивши швидкість електронів v із (4.3) і (4.4), отримаємо

$$r_n = n^2 \frac{h^2}{e^2 m_0 Z} = n^2 a_0 \frac{1}{Z}, \quad (4.5)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$ - квантове число. Найменший радіус електронної орбіти атома водню має місце при $n = 1$ та $Z = 1$. Він називається **радіусом першої борівської орбіти a_0** і дорівнює:

$$a_0 = r_1 = \frac{h^2}{e^2 m_0} = 0,529 \cdot 10^{-8} \text{ см}. \quad (4.6)$$

(в системі СІ $a_0 = 4\pi\epsilon_0 \frac{h^2}{e^2 m_0} = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$).

Радіус першої борівської орбіти a_0 залежить лише від фундаментальних сталих і використовується, як одиниця довжини в атомній та ядерній фізиці.

Знайдемо тепер **енергії** стаціонарних рівнів воднеподібних атомів з одним електроном і зарядом ядра $+eZ$

$$\text{Повна енергія } E = T + V = \frac{m_0 v^2}{2} + C - \frac{e^2 Z}{r}. \quad (4.7)$$

Для цього визначимо v^2 із формули (4.4) і підставимо його в (4.7)

$$E = T + V = \frac{e^2 Z}{2r} + C - \frac{e^2 Z}{r} = -\frac{e^2 Z}{2r} + C. \quad (4.8)$$

Потенціальна енергія визначається з точністю до довільної сталої C . Якщо вважати, що при $r \rightarrow \infty$ потенціальна енергія дорівнює нулеві, то $C = 0$, й повна енергія електрона на стаціонарній орбіті буде від'ємною

$$E = -\frac{e^2 Z}{2r} \quad (4.9)$$

Після підстановки у (4.9) виразу (4.5) для радіуса стаціонарної орбіти r_n , остаточно отримаємо:

$$E_n = -Z^2 \left(\frac{e^2}{2a_0} \right) \frac{1}{n^2} = -Z^2 R_H \frac{1}{n^2}, \quad (4.10)$$

де **$n = 1, 2, 3, 4, \dots, \infty$** - **квантове число**, яке в теорії Бора визначає радіус стаціонарної орбіти та енергію електрона на стаціонарній орбіті, R_H – стала, яка залежить від лише фундаментальних констант. Вона називається сталою Рідберга і дорівнює:

$$R_H = \frac{e^2}{2a_0}.$$

Найбільшу за абсолютною величиною енергію електрон має на стаціонарній орбіті з найменшим квантовим числом $n = 1$. Ця енергія є енергією зв'язку електрона в атомі. Вона дорівнює енергії іонізації атома $eV_i = |E_1| = \frac{e^2}{2a_0} Z$, де потенціал V_i називається потенціалом іонізації. Для атома водню, у якого $Z=1$, потенціал іонізації дорівнює $V_{iH} = \frac{e^2}{2a_0 e} = \frac{e^3 m_0}{2\hbar^2} = 13,6$ В і збігається з його експериментальним значенням.

Використавши правило частот Бора (4.1), запишемо формулу для хвильових чисел спектра водневих атомів

$$\nu^* = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{ch} (E_{n_1} - E_{n_2}) = \frac{1}{ch} Z^2 \left(\frac{e^2}{2a_0} \right) \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = Z^2 R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (4.11)$$

Запишемо сталу Рідберга як хвильове число

$$R_{H\infty} = \frac{e^2}{2a_0ch} = \frac{m_0e^4}{4\pi c\hbar^3} \quad (4.12)$$

Індекс ∞ в формулі (4.12) показує, що використана умова $M \gg m_0$ і можна знехтувати рухом атомного ядра

$$R_{H\infty} = 109737,31 \text{ см}^{-1} \quad (4.13)$$

Формула (4.11) збігається з емпіричною узагальненою формулою Бальмера (3.21), яка добре описує експериментальні особливості атомних спектрів водню і воднеподібних атомів.

При збудженні електрона воднеподібних атомів до $n > 100$ виникають високоезбуджені атоми, які в літературі називають рідбергівськими атомами [5, 6]. Ці атоми інтенсивно вивчаються в науково-дослідних лабораторіях. Справа в тому, що рідбергівські атоми мають ряд цікавих особливостей. Радіус їхньої орбіти при великих значеннях головного квантового числа може досягати долей міліметра, час життя цих атомів – секунди, а то й години. Частоти переходів між сусідніми рідбергівськими рівнями знаходяться в радіодіапазоні і співпадають з частотами обертання електрона на орбіті. Для таких атомів виконується закон Кеплера $T^2 \sim r^3$. Вони мають низький потенціал іонізації. На властивостях рідбергівських атомів засновані сучасні високочутливі прилади, наприклад, детектор інфрачервоного випромінювання, одноатомні лазери.

Модель атомів Бора **пояснила** такі властивості водневих атомів.

- (1) **Закономірності спектральних серій, які описує узагальнена формула Бальмера (3.21), бо вона збігається з формулою (4.11) для хвильових чисел спектральних ліній атомного спектра водню в моделі Бора.**
- (2) Квадратичну залежність хвильових чисел спектральних ліній від заряду ядра для ізоелектронного ряду водню (H, He⁺, Li⁺⁺, Be⁺⁺⁺, B⁺⁺⁺⁺, ...), тому що, згідно формули (4.11), при збільшенні Z **хвильові числа ν^* квадратично збільшуються, або $R_{ef} = R_H Z^2$** , де Z – заряд ядра воднеподібного іона. Ця властивість дозволила, зокрема, пояснити, чому деякі спектри, що випромінюють зірки, описуються формулою Бальмера з напівцілими квантовими числами. Дійсно, спектральна серія випромінювання від зірки ξ -Puppis, що спочатку приписувалась випромінюванню атомами водню серії Бальмера з напівцілими квантовими числами n , зводиться до серії Пікерінга спектра іонізованого атома гелію.

$$\nu_{\text{Пікерінг}}^* = R_H \left(1/2^2 - 1/(k)^2 \right), \spadesuit \quad \text{де } k = 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5\dots,$$

$$\nu^* = R_H 2^2 \left(1/4^2 - 1/(2k)^2 \right) \quad \text{де } 2k = n = 5, 6, 7\dots$$

- (3) **Врахування маси ядра M** і перехід від маси електрона m_0 до приведеної маси $m' = \frac{m_0 M}{m_0 + M}$ дозволило отримати значення сталої Рідберга, п'ять знаків якої збігалися з експериментальним значенням сталої Рідберга, а саме:

$$R_{H \text{ розрахунок}} = R_{H\infty} \left\{ 1 / \left(1 + m_0 / M \right) \right\} = 109680 \text{ см}^{-1},$$

а експериментальне $R_{H\text{експ}} = 109677,5 \text{ см}^{-1}$.

- (4) Використання приведеної маси дозволило також пояснити **ізотопічний зсув спектральних ліній** і використати його для визначення маси атомного ядра. Чим більша приведена маса, тим менша довжина хвилі, що випромінюється. Ця залежність дозволяє оцінювати маси ядер за допомогою спектроскопічних досліджень, наприклад дейтерію і тритію.
- (5) Теорія Бора **передбачила існування нових екзотичних атомних структур, таких, як позитроній, мезоатом, рідбергівський атом і їхні спектральні властивості.**

4.3. Позитроній та мезоатом

Користуючись моделлю Бора, можна розглядати атомні структури, до складу яких будуть входити електрон і позитрон або протон і мезон. Ці атомні системи називаються *позитронієм та мезоатомом*. Вони є аналогами атома водню. *Позитрон* - це частинка з масою, що дорівнює масі електрона, і позитивним зарядом, який дорівнює заряду електрона ($e = +4,8 \times 10^{-10} \text{ CGSE}$ і $m = m_0$). *Мезон* - це елементарна частинка, яка має заряд рівний заряду електрона і відрізняється від нього масою. Його маса в 207 разів більша за масу електрона ($e = -e_0$ і $m = 207 m_0$).

Згідно моделі Бора спектри цих незвичайних атомів повинні описуватись узагальненою формулою Бальмера, в якій потрібно врахувати заряд та приведену масу.

Для позитронію $Z = 1$, $m_0 = M$. Приведена маса для позитронію дорівнює $m' = \frac{m_0 m_0}{m_0 + m_0} = \frac{m_0}{2}$. Підставимо цей вираз для приведеної маси в формулу (4.13) для сталої Рідберга, тоді

$$R_{\text{позитроній}} = R_H / 2. \quad (4.14)$$

Це означає, що всі спектральні лінії позитронію будуть зсунуті в бік більших довжин хвиль (в червону область спектра). Його енергія (потенціал) іонізації повинна бути вдвічі меншою за енергію (потенціал) іонізації атома водню

$$eV_{i \text{ позитрон}} = R_{\text{позитрон}} hc = hc R_H / 2 = eV_{iH} = 6.8 \text{ eV}.$$

Позитроній дійсно був знайдений експериментально. Він утворюється при зіткненні повільних позитронів з атомами речовини. Позитрони захоплюють електрони атомів речовини і утворюють атоми позитронію з коротким часом життя. Після короткого часу життя позитрон зникає, тому що $-e$ та $+e$ анігілюють¹, утворюючи 2 або 3 γ -кванти. Час існування атомів позитронію досить малий $\sim 10^{-10}$ секунди, проте вони були експериментально досліджені, і їхні властивості виявились такими, як передбачає модель Бора. Екзотичною структурою, подібною до позитрона, є мюоній-система, що складається з електрона та μ^+ мезона, маса якого дорівнює $207 m_e$. Його параметри розраховуються аналогічно як для позитронію.

Для **мезоатома² водню** $Z=1$, а ефективна маса значно більша за ефективну масу атома водню

$$m'_{\text{мезоатом}} = \frac{m_p m_\mu}{m_p + m_\mu} = \frac{207 m_0}{1 + 207 m_0 / m_p} = \frac{207 m_0}{1 + 207 / 1836} = 186,5 m_0.$$

Це означає, що в формулі (4.13) для мезоатома стала Рідберга повинна бути замінена приблизно в ~ 200 разів більшою величиною по відношенню до атома водню, $R_\mu = R_H \frac{m_\mu m_p}{m_\mu + m_p} = 186 \cdot R_H$. Спектральні

¹ Анігіляція (від лат. annihilation - знищення, зникнення) - взаємоперетворення елементарних частинок, наприклад, перетворення електрона і відповідної йому античастинки позитрона на γ -кванти при їхньому зіткненні.

² В літературі мезоатомом називають атом, в якому електрон заміщений частинкою іншого типу з зарядом рівним заряду електрона. Такою частинкою може бути: μ^- , π^- , K^- мезони, маси яких відповідно рівні: 207, 273, 966 масам електрона.

лінії мезоатома водню повинні зсунутись по відношенню до спектральних ліній атома водню в короткохвильовий бік. Енергія (потенціал) іонізації мезоатома також суттєво зростає і дорівнює

$eV_{i\mu} = h\nu^* cR_H \times 207/1.11 = 13.6 \times 186.5 = 2.5 \text{ кеВ}$, що дійсно спостерігається експериментально.

Доцільно також звернути увагу на те, що радіус першої стаціонарної орбіти мезоатома водню буде в ~ 186 разів меншим за радіус першої борівської орбіти водню

$$* \left(r_{1\mu} = \frac{\hbar^2}{e^2 m'} = \frac{a_0}{186} = 0,02 \text{ нм} = 2 \times 10^{-11} \text{ см} \right). \quad \text{А якщо утворити}$$

мезоатом з атомним номером $Z > 10$, тобто замінити в ньому один із електронів мезоном, то мезон повинен рухатись всередині атомного

ядра, тому що $r_{\mu} = \frac{a_0}{186,5Z} = \frac{2 \times 10^{-11}}{Z} < r_{\text{ядра}}$. Дослідження таких мезо-

атомів дає змогу отримувати відомості про будову атомного ядра. Крім того, наявність мезона в атомному ядрі збільшує час його взаємодії з ядром і тим самим може змінювати умови виникнення ядерних реакцій.

4.4. Еліптичні орбіти. Головне та орбітальне квантові числа.

Крім кругових траєкторій мають право на існування й еліптичні траєкторії. В нормальних координатах цей різновид руху зводиться до двох гармонічних коливань, для яких повинні мати місце дві умови квантування, сформульовані Зоммерфельдом³:

$$\oint L_r dr = n_r h$$

$$\oint L_{\phi} d\phi = n_{\phi} h \quad (4.15)^4$$

³ Арнольд Зоммерфельд (1868-1951) - німецький фізик-теоретик, засновник мюнхенської школи теоретичної фізики. Наукові праці стосуються квантової теорії будови атома, спектроскопії, квантової теорії металів, математичної фізики. Його учнями були відомі фізики: Гейзенберг, Паулі, Рабі, Дебай, Бете.

⁴ Рух по замкненому колу в полі центральних сил еквівалентний в нормальних координатах гармонічному коливанню. Гармонічне коливання в фазовому просторі описується еліпсом $\frac{p^2}{2mE} + \frac{q^2}{2E/\kappa} = 1$, де κ - коефіцієнт квазі-

де узагальнені радіальний та кутовий імпульси мають вигляд:

$$\begin{aligned} L_r &= m_0 \dot{r} \\ L_\varphi &= m_0 r^2 \dot{\varphi} \end{aligned} \quad (4.15^*)$$

n_r і n_φ - радіальне та кутове квантові числа, які визначають величини радіального та кутового узагальнених імпульсів.

Стаціонарні орбіти електрона в моделі атома Бора-Зоммерфельда - це двовимірні криві, що визначаються цими двома квантовими числами n_r і n_φ . Вони характеризуються малою b і великою a півосями, для яких Зоммерфельд отримав співвідношення:

$$b_{n,n_\varphi} = \frac{n_\varphi}{n_r + n_\varphi} a_n = \frac{n_\varphi}{n} a_n = n n_\varphi a_0 \frac{1}{Z} \quad (4.16)$$

$$a_n = a_0 \frac{n^2}{Z} \quad (4.17)$$

де $n = n_r + n_\varphi = 1, 2, 3, 4, \dots$ - головне квантове число, а $n_\varphi = 1, 2, 3, \dots, n$ - орбітальне квантове число ($1 \leq n_\varphi \leq n$). Значення $n_\varphi = 0$ потрібно виключити, тому що при цьому траєкторія вироджується в пряму лінію, яка проходить через центр ядра. Радіус першої борівської орбіти, як і

раніше, дорівнює $a_0 = \frac{\hbar^2}{e^2 m_0}$.

Енергії стаціонарних станів атомів з одним електроном (воднеподібних) і зарядом ядра $+Ze$ визначаються головним квантовим числом $n = 1, 2, 3, 4, \dots, \infty$

$$E_n = -Z \frac{e^2}{2a_n} = -Z^2 \frac{e^2}{2a_0 n^2} \quad (4.18)$$

Новою рисою еліптичних орбіт є **n - кратне виродження стаціонарних станів**. Воно полягає в тому, що при заданому значенні

пружної сили, а \mathbf{p} і \mathbf{q} узагальнені координати. Площа еліпса дорівнює $\oint \mathbf{p} d\mathbf{q} = \pi \sqrt{2mE} \sqrt{2E/k} = E/v = nh$, тобто ми отримали умову квантування для гармонічного осцилятора. Для руху по колу узагальнені координата і імпульс будуть $\mathbf{p}_\varphi = m_0 v \mathbf{r}$ і $\mathbf{q} = \mathbf{r}$, що змінить вигляд умови квантування $\oint p_\varphi d\varphi = nh = p_\varphi \oint d\varphi = 2\pi p_\varphi$, або $p_\varphi = nh$.

числа n , тобто при $E = \text{Const}$, існує n станів руху (n орбіт), які відрізняються одна від другої значенням орбітального квантового n_ϕ або величиною малої півосі еліптичної орбіти. Розглянемо декілька станів


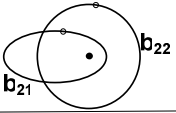
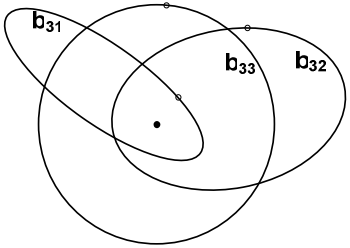
	n	n_ϕ	$a_n = a_0 n^2$	b_{n,n_ϕ}	$E_n = -\frac{E_1}{n^2}$	L_ϕ	
1	1	1	a_0	a_0	$E_1 = -\frac{e^2}{2a_0}$	\hbar	
2	2	1	$4a_0$	$\frac{a_2}{2}$	$\frac{E_1}{4}$	\hbar	
		2		a_2		$2\hbar$	
3	3	1	$9a_0$	$\frac{a_3}{3}$	$\frac{E_1}{9}$	\hbar	
		2		$\frac{2a_3}{3}$		$2\hbar$	
		3		a_3		$3\hbar$	

Рис.4.1. Схема утворення трьох станів атома Бора-Зоммерфельда з головними квантовими числами $n = 1, 2, 3$.

з головними квантовими числами $n = 1, 2$ і 3 . Орбіти цих станів руху наведені на схематичному рис.4.1, з якого видно, що стан з головним квантовим числом $n = 1$ не вироджений. Це одна кругова орбіта. Стан з квантовим числом $n = 2$ двократно вироджений. Однакову енергію мають два стани - стан руху по колу з радіусом $r_2 = 4a_0$ і по еліпсу з півосями $a_2 = 4a_0$ і $b_{21} = (1/2)a_2$. Стан з квантовим числом $n = 3$ тричі вироджений.

Виродження можна зняти за допомогою зовнішніх полів, наприклад, магнітного поля, яке буде діяти на магнітні моменти, що створюються електронними струмами під час руху електронів по замкненим орбітам. Кожний замкнений контур зі струмом (або замкнена орбіта) має магнітний момент

$$\mu = \frac{1}{c} \oint i ds = -\frac{1}{c} \oint \frac{e}{\tau} ds = -\frac{e}{c\tau} \oint ds = -\frac{e}{c\tau} \oint \frac{r^2}{2} d\phi \quad (4.19)$$

Запишемо вираз для L_ϕ

$$L_{\varphi} = m_0 r^2 \frac{d\varphi}{dt}, \quad (4.20)$$

знайдемо з нього $d\varphi = \frac{L_{\varphi}}{m_0 r^2} dt$ і підставимо до формули (4.19) для

$$\mu = -\frac{e}{2m_0 c} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} L_{\varphi} dt = -\frac{e}{2m_0 c} L_{\varphi}. \quad (4.21)$$

Вираз дає надзвичайно важливе співвідношення між магнітним і механічним моментами (гіромагнітне співвідношення)

$$\frac{\mu_{\varphi}}{L_{\varphi}} = -\frac{e}{2m_0 c}. \quad (4.21^*)$$

Знак мінус вказує на те, що магнітний момент електрона направлений протилежно напрямку його орбітального моменту.

Наявність магнітного поля призведе до появи третьої координати (рис.4.2), тобто до *третьої умови квантування*

$$\oint L_{\psi} d\psi = n_{\psi} h \quad (4.22)$$

із якої можна записати, що

$$\begin{aligned} \oint L_{\varphi} \cos\alpha \cdot d\psi &= L_{\varphi} \cos\alpha \oint d\psi = 2\pi L_{\varphi} \cos\alpha = n_{\psi} h \\ L_{\varphi} \cos\alpha &= n_{\psi} \hbar \cdot \cos\alpha = n_{\psi} \hbar \end{aligned} \quad (4.23)$$

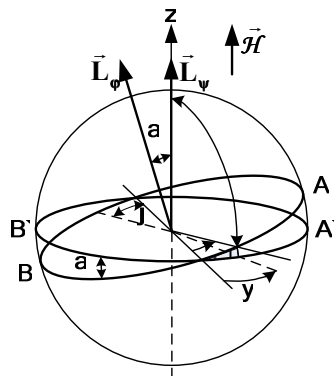


Рис.4.2. Схема появи третьої координати у магнітному полі H.

Оскільки $|\cos\alpha| \leq \pm 1$, тому

$n_{\psi} = n_{\varphi}, n_{\varphi}-1, n_{\varphi}-2, \dots, -n_{\varphi}$, тобто n_{ψ} пробігає $2n_{\varphi}+1$ значень. Його позначають через $m = n_{\psi}$ і називають *магнітним квантовим числом*.

Енергія системи у магнітному полі буде дорівнювати:

$$\Delta E = -(\mu H) = -\mu H \cdot \cos\alpha \quad (4.24)$$

Підставимо в цю формулу вираз для μ із (4.21)

$$\Delta E = \frac{e}{2m_0c} L_\phi \mathcal{H} \cos \alpha = \frac{e}{2m_0c} n_\phi \hbar \mathcal{H} \frac{n_\psi}{n_\phi} = m\mu_0 \mathcal{H}. \quad (4.25)^5$$

Таким чином, кожному значенню кута α або квантового числа n_ψ відповідає певне значення енергії в магнітному полі ΔE , і тому повна енергія електронів в даному стаціонарному стані $E_n = E_n^0 - \Delta E$ **тепер залежить від двох квантових чисел: головного - n і магнітного - $n_\psi = m$. Число m називають магнітним**, бо воно визначає проекцію магнітного моменту на напрямок, що збігається з напрямком напруженості магнітного поля $\frac{e}{2m_0c} L_\phi \cos \alpha = m\mu_0$, і визначає

енергію електрона в атомі, яку він набуває в магнітному полі (формула (4.25). В формулі (4.25) вираз $\mu_0 = \frac{e\hbar}{2m_0c}$ - **називається магнетон**

Бора. Чисельно він дорівнює $0.9274 \cdot 10^{-20}$ ерг/Гс. **Магнітне квантове число $m = n_\psi$ набуває такі значення $m = n_\phi, n_\phi-1, n_\phi-2, \dots, -n_\phi$, тобто має $2n_\phi+1$ значень**. Завдяки цьому атом набуває в магнітному полі стільки ж додаткових значень ΔE , тобто знімається виродження. Енергія не вироджених станів стає тепер рівною:

$$E_n = E_n^0 + m\mu_0 H = Z^2 \frac{e^2}{2a n^2} + m\mu_0 H \quad (4.26)$$

Ця залежність енергії електрона атома водню пояснює нормальний ефект Зеемана (глава 16). Проте існують властивості, які модель Бора-Зоммерфельда не може пояснити, зокрема, властивості складних атомів (глави 9, 10, 11), результати дослідів із розщеплення нейтральних атомів у неоднорідному магнітному полі, що були виконані Штерном і Герлахом (глава 15) тощо. В цілому модель Бора-Зоммерфельда виявилась непослідовною і згодом була замінена квантомеханічним описом атомів на основі рівнянь Шредінгера і Дірака.

4.5. Теорія Бора, як проміжний етап у розвитку уявлень про будову атома

Безперечно теорія Бора була важливим етапом у розвитку уявлень про будову атома. Вона показала, що класичну фізику необхідно

⁵ $n_\psi = m$ - магнітне квантове число.

доповнити квантовими постулатами. Вона дала поштовх до подальшого розвитку експериментальних досліджень атомної та молекулярної фізики та полегшила планування експериментів, направлених на більш детальне вивчення будови атомів.

Теорія Бора змогла:

- **кількісно визначити енергії стаціонарних станів атома водню** $\left(E_n = -e^2 / 2a_0 n^2 \right)$ **та хвильові числа його серій**

$$\nu^* = R_H \left(\left(1/n_1^2 \right) - \left(1/n_2^2 \right) \right);$$

- **встановити і дослідити ізотопічний зсув спектральних ліній** $\left(\Delta \nu^* = R_\infty (m_0/M) (1 + m_0/M)^{-1} \right)$;
- **передбачити спектральні властивості позитронію та мезоатому;**
- **передбачити зсув спектральних ліній при зростанні атомного номера ядра Z у воднеподібних (одноелектронних) атомів** $(\nu^* \sim Z^2)$;
- **пояснити нормальний ефект Зеемана, що полягає в розщепленні синглетної спектральної лінії в магнітному полі на три лінії (триплет Лоренца), тощо.**

Проте, теорія Бора мала певні недоліки:

- **непослідовна, бо поряд з класичним розглядом руху електрона використовувала два квантових постулати;**
- **не пояснювала правила відбору;**
- **не могла пояснити будову та властивості багатоелектронних атомів;**
- **не пояснювала інтенсивності спектральних ліній;**
- **не могла пояснити тонку структуру спектральних ліній;**
- **не могла пояснити результати дослідів Штерна і Герлаха з розщеплення пучка нейтральних атомів у неоднорідному магнітному полі і інших магнітних властивостей атомів. Зокрема вона не могла пояснити, чому не збуджений атом водню має магнітний момент.**

Проте, попри всіх труднощів, теорія Бора-Зоммерфельда була суттєвим кроком уперед у пізнання будови атома. Її успіх у визначенні сталої Рідберга ($R = e^2/(2a_0 ch)$), встановлення, що стала Планка h є універ-

сальною фундаментальною сталою для всіх видів матерії, а не тільки для характеристики корпускулярно-хвильового дуалізму електромагнітних хвиль(у подальшому розвитку фізики виявилось, що h використовується всією квантовою фізикою).

4.6. Контрольні запитання та вправи

1. Які факти наштовхнули Бора до формулювання двох постулатів його моделі?
2. Назвіть умови, що повинні виконуватись для електронів на стаціонарних орбітах.
3. Визначте швидкість віддачі, яку отримує атом водню після випромінювання фотона в результаті переходу із стану з $n = 4$ до стану з $n = 1$.
4. Яку довжину хвилі має фотон, що випромінюється позитронієм при переході його із стану з $n = 3$ до стану з $n = 2$.
5. Знайдіть наскільки зміняться довжини хвиль головної і граничної ліній серії Бальмера при заміні водню на тритій.
6. Скільки обертів зробить електрон в стані з $n = 2$ в атомі водню до переходу до стану з $n = 1$? Середній час життя збудженого стану 10^{-8} с.
7. Знайдіть потенціал іонізації мезоатома, якщо $Z = 79$.
8. Знайдіть величину розщеплення головної лінії серії Лаймана в магнітному полі 10000 ерстед.
9. Знайдіть спектральні закономірності іона натрію, якщо у нього залишився один електрон.
10. Яке значення мала модель Бора для подальшого розвитку уявлень про будову атомів?

Тестові завдання

1. ЯКИЙ СПЕКТРАЛЬНИЙ ПРИЛАД МОЖЛИВО ВИКОРИСТАТИ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ СПЕКТРА ВОДНЕВО-ДЕЙТЕРІЄВОЇ ЛАМПИ В ВИДИМОМУ ДІАПАЗОНІ?

- 1) інтерферометр Фабрі-Перо;
- 2) призмений спектрограф (н-д ИСП-51);
- 3) дифракційний спектрограф (н-д ДФС-24).

2. ЧОМУ ДОРІВНЮЄ ВІДНОШЕННЯ ЛІНІЙНОЇ ШВИДКОСТІ ЕЛЕКТРОНА НА ПЕРШІЙ БОРІВСЬКІЙ ОРБИТІ АТОМА ВОДНЮ ДО ШВИДКОСТІ СВІТЛА?

- 1) Z ;
- 2) $7.3 \cdot 10^{-3}$;
- 3) $8.2 \cdot 10^{-2}$.

3. ЯКА КРАТНІСТЬ ВИРОДЖЕННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОГО РІВНЯ $n = 3$ В ТЕОРІЇ БОРА-ЗОММЕРФЕЛЬДА?

- 1) 3;
- 2) 6;
- 3) 9.

4. ДЛЯ ЯКОГО ВОДНЕВОПОДІБНОГО ІОНУ СЕРІЯ ПАШЕНА БУДЕ ЗНАХОДИТИСЯ В ВИДИМОМУ ДІАПАЗОНІ?

- 1) He^+ ;
- 2) Li^+ ;
- 3) B^{++} ;
- 4) такого іону немає.

5. В ЯКОМУ СПЕКТРАЛЬНОМУ ДІАПАЗОНІ ЗНАХОДЯТЬСЯ СПЕКТРАЛЬНІ ЛІНІЇ СЕРІЇ БАЛЬМЕРА МЕЗОАТОМА ВОДНЮ?

- 1) ультрафіолетовий;
- 2) рентгенівський;
- 3) гамма.

Література

1. Матвеев А.Н. Атомная физика. - М.: Высш. Шк.-.1989. -489с. (§14).
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Атомная и ядерная физика. Часть 1- М.: Наука. - 1986. -416с. (глава 2 §9-16).
3. Белый М.У., Охрименко Б.А. Атомная физика. Киев.: «Вища шк.» . - 1984. -271с. (глава 4).
4. Гайда З.П. Атомна фізика.- Львів.: 1965. – 356с. (розділи III і V).
5. Харченко Н. П., Прокопенко О. В., Карлаш Г. Ю. Атомна фізика в задачах. Академдрук, - 2007. – 336с. (глава 5).

Глава 5. ХВИЛЬОВА ПРИРОДА МАТЕРІЇ

*«Від законів природи не сховаєшся».
Менар - стародавній грецький поет*

5.1. Передумови пізнання хвильової природи матерії. 5.1.1. Квантова природа випромінювання світла. 5.1.2. Квантова природа поглинання світла. 5.1.3. Короткохвильова границя неперервного спектра рентгенівських променів. 5.1.4. Ефект Комптона. 5.1.5. Некогерентне розсіяння квантів на електронах. 5.1.6. Оптико-механічна аналогія. 5.2. Гіпотеза та формула де Бройля. 5.3. Експериментальне обґрунтування хвильової природи матерії. 5.3.1. Досліди Рамзауера. 5.3.2. Досліди Девісона та Джермера по відбиттю електронів від граней монокристалів. 5.3.3. Досліди Томсона по проходженню електронів крізь тонкі плівки речовини. 5.4. Дифракція та інтерференція інших частинок та атомів. 5.5. Дифракція поодиноких електронів. 5.6. Визначення довжини хвилі матеріальних частинок із дослідів по дифракції електронів на кристалах. 5.7. Електронографія та нейтронографія. 5.8. Висновки. 5.9. Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.

5.1. Передумови пізнання хвильової природи матерії

До 20 років ХХ століття фізика накопичила значну кількість фактів для того, щоб стверджувати, що електромагнітні хвилі виявляють не тільки хвильові, але й корпускулярні властивості. Перерахуємо ці основні факти.

5.1.1. Квантова природа випромінювання світла

Німецький учений, лауреат Нобелівської премії **Макс Планк**, вивчаючи особливості випромінювання світла речовиною, встановив, що абсолютно чорне тіло *випромінює світлові хвилі квантами з енергією $h\nu$* .



ПЛАНК МАКС (1858-1947)

Німецький фізик-теоретик, основоположник квантової теорії.

Вчився в Мюнхенському та Берлінському університетах, в останньому прослухав курс лекцій фізиків Гельмгольца, Кірхгофа та математика Вейерштрасса. У 1879 став доктором філософії, представивши до захисту дисертацію "Про другий закон механічної теплоти." У своїй дисертаційній роботі розглянув питання про необоротність процесу теплопровідності і дав перше загальне фо-

рмулювання закону зростання ентропії. Через рік після захисту одержав право на викладання теоретичної фізики і п'ять років читав цей курс у Мюнхенському університеті. У 1885 став професором теоретичної фізики Кільського університету..

У 1896 Планк почав свої класичні дослідження в області теплового випромінювання. У процесі теоретичного обґрунтування експериментальних результатів Планк прийшов до приголомшуючого висновку: при випромінюванні енергія випускається чи поглинається не неперервно і не в будь-яких кількостях, а лише неподільними порціями - «квантами». При цьому енергія кванта пропорційна частоті коливання та новій фундаментальній сталій, яка має розмірність дії. Зараз цю фундаментальну константу називають сталою Планка. День 14 грудня 1900, коли Планк зробив доповідь у Німецькому фізичному товаристві про теоретичний висновок закону випромінювання, став датою народження квантової теорії і нової ери в природознавстві. Втім, теорія, запропонована Планком, як обґрунтування виведеної їм формули, не залучала уваги вчених аж до 1905, коли революційну ідею квантів використав А.Ейнштейн, поширивши її на сам процес випромінювання і пророчивши існування фотона. Сам же вчений наприкінці життя визнав, що багато років підряд намагався «як-небудь вмонтувати квант дії в систему класичної фізики», однак це йому не вдалося.

Велике значення мали роботи Планка по теорії відносності. У 1906 він вивів рівняння релятивістської динаміки, одержавши вираз для енергії й імпульсу електрона. Лауреат Нобелівської премії 1918р. з фізики «як знак вагомості його заслуг у розвитку фізики завдяки відкриттю квантів енергії».

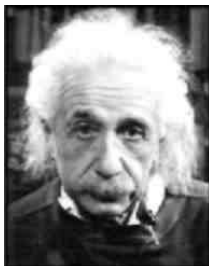
5.1.2. Квантова природа поглинання світла

Нобелівський лауреат 1922 року **Альберт Ейнштейн** в 1905 році, аналізуючи закони зовнішнього фотоефекту, встановив, що енергія фотоелектронів прямо пропорційна частоті діючого світла, тобто *світло (електромагнітна хвиля) поглинається квантами $h\nu$*

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - A, \quad (5.1)$$

де A – робота виходу метала.

Ейнштейн припустив, що *світло при розповсюдженні в просторі подібно сукупності якихось частинок, енергія яких визначається формулою Планка $h\nu$* . Згодом ці частинки отримали назву **квантів світла або фотонів (слово фотон було введено в 1929 р. фізиком Люїсом)**



ЕЙНШТЕЙН АЛЬБЕРТ (1879-1955)

Фізик-теоретик. Один з основоположників сучасної фізики.

Відомий насамперед як автор теорії відносності. Ейнштейн вніс також значний внесок у створення квантової механіки, розвиток статистичної фізики й космології.

Починаючи з 1905р у журналі "Аннали фізики" виходять роботи Ейнштейна, що принесли йому світову славу. З цього історичного моменту простір і час назавжди перестали бути тим, чим

були колись (спеціальна теорія відносності), квант й атом набули реальності (фото-ефект і броунівський рух), маса стала однією з форм енергії ($E = mc^2$).

В 1907 Ейнштейн поширив ідеї квантової теорії на фізичні процеси, не пов'язані з випромінюванням. Розглянувши теплові коливання атомів у твердому тілі й використовуючи ідеї квантової теорії, він пояснив зменшення теплоємності твердих тіл при зниженні температури, розробивши першу квантову теорію теплоємності. Ця робота допомогла В.Перисту сформулювати третій початок термодинаміки.

В 1916-1917 вийшли роботи Ейнштейна, присвячені квантовій теорії випромінювання, в яких він розглянув імовірності переходів між стаціонарними станами атома (теорія Н.Бора) і висунув ідею індукованого випромінювання. Ця концепція стала теоретичною основою сучасної лазерної техніки.

На Сольвейських конгресах 1927 й 1930 розгорілися гарячі, повні драматизму дискусії між Ейнштейном і Бором із приводу інтерпретації квантової механіки. Ейнштейн не зміг переконати ні Бора, ні більш молодих фізиків – Гейзенберга й Паулі в хибності, на його думку, їх теорій. З тих пір він стежив за роботами "копенгагенської школи" з почуттям глибокої недовіри. Статистичні методи квантової механіки здавалися йому "нестерпними" з теоретико-пізнавальної й "незадовільними" з естетичної точок зору. Починаючи із другої половини 1920-х років Ейнштейн приділяв багато часу й сил розробці єдиної теорії поля. Така теорія повинна була об'єднати електромагнітне й гравітаційне поля на загальній математичній основі.

На врочистому засіданні сесії ООН у Нью-Йорку в 1947 р. він заявив про відповідальність учених за долю миру, а в 1948 виступив зі зверненням, у якому призивав до заборони зброї масового ураження. Мирне співіснування, заборона ядерної зброї, боротьба проти пропаганди війни – ці питання займали Ейнштейна в останні роки його життя не менше, ніж фізика. Помер Ейнштейн у Принстоні (США) 18 квітня 1955. Його порох був розвіяний друзями в місці, що назавжди залишиться невідомим. Лауреат Нобелівської премії 1921р. з фізики «за заслуги перед теоретичною фізикою і особливо за відкриття закону фотоелектричного ефекту».

5.1.3. Короткохвильова границя неперервного спектра рентгенівських променів

Було також встановлено, що неперервний спектр рентгенівських променів - це електромагнітні хвилі з малою довжиною хвилі λ , має короткохвильову границю λ_{\min} (граничну частоту $\nu_{\max} = c/\lambda_{\min}$). На рис.5.1 схематично зображено загальний вигляд неперервного спектра рентгенівських променів при трьох напругах на антикатоді.

При потенціалах більших за критичні потенціали на тлі неперервного спектра рентгенівських променів з'являються лінії характеристичного спектра (лінії K_{α} і K_{β} на рис.5.1), природа яких буде розглядатися у 14-й главі.

Короткохвильова границя неперервного спектра (λ_{\min}) не залежить від матеріалу антикатода й лінійно залежить від напруги V , що прискорює електрони.

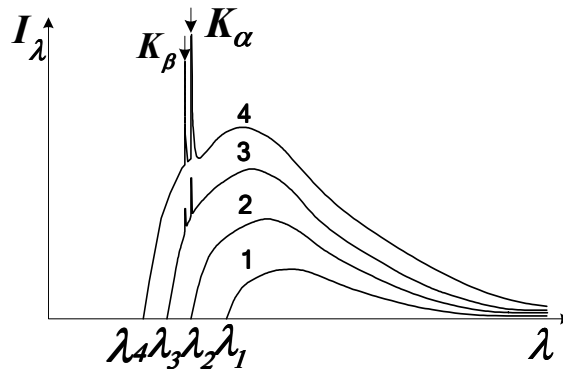


Рис.5.1. Суцільний спектр рентгенівських променів при різних напругах а антикатоді : $V_1 < V_2 < V_3 < V_4$.

Приклад такої залежності $\nu_{\max} = f(eV)$ у широкому інтервалі значень напруги, що прискорює електрони, наведений на *рис.5.2*. Прискорені електрони, що гальмуються на антикатоді, випромінюють електромагнітні хвилі з неперервним спектром.

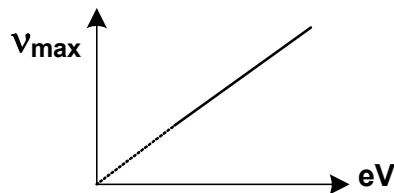


Рис.5.2. Залежність граничної частоти суцільного спектра рентгенівських променів від енергії електронів eV.

Максимальна енергія кванта рентгенівських променів не може бути більшою за кінетичну енергію електронів eV, які їх генерують при гальмуванні,

$$h\nu_{\max} = hc / \lambda_{\min} = eV . \quad (5.2)$$

Співвідношення (5.2) - це окремий випадок закону збереження енергії. З (5.2) легко отримати довжину хвилі короткохвильової границі неперервного рентгенівського спектра:

$$\lambda_{ep} = \frac{hc}{eV} = \frac{1,2345 [нм \times кеВ]}{V} \quad (5.3)$$

Лінійна залежність граничної частоти суцільного спектра рентгенівських променів від напруги V , що прискорює електрони, підтверджує квантовий характер випромінювання $h\nu$. Вона також використовується для **експериментального визначення сталої Планка h** . Сталий нахил цієї експериментальної кривої свідчить про не залежність e/h від V , тобто від швидкості електронів.

$$h = 2\pi\hbar = 6.62618 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 6.62618 \cdot 10^{-27} \text{ ерг} \cdot \text{с}.$$

5.1.4. Ефект Комптона

Фотон - квант електромагнітної енергії з енергією $h\nu$ згідно теорії відносності має певну масу mc^2 і **імпульс p** , бо між енергією E і імпульсом існує зв'язок (2.14),

$$E^2 = c^2 p^2 + (m_0 c^2)^2,$$

де c - швидкість світла, m_0 - маса спокою частинки, яка для фотона дорівнює нулеві ($m_{0f}=0$). Тоді

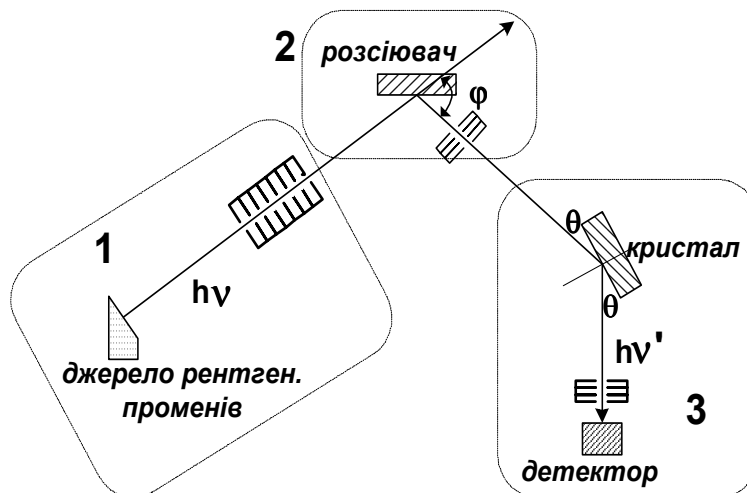


Рис.5.3. Схема апаратури для спостереження ефекту Комптона: 1 - джерело рентгенівських променів, 2 - розсіювач і діафрагми, що відділяють розсіяні промені під кутом ϕ , 3 - система для спектрального аналізу й детектування розсіяних рентгенівських променів.

$$\begin{aligned} (h\nu)^2 &= E^2 = c^2 p^2 \\ h\nu &= cp \end{aligned} \tag{5.4}$$

Наявність імпульсу фотона була експериментально показана американським вченим лауреатом Нобелівської премії **Артуром Холі Комптоном** у 1922 році.

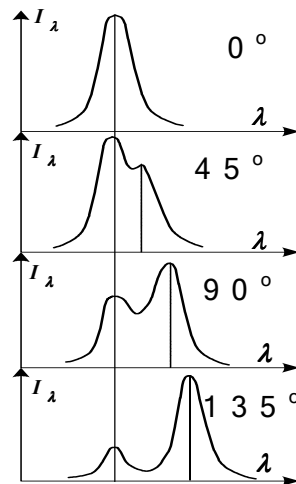


Рис.5.4. Спектральний розподіл розсіяних рентгенівських променів при різних кутах розсіяння ϕ .



КОМПТОН АРТУР ХОЛЛІ (1892-1962)

Американський фізик.

Закінчив Принстонський університет (1914). Працював викладачем фізики в університеті штату Мінесота, інженером-дослідником у фірмі «Westinghouse Lamp Co» у Пітсбурзі. У 1919 одержав державну стипендію, що дало йому можливість протягом року займатися науково-дослідною роботою в Кавендишській лабораторії в Кембриджі. З 1920 Комптон – професор фізики університету Джорджа Вашингтона в Сент-Луїсі, у 1923-1945 – Чикагського університету. У 1945-1953 – ректор університету Джорджа Вашингтона.

Роботи Комптона присвячені атомній фізиці, фізиці космічних променів. У 1920 у Кавендишській лабораторії Комптон почав дослідження розсіювання та поглинання рентгенівських променів і в 1923 відкрив ефект збільшення їхньої довжини хвилі при розсіюванні на слабкозв'язаних електронах (ефект Комптона). Дав пояснення ефекту (незалежно від П.Дебая), ґрунтуючись на представленні про електромагнітне випромінювання як потоку фотонів. З 1946 по 1948 був членом Комісії з вищої освіти при президенті США. Серед численних нагород Комптона – медалі Б.Румфорда (1927), Д.Юза (1940), Б.Франкліна (1940). Лауреат Нобелівської премії 1927 р. з фізики «за відкриття ефекту, названого його ім'ям».

У його дослідах вивчалось розсіювання жорстких (з дуже великими енергіями квантів) рентгенівських променів тілами, що складались з атомів легких елементів графіт, парафін тощо. Прилад для досліджень традиційно, як і в інших дослідах із розсіювання частинок, складався із трьох частин: джерела рентгенівських променів, що розсіюються, камери розсіювання та системи для збору, аналізу й детектування розсіяних променів. Він наведений на схематичному рис.5.3.

Джерелом рентгенівських променів у дослідах Комптона був молібденовий антикатод¹ рентгенівської трубки. Вузький рентгенівський промінь формувався діафрагмами. Його монохроматизація здійснювалась спеціальними фільтрами. Промінь з енергією квантів $h\nu$ крізь діафрагми надходив на поверхню речовини-розсіювача. Пі-

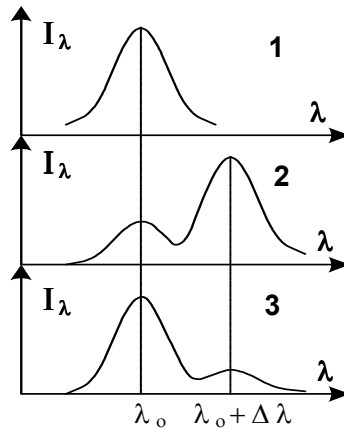


Рис.5.5. Лінія не розсіяних рентгенівських променів (1) та ефект Комптона для 2-х речовин, що розсіюють: 2 – Si і 3 – Cu; $\varphi = 135^\circ$.

сля розсіювання під кутом φ рентгенівські промені надходили до системи збору, аналізу й детектування. Спектральний розподіл розсіяних рентгенівських променів вимірювався за допомогою їхньої дифракція на грані кристалової ґратки. Зв'язок між довжиною хвилі рентгенівських променів λ або частотою ν і кутом ковзання до поверхні грані кристала θ встановлювався за допомогою формули Вульфа - Брега

$$2d \cdot \sin \theta = n\lambda, \quad (5.5)$$

¹ Антикато́д - анод рентгенівської трубки, на який подається, напруга, що прискорює електрони. Вони входять в його речовину, гальмуються і випромінюють гальмівний неперервний спектр рентгенівських променів.

де d -відстань між сітковими площинами в кристалі, яка залежить від типу кристала та його грані, λ - довжина хвилі, θ - кут ковзання до площини грані кристалу (§5.3.2). Вивчався спектральний розподіл інтенсивності розсіяних рентгенівських променів в залежності від довжин хвиль падаючих променів, матеріалу, що розсіює, і кута розсіювання φ .

В результаті проведених дослідів Комптон відкрив нове фізичне явище - розсіювання рентгенівських променів зі збільшенням їхньої довжини хвилі. Розсіяні рентгенівські промені мають більші довжини хвиль ($\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda > \lambda_0$), ніж ті, що падають (λ_0). Це явище було назване **ефектом Комптона**. У дослідях були **встановлені** такі **факти**:

- крім розсіяних рентгенівських променів із незмінною довжиною хвилі падаючих променів λ_0 , спостерігалися комптонівські розсіяні промені з більшою довжиною хвилі $\lambda_0 + \Delta\lambda$;
- збільшення довжини хвилі комптонівських розсіяних рентгенівських променів $\Delta\lambda$ зростало зі збільшенням кута розсіювання φ за законом $\Delta\lambda = A \cdot \sin^2(\varphi/2)$ (рис.5.4);
- $\Delta\lambda$ не залежало від λ_0 - довжини хвилі рентгенівських променів, що розсіюються;
- $\Delta\lambda$ не залежало від атомного номера речовини Z , що розсіює рентгенівські промені;
- збільшення атомного номера речовини Z , що розсіює рентгенівські промені, зменшувало, як це видно на рис.5.5, відношення інтенсивності комптонівського розсіювання рентгенівських променів до розсіювання без зміни довжини хвилі;
- одночасно з комптонівським розсіюванням рентгенівських променів виникають **електрони віддачі** з імпульсом $m_0\vec{v}$, які чітко спостерігаються за допомогою камери Вільсона.

Приклад кутового розподілу імпульсів електронів віддачі наведено на рис.5.6 для енергій квантів, що розсіюються, $h\nu = 256$ еВ. Вони розсіюються переважно вперед у напрямку розповсюдження рентгенівських променів. Їхній просторовий розподіл відрізняється від розподілу фотоелектронів, що видно при порівнянні рис.5.6.а і рис.5.6.б.

Класична фізика не змогла пояснити ефект Комптона, бо з точки зору класичної електродинаміки не може відбуватися розсіювання

електромагнітних хвиль зі зміною частоти. Але, якщо допустити, що рентгенівські промені це потік квантів електромагнітних хвиль з енергією $h\nu$ і імпульсом $\frac{h\nu}{c}$, то використання законів збереження та перетворення енергії й збереження імпульсу дозволяє кількісно отримати величину зменшення довжини хвилі $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ розсіяних рентгенівських променів.

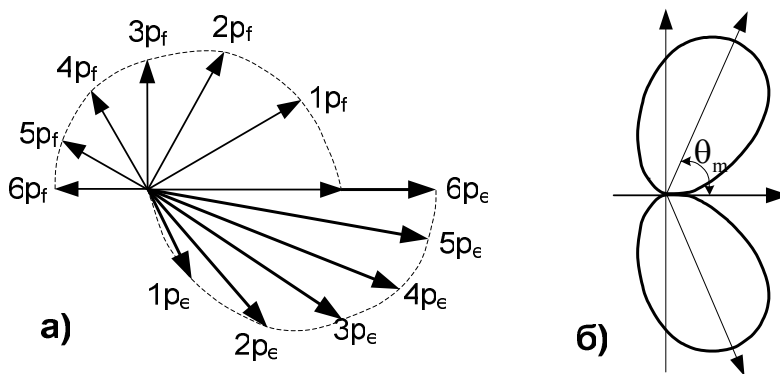


Рис.5.6. Схема просторового розподілу імпульсів розсіяних γ -квантів і електронів віддачі в ефекті Комптона (а) і фотоелектронів (б) ($h\nu = 256$ еВ).

Позначимо через $E_f, E'_f, \vec{p}_f, \vec{p}'_f$ енергії і імпульси фотона до й після пружного розсіяння відповідно, а через $E_e, E'_e, \vec{p}_e, \vec{p}'_e$ - відповідні величини для електрона (рис.5.7). Розглянемо випадок, коли вільний електрон до акту розсіяння знаходився в стані спокою, тобто коли його імпульс дорівнював нулеві $\vec{p}_e = 0$, тоді енергія електрона до взаємодії з рентгенівським квантом дорівнює $E_e = m_0c^2$. Запишемо закони збереження енергії й імпульсу для цього випадку

$$E_f + E_e = E'_f + E'_e \quad (5.6)$$

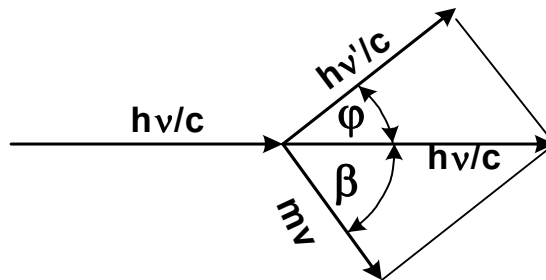


Рис.5.7. Схема складання імпульсів в ефекті Комптона.

$$\vec{p}_f = \vec{p}'_f + \vec{p}'_e \quad (5.7)$$

Комбінуючи формули (5.6) і (5.7), знаходимо

$$E_e'^2 - \vec{p}_e'^2 = \frac{(E_f - E'_f + E_e)^2}{c^2} - (\vec{p}_f - \vec{p}'_f)^2. \quad (5.8)$$

Скориставшись тим, що

$$\begin{aligned} \frac{E_e'^2}{c^2} - \vec{p}_e'^2 &= m_0^2 c^2 = Inv; \\ \frac{E_f^2}{c^2} &= \vec{p}_f^2; \quad \frac{E_f'^2}{c^2} = \vec{p}_f'^2 \quad \text{при } m_{f,0} = 0. \end{aligned} \quad (5.9)$$

зробимо деякі перетворення в (5.8).

Розкриємо дужки в (5.8) і підставимо (5.9) в (5.8)

$$m_0^2 c^2 = \vec{p}_f^2 + \vec{p}_f'^2 + m_0^2 c^2 - 2 \frac{E_f E'_f}{c^2} - 2 \frac{E_f E_e}{c^2} - 2 \frac{E_e E'_f}{c^2} - \vec{p}_f^2 - \vec{p}_f'^2 + 2 \vec{p}_f \vec{p}_f';$$

$$\frac{E_f E'_f}{c^2} + \frac{E'_f m_0 c^2}{c^2} - \frac{E_f m_0 c^2}{c^2} = \vec{p}_f \vec{p}_f';$$

$$\frac{h\nu h\nu'}{c^2} + h\nu' m_0 - h\nu m_0 = \vec{p}_f \vec{p}_f';$$

$$\nu - \nu' = 2\nu\nu' \frac{h}{c^2 m_0} \sin^2 \frac{\varphi}{2}; \quad \frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'} = 2 \frac{c^2}{\lambda\lambda'} \frac{h}{c^2 m_0} \sin^2 \frac{\varphi}{2};$$

Після розв'язку системи (5.8) і (5.9) остаточно отримаємо:

$$\Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad \text{де} \quad \Lambda = \frac{h}{m_0 c}. \quad (5.10)$$

Тут Λ - універсальна стала, яка називається комптонівською довжиною електрона. Вона чисельно дорівнює

$$\Lambda = \frac{h}{m_0 c} = 0,024 \text{ \AA}.$$

Комптонівську довжину можна також отримати, якщо прирівняти енергію електрона в спокої до енергії кванта, що розсіюється ($m_0 c^2 = h\nu = hc/\lambda$, $\lambda = h/m_0 c$). Вона є параметром, характерним для релятивіських процесів. Наприклад, коли електромагнітне поле, довжина

хвилі якого $\lambda < \Lambda$, то енергія його квантів стає більшою за енергію спокою електрона ($E = hc/\lambda > hc/\Lambda = hcm_0c/h = m_0c^2$), внаслідок чого стає можливим народження електронно-позитронних пар.

Таким чином, за допомогою використання законів збереження енергії та імпульсу **вдається пояснити:**

1. **збільшення довжини хвилі рентгенівських променів $\Delta\lambda$ при їхньому комптонівському розсіянні нерухожими електронами ;**
2. **незалежність $\Delta\lambda$ від Z - атомного номера речовини, що розсіює, та довжини хвилі рентгенівських променів λ_0 , що розсіюються;**
3. **залежність $\Delta\lambda$ від кута розсіювання φ ($\Delta\lambda = 2\Lambda \cdot \sin^2(\varphi/2)$);**
4. **появу електронів віддачі, їхню енергію й імпульс**
 $(\vec{p}'_e = \vec{p}'_f (\sin \varphi' / \sin \beta), \text{ або } \vec{p}' = \vec{p}_e (1 + \Delta\lambda / \lambda)^{-1})$;

5. **збільшення інтенсивності пружно розсіяння рентгенівських променів при λ_0 і зменшення інтенсивності для комптонівської компоненти розсіяння при $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$ для атомів із великими Z .** Якісно ці особливості пояснюються так. Внутрішні електрони сильно зв'язані й тому рентгенівський квант передає імпульс усьому атому, а не окремому електрону. Маса атома значно більша за масу електрона, тому зсув $\Delta\lambda$ у цьому разі дуже малий. Атом з усіма своїми електронами отримує імпульс від кванта, а його енергія при цьому залишається майже незмінною. Коливання електричного вектора рентгенівських променів наводить узгоджені коливання його електронів, внаслідок чого виникає когерентне розсіяння рентгенівських променів. Однак вільні електрони розсіюють рентгенівські промені не когерентно, наприклад, у атомів із малими атомними номерами електрони майже „вільні”, бо мають малі енергії зв'язку. При зростанні Z кількість сильно зв'язаних елект-

² Як видно з рис.5.6, $p'_e \cos \beta + p'_f \cos \varphi = p_f$. Тому $p'_e = p'_f \sin \varphi / \sin \beta$, де $\tan \beta = \sin \varphi / [\lambda' / \lambda - \cos \varphi] = \tan(\varphi/2) / [1 + h\nu / m_0c^2]$. Зростання енергії квантів призводить до зменшення кута β , тобто до „загострення” у напрямку хвильового вектора просторового розподілу електронів віддачі.

ронів збільшується. Тому відношення інтенсивності комптонівського розсіювання, що відбувається на майже вільних електронах, до інтенсивності розсіювання без зміни довжини хвилі, що відбувається на атомі, зростає при збільшенні атомного номера;

6. передбачити появу **зворотного ефекту Комптона**, який виникає внаслідок передачі енергії від електрона, що має значну кінетичну енергію, кванту, що розсіюється, енергія якого після акту розсіювання збільшується;
7. зрозуміти якісно, чому ефект Комптона спостерігається при значних енергіях рентгенівських квантів, тому що, по-перше, при збільшенні $h\nu$ зменшується довжина хвилі рентгенівських променів і

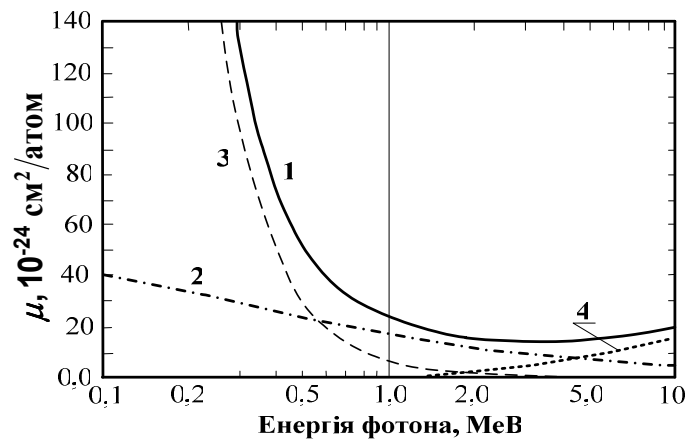


Рис.5.8. Залежність ефективного перерізу взаємодії γ-квантів у Рb від $h\nu$: 1- сумарний переріз, 2 - ефект Комптона, 3 – фотоэффект, 4 – народження пар.

стає легше вимірювати малі зсуви $\Delta\lambda$, коли вони наближаються до λ_0 , по-друге, при енергіях квантів значно більших, ніж енергія зв'язку електронів в атомі, можна знехтувати зв'язком і наближено вважати вільним електрон, що розсіює, по-третє, ефект Комптона спостерігається тоді, коли довжина хвилі стає значно меншою розміру атома, тобто, коли виконується умова $r/\lambda > 1$.

Цю умову можна записати інакше:

$r/\lambda = rp/h = rh\nu/ch > 1$, або $h\nu > ch/r \sim 10^4 \text{ eV}$. Дійсно, лише при $h\nu > 10 \text{ кеВ}$ вдається чітко спостерігати ефект Комптона.

За інтенсивністю ефект Комптона - явище другого порядку величини. Він чітко спостерігається в обмеженому діапазоні енергій квантів $10^4 < h\nu < 2 \times 10^6 \text{ eV}$, де його ефективний поперечний переріз стає

сумірним із перерізами фотоефекту а також народження пар частинок електрона й позитрона. При менших енергіях переважає фотоефект, а при більших - народження пар частинок електрона та позитрона (рис.5.8).

Таким чином, **ефект Комптона** має велике значення для атомної фізики, бо **експериментально показав, що кожний квант, крім енергії $h\nu$, має певний імпульс $h\vec{\nu}/c$** . Виявилось, що фотонам притаманні крім хвильових і корпускулярні властивості, тобто має місце **корпускулярно-хвильовий дуалізм**. Дослід також показав, що чим більше частота квантів ν , тим більш чітко проявляються корпускулярні властивості фотонів. При малих частотах (великих довжинах хвиль, коли $\lambda > a_0$) навпаки на перший план виступають явища, зв'язані із хвильовими властивостями, а саме: дифракцією й інтерференцією.

Розсіяння рентгенівських променів на атомах, що входять до складу кристалічних ґраток, *когерентне* й тому при розсіянні на кристалах ми спостерігаємо дифракцію й інтерференцію, а при розсіянні на вільних електронах, які рухаються незалежно один від одного розсіяння буде *некогерентним*.

5.1.5. Некогерентне розсіяння квантів на електронах

Некогерентне розсіяння електронів дозволяє визначити їхній радіус. Для цього достатньо використання ідей класичної електродинаміки. Дійсно, нехай електромагнітна хвиля рентгенівського діапазону довжин хвиль падає, як це показано на рис.5.9, на речовину, що розсіює. Розсіяна електромагнітна хвиля (рентгенівських променів) у точці А створює електричне поле з напруженістю

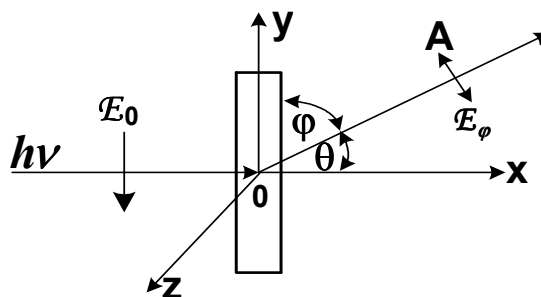


Рис.5.9. Схема розсіяння рентгенівських променів.

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_y &= \frac{e \left(\frac{eE_0}{m_0} \right)}{c^2 r} \sin \varphi = \frac{E_0}{r} \left(\frac{e^2}{m_0 c^2} \right) \sin \varphi = \frac{E_0}{r} r_e \sin \varphi, \\ \mathcal{E}_z &= \frac{E_0}{r} r_e.\end{aligned}\quad (5.11)$$

Тут $r_e = e^2 / m_0 c^2$ - класичний радіус електрона. Класична теорія не когерентного розсіювання розходиться з експериментом при малих кутах розсіювання, коли $\square\square\square^\circ$, бо необхідно враховувати інтерференцію хвиль, що розсіюються сусідніми електронами атомів. Потік рентгенівських променів, що створюється кожною складовою електричного поля, знайдемо інтегруванням вектора Умова-Пойтинга

$$I_{y,z} = \frac{c}{4\pi} [\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}}] = \frac{c \mathcal{E}_{y,z}^2}{4\pi}.$$

Оскільки коливання E_y і E_z не когерентні, то повний потік $I = I_x + I_y$ є сумою потоків I_x і I_y :

$$I = \int_0^\pi I(E_y) 2\pi r^2 \sin \theta d\theta + \int_0^\pi I(E_z) 2\pi r^2 \sin \theta d\theta. \quad (5.12)$$

Підставимо в (5.12) вирази для $I(E_y)$ і $I(E_z)$

$$\begin{aligned}I(\mathcal{E}_y) &= \frac{c}{4\pi} \frac{\mathcal{E}_y^2 r_e^2}{r^2} \sin^2 \varphi \\ I(\mathcal{E}_z) &= \frac{c}{4\pi} \frac{\mathcal{E}_z^2 r_e^2}{r^2}\end{aligned}\quad (5.13)$$

Після інтегрування

$$I = \frac{8}{3} n I_0 \pi r_e^2 = \frac{8}{3} I_0 n \sigma_e, \quad (5.14)$$

де $\frac{1}{2} I_0 = I_y = I_z = \frac{c}{4\pi} \mathcal{E}_{y,z}^2$, σ_e - ефективний переріз розсіювання рентгенівських променів електроном, а n - концентрація електронів, котрі розсіюють рентгенівські промені.

Аналізуючи формулу (5.14), можна дійти до висновку, що розсіювання рентгенівських променів відрізняється від розсіювання світла тим, що *ефективний переріз розсіювання $\sigma_e = \pi r_e^2$ не залежить від*

довжини хвилі λ , тоді як розсіяння світла Релея обернено 4-й степені довжини хвилі ($\sigma_{\text{світла}} \sim \lambda^{-4}$). Ця відмінність виникає через великої різниці в довжинах хвиль, що розсіюються. Рентгенівські хвилі мають $\lambda < r_{\text{атома}}$, а світлові хвилі мають $\lambda > r_{\text{атома}}$. Рентгенівські хвилі розсіюються на вільних електронах не когерентно, тому що рух вільних електронів незалежний, і тому розсіяння на них також незалежно. При не когерентному розсіянні хвилі **поляризуються**.

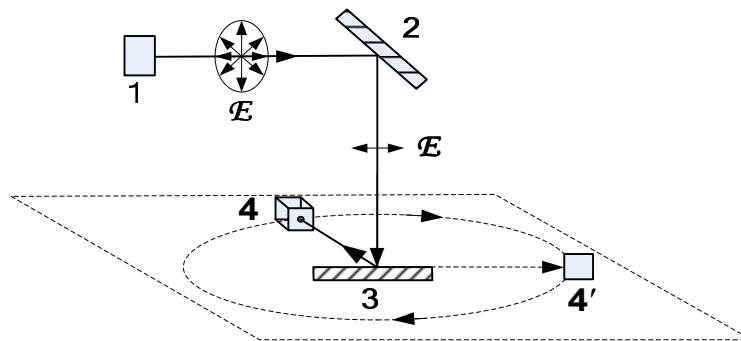


Рис.5.10. Схема визначення поляризації рентгенівських променів: 1 – джерело променів, 2 – 1-й розсіювач, 3 – 2-й розсіювач, 4 і 4' – два положення детектора розсіяних рентгенівських променів.

Це було безпосередньо доведено дослідями Баркла. Пояснення **поляризації** при розсіянні рентгенівських хвиль також не потребує нових ідей, бо воно природно пояснюється за допомогою електродинаміки взаємодії електромагнітних хвиль із речовиною. Згідно електродинаміки, розсіювання можна розглядати як випромінювання вторинних електромагнітних хвиль електронами, що коливаються під дією електричного поля первинної електромагнітної хвилі. Електрон під час свого коливного руху випромінює поляризовані хвилі, електричний вектор яких знаходиться в площині коливання електрона, тому у двох положеннях детектора 4 і 4' інтенсивність розсіяних електромагнітних хвиль буде різною.

Когерентне розсіювання рентгенівських хвиль спостерігається тоді, коли вторинні хвилі, що генеруються коливаючимися електронами речовини, яка розсіює, будуть когерентними. При розсіюванні утворюватимуться вторинні електромагнітні хвилі з тією ж частотою, й не будуть створюватися хвилі із дуже широким розкидом фаз. Цей випадок має місце при розсіюванні рентгенівських променів зв'язаними електронами, коли первинна рентге-

нівська хвиля викликає узгоджені коливання зв'язаних електронів. У цьому випадку вторинні рентгенівські хвилі, які випромінюються електронами, збудженими первинною хвилею, інтерферують із падаючою рентгенівською хвилею й між собою. У наслідок інтерференції утворюється просторовий перерозподіл інтенсивності хвиль у вигляді лауеграм або дебаєграм. Дійсно, при розсіянні рентгенівських хвиль на кристалах спостерігаються дифракційні картини, що свідчить про когерентний характер їхнього розсіювання.

Таким чином, за виключенням ефекту Комптона, розсіювання рентгенівських променів можна розглядати за допомогою класичної електродинаміки. Такий розгляд дозволяє з дослідів розсіювання рентгенівських променів електронами визначити ефективний переріз розсіювання електрона σ_e й зв'язаний із ним **радіус електрона** $r_e = (\sigma_e / \pi)^{1/2} = e^2 / m_0 c^2$, який збігається із класичним радіусом електрона.

Ефект Комптона, у якому при розсіюванні рентгенівських променів з'являються без запізнення релятивістські електрони віддачі, вимагає від нас, якщо ми використовуємо лише засади класичної фізики, уявити собі неймовірну подію, яка полягає в стисканні електромагнітної хвилі в згусток енергії при взаємодії її з окремим електроном. Тому дослід *Комптона* примушують нас **визнати квантову точку зору, згідно якої комптонівське розсіювання й електрони віддачі з'являються в акті одиночної взаємодії фотона й окремого електрона.**

5.1.6. Оптико-механічна аналогія

«-Важко уявити собі, щоб на коні
жили миші,- сказала Аліса.
-Важко,- відповів Білий Лицар,-
але можна».

Л.Керролл.

Ще в кінці XVIII століття була формально встановлена аналогія між механічними та оптичними властивостями речовини. **Оптико-механічна аналогія** полягає в тому, що механічні явища можна описувати, як розповсюдження електромагнітних хвиль у середовищі зі складним розподілом показника заломлення $n(r)$ або навпаки - оптичні властивості можна описувати, як механічні явища в полі імпульсів $p(r)$. Вона полягає в тому, що формули для опису механічних і оптичних явищ виявились подібними. Дійсно, згідно принципу **Моперт'юї**³ кожна матеріальна частинка в полі сил з усіх шляхів вибирає такий, уздовж якого інтеграл дії найменший:

$$\delta \int_A^B \sum_1^2 p_i dq_i = 0, \quad (5.15)$$

де p_i та q_i - узагальнені імпульси та координати частинки (тіла). А згідно принципу **Ферма**⁴ світлові промені розповсюджуються в середовищі з показником заломлення $n(x)$ по такому шляху, уздовж якого оптичний шлях мінімальний, тобто вздовж якого інтеграл оптичного шляху мінімальний, тобто

$$\delta \int_A^B n(r) dr = 0. \quad (5.16)$$

Вирази (5.15) і (5.16) мають однаковий вигляд, якщо $n(r)$ і $p_i(q_i)$ еквівалентні функції. Саме в цьому й полягає оптико-механічна аналогія, тому що рівняння для оптичних променів зводиться до механічного

³ П'єр Луї Моро Моперт'юї (1698-1759pp) - французький учений, фізик, астроном, геодезист, іноземний член Петербурзької АН (1738р). Працював в Берліні, першим сформулював принцип найменшої дії.

⁴ Ферма П'єр (1601-1665pp) - французький математик та правник, один із творців аналітичної геометрії і теорії чисел (теорема Ферма), мав значні праці з теорії ймовірностей, автор принципу Ферма в оптиці.

рівняння, якщо замість поля показників заломлення $n(r)$ увести поле імпульсів $p(r)$. До XX століття оптико-механічна аналогія залишалась формальною подібністю між механікою та оптикою. Проте вона могла відбивати якісь властивості природи, які ще не були відкриті. Це питання до XX століття залишалось без відповіді.

У XX столітті був відкритий ефект Рамзауера (§2.11). Для його пояснення треба було допустити, що *електрони мають хвильові властивості з довжиною хвилі обернено пропорційної їхній швидкості*. Наступними дослідженнями К. Д. **Девісона⁵** і **Лестера Джермера та Дж. Паджета Томсона⁶** було доведено, що *електрони дифрагують на кристалевих ґратках твердих тіл*. У подальших дослідженнях виявилося також, що *електрони заломлюються, інтерферують і дифрагують, тобто виявляють **хвильові властивості***. Експериментально доведено, що *хвильові властивості притаманні не тільки електронам, але й іншим частинкам, незалежно від їхнього заряду та маси*. Усі ці дослідження свідчили, що оптико-механічна аналогія відбиває якісь нові риси, притаманні електронам і іншим елементарним частинкам, які виходять за межі ідей класичної фізики. Потрібна була нова гіпотеза, нова парадигма (або модель постановки проблеми), яка дозволила б поєднати корпускулярні (локальні) властивості об'єктів із хвиловими (не локальними) його властивостями. Це було зроблено французьким ученим лауреатом Нобелівської премії 1929 року **Луї Віктором де Бройлем**. Він у 1924 році висловив свою славнозвісну гіпотезу про те, що *кожне матеріальне тіло (електрони, інші частинки, атоми, молекули) мають як корпускулярні, так і хвильові властивості*.



БРОЙЛЬ ЛУЇ ДЕ (1892-1987)

Французький фізик.

У 1909 одержав ступінь бакалавра історії в Паризькому університеті. Зацікавився точними науками. Після служби в армії в роки Першої світової війни працював у лабораторії брата – Моріса де Бройля, де займався дослідженням високочастотного випромінювання. Результатом цих робіт стала докторська дисертація “

⁵ Девісон Клінтон Джозеф - американський фізик, лауреат Нобелівської премії з фізики 1937р, яку отримав разом з Джоржем Паджетом Томсоном «за експериментальне відкриття дифракції електронів на кристалах. Працював разом з Лестером Джермером.

⁶ Джорж Паджет Томсон - англійський фізик, син Дж. Дж. Томсона, лауреат Нобелівської премії з фізики 1937р. разом з К. Д. Девісоном за експериментальне відкриття явища інтерференції при відбитті електронів від кристалів.

Дослідження в області квантової теорії". У 1923, поширивши ідею А.Ейнштейна про двоїсту природу світла на речовину, припустив, що потік матеріальних частинок повинний володіти й хвильовими властивостями, зв'язаними з їх масою й енергією (хвилі де Бройля). Експериментальне підтвердження цієї ідеї було отримано в 1927 у дослідх по дифракції електронів у кристалах, а пізніше вона набула практичного застосування при розробці магнітних лінз для електронного мікроскопа. Концепцію де Бройля про корпускулярно-хвильовий дуалізм використовував Е.Шедінгер при створенні хвильової механіки.

З 1928 по 1962 де Бройль був професором Паризького університету. У 1933 став членом Французької академії наук, а в 1942р – одним з її постійних секретарів. Багато займався питаннями освіти, організував при інституті Анрі Пуанкаре центр по вивченню сучасної теоретичної фізики. Автор популярних видань по фізиці, у тому числі відомої книги "Нова фізика і кванти ". Лауреат Нобелівської премії 1929р. з фізики «за відкриття хвильової природи електронів».

Ця революційна гіпотеза дозволила пояснити дифракцію, інтерференцію та інші хвильові прояви частинок, показала не формальний характер оптико-механічної аналогії, бо відтепер оптико-механічна аналогія відображає властивості матерії, і є проявом її сутності.

5.2. Гіпотеза та формула де Бройля

Висновок, що частинки мають корпускулярні й хвильові властивості потребував відповідного співвідношення, яке б зв'язувало їхні корпускулярні й хвильові властивості. Воно повинно бути релятивістським, тобто інваріантним до перетворень Лоренца.

Стан руху матеріальної частинки характеризується чотирьохвимірним вектором енергії-імпульсу

$$(p, E/c) \rightarrow (p_x, p_y, p_z, iE/c) \quad (5.17)$$

Плоска хвиля характеризується, із іншого боку, сукупністю таких чотирьох величин:

$$(k, E/c) \rightarrow (k_x, k_y, k_z, i\omega/c) \quad (5.18)$$

де $\mathbf{k} = 2\pi/\lambda$ - хвильовий вектор, ω - частота, c - швидкість світла, E - повна енергія, \mathbf{p} - імпульс, тобто хвиля теж має чотирьохвимірну величину подібну до чотирьохвимірного вектора енергія-імпульс. Для того, щоб $(\mathbf{k}, E/c)$ був чотирьохвимірним вектором, потрібно, щоб цей вектор теж був інваріантним до перетворень Лоренца. Це виконується тоді, коли окремі складові цього вектора відрізняються від складових вектора імпульс-енергія сталим множником:

$$\frac{p_{x,y,z}}{k} = \frac{E}{\omega} = h' \quad (5.19)$$

$$E = \hbar' \omega \quad (5.20)$$

або

$$p = \hbar' k \quad (5.21)$$

Співвідношення (5.20) та (5.21) збігаються з аналогічними співвідношеннями для фотонів (квантів електромагнітних хвиль)

$$E = \hbar \omega \quad (5.20')$$

$$p = \hbar \omega / c = \hbar k. \quad (5.21')$$

де $\hbar = h / 2\pi = 1.05 \times 10^{-27} \text{ ерг} \times \text{с}$ - стала Планка. **Луї де Бройль, формулюючи свою гіпотезу, допустив, що подібність між фотонами й частинками настільки повна, що**

$$\hbar = \hbar' \quad (5.22)$$

Наступні експерименти й подальший розвиток фізики підтвердили це припущення, а співвідношення

$$E = \hbar \omega \quad p = \hbar k. \quad (5.23)$$

отримали назву **формул де Бройля**. Із цих формул легко знайти формулу де Бройля для довжини хвилі де Бройля

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}. \quad (5.23^*)$$

Зробимо оцінки довжин хвилі де Бройля. У нерелятивістському випадку, коли $v/c < 1$, швидкість електрона визначиться його прискорюючим потенціалом V :

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m_0}}. \quad (5.23^{**})$$

Підстановка цього виразу для швидкості у формулу де Бройля (5.23*) дає:

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eV}}, \text{ якщо підставити значення фундаменталь-}$$

них констант в системі СІ, то $\lambda = \sqrt{\frac{150}{V}} \cdot 10^{-10} \text{ м}$, або $\lambda = \sqrt{\frac{150}{V}} \cdot \text{Å}$, де

V в вольтах.

У релятивістському випадку потрібно враховувати залежність $m(v)$. У цьому разі треба використовувати релятивістські вирази для кінетичної енергії та залежності маси від швидкості електрона:

$$E_k = eV = mc^2 - m_0 c^2$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

де $\beta = v/c$. Розв'язавши ці два рівняння відносно β або v , отримаємо релятивістський вираз для довжини хвилі де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eV}} \frac{1}{\sqrt{1 + eV/2m_0 c^2}} \cong \sqrt{\frac{150}{V}} \left(1 - 0,489 \times 10^{-6} V\right) [\text{Å}], \quad V - \text{ в вольтах.}$$

У таблиці 5.1 наведені чисельні значення довжин хвиль де Бройля для електронів із різними значеннями енергії eV.

Таблиця 5.1. Довжини хвилі де Бройля електронів різних енергій

eV[eB]	1	10	100	200	1000	10 ⁴	10 ⁵
λ [Å]	12,2	3,9	1,2	0,86	0,39	0,12	3,7×10 ⁻²

Аналізуючи цю таблицю а також формулу (5.23) для довжини хвилі де Бройля, можна дійти до таких **висновків**.

(1) **Макротіла** зі скінченими масами, наприклад, $m=1\text{г}$ **мають дуже малі довжини хвиль де Бройля** навіть, якщо вони рухаються зі швидкістю звука ($\lambda \cong 6 \times 10^{-27} \times 10^{-4} = 6 \times 10^{-31} \text{см}$). Вони **поводяться, як класичні тіла**, бо не має змоги створити перепони або ґратки, на яких вдавалося б спостерігати їхню дифракцію.

(2) Надзвичайно **швидкі елементарні частинки**, наприклад, **електрони при великих швидкостях мають** також надзвичайно **малі значення довжин хвиль де Бройля**, тому що при $v \rightarrow \infty$ $\lambda \rightarrow 0$. Це означає, що **такі частинки будуть виявляти корпускулярні властивості**.

(3) Для **електронів з енергіями $eV < 100 \text{eV}$ довжини хвиль де Бройля стають сумірними з атомними розмірами, тому за цих умов найпростіше спостерігати та виявляти їхні хвильові властивості**.

(4) Для **нейтронів та протонів**, маси яких у **1836** більші за маси електронів, **довжини хвиль де Бройля стають сумірними з атомними розмірами при енергіях менших, ніж 0,1 eV**. Тому їхні хвильові властивості на атомних ґратках можна спостерігати у випадку повільних (холодних) протонів та нейтронів.

5.3. Експериментальне обґрунтування хвильової природи матерії

5.3.1. Досліди Рамзауера

Досліди **Рамзауера** по розсіюванню повільних електронів розрідженими газами призвели до відкриття ефекту Рамзауера. Цей ефект розглядався в розділі 2.11 і було показано, що класична фізика не змогла його пояснити. *Прозорість атомів для повільних електронів могла бути зрозумілою, якщо допустити, що електрони мають хвильові властивості, і довжина їхньої хвилі стає сумірною з розмірами атомів.* У цьому разі спостерігаються дифракція й інтерференція хвиль де Бройля. ***Хвильові властивості електронів дозволяють зрозуміти деталі ефекту Рамзауера.***

5.3.2. Досліди Девісона та Джермера по відбиттю електронів від граней монокристалів

Американські вчені Нобелівський лауреат **Клінтон Девісон** та **Лестер Джермер** в 20-х роках XX століття вивчали пружне розсіювання електронів з енергіями 20-600 eV на кристалах нікелю. Схема їхнього приладу зображена на рис.5.11. Принципово він схожий на типові прилади для спостереження розсіювання електронів.

Він складається із джерела електронів з енергією eV (1), камери для розсіювання електронів, у якій знаходиться кристал, що досліджується (2), і система детектування розсіяних електронів (3). У приладі можна було змінювати кути падіння β та виходу розсіяних електронів α , а також азимутальний кут φ - кут обертання детектора навколо кристала.

Досліди проводились при сталій енергії електронів або при сталому кутові їхнього падіння. ***Для цих двох випадків були отримані такі результати.***

1. При сталій енергії електронів **$eV = \text{Const}$** (рис.5.12).

- На полярних діаграмах просторового розподілу розсіяних електронів $I_{\text{детектора}} = f(\alpha)$ при певних кутах α спостерігались максимуми, як це видно на рис.5.12.

- Кут α_{max} , при якому утворювався максимум інтенсивності розсіяних електронів, залежав від їхньої енергії (eV), кута падіння на поверхню кристала (β) по відношенню до її нормалі, азимутального кута φ та природи поверхні кристала.

- На аморфній поверхні полярна діаграма розсіювання була монотонною без максимумів.
- Зміна азимутального кута φ при всіх інших сталих параметрах досліду призводила до зникнення максимумів. Проте вони знову утворювалися при інших азимутальних кутах. Кількість максимумів (φ_m) визначалася симетрією кристалу. Наприклад, для простих кубічних кристалів максимуми спостерігалися при таких чотирьох азимутальних кутах $\varphi_1, \varphi_1 + \pi/2, \varphi_1 + 3\pi/2, \varphi + 2\pi$ (рис.5.13), для графенцентрованої ґратки при трьох азимутальних кутах $\varphi_1, \varphi_1 + 2\pi/3, \varphi_1 + 4\pi/3$.

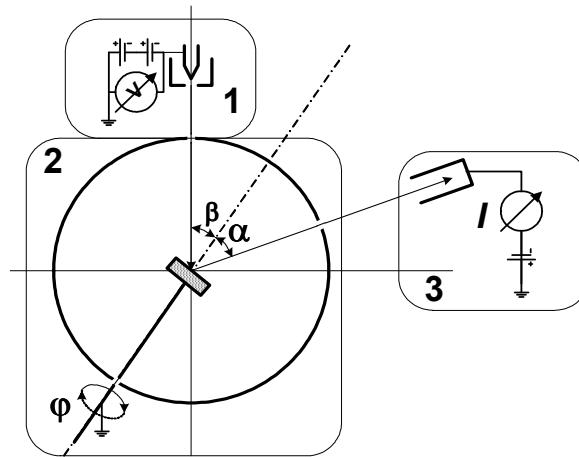


Рис.5.11. Схема приладу Девісона і Джермера.

2. При сталому кутові падіння $\beta = const$ (рис.5.14).

- Зміна енергії електронів (прискорюючої напруги V) призводила до немонотонної зміни інтенсивності пучка розсіяних електронів. На цій залежності спостерігалася система максимумів, як це наведено на схематичному рис.5.14.
- Аморфізація поверхні приводила до зникнення максимумів та мінімумів, і залежність ставала пальною.
- Положення максимумів на шкалі прискорюючих напруг V відносилось як ряд простих чисел

$$\sqrt{V_{m1}} : \sqrt{V_{m2}} : \sqrt{V_{m3}} \dots = 3 : 4 : 5 : \dots \quad (5.24)$$

При чому, чим більше V_m , тим точніше виконується співвідношення (5.24). Розрахункові положення максимумів на рис.5.14 вказані стрілками для того, щоб проілюструвати це твердження. Оскільки розходження експерименту й розрахунку носять систематичний характер, то це вказує, що в розрахунку не враховано якийсь фактор. Таким фактором, що впливає на просторовий розподіл інтенсивності розсіяних електронів, як буде нижче показано, може бути заломлення хвиль де Бройля.

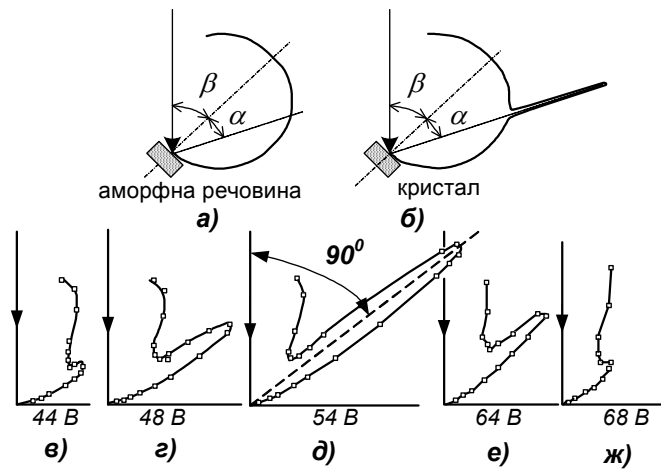


Рис.5.12. Полярні діаграми просторового розподілу розсіяних електронів поверхнями речовини: а) аморфної, б) кристалічної, в-ж) кристалічної при різних енергіях електронів.

Аналізуючи результати дослідів Девісона та Джермера, можна дійти до таких двох висновків:

- по-перше, класична фізика не змогла пояснити ці досліді;
- по-друге, їхні результати нагадують результати дослідів взаємодії рентгенівських променів із твердим тілом, де виявилися хвильові властивості рентгенівських променів, які дифрагують та інтерферують.

Ці висновки наштовхнули дослідників використати гіпотезу де Бройля для пояснення дослідів Девісона й Джермера, згідно якої електрони з енергією eV мають хвильові властивості з довжиною хвилі.

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \sqrt{\frac{150 \left[\left(\text{\AA} \right)^2 \cdot \text{В}^{-1} \right]}{V}} \quad (5.25)$$

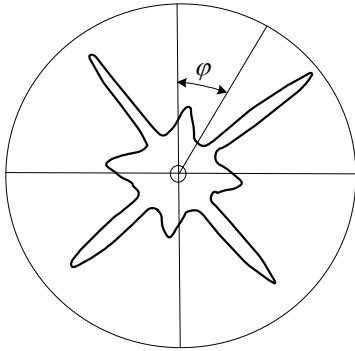


Рис.5.13. Залежність $I(\varphi)$ для Cu.

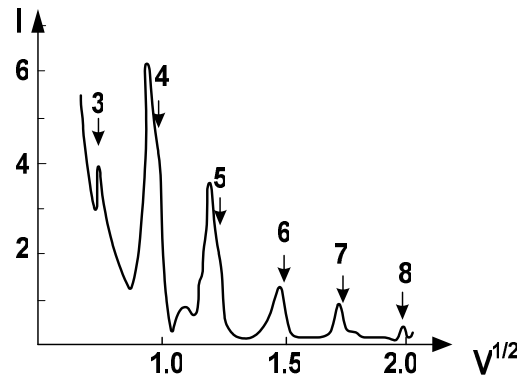


Рис.5.14. $I(V)$ при $a=b=Const.$

Взаємодія хвиль де Бройля з кристалом повинна, як і у випадку рентгенівських променів, призводити до появи інтерференційних максимумів. Кутове положення цих максимумів повинно визначатись формулою Вульфа-Брегга $2d \cdot \sin \theta = m\lambda$, (5.26)

де λ - довжина хвилі де Бройля, d - відстань між сітковими площинами кристала, θ - кут ковзання електронів, який у нашому випадку дорівнює кутіві $\pi/2 - \beta = \pi/2 - \alpha = \theta$, m - порядок інтерференції, яке набуває ряд цілих чисел $m = 1, 2, 3, 4, \dots$.

Щоб нагадати, як доводиться формула Вульфа-Брегга, на рис.5.15 наведений приклад двох сіткових площин - площин з однаковим розподілом атомів, де показана різниця ходу між двома хвильовими променями 1 і 2. Відстань d залежить від параметра ґратки та індексів Міллера⁷ h, k, l :

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

⁷ Індеси Міллера - прості числа h, k, l , якими прийнято позначати грані кристала. Якщо початок координат знаходиться на одному із вузлів просторової ґратки, а за осі x, y, z - будь-які три ряди вузлів, то сіткова (вузлова) площина може бути паралельно перенесена так, що в новому положенні вона буде відсікати на осях відрізки ma, nb, pc , де m, n, p - прості числові параметри грані і **a, b, c** - одиниці по осям x, y, z , які дорівнюють найменшим відстаням між вузлами. Індеси Міллера - це величини, обернені до m, n, p , тобто $h:k:l = 1/m:1/n:1/p$. Міллерівська грань описується рівнянням $hx+ky+lz=0$.

Підставивши в формулу (5.26) λ із формули (5.25) отримаємо, що значення $\sqrt{V_m}$, при яких спостерігаються максимуми залежності

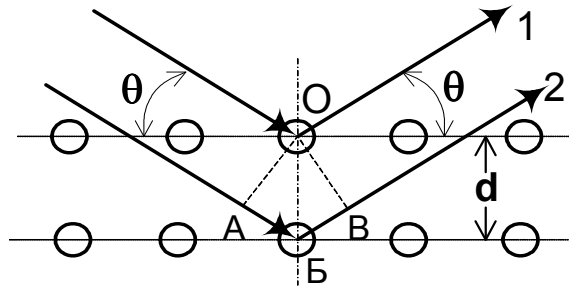
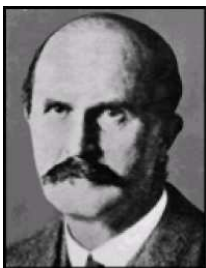


Рис.5.15. Схема утворення різниці ходу між двома променями, що відбиваються від двох сіткових площин: $AB=BB=OB \cdot \sin\theta=d \cdot \sin\theta$.

$I(\sqrt{V})$, відносяться як ряд простих чисел, що спостерігається експериментально:

$$\frac{m}{\sqrt{V_{m,i}}} = \text{Const}.$$

Стає зрозумілою також залежність появи максимумів від азимутального кута ϕ . Вона є проявом симетрії кристала, тому що при певних азимутальних кутах для кожної сингонії буде мати місце однаковий розподіл атомів в елементарній комірці кристала. Наприклад, для кубічного кристала зміна азимутального кута дає 4 таких кутів, для гексагональних кристалів - 6 таких кутів тощо.



БРЕГГ ВІЛЬЯМ ГЕНРІ (1862-1942)

Англійський фізик.

Закінчив Трініті-коледж Кембріджського університету (1885). З 1886 – професор університету Аделаїди (Австралія), з 1909 – Лідського, з 1915 – Лондонського університетів, з 1923 – професор Королівської асоціації.

Перші роботи Брега присвячені визначенню довжини пробігу α -частинок і створюваної ними питомої іонізації на різних відстанях від джерела випромінювання (крива Брега). У 1912 разом із У.Л.Бреггом вперше використовував дифракцію рентгенівських променів на кристалах для дослідження кристалічних структур. Аналізуючи відображення монохроматичного рентгенівського випромінювання від різних перетинів кристалічних ґраток, вчені визначили характеристики цього випромінювання і тип симетрії ґратки. У 1913 Брегг сконструював перший рентгенівський спектрометр. Усі ці роботи поклали початок рентгеноструктурному аналізу та рентгенівській спектроскопії.

У 1920 був зведений у лицарське достоїнство.

Нагороджений медалями Б.Румфорда (1916), Коплі (1930). Лауреат Нобелівської премії 1915р. з фізики (разом із сином Вільямом Лоренсом Бреггом) «за внесок у вивчення структури кристалів за допомогою рентгенівських променів».



БРЕГГ ВІЛЬЯМ ЛОРЕНС (1890-1971)

Англійський фізик.

Вчився в Аделаїдському та Кембріджському університетах (останній закінчив з відзнакою в 1912). У 1919-1937 – професор Манчестерського університету (змінив на цій посаді Е.Резерфорда), у 1937-1938 – директор Національної фізичної лабораторії, у 1938-1953 – професор і директор Кавендишської лабораторії, у 1954-1966 – директор Королівської асоціації.

Роботи Брегга присвячені теорії дифракції рентгенівських променів, рентгеноструктурному аналізу, фазовим переходам у металах і сплавах, структурі білків. У 1913 незалежно від Ю.В.Вульфа вивів рівняння, що зв'язує кут відбиття рентгенівських променів від системи паралельних кристалографічних площин з відстанню між цими площинами (умова Вульфа-Брегга). Розробив методи розшифровки рентгенограм за допомогою перетворення Фур'є, визначив структуру багатьох силікатів. У 1939, використовуючи рентгенівське випромінювання, одержав оптичне зображення атомної структури кристала, передбачивши створення голографії. Разом із Дж.Берналом та Л.Полінгом визначив за допомогою рентгеноструктурного аналізу структуру гемоглобіну, поклавши початок великим структурним дослідженням біомолекул. Був нагороджений медалями Д.Юза (1931), Коплі (1966), Королівською медаллю (1946). Лауреат Нобелівської премії 1915 р. з фізики «за внесок у вивчення структури кристалів за допомогою рентгенівських променів».

Гіпотези, які використовуються для трактовки результатів дослідів, стають загально визнаними тоді, коли наступні наближення дають краще узгодження розрахункових та експериментальних даних. Перевіримо, чи не можна, врахувавши **заломлення електронних променів** при їхньому проходженні поверхні кристала (рис.5.16), визначити більш точно положення V_m , використовуючи, які раніше, гіпотезу де Бройля та формулу Вульфа-Брегга.

Добре відомо, що на поверхні твердого тіла має місце стрибок потенціалу W , який перешкоджає електронам виходити із твердих тіл (рис.5.16).

Поверхневий стрибок потенціалу призводить до таких змін у взаємодії електронів з кристалом:

- заломлення електронних хвиль де Бройля,
- збільшення енергії електронів у твердому тілі, що зменшує їхню довжину хвилі де Бройля у твердому тілі ($\lambda' \neq \lambda$).

Скориставшись законом заломлення хвиль Снеліуса-Декарта

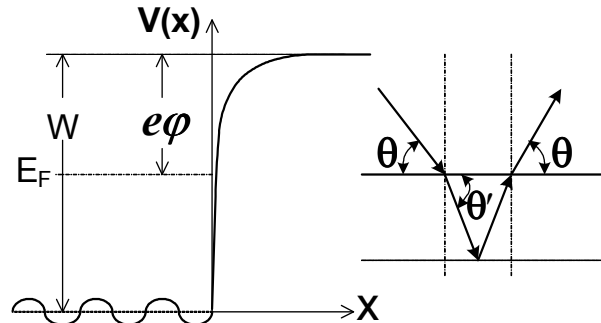


Рис.5.16. Хід поверхневого потенціалу $V(x)$ і заломлення електронних променів на поверхні твердого тіла.

$$\frac{\sin(\pi/2 - \theta)}{\sin(\pi/2 - \theta')} = \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} = \sqrt{\frac{V+W}{V}} = \sqrt{1 + \frac{W}{V}}$$

і новим значенням довжини хвилі де Бройля в твердому тілі

$$\lambda' = \sqrt{\frac{150}{V+W}}, \quad (5.27)$$

запишемо формулу Вульфа-Брегга для електронів усередині твердого тіла:

$$2d \cdot \sin \theta' = m \lambda'. \quad (5.28)$$

Перейдемо в (5.28) від змінних θ' і λ' до θ і λ , які вимірюються зовні. В цьому разі формула Вульфа-Брегга матиме вигляд:

$$2d \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \theta}{1 + W/V_m}} = m \sqrt{\frac{150}{V_m} \left(\frac{1}{1 + W/V_m} \right)} \quad (5.29)$$

$$2d \sqrt{\sin^2 \theta + \frac{W}{V_m}} = m \sqrt{\frac{150}{V_m}} \quad (5.30)$$

або

$$2d \cdot \sin^2 \theta = m \sqrt{\frac{150}{V_m} \left(1 - \frac{4d^2 W}{m^2 150} \right)^{1/2}} \quad (5.31)$$

Вираз (5.31) вказує, що при збільшенні порядку інтерференції m , заломлення електронних променів менше впливає на значення кутів θ , при яких спостерігаються максимуми. Вже при $m=4$ другий член у дужках правої частини формули стає значно меншим за 1, що означає, що вже при $m > 4$ формула (5.31) переходить в просту формулу Вульфа-Брегга без врахування заломлення. Таким чином, *врахування заломлення електронних променів при їхньому переході із вакууму в*

тверде тіло краще пояснює експериментальні дані дифракції електронів при пружному розсіянні на гранях кристалів.

Ці досліді дають можливість також оцінити значення внутрішнього потенціалу кристалової ґратки W . Розв'яжемо рівняння (5.31) відносно m^2 :

$$m^2 = V_m \frac{4d^2 \sin^2 \theta}{150} + \frac{4d^2 W}{150} \quad (5.32)$$

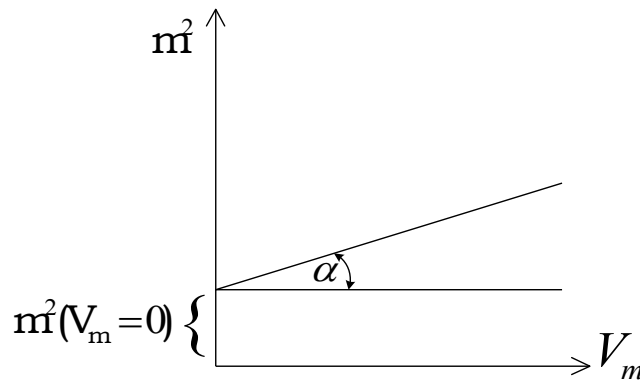


Рис.5.17. Залежність $m^2(V_m)$

Згідно (5.32) m^2 лінійно залежить від V_m . Таким чином, якщо побудувати експериментальну залежність m^2 від V_m (рис.5.17), то тангенс кута нахилу цієї залежності дозволяє визначити параметр d , а відрізок, що відсікає пряма на осі ординат, внутрішній потенціал ґратки, бо

$$\frac{d(m^2)}{dV_m} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{4d^2 \sin^2 \theta}{150}; \quad m^2(V_m = 0) = \frac{4d^2 W}{150}.$$

Із цих двох співвідношень дуже легко обчислити величину W

$$W = m^2(V_m = 0) \sin^2 \theta / \operatorname{tg} \alpha \quad (5.33)$$

Вперше цей метод визначення внутрішнього потенціалу кристалевих ґраток запропонував професор радіофізичного факультету Київського університету Вадим Євгенович **Лашкарев**⁷ у 1933 році.

Таким чином, досліди **Девісона та Джермера** підтвердили справедливості гіпотези де Бройля, що електрон має хвильові властивості, перевірили формулу де Бройля $\lambda = h/mv$ і дозволили визначити внутрішній потенціал кристалу W .

5.3.3. Досліди Томсона по проходженню електронів крізь тонкі плівки речовини

Англійський вчений Нобелівський лауреат **Джорж Паджет Томсон** у 1927 році, а згодом і російський вчений **П.С. Тартаковський** здійснили досліди, в яких вивчали пружне розсіювання електронів при їхньому проходженні крізь тонкі плівки речовини. Схема досліду зображена на рис.5.18. Згодом така система дослідження

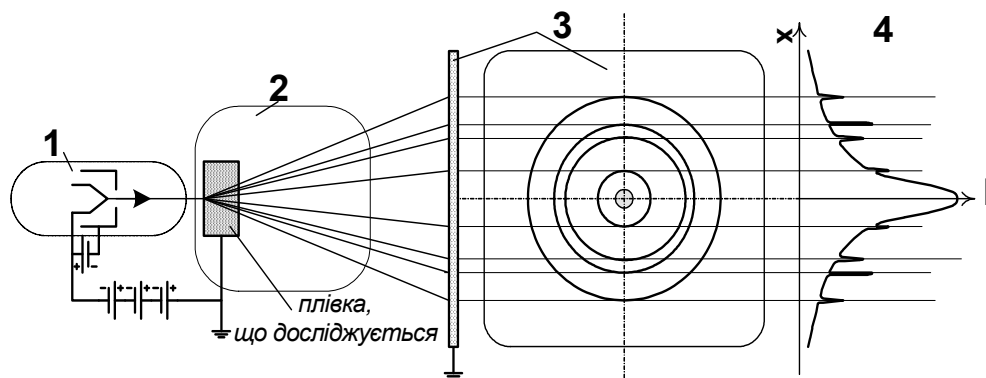


Рис.5.18. Схема досліду Томсона з дифракції електронів при проходженні крізь тонкі плівки речовини : 1 - електронна гармата, 2 - камера для розсіювання із дослідним зразком, 3 - флуоресцюючий екран для візуалізації електронів, 4 - просторовий розподіл електронів, що пройшли крізь тонку плівку.

дифракції електронів була покладена в основу розробки промислових

⁷ Лашкарьов Вадим Євгенович (1903-1974pp) - український фізик, академік АН УРСР, зав. каф. експериментальної фізики фізичного факультету і фізики напівпровідників радіофізичного факультету Київського університету ім. Тараса Шевченка. Визначив показник заломлення рентгенівських променів, внутрішній потенціал твердих тіл із заломлення електронів при їх дифракції на поверхні кристалів. Відкрив об'ємну фотоелектрорушійну силу.

приладів для дослідження структури речовини за допомогою дифракції електронів.

Принципово прилад складався із джерела електронів (1), тонкої плівки речовини, що розсіює електрони (2) і детектора електронів - екрана покритого люмінофором. Товщина плівки вибиралась меншою за пробіг електрона в речовині плівки. За таких умов значна кількість електронів могла пройти крізь плівку і бути зафіксованою на екрані люмінофора у вигляді світлої плями. Розсіювання призводить до збільшення кутового розкиду електронів, що спостерігається на екрані по розширенню світлової плями.

Результати цих дослідів показані на рис.5.19, на якому зображені дифракційні картини для аморфної плівки (рис.5.19.а), для полікристалічної плівки з дуже малими кристаликами (рис.5.19.б), для полікристала з більшими за розмірами кристаликами (рис.5.19.в) та для монокристала (рис.5.19.г).

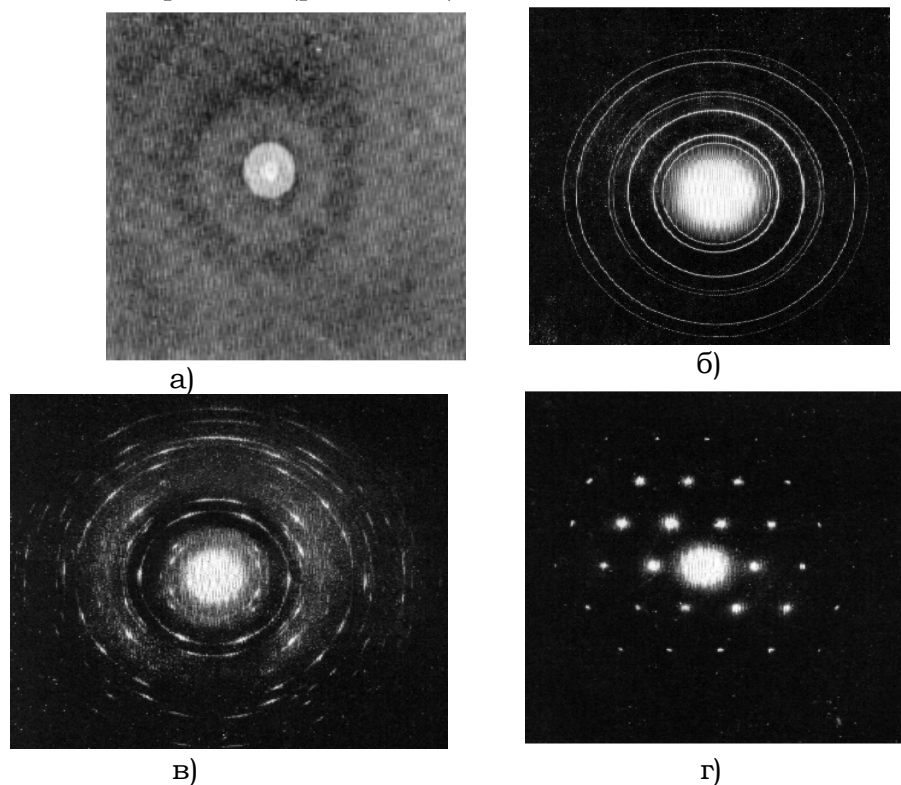


Рис.5.19. Приклади дифракційних картин : а) - аморфна речовина, б) - полікристал, в) - полікристал з великими кристаликами, г) - монокристал.

Ці досліді дали такі **результати**.

По-перше, аморфна плівка призводить до монотонного кутового (просторового) розкиду пружно розсіяних електронів. На екрані спостерігалось мало контрастне “гало”.

По-друге, кристалізація плівки супроводжується появою чітких рефлексів у вигляді дифракційних кілець. Їхні діаметри зменшуються із збільшенням напруги V , що прискорює електрони, за законом $2r \sim V^{-1/2}$ і залежать від типу кристала та геометрії експерименту.

Кожна речовина має свій характерний для неї набір кілець, діаметри яких знаходяться у певних співвідношеннях.

По-третьє, при збільшенні розмірів кристаліків полікристалічної плівки дифракційні кільця розбиваються на окремі дужки (рис.5.17.в).

По-четверте, в монокристалічній плівці замість дифракційних кілець утворюються яскраві точкові рефлекси, які розташовуються у просторі певним чином для кожного типу кристала.

Для того щоб пояснити результати цих дослідів, знову використаємо гіпотезу та формулу де Бройля. Нехай полікристалічна плівка складається з великої кількості маленьких кристаліків. При розсіюванні електронів на кожному із цих кристаліків відбувається дифракція електронів. Максимум дифракційної інтенсивності виникає за умови,

що визначається формулою Вульфа-Брегга $2d \cdot \sin \theta = n \sqrt{\frac{150}{V}}$. При

великих $V > 10$ кеВ довжина хвилі де Бройля мала $\lambda < 0,12 \text{ \AA}$, тому $\theta < 0,03$ радіана й $\sin \theta \sim \text{tg} \theta \sim \theta$. Кут досить просто знайти, знаючи радіуси кілець r і відстань від кристала до екрана L .

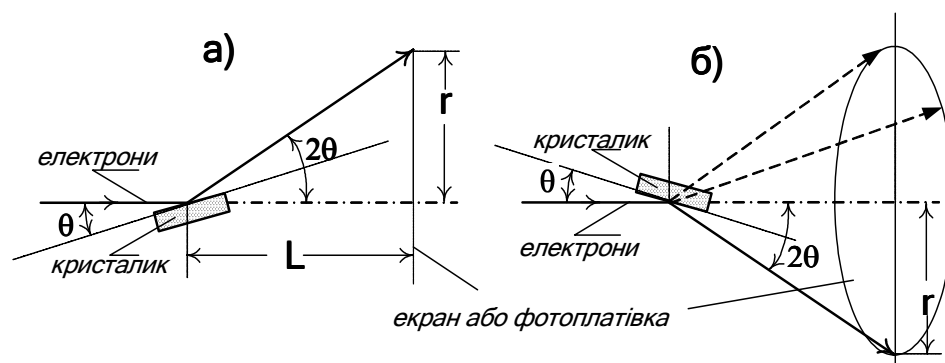


Рис.5.20. Схема ходу променів в досліді Томсона.

Із рис.5.20 видно, що $\operatorname{tg} \theta = r / 2L$.

Підставляючи значення $\sin \theta$ у формулу Вульфа-Брегга, отримаємо залежність радіуса дифракційного кільця від L , d і V

$$r = n \frac{L}{d} \sqrt{\frac{150}{V}} \quad (5.34)$$

де для кубічного кристала відстані між сітковими площинами d визначаються за формулою

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \quad (5.35)$$

де h , l , k - індекси Міллера. Використання цих формул дозволило кількісно пояснити експериментальні дані. Знайдені величини d і a збігаються з даними досліджень дифракції рентгенівських променів на кристалах. Кільця утворюються із умови виконання формули Вульфа-Брегга, яка визначає кут θ для кожного маленького кристалика, що входить до складу плівки. Оскільки таких кристаликів дуже багато, то їхній набір забезпечить довільні значення азимутального кута φ (На рис.5.20 наведено приклад двох кристаликів, азимутальний кут яких відрізняється на 180°). На екрані утворюються кільця, для яких $\theta = \text{const}$. Збільшення розмірів кристалів при кристалізації зменшує їхню кількість і не всі азимутальні кути тепер реалізуються, тому кільця розбиваються на окремі дужки.

Окремі рефлекси для монокристалів з'являються тому, що тепер потрібно розглядати не дифракцію на двовимірній поверхневій кристалевій ґратці, а на тривимірній кристалевій ґратці монокристала. В цьому випадку утворюється дифракційна картина подібна до лауєграми, яка спостерігається при дифракції рентгенівських променів на монокристалах.

Таким чином, досліди Томсона і Тартаковського ще раз підтвердили хвильову природу електронів і дали кількісне підтвердження справедливості формули де Бройля для довжини хвилі де Бройля

$$(\lambda = h / p) .$$

5.4. Дифракція та інтерференція інших частинок та атомів

Досліди з дифракції були також виконані з іншими об'єктами: нейтронами, протонами, атомами гелію та молекулами водню. Схема

приладу для таких дослідів та приклад типової дифракційної картини

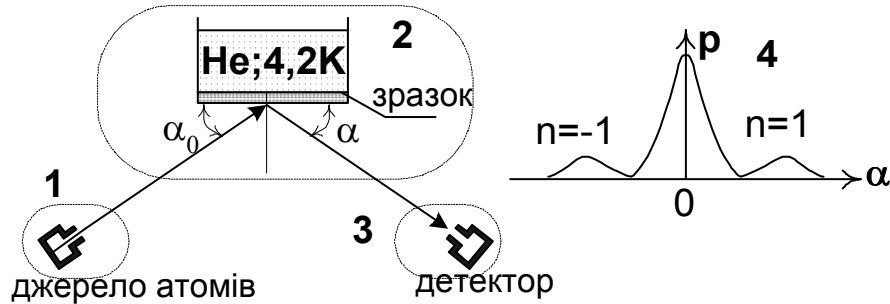


Рис.5.21. Схема дослідів з дифракції атомів(молекул) на поверхні кристалів: 1 - джерело атомного (молекулярного) потоку (заповнений газом об'єм, з'єднаний капіляром з об'ємом камери), 2 - камера розсіювання зі зразком, 3 - детектор - трубка Піто з манометром, 4 – залежність $p(\alpha)$ після взаємодії атомів (молекул) з кристалом.

в цих дослідів зображені на рис.5.21.

Джерелом атомів (молекул) служить теплове джерело Кнудсена, в нагрітому замкненому просторі якого створюється певний тиск пари речовини з цих атомів (молекул). Їхній потік формується протіканням пари крізь капіляр, а швидкість визначається температурою пари. Як детектор використовується трубка Піто, тиск у якій – це інтенсивність потоку розсіяних частинок. Ґратка, на якій відбувається дифракція, утворюється охолодженою до дуже низьких температур гранню монокристала. Вимірюється залежність тиску (p) в трубці Піто від кута розсіювання частинок гранню кристала.

Оскільки маса цих мікрооб'єктів більша, ніж маса електронів, то їхня довжина хвилі де Бройля менша, ніж у електронів. Для He ($M=4m_p$, $T=300K$) $\lambda_{He} \approx 0.9A$, а для молекул водню H_2 $\lambda_{H_2} \approx 1.3A$. Тому дифракція здебільшого спостерігається при великих кутах падіння на поверхні кристалів, тобто при малих ковзних кутах. Для того щоб теплові коливання атомів кристалу не спотворювали поверхні, зразок охолоджувався до температур рідкого гелію (4,2K). Крім того ці важкі частинки ($M > m$) майже не проникають в глибину кристала і тому вони дифрагують на його поверхні. Умова появи дифракційного максимуму просторового розподілу інтенсивності розсіяних частинок в умовах, коли дифракція відбувається на поверхневій ґратці, має вигляд:

$$a(\cos \alpha_0 - \cos \alpha) = n\lambda, \quad (5.36)$$

де n – порядок інтерференції. Приклад дифракційної картини зображений на рис.5.21.4. Видно, що результати цих дослідів добре описувались формулою (5.36). Таким чином для пояснення результатів дифракційної взаємодії нейтральних атомів та молекул достатньо було використати гіпотезу де Бройля і скористатись відомими співвідношеннями появи дифракційних максимумів. Все дозволяє дійти до **таких висновків**:

- для цих частинок, як і для електронів, спостерігається дифракція на кристалевих ґратках,
- довжина хвилі де Бройля частинок визначається формулою де Бройля ($\lambda = h / p = h / Mv$).

Крім того, неодноразово спостерігалась і досліджувалась френелівська дифракція електронів та інших частинок на краю екранів, за допомогою електронної біпризми Френеля, на одному або двох отворах тощо. На рис.5.22 наведена схема спостереження інтерференційної картини при проходженні електронів крізь дві близько розта-

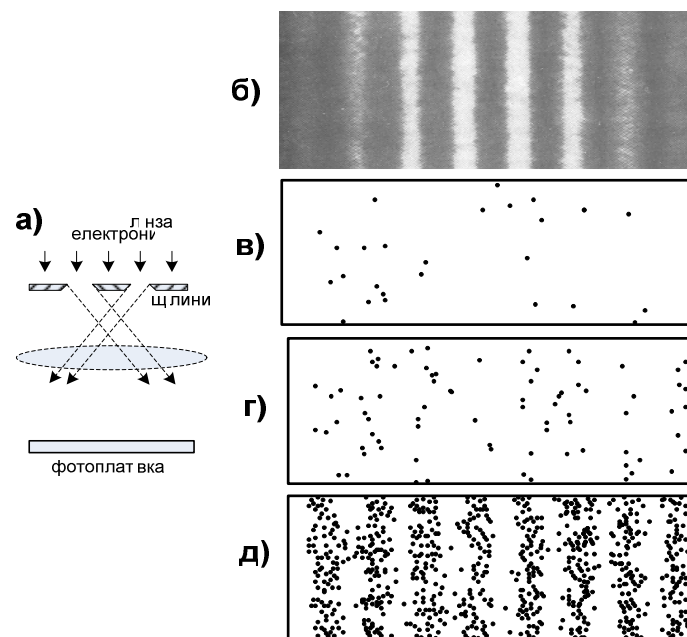


Рис.5.22. Схема дослідів з інтерференції електронів на двох щілинах (а), інтерференційна картина (б)- типова френелівська дифракція, (в, г і д) – моделювання інтерференції залежно від інтенсивності потоку електронів.

шовані щілини. Коли обидві щілини відкриті, спостерігається інтерференційна картина (рис.5.22.а).

Коли відкрита одна щілина, то спостерігається фребелівська дифракція на її краях. При малих інтенсивностях електронного потоку електрони хаотично розподілені у просторі (рис.5.22,в). Збільшення інтенсивності призводить до формування чіткої інтерференційної картини (рис.5.22.г і рис.5.22.д). Всі ці досліди свідчать про те, що електрони і інші **матеріальні частинки мають хвильові властивості з довжиною хвилі де Бройля.**

5.5. Дифракція поодиноких електронів

В 1949 році **А. Біberman , В. Фабрикант та Н. Сушкіним** провели цікаві дослідження **дифракції поодиноких електронів**. Для цього в такому приладі, як у дослідах Томсона з дифракції електронів на полікристалічних плівках, джерело електронів емітувало такий слабкий електронний потік, що крізь металеву фольгу одночасно проходили лише поодинокі електрони. Метою досліджень було встановлення чи спостерігається дифракційна картина при проходженні окремих електронів крізь кристал, тобто чи хвильові властивості притаманні ансамблю частинок, чи вони є властивістю однієї частинки? Це питання має для фізики принципове значення. Виявилось, що окремі електрони хаотично розсіюються і з різними ймовірностями надходять до різних точок екрана. Проте, коли кількість розсіяних електронів зростає, то, як і у випадку інтерференції електронів на двох щілинах (рис.5.22), на екрані утворюється чітка дифракційна картина така, як і у випадку дифракції інтенсивних електронних променів. Усе це свідчить, що *хвильові властивості притаманні не тільки ансамблю частинок, але й індивідуальній частинці. Зараз не викликає сумнівів те, що кожне матеріальне тіло має хвильові властивості з довжиною хвилі, яка визначається формулою де Бройля. Таким чином хвильові властивості є універсальною властивістю всіх частинок, усіх матеріальних тіл і вони притаманні самим тілам.* Зараз можна стверджувати, що хвильові властивості частинок не тільки підтверджені експериментом, але й отримали широке науково-технічне застосування (електронографія, нейтронографія, тощо).

5.6. Визначення довжини хвилі матеріальних частинок із дослідів по дифракції електронів на кристалах

Щойно розглянуті дослідів з дифракції частинок на кристалах дають можливість за допомогою експериментальних значень кутів, при яких спостерігаються максимуми, і якщо відомі значення відстаней між сітковими площинами d , визначити довжину хвилі де Бройля. Для цього потрібно ці значення підставити у формулу де Бройля і обрахувати довжину хвилі.

Величини d визначають двома способами. В першому способі параметр ґратки розраховують, знаючи ρ - густину кристалу, молекулярну вагу M складових частин та число Авогадро N :

$$\left(a_{\text{розрахункове}}\right)^{-3} = \rho N / M \quad (3.37)$$

В другому способі спочатку за допомогою дифракції рентгенівських променів вимірюють параметр ґратки a . Для цього заздалегідь за допомогою дифракційної ґратки при ковзному падінні вимірюють довжину хвилі рентгенівських променів. Проте додатково виникає проблема визначення параметра оптичної ґратки. Він визначається за допомогою оптичної дифракції монохроматичного стандартного джерела з відомою довжиною хвилі - стандарту довжини (наприклад, спектральної лінії Cd, Cs або Kr). Така процедура була виконана і це призвело до того, що змінилась величина числа Авогадро від $6,06 \times 10^{23}$ до $(6.0228 \pm 0.0010) \times 10^{23}$. Ця зміна призвела до зміни багатьох фундаментальних сталих, наприклад, елементарного заряду $e = 4,80324 \pm 0.0010 \times 10^{-10} \text{ CGSE}$.

5.7. Електронографія та нейтронографія

Дослідів з дифракції електронів та нейтронів показали, що положення дифракційних максимумів залежить від будови кристала: його сингонії¹⁷ (кристалографічного розподілу кристалів за конфігу-

¹⁷ Сингонії (системи) кристалів-категорії кристалів, котрі відрізняються один від одного макросиметрією і одночасно параметрами ґратки Браве. Всі відмінності зводяться до того, що окрема ромбоєдрична (тригональна) система кристалів часто розглядається як підсистема гексагональної системи. Розрізняють 6 сингоній, а саме: триклинну ($a \neq b \neq c; \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$), моноклінну ($a \neq b \neq c; \alpha = \gamma = 90^\circ, \beta \neq 90^\circ$), ромбічну ($a \neq b \neq c; \alpha = \beta = \gamma$), ромбоєдричну ($a = b = c; \alpha = \beta = 90^\circ$,

рацією їхньої елементарної комірки) та параметрів елементарної комірки. За допомогою дифракційної картини можна розв'язувати зворотню задачу визначення будови кристалічної ґратки. За аналогією до рентгенографії ці розділи фізики виділилися в окремі галузі, котрі отримали окремі назви електронографії і нейтронографії. **Всі вони мають спільне те, що використовують дифракцію хвиль: рентгенівських або електронних і нейтронних хвиль де Бройля.** Проте вони відрізняються один від одного взаємодією хвиль з речовиною: рентгенівські промені взаємодіють з електронами, електрони з кулонівським полем екранованого електронами ядра, а нейтрони з полем ядерних сил. Тому нейтрони краще дифрагують на атомних ядрах легких речовин, а електрони і рентгенівські промені на атомах з великими атомними номерами.

Дифракційні методи дослідження речовини дають можливість отримувати такі дані про її структуру:

(1) Чітка дифракційна картина свідчить про кристалічну будову об'єкту.

(2) Напівширина дифракційного рефлексу B залежить від розміру кристала U , довжини хвилі λ та кута θ . Чим більше U , тим менше B , $B = \lambda / U \cos \theta + b$.

(3) Розпад дифракційного кільця на окремі дужки свідчить про збільшення розмірів окремих кристаликів у зразку, що досліджується, бо це зменшує їх кількість і зменшує можливий набір азимутальних кутів розсіювання. В цьому випадку кажуть, що в зразку виникла текстура.

(4) Монокристал, як це вже відомо, дає окремі рефлекси. Така дифракційна картина називається лауеграмою.



ЛАУЕ МАКС ТЕОДОР ФЕЛІКС ФОН (1879-1960)

Німецький фізик-теоретик.

Поступив у Страсбурзький університет, потім вчився в університетах Геттінгена, Мюнхена і Берліна. У 1903 захистив у Берлінському університеті докторську дисертацію, присвячену інтерференції світла в плоскопаралельній пластині; його науковим керівником був М.Планк. В 1905-1909 рр. працював асистентом Планка в Інституті теоретичної фізики в Берліні. Тут він займався полями випромінювання, застосував поняття ентропії до поширення електромагнітного випромінювання. У 1911 перейшов у Мюнхенський університет до А.Зомерфельда. У 1911 опублікував докладну

$\gamma=120^\circ$), тетрагональну ($a=b \neq c$; $\alpha=\beta=90^\circ, \gamma=120^\circ$), гексагональну ($a=b \neq c$; $\alpha=\beta=90^\circ, \gamma=120^\circ$), кубічну ($a=b=c$; $\alpha=\beta=\gamma$).

монографію, присвячену теорії відносності А.Ейнштейна, яка у той час ще не була загальноновизнаною.

У Мюнхені Лауе зробив головне відкриття свого життя – він теоретично показав, що, якщо рентгенівське випромінювання має електромагнітну природу, то його взаємодія з кристалами повинна бути аналогічна взаємодії видимого світла з дифракційними ґратками.

Вже в квітні 1912 В.Фрідріху та П.Кніппінгу вдалося експериментально одержати дифракційну картину при проходженні пучка рентгенівського випромінювання через кристал мідного купоросу – з тих пір такі дифракційні картини називаються лауєграмами. У 1914 йому була присуджена Нобелівська премія з фізики «за відкриття дифракції рентгенівських променів».

Почесний доктор багатьох університетів світу, член багатьох наукових товариств, у тому числі Американського, Німецького і Французького фізичних товариств, і Віденської академії наук. У 1930 був обраний іноземним членом Академії наук СРСР, а в 1948 – почесним президентом Міжнародного союзу кристалографів.

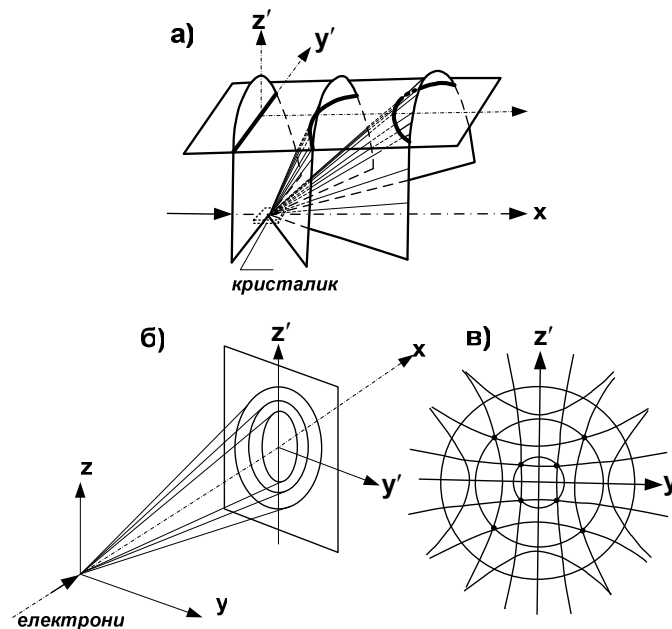


Рис.5.23. Схема формування точкових електронограм.

Для утворення дифракційного максимуму при дифракції на тривимірному кристалі необхідно виконання інтерференційних рівнянь Лауе:

$$a_1 (\cos \alpha_0 - \cos \alpha) = n_1 \lambda$$

$$a_2 (\cos \beta_0 - \cos \beta) = n_2 \lambda$$

$$a_3 (\cos \gamma_0 - \cos \gamma) = n_3 \lambda$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0 + \cos^2 \gamma_0 = 1.$$

При дзеркальному відбитті електронів від грані кристалу, ці формули збігаються з формулою Вульфа – Брегга (5.28).

(5) Знаючи $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ для дифракційних рефлексів або r_1, r_2, r_3, \dots – радіуси дифракційних кілець на дебаєграмах або положення рефлексів на лауєграмах можна знайти набір відстаней між сітковими площинами d_1, d_2, d_3, \dots для даного зразка кристала. Далі

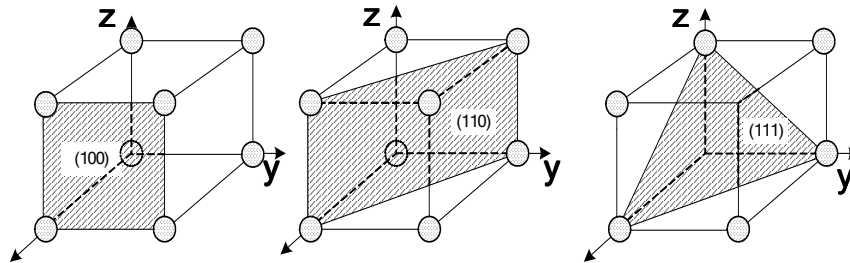


Рис.3.24.

розв'язується геометрична задача для кожної сингонії окремо. Розв'язок порівнюється з результатами вимірювання величин d_i .

Розглянемо найпростіший приклад кубічної ґратки. Для неї відстані між сітковими площинами $d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$. Згідно (5.34) раді-

уси дифракційних кілець обернено пропорційні d . Скориставшись виразом для d , можна показати, що $r_1^2 : r_2^2 : r_3^2 \dots = (h_1^2 + k_1^2 + l_1^2) :$

$(h_2^2 + k_2^2 + l_2^2) : \dots$. Тому починаємо перебирати можливі індекси Міл-

лера для кожного різновиду кришталевих кубічних ґраток. Для **простої кубічної ґратки** переборка індексів Міллера дає:

$r_1^2 : r_2^2 : r_3^2 : \dots = 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : (\dots) : 8 : 9 : 10 : 11 : 12 : 13 : 14 : (\dots) : 16 : 17 \dots$

і далі. Відсутні рефлекси з числами 7, 15.

Для **об'ємноцентрованої ґратки** квадрати радіусів дифракційних рефлексів відносяться як парні числа: $r_1^2 : r_2^2 : r_3^2 : \dots = 2 : 4 : 6 : 8 : \dots$

Для **гранецентрованої кубічної ґратки**:

$r_1^2 : r_2^2 : r_3^2 : \dots = 3 : 4 : 8 : 11 : 12 : \dots$

Для **кубічної типу алмаза**: $r_1^2 : r_2^2 : r_3^2 : \dots = 3 : 8 : 9 : 10 : 11 : 16 \dots$

$d_1^2 : d_2^2 : \dots : d_4^2 : \dots = 3 : 8 : 11 : 16 : \dots$

Звичайно, що розшифровка електронogram від кристалів інших сингоній є більш складною задачею.

(6) На **аморфних речовинах** не спостерігається чітких дифракційних картин. Проте **діаметри дифракційних гало дають можливість оцінити параметри ближнього порядку в цих речовинах.**

(7) При малих енергіях електронів $E = eV < 100 \text{ eV}$ електрони мають малу глибину проникнення в тверде тіло. Тому **дифракція повільних електронів дає можливість досліджувати структуру приповерхневих шарів твердого тіла або навіть будову самої його поверхні.** Метод дифракції повільних електронів (ДПЕ) у сучасній модифікованій формі був запропонований Джермером і професором Київського університету **Д.О. Городецьким**¹⁹ разом з його учнем **О.М. Корневим**. Зараз цей метод став одним з найбільш поширених методів дослідження поверхні твердого тіла.

5.8. Висновки

1. **Електромагнітні хвилі мають не тільки хвильові, але й корпускулярні властивості, про що свідчать: закони теплового випромінювання (кванти Макса Планка $h\nu = \hbar\omega$), закони фотоефекту (формула Ейнштейна $(mv_e^2/2 = \hbar\omega - e\phi)$), короткохвильова границя суцільного рентгенівського спектра ($\nu_{\max} = eV/h$), імпульс фотона ($\vec{p} = \hbar\vec{\omega}/c$), ефект Комтона ($\Delta\lambda = 2(h/m_0c)\sin^2(\phi/2)$).**
2. **Експериментальні дані показали, що електрони й інші корпускули, як і електромагнітні хвилі, мають як корпускулярні, так і хвильові властивості. Вони інтерферують, дифрагують тощо.**

¹⁹ Городецький Дмитро Олексійович – заслужений професор радіофізичного факультету Київського університету ім. Тараса Шевченка, зав. каф. електрофізики. Незалежно від Джермера разом зі своїм учнем Корневим Олександром Макаровичем винайшов і впровадив у широку практику проекційний прилад для дифракції повільних електронів, зробив значний внесок в дослідження структури поверхні твердих тіл.

3. *Луї де Бройль сформулював революційну гіпотезу, що кожне матеріальне тіло має хвильові властивості, довжина хвилі яких є $\lambda = h/p$.*
4. *Гіпотеза де Бройля знайшла експериментальне обґрунтування в дослідях з дифракції і інтерференції електронів, нейтронів, протонів, атомів, молекул. Було показано, що формула де Бройля дає змогу кількісно пояснити результати чисельних дослідів по дифракції та інтерференції частинок.*
5. *З'ясувалось, що хвильові властивості притаманні індивідуальним частинкам, а не їх ансамблям, бо зменшення інтенсивності променя ($I \rightarrow 0$), що розсіюється, не викликає змін їхнього розподілу в інтерференційній та дифракційних картинах цих явищ.*
6. *Досліди з дифракції дозволяють вимірювати довжину хвилі де Бройля. Точні виміри довжини хвилі де Бройля призвели до необхідності внесення коректив у значення фундаментальних констант числа Авагадро, елементарного заряду електрона та інших фундаментальних сталих.*
7. *Дифракція електронів та нейтронів знайшла практичне застосування для дослідження структури (кристалічної будови) твердих тіл. Виникли два нових розділи структурного аналізу : електронографія і нейтронографія, які доповнили існуючу до цього часу рентгенографію.*

5.9. Контрольні запитання та вправи

1. Чим визначається числове значення граничної частоти фотоефекту?
2. Чи можна використовувати хвильові уявлення для пояснення фотоефекту?
3. Чому максимальна енергія фотоелектронів не залежить від інтенсивності світлового потоку?
4. Чим визначається числове значення граничної частоти суцільного спектра рентгенівських променів?
5. Знайдіть швидкість електронів v на антикатоді рентгенівської трубки, якщо мінімальна довжина хвилі суцільного рентгенівського спектра $\lambda_{min} = 0,001 \text{ нм}$. Яка при цьому мусить бути напруга, що прискорює електрони?

6. Чому ефект Комптона спостерігається лише в дослідах із рентгеновськими променями й чому γ -кванти не створюють потоку розсіяних променів без зсуву $\Delta\lambda=0$?
7. Яке значення для розвитку фізики мало відкриття ефекту Комптона?
8. Яку енергію має електрон віддачі при розсіянні кванта з енергією, що відповідає довжині хвилі $\lambda=0,05\text{нм}$ на кут $\varphi=90^\circ$?
9. Чи поляризовані рентгеновські промені? Як це перевірити?
10. Фотон з енергією кванта 255 кеВ після лобового зіткнення з вільним електроном, що знаходиться в спокої, відхилився на кут $\beta=\pi$. Яке відношення його швидкості до швидкості світла після удару?
11. При комтонівському розсіянні кванта на вільному електроні, що знаходиться в стані спокою, утворився електрон віддачі з кінетичною енергією E'_e . Знайти енергію кванта після розсіювання, якщо довжина його хвилі при цьому збільшилась в 1,2 рази?
12. У чому полягає оптико-механічна аналогія, і чи має вона практичне застосування?
13. Чим визначається енергія електрона, при якій спостерігається ефект Рамзауера?
14. Виміряна довжина хвилі де Бройля виявилась в 2 рази меншою, ніж обчислена за допомогою формули де Бройля $\lambda=h/m_0v=(150/V)^{1/2}$. З'ясуйте причину розбіжності, і знайдіть при якому значенні різниці потенціалів V , що прискорює електрони, проводилось вимірювання? *Вказівка.* Урахуйте релятивістську залежність $m(v)$. Для цього скористайтесь тим, що кінетична енергія електронів, котра рівна $E_k=eV=mc^2-m_0c^2=m_0c^2/(1-\beta^2)^{1/2}-m_0c^2$, і визначте звідси β .
15. Запишіть вираз для кінетичної енергії електрона через його довжину хвилі де Бройля.
16. Знайдіть наскільки зміняться кути, при яких спостерігаються дифракційні максимуми в дослідах із дифракції повільних електронів у випадку $\alpha=\beta=60^\circ$, якщо внутрішній потенціал $W=12\text{еВ}$?
17. Довжина шляху електронів в електронографі $L=1,5\text{м}$. Знайти радіуси дифракційних кілець у дослідах Томсона для кубічного кристалу NaCl , у якого $a=5,627\text{А}$ при енергії електронів $V=0,5\text{МеВ}$?
18. Яка періодичність появи дифракційних рефлексів у дослідах із дифракції повільних електронів при вивченні грані кристала гексагональної сингонії?
19. Як за допомогою дослідів із дифракції електронів таких, як досліди Томсона, відрізнити об'ємноцентровану ґратку від кубічної ґратки типу алмаза?

20. Довжина хвилі рентгенівських променів, що визначалась за допомогою каліброваної ґратки, становить $0,709\text{Å}$. Ці промені падають на кристал NaCl із густиною речовини в ньому $2165\text{кг}\times\text{см}^{-3}$ і у відбитому промені першого порядку інтерференції від кубічних площин (проміжків d_0) спостерігалось при $\theta=7,27^\circ$. Обчисліть на основі цих даних число Авагадро.
21. Як за дифракційною картиною якісно відрізнити аморфну речовину від кристалічної і які зміни відбуваються, якщо під час спостереження за дифракційною картиною відбувається збільшення розмірів окремих кристаликів?
22. Укажіть необхідні умови для спостереження дифракції протонів на поверхні кубічних кристалів Cu $a=3,608\text{Å}$.
23. Корпускулярно-хвильовий дуалізм притаманний ансамблю, чи окремим мікрооб'єктам? Які експерименти треба для цього згадати?
24. До яких висновків можна дійти, якщо взяти до уваги, що електрони віддачі утворюються при розсіюванні квантів майже миттєво?

Тестові завдання

1. ЧОМУ ДОРІВНЮЄ а) ФАЗОВА, б) ГРУПОВА ШВИДКІСТЬ ХВИЛЬ де БРОЙЛЯ ЕЛЕКТРОНА, ЩО РУХАЄТЬСЯ ЗІ ШВИДКІСТЮ V ?

- 1) V ;
- 2) $v/2$;
- 3) c/v ;
- 4) c^2/v .

2. ЧИ МАЮТЬ ДИСПЕРСІЮ ХВИЛІ де БРОЙЛЯ У ВАКУУМІ?

- 1) так;
- 2) ні.

3. ЯКЩО ОДИН ЕЛЕКТРОН ДИФРАГУЄ НА ЩІЛИНІ ШИРИНОЮ b , ТО ЯКИЙ РОЗПОДІЛ ІМОВІРНОСТІ ПОПАДАННЯ ЕЛЕКТРОНА НА ЕКРАН НА ВІДСТАНІ l ВІД ЩІЛИНИ?

- 1) Пуасона;
- 2) Гауса;
- 3) $(\sin x/x)^2$, де x пропорційно b/l ;

4. ЧИ МОЖЛИВО РЕАЛЬНО СПОСТЕРІГАТИ ДИФРАКЦІЮ ЕЛЕКТРОНІВ З ЕНЕРГІЄЮ 150 eV НА ОДНІЙ ЩІЛИНІ?

- 1) так;
- 2) ні.

5. ПРИ ЯКИХ ДОВЖИНАХ λ_d НЕЙТРОНИ МОЖУТЬ ПРОЙТИ КРІЗЬ ГРАФІТОВИЙ СТРИЖЕНЬ БЕЗ РОЗСІЮВАННЯ (ТОБТО БЕЗ ДИФРАКЦІЇ)?

- 1) коли $\lambda_d < d$;
- 2) коли $\lambda_d \sim d$;
- 3) коли $\lambda_d > d$;
- 4) коли $\lambda_d \sim 2d$.

Де d — стала ґратки графіту.

6. ЯКА ПОСЛІДОВНІСТЬ ЗМІНИ ДИФРАКЦІЙНОЇ КАРТИНИ ПРИ ПЕРЕТВОРЕННІ ПЛІВКИ АМОРФНОЇ РЕЧОВИНИ В МОНОКРИСТАЛІЧНУ?

- 1) дифракційна картина не спостерігається;
- 2) спостерігається декілька кілець;
- 3) спостерігаються окремі рефлекси;
- 4) спостерігається система кілець;
- 5) спостерігається чітка лауеграма.

7. ЯКИЙ ІЗ МЕТОДІВ ДОЦІЛЬНІШЕ ЗАСТОСОВУВАТИ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ІЗОТОПІЧНОЇ СТРУКТУРИ РЕЧОВИНИ?

- 1) електронографію;
- 2) рентгенографію;
- 3) нейтронографію.

8. ЯКИЙ ІЗ МЕТОДІВ КРАЩЕ ЗАСТОСОВУВАТИ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ БІОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ, ЯКЩО ДОВЖИНА ХВИЛІ ФОТОНА, ЕЛЕКТРОНА, НЕЙТРОНА ДОРІВНЮЄ 1\AA ?

- 1) електроннографію;
- 2) рентгенографію;
- 3) нейтронографію.

9. ЯКИЙ ПАРАМЕТР МЕТАЛУ МОЖНА ВИЗНАЧИТИ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ДИФРАКЦІЇ ЕЛЕКТРОНІВ?

- 1) сталу ґратки;
- 2) міжплощинну відстань;
- 3) роботу виходу;
- 4) внутрішній потенціал металу;
- 5) тип ґратки Браве.

10. ЕЛЕКТРОННИЙ МІКРОСКОП МАЄ АПЕРТУРУ $A = 10^{-4}$, ОПТИЧНИЙ МІКРОСКОП — $A \cong 1$. ПРИ ЯКІЙ ПРИСКОРЮЮЧІЙ НАПРУЗІ РОЗДІЛЬНА ЗДАТНІСТЬ ЕЛЕКТРОННОГО МІКРОСКОПА БУДЕ ДОРІВНЮВАТИ РОЗДІЛЬНІЙ ЗДАТНОСТІ ОПТИЧНОГО?

- 1) 1 keV ;
- 2) 450 eV ;
- 3) 600 eV .

Тестові завдання на ефект Комптона.

1. В ЯКОМУ ДІАПАЗОНІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ МОЖЕ СПОСТЕРІГАТИСЯ ЕФЕКТ КОМПТОНА?

- 1) видимому;
- 2) ультрафіолетовому;
- 3) рентгенівському;
- 4) гама.

2. В ЯКИХ ВИПАДКАХ СПОСТЕРІГАЄТЬСЯ ЕФЕКТ КОМПТОНА?

- 1) коли енергія падаючого фотона незначно більше енергії іонізації атома;
- 2) коли енергія падаючого фотона значно більше енергії іонізації атома;
- 3) якщо енергія падаючого фотона більше в декілька раз енергії спокою електрона.

3. ДО ЯКОГО ТИПУ НАЛЕЖИТЬ РОЗСІЯННЯ КОМПТОНА?

- 1) пружне;
- 2) непружне;
- 3) когерентне;
- 4) некогерентне.

4. ДО ЯКОГО ТИПУ НАЛЕЖИТЬ КОМПТОНІВСЬКЕ РОЗСІЯННЯ?

- 1) розсіяння Релея;
- 2) розсіяння Томсона;
- 3) розсіяння на вільних електронах;
- 4) розсіяння на зв'язаних електронах.

5. ЯКИЙ ВИД МАЄ ІНДИКАТРИСА КОМПТОНІВСЬКОГО РОЗСІЯННЯ?

- 1) ізотропна;
- 2) асиметрична.

6. ЯКІ ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ПРИТАМАННІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОМУ ПОПЕРЕЧНИКУ РОЗСІЯННЯ?

- 1) зменшується немонотонно з ростом енергії і дорівнює нулю при $E = 100mc^2$;
- 2) визначається формулою Томсона;
- 3) визначається формулою Резерфорда;
- 4) залежить від кута розсіяння фотонів;
- 5) залежить від довжини хвилі падаючого фотона;
- 6) залежить від заряду ядра
- 7) визначається за формулою Клейна-Нішини

7. ВКАЖІТЬ ВІРНІ ОСОБЛИВОСТІ КОМПТОНІВСЬКОГО РОЗСІЯННЯ.

- 1) при розсіянні спостерігається зміщена компонента в стоксову область;
- 2) може спостерігатись незміщена компонента;
- 3) спостерігаються електрони віддачі з ізотропним розподілом;
- 4) спостерігаються електрони віддачі при кутах віддачі менше 90° ;
- 5) між кутами розсіяння фотона і віддачі електрона існує жорстке співвідношення;
- 6) енергія комптон-електронів більше ніж фотоелектронів.

8. ВІД ЯКИХ ФАКТОРІВ ЗАЛЕЖИТЬ ВЕЛИЧИНА ЗМІЩЕННЯ СТОКСОВОЇ КОМПОНЕНТИ?

- 1) величина зміщення залежить від порядкового номеру хімічного елемента;
- 2) величина зміщення залежить від енергії падаючого фотона зміщення;
- 3) величина зміщення залежить від кута розсіяння;
- 4) максимальна величина зміщення довжини хвилі дорівнює комптонівській довжині електрона;

9. ВІД ЯКИХ ФАКТОРІВ ЗАЛЕЖИТЬ ІНТЕНСИВНІСТЬ СТОКСОВОЇ КОМПОНЕНТИ?

- 1) інтенсивність зміщеної компоненти зменшується зі збільшенням маси атома;
- 2) інтенсивність зміщеної компоненти зростає зі збільшенням кута розсіяння;
- 3) інтенсивність зміщеної компоненти залежить від довжини хвилі падаючого фотона;
- 4) інтенсивність зміщеної компоненти залежить від Z ядра.

10. ЯКЕ ВІДНОШЕННЯ КЛАСИЧНОГО РАДІУСА І КОМПТОНІВСЬКОЇ ДОВЖИНИ ЕЛЕКТРОНА?

- 1) заряду електрона;
- 2) сталій тонкої структури;

- 3) $1/137$;
- 4) швидкості світла.

Література

1. Матвеев А.Н. Атомная физика. Учеб. пособие для студентов вузов.- М.: Высш. Шк. ,1989. - 489. (главы 1 и 2 , §1-10).
2. Сивухин Д.В. Атомная и ядерная физика.: Учеб. Пособие, часть 1, Атомная физика. М.: - Наука, Гл.ред. физ. Мат. Лит. - 1986. -416. (главы 1 и 3, §1-1 и 17-20).
3. Белый М.У., Охрименко Б.А. Атомная физика. - К.: Вища шк., Голлов. Из-во, -1984. -271. (главы 1, 2 и 3, §1.1 - 3.2).
4. Шпольский Э.В. Атомная физика том 1 - М.: Из-во «Наука», - 1974, -575. (§1 - 7, 11 - 22, 139 - 145).
5. Гайда Р.П. Атомна фізика, Львів.: -1965, - 356. (§1 - 16, 54, 58).

Глава 6. ХВИЛЬОВА ФУНКЦІЯ ЕЛЕКТРОНІВ ТА ЇЇ ФІЗИЧНИЙ ЗМІСТ

«Без участі уяви всі наші відомості
про природу обмежилися би класи-
фікацією фактів»

Джон Тіндаль - англійський фізик

6.1. Хвильова функція плоскої хвилі де Бройля. 6.2. Хвильовий пакет, як модель частинки та її недосконалість. 6.3. Фізичний зміст хвильової функції. 6.4. Співвідношення невизначеностей. 6.5. Висновки. 6.6. Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.

6.1. Хвильова функція плоскої хвилі де Бройля

Луї де Бройль допустив, що з частинкою, яка рухається у вільному просторі з постійною швидкістю v , зв'язана плоска хвиля з довжиною $\lambda = h/p$:

$$\psi = \psi_0 \exp \left\{ -i \left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} \right) \right\}, \quad (6.1)$$

де ω - частота, t - час, \vec{r} - радіус вектора, що визначає координати частинки, $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{p}{\hbar}$ - хвильовий вектор хвилі де Бройля.

Функція ψ називається *плоскою хвилею де Бройля*, ψ_0 - її амплітуда, а $(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ - фаза. Для плоскої хвилі де Бройля використовують і

комплексно спряжену фазу $\exp \left\{ i \left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} \right) \right\}$. Як буде далі показа-

но, в квантовій механіці ці два вирази для фази можна використовувати тому, що фізичний зміст має лише модуль хвильової функції.

Запишемо вираз для фази хвильової функції вільного електрона з урахуванням відомих співвідношень де Бройля (5.23)

$$E = \hbar \omega \text{ і } p = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$$

$$\omega t - \frac{k}{r} = \frac{Et - pr}{\hbar} = \frac{E}{\hbar} \left(t - \frac{hr}{\hbar \omega \lambda} \right) = \frac{E}{\hbar} \left(t - \frac{r}{v_{\Phi}} \right). \quad (6.2)$$

За допомогою (6.2) проаналізуємо фазову та групову швидкості хвильової функції плоскої хвилі де Бройля.

Фазова швидкість хвилі визначається із умови $\omega t - kr = \text{Const}$

$$\omega - k \frac{dr}{dt} = 0 \quad \text{і} \quad \frac{dr}{dt} = v_{\Phi} = \frac{\omega}{k}. \quad (6.3)$$

Вона виявляється більшою швидкості світла

$$\frac{dr}{dt} = v_{\Phi} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar \omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{v^2}{c} > c.$$

Це не дивно, бо фазова швидкість не переносить сигнал, і тому є величиною, що принципово не спостерігається.

Групова швидкість плоскої хвилі де Бройля залежить від дисперсії – залежності $\omega(k)$

$$v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}. \quad (6.4)$$

Скористаємося релятивістським виразом для енергії

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4 \quad (6.5)$$

тоді

$$\frac{2EdE}{dp} = c^2 2p. \quad (6.5^*)$$

Визначимо dE/dp із (6.5*) і підставимо в формулу (6.4) для $v_{\text{гр}}$

$$v_{\text{гр}} = \frac{c^2 p}{E} = \frac{c^2 p}{mc^2} = \frac{mv}{m} = v. \quad (6.6)$$

Групова швидкість плоскої хвилі де Бройля ($v_{\text{гр}}$) дорівнює швидкості частинки (електрона) v у вільному просторі. Добуток фазової та групової швидкостей інваріант, бо

$$v_{\Phi} v_{\text{гр}} = \frac{c^2 v}{v} = c^2 = \text{Const}.$$

6.2. Хвильовий пакет, як модель частинки та її недосконалість

Однією з перших моделей частинки була модель хвильового пакета. Хвильовий пакет - це суперпозиція плоских хвиль де Бройля. Плоскі хвилі лінійні, тому до них можна застосувати принцип супер-

позиції. Для спрощення припустимо, що їхня амплітуда не залежить від k - хвильового вектора ($a \neq f(k)$). Тоді хвильовий пакет матиме вигляд:

$$u(x, t) = a \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} \exp\{-i(\omega t - kx)\} dk. \quad (6.7)$$

Розвинемо дисперсійне співвідношення хвилі де Бройля¹ $\omega(k)$ у ряд Тейлора

$$\omega(k) = \omega_0 + \omega'_0(k - k_0) + \dots, \quad (6.8)$$

де введені такі позначення: $\omega_0 = \omega(k=k_0)$ і $\omega'_0 = d\omega/dk$ при $k = k_0$. З урахуванням виразу (6.8) формула для фази хвилі де Бройля набуває вигляду

$$\omega t - kx = \omega_0 t + \omega'_0(k - k_0)t - kx + k_0x - k_0x = (\omega_0 t - k_0x) + (\omega'_0 t - x)(k - k_0). \quad (6.9)$$

Підставивши вираз (6.9) у формулу для хвильового пакета (6.7) і здійснивши інтегрування, отримаємо такий вираз для хвильового пакета:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= a \exp\{-i(\omega_0 t - k_0x)\} \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} \exp\{-i(k - k_0)(\omega'_0 t - x)\} dk = \\ &= 2a\Delta k \frac{\sin \xi}{\xi} \exp\{-i(\omega_0 t - k_0x)\} = B \exp\{-i(\omega_0 t - k_0x)\} \end{aligned} \quad (6.10)$$

Тут $\xi = (\omega'_0 t - x)\Delta k$, $\Delta k = k - k_0$, а B - амплітуда пакета

$$B = 2a\Delta k (\sin \xi / \xi). \quad (6.11)$$

Проаналізуємо вираз для хвильового пакета (6.11) і знайдемо: його фазову та групову швидкості, просторову локалізацію та протяжність у часі.

Фазова швидкість пакета знаходиться із умови сталої фази $d/dt (\omega_0 t - k_0x) = \text{Const}$

$$v_{\text{фаз}} = \omega_0 / k_0. \quad (6.12)$$

Вона, як і для плоскої хвилі де Бройля, більша за швидкість світла $v_{\text{фаз}} = c^2/v > c$.

¹ Дисперсія має місце навіть у вакуумі. Дійсно $E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4$, тоді $\hbar^2 \omega^2 = c^2 \hbar^2 k^2 + m_0^2 c^4$; $\omega \frac{d\omega}{dk} = c^2 k$; $\frac{d\omega}{dk} = \frac{c^2 k}{\omega} = \frac{c^2 \hbar k}{E} = \frac{c^2 p}{\sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4}} = \frac{c^2 k}{\sqrt{c^2 k^2 + m_0^2 c^4 \hbar^{-2}}}$.

Групова швидкість визначається із умови сталої амплітуди пакета $\xi = \text{Const}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= \frac{d}{dt}(\omega'_0 t - x)\Delta k = \omega'_0 \Delta k - \frac{dx}{dt} \Delta k = 0; \\ v_{\text{гp}} &= \frac{dx}{dt} = \omega'_0 = \frac{d\omega}{dk_{|k=k_0}} = \frac{dE}{dp} = \frac{c^2 p}{E} = \frac{c^2 m v}{m c^2} = v, \end{aligned} \quad (6.13)$$

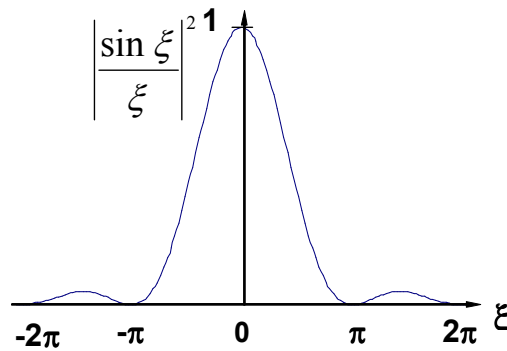


Рис. 6.1. Хвильовий пакет.

тобто *групова швидкість збігається зі швидкістю частинки*.

Просторова локалізація хвильового пакета характеризується, згідно з (6.11), координатами, при яких його амплітуда $B \neq 0$. На рис. 6.1 наведена залежність $B^2(\xi)/B_{\text{max}}^2 = |\sin \xi / \xi|^2$, де $B_{\text{max}} = 2a\Delta k$. Видно, що у першому наближенні протяжність пакета можна характеризувати відстанню $\Delta \xi$ між двома першими мінімумами $-\pi \leq \xi \leq \pi$. Зафіксуємо тепер $t = \text{Const}$ і знайдемо $\Delta \xi$.

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \xi &= +\pi = (\omega'_0 t - x_1) \Delta k \\ \xi &= -\pi = (\omega'_0 t - x_2) \Delta k \end{aligned} \right\} \\ \Delta \xi &= (\xi_1 - \xi_2) = 2\pi = (x_2 - x_1) \Delta k \\ \Delta x \Delta k &\geq 2\pi. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Помножимо ліву та праву частини нерівності (6.16) на $\hbar = h/2\pi$

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \quad (6.15)$$

Співвідношення (6.15) має місце для довільних лінійних процесів. **Воно вказує, що для створення локалізованого у просторі пакета**

з малим інтервалом просторової локалізації Δx необхідно, щоб $\Delta p \geq \hbar/\Delta x$. Таким **чином**, чим точніше хвильовий пакет, локалізований у просторі, тим більший набір плоских хвиль де Бройля потрібно використати з різними значеннями імпульсів **p** або з різними довжинами хвиль де Бройля **λ** для того, щоб його утворити.

Щоб знайти **протяжність пакета в часі**, зафіксуємо координату точки спостереження $x = \text{Const}$ і виберемо два різних значення часу t_1 і t_2

$$\left. \begin{aligned} \xi &= +\pi = (\omega'_0 t_1 - x) \Delta k \\ \xi &= -\pi = (\omega'_0 t_2 - x) \Delta k \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta \xi = (\xi_1 - \xi_2) = 2\pi = \omega'_0 \Delta k (t_2 - t_1) = \Delta \omega \Delta t$$

Помножимо ліву та праву частини виразу (6.16) на $\hbar = h/2\pi$, тоді

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar. \quad (6.16)$$

Чим коротше проміжок часу Δt між двома послідовними вимірами, тим більша невизначеність енергії.

На перший погляд складається таке враження, що хвильовий пакет із плоских хвиль де Бройля, може бути моделлю матеріальних частинок. Але така точка зору не підтверджується експериментом. Дійсно, коли у виразі для дисперсії $\omega(k)$ обмежитись не тільки першим членом ω'_0 ряду Тейлора, а використати і другий член ряду

$$\omega''_0 = d^2 \omega / dk^2 \Big|_{k=k_0}, \text{ то хвильовий пакет починає розпливатися. Не-}$$

стійкість хвильового пакету суперечить експериментальним фактам. Спробуємо оцінити час розпливання пакета. Для цього в формулі (6.9) врахуємо другий член ряду Тейлора

$$\omega(k) = \omega_0 + \omega'_0 \Delta k + \frac{1}{2} \omega''_0 \Delta k^2 + \dots \quad (6.17)$$

Підставимо $\omega(k)$ із (6.17) у формулу для фази (6.9), тоді

$$\begin{aligned} \omega t - kx &= \omega'_0 t \Delta k + \omega_0 t + \frac{1}{2} \omega''_0 t \Delta k^2 - kx + k_0 x - k_0 x = \\ &= (\omega_0 t - k_0 x) + (\omega'_0 t - x) \Delta k + \frac{1}{2} \omega''_0 t \Delta k^2. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Якщо у формулі для пакета (6.8) використати вираз (6.18), то під інтегралом з'явиться експонента з показником $\omega_0'' t \Delta k^2 / 2$. Коли цей показник стає за порядком величини сумірним з 2π , то лінійне розвинення (6.9) у ряд, що використовується при визначенні $\sin \xi$, втрачає свій зміст. Таким чином, хвильовий пакет за проміжок часу $\Delta t = 0$ розпливається

$$\omega_0'' \Delta t (\Delta k)^2 \sim 2\pi \quad . \quad (6.19)$$

Комбінуючи (6.14) і (6.19), маємо

$$\Delta t \propto \frac{2\pi}{(\Delta k)^2 \cdot \omega_0''} = \frac{\Delta x^2}{2\pi \omega_0''} \quad . \quad (6.20)$$

Коли $v < c$, $d^2\omega/dk^2 = \hbar d^2E/dp^2 = \hbar/m_0$,² остаточно отримаємо

$$\Delta t \leq m_0 (\Delta x)^2 / \hbar. \quad (6.21)$$

Оцінимо величини Δt для різних частинок. Фотон має нульову масу ($m_0 = 0$), тому $E = pc$ і $\omega = kc$, $d\omega/dk = c$; $d^2\omega/dk^2 = 0$. Це означає, що час розпливання фотона $\Delta t \rightarrow \infty$, тобто фотон стійкий, як це й спостерігається експериментально.

Для тіла з масою $m = 1$ г (дробинка) $\Delta t \sim (10^{-4})^2 / (6 \times 10^{-27}) = 10^{18}$ с = 10^9 років, тобто макроскопічні тіла стійкі.

Але елементарні частинки з малою масою спокою та малими розмірами, наприклад, електрони, у яких $m_0 = 9,08 \times 10^{-28}$ г і $\Delta x \sim r_e \sim 10^{-12}$ см, мають дуже малий час розпливання $\Delta t < 9 \times 10^{-28} \times ((10^{-12})^2 / 6) \times 10^{-27} = 10^{-25}$ с, тобто електрони не стійкі, що суперечить експерименту.

Розглянуті приклади дозволяють нам дійти висновку, що час розпливання пакета із плоских хвиль де Бройля для елементарних частинок, наприклад електронів, дуже малий, що суперечить експериментальним фактам стабільності частинок. Це примушує відмовитись від моделі частинок у вигляді хвильового пакета.

$$^2 \frac{d^2 E}{dp^2} = \frac{d^2 (c^2 p^2 + m_0^2 c^4)^{1/2}}{dp^2} = \frac{c^2}{E} \left(\frac{m_0^2 c^2}{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \right) = \frac{1}{m_0} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2} \approx \frac{1}{m_0}$$

6.3. Фізичний зміст хвильової функції

«Ми звільняємо сили від їх класичного обов'язку - безпосередньо визначати рух – і накладаємо на них нові обов'язки – визначати ймовірність станів»

Макс Борн

Дифракційні досліди Бібермана, Сушкина та Фабриканта, а також досліди з інтерференції частинок інших авторів показали, що хвильові властивості частинок притаманні окремим частинкам, а не їхньому ансамблю. Виявилось також, що кожна частинка взаємодіє зі всією дифракційною ґраткою і в той же час реєструється детектором, як окрема частинка. При повторенні досліду електрон буде зареєстрований іншим детектором. Усе це дає підстави для того, щоб для інтерпретації елементарних взаємодій застосовувати статистичну інтерпретацію. Вперше *статистичну інтерпретацію хвильової функції запропонував* лауреат Нобелівської премії німецький фізик **Макс Борн** у 1926 році.



БОРН МАКС (1882-1970)

Німецький фізик.

У 1904 поступив до Геттингенського університету, де його професорами були прославлені математики Д.Гільберт, Ф.Клейн та Г.Мінковський. У 1905 став асистентом Гільберта, у 1907 захистив дисертацію, присвячену теорії стійкості пружних тіл. У 1907 Борн відвідував лекції Дж.Дж.Томсона в Кембридзі. Поєднавши ідеї Ейнштейна з математичним підходом Мінковського, створив спрощений метод обчислення маси електрона. У 1915 Борн став асистентом-професором теоретичної фізики М.Планка в Берлінському університеті. У цей час почалася його багаторічна дружба з Ейнштейном, з яким крім фізики його поєднувала любов до музики – вони складали цілком професійний дует, у якому партію скрипки виконував Ейнштейн, а партію фортепіано – Борн.

У 1919 став професором фізики та директором Інституту теоретичної фізики у Франкфуртському університеті. У 1926 Борн зі своїм асистентом В.Гейзенбергом та студентом П.Йорданом розробив математичне обґрунтування квантової механіки, а потім йому вдалося дати статистичну інтерпретацію хвильової функції, введені Е.Шедінгером. Розробив метод розв'язування квантомеханічних задач про зіткнення частинок (борнівське наближення), який виявився вкрай важливим для фізики високих енергій; ввів (разом з Н.Вінером) поняття оператора в квантовій механіці. У 1927р розробив (разом із Р.Оппенгеймером) теорію будови двохатомних молекул.

Борн був нагороджений медаллю Макса Планка Німецького фізичного товариства (1948), медаллю Хьюза Лондонського королівського суспільства та ін.; він був членом

багатьох наукових товариств і академій. Лауреат Нобелівської премії 1954р. з фізики «за фундаментальні дослідження з квантової механіки, особливо за його статистичну інтерпретацію хвильової функції».

У 1955р. Борн і ще 15 Нобелівських лауреатів виступили із заявою про відповідальність вчених у зв'язку з дослідженнями в області створення зброї масового знищення, і що засуджують подальшу розробку і використання ядерної зброї.

*Він висловив гіпотезу, що хвильова функція є принципово комплексною, яка не спостерігається. Це означає, що **фізичний зміст має лише квадрат хвильової функції, яка є густиною ймовірності знайти частинку в даній точці простору.***

Коли відома хвильова функція $\psi(r,t)$, то ймовірність знайти частинку в елементі об'єму $d^3r = dx dy dz$ дорівнює

$$|\psi^*(r,t)\psi(r,t)|d^3r. \quad (6.22)$$

Частинка у вільному від полів просторі є плоскою хвилею де Бройля $\psi = \psi_0 \exp\left\{-i\left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}\right)\right\}$, тому густина ймовірності знайти її у точці r

є сталою величиною $|\psi^*\psi| = |\psi_0^*\psi_0| = Const$, бо ця хвиля не локалізована - розмазана по всьому вільному простору.

Для хвильових функцій виконується **принцип суперпозиції** - один із найбільш важливих принципів квантової механіки. Він полягає в тому, що якщо частинка може знаходитись в стані з хвильовою функцією ψ_1 або в стані з хвильовою функцією ψ_2 , то вона може також знаходитись і в стані, котрий описується лінійною комбінацією цих хвильових функцій

$$\psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2, \quad (6.24)$$

де C_1 та C_2 - довільні комплексні числа, які визначають долю (внесок) амплітуд та фаз станів 1 і 2, що входять до хвильової функції складного стану ψ .

Розглянемо приклад дифракції електронів на двох щілинах (рис.6.2), як і раніше у розділі 5.4. Нехай для спрощення задачі хвильові функції електронів, що пройшли крізь першу та другу щілини, мають вигляд плоских хвиль де Бройля з різними фазами

$$\psi_{1,2} = \exp\{-i(\omega t - kx - \delta_{1,2})\}, \quad (6.25)$$

де δ_1 і δ_2 - різниця фаз при проходженні електроном першої або другої щілини. За принципом суперпозиції хвильова функція змішаного стану має вигляд

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \exp\{-i(\omega t - kx - \delta_1)\} + \exp\{-i(\omega t - kx - \delta_2)\},$$

а густина ймовірності знайти електрон у цьому стані є квадратом модуля цієї хвильової функції:

$$\begin{aligned} |\psi^* \psi| &= |(\psi_1^* + \psi_2^*)(\psi_1 + \psi_2)| = \left| 2 + \exp\{-i(\delta_2 - \delta_1)\} + \exp\{i(\delta_2 - \delta_1)\} \right| = \\ &= 2 \left[1 + \cos(\delta_2 - \delta_1) \right] = \cos^2 \left(\frac{\delta_2 - \delta_1}{2} \right) = \cos^2 \left(\frac{\Delta\delta}{2} \right), \end{aligned} \quad (6.26)$$

де $\Delta\delta = \delta_2 - \delta_1 = f(x)$. Вона залежить від координат точки спостереження x . У площині спостереження утворюється дифракційна картина просторового перерозподілу густини ймовірності

$|\psi^* \psi| = \cos^2 \left(\frac{\Delta\delta(x)}{2} \right)$ у вигляді мінімумів та максимумів (рис.6.2), яка якісно збігається з експериментальним розподілом (рис.5.21).

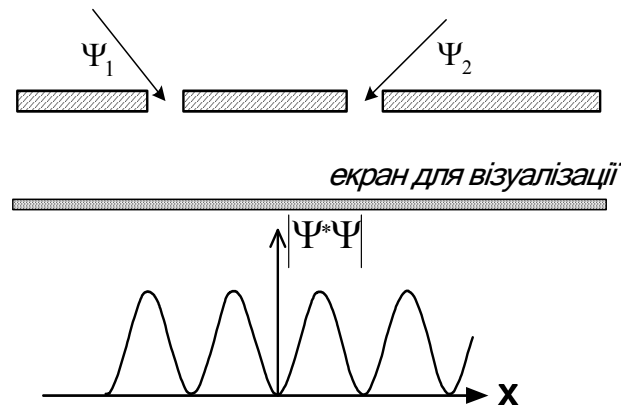


Рис.6.2. Інтерференція дифрагованих хвиль на двох щілинах.

Вираз (2.24) для *принципу суперпозиції*, подібний до відповідного виразу в класичній фізиці. Проте він має **дві істотні відмінності по відношенню до виразу класичної фізики**.

По-перше, на відміну від класичної фізики, **у квантовій механіці** у стані ψ **ми отримуємо** не комбінацію фізичних величин M_1 і M_2 , а **тільки одну з величин M_1 або M_2** . Імовірність отримати M_1 або M_2 після вимірювання визначається коефіцієнтами C_1 і C_2 .

По-друге, в класичній фізиці складання двох станів дає новий стан, наприклад, нове коливання, а **в квантовій механіці** складання двох однакових станів зводиться до множення хвильової функції на сталий множник, тобто **ми отримуємо той же самий стан**. Таким чином, **принцип суперпозиції показує, які із квантових станів, які є в нашому розпорядженні, можна багатьма способами створювати нові стани і кожний стан можна розглядати як результат суперпозиції двох або багатьох інших станів, причому це можна здійснювати нескінченною кількістю способів**.

Оскільки $|\psi^*\psi|$ є густиною ймовірності знайти частинку в певній точці простору з координатами r , а ймовірність повинна бути скінченною, однозначною, неперервною та нормованою, то **на хвильову функцію** також **накладають обов'язкові умови**:

- скінченність,
- однозначність,
- неперервність,
- ортонормованість, тобто

$$\int \psi^* \psi dV = \delta_{nm} = \begin{cases} 1 & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}, \quad (6.27)$$

де інтеграл береться по всьому об'єму. Крім того, внаслідок принципу суперпозиції **хвильова функція повинна описуватись лінійним хвильовим рівнянням**.

При нормуванні хвильових функцій з неперервним спектром за формулою (6.27), наприклад, для плоскої хвилі де Бройля, виникають труднощі. В цих випадках, щоб уникнути нескінченності, частинка розглядається в обмеженому просторі й нормування виконується за допомогою δ - функції Дірака:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{\lambda}^* \psi_{\lambda'} dV = \delta(\lambda - \lambda') = \begin{cases} 0 & \lambda = \lambda' \\ 1 & \lambda \neq \lambda' \end{cases}, \quad (6.26)$$

де λ - власне значення оператора хвильової функції і $\int \delta(\lambda - \lambda') d\lambda = 1$. Інші способи нормування будуть розглядатись в курсі квантової механіки.

=====

Наведемо конкретні вирази для δ - функції.

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{ikx\} dk = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos(kx) dx.$$

$$\delta(x) = \frac{1}{L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left\{i \frac{2\pi n}{L} x\right\} = \frac{1}{L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \frac{\sin \frac{\pi}{L} (2N+1)x}{\sin \frac{\pi}{L} x}.$$

$$\delta(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sin xL}{\pi L}.$$

$$\delta(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 x\tau}{\pi\tau x^2}.$$

$$\delta(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{\pi\alpha}} \exp\left\{-\frac{x^2}{\alpha}\right\}.$$

$$\text{Розмірність } \delta(x) \left[\frac{1}{x} \right].$$

$$\delta(x) = \delta(-x); \quad x\delta(x) = 0; \quad \delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x), \quad a = \text{Const}.$$

=====

Для хвильової функції, яка залежить від координат координатного простору, можна знайти середні значення фізичних величин, які залежать від координат:

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int x \psi^* \psi dV = \int \psi^* x \psi dV \\ \langle x^2 \rangle &= \int x^2 \psi^* \psi dV = \int \psi^* x^2 \psi dV \\ \langle f(r) \rangle &= \int f(r) \psi^* \psi d^3r = \int \psi^* f(r) \psi d^3r. \end{aligned} \quad (6.29)$$

Якщо ми цікавимося середнім значенням імпульсу або іншої фізичної величини, яка залежить від імпульсу, то $\psi(r)$ розвинемо в ряд Фур'є (фізичний зміст хвильової функції не спотворюється, бо вона підлягає принципу суперпозиції):

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{2A}} \sum_m C_m(p) \exp\left\{i \frac{p_m x}{\hbar}\right\}.$$

Тут $\frac{1}{\sqrt{2A}} \exp\left\{i \frac{p_x x}{\hbar}\right\}$ - плоска хвиля де Бройля, $p_m = \frac{\pi \hbar m}{A}$, A - розмір ящика, m - цілі числа, які вибираються згідно теореми Фур'є із умови, що показник експоненти p_m повинен змінюватися на цілі кратні до 2π . Множник C_n , дорівнює:

$$C_n(p) = \frac{1}{\sqrt{2A}} \int \psi(r) \exp\left\{-i \frac{p_n x}{\hbar}\right\} dx.$$

Він визначає вагу, з якою входять окремі плоскі хвилі де Бройля до ψ - функції (тобто стани з певними значеннями імпульсів). При чому має також місце нормування, що є наслідком теореми повноти в теорії рядів Фур'є

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} |C_m|^2 = \int_{-L}^L |\psi(x)|^2 dx = 1.$$

Останній вираз показує, що фізичний зміст мають не величини C_m , а квадрати їхнього модуля $|C_m^* C_m|$, тому що лише в цьому разі сума ймовірностей того, що маємо всі можливі імпульси, дорівнює одиниці. Тут $|C_m^*(p) C_m(p)|$ - ймовірність того, що частинка має імпульс p . Середнє значення імпульсу або фізичної величини, яка залежить від нього, буде визначатись за формулою

$$\langle p \rangle = \sum C_m^* p_m C_m,$$

яка може бути приведена до такого вигляду

$$\langle p \rangle = \int \Psi^*(r) (-i\hbar \nabla) \Psi(r) d^3r, \quad (6.30)$$

де замість імпульсу використовується **оператор імпульсу** $-i\hbar \nabla$. Доведення формули (6.30) наводиться у курсах квантової механіки [5, 6 та у додатку 1 в 7]. Ця властивість імпульсу є загальною для квантової механіки, в якій фізичні величини замінюються відповідними операторами фізичних величин.

6.4. Співвідношення невизначеностей

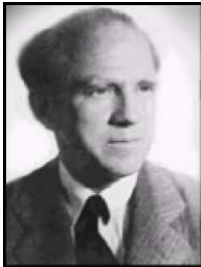
Наявність у частинок хвильових і корпускулярних властивостей застерігає нас від простого переносу класичних уявлень і методів для опису і вивчення властивостей цих частинок. Хвилі – нелокалізовані, а частинки – локалізовані. Будь-яке обмеження хвильового процесу або часу його розповсюдження завжди призводить до втрати

монохроматичності (моноенергетичності). При цьому, як вже було показано, мають місце такі фундаментальні нерівності:

$$\Delta x \Delta p \geq h \quad (6.31)$$

$$\Delta E \Delta t \geq h. \quad (6.32)$$

Формули (6.31) і (6.32) називаються **співвідношеннями або принципом невизначеностей Гейзенберга**, бо на наявність зв'язку між цими величинами вперше вказав німецький вчений, лауреат Нобелівської премії 1932 року з фізики Вернер Гейзенберг.



ГЕЙЗЕНБЕРГ ВЕРНЕР КАРА (1901-1976)

Німецький фізик-теоретик.

У 1920 поступив у Мюнхенський університет, де прослухав курс лекцій по теоретичній фізиці А.Зоммерфельда; закінчив університет у 1923. У 1923-1927 – асистент М.Борна в Геттінгенському університеті, у 1927-1941 – професор фізики Лейпцігського та Берлінського університетів, з 1941 – директор Інституту фізики Макса Планка в Берліні і професор Геттінгенського університету.

Разом з Н.Бором Гейзенберг висунув концепцію матричної механіки, до якої прийшов, намагаючись вирішити протиріччя між класичними рівняннями руху і постулатами Бора. На основі своєї теорії Гейзенберг зробив квантомеханічний розрахунок атома гелію, показавши можливість існування його в двох різних станах (орто- і пара-).

У 1927 Гейзенберг сформулював у математичному виді «принцип невизначеності», у 1928 Гейзенберг разом з П.Діраком висунув ідею обмінної взаємодії, розробив квантомеханічну теорію спонтанної намагніченості феромагнетиків, засновану на обмінній взаємодії електронів. У 1929 разом з В.Паулі працював над побудовою теорії квантової електродинаміки, ввів схему квантування полів. Намагався одержати маси й інші характеристики елементарних частинок з єдиного польового рівняння. Відзначений у 1932 Нобелівською премією з фізики «за створення квантової механіки, застосування якої ініціювало інше відкриття - алотропічних форм водню».

Згідно цього принципу існує принципова границя точності вимірювання. Вона закладена в природі речовини і не може бути перевершена ніякими вдосконаленнями приладів та методів вимірювання.

Співвідношення (6.31) встановлюють допустиму межу невизначеностей Δx та Δp , з якими стан частинки можна характеризувати так само, як і в класичній фізиці за допомогою координат r і імпульсів p . Чим точніше локалізована частинка, тобто чим менше $\Delta x \rightarrow 0$, тим більше невизначеність імпульсу $\Delta p \rightarrow \infty$, тому що $\Delta x \Delta p \geq h$. Або чим коротший проміжок часу існування будь-якого стану або інтервалу часу між послідовними вимірами, тим з меншою визначеністю можна говорити про енергію цього стану, тому що $\Delta E \Delta t \geq h$. Це спів-

відношення невизначеності (6.32) виникає внаслідок взаємодії системи з вимірним приладом, збурення якої не може бути меншим, ніж $\hbar/\Delta t$. Воно залишається справедливим, коли навіть ΔE – це *невизначеність нестационарного стану замкненої системи*, а Δt – характерний час, протягом якого суттєво змінюються середні значення фізичної величини цієї системи. Таким чином, співвідношення невизначеності для енергії і часу залежить від того, чи відбувається еволюція системи за характерний час Δt . У стаціонарних станах відсутня еволюція ($\Delta t \rightarrow \infty$), тому їм можна приписувати певну енергію.

Більш точний вираз для співвідношення невизначеностей має вигляд

$$\sqrt{\langle \delta x^2 \rangle \langle \delta p^2 \rangle} \geq \hbar/2, \quad (6.33)$$

де $\langle \Delta x^2 \rangle = \langle q_i^2 \rangle - \langle q_i \rangle^2$ – середнє квадратичне відхилення фізичної величини від її середнього значення, яке можна записати таким чином

$$\langle \Delta x^2 \rangle = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - 2\langle x \langle x \rangle \rangle + \langle x \rangle^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2.$$

Перевіримо чи задовольняє принцип (співвідношення) невизначеності трьом необхідним умовам існування будь-якої теорії: 1) *пояснювати попередні факти* класичної фізики, 2) *пояснювати нові явища*, які не змогла пояснити класична фізика і 3) *передбачувати нові явища*.

По-перше, принцип невизначеності **не суперечить дослідом класичної фізики**, тому що для макротіл невизначеність знаходиться поза можливостями методів дослідження. Перевіримо це на дослідах спостереження частинок у камері Вільсона (лауреат Нобелівської премії 1927 р). Застосуємо співвідношення невизначеності для електронних треків, коли $m_0 \sim 10^{-27}$ г, $v > 10^8$ см/с, $\Delta x \sim 10^{-4}$ см, тоді відносна невизначеність їх швидкості $(\Delta v/v > \hbar/vm\Delta x \sim 10^4/10^8=10^{-4})$ дуже мала. Для макроскопічних частинок з масою $m=1$ г, що рухаються із швидкістю звука $v \sim 10^4$ см.с⁻¹ і для $\Delta x \sim 10^{-4}$ см $\Delta v/v \sim 10^{-26}=10^{-24}\%$, що знаходиться поза межами експериментальних можливостей.

Розгляд подібних прикладів дозволив Нільсу Бору сформулювати **принцип відповідності**, який полягає в тому, що квантова теорія в граничному випадку малих змін (малих квантових стрибків) фізичних величин збігається з існуючою класичною теорією. У **випадках великих квантових чисел результати квантового та класичного опису збігаються**. Іншими словами, якщо в процесі, що вивчається,

беруть участь багато квантів, то рівняння квантової фізики збігаються з класичними рівняннями для усереднених величин.

По-друге, хвильові та корпускулярні явища **узгоджуються фактом спостереження інтерференції частинок**. Розглянемо дослід визначення локалізації електрона. Обмежимо його локалізацію отвором у непрозорому екрані. Наявність електрона поза екраном означатиме, що він у певний момент часу знаходився в отворі екрана, тобто його локалізація на осі x визначалась діаметром отвору d . Просторовий розподіл електронів, що пройшли крізь отвір, визначається їхньою дифракцією (рис.6.3). Мінімум просторового дифракційного розподілу інтенсивності має місце за умовою:

$$d \cdot \sin \theta = \lambda = h/p_0, \quad (6.34)$$

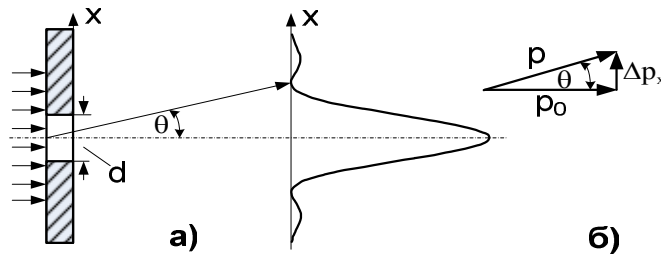


Рис.6.3. Хід променів в отворі екрана.

де d - діаметр отвору в екрані. Розсіяння електронів у отворі екрана змінює його імпульс Δp_x у напрямку осі x . Із трикутника імпульсів (рис.6.3.б) можна визначити

$$\Delta p_x = p_0 \cdot \sin \theta. \quad (6.34^*)$$

Виключивши $\sin \theta$ з рівнянь (6.34) і (6.34*) знайдемо:

$$\Delta p_x d = \Delta p_x \Delta x \geq h \quad (6.35)$$

Ми знову отримали співвідношення невизначеностей. Чим менше діаметр отвору, тим більше утворюється розкид електронних імпульсів.

Розглянемо ще один уявний дослід визначенню координати електрона за допомогою γ - мікроскопа (дослід Гейзенберга). Схема досліду наведена на рис. 6.4. Вздовж осі x розповсюджуються електрони з імпульсом $p_{e,x} = \text{Const}$, а вздовж осі y - γ - кванти з імпульсом $p_{\gamma,y} = \text{Const}$. Для того, щоб отримати зображення електрона, потрібно, щоб відбулося розсіяння γ - кванта електроном. Розсіяні кванти формують зображення електрона в площині зображень мікроскопа. Точність локалізації електрона Δx залежить від роздільної здатності мікроскопа, яка обмежується дифракцією, тому

$$\Delta x = \lambda_{\phi} / \sin \alpha, \quad (6.36)$$

де λ_{ϕ} - довжина хвилі γ - кванта, α - апертурний кут об'єктива.³

При розсіянні γ - кванта його початковий імпульс $p_{\phi,0}$ зміню-

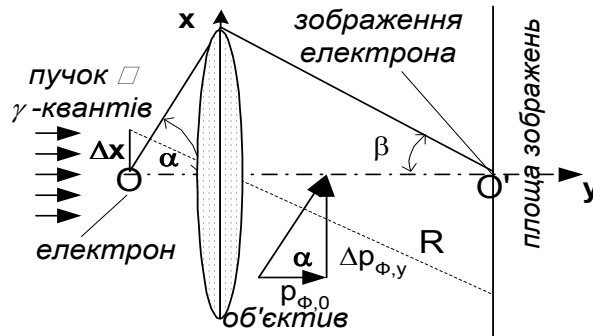


Рис.6.4. Уявний дослід з γ -мікроскопом.

ється на величину $\Delta p_{\phi,x}$, що передається електрону

$$\Delta p_{e,x} = \Delta p_{\phi,x} = p_{\phi,0} \cdot \tan \alpha \geq p_{\phi,0} \sin \alpha \quad (6.37)$$

або з урахуванням формули (6.36)

$$\Delta p_{e,x} \geq p_{\phi,0} \sin \alpha = p_{\phi,0} \cdot \lambda_{\phi} / \Delta x = (h \cdot \nu / c) \cdot \lambda_{\phi} / \Delta x = h / \Delta x \quad (6.38)$$

Ми знову отримали співвідношення невизначеності

$$\Delta x \Delta p_x > \hbar.$$

У свій час було розглянуто дуже багато таких уявних дослідів, і завжди кінцевим результатом було отримано співвідношення невизначеності. Ці властивості Н. Бор назвав *принципом доповнення*, згідно якому хвильові та корпускулярні властивості частинок є доповненими у тому сенсі, що експеримент, призначений для визначення величини будь-якої хвильової частинки, виключає одночасне точне вимірювання двох різновидів їхніх властивостей, тобто неможливо одночасно вимірювати хвильові і корпускулярні властивості частинок. Ця особливість відбиває об'єктивні риси квантових систем, які не зв'язані з існуванням спостерігача.

По-третє, принцип невизначеності може передбачати нові властивості мікрооб'єктів. Наприклад, оцінімо за його допомогою розмір атома водню та його повну енергію, яка складається з його кінетичної та потенціальної енергій

$$E = E_k + V = p^2 / 2m_0 - e^2 / \Delta x. \quad (6.39)$$

³ Радіус кружка на екрані мікроскопа можна визначити із умови синусів Аббе $R\beta = \Delta x \sin \alpha$. Крім того, радіус мінімуму дифракційного кільця дорівнює $R = \lambda / \beta$.

За допомогою співвідношення невизначеності (6.31) знайдемо імпульс $p \sim \Delta p$

$$p^2 \approx \langle \Delta p^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4} \langle \Delta x^2 \rangle. \quad (6.40)$$

Підставимо p^2 із (6.38) у формулу (6.37) і знайдемо мінімальне значення E

$$\frac{\partial E}{\partial (\Delta x)} = 0 = -\frac{\hbar^2}{4m_0(\Delta x^2)} + \frac{e^2}{\Delta x} \quad (6.41)$$

звідки
$$\Delta x_m = \frac{\hbar^2}{4m_0 e^2} \approx \frac{10^{-27} 10^{-27}}{4 \times 25 \times 10^{-20}} = 10^{-9} \text{ см} \quad (6.42)$$

$$E_m = \frac{\hbar^2}{4m_0 \Delta x^2} - \frac{e^2}{\Delta x_m} = -\frac{e^2}{2\Delta x_m} = 4 \times 13,6 \text{ еВ} . \quad (6.43)$$

Числам не слід надавати великого значення, тому що з нерівності визначаються лише порядки величин. Розрахункові величини Δx і E_m за порядком величини збігаються з експериментальними значеннями розміру атома водню і його енергії іонізації. Це означає, що *включення до складу атома електрона і позитивно зарядженого ядра не суперечить співвідношенню невизначеностей, і тому така система може існувати в природі.*

Розглянемо тепер ядро атома. Відомо, що під час β -розпаду із ядра вилітають β -частинки (електрони). Можна було б і в цьому разі стверджувати, що до складу ядра входять електрони. Проте це суперечить співвідношенню невизначеностей. Дійсно, розмір атомного ядра за Резерфордом становить $\Delta x < 10^{-13} \text{ см}$. Знайдемо із співвідношення невизначеності невизначеність швидкості. Вона становить $\Delta v > \hbar/m\Delta x = 6 \times 10^{-27} / (10^{-27} \times 10^{-13}) = 6 \times 10^{13} \text{ см} \times \text{с}^{-1} > c$, що значно перевищує швидкість світла c . Таким чином, приходимо до висновку, що *електрон не може входити до складу атомного ядра. Він народжується в процесі β -розпаду.* Обрахуємо також енергію цих електронів.

$$E = (c^2 p^2 + m_0^2 c^4)^{0,5} = \sqrt{\frac{c^2 \hbar^2}{4\Delta x_m^2} + m_0^2 c^4} = 100 \text{ MeV}.$$

Вона виявляється значно більшою експериментального значення E . Таким чином, ми ще раз показали, що електрон не може входити до складу атомного ядра.

По-четверте, знаючи час життя системи в збудженому стані τ , ми завжди можемо оцінити ширину випромінюваної спектральної лінії, бо

$$\Delta(h\nu) > h/\tau.$$

Ця оцінка досить добре збігається з експериментальними результатами.

6.5. Висновки

1. Мікрооб'єкти мають хвильові та корпускулярні властивості (корпускулярно-хвильовий дуалізм) й тому не є ні частинками, ні хвилями в класичному розумінні слова.
2. Стан частинок описується хвильовими функціями (ψ -функціями). Хвильова функція вільної частинки - це плоска хвиля де Бройля ($\psi = \psi_0 \exp\left\{-i\left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}\right)\right\}$).
3. Мікрочастинки не мають певних траєкторій в класичному розумінні слова. Для них лише зберігаються такі класичні характеристики, як m - маса та e - заряд.
4. Мікрочастинка уявляється "розмазаною" в просторі. Квадрат амплітуди хвильової функції $|\psi^*\psi|$ характеризує густину ймовірності знаходження частинки в даній точці простору. Швидкість мікрочастинки збігається з груповою швидкістю хвиль, які визначають її стан.
5. Оскільки фізичний зміст має $|\psi^*\psi|$ як густина ймовірності, то хвильова функція повинна задовольняти умовам скінченності, однозначності, неперервності, ортонормованості і принципу суперпозиції. Ймовірний характер поведінки елементарних частинок стає їхньою властивістю, навідміну від класичної фізики, де ймовірність застосовується для опису ансамблів класичних частинок.
6. Хвильові функції дозволяють знаходити середні значення фізичних величин за формулою $\langle f \rangle = \int \psi^* \hat{f} \psi dV$, де \hat{f} - оператор фізичної величини. Для координат оператором служить координата, оператор імпульсу дорівнює $\hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla}$.
7. Принципово неможливо точно вимірювати координату мікрочастинки вздовж даної осі і проекцію імпульсу на ту ж саму вісь. Невизначеність в значеннях Δx і Δp зв'язані співвідношенням невизначеності $\Delta x \Delta p > \hbar$.
8. Принципово неможливо точно вимірювати енергію частинки через короткий інтервал часу, бо $\Delta E \Delta t > \hbar$. Хвильова функція частинки після вимірювання відрізняється від хви-

льової функції до вимірювання $\Psi_{\text{до}} \neq \Psi_{\text{після}}$. Чим більше проміжок часу Δt , тим точніше може бути визначена енергія стану. Стаціонарний стан існує нескінченно довго. Тому його енергія має певне значення.

9. Співвідношення невизначеностей не визначає границю пізнання природи, а лише вказує, з якою похибкою можна описувати складний об'єкт, що має хвильові та корпускулярні властивості, за допомогою понять класичної фізики.
10. Співвідношення невизначеностей не стверджує, як в свій час вважали представники копенгагенської школи Бор, Гейзенберг, Йордан та інші, що події розвиваються поза простором та часом. Взаємодія мікрооб'єктів, що мають хвильові та корпускулярні властивості, така ж сама, як і в класичній фізиці, де події розвиваються у просторі та часі.
11. Співвідношення невизначеностей і сама квантова механіка не порушують принципу причинності. Порушується лише лапласівський детермінізм, бо тепер стан частинки описується ймовірністю. Тому причинно-наслідкові зв'язки тепер виявляються більш складними і визначаються зміною в часі густини ймовірності $|\Psi(t) \cdot \Psi(t)|$. Ця властивість не є проявом недосконалості квантової механіки, а є наслідком законів, що діють у мікросвіті і вірно відображаються квантовою механікою. Проте це не означає, що квантова механіка є абсолютною істиною і не треба шукати нових шляхів до більш повного розкриття законів всесвіту.

6.6. Контрольні запитання та вправи

1. Як обчислюються середні значення динамічних змінних?
2. Що таке оператор фізичної величини?
3. Перерахуйте основні вимоги, яким повинна задовольняти хвильова функція. Звідки ці вимоги виникають?
4. В чому полягає принцип суперпозиції в квантовій механіці?
5. Чому хвильовий пакет не може бути вдалою моделлю елементарної частинки?
6. Який фізичний зміст хвильової функції?
7. Середній час життя електрона в збудженому стані $\Delta t = 10^{-8}$ с. Знайти ширину спектральної лінії, що випромінюється при переході з цього стану в не збуджений стан, якщо середня довжина хвилі цього випромінювання становить $\lambda \sim 600$ нм.

8. Наведіть приклади передбачення за допомогою співвідношення невизначеності.
9. Порівняйте невизначеності в швидкостях електрона і протона, що знаходяться в об'ємі з лінійним розміром 10^{-7} см.
10. Якщо забезпечити точність визначення довжини хвилі на рівні $\sim 10^{-6}$, то з якою невизначеністю можна вимірювати положення кванту при умові одночасного вимірювання λ і r .
11. Виходячи із співвідношення невизначеності, покажіть, що невизначеність моменту кількості руху ΔL і кутового положення тіла $\Delta \varphi$ зв'язані співвідношенням $\Delta L \Delta \varphi \leq \hbar$.
12. Яка невизначеність швидкості електрона в атомі водню з розміром 0,05 нм?
13. В камері Вільсона частинка візуалізується за допомогою краплинок туману діаметром ~ 1 мкм. Чи можна за формою треку електрона з енергією 10 кеВ оцінити відхилення його руху від класичних законів?
14. При яких кінетичних енергіях протонів можна досліджувати частинки розміром 10^{-13} см?

Тестові завдання

1. ВНАСЛІДОК ЯКИХ ПРИЧИН ВИНИКАЄ СПІВВІДНОШЕННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ?

- 1) у природі об'єктивно не існує станів мікрочастинки з точно визначеними координатами і імпульсом;
- 2) класичні змінні не притаманні для мікрочастинок, тому виникає певне наближення їхнього застосування;
- 3) обмеженість наших знань мікросвіту;
- 4) недоліки фізичного експерименту;
- 5) суттєвий вплив фізичних приладів на поведінку мікрочастинок;
- 6) неможливе одночасне проявлення мікроскопічним об'єктом хвильових та корпускулярних властивостей.

2. В ЯКИХ ВИПАДКАХ ДО МІКРОЧАСТИНОК МОЖЛИВО ЗАСТОСУВАТИ КЛАСИЧНУ МЕХАНІКУ?

- 1) коли $\hbar/m \ll 1$, де m — маса об'єкта;
- 2) коли λ_d порядку розмірів об'єкта;

- 3) коли $\lambda_d < d$;
- 4) коли $\Delta p x \Delta x \gg \hbar$;
- 5) коли $\Delta p x \Delta x \geq \hbar$;
- 6) коли фізичні величини, що мають розмірність дії (моменту імпульсу) значно більші сталої Планка;
- 7) при великих енергіях.

3. ХВИЛЬОВІ ВЛАСТИВОСТІ, ХАРАКТЕРНІ ДЛЯ ОКРЕМОЇ ЧАСТИНКИ (А) ЧИ ДЛЯ АНСАМБЛЮ ЧАСТИНОК (Б)?

- 1) а;
- 2) б;
- 3) а і б.

4. ЯКІ ПАРАМЕТРИ ХВИЛІ ДЕ БРОЙЛЯ ЧАСТИНОК МОЖНА ДОСЛІДИТИ АБО ВИМІРЯТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО?

- 1) частоту;
- 2) довжину хвилі;
- 3) амплітуду;
- 4) фазу;
- 5) енергію.

5. ЗА ЯКИХ УМОВ ПІДБИРАЄТЬСЯ ЕНЕРГІЯ ПРОТОНІВ, ЩОБ ДОСЛІДИТИ СТРУКТУРУ ЧАСТИНОК РОЗМІРОМ 10^{-13} СМ?

- 1) хвиля де Бройля $\lambda_p \sim 10^{-13}$ см;
- 2) $\lambda_p < 10^{-13}$ см;
- 3) $\lambda_p > 10^{-13}$ см.

Література

1. Матвеев А.Н. Атомная физика. - М.: Высш. шк. ,1989, -489 с. (§8, 18).
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Атомная и ядерная физика. Часть 1. М.: Наука, - 1986. -416с. (глава 3 §17-20).
3. Белый М.У., Охрименко Б.А. Атомная физика. Киев, «Вища шк.» . - 1984. -271с. (§3.1, 3.2).
4. Гайда З.П. Атомна фізика, Львів.: - 1965, - 356, (§11....16).
5. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Квантовая механика, - М.: Наука, -1979, -521с. (§1. 6.б).
6. Вакарчук І.О. Квантова механіка: Підручник. – 2-ге вид. Лоп. – Львів ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 784 с. : 76 іл. (§7).

7. Давыдов А.С. Квантовая механика, изд. 2-е, перероб. Учебник, М.: Наука, 1973.
8. Гольдин Л.Л., Новиков Г.И. Введение в атомную физику, Главн. Ред.. физ. мат. лит. М.: 1969, 303 с., ил.

Глава 7. РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА

*«Вгадування рівнянь, мабуть, дуже
вдалий спосіб відкривати нові закони»
Р.Фейнман*

7.1. Рівняння Шредінгера. 7.2. Найпростіші випадки рішення рівнянь Шредінгера. 7.2.1 Частинка в потенціальній ямі з нескінченними стінками. 7.2.2. Частинка в потенціальній ямі зі скінченними стінками. 7.3. Гармонічний осцилятор. 7.4. Прозорість потенціального бар'єра (тунелювання). 7.5. Оператори. 7.6. Висновки. 7.7. Контрольні запитання та вправи, тестові завдання. Література.

7.1. Рівняння Шредінгера

Стан частинки у вільному від сил просторі, визначається плоскою хвилею де Бройля $\psi = \psi_0 \exp\{-i(\omega t - kr)\}$. Інші стани повинні описуватись більш складними хвильовими функціями. Основною задачею квантової механіки є пошуки такого рівняння, розв'язок якого дозволяло б знаходити хвильові функції для всіх станів частинок у будь-яких полях. Таке рівняння, як і інші фундаментальні рівняння фізики, не виводиться, а постулюється на основі узагальнення існуючого досвіду, і перевіряється на різноманітних прикладах його застосування при розв'язуванні конкретних задач.

Рівняння для хвильової функції було запропоновано австрійським фізиком, лауреатом Нобелівської премії 1933 року **Ервіном Шредінгером** (1887-1961).



ШРЕДІНГЕР ЕРВІН (1887-1961)

Австрійський фізик.

Закінчив Віденський університет. Працював у Віденському і Йенському університетах, в 1920-1921 – професор Вищої технічної школи в Штутгарті й Бреслау (нині Вроцлав), в 1921 – Вищої технічної школи в Цюріху. В 1927, після відходу у відставку М.Планка, одержав кафедру теоретичної фізики в Берлінському університеті. В 1933-1935 – професор Оксфордського університету, в 1936-1938 – університету в Граці, в 1940 – професор Королівської академії в Дубліні, потім директор заснованого їм Інституту вищих досліджень. В 1956 повернувся в Австрію й до кінця життя залишався професором Віденського університету.

Основні роботи Шредінгера відносяться до області статистичної фізики, квантової теорії, квантової механіки, біофізики. Виходячи з гіпотези Л. де Бройля про хвилі матерії й принципу Гамільтона, розробив хвильову механіку, увівши для опису стану частинок хвильову функцію (ψ -функцію). Вивів основне рівняння нерелятивістської

квантової механіки (рівняння Шредінгера) і дав його рішення для окремих випадків. Встановив зв'язок хвильової механіки з матричною механікою Гейзенберга й довів їхню фізичну тотожність.

Подальші дослідження Шредінгера були присвячені теорії мезонів, термодинаміці, загальній теорії відносності. Він неодноразово намагався побудувати єдину теорію поля. Великий інтерес проявляв Шредінгер і до біології. В 1943 була опублікована його відома популярна книга «Що таке життя?». У ній він намагався використати фізичні підходи й концепції до рішення проблем живого, зокрема до встановлення природи генів. Ця книга вплинула на післявоєнне покоління молекулярних біологів і біофізиків, серед яких були Дж. Уотсон і Ф. Лемент, творці моделі ДНК-подвійної спіралі. Лауреат Нобелівської премії 1933р. з фізики (разом з П. Діраком) «за створення хвильової механіки».

Хід його роздумів був приблизно таким.

- **По-перше**, силові поля, що діють на частинки, повинні бути записані так, щоб їх можна було використати для розв'язку найбільш широкого кола задач. Виявилось, що такі поля зручно описувати потенціальною енергією $U(r)$ або потенціалом.
- **По-друге**, хвильове рівняння повинно бути **лінійним та однорідним**, бо цим буде забезпечено **виконання принципу суперпозиції**.
- **По-третє**, одним із розв'язків хвильового рівняння для випадку, коли $U=0$ або $U=\text{Const}$, повинна бути **плоска хвиля де Бройля**.
- **По-четверте**, повинен виконуватись **закон збереження та перетворення енергії**. Для голономної системи,¹ у якій відсутня взаємодія зі сторонніми силами, гамільтоніан системи записується:

$$H = T + U(q) \quad (7.1)$$

де T - кінетична енергія, $U(q)$ - потенціальна енергія, q і p - узагальнені координати та імпульси.

Знайдемо тепер таке рівняння, рішенням якого була б плоска хвиля де Бройля $\psi = \psi_0 \exp\{-i(Et - pr)/\hbar\}$. Для цього визначимо $\Delta\psi$ і $\partial\psi/\partial t$

$$\frac{\Delta\psi}{\psi} = -\left(\frac{p}{\hbar}\right)^2 \quad (7.2)$$

¹ Голономною системою називається механічна система, в якій всі накладені зв'язки являються геометричними. Ці зв'язки накладають обмеження лише на можливі положення точок і тіл системи в різні моменти часу, але не на їх швидкості.

$$\frac{1}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} = -i \frac{E}{\hbar} \quad (7.3)$$

Підставимо (7.2) і (7.3) у вираз для повної енергії E

$$\begin{aligned} E &= T + U \\ i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \psi + U\psi \end{aligned} \quad (7.4)$$

Ми отримали лінійне, однорідне рівняння, розв'язок якого при $U = 0$ є плоска хвиля де Бройля. Воно називається рівнянням Шредінгера.

Можна очікувати, що рівняння Шредінгера буде також описувати стани частинок у полях з іншими значеннями потенціалу U . Це неодноразово перевірялось розглядом багатьох задач, де конкретні умови задачі враховувались вибором потенціалу й граничних умов, і було досить переконливо підтверджено.

Рівняння Шредінгера має такі основні риси:

- По-перше, воно відрізняється від $(c^2)\partial^2 U/\partial t^2 = \Delta U$ - рівняння хвилі тим, що в нього входить перша, а не друга похідна від часу, і не входить уявне число $i = (-1)^{0.5}$. Тому рівняння називається **хвильовим рівнянням**, а не рівнянням хвилі.
- По-друге, воно **нерелятивістське**, бо не інваріантне до перетворень Лоренца² й не враховує залежності релятивістської маси від v/c . Воно також не враховує, що частинки можуть народжуватись й зникати, наприклад, при анігіляції.
- По-третє, хвильове рівняння **лінійне та однорідне** відносно функції ψ . Тобто, якщо ψ_1 та ψ_2 є розв'язками рівняння Шредінгера, то і їхня лінійна комбінація теж є розв'язком цього рівняння.
- По-четверте, **особливості різних систем** та випадків **враховуються за допомогою потенціалу $U(r)$** .

Особливе місце у фізиці займають **стаціонарні стани**. Вони є фундаментальним вихідним моментом опису фізичного світу. У стаціонарних станах рух частинок не залежить від часу й відбувається при $E = \text{Const}$. У квантовій механіці, на відміну від класичної механіки, де корпускула рухається в просторі зі зміною часу (за певними траєкторіями), рух корпускул і їхніх систем розуміють у більш

² Гендрик Антон Лоренц (1853-1928). Видатний голанський фізик, творець електронної теорії. Лауреат нобелівської премії з фізики (разом з Пітером Зеєманом) 1902 р за дослідження впливу магнетизму на процеси випромінювання. (Гл.17).

широкому філософському змісті (за Аристотелем³), як взагалі зміну стану. Рух у стаціонарному стані зв'язують не з перебуванням у ньому, а зі зміною цього стану. Тому фізику найбільш цікавлять переходи з одного в інший стаціонарний стан. *Якщо ми бачимо щось у Всесвіті, то це означає, що Всесвіт не знаходиться в стаціонарному стані, і ми сприймаємо сигнали від переходів між стаціонарними станами.*

Хвильові функції стаціонарного стану можуть залежати від часу t , тому що вони фізично не спостерігаємі величини. **Фізичний зміст має лише квадрат модуля хвильової функції**, тому вона має бути комплексною:

$$\psi(r,t) = \psi(r)\exp\{-i\omega t\} = \psi(r)\exp\{-iEt/\hbar\} \quad (7.5)$$

Тоді густина ймовірності визначається лише тією частиною хвильової функції, яка залежить від координат і не залежить від часу

$$|\psi(r,t)^* \psi(r,t)| = |\psi(r)^* \psi(r)| \quad (7.6)$$

Підставимо тепер (7.5) у рівняння Шредінгера (7.4)

$$i\hbar \left(-\frac{iE}{\hbar} \right) \psi(r) \exp\left\{ -\frac{Et}{\hbar} \right\} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \psi(r) + U(r)\psi(r) \right] \exp\left\{ -i\frac{Et}{\hbar} \right\}$$

або

$$\Delta \psi(r) + \frac{2m_0}{\hbar^2} [E - U(r)] \psi(r) = 0 \quad (7.7)$$

Рівняння (7.7) - це не релятивістське хвильове рівняння Шредінгера для стаціонарних станів. Окремі випадки визначаються виглядом функції $U(r)$.

З усіх можливих розв'язків рівняння (7.7) вибирають лише хвильові функції, які **задовольняють такі вимогам:**

- **неперервності,**
- **однозначності,**
- **скінченності,**
- **ортонормованості**

$$\int \psi_m^* \psi_n dv = \delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{для } m = n \\ 0 & \text{для } m \neq n \end{cases} \quad (7.8)$$

=====

³ Аристотель (384 - 322 р до н.е.) - великий древньогрецький філософ. Систематизував і узагальнив природничі спостереження в своїх працях «Фізика», «Про виникнення та знищення», «Методологія», «Про небо».

У випадку трансляційної симетрії, коли $\psi(x + L) = \psi(x)$, частинка не вільна і її спектр дискретний. Однак і в цьому разі можна записати $\int \psi_{kx}(x)^* \psi_{kx1}(x) dx = A^2 \exp\{i(k_x - k_{x1})x\} dx = A^2 \delta(k_x - k_{x1})$ (7.8*), де $\delta(k_x - k_{x1})$ - дельта функція Дірака.

Необхідно окремо розглянути випадок хвильової функції вільної частинки, що рухається в необмеженому просторі

$$\psi(x, t) = A_0 \exp\{-i(\omega t - kx)\}$$

Розглянемо випадок для фіксованого часу, коли $\omega t = \text{Const}$

$$\psi(x, t) = A \exp\{ikx\}$$

Нормування цієї функції дає

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_k^* \psi_k dx = \infty$$

Розглянемо випадок різних k

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{k'}^*(x) \psi_k(x) dx &= \lim_{L \rightarrow \infty} \int_{-L}^L \psi_{k'}^*(x) \psi_k(x) dx = \lim_{L \rightarrow \infty} |A|^2 \int_{-L}^L e^{i(k-k')x} dx = \\ &= |A|^2 \lim_{L \rightarrow \infty} 2 \frac{\sin(k-k')L}{(k-k')} = 2\pi |A|^2 \cdot \delta(k-k') \end{aligned}$$

де $\delta(k-k') = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\sin(k-k')L}{\pi(k-k')}$ - дельта функція Дірака, для якої

$$\int_a^b f(x) \delta(x-x_0) dx = \begin{cases} 0, & a > x_0, x_0 > b \\ f(x_0), & a < x_0 < b \end{cases} \quad \text{Тоді}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{k'}^*(x) \psi_k(x) dx = \delta(k-k')$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{p'}^*(x) \psi_p(x) dx = \delta(p-p')$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_p^*(x') \psi_p(x) dp = \delta(x-x')$$

=====

Аналіз показує, що для випадків, коли $U(r) \neq 0$, задовольнити умовам скінченності, однозначності, неперервності й ортонормованості можна **лише при певних власних значеннях E , які можуть бути дискретними або неперервними**. Тому розв'язок рівняння Шредінгера дає:

- **спектр власних значень E та**

- **набір ортонормованих хвильових функцій $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$**

Перехід з одного стаціонарного стану із хвильовою функцією ψ_1 і енергією E_1 до іншого стаціонарного стану з ψ_2 і E_2 відбувається при зміні енергії стану на певну величину $\hbar\omega_{12}$, наприклад, з випромінюванням або поглинанням кванта електромагнітних хвиль із частотою ω_{12} , енергія якого визначається правилом частот Бора:

$$\hbar\omega_{12} = E_2 - E_1 \quad (7.9)$$

Для доведення цього правила скористаємося *принципом суперпозиції*. Крім станів з ψ_1 і ψ_2 існує також *змішаний стан* $\psi_{12} = \psi_1 + \psi_2$ із густиною ймовірності

$$\psi_{12}^* \psi_{12} = (\psi_1^* + \psi_2^*)(\psi_1 + \psi_2) = \psi_1^* \psi_1 + \psi_2^* \psi_1 + \psi_1^* \psi_2 + \psi_2^* \psi_2.$$

Підставимо в цей вираз хвильові функції 1-го й 2-го стаціонарних станів у вигляді $\psi_{1,2}(r, t) = \psi_{1,2}(r) \exp\{-i\omega_{1,2}t\}$, тоді

$$\begin{aligned} \psi_{12}^* \psi_{12} &= |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + |\psi_2^* \psi_1| \exp\{+i(\omega_2 - \omega_1)t\} + |\psi_1^* \psi_2| \exp\{-i(\omega_2 - \omega_1)t\} = \\ &= |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + 2|\psi_1^* \psi_2| \cos\{(\omega_2 - \omega_1)t\}, \end{aligned}$$

де

$$\omega_2 - \omega_1 = \omega_{1,2} = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}. \quad (7.9^*)$$

Цей розгляд показує, що перехід між стаціонарними станами супроводжується випромінюванням або поглинанням кванту світла із частотою ω_{12} .

7.2. Найпростіші випадки рішення рівнянь Шредінгера

7.2.1. Частинка в потенціальній ямі з нескінченними стінками

Розглянемо частинку в потенціальній ямі з нескінченими стінками, для якої потенціал $U(x)$ має вигляд:

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{для } 0 \leq x \leq a; \\ \infty & \text{для } x < 0 \text{ і } x > a \end{cases}$$

Розіб'ємо весь простір (одновимірний задачею рис.7.1) на 3 області: 1 - $U = U_0 \rightarrow \infty$, 2 - $U = 0$ і 3 - $U = U_0 \rightarrow \infty$. Для цих областей маємо 3-й рівняння:

$$\frac{d^2\psi_{1,2,3}}{dx^2} + \frac{2m_0}{\hbar^2}(E - U_{1,2,3})\psi_{1,2,3} = 0 \quad (7.10)$$

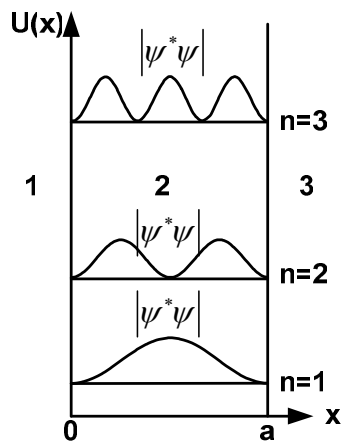


Рис.7.1. Прямокутний потенціальний бар'єр.

або
$$\psi''_{1,2,3} + \varpi_{1,2,3}^2 \psi_{1,2,3} = 0$$

де
$$\psi'' = \frac{d^2\psi}{dx^2} \text{ і } \varpi_{1,2,3}^2 = \frac{2m_0}{\hbar^2}(E - U_{1,2,3}) \quad (7.11)$$

Загальний розв'язок рівняння (7.9) має вигляд:

$$\psi_{1,2,3} = A_{1,2,3}\cos(\varpi_{1,2,3}x) + B_{1,2,3}\sin(\varpi_{1,2,3}x), \quad (7.12)$$

де A і B довільні сталі. Їх можна визначити з таких умов:

- 1) в областях 1 і 2, де $U_{1,3} \rightarrow \infty$, частинка існувати не може, бо не може мати нескінчену енергію, звідки $\psi_{1,3} = 0$ і $A_{1,3} = B_{1,3} = 0$;
- 2) умова неперервності хвильової функції дає

$$\psi_1(x=0) = \psi_2(x=0) \quad \text{та} \quad \psi_3(x=a) = \psi_2(x=a)$$

або

$$A_2 \cos(\varpi_2 0) + B_2 \sin(\varpi_2 0) = 0$$

$$A_2 \cos(\varpi_2 a) + B_2 \sin(\varpi_2 a) = 0$$

Із цих рівнянь знаходимо $A_2 = 0$ та

$$\varpi_2 a = n\pi, \quad (7.13)$$

де n - ціле число, яке пробігає значення $n = 1, 2, 3, \dots$

Підставимо в (7.13) ϖ_2 із формули (7.11), тоді

$$E = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_0 a^2} \quad (7.14)$$

$$\psi_2 = B_2 \sin(\varpi_2 x) \quad (7.15)$$

Проаналізуємо отримані результати.

- По-перше, енергетичний спектр частинки всередині бар'єра дискретний
- По-друге, відсутній рівень із квантовим числом $n = 0$, тому що це суперечить співвідношенню невизначеностей. Дійсно, якщо $n = 0$, то згідно (7.13), $E = 0$ і $p_x = 0$. А співвідношення невизначеності дає таке значення для $\Delta x > \hbar/\Delta p_x \rightarrow \infty$, що вимагає локалізації електрона у всьому просторі, а не в межах бар'єру.
- По-третє, інтервал між дискретними рівнями енергії ΔE залежить від ширини бар'єра та квантового числа n

$$\Delta E_{n,n+1} = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_0 a^2} (2n+1) \quad (7.16)$$

У таблиці 7.1 наведені дані для ΔE при різних a .

Таблиця 7.1. Значення ΔE при різних значеннях ширини бар'єра

a [Å]	1	10	100	1000
ΔE [eV]	$1,8 \times 10^{-10}$	$1,8 \times 10^{-12}$	$1,8 \times 10^{-14}$	$1,8 \times 10^{-16}$
ΔE [eV]	$1,1 \times 10^2$	1,1	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-4}$

Експериментально виявити дискретні рівні енергії можливо лише тоді, коли $\Delta E_{1,2} > k_B T$. Для $T = 300\text{K}$ і $m_0 = 10^{-27} \text{ г}$

$$a < \frac{\hbar \sqrt{3\pi}}{\sqrt{2m_0 kT}} \approx 80 \text{ Å}$$

Ці квантові властивості твердого тіла спостерігаються експериментально й називаються квантовим розмірним ефектом, який останнім часом знайшов застосування в наноелектроніці.

- По-четверте, під час переходу з одного стаціонарного стану з енергією E_1 в інший з енергією E_2 відбувається поглинання або випромінювання кванта енергії $\hbar\omega = E_2 - E_1$.

7.2.2. Частинка в потенціальній ямі зі скінченними стінками

У випадку бар'єра скінченної висоти розв'язок задачі знаходиться так, як і для бар'єра з нескінченими стінками.

Ця задача буде розв'язуватись на практичних заняттях. Результати розв'язку:

- По-перше, частинки мають при $E > U_0$ неперервний спектр енергії, як і у вільної частинки.
- По-друге, при $E < U_0$ спектр енергії частинки дискретний і для найглибших рівнів збігається з попереднім випадком бар'єра з нескінченими стінками.
- По-третє, не існує рівня енергії із квантовим числом $n = 0$, тому що це суперечить співвідношенню невизначеностей.
- По-четверте, на відміну від попереднього випадку бар'єра з нескінченими стінками для бар'єра зі скінченими стінками хвильові функції не прямують до нуля на його стінках, а плавно (експоненціально) затухають у середині стінки бар'єра, як це показано на схематичному рис.7.2.

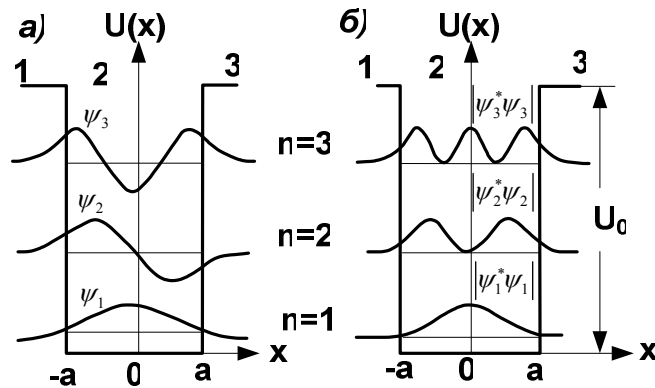


Рис.7.2. Потенціальна яма зі скінченими стінками: а – хвильові функції для $n = 1, 2, 3$, б – модуль квадрата хвильової функції.