

Що таке фотон

Які параметри характеризують квант електромагнітного випромінювання

Наведіть приклади фізичних явищ де виявляється фотонна структура електромагнітного поля

Чому формула Планка не описує спектральний склад випромінювання лазера та люмінесценції

Що таке фотонний вакуум із погляду планківського розподілу

Чому доданки в рівнянні фотоефекту у діапазоні кімнатних температур не залежать від температури

Квантовий вихід фотоефекту зазвичай не перевищує  $10^{-2}$  чому

Якими будуть особливості спостереження фотоефекту при переході до короткохвильового діапазону електромагнітних хвиль

Сплануйте експеримент із вимірювання сталої Планка

Відомо що взаємодію атомів із лазерним випромінювання використовують для їх охолодження

Ефект массбауера полягає у зменшенні зсуву та уширенні спектра ...

Існує проект фотонної ракети де робочою речовиною є потік фотонів

Чим відрізняється обернений ефект комптона від прямого

Як відрізнити фотоелектрони від комптонівських електронів

Чому для спостереження ефекту комптона використовують електромагнітне випромінювання рентгенівського діапазону

Чому на відстанях менших від .... Закон кулона потребує уточнення

Поясніть ефект збудження макроскопічного обертового механічного моменту

Чому дорівнює вільна енергія випромінювання АЧТ

Чи існують аналоги співвідношення невизначеностей в класичній механіці

Які висновки можна зробити виходячи з співвідношення невизначеностей

Чому для найнижчого енергетичного стану квантової системи можна та зручно користуватись наближенням

Запропонуйте якісне пояснення тунельного ефекту виходячи зі співвідношення невизначеності

За умови застосування хвильової моделі закон заломлення записують як

За якої енергії довжина хвилі де бройля електрона дорівнюватиме комптонівській довжині хвилі

Уперше для дослідження дифракції електронів метод дебая-шерера застосували тартаковський і томсон як пов'язані між собою параметри дифракційної картини та пучка електронів

Знайдіть фазову та групову швидкості хвилі де бройля релятивістської частинки масою яка рухається зі швидкістю

Чи є формула де бройля вірною тільки для нерелятивістської частинки

Поясніть чому довжина хвилі де бройля входить до критерію застосування методів квантової механіки

Корпускулярно-хвильовий дуалізм притаманний ансамблю частинок чи окремим мікрооб'єктам

Якщо електрон – неподільна частинка то як треба розуміти дифракцію одного електрона на двох щілинах

За яких умов рівняння лауе переходять в умову брегга-вульфа

Поясніть особливості дифракції повільних електронів де вона використовується

Що таке електронографія

Чи існує таке поняття як частота хвилі де бройля

Чи можна експериментально виміряти внутрішній потенціал металу

Що таке ефект рамзауера

Як можна уявити перебування квантової частинки у стаціонарному стані

Які типи задач можна розв’язувати за допомогою рівняння шредінгера

Тунелювання є типовим квантовим явищем і виявом хвильових властивостей частинок

Що таке тунельний растровий мікроскоп

Який фізичний зміст власних значень операторів у квантовій механіці

Чим відрізняється чисті та змішані квантові стани

Поясніть яким чином за допомогою класичного макроскопічного приладу виконуються виміри над квантовою системою

Які фактори впливають на частинки що реєструються в камері вільсона

Яку максимальну енергію можна досягти при прискоренні заряджених частинок у циклічних прискорювачах

Що таке мас-спектрометр які основні вузли цього приладу

Чи можна в однорідному електричному полі розділити іони з різними значеннями але з однаковими швидкостями

Чому радіуси траекторій протона та електрона в однорідному магнітному полі суттєво відрізняються

Що таке лінійна дисперсія мас-спектрометра

Що таке чутливість мас-спектрометра / відносна чутливість

Роздільна здатність масспектрометра

Що таке стала електромагнітної взаємодії

Чому дорівнює швидкість електрона на борівських орбітах із квантовим числом

Як підрахувати енергію іонізації іона літія

Скільки ліній випромінює атом водню якщо він перебуває у збудженому стані з квантовим числом

Чому атоми водню використовують як еталонні в метрологічних стандартах довжин хвиль

Чому дорівнює ізотопічний зсув довжин хвиль атома дейтерію

Що таке екзотичні атоми

Якому з двох представлень атомних орбіталей має бути надана перевага – комплексному чи дійсному

Якщо на атом не діє зовнішнє поле то немає виділеного напрямку осі

## Запитання та відповіді

### 1.1. Що таке фотон?

Фотон – це квант електромагнітного випромінювання.

### 1.2. Які параметри характеризують квант електромагнітного випромінювання – фотон?

Це – циклічна частота  $\omega$ , енергія  $\hbar\omega$ , вектор імпульсу  $\hbar\vec{k}$ ,  $k = \omega/v$  – хвильове число,  $v$  – швидкість світла (у вакуумі  $v = c$ ), момент імпульсу  $\hbar\vec{n}$ , де  $\vec{n} = \vec{k}/k$  або  $\vec{n} = -\vec{k}/k$ . Відповідно, проєкція моменту імпульсу фотона набуває значення  $\pm\hbar$ .

### 1.3. Наведіть приклади фізичних явищ, де виявляється фотонна структура електромагнітного поля?

Це, по-перше, процес взаємодії електромагнітного поля із квантовими об'єктами – атомами, молекулами тощо; по-друге, дискретна структура слабких фотонних потоків, коли кількість фотонів на одиницю об'єму мала, зокрема, для високосергетичних фотонів.

*1.4. Чому формула Планка не описує спектральний склад випромінювання лазера та люмінесценції?*

Вона отримана (виведена) для випромінювання, яке перебуває в умовах термодинамічної рівноваги із речовиною, а випромінювання у наведених прикладах є суттєво нерівноважним.

*1.5. Що таке фотонний вакуум із погляду планківського розподілу?*

Це рівноважний стан електромагнітного флуктуаційного поля, у якому міститься в середньому один фотон на моду з енергією  $h\nu/2$ .

*1.6. Чому доданки в рівнянні для фотоефекту (1.7) у діапазоні кімнатних температур не залежать від температури?*

Середня енергія теплових коливань значно менша за типові енергії фотона  $h\nu$  і роботи виходу  $A_{\text{вих}}$ :  $k_B T \sim 0,025 \text{ eV} \ll A_{\text{вих}}, h\nu$ .

*1.7. Квантовий вихід фотоефекту (відношення кількості емітованих електронів до кількості фотонів, що поглинулися) зазвичай не перевищує  $10^{-2}$ . Чому?*

Це пов'язане із втрагатами: по-перше, фотонів на поверхні речовини; по-друге, фотоелектронів за рахунок їх розсіювання та участі в іонізації речовини.

*1.8. Якими будуть особливості спостереження фотоефекту при переході до короткохвильового діапазону електромагнітних хвиль?*

Спостерігатиметься емісія електронів із внутрішніх оболонок атомів. Подальше зростання енергії фотонів приведе до зменшення ймовірності фотоефекту та появи комтонівського розсіювання (комтонівських електронів) і, нарешті, у подальшому, до народження електрон-позитронних пар.

*1.9. Сплануйте експеримент із вимірювання сталої Планка. Зробіть оцінку точності вимірювань.*

Це можна зробити, приміром, на базі явища фотоефекту (див. приклад 1.8).

*1.10. Відомо, що взаємодію атомів із лазерним випромінюванням використовують для їх охолодження. Поясніть фізичні принципи, на яких ґрунтується ця технологія.*

Для гальмування використовується резонансна (з урахуванням ефекту Доплера) взаємодія лазерного випромінювання з атомами, які рухаються назустріч лазерному пучку (див. теоретичну частину, підрозд. 1.3).

*1.11. Ефект Мессбауера полягає у зменшенні зсуву та уширенні спектра випромінювання за рахунок виключення ефекту віддачі при розташуванні атома,*



який випромінює, усередині кристалічної ґратки. Оцініть, наскільки зменшується зсув спектра?

Із законів збереження енергії  $\hbar\omega = \hbar\omega' + Mv_a^2/2$  та імпульсів:  $\hbar\omega'/c = Mv_a$ , де  $\omega'$  – частота випромінювання з урахуванням віддачі,  $v_a$  – швидкість атома,  $M$  – його маса, впливає, що  $\delta = \Delta\omega/\omega' = \hbar\omega'/2Mc^2$ . Таким чином, зсув визначається масою  $M$ , до якої передається імпульс у процесі випромінювання. Якщо атом вільний, то  $M$  – маса атома. Якщо, як в ефекті Мессбауера, атом зв'язаний у кристалічній ґратці, то відповідна кількість атомів визначатиметься як  $N = n \cdot V$ , де  $V = 4\pi v^3 \tau^3 / 3$ . Тут  $n = N_a \cdot \rho / M$  – концентрація атомів,  $v$  – швидкість акустичної хвилі,  $\tau$  – час життя атома (ядра) у збудженому стані. Таким чином, зсув зменшиться в  $\frac{4}{3} \pi v^3 \tau^3 \rho / M N_a$  разів, їх маса  $M_\Sigma = \frac{4}{3} \pi v^3 \tau^3 \rho$ . Для  $^{57}\text{Fe}$ :  $v = 3 \cdot 10^3$  м/с,  $\tau = 10^{-7}$  с,  $\rho = 7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $M = 57/6 \cdot 10^{-23}$  г =  $9,5 \cdot 10^{-26}$  кг. Виграш у  $\approx 8 \cdot 10^{18}$  разів. Це є суттєвим для дипольно заборонених переходів, коли час життя  $\tau$  є великим ( $\geq 10^{-7}$  с).

1.12. Існує проект "фотонної ракети", де робочою речовиною є потік фотонів. У чому перевага такого двигуна?

Відношення ваги палива ракети  $M$  до ваги корисного вантажу  $M_0$ , який перевозить ця ракета, експоненціально залежить від параметра  $v/v_1$ , де  $v$  – кінцева швидкість ракети,  $v_1$  – швидкість витікання робочої речовини із її двигуна. Очевидно, що максимальне значення швидкості  $v_1$  дорівнює швидкості світла  $c$ , що й має місце для фотонної ракети. Отже, маса палива в ракеті є мінімально можливою серед будь-яких інших ракет.

1.13. Чим відрізняється обернений ефект Комптона від прямого ефекту?

У першому випадку відбувається розсіювання фотона зі збільшенням частоти, наприклад, коли фотон та електрон рухаються назустріч; у другому – навпаки, зі зменшенням частоти.

1.14. Як відрізнити фотоелектрони від комптонівських електронів?

Для комптонівських електронів характерна залежність зсуву довжини хвилі розсіяного випромінювання від кута розсіювання  $\Delta\lambda(\theta) = \lambda_c(1 - \cos\theta)$  та енергії електронів від кута розсіювання  $\phi$ , який можна визначити із (1.29.6), на відміну від дифузного розсіювання фотоелектронів.

1.15. Чому для спостереження ефекту Комптона використовують електромагнітне випромінювання рентгенівського та  $\gamma$ -діапазонів, а не, наприклад оптичного діапазону?

Ефект Комптона полягає у розсіюванні фотонів на вільних (точніше – квазівільних) електронах, якими звичайно є слабкозв'язані електрони, розташовані на зовнішніх оболонках атомів. Цей ефект може спостерігатися за умови, що енергія фотона  $\hbar\omega$  значно перевищує енергію зв'язку електрона  $E$ . У діапазоні довжин хвиль видимого світла ( $\sim 350\text{--}750\text{ нм}$ ) енергія фотона для центральної частоти у спектрі ( $\lambda = 550\text{ нм}$ )  $\hbar c/\lambda = 2,25\text{ еВ}$ , а енергія зв'язку електрона має той самий порядок величини. Отже, такий електрон не можна вважати вільним, ефект Комптона для нього не спостерігається. При розсіюванні фотона на електронах, що сильно зв'язані з атомом, відбувається взаємодія фотона не з окремим електроном, а з усім атомом. Оскільки маса атома суттєво перевищує масу електрона, зміщення довжини хвилі  $\Delta\lambda$  у формулі Комптона стає надто малим і його вже не вдається зафіксувати експериментально. Таким чином, по-перше,  $\Delta\lambda \sim \Lambda_c \sim 0,02\text{ Е}$  для електрона. Тому для  $\gamma$ -діапазону  $\Delta\lambda/\lambda < 1$ , на відміну від оптичного діапазону, де  $\Delta\lambda/\lambda \ll 1$ ; по-друге, енергія  $\gamma$ -квантів  $> 100\text{ кеВ}$  значно більша за енергію валентних електронів в атомах, на яких відбувається розсіювання. Отже, можна вважати, що розсіювання відбувається на квазівільних електронах.

1.16. Чому на відстанях, менших від  $r \sim \Lambda_c$ , закон Кулона потребує уточнення із застосуванням методів квантової електродинаміки?

На цих відстанях спостерігається невизначеність імпульсу  $\Delta p \geq \hbar/\Delta r \sim \hbar/\Lambda_c = mc$ . Тому для релятивістського випадку енергія  $\Delta E \geq \Delta pc = mc^2$ . Отже, можливе самодовільне виникнення електрон-позитронних пар, що має спричиняти часткове екранування заряду та зміни залежності кулонівського потенціалу від  $r$  на відстанях, менших від  $\Lambda_c$ .

1.17. Поясніть ефект збудження макроскопічного обертового механічного моменту тіла, яке опромінюють циркулярно поляризованим світлом (ефект Садовського) (див. рис. 1.3), якщо тіло: 1) поглинає випромінювання; 2) змінює напрямок кругової поляризації; 3) перетворює лінійну поляризацію на кругову.

1) Якщо циркулярно поляризоване світло поглинається тілом, то, відповідно до закону збереження моменту імпульсу (система фотони + тіло), воно має повернутися на деякий кут у напрямку обертання вектора  $\vec{E}$  у циркулярній хвилі (за годинниковою стрілкою або проти неї). Залежно від того, яким чином поляризована хвиля: ліво- чи правоциркулярно.

2) Якщо циркулярно поляризована хвиля падає на пластинку  $\lambda/4$ , то виникає аналогічний ефект, оскільки пластинка  $\lambda/4$  перетворює циркулярно поляризоване світло на лінійне.

3) Якщо на пластинку  $\lambda/4$  падає лінійно поляризоване світло, то треба очікувати поворот пластинки  $\lambda/4$  у протилежний бік обертання вектора  $\vec{E}$  циркулярно поляризованого світла, яке утворилось на виході із пластинки.

1.18. Чому дорівнює вільна енергія випромінювання абсолютно чорного тіла?

Згідно із законами термодинаміки вільна енергія  $F = E - T \cdot S$ , де  $E$  – енергія,  $T$  – температура,  $S$  – ентропія. Залежність від температури вільної енергії задається формулою

$$F = -T \int \frac{E}{T^2} dT. \quad (1)$$

Повна енергія випромінювання в об'ємі  $V$

$$E = \sigma T^4 V. \quad (2)$$

Підставивши (2) до (1), маємо

$$F = -T \int \frac{\sigma T^4 V}{T^2} dT = -\frac{\sigma V T^4}{3}. \quad (3)$$

## Запитання та відповіді

### 2.1. Чи існують аналоги співвідношень невизначеностей у класичній фізиці?

Співвідношення невизначеностей виражає фундаментальний принцип квантової механіки – неможливість абсолютно точного визначення стану будь-якої квантової системи. Звичайно, цей принцип геть неприйнятний із погляду класичної фізики, в якій усі фізичні величини є детермінованими й можуть бути визначені одночасно (принаймні, у принципі). Проте у класичній фізиці існують співвідношення, які формально схожі із співвідношеннями невизначеностей:  $\Delta k \cdot \Delta x \sim 1$ ,  $\Delta \nu \cdot \Delta t \sim 1$ , де  $k$  та  $x$  – хвильове число та характерна довжина деякого хвильового пакета,  $\Delta \nu$  – смуга частотного спектра такого пакета, тривалість якого  $\Delta t$ . Формально, якщо використати формули  $p = \hbar k$ ,  $\Delta E = \hbar \Delta \nu$ , із попередніх співвідношень можна одержати співвідношення невизначеностей, але пояснити їх в межах класичної фізики неможливо.

### 2.2. Які висновки можна зробити, виходячи зі співвідношень невизначеностей?

По-перше, будь-яке матеріальне тіло не може перебувати в стані абсолютного спокою. Дійсно, у цьому стані  $p = 0$ ,  $\Delta p = 0$  і  $\Delta x \rightarrow \infty$ . Очевидно, що це можливо ( $\Delta x \rightarrow \infty$ ) тільки якщо тіло рухається, тобто  $\Delta p \sim p \neq 0$ . Виникає суперечність, що свідчить про неможливість попереднього твердження.

По-друге, у квантовій механіці вже не можна точно розділити енергію частинки на кінетичну та потенціальну. Кінетична енергія залежить від імпульсу частинки  $p$ , а потенціальна – від координати  $x$  частинки. За рахунок співвідношення невизначеностей вони виявляються пов'язаними між собою.

### 2.3. Чому для найнижчого енергетичного стану квантової системи можна та зручно користуватись наближенням $\Delta p \sim p$ , $\Delta E \sim E$ ?

Імпульс  $p$  та енергія  $E$  квантової системи розподілені певним чином відносно середніх значень  $\langle p \rangle$  та  $\langle E \rangle$ ; очевидно також, що  $|\Delta p| \leq |\langle p \rangle|$ ,  $|\Delta E| \leq |\langle E \rangle|$ . Оскільки квантова система перебуває в найнижчому енергетичному стані, то величини  $\langle p \rangle$  та  $\langle E \rangle$  є мінімальними серед значень, що відповідають усім можливим станам системи. Очевидно, що величини  $\Delta p \sim \langle p \rangle$  та  $\Delta E \sim \langle E \rangle$  також будуть мінімальними, що дозволяє з успіхом застосувати їх у співвідношеннях невизначеності. Зручність вибору, таким чином, величин  $\Delta p$  та  $\Delta E$  полягає в тому, що для нижчого енергетичного стану величини  $\langle p \rangle$  та  $\langle E \rangle$  звичайно відомі, отже для величин  $\Delta p$  та  $\Delta E$  також можуть бути зроблені оцінки. Зокрема,

$$\langle \Delta p^2 \rangle = \langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle = \langle p^2 \rangle - 2\langle p \rangle^2 + \langle p \rangle^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2,$$

звідки,  $\langle \Delta p^2 \rangle \leq \langle p^2 \rangle$ .

2.4. *Запропонуйте якісне пояснення явища тунельного ефекту, виходячи зі співвідношень невизначеностей.*

Існує принаймні три методики, які дозволяють якісно пояснити явище тунельного ефекту, виходячи зі співвідношення невизначеностей.

1) Згідно із співвідношенням невизначеностей  $\Delta E \cdot \tau \sim \hbar$ , енергія частинки  $E$  не є фіксованою, а може змінюватись на величину  $\Delta E \sim \hbar / \tau$ , де  $\tau$  – деякий характерний час, за який "стає відомо", що невизначеність енергії частинки не перевищує  $\Delta E$ . Отже, при  $\Delta E > V$ , де  $V > 0$  – висота потенціального бар'єра, частинка може опинитись над бар'єром і залишатись у цьому стані час  $t < \tau$ . Якщо за цей час  $t$  вона встигне пройти над бар'єром і потрапити по інший його бік, це буде еквівалентне тому, що частинка пройшла крізь бар'єр.

2) Під час тунельного ефекту частинка опиняється в області, де висота потенціального бар'єра  $V$  перевищує кінетичну енергію частинки  $E_K$ . Із співвідношення  $\Delta E \cdot \tau \sim \hbar$  видно, що закон збереження енергії для частинки може порушуватись. Отже, частинка "відчує" вплив потенціального бар'єра тільки після того як пройде певний час  $\tau$ , який залежить від "похибки"  $\Delta E$  у законі збереження енергії. Для частинки всередині потенціального бар'єра ця похибка може бути оцінена як  $\Delta E = V - E_K$ . Для "корекції" "похибки" потрібен час  $\tau \sim \hbar / (V - E_K)$ . Якщо частинка, поки ще не відчувачи потенціальний бар'єр (оскільки для неї порушується закон збереження енергії), встигне пройти область, де існує бар'єр, за час  $t < \tau$ , то це буде спостережено як тунельний ефект.

3) Якщо частинка потрапляє до області потенціального бар'єра ( $E_K < V$ ) й починає "виштовхуватись" із нього, вона рухається, отже, її імпульс  $p_x \neq 0$ . Це означає, що й величина  $\langle \Delta p_x^2 \rangle$  у співвідношенні невизначеностей  $\langle \Delta p_x^2 \rangle \cdot \langle \Delta x^2 \rangle \geq \hbar^2 / 4$  також відмінна від нуля. Якщо невизначеність координати частинки  $\sqrt{\langle \Delta x^2 \rangle} = \hbar / 2\sqrt{\langle \Delta p_x^2 \rangle}$



перевищує ширину бар'єра, то може виявитись так, що частинка за рахунок цього "проскочить" крізь бар'єр.

2.5. За умови застосування хвильової моделі закон заломлення (Снеліуса) записують як

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n_{32}}{n_{31}} = \frac{v_{\phi 1}}{v_{\phi 2}}, \quad (1)$$

де  $n_{31}$ ,  $n_{32}$  – показники заломлення середовищ.

За умови застосування корпускулярної моделі закон Снеліуса має вигляд

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{v_{r2}}{v_{r1}}. \quad (2)$$

Формулу (2) можна одержати з умови рівності тангенціальних складових імпульсів. Як пояснити цю розбіжність?

У формулі (1)  $v_{\phi 1}, v_{\phi 2}$  – це фазові швидкості. У формулі (2)  $v_{r2}, v_{r1}$  – групові швидкості. Запишемо (1), (2) через довжини хвиль. Помножимо (1) на період коливань  $T$ . Тоді  $\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{v_{\phi 1} T}{v_{\phi 2} T} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ . До виразу (2) застосовуємо формулу де Бройля

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{h/m\lambda_2}{h/m\lambda_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

Як бачимо, отримано однаковий результат.

2.6. За якої енергії довжина хвилі де Бройля електрона дорівнюватиме комптонівській довжині хвилі?

Комптонівська довжина хвилі електрона  $\lambda_c = h/m_0c = 0,024 = 0,024 \cdot 10^{-10}$  м.

За відомої довжини хвилі де Бройля легко розрахувати енергію електрона за релятивістською формулою для довжини  $\lambda_B = \frac{hc}{E_K \sqrt{1 + (2m_e c^2 / E_K)}} = \frac{h}{m_e c}$ , звідки

$$E_K^2 + 2m_e E_K c^2 - m_e^2 c^4 = 0.$$

$$\text{Остаточно } E_K = -m_e c^2 + \sqrt{m_e^2 c^4 + m_e^2 c^4} = m_e c^2 (\sqrt{2} - 1).$$

2.7. Уперше для дослідження дифракції електронів метод Дебая–Шерера застосували П.С. Тартаковський і Г.Б. Томсон. Пучок електронів, енергію яких можна було змінювати за рахунок прискорюючого потенціалу, пропускався крізь тонку полікристалічну плівку товщиною  $\sim 10^{-5}$  см. Як пов'язані між собою параметри дифракційної картини та пучка електронів?

Дифракційна картина спостерігатиметься у вигляді кілець, аналогічно як і для рентгенівських променів у методі Дебая–Шерера. Плівку в експерименті обирали дуже тонкою, щоб запобігти поглинанню електронів. Із рис. 2.3 можна вивести співвідношення між геометричними параметрами схеми

2.11. Знайдіть фазову та групову швидкості хвилі де Бройля релятивістської частинки масою  $m_0$ , яка рухається зі швидкістю  $v$ .

Запишемо вираз для дисперсії релятивістської частинки  $E(p) = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$ . Тоді фазова швидкість  $v_\phi = E(p)/p = c^2/v$ . Відповідно,  $v_{gr} = \partial E(p)/\partial p = v$ . Таким чином, фазова швидкість хвилі де Бройля завжди більша за швидкість світла, а її групова швидкість дорівнює швидкості частинки.

2.12. Чи є формула де Бройля вірною тільки для нерелятивістської (релятивістської) частинки?

Формула де Бройля  $\lambda_B = h/m_0 v \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$  правильна як для релятивістських, так і нерелятивістських частинок. Відповідні наближення мають вигляд  $\lambda_B \approx hc/E_K$ , де  $E_K$  – кінетична енергія для ультрарелятивістської частинки й  $\lambda_B \approx \frac{h}{\sqrt{2m_0 E_K}}$  – для нерелятивістської частинки, відповідно.

2.13. Поясніть, чому довжина хвилі де Бройля входить до критерію застосування методів квантової механіки?

Основні принципи квантової механіки: 1) принцип суперпозиції; 2) імовірнісний характер процесів; 3) рівняння руху тощо є віддзеркаленням корпускулярно-хвильового дуалізму, кількісною характеристикою якого є формула де Бройля для  $\lambda_B$ .

2.14. Корпускулярно-хвильовий дуалізм притаманний ансамблю частинок чи окремим мікрооб'єктам?

Хвильові властивості притаманні окремій частинці, що доведено В. Фабрікантом, Л. Біbermanом при дослідженні дифракції дуже слабких пучків електронів.

2.15. Якщо електрон – неподільна частинка, то як треба розуміти дифракцію одного електрона на двох щілинах?

Електрон може пройти тільки крізь одну щілину. Але відхилення траєкторії електрона від прямолінійної при проходженні крізь щілину описує закон дифракції на двох щілинах. При збільшенні загальної кількості електронів на екрані спостерігатиметься типова дифракційна картина на двох щілинах.

2.16. За яких умов рівняння Лауе переходять в умову Брегга–Вульфа?

Рівняння Лауе стають еквівалентними умові Брегга–Вульфа  $2d \sin \theta = m \lambda_B$  у випадку, коли кут  $\theta$  є ковзним кутом дзеркального розсіювання (відбиття) електронів (фотонів тощо) від системи кристалічних площин, відстань між якими дорівнює  $d$ .

2.17. Поясніть особливості дифракції повільних електронів (ДПЕ), де вона використовується?

Електрони називаються "повільними", якщо їх енергія  $E_K < 100$  eВ. Вони мають малу глибину проникнення у тверде тіло. Тому дифракція повільних електронів застосовується для дослідження структури поверхні твердого тіла (двомірна дифракція). Водночас довжина хвилі де Бройля має бути  $\lambda_B < 2d$ .

2.18. Що таке електроніографія?

Це метод вивчення структури речовини, заснований на дослідженні дифракції електронів. Метод втілено в приладі – електроніографі – вакуумному приладі, де формується електронний пучок, що потім спрямовується на досліджуваній об'єкт. Для реєстрації дифракційної картини електронів використовується люмінесцентний екран або чутливі до потоку електронів фотопластини. До складу електроніографа входять пристрої для нагрівання, охолодження, деформації тощо досліджуваного зразка, що дозволяють змінювати структуру об'єкта. Роздільна здатність електроніографів  $\approx 10^{-3} - 10^{-4}$  нм. Електроніографія, поруч із рентгеноструктурним аналізом і нейтронографією, належить до дифракційних методів структурного аналізу.

2.19. Чи існує таке поняття, як частота хвилі де Бройля?

Так. Для визначення частоти де Бройля  $\nu_B$  формулу для довжини хвилі формально запишемо як  $\lambda_B = v_\phi T = \frac{(c^2/\nu)}{\nu_B} = h/m\nu$ . Звідси частота  $\nu_B = m(\nu)c^2/h$ .

Тут використано формулу для фазової швидкості хвилі де Бройля  $v_\phi = c^2/\nu$ .

2.20. Чи можна експериментально виміряти внутрішній потенціал металу?

Так, досліджуючи дифракцію електронів на монокристалах або полікристалах. Запишемо формулу Брегга–Вульфа, якщо  $U_0$  – внутрішній потенціал металу,  $U$  – прискорюючий потенціал,  $\theta$  – кут дифракції,  $d$  – міжплослинна відстань, де

$$2d\sqrt{n_z^2 - \cos^2 \theta} = m\lambda_B, \quad (1)$$

$$n_z = \sqrt{1 + (U_0/U)}, \quad (2)$$

$$\lambda_B = \sqrt{150/U[\text{В}]}, \quad (3)$$

звідки

$$2d\sqrt{\sin^2 \theta + U_0/U} = m\sqrt{150/U}. \quad (4)$$

Піднесемо до другого степеня ліву та праву частини (4) і знайдемо  $m^2 = f(U)$

$$m^2 = \frac{4d^2 U \sin^2 \theta}{150} + \frac{4d^2 U_0}{150}. \quad (5)$$



Змінюючи прискорюючий потенціал  $U$  за фіксованого  $\theta$ , можна дослідити залежність  $m^2 = f(U)$ , де  $m$  – порядок дифракції. Побудуємо графік  $m^2 = f(U)$ . Згідно із (5) можна оцінити коефіцієнт  $a$  та  $\operatorname{tg} \alpha$  (рис. 2.4).

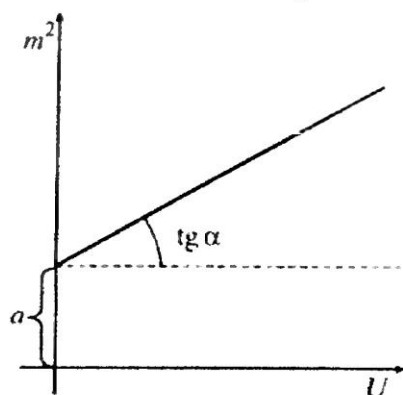


Рис. 2.4. Схема подання експериментальних даних

$$a = \frac{4d^2 U_0}{150}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{4d^2 \sin^2 \theta}{150},$$

звідки одержимо значення  $U_0$ :  $U_0 = \frac{a \sin^2 \theta}{\operatorname{tg} \alpha}$ , оскільки внутрішній потенціал металу

$U_0 = \frac{E_F + e\varphi_0}{e}$ , де  $E_F$  – енергія Фермі,  $e\varphi_0$  – робота виходу,  $e$  – елементарний електричний заряд. Таким чином, за відомих роботи виходу та внутрішнього потенціалу для металу, можна оцінити енергію Фермі.

#### 2.21. Що таке ефект Рамзауера?

Це немонотонна залежність ефективного перерізу розсіювання електронів від енергії електронів, що проходять крізь інертний газ. У 1922 р. Таунсенд виявив майже повну прозорість важких інертних газів для електронів з енергією  $\approx 1$  еВ. Ефект Рамзауера різко суперечить класичній фізиці, яка передбачає монотонне збільшення ефективного перерізу зі зменшенням енергії електронів. Ефект Рамзауера зумовлений хвильовою природою електронів.

#### 2.22. Як можна уявити перебування квантової частинки у стаціонарному стані?

Мікрочастинка перебуває у стійкому стаціонарному стані, якщо на характерному розмірі області визначення вкладатиметься ціла (напівціла) кількість довжин хвиль де Бройля (утворюватиметься стояча хвиля). Наприклад, якщо електрон рухається круговою орбітою, згідно із напівкласичною теорією Бора, то його стан залишається стаціонарним, якщо на довжині орбіти вкладається ціле число довжин хвиль де Бройля:  $2\pi r = n\lambda_B$ ;  $\lambda_B = h/mv$ . Звідси  $mvr = nh$ , тобто одержано постулат Бора із теорії атома водню.

### 3.1. Які типи задач можна розв'язувати за допомогою рівняння Шредінгера?

Загальну класифікацію задач можна провести на базі визначення початкового та кінцевих станів квантової частинки. Перший – це коли частинка рухається в обмеженій області – потенціальній ямі. Частинка перебуває у зв'язаному стані, стани частинки – дискретні. Вони з'являються як розв'язання задачі Штурма–Ліувіля для рівняння Шредінгера із врахуванням граничних умов для  $\psi$ -функції і її похідних. Другий тип стосується руху частинки у необмеженому просторі. Початковий і кінцеві стани частинки є вільними, у проміжному стані вона взаємодіє із певним "обмеженням" потенціалом – це процес розсіювання, або тунельний ефект – подолання потенціального бар'єра. Третій тип – це нестационарна задача, розв'язок якої передбачає розрахунок залежностей імовірності переходу між двома стаціонарними станами від часу.

### 3.2. Тунелювання є типовим квантовим явищем і виявом хвильових властивостей частинок. Наведіть приклади його застосування.

По-перше, тунельний діод. Він є напівпровідниковим елементом, який складається із двох областей із протилежно зарядженими носіями заряду, які розділені тонким шаром. Струм крізь нього (тунелювання) регулюється напругою, яка змінює висоту бар'єра.

По-друге, тунельний скануючий мікроскоп, принцип дії якого – сканування поверхні зразка дуже тонким вістрям, підтримка сталого тунельного струму, що залежить від відстані до поверхні. Таким чином вістря (*tip*) огинає поверхню. Рух вістря за рахунок п'єзоелектричного ефекту забезпечує "атомну" роздільну здатність.

По-третє, джозефсонівський контакт, який складається із двох надпровідних областей, розділених тонким шаром оксидного ізолятора. Струм крізь контакт спостерігається й за відсутності прикладеної напруги. Прикладання напруги  $U$  спричиняє появу осциляції струму із частотою  $f = 2eU/h$ . Множник  $2eU$  з'являється завдяки тому, що струм утворюється так званими "куперівськими парами".

По-четверте, для пояснення низки фізичних ефектів: автоіонізації,  $\alpha$ -розпаду, структури спектрів молекул з двоємним потенціалом.

### 3.4. Що таке тунельний растровий мікроскоп?

Прилад, заснований на дослідженні тунельного струму між поверхнею провідника та металевим вістрям, розташованим на відстані  $h \sim 0,1$  нм за різниці потенціалів  $\sim 1$  В. Під впливом значної напруженості електричного поля відбувається зниження потенціального бар'єра. Унаслідок цього виникає тунельний струм (автоелектронна емісія). При переміщенні вістря уздовж поверхні зразка за підтримки сталого струму за рахунок зміни  $h$ , досліджують атомну будову поверхні, структуру окремих молекул, процеси десорбції, адсорбції, хімічні реакції на поверхні тощо.

## Запитання та відповіді

### 4.1. Який фізичний зміст власних значень операторів у квантовій механіці?

Спектр власних значень відповідає можливим (дозволеним) значенням фізичної величини. Якщо хвильова функція є власною для відповідного оператора, то фізична величина має точне значення. В іншому випадку ця величина не має точного значення й за повторних вимірювань (квантового ансамблю) набуває різних значень зі спектра власних значень оператора. Відповідна ймовірність  $W_n(E_n)$  одержання із вимірювань окремого значення, наприклад  $E_n$ ,

$$W(E_n) = \int \Psi(x) \Psi_n^*(x) dx,$$

де  $\Psi(x)$  – хвильова функція квантового ансамблю,  $\Psi_n(x)$  – власна функція,  $E_n$  – власне значення.

### 4.2. Чим відрізняються чисті та змішані квантові стани?

Якщо маємо власні функції  $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n, \dots$  певного оператора, то суперпозиція цих функцій також є станом такого чистого ансамблю. Отже,  $\Psi = \sum C_n \Psi_n$ , де  $C_n$  – комплексні амплітуди.

Якщо відомо, що квантова система перебуває в змішаному стані, то замість попереднього виразу маємо послідовність ймовірностей  $P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$ , з якими подані відповідні стани  $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n, \dots$ . Тоді, у першому випадку ймовірність

$$W(x) = |\Psi(x)|^2 = \sum_n |C_n \Psi_n(x)|^2 + \sum_{n \neq m} \sum_m C_n^* C_m \Psi_n^*(x) \Psi_m(x),$$

в другому випадку (змішаному стані) –

$$W(x) = \sum_n P_n |\Psi_n(x)|^2.$$

Таким чином, у розрахунку ймовірності чистих станів урахується інтерференція амплітуд (на відміну від змішаного ансамблю, де ймовірність  $P_n$  – це вага, з якою поданий  $\Psi_n$ -й стан у змішаному ансамблі станів).

Основна відмінність полягає в тому, що в чистому стані коефіцієнти  $C_n$  є детермінованими, а у змішаному стані  $C_n$  – випадковими величинами, отже вираз для

$W(x)$  потребує додаткового статистичного усереднення.

4.3. Поясніть, яким чином за допомогою класичного макроскопічного приладу виконуються виміри над квантовою мікросистемою?

Якщо в класичній фізиці, наприклад механіці, достатньо виміряти залежності координати та імпульсу від часу  $\vec{r}(t)$ ,  $\vec{p}(t)$  для визначення стану матеріальної частинки, то для квантової частинки необхідно виконати вимірювання для визначення хвильової функції (їх повного набору). Нехай треба виміряти координату  $x$ . Подамо хвильову функцію  $\Psi(x)$  як  $\Psi(x) = \sum C_n \Psi_n(x)$ . Після виконання серії вимірювань одержимо, що в  $N_1$  випадках  $x = x_1$ , у  $N_2$  випадках  $x = x_2, \dots$ . Тоді можна стверджувати, що ймовірність знаходження частинки в точках

$$x_1 : |C_1|^2 = N_1 / N, \quad \text{де } N = N_1 + \dots + N_n.$$
$$x_n : |C_n|^2 = N_n / N,$$

Отже, у результаті вимірювань виникає змішаний ансамбль, в якому чисті стани  $\Psi_1(x) \dots \Psi_n(x)$  подано з імовірностями  $|C_1|^2, \dots, |C_n|^2$ . Таким чином, процес вимірювання полягає в розвиненні вихідного квантового ансамблю за чистими станами. Як стверджує Д. І. Блохінцев "Класичний вимірювальний прилад є ні чим іншим, як спектральним аналізатором квантових ансамблів".

5.3. Чому магнітна компонента має релятивістську  $dE/dx \sim ne^4/mv^2$  природу?

Для заряду, що рухається рівномірно та прямолінійно зі швидкістю  $\vec{v}$ , електрична або магнітна компонента може дорівнювати нулю в одній системі координат і бути відмінною від нуля – в іншій. Співвідношення між потенціалом  $\phi$  і вектор-потенціалом  $\vec{A} = \phi \frac{\vec{v}}{c}$ . Звідси  $\vec{H} = \text{rot } \vec{A} = \frac{1}{c} \text{rot}(\vec{v}\phi)$ . Отже, поле  $\vec{H}$  пропорційне  $|\vec{v}|/c$ .

5.4. Які фактори впливають на частинки, що реєструються в камері Вільсона?

Камера Вільсона – трековий детектор частинок. Траєкторія зарядженої частинки стає видимою завдяки конденсації пересиченої пари на іонах, що утворює заряджену частинку в газі (іони відіграють роль центрів конденсації). За адіабатичного розширення виникає конденсація пари, причому водяна пара конденсується в основному на від'ємних іонах, а пари етилового спирту – на позитивних.

Краплі рідини, які виникли на іонах, роблять видимим трек зарядженої частинки, яка поширюється крізь камеру. Ширина треку пропорційна величині іонізаційних втраг  $dE/dx$ , тому чим більше актів іонізації на одиниці довжини шляху частинки, тим більше утворюється центрів конденсації.

Швидкість втрати енергії для нерелятивістських частинок  $dE/dx \approx nq^4/mv^2$ , де  $n$  – концентрація іонів,  $q$  – заряд частинки,  $m, v$  – маса та швидкість частинки, яку реєструють. Ця формула відома в літературі як формула Бора.

Із аналізу формули для  $dE/dx$  випливає, що контраст треку суттєво залежить від заряду частинки ( $\approx q^4$ ) і швидкості ( $\sim 1/v^2$ ). У важких частинок треки коротші й товстіші, ніж, наприклад у електронів.

Довжина треку пропорційна енергії частинки, оскільки на кожний акт іонізації витрачається певна частина енергії частинки.

Для електронів існує емпірична формула максимальної довжини пробігу в середовищі  $R_{\text{max}} \approx 0,526 \cdot E$ , де  $E$  – енергія частинки [MeV],  $R$  – довжина пробігу [г/см<sup>2</sup>] (фактично масова товщина шару  $\rho d$ ).

Таким чином, за довжиною треку можна визначити заряд, масу частинки. Якщо камеру Вільсона помістити в магнітне поле (метод Скобельцина), то за кривизною треків можна визначити відношення  $q/m$ .

5.5. Які особливості руху ультрарелятивістських електронів?

Це електрони, які мають енергію, значно більшу за їх енергію спокою  $E \gg 0,5 \text{ MeV}$ . Уже за енергій електронів  $\sim 10 \text{ MeV}$  швидкість електрона практично не залежить від енергії і дуже близька до значення швидкості світла у вакуумі. Незалежним від енергії стає й період обертання електронів у магнітному полі за фіксованого значення радіуса орбіти  $T = 2\pi R/c$ .

5.6. Яку максимальну енергію можна досягти при прискоренні заряджених частинок у циклічних прискорювачах?

За нерелятивістських швидкостей енергія частинки

$$E_{\max} = \frac{1}{2} \frac{r_{\max}^2 q^2}{m} B^2,$$

де враховано, що  $qvB = \frac{mv^2}{r} \rightarrow p = gBr \rightarrow E = \frac{p^2}{2m}$ ,  $r_{\max}$  – максимальний радіус орбіти, обмежений розміром прискорювача,  $q$  – заряд частинки,  $m$  – маса частинки,  $B$  – магнітна індукція.

Якщо треба врахувати релятивістські ефекти, то

$$E_{\max} = \sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 p_{\max}^2} = \sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 q^2 B^2 r_{\max}^2} \approx cqBr_{\max}.$$

Для  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл,  $B \cong 1$  Тл,  $r_{\max} = 10$  м,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с,

$$E = 3 \cdot 10^8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{110}{1,6 \cdot 10^{-9}} = 3 \cdot 10^9 \text{ еВ} = 3 \cdot 10^3 \text{ МеВ}.$$

Але насправді це значення енергії буде значно меншим за рахунок випромінювання зарядженої частинки, яка рухається колом із прискоренням. Згідно із класичною електродинамікою, енергія випромінювання частинки  $E_{\text{рад}}$ , що рухається із релятивістською швидкістю  $v$  колом радіуса  $R$  за один оберт

$$E_{\text{рад}} = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{q^2}{R} \cdot \frac{c\gamma^4}{v},$$

де  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$  – лоренц-фактор.

Іншими словами, радіаційні втрати суттєво зростають для релятивістських частинок. Саме цей факт обмежує максимальну енергію частинок, яку можна отримати у прискорювачах. Для бетатронів – 300...400 МеВ, для синхротронів – 500...600 МеВ.

5.7. Що таке мас-спектрометр? Які основні вузли цього приладу?

Це прилад, за допомогою якого можна розділяти заряджені молекули чи атоми газоподібних речовин за їх масами.

Мас-спектрометр будь-якого типу повинен мати конструктивні блоки, які виконують наступні функції: 1) іонізація проби електричним розрядом, хімічна іонізація; для твердих тіл – десорбція та іонізація електронним, іонним, лазерним пучком; 2) прискорення іонів електростатичним полем (електронна гармата); 3) мас-аналізатор – розділення іонів за питомими масами  $m_i/q_i$  (статичні, магніто-секторні мас-аналізатори із подвійним фокусуванням, квадрупольні, часопросторові, циклотронні); 4) детектор іонів (електронний помножувач, фотопластини, колектор типу циліндра Фарадея).

Усі блоки в мас-спектрометрі мають бути вакуумовані ( $p \approx 10^{-5}$  мм.рт.ст.).



5.8. Чим відрізняються іони, що потрапляють на одну параболу, але в різні її точки у мас-спектрометрі Томпсона?

Іони з однаковими значеннями  $q/m$  потрапляють у різні точки параболи за рахунок різних значень початкових швидкостей.

5.9. Запропонуйте фільтр для розділення електронів за їх швидкостями. Одним із найпростіших фільтрів є схема, подана на рис. 5.8.

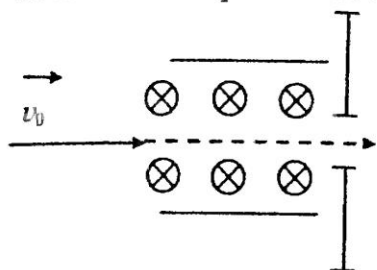


Рис. 5.8. Фільтр заряджених частинок за їх енергіями:

⊗ – напрямок вектора магнітної індукції  $\vec{B}$

Якщо електрон влітає в область схрещених перпендикулярно  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  полів, то він не змінить своєї траєкторії, якщо виконується умова  $F_e = F_l$ :

$$eE = ev_0B,$$

звідки

$$v_0 = eE/B. \quad (1)$$

Для швидкостей  $v_0$  електрон не змінить своєї траєкторії і пройде крізь щілину на виході із конденсатора. Змінюючи  $E/B$ , можна виділити іони певної швидкості (1).

5.10. Чи можна в однорідному електричному полі розділити іони з різними значеннями  $q/m$ , але з однаковими швидкостями (рис. 5.9)?

Якщо іони із різними  $q/m$  влітають в однорідне електричне поле, то вони рухатимуться різними траєкторіями

$$y_i = \frac{1}{2} \frac{q_i E}{m_i} \frac{x_0^2}{v_0^2}.$$

Видно, що певній координаті  $y$  відповідає певне значення  $q_i/m_i$  ( $x = x_0$  – довжина обкладінок конденсатора).

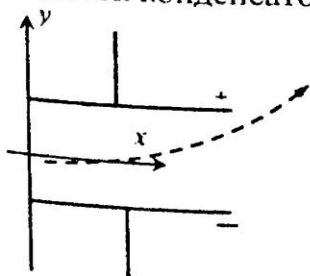


Рис. 5.9. Схема руху заряджених частинок у поперечному електричному полі

Таким чином, в електростатичному полі іони можна розділити просторово  $q$ .

5.11. Чому радіуси траєкторій протона та електрона в однорідному магнітному полі суттєво відрізняються за малих енергій і близькі – за великих значень енергій?



У випадку малих швидкостей радіус кругової траєкторії, за якою рухаються заряджені частинки в однорідному магнітному полі,

$$R = \frac{\sqrt{2E_K m}}{qB} = \frac{p}{qB}, \quad (1)$$

де  $p$  – імпульс частинки,  $e$  – її заряд,  $B$  – магнітна індукція.

У релятивістському випадку радіус

$$R = \frac{\sqrt{E_K^2 + 2E_K m_0 c^2}}{qBc} = \frac{E_K}{qBc} \sqrt{1 + \frac{2m_0 c^2}{E_K}}. \quad (2)$$

Якщо  $E_K \gg m_0 c^2$ , то  $R \approx E_K / qBc$ , тобто  $R$  не залежить від маси частинки. Для переходу від (1) до (2) використано співвідношення  $E_K = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} - m_0 c^2$ .

5.12. Який принцип резонансного методу вимірювання елементарного електричного заряду?

Схему вимірювання заряду кульки подано на рис. 5.10. Нехай кулька достатньо малої маси  $m$  закріплена на дуже тонкому пружному стрижні. Під впливом сил пружності, які виникають при згині стрижня, кулька починає коливатися із власною частотою  $\omega_0$  біля положення рівноваги. Цю частоту можна експериментально виміряти (вимірюючи фактично період коливань). Якщо на кульці є заряд  $q$  і діє зовнішнє змінне електричне поле, вона здійснюватиме вимушені коливання, максимальна амплітуда  $A$  яких досягається в момент резонансу, тобто коли  $\omega = \omega_0$ ,

$$A = \frac{qE_0 Q}{m\omega_0^2},$$

де  $Q$  – добротність системи,  $E_0$  – амплітуда напруженості електричного поля.

Зробимо оцінку чутливості методу:  $m = 5 \text{ мг} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$ ,  $E_0 = 10^5 \text{ В/м}$ ,  $Q \approx 100$ ,  $\omega = 10^{-2} \text{ рад/с}$ ,  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ .

$$A_{\text{рез}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^5 \cdot 10^2}{5 \cdot (10^{-2})^2} = 3,2 \cdot 10^{-3} = 0,32 \text{ см}.$$

Якщо  $m = 1 \text{ мг}$ , то  $A_{\text{рез}} = 1,6 \text{ см}$ , тобто її можна виміряти експериментально.

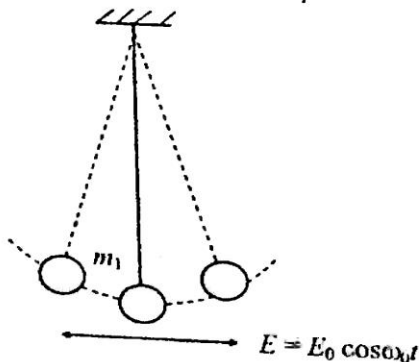


Рис. 5.10. Схема вимірювання заряду кульки

5.18. Що таке лінійна дисперсія мас-спектрометра?

Лінійна дисперсія визначається як  $\Delta l / \Delta m$ , де  $\Delta l$  – відстань між піками інтенсивності, що відповідають частинкам із масами  $m$  та  $m + \Delta m$ .

5.19. Що таке чутливість мас-спектрометра? Що таке відносна чутливість мас-спектрометра?

Чутливість – це відношення сили струму, створюваного іонами певної маси досліджуваної речовини до тиску цієї речовини в іонному джерелі. Для різних типів мас-спектрометрів чутливість має порядок  $10^{-6} \div 10^{-3}$  А/мм. рт. ст. Максимальна чутливість мас-спектрометрів порядку  $10^{-7}$  А/мм. рт. ст.

Відносна чутливість – це мінімальна концентрація речовини, яку може виявити мас-спектрометр у суміші речовин. Для сучасних мас-спектрометрів відносна чутливість  $10^{-7} \%$ .

5.20. Що таке роздільна здатність мас-спектрометрів? Що таке "одиничне розділення"?

Роздільна здатність мас-спектрометра визначається формулою

$$R = M / \Delta M,$$

де  $M$  – атомна (молекулярна) маса,  $\Delta M$  – різниця двох мас  $M$  і  $M + \Delta M$ , реєстраційні піки яких перетинаються на рівні 10 % від максимуму.

Роздільна здатність залежить від принципу дії, розраховується, залежно від схеми мас-спектрометра, і визначається  $q/m$  іонів, значеннями  $\vec{E}$  та  $\vec{B}$ , геометрією мас-спектрометра. Роздільна здатність вважається задовільною, якщо  $\Delta M < 1$  (а.о.м). Наприклад, якщо розділяються іони  $N_2$  (28,0134) і  $CO_2$  (27,9949), то роздільна здатність не гірше  $R = 2500$ . Кращі мас-спектрометри мають  $R \sim 50000$ . Показником якості мас-спектрометрів вважають можливість дослідження іонів із найбільшою масою, за якої досягається розділення двох мас із  $\Delta M = 1$  (одиниця розділення). Якщо, наприклад, розділяються маси 600 і 601, то кажуть, що мас-спектрометр має "одиничну роздільну здатність" 600. Роздільна здатність мас-аналізатора із подвійним фокусуванням  $R \approx 5 \cdot 10^4 \div 5 \cdot 10^5$ .

5.21. Який принцип дії статичного мас-спектрометра?

За принципом дії і конструкцією статичні мас-спектрометри поділяються на магніто-секторні, магніто-секторні із подвійним фокусуванням (рис. 5.14), параболічні мас-аналізатори Томпсона.

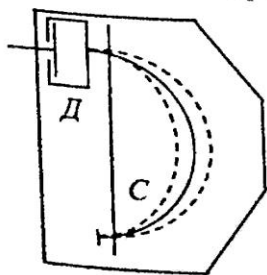


Рис. 5.14. Магнітний секторний спектрометр з кутом  $180^\circ$

## Запитання та відповіді

6.1. Що таке стала електромагнітної взаємодії? Чому вона дорівнює?

Чисельно  $\alpha = e^2 / \hbar c = 1/137$ . Сталу електромагнітної взаємодії уперше введено А. Зоммерфельдом як відношення  $v/c$ , де  $v$  – швидкість електрона на першій борівській орбіті. Сталу  $\alpha$  можна також представити як відношення  $2\pi(r_0/\Lambda_C)$ , де  $r_0$  – класичний радіус електрона,  $\Lambda_C$  – комптонівська довжина хвилі електрона.

$$2\pi \frac{r_0}{\Lambda_C} = \frac{e^2/m_e c^2}{\hbar/m_e c} = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} = \alpha ,$$

$\alpha$  – стала електромагнітної взаємодії, що має також назву "стала тонкої структури".

6.2. Чому дорівнює швидкість електрона на борівських орбітах із квантовим числом  $n$ ?

Згідно із теорією Бора  $v = (Z/n)\alpha c$ , де  $Z$  – зарядове число ядра,  $c$  – швидкість світла,  $\alpha = 1/137$  – стала електромагнітної взаємодії. Оскільки при  $n=1$   $v$  не може бути більше  $c$ , то із формули випливає неможливість існування атомів із  $Z > 137$ .

6.3. Як підрахувати (обчислити) енергію іонізації іона  $\text{Li}^{++}$ , якщо відомо, що енергія іонізації атома  $\text{H}$  дорівнює 13,6 еВ.

Енергія іонізації воднеподібних атомів дорівнює  $Z^2 R$ , де  $Z$  – зарядове число ядра,  $R$  – стала Рідберга. Тому, для  $\text{Li}^{++}$   $E_i = 3^2 \cdot 13,6 = 122,5$  еВ.

6.4. Скільки ліній випромінює атом водню, якщо він перебуває у збудженому стані на рівні із квантовим числом  $n$ ? Спін-орбітальною взаємодією знехтувати.

$$\text{Кількість ліній } N = (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1 = \frac{n(n-1)}{2}.$$

6.5. Чому атоми водню використовують як еталонні в метрологічних стандартах довжин хвиль?

Наразі довжини хвиль спектральних ліній різних серій атома водню у діапазоні від мікрохвильового до ультрафіолетового визначено із великою точністю (до  $10^{-6}$ ). У видимому діапазоні спектра випромінювання атома водню спостерігається більше 50 спектральних ліній.

6.6. Чому дорівнює ізотопічний зсув довжин хвиль атома дейтерію (ядро  $p$ ) відносно водню (ядро  $p$ )?

Згідно із теорією

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{\Delta\nu}{\nu_H} = -\frac{R_H - R_D}{R_H} = 1 + \frac{1 + (m_e/M_H)}{1 + (m_e/M_D)} = 0,000272,$$

де  $R_H, R_D$  – сталі Рідберга для водню та дейтерію, відповідно.

Наприклад, бальмерівська лінія дейтерію  $D_\alpha$  зміщена щодо лінії водню  $H_\alpha$  у короткохвильову область на величину  $\Delta\lambda = 6563 \cdot 2,72 \cdot 10^{-6} = 1,79 \text{ \AA}$ .

6.7. Що таке екзотичні атоми?

До екзотичних атомів належать подібні до водню атомні структури: позитроній, мюоній, мюонний атом, адронний атом, антиводень.

Позитроній – зв'язана система, в якій електрон і позитроній рухаються навколо спільного центра мас. Для ортопозитронію час життя  $\tau \approx 10^{-7}$  с (розпадається на три фотони), для парапозитронію  $\tau \approx 10^{-10}$  с (розпадається на два фотони).

Мюоній – складається з електрона та  $\mu^+$ -мезона.

Мюонний атом – ядро атома водню та електрон, замінені на  $\mu^+$  і  $\mu^-$ , відповідно.

Адронний атом – система протон та антипротон, або  $\pi^-$ -мезон або  $K^-$ -мезон.

Антиводень – атом, в якому протон замінений на антипротон, електрон – на позитрон.

Мезоатом складається із протона та  $\mu^-$ -мезона.

## Запитання та відповіді

8.1. *Покажіть, що антисиметрична форма запису хвильової функції забезпечує виконання принципу Паулі.*

Для двох електронів антисиметрія повної власної хвильової функції відносно перестановки координат (або індексів) будь-якої пари має місце для їх комбінації, яка відповідає детермінанту матриці

$$\begin{bmatrix} \Psi_1(1) & \Psi_1(2) \\ \Psi_2(1) & \Psi_2(2) \end{bmatrix}; \quad (1)$$

для трьох електронів відповідно – детермінанту матриці

$$\begin{bmatrix} \Psi_1(1) & \Psi_1(2) & \Psi_1(3) \\ \Psi_2(1) & \Psi_2(2) & \Psi_2(3) \\ \Psi_3(1) & \Psi_3(2) & \Psi_3(3) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Загалом багатоелектронна функція для незалежних електронів має форму визначника матриці

$$\begin{bmatrix} \Psi_1(1) & \Psi_1(2) & \dots & \Psi_1(n) \\ \Psi_2(1) & \Psi_2(2) & \dots & \Psi_2(n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_n(1) & \Psi_n(2) & \dots & \Psi_n(n) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Набір функцій  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots, \Psi_n$ , характеризує так звану електронну конфігурацію системи. Якщо, наприклад, два електрони опиняються в одному стані (з урахуванням спінів), то  $\Psi_1 = \Psi_2$ , і два рядки в (3) збігатимуться, а визначник тотожно дорівнюватиме нулю. Це й означає заборону такої ситуації, отже свідчить про відповідність хвильової функції принципу Паулі.

8.2. Відомо, що до класу бозонів належать фотони (спінове число 1), піони (спін 0), а до ферміонів – електрони, протони, нейтрони, нейтрино (спінове число 1/2). До якого класу мають бути зараховані сполучені мікрочастинки, які складаються із кількох ферміонів?

Якщо мікрочастинка складена із парної кількості "елементарних" ферміонів, то її спін буде цілим або нульовим, і вона поводитиметься як бозон.

Як приклад, розглянемо ізотопи гелію  $\text{He}^4$  і  $\text{He}^3$ . Їх хімічні властивості подібні. Проте атом  $\text{He}^4$  – бозон, а  $\text{He}^3$  – ферміон, що суттєво впливає на властивості відповідних ансамблів атомів.

8.3. За якої умови попередній підхід до формування типу складної мікрочастинки (бозон-ферміон) є дійсним?

Загальною умовою є відсутність взаємодії і внутрішнього руху "елементарних" ферміонів, коли відповідні хвильові функції не перетинаються. Таким чином, можна було вважати кожен із них локалізованою в просторі. Наприклад, ядро важкого водню-дейтрон складається із протона та нейтрона та є бозоном. Якщо дейтрон є складовою дейтерієвої плазми високої густини, то плазма за властивостями вже є сукупністю "елементарних" ферміонів – протонів і нейтронів.