

НАХОДКІН М.Г., ШЕКА Д.І.

**ФІЗИЧНІ ОСНОВИ
МІКРО –
ТА НАНОЕЛЕКТРО-
НІКИ**

частина 2

Навчальний посібник

Київський національний університет
імені Тараса Шевченка
2004

Фізичні основи мікро - та наноелектроніки. М.Г. Находкін, Д.І. Шека.

В навчальному посібнику викладені основні транспортні властивості носіїв заряду в напівпровідникових та надпровідникових системах нормальних та зниженої розмірності, які використовуються у роботі численних мікроелектронних та наноелектронних елементів великих інтегральних схем.

Посібник розраховано на студентів, магістрів та аспірантів, що мають базову підготовку в обсязі фізичних, радіофізичних та фізико-технічних факультетів класичних університетів та фізико-технічних факультетів інших вузів, й володіють основою знань статистичної фізики, квантової механіки, фізики твердого тіла та фізики напівпровідників. Метою посібника – дати студенту й магістрам та іншим читачам необхідну початкову базу знань із фізичних основ мікро - та наноелектроніки. Для полегшення самоперевірки засвоєння матеріалу та закріплення набутих знань кожна глава кожна глава супроводжується контрольними запитаннями та задачами.

Зміст: Елементи мікроелектроніки. Рух рівноважних носіїв у напівпровідниках. Рух рівноважних носіїв заряду в каналах провідності, МОН транзистор. Рух рівноважних носіїв заряду в аморфних напівпровідниках. Рух нерівноважних носіїв заряду в напівпровідниках. Проходження струму в МДМ і МДН структурах. Балістичний транспорт носіїв заряду, вакуумна мікроелектроніка та одноелектроніка. Вплив магнітного поля на рух носіїв у системах зниженої розмірності. Надпровідність тонких плівок. Оптичні властивості тонких шарів речовини. Плівкова електроніка. Напівпровідникові ІМС.

ПЕРЕДМОВА

Існування та подальший розвиток сучасного суспільства не можливо уявити без широкого використання та розвитку радіоелектроніки, обчислювальної техніки, інформаційних технологій та автоматизації. Їх елементною базою є великі інтегральні мікросхеми (ВІМС). Проблеми фізичних та фізико-хімічних явищ, принципів дії та технології виготовлення ВІМС розв'язуються у новому науково-технічному напрямку – *мікроелектроніці*, в якому використовується нові принципи інтеграції, зокрема, груповий метод виготовлення ВІМС.

До складу сучасних ВІМС входить більш 10 мільйонів елементів схем, наприклад, транзисторів на одну ВІМС (один мікропроцесор) й їх кількість неперервно збільшується. Одночасно із збільшенням кількості елементів у ВІМС, тобто із збільшенням ступені інтеграції, зменшується розмір їх елементів. У сучасних ВІМС він досягає $\sim 0,5$ мкм. При неперервному подальшому ускладненню функціональних можливостей ВІМС збільшується їх ступінь інтеграції й зменшується мінімальний розмір їх елементів. Наукові прогнози вказують, що у 2010 році кількість транзисторів у ВІМС, тобто ступінь інтеграції збільшиться до 10^9 транзисторів на мікропроцесор, а мінімальний розмір елементів зменшиться від субмікронних до нанометрових розмірів (~ 10 нм). При таких розмірах припиняється дія принципу пропорціональної (масштабної) мініатюризації. Настає нова епоха нанометрових ВІМС, коли повинен долатися фундаментальний фізичний бар'єр, зв'язаний з тим, що у зразках нанометрових розмірів суттєво змінюються фізичні властивості. Значно більшу роль починають грати поверхневі явища, балістичний транспорт, квантові розмірні ефекти, квантово-механічна інтерференція, тунельна проникність носіїв крізь потенціальні бар'єри на границях розділу двох середовищ, резонансне тунелювання, одноелектронні явища, статистичні флуктуації, тобто речовина, коли її розміри стають сумірними або меншими за довжину хвилі де Бройля, набуває нових властивостей і переходить у стані зниженої розмірності. Все призводить до порушення працездатності, наприклад, класичних транзисторів – основних приладів електроніки та мікроелектроніки, котрі використовують закономірності транспорту електронів як класичних частинок. Проте виявляється, що нові особливості транспорту квазічастинок також можна використати для створення й ефективної роботи нових приладів наноелектроніки. Науково-технічний напрямок, у якому використовуються нові властивості речовини у станах зниженої розмірності (2D - квантові ями, 1D - дроти та 0D - точки) для створення електронних приладів, отримав назву *наноелектроніки*. Створення зразків нанометрових розмірів із різноманітних матеріалів, розробка відповідних нових матеріалів систем із них, контроль за їх якістю а також збереження принципово важливої переваги їх технології - групового методу виготовлення пристроїв потребує нових *нанотехнологій та нанодіагностики*. Всі ці напрямки бурхливо розвивається.

Розвиток мікро- та наноелектроніки потребує кваліфікованих кадрів, які володіють відповідними знаннями з мікроелектроніки, нанофізики та наноелектроніки. Оволодіти ними допомагають відповідні англomовні та окремі російськомовні навчальні посібники, журнальні статті, огляди та монографії, присвячені цим питанням [1-11]. Значно менше опубліковано праць, у яких у доступній та лаконічній формі викладаються основні принципи та фундаментальні засади, зокрема, наноелектроніки. Нам, до речі, невідомі відповідні україномовні видання. Ці обставини спонукали нас підготувати посібник із фізичних основ мікро- та наноелектроніки. Він написаний на основі лекцій, що протягом останніх років читалися одним з авторів (академіком НАН України проф. Находкіним М.Г.) на радіофізичному факультеті Київського національного університету імені Тараса Шевченка як друга частина курсу “Фізичні основи мікроелектроніки”. Разом із тим, ця книжка не є конспектом лекцій,

а є навчальним посібником, у якому до деяких розділів включено додатковий матеріал для тих, хто бажає вивчати матеріал більш докладно. Кожна глава завершується контрольними запитаннями та задачами, які дозволяють здійснити самоперевірку засвоєння матеріалу та мати уявлення про порядки фізичних величин притаманних явищам, що вивчаються. До кожної глави додається також короткий список основної літератури.

Посібник розрахований на осіб, що володіють матеріалом фізичних (загальної фізики, квантової механіки, статистичної фізики, математичної фізики та фізики напівпровідників) та математичних курсів в обсязі фізичних, радіофізичних та фізико-технічних факультетів університетів та фізико-технічних факультетів інших вузів. При відборі матеріалу для посібника ми віддавали перевагу викладенню основних фізичних принципів, засад та явищ, що використовуються або можуть бути використані у мікро- та нанoeлектроніці, а не опису роботи, технології виготовлення окремих приладів. Ми сподіваємось, що такий вибір матеріалу не застаріє ще до виходу посібника з друку. Ми також намагались обмежити об'єм посібника, що не відбити бажання у студента його читати. Так, у посібнику основна увага приділяється особливостям транспорту носіїв заряду в масивних напівпровідниках та надпровідниках у станах зниженої розмірності й лише ілюструється їх використання на прикладах роботи основних електронних приладів таких, як біполярні та польові МОН транзистори, а схемотехнічні та технологічні проблеми мікро- та нанoeлектроніки висвітлюються у значно меншому обсязі, але достатньому для розуміння проблеми. Транспорт носіїв у металевих плівках є предметом першої частини курсу, а елементи функціональної електроніки – третьої частини курсу, для вивчення якої ми видали спеціальний посібник [12].

Для позначення фізичних величин, що використовуються у посібнику, не вистачає літер латинського та грецького алфавітів. Тому, коли різні величини позначаються однаковими символами, їх зміст указується у відповідних місцях тексту.

Усі формули наведені у системі одиниць Гауса. Іноді чисельні дані, що характеризують речовини, наводяться в практичних одиницях (наприклад, напруга – у B , струм – у A , рухливість – у $\text{cm}^2 \cdot B^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ тощо). У додатку наведені основні формули електромагнетизму в системах одиниць Гауса та СІ та співвідношення між одиницями електричних та магнітних величин у цих системах. У додатку також наведені параметри деяких матеріалів.

Автори сподіваються, що посібник допоможе україномовному читачеві отримати основні уявлення про мікро та нано світ напівпровідників та надпровідників, який займає проміжну ділянку між цариною окремих атомів та молекул, де панують закони квантової механіки, і мікросвітом, де їх поведінка визначається колективною поведінкою гігантської кількості атомів та молекул. Ці уявлення допомагають подолати перші найбільш складні кроки на шляху глибокого професійного освоєння нанoeлектроніки, перспективи бурхливого розвитку якої і дуже широке практичне використання незаперечні.

Автори розуміють, що не всі параграфи викладені максимально дохідливо. Можуть залишатися в тексті, навіть, прикрі помилки. Тому вони будуть щиро вдячні читачам за їх зауваження та побажання. Автори висловлюють свою щирю подяку своїм колегам професору Валентину Миколайовичу Добровольському та академіку НАН України Вадиму Михайловичу Локтеву за те, що вони уважно прочитали наш рукопис і зробили конструктивні пропозиції для покращення викладення матеріалу.

Література

1. В.В. Новиков, Теоретические основы микроэлектроники. Учеб. пособие для радиотехнических Спец. вузов. М, «Высшая школа», 1972, - 352с., ил.

2. И.Е. Ефимов, И.Я. Козырев, Ю.Я. Горбунов, Микроэлектроника. Физические и технологические основы надежности: Учеб. пособие для приборостроит. Спец. вузов. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Высш.шк. – 1986. –464 с.: ил.
3. Т. Сугано, Т. Икома, Е. Такэиси. Введение в микроэлектронику: Пер. с яп. – М: Мир, 1988, - 320 с., ил.
4. М. Ватанабэ, К. Асада, К. Кани, Т. Оцуки. Проектирование СБИС: Пер. с яп. – М: Мир, 1988, - 304 с., ил.
5. Р.Маллер, Т. Кейминс. Элементы интегральных схем: Пер. с англ. - М.:, 1989.-630 с., ил.
6. Р.Ронсаро. Физическая электроника и микроэлектроника: Пер. с испан. - М.: «Высшая школа», 1991,-351с., ил.
7. V.V. Mitin, V.A. Kochelap, M.A. Strosccio, Quantum heterostructures: microelectronics and optoelectronics, Cambridge University Press, 1999, -p.642.
8. J.H. Davies, The Physics of Low-dimensional Semiconductors. An Introduction, Cambridge University Press, 1998, -p.438.
9. В.П. Драгунов, И.Г. Неизвестный, В.А. Гридчин, Основы наноэлектроники: Учеб. Пособие. - Новосибирск: Учеб. Пособие. - Изд-во НГТУ, 2000. - 332 с.
10. А.Ф. Кравченко, В.Н. Овсяк, Электронные процессы в твердотельных системах с пониженной размерностью. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. - 448 с.
11. И.П. Степаненко, Основы микроэлектроники: Учеб. Пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Лаборатория базовых Знаний, 2001. – 488 с.: ил.
12. М.Г. Находкін, Ф.Ф. Сизов, Елементи функціональної електроніки: К.: ВПФ УкрІНТЕІ, 2002. – 324 с., 190 іл.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	3
-----------------------	----------

Глава 1. ЕЛЕМЕНТИ МІКРОЕЛЕКТРОНІКИ

1.1	МІКРОЕЛЕКТРОНІКА – НОВИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ НАПРЯМОК	6
1.2	ОСНОВНІ ЗАДАЧІ МІКРОЕЛЕКТРОНІКИ	7
1.3	ОСНОВНІ НАПРЯМКИ РОЗВИТКУ МІКРОЕЛЕКТРОНІКИ	7
1.4	МІНІМАЛЬНИЙ РОЗМІР ЕЛЕМЕНТІВ ІМС	9
1.4.а	Технологічні причини обмеження розміру елементів	10
1.4.б	Фізичні причини обмеження, зв'язані з взаємодією елементів ІМС	15
1.4.в	Фізичні причини, зв'язані із розмірними ефектами	17
1.5	НАНОЕЛЕКТРОНІКА	19
1.6	КОМПЛЕКСНА МІКРОМІНІАТЮРИЗАЦІЯ	19
1.7	ПІДСУМКИ	20
1.8	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ВПРАВИ	21
	ЛІТЕРАТУРА	23

Глава 2. РУХ РІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ У НАПІВПРОВІДНИКАХ

2.1	ВСТУП	24
2.2	КЛАСИЧНИЙ РОЗМІРНИЙ ЕФЕКТ	28
2.3	КВАНТОВИЙ РОЗМІРНИЙ ЕФЕКТ (КРЕ)	29
2.4	НЕОБХІДНІ УМОВИ ДЛЯ СПОСТЕРЕЖЕННЯ КРЕ	32
2.5	ЕНЕРГЕТИЧНИЙ СПЕКТР КВАЗІЧАСТИНОК	33
2.6	ГУСТИНА ЕЛЕКТРОННИХ СТАНІВ	34
2.7	ЗАЛЕЖНІСТЬ КОНЦЕНТРАЦІЇ НОСІЇВ ВІД РОЗМІРУ ЗРАЗКА	38
2.8	ЕКРАНУВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ	39
2.8а	Різні форми області просторового заряду	40
2.8б	Класичний розмірний ефект в екрануванні	43
2.8.б	Довжина екранування в умовах розмірного квантування	45
2.9	РОЗМІРНА ЗАЛЕЖНІСТЬ ЧАСУ РЕЛАКСАЦІЇ НОСІЇВ	46
2.10	ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ КРЕ	47
2.11	ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ	49
2.12	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ	50
	ЛІТЕРАТУРА	56

Глава 3. РУХ РІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ У КАНАЛАХ ПРОВІДНОСТІ. МОН ТРАНЗИСТОР

3.1	ВСТУП	57
3.2	БУДОВА МОН - ТРАНЗИСТОРА	58
3.3	СПРОЩЕНА ТЕОРІЯ РОБОТИ МОН - ТРАНЗИСТОРА	60
3.3.а	Наближення плавного каналу	60
3.3.б.	Статичні характеристики МОН – транзисторів	61
3.3.в.	Порогова напруга	64
3.3.г.	Параметри уніполярних транзисторів при малих рівнях сигналів	66
3.3.д.	Вплив потенціалу підкладки	67
3.3.г.	Час прольоту носіїв	68
3.4	ЕКВІВАЛЕНТНІ СХЕМИ МОН - ТРАНЗИСТОРВ	69
3.5.	СХЕМИ ВКЛЮЧЕННЯ УНІПОЛЯРНИХ ТРАНЗИСТОРІВ	70
3.6.	ШУМИ УНІПОЛЯРНИХ ТРАНЗИСТОРІВ	73
3.7.	МАСШТАБНА МІКРОМІНІАТЮРИЗАЦІЯ	76
3.8.	ЕФЕКТИ КОРОТКОГО ТА ТОНКОГО КАНАЛУ	79
3.8.а.	Ефекти великого повздовжнього поля	79

3.8.a.1	<i>Розігрів носіїв і насичення дрейфової швидкості</i>	79
3.8.a.2	<i>Електричний пробій каналу провідності</i>	81
3.8.б.	Ефекти великого поперечного поля	82
8.8.б.1	<i>Тривимірність електричного поля на розсіяння носіїв на границях каналу провідності</i>	83
8.8.б.2	<i>Вплив поперечного електричного поля E_x на розсіяння на границях каналу провідності</i>	85
3.9.	УНІПОЛЯРНІ НЕМТ ТРАНЗИСТОРИ	88
3.10.	ЗНИЖЕННЯ РОЗМІРНОСТЕЙ В КАНАЛАХ ПРОВІДНОСТІ	91
2.12	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ	95
	ЛІТЕРАТУРА	99

Глава 4. РУХ РІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ ЗАРЯДУ В АМОΡФНИХ НАПІВПРОВІДНИКАХ

4.1	ЗАГАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ	101
4.2	ВПЛИВ РОЗУПОРЯДКУВАННЯ	101
4.3	ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЬ НЕКРИСТАЛІЧНИХ НАПІВПРОВІДНИКІВ	105
4.3.a	Електропровідність по нелокалізованим станам	105
4.3.б	Електропровідність (стрибова) у хвостах густини станів	106
4.3.в	Стрибова електропровідність по локальним станам на рівні Фермі	106
4.4	ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ	108
4.5	ЗАСТОСУВАННЯ АМОΡФНИХ НАПІВПРОВІДНИКІВ	109
4.5.a	Елементи Овшинського	110
4.5.2	Фоточутливі елементи копіювальних апаратів	111
4.6	ПЕРСПЕКТИВИ ЗАСТОСУВАННЯ АМОΡФНИХ НАПІВПРОВІДНИКІВ	112
4.7	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ	113
	ЛІТЕРАТУРА	114

Глава 5. РУХ НЕРІВНОБАЖНИХ НОСІЇВ ЗАРЯДУ В НАПІВПРОВІДНИКАХ

5.1	ВСТУП.	115
5.2	ЧАС ЖИТТЯ НЕРІВНОБАЖНИХ НОСІЇВ	116
5.3	КВАЗІРІВЕНЬ ФЕРМІ	117
5.4	РІВНЯННЯ ПЕРЕНОСУ	118
5.5	ДИФУЗІЯ І ДРЕЙФ НОСІЇВ	119
5.5.a	Дифузія носії (малі поля)	120
5.5.б	Дрейф носіїв (сильні поля)	120
5.6	АМБІПОЛЯРНА ДИФУЗІЯ	121
5.7	ПОВЕРХНЕВА РЕКОМБІНАЦІЯ	122
5.8	РОЗМІРНІ ЕФЕКТИ	124
5.9	ПОВЗДОВЖНІЙ РОЗМІРНИЙ ЕФЕКТ	125
5.10	БАЛІСТИЧНИЙ РУХ НОСІЇВ	126
5.11	ФОТОЧУТЛИВІСТЬ	127
5.12	ТРАНЗИСТОРИ НА p-n ПЕРЕХОДАХ	127
5.13	СТРУМ ОБМЕЖЕНИЙ ПРОСТОРОВИМ ЗАРЯДОМ (СОПЗ)	128
5.13.a	Ідеальний діелектрик без пасток	128
5.13.б	Діелектрик (напівпровідник) із неглибокими пастками	130
5.13.в	Діелектрик з глибокими пастками	131
5.14	ВПЛИВ РЕКОМБІНАЦІЇ ТА РОЗМІРНИХ ЕФЕКТІВ НА СОПЗ	132
5.15	СОПЗ У ВИПАДКУ ПОДВІЙНОЇ (БІПОЛЯРНОЇ) ІНЖЕКЦІЇ	132
5.15.a	Плазма інжектвана в напівпровідник	133
5.15.б	Плазма інжектвана в діелектрик	134
5.16	ПОДВІЙНА ІНЖЕКЦІЯ ІЗ ЗАХОПЛЮВАННЯМ	135
5.17	ПІДСУМКИ	137
5.18	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ	138
	ЛІТЕРАТУРА	142

Глава 6. ПРОХОДЖЕННЯ СТРУМУ В МДМ І МДН СТРУКТУРАХ

6.1	ВСТУП	143
6.2	НАДБАР'ЄРНА ЕМІСІЯ	144
6.3	НАДБАР'ЄРНА ЕМІСІЯ В ДІОДИ З ГЕТЕРОПЕРЕХОДОМ	146
6.4	ТУНЕЛЬНА ЕМІСІЯ В МДМ СТРУКТУРАХ	147
6.5	ТУНЕЛЬНА СПЕКТРОСКОПІЯ	152
6.6	МІЖЗОННЕ ТУНЕЛЮВАННЯ	155
6.7	РЕЗОНАНСНЕ ТУНЕЛЮВАННЯ	157
6.8	ТУНЕЛЮВАННЯ З МЕТАЛУ В ЗОНУ ПРОВІДНОСТІ НАПІВПРОВІДНИКА	161
6.9	ТРІОДНІ СТРУКТУРИ	163
6.10	СКАНУЮЧИЙ ТУНЕЛЬНИЙ МІКРОСКОП	167
6.11	ЗАПИС ІНФОРМАЦІЇ	170
6.13	ПІДСУМКИ	171
6.14	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ	172
	ЛІТЕРАТУРА	180

Глава 7. БАЛІСТИЧНИЙ ТРАНСПОРТ НОСІЇВ ЗАРЯДУ, ВАКУУМНА МІКРОЕЛЕКТРОНІКА ТА ОДНОЕЛЕКТРОНІКА

7.1.	ВСТУП	181
7.2.	ВАКУУМНІ ДІОДИ ТА ТРІОДИ	181
7.3.	БАЛІСТИЧНИЙ ТРАНСПОРТ У СИСТЕМАХ ЗНИЖЕНОЇ РОЗМІРНОСТІ	183
7.4.	ОДНОЕЛЕКТРОННІ ЯВИЩА	185
7.5.	ОДНОЕЛЕКТРОННІ КОЛИВАННЯ	187
7.6.	КУЛОНІВСЬКА ДРАБИНА ТА ОДНОЕЛЕКТРОННИЙ ТРАНЗИСТОР	188
7.7.	ВПЛИВ РОЗМІРНИХ ЕФЕКТІВ	189
7.8.	ОДНОЕЛЕКТРОННІ ПРИЛАДИ	190
7.9.	ПІДСУМКИ	195
7.10.	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ	195
	ЛІТЕРАТУРА	196

Глава 8. ВПЛИВ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА РУХ НОСІЇВ У СИСТЕМАХ ЗНИЖЕНОЇ РОЗМІРНОСТІ

8.1	ВСТУП	197
8.2	РІВНІ ЛАНДАУ	198
8.3	ГУСТИНА СТАНІВ У 3D СИСТЕМІ	201
8.4	ГУСТИНА СТАНІВ У 2D СИСТЕМІ	202
8.5	ЦІЛОЧИСЕЛЬНИЙ КВАНТОВИЙ ЕФЕКТ ХОЛЛА	203
8.6	ЛОКАЛІЗАЦІЯ ЕЛЕКТРОНІВ	210
8.7	ДРОБОВИЙ КВАНТОВИЙ ЕФЕКТ ХОЛЛА	211
8.8	ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ	214
8.9	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ	214
8.7	ЛІТЕРАТУРА	216

Глава 9. НАДПРОВІДНІСТЬ ТОНКИХ ПЛІВОК

9.1	ВСТУП.	217
9.2	МАГНІТНІ ВЛАСТИВОСТІ НАДПРОВІДНИКІВ	219
9.3	НАДПРОВІДНИКИ 1-го РОДУ	221
9.4	НАДПРОВІДНИКИ 2-го РОДУ	224
9.5	КРИТИЧНИЙ СТРУМ	227
9.6	ВПЛИВ РОЗМІРІВ ЗРАЗКА	229
9.6.a	Пластика в магнітному полі паралельному її площині	229
9.6.b	Пластика в магнітному полі перпендикулярному її площині	231
9.7	КРАЙОВІ ЕФЕКТИ	231

9.8	РОЗМІРНІ ЕФЕКТИ	232
9.9	КРИТИЧНИЙ СТРУМ У ТОНКИХ ЗРАЗКАХ	233
9.10	КРІОТРОН	234
9.11	СТАЦІОНАРНИЙ ЕФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА	236
9.12	НЕСТАЦІОНАРНИЙ ЕФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА	243
9.13	ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНА НАДПРОВІДНІСТЬ	247
9.14	ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ	249
9.15	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ	250
	ЛІТЕРАТУРА	260

Глава 10. ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ТОНКИХ ШАРІВ РЕЧОВИНИ

10.1	ВСТУП	261
10.2	ДИСПЕРСІЯ СВІТЛА	262
10.3	СПІВВІДНОШЕННЯ КРАМЕРСА-КРОНІГА	265
10.4	РІЗНОВИДИ ВЗАЄМОДІЇ СВІТЛА З РЕЧОВИНОЮ	266
10.5	ВЗАЄМОДІЯ ІЗ ЗБЕРЕЖЕННЯМ ЕНЕРГІЇ КВАНТА	266
10.6	СВІТЛОВОДИ	270
10.7	ЗБУДЖЕННЯ ХВИЛЬ В ІНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧНИХ ХВИЛЕВОДАХ	275
10.8	ПЛІВКОВА СПЕЦИФІКА	277
10.8.a	Структурна специфіка	277
10.8.б	Функціональна специфіка	278
	<i>10.8.б.1. Класичний розмірний ефект</i>	279
	<i>10.8.б.2. Плазмові резонанси</i>	281
	<i>10.8.б.3. Квантовий розмірний ефект</i>	282
	<i>10.8.б.4. Край поглинання в електричному полі</i>	284
	<i>10.8.б.5. Екситони</i>	286
10.9	ПІДСУМКИ	287
10.10	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ	288
	ЛІТЕРАТУРА	294

Глава 11. ПЛІВКОВА ЕЛЕКТРОНІКА

11.1	ВСТУП	295
11.2	ОСНОВИ ПЛІВКОВОЇ ТЕХНОЛОГІЇ	295
11.3	ОСНОВНІ ЗАСАДИ ТЕХНОЛОГІЇ ПЛІВКОВИХ СТРУКТУР	296
11.4	КОНСТРУКТИВНІ ЕЛЕМЕНТИ ПЛІВКОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ	298
11.4.a	Підкладинки	298
11.4.б	Тонкоплівкові провідники	299
11.4.в	Постійний струм у плівкових провідниках	300
11.4.г	Плівкові резистори	303
11.4.д	Плівкові конденсатори	306
11.4.е	Котушки індуктивності	308
11.4.ж	Активні елементи	308
11.5	ТЕХНОЛОГІЧНІ ЕТАПИ ВИГОТОВЛЕННЯ ПЛІВКОВИХ ІМС	311
11.6	ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ	315
11.7	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ	316
	ЛІТЕРАТУРА	300

Глава 12. НАПІВПРОВІДНИКОВІ ІМС

12.1	ВСТУП	321
12.2	КЛАСИФІКАЦІЯ ІМС	321
12.3	ПІДКЛАДИНКИ ІМС	323
12.4	АКТИВНІ ЕЛЕМЕНТИ НАПІВПРОВІДНИКОВИХ ІМС	324
12.4.1	Біполярні транзистори	324
12.4a.1	<i>Модель Еберса-Молла</i>	326

12.4a2	Параметри транзистора	329
12.4a.3	Схеми включення	333
12.4a.4	Еквівалентні схеми	334
12.4a.5	Параметри еквівалентних схем транзистора	336
12.4a.6	Частотні характеристики	338
12.4a.7	Шуми біполярних транзисторів	339
12.4a.8	Технологія виготовлення біполярних транзисторів	342
12.4a.9	Паразитні параметри транзисторів	345
12.4.б	Транзистори інших типів	346
12.4.б.1	Транзистор із бар'єром Шоттки	346
12.4.б.2	Багатомітерні транзистори	346
12.4.б.3	Уніполярні МОН транзистори	348
12.4.в	Діоди	358
12.5	ПАСИВНІ ЕЛЕМЕНТИ ІМС	351
12.5.1	Дифузійні резистори	351
12.5.2	Об'ємні резистори	352
12.5.3	Об'ємні конденсатори	352
12.5.4	Тонкоплівкові (або МОН) конденсатори	353
12.6	МЕТОДИ ІЗОЛЯЦІЇ ЕЛЕМЕНТІВ ІМС	354
12.6.1	Ізоляція за допомогою зворотно зміщених р-п переходів	355
12.6.2	Ізоляція за допомогою тонких плівок SiO_2	357
12.6.3	Ізоляція за допомогою діелектриків, відмінних від SiO_2	357
12.6.4	Ізоляція за допомогою повітряних проміжків	357
12.7	ВЕЛИКІ ІНТЕГРАЛЬНІ МІКРОСХЕМИ (ВІМС)	358
12.8	ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ	360
12.9	КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ	362
	ЛІТЕРАТУРА	265
	ДОДАТКИ	367
	ДОДАТОК 1	367
	ДОДАТОК 2	368
	ДОДАТОК 3	370
	ДОДАТОК 4	371
	ДОДАТОК 5	372
	ДОДАТОК 6	373
	ОСНОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ	375
	ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК	377
	ІМЕННИЙ ПОКАЖЧИК	
	ЗМІСТ	

Глава 1. ЕЛЕМЕНТИ МІКРОЕЛЕКТРОНІКИ

1.1. МІКРОЕЛЕКТРОНІКА – НОВИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ НАПРЯМОК

Розвиток сучасної радіоелектроніки та електронної техніки характеризується ускладненням вимог і задач, котрі повинні розв'язуватись за допомогою радіоапаратури. Це призводить до суттєвого збільшення кількості елементів апаратури. Сучасна апаратура складається з десятків мільйонів елементів. При цьому потрібно збільшувати її функціональні можливості, зберігати її надійність, зменшувати енерговикористання, собівартість, габарити та вагу. Ці проблеми розв'язує *мікроелектроніка (МЕ)* - *новий науково-технічний напрям*, в якому використовуються нові принципи інтеграції. Вона забезпечує реалізацію електронних систем із мікромініатюрних радіодеталей та вузлів і охоплює проблеми дослідження, конструювання, виготовлення та застосування мікроелектронних виробів із високим ступенем інтеграції.

Ідея зменшення об'єму та ваги радіоелектронної апаратури при збереженні її надійності, підвищенні функціональних можливостей та зменшенні собівартості виникла одночасно з появою радіоелектроніки. Проте принципове значення вона набула лише в 60-х роках ХХ сторіччя з таких причин:

- по-перше, підвищення надійності та ускладнення функціональних особливостей потребує збільшення кількості елементів шляхом дублювання або ще більшим ускладненням апаратури;
- по-друге, велику кількість елементів потрібно розмістити в малому об'ємі для того, щоб зменшити затримку сигналу, бо час затримки τ визначається лінійним розміром апаратури L і швидкістю світла c

$$\tau \geq L/c \quad (1.1)$$

Це співвідношення дозволяють оцінити мінімальний розмір елемента ℓ_m . Позначимо кількість елементів розміром ℓ_m через N , тоді

$$N = L^3/\ell_m^3 \quad (1.2)$$

Комбінуючи (1.1) і (1.2), можна отримати ℓ_m

$$\ell_m < c\tau/N^{1/3} \quad (1.3)$$

Для мінімального часу затримки $\tau \sim 10^{-11} \text{ с}$ при $N=10^{10}$ згідно (1.3) мінімальний розмір елемента становить $\ell_m < 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ см} = 1,4 \text{ мкм}$. Частина об'єму повинна додатково використовуватись на між'єднання. Таким чином, окремі елементи повинні мати ще менші розміри.

- по-третє, велика кількість елементів потребує створення нової групової технології виготовлення, ефективного відводу тепла, бо кожний елемент схеми під час роботи виділяє певну кількість тепла, економії матеріалів, енергоресурсів та коштів.

У 60-х роках з'ясувалося, що системи з більш, ніж 10^5 окремими дискретними елементами не працюють¹, а з меншою кількістю елементів потребують значної витрати матеріалів, енергії і коштів на їх виготовлення та експлуатацію. В 60-х роках Дж.Кілбі і Р.Нойс отримали патенти на *груповий метод виготовлення напівпровідникових діодів і*

¹ Ця обставина вперше виявилась при випробовуванні ракети "Атлас".

триодів на одній пластині кремнію. Вони запропонували здійснити металізацію на кремнієвій матриці транзисторів для приєднання до них пасивних елементів таким чином, щоб утворити інтегральну мікросхему (ІМС). Це і був початок розвитку мікромініатюризації і мікроелектроніки. Зараз у світі випускається більш, ніж 12 млрд. ІМС, а їх складність, наприклад, мікропроцесора 486-ї моделі фірми "Інтел" характеризується наявністю на одному чіпі² 1,2 млн транзисторів. Групова технологія виготовлення ІМС завоювала світ, про що свідчить великий обсяг торгівлі ІМС. В 1990 році він становив більш ніж 200 млрд. доларів і продовжує зростати.

1.2. ОСНОВНІ ЗАДАЧІ МІКРОЕЛЕКТРОНІКИ

Мікроелектроніка розв'язує три основних задачі:

- створення складних мініатюрних надійних ІМС із малим часом затримки сигналів;
- усунення технологічних труднощів виготовлення складних надійних ІМС;
- зниження собівартості ІМС.

1.3 ОСНОВНІ НАПРЯМКИ МІКРОЕЛЕКТРОНІКИ.

Розрізняють такі напрямки розвитку мікроелектроніки:

- дискретна,
- інтегральна,
- функціональна електроніка,
- нанoeлектроніка.

Ці напрямки зображені на схемі (рис.1.1)

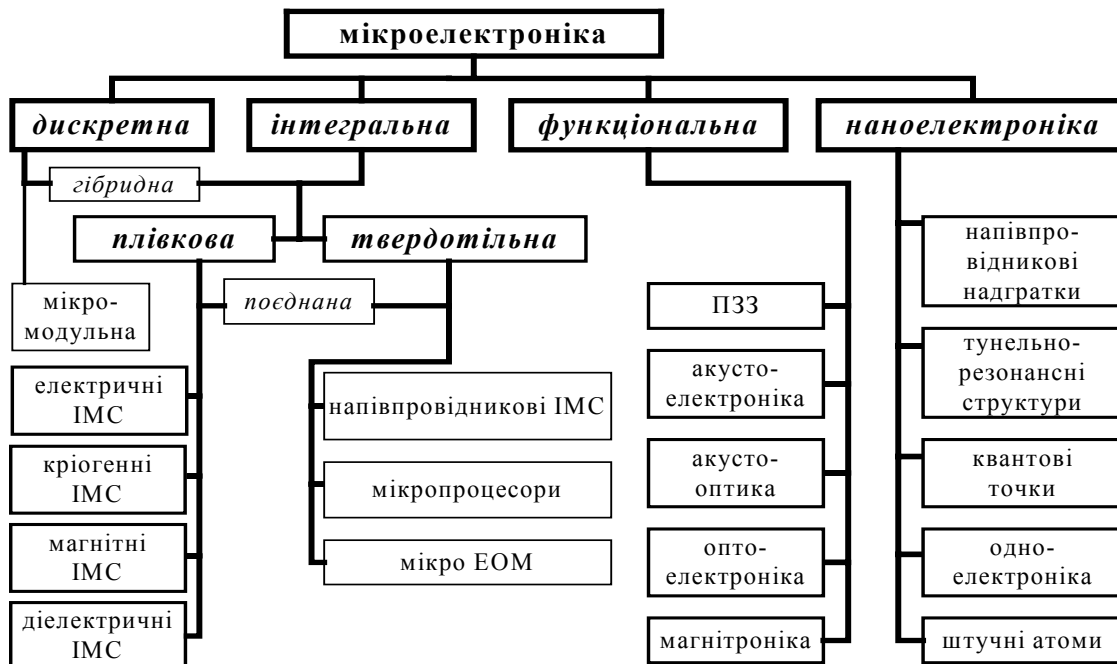


Рис.1.1. Схема основних напрямків розвитку мікроелектроніки

² Чіп походить від англійського слова *chip* – уламок, скалка, шматок.

Дискретна МЕ являє собою перший етап мікромініатюризації окремих елементів електронної апаратури та раціонального компактного її монтажу. Вона забезпечує лише перший ступінь інтеграції.

Модульна МЕ являє собою другий етап конструювання електронної апаратури з компактних стандартних модулів, за допомогою яких здійснюється *схемотехнічна уніфікація й інтеграція*.

Інтегральна МЕ являє собою третій етап конструювання електронної апаратури. В ній основною складовою частиною замість окремого елемента служить *інтегральна мікросхема (ІМС) або інтегральна схема (ІС)*, котра складається з багатьох елементів.

Інтегральною схемою (ІС) або інтегральною мікросхемою (ІМС) називають мікроелектронний пристрій, який має такі властивості:

- складається із з'єднаних між собою багатьох елементів із високою густиною монтажу, який може перевищувати 10^5 елементів на одному кристалі (чіпі);
- виконує певну функцію перетворення й обробки сигналів;
- може розглядатись при її використанні, як єдине ціле, тому що окремі елементи починають втрачати свою специфічність;
- виготовляються в єдиному технологічному циклі.

До складу ІМС входять її елементи та компоненти. Вони створюються за допомогою групової технології виготовлення ІМС. Тому в процесі створення й експлуатації ІМС має місце не тільки *схемотехнічна уніфікація і інтеграція*, але й *технологічна інтеграція*, що полягає в груповій технології виготовлення елементів і ІМС.

Елементом ІМС називається її частина, котра реалізує функцію будь-якого простого радіoeлемента, наприклад, резистора, транзистора, конденсатора, діода, індуктивності тощо. Він не може бути виділений із ІМС, як окремий самостійний прилад, тому що виготовляється груповим методом неподільно з ІМС.

Компонентом ІМС називається її частина, котра виконує в ІМС певну функцію, проте на відміну від елемента ІМС її компонент іноді може бути самостійним приладом перед монтажем ІМС, наприклад, навісні елементи гібридних ІМС такі, як транзистори тощо.

Напівпровідниковою МЕ називається МЕ, в якій використовуються напівпровідникові ІМС, в яких усі елементи і міжз'єднання, виконані в об'ємі (або на поверхні) напівпровідника. Досить часто для готового виробу використовують термін **кристал** або **чіп**, розуміючи при цьому виготовлений напівпровідниковий прилад і мікросхеми без зовнішніх відводів і корпусу.

Плівкова мікроелектроніка використовує плівкові ІМС. У плівкових ІМС усі елементи і міжз'єднання виготовляються у вигляді плівок речовини. В залежності від типу активного елемента розрізняють такі різновиди плівкових ІМС: *напівпровідникові, криогенні*, в яких використовується надпровідність, *магнітні, діелектричні* тощо.

Гібридною ІМС називають ІМС, до складу якої входять плівкові пасивні елементи - резистори та конденсатори і навісні активні елементи - транзистори та діоди.

Поєднаною ІМС називають ІМС, до складу яких входять твердотільні активні елементи і пасивні плівкові елементи. Вона має позитивні якості твердотільних напівпровідникових активних елементів і позитивні якості плівкових пасивних елементів.

ІМС характеризуються **ступенем інтеграції**. Ступенем інтеграції ІМС прийнято називати логарифм кількості елементів на кристал (на чіп) у ІМС. В таблиці 1.1 наведено 4 типи ІМС із різним ступенем інтеграції.

Таблиця 1.1.

Назва	Кількість елементів на чіп (N)	Ступінь інтеграції lgN
ІМС (ІС)	20 ÷ 35	1,3 ÷ 1,5
СІМС (середні)	35 ÷ 100	1,5 ÷ 2,0
ВІМС (великі)	100 ÷ 1000	2 ÷ 3
НВІМС (надвеликі)	> 1000	>3

Сучасні надвеликі інтегральні мікросхеми (НВІС) наближаються до граничного ступеня інтеграції, коли починаються обмеження завдяки розмірним ефектам. Тому одним із напрямків подальшого розвитку мікроелектроніки є **функціональна електроніка (ФЕ)**.

В функціональній електроніці (ФЕ) носієм інформації служить багатовимірний сигнал, параметрами якого керують статичними або динамічними неоднорідностями середовища, що виникають під дією керуючого сигналу. В ФЕ повністю втрачаються особливості окремого елемента й має місце інтеграція функцій, котрі повинні виконувати інтегральна схема функціональної електроніки. Прикладами приладів ФЕ можуть бути: лінза, випрямляч змінного струму, що використовує ефект Зеебека, оптичний процесор, генератор Ганна, генератор, що використовує ефект Джозефсона, тощо.

В наноелектроніці (НЕ) використовуються нові діапазони частот, зокрема, оптичний, квантові особливості транспорту носіїв, зокрема, квантові розмірні ефекти, резонансне тунелювання, одноелектронні процеси, балістичні особливості руху носіїв заряду³ тощо. Це дає можливість розробляти технологію виготовлення наноструктур, яка дозволяє зменшити розмір елемента і збільшити ступінь інтеграції.

1.4. МІНІМАЛЬНИЙ РОЗМІР ЕЛЕМЕНТІВ ІМС

Зменшення розмірів елементів ІМС ℓ_m здійснюється такими способами:

- вибором оптимальної геометрії елемента та оптимальної топології схеми, тобто оптимального розташуванні й сполучення елементів на підкладинці;
- зменшенням розміру окремого елемента ℓ_m ;
- за допомогою функціональної інтеграції, коли втрачаються особливості окремого елемента системи (кола).

Перші два способи інтеграції ефективно використовувались на практиці до 1980 років, що дозволило створити ІМС із типовими характеристиками, наведеними в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2.

	1980 р.	1980 ÷ 1990 р.	2000÷2003 р.
N активних елементів на чіпі	$10^4 \div 10^5$	$3 \cdot 10^5 \div 10^6$	$5 \cdot 10^7$
τ час перемикання [с]	$10^{-5} \div 10^{-6}$	$10^{-8} \div 10^{-9}$	$10^{-9} \div 10^{-10}$
$\nu = 1/4\pi\tau$ тактова частота [Гц]	$10^4 \div 10^5$	$10^7 \div 10^8$	$10^8 \div 10^9$
N ν функціональна швидкодія	$10^8 \div 10^{10}$	$10^{13} \div 10^{14}$	$10^{14} \div 10^{15}$
P потужність при перемиканні [Вт]	10^{-4}	10^{-5}	$\sim 10^{-6}$
ℓ характерний розмір [мкм]	3,5	0,5	0,1÷0,07
c вартість [$\$ \cdot \text{біт}^{-1}$]	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}

³ Балістичний транспорт носіїв – переніс носіїв заряду в кристалічних структурах, характерні розміри яких малі по зрівнянні з довжиною вільного пробігу носіїв. Рух носіїв відбувається без розсіяння.

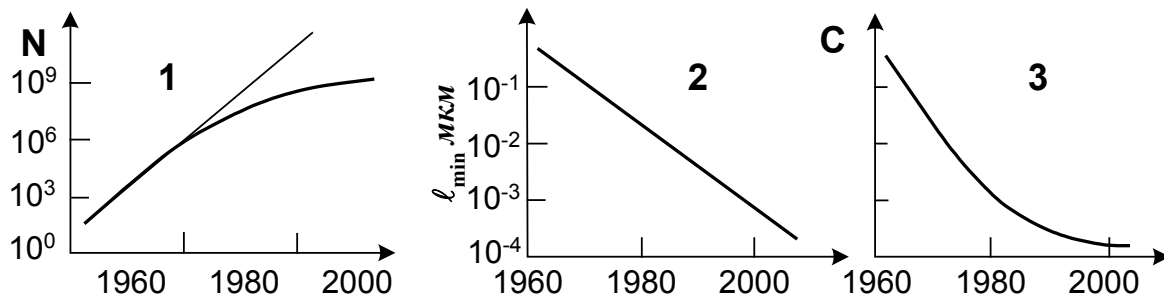


Рис.1.2. Зміна параметрів ІМС у часі: 1 - кількість елементів на чіпі; 2 - їх мінімальний розмір; 3 – вартість елемента.

На рис.1.2 схематично наведена тенденція змін характерних параметрів ІМС по роках. Видно, що швидкість темпу їх зміни з часом зменшується. Якщо у 60-80 роках кількість елементів на чіпі щорічно збільшувалася вдвічі (закон Мура)⁴, то після 90-х років темп зростання зменшується. Дія закону Мура⁴ обмежується, коли розміри елементів стають сумірними з розмірами атомів.

Причини, що обмежують ступінь інтеграції інтегральних схем, можна поділити на три групи, а саме:

1. технологічні обмеження ℓ_m у виробництві ІМС;
2. обмеження на розміри окремих елементів схем ℓ_m та на ступінь інтеграції, зв'язані із взаємодією елементів один з одним;
3. розмірні ефекти - обмеження, пов'язані із зміною особливостей фізичних фактів речовини в тонких шарах.

Розглянемо більш детально ці три групи причин, що обмежують мінімальний розмір елемента ІМС.

1.4.а. Технологічні обмеження мінімального розміру елементів.

Найбільш важливими чинниками, що викликають технологічні обмеження мінімального розміру елементів ІМС, є такі:

- дифракційні явища, сферична аберація та розсіяння квантів світла та частинок, котрі використовуються при виготовленні елементів ІМС певної форми методами літографії,
- розмиття краю елементів ІМС, що викликається флуктуаціями в технологічному процесі створення ІМС,
- флуктуація концентрації домішок,
- дифузія.

Дифракційні явища, сферична аберація та розсіяння квантів світла та частинок. У промисловості використовується обмежена кількість методів виготовлення геометричних структур елементів, із яких найбільш часто використовується фотолітографія, рентгенолітографія, електронолітографія тощо. Літографія дає можливість створити конфігурацію елементів певних розмірів, із роздільною здатністю, котра визначається дифракцією та сферичною аберацією. Дифракційна роздільна здатність, котра обернено

⁴ Гордон Мур – один із засновників фірми Intel (США).

пропорційна до радіуса дифракційного розмиття променя r_d збільшується прямо пропорційно довжині хвилі λ випромінювання, що використовується в літографії

$$r_d \sim \gamma \lambda / \alpha' \quad (1.4)$$

де α' - апертура ($\alpha' = 2n \sin(\alpha/2)$, де n - показник заломлення, α - апертурний кут, $\alpha \approx \alpha'$ при малих кутах α), а γ - коефіцієнт, що залежить від форми та параметрів середовища. Із формули (1.4) видно, що зменшення λ зменшує кружок дифракційного розмиття r_d тобто збільшує дифракційну роздільну здатність (r_d^{-1}). Тому для збільшення роздільної здатності треба зменшувати λ , тобто використовувати рентгено- або електронолітографію.

Проте зменшення λ збільшує вплив сферичної аберації. При малих апертурних кутах радіус кружка розсіювання внаслідок впливу сферичної аберації залежить від куба апертурного кута α . Роздільна здатність, що визначається дифракцією і сферичною аберацією, визначається за формулою

$$r = r_d + r_{sf} = \gamma \lambda / \alpha + C_{sa} \alpha^3 \quad (1.5)$$

де C_{sa} - коефіцієнт сферичної аберації. Із формули (1.5) ми бачимо, що, коли виконується умова $dr/d\alpha = 0$, існує оптимальне значення апертури α_{opt} , при якому r мінімальне й рівне $r_m = 4/3 \{3(\gamma \lambda)^3 C_{sa}\}^{1/4}$. Проте не завжди доцільно використовувати такі малі апертури, як α_{opt} , тому що при цьому збільшується необхідна для літографії експозиція й вартість виготовлення чіпі. Тому на практиці використовують більші апертури, коли можна знехтувати дифракційним розмиттям. В цьому разі

$$r \cong r_{sa} \geq C_{sa} \alpha^3 \quad (1.6)$$

Визначимо тепер, як залежить r від часу експозиції t . Відомо, для утворення елемента ІМС потрібна експозиція більша за порогову експозицію K даного літографського процесу

$$It > (It)_{min} = K \quad (1.7)$$

де I - інтенсивність світла, рентгенівських променів або електронів, що діють на речовину при літографії, котра залежить від яскравості джерела B і апертурного кута α

$$I = B \pi \alpha^2 \quad (1.8)$$

Комбінуючи (1.7) і (1.8), знайдемо кут α і підставимо його у формулу (1.6), тоді

$$r_{sa} \geq C_{sa} \alpha^3 = C_{sa} (K/\pi B t)^{3/2} \quad (1.9)$$

Ця залежність зображена кривою 1 на схематичному рис.1.3. Видно, що r_{sa} зменшується із зростанням експозиції t .

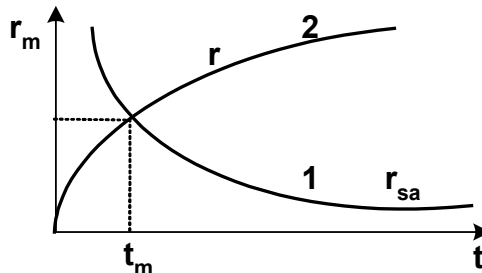


Рис.1.3. Залежність радіуса розмиття електронної плями від експозиції з 2-х причин: 1 - сферичної аберації та 2 - вартості процесу літографії.

Проаналізуємо вплив вартості експонування C , котра прямо пропорційно часу експозиції й обернено пропорційна квадрату лінійного розміру r площі, що експонується

$$C \geq (S_{ch}/\pi r^2) q t \quad (1.10)$$

де S_{ch} - площа чіпу, $S_{ch}/\pi r^2$ - кількість елементів на чіпі, q - вартість експонування одного елемента за 1 с. Із (1.10) можна бачити, що

$$r_c > \left(\frac{S_{ch} q t}{\pi C} \right)^{1/2} \quad (1.11)$$

Таким чином, при заданій вартості експонування C - техніко-економічного процесу, що використовується, розмір елемента r_c зростає (крива 2 на рис.1.3), а ефективний радіус r_{sa} сферичної аберації зменшується (крива 1 на рис.1.3) при збільшенні часу експозиції t . Це означає, що існує оптимальна експозиція t_{opt} й мінімальний ефективний радіус r_m при заданій вартості процесу літографії C та коефіцієнта аберації C_{sa} . Його визначення зрозуміло з рис.1.3.

Необхідність збільшення роздільної здатності, котра обмежується дифракційними явищами, примушує зменшувати довжину хвиль випромінювання, що використовується в літографії. У випадку електронної літографії це здійснюється збільшенням енергії електронів E_p . Збільшення енергії E_p призводить до зростання повного пробігу електронів у речовині R , тому що $R = A(E_p)^n$, де $1,5 < n < 2$, A - параметр речовини, що експонується електронами. Для органічних резистів, наприклад, при $E_p = 25 \text{ кеВ}$ пробіг $R = 3 \text{ мкм}$. Величина пробігу R визначає розміри області, в якій

відбувається **розсіювання електронів**, тобто область, на яку діють електрони в речовині, як це видно із рис.1.4. Величину R можна зменшити, використовуючи замість електронів іони, бо $A_{iон} < A_e$, проте іонна літографія значно дорожча за електронну.

Тепер розглянемо вплив флуктуацій, що мають місце в ході технології виготовлення елементів, на розмиття краю та мінімальний розмір елементів ІМС, а також вплив на нього флуктуацій домішок у напівпровідниках.

Розмиття краю. Кожний технологічний процес повинен багатократно відтворюватись. При цьому внаслідок флуктуацій, притаманних технологічним процесам виготовлення елементів, край їх структури відтворюється з певною похибкою, тобто з певним розмиттям краю. Це є однією із технологічних причин обмеження мінімального розміру елементів ІМС. Якщо причини розмиття краю структури є статистично незалежними, то має місце нормальний (гауссівський) закон розподілу ймовірності із певною дисперсією σ^2 . Тоді ймовірність того, що нормально розподілена величина x , а це може бути розмір елемента або концентрація домішок в елементі, знаходиться в інтервалі $\bar{x} - \alpha < x < \bar{x} + \alpha$, де \bar{x} - середнє значення x , запишеться таким чином

$$P(\bar{x} - \alpha < x < \bar{x} + \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{\bar{x}-\alpha}^{\bar{x}+\alpha} \exp \left[-\frac{(\bar{x} - x)^2}{2\sigma^2} \right] dx \quad (1.12)$$

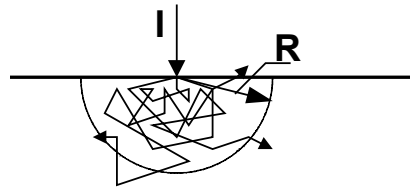


Рис.1.4. Область розсіювання електронів з пробігом R , котрий залежить від їх енергії

⁵ Дисперсія в теорії ймовірності (від лат слова dispersio - розсіювання) є величиною, що характеризує інтенсивність флуктуацій випадкового параметра x : $\sigma = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \equiv \overline{\Delta x^2}$, де $\Delta x = x - \bar{x}$ - флуктуація, а \bar{x} - середнє значення величини x .

де $\alpha = \xi \bar{x}$ - відхилення розміру x від середнього значення \bar{x} , а $\xi = (x - \bar{x})/\bar{x}$ відносне відхилення розміру від середнього значення. Перейдемо до нових змінних $y = (x - \bar{x})/\sigma$, тоді інтеграл у правій частині (1.12) зводиться до

$$P(\bar{x} - \alpha < x < \bar{x} + \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\alpha}{\sigma}}^{\frac{\alpha}{\sigma}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = \text{erf}\left(\frac{\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) \quad (1.13)^6$$

Таким чином, якщо ми захочемо записати ймовірність того, що розмір ($x = \ell$) хоча б одного елементу виходить за межі інтервалу з допустимим відхиленням від середнього значенням $\alpha = \xi \bar{x}$,

$$\bar{x} - \alpha < x < \bar{x} + \alpha \quad (1.14)$$

то ця ймовірність буде

$$P_1 = 1 - P = 1 - \text{erf}\left(\frac{\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) = \text{erfc}\left(\frac{\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) \quad (1.15)$$

Нехай тепер схема має N елементів або N країв, які відтворюються статистично незалежно один від одного. В цьому випадку ймовірність того, щоб хоча б один із елементів вийшов за межі інтервалу (1.14) є сумою ймовірностей

$$P_1 + P_1 + P_1 + \dots = NP_1 \quad (1.16)$$

Тому для нормальної роботи схеми потрібно, щоб ймовірність того, що хоча б один із елементів вийшов за межі інтервалу (1.14), тобто щоб хоч один із елементів був дефектним, буде знаходитись із умови

$$NP_1 = N \text{erfc}\left(\frac{\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right) < 1 \quad (1.17)$$

Ми отримали інтегральне співвідношення, аналіз якого дає значення $x_{\min} = \ell_{\min}$, якщо для даної технології відомі такі величини: значення дисперсії σ , відносне допустиме $\xi = (\ell - \bar{\ell})/\bar{\ell} = \Delta\ell/\bar{\ell}$, абсолютне допустиме відхилення α величини ℓ

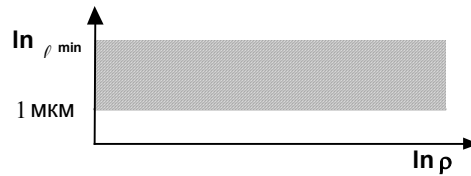


Рис.1.5. Залежність ℓ_{\min} , що визначається критичним розміром, від питомого опору матеріалу.

від її середнього значення та кількість елементів N . Здебільшого нас цікавлять випадки великих кількостей елементів, коли $N \gg 1$. В цьому разі згідно умові (1.17) $\text{erfc}(\alpha/\sigma\sqrt{2}) < 1/N \ll 1$, що має місце при великих значеннях аргументу $\alpha/\sigma\sqrt{2} > 1$. Використовуючи для функції $\text{erfc}\left(\frac{\alpha}{\sigma\sqrt{2}}\right)$ відповідний асимптотичний розклад (див. задачу 1.3), можна отримати замість формули (1.17) більш просте співвідношення

$$\frac{\alpha}{\sigma} = \frac{\xi \bar{\ell}}{\sigma} > 2,1 \sqrt{\lg N} \quad (1.18)$$

⁶ При обчисленні інтеграла в (1.15) використано те, що під інтегралом знаходиться парна функція.

Звертаємо увагу, що згідно умовам (1.17) і (1.18) мінімальний розмір елементів ℓ_{\min} , який визначається крайовим розмиттям, не залежить від питомого опору матеріалу ρ . Заштрихована область на рис.1.5 відповідає можливим значенням ℓ_{\min} . При $\sigma = 30\text{\AA}$, $\xi \leq 0,02$ та $N = 10^5$ маємо $\ell_{\min} \sim 1\text{мкм}$.

Флуктуація домішок. Розглянемо один із N елементів ІМС, що має лінійний розмір ℓ і середню концентрацію донорних домішок n_d . Середня кількість домішок у цьому елементі становить $\bar{n} = n_d \ell^3$. Позначимо дозволений інтервал флуктуаційних змін кількості домішок в елементі через $\bar{n} - \Delta n < n < \bar{n} + \Delta n$, де $\Delta n = \xi \bar{n} = \alpha$. Тоді ймовірність того, що флуктуації домішок в одному елементі не виходять за межі дозволеного інтервалу, знаходиться, як і в попередній задачі, за допомогою нерівності (1.17) або (1.18). В цій нерівності

$$\alpha = \xi \bar{n} = \xi n_d \ell^3 \quad (1.19)$$

При малих флуктуаціях домішок для оцінки дисперсії можна скористатись тим, що розподіл Гаусса наближається до розподілу Пуассона і тому $\sigma \cong \sqrt{\bar{n}}$. Після підстановки цього виразу для дисперсії та виразу (1.19) для α у нерівність (1.18) маємо

$$\frac{\alpha}{\sigma} = \xi \sqrt{\bar{n}} > 2,1 \sqrt{\lg N} \quad (1.20)$$

Знайдемо n_d через питомий опір напівпровідника ρ . Він залежить від концентрації легуючих домішок n_d , наприклад, для донорного напівпровідника при низьких температурах

$$\rho^{-1} = e \sqrt{n_d} \mu \beta = \beta_1 \sqrt{n_d} \quad (1.21)$$

де μ рухливість носіїв, а $\beta = 2^{-1/2} \cdot N_c^{1/2} \cdot \exp\{-E_d/k_B T\}$, N_c - ефективне число станів, приведені до дна зони провідності, E_d - енергетична глибина залягання донорів, k_B - стала Больцмана. Комбінуючи вирази (1.19) та (1.21), знайдемо вираз для \bar{n}

$$\bar{n} = \bar{\ell}^3 n_d = \frac{\bar{\ell}^3}{(\rho \beta_1)^2} \quad (1.22)$$

Після підстановки (1.22) у формулу (1.20) знайдемо

$$\frac{\alpha}{\sigma} = \xi \sqrt{\bar{n}} = \xi \frac{\bar{\ell}^{3/2}}{\rho \beta_1} > 2,1 \sqrt{\lg N} \quad (1.23)$$

Із (1.23) видно, що ℓ_{\min} залежить від питомого опору ρ , дозволеного відхилення концентрації домішок від її середнього значення, відносного допустимого відхилення ξ та N - кількості елементів у ІМС. Скориставшись виразом (1.21) для питомого опору, запишемо нерівність (1.23), яка має місце при малих флуктуаціях домішок, коли $\sigma \cong \sqrt{\bar{n}}$, та великих значеннях N (див. задачу 1.4), і отримаємо такий вираз

$$\ell_{\min}^3 > \frac{4,4}{\xi^2 n_d} \lg N \quad (1.23)$$

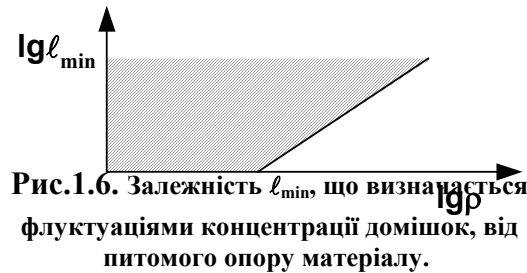


Рис.1.6. Залежність ℓ_{\min} , що визначається флуктуаціями концентрації домішок, від питомого опору матеріалу.

яка дозволяє проводити оцінку мінімального розміру елемента ℓ_{\min} , котрий визначається флуктуаціями домішок. На схематичному рис.1.6 наведений приклад такої залежності. Заштрихована область показує можливі значення розмірів елемента. При $\xi = 0,1$; $N_d = 10^{19} \text{ см}^{-3}$; $N = 1/\ell^3 = 10^6$; $\ell_{\min} = 0,1 \text{ мкм}$.

Дифузія. Безперечно, що дифузія також впливає на різкість краю, тому що середня глибина дифузії x_d , яка визначається таким співвідношенням

$$x_d = (2Dt)^{1/2} \quad (1.24)$$

іноді стає сумірною із красивим розмиттям елементу. Тут D - коефіцієнт дифузії при даній температурі виготовлення елемента ІМС, а t - час плинності цього процесу.

1.4.6. Фізичні причини обмеження, зв'язані із взаємодією елементів ІМС

Найбільш важливими процесами взаємодії елементів між собою слід назвати такі:

- їх розігрів;
- розігрів міжелементних з'єднань;
- паразитні зв'язки.

Причиною розігріву елементів та з'єднань є енергія, що виділяється при роботі елементів та проходження струму у з'єднаннях. Хоча при перемиканні одного елемента виділяється мало енергії, проте елементів багато і сумарна потужність може бути значною. Коли окремі елементи рівномірно розподілені в об'ємі, то енергія, котра виділяється в 1 см^3 за 1 с , може бути обрахована за формулою:

$$W = P\tau\nu N \quad (1.25)$$

де P - потужність розсіювання при перемиканні одного елемента, τ - час його перемикання, ν - тактова частота, $N = \ell^{-3}$ - кількість елементів в 1 см^3 . Якщо скористатись наведеними в таблиці 1.2 даними для сучасних ІМС $P = 10^{-5} \text{ Вт}$, $\tau = 10^{-9} \text{ с}$; $\nu = 10^7$, $N = \ell^{-3} = (0,5 \cdot 10^{-4})^{-3} = 8 \cdot 10^{12}$ та вважати, що всі елементи працюють одночасно, то за допомогою формули (1.25) маємо

$$W \cong 10^{-5} \cdot 10^{-9} \cdot 10^7 \cdot 10^{12} \cdot 8 \cong 10^6 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-3}$$

В одиниці об'єму виділяється надзвичайно велика потужність⁷. Звичайно, на практиці ще не виготовляються об'ємні ІМС. Густина елементів реальних ІМС менша за N і при їх роботі виділяється менша потужність. Наприклад, процесор Intel Pentium 4 має 7 шарів провідників, розташованих в ізоляційному матеріалі. Вони утворюють 1.2 млн. транзисторів. Процесор споживає потужність близько 80 ватів, яка розсіюється площею поверхні $2,2 \text{ см}^2$. Ця потужність достатня для того, щоб не можна було знехтувати впливом нагріву на роботу ІМС. Тому здебільшого потрібні спеціальні заходи для примусового охолодження ІМС.

Тепловий розрахунок ІМС - досить складна задача, тому ми обмежимося розглядом найпростішого випадку теплового розрахунку. Для цього розглянемо пластинку товщиною h , в об'ємі якої рівномірно розподілені елементи з густиною $N = \ell^{-3}$. В одиниці об'єму цієї пластинки згідно (1.25) виділяється за одиницю часу енергія W .

Рівняння теплового балансу за рахунок теплопровідності має такий вигляд

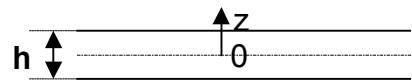


Рис.1.7. Платівка товщиною $2h$

⁷ На протязі доби людина розвиває середню потужність лише 10 Вт .

$$\gamma c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + W \quad (1.26)$$

де c_v - теплоємність [$\text{Дж} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$], γ - густина речовини [$\text{г} \cdot \text{см}^{-3}$], λ_T - коефіцієнт теплопровідності [$\text{Вт} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$], T - температура, t - час. Якщо створити на границях $z = \pm h/2$ такі умови, що їх температура $T = T_l = \text{const}$, то, розв'язуючи рівняння (1.26), отримаємо в стаціонарних умовах температуру в центрі пластини T_0 при $z = 0$ із співвідношення (див. Зад.1.6)

$$\frac{8(T_0 - T_l)\lambda_T}{h^2} = W \quad (1.27)$$

Підставимо в (1.27) вираз для W із формули (1.25), тоді

$$\frac{8(T_0 - T_l)\lambda_T}{h^2} = P\tau\nu N = P\tau\nu \frac{1}{\ell^3} \quad (1.28)$$

Із (1.28) можна записати вираз для ℓ

$$\ell^3 \geq \frac{P\tau\nu h^2}{8\lambda_T \Delta T} \quad (1.29)$$

котрий дає можливість у цьому випадку оцінити мінімальний розмір елемента ℓ .

Величина допустимого перегріву $\Delta T = T_0 - T_l$ визначається матеріалом платівки і явищами, що використовуються в роботі ІМС, тобто $T_{z=0}$ визначається критичною температурою, а T_0 - інтенсивністю охолодження поверхні. Величина P вибирається значно більшою за P_{min} . Здебільшого для оцінок $P_{min} \cdot \tau$ користуються для величиною $10 k_B T$ ($P_{min} \cdot \tau = 10 \cdot k_B T$), де k_B - стала Больцмана. Для резистивних елементів мінімальна потужність переключення P_{min} рівна:

$$P_{min} = \frac{V_{min}^2}{R} \quad (1.30)$$

де $V_{min} = (10 k_B T)/e$, e - елементарний заряд, а R - опір елемента

$$R = \rho \frac{\ell}{\ell^2} = \frac{\rho}{\ell}, \quad (1.31)$$

ρ - питомий опір матеріалу, із якого виготовлені елементи схеми. Комбінуючи (1.29), (1.30) та (1.31), одержимо таку формулу для оцінки мінімального розміру резистивного елемента

$$\ell_{min}^2 \geq \frac{(10 k_B T)^2 \tau \nu h^2}{e^2 \rho \lambda_T \Delta T} \quad (1.32)$$

із якого видно, що ℓ_{min} залежить від допустимого перегріву $\Delta T = (T_{z=0} - T_0)$, часу

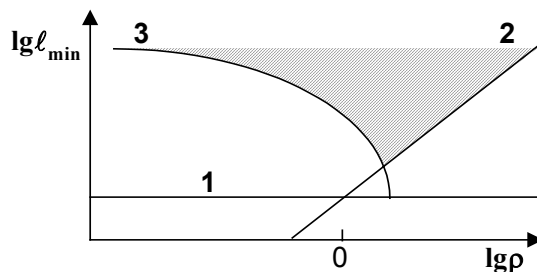


Рис.1.8. Залежність мінімального розміру елемента ІМС від питомого опору для 3-х випадків: 1 - крайового розмиття, 2 - флуктуацій домішок, 3 - перегріву елемента.

перемикання τ , тактової частоти ν , температуропроводності λ та питомого опору ρ . Таким чином, ℓ_{\min} , що визначається допустимим перегрівом елементу, зменшується при зростанні ρ , як показано на рис.1.8 (крива 3). Звичайно, в кожному конкретному випадку залежності більш складні, тому що вони визначаються властивостями речовин, граничних та інших умов реальних задач, котрі можуть суттєво відрізнятися від умов розглянутої моделі. Проте загальна тенденція зменшення ℓ_{\min} при збільшенні питомого опору ρ зберігається. На схематичному рис.1.8 зображені також залежності мінімальних розмірів елементів ℓ_{\min} , котрі визначаються краєвим розмиттям (крива 1) та флуктуаціями домішок (крива 2), які в реальних випадках одночасно впливають на мінімальний розмір елементів ІМС. Вони по різному залежать від питомого опору матеріалу, із якого вони виготовлені. При малих $\rho < 1 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ мінімальний розмір елементу (ℓ_{\min}) обмежується, головним чином, тепловим ефектом (перегрівом елементів). При $\rho \sim 1 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ та великих дисперсіях σ розмір елементу (ℓ_{\min}) обмежується розмиттям краю елементів, а при $\rho > 1 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ він обмежується флуктуаціями домішок. Допустимі розміри елементів у тому випадку, коли на них впливають всі три фактори, знаходяться на рис.1.8 над кривими 1, 2, 3 в заштрихованій області.

Безперечно, що зміна граничних умов, наприклад, примусове охолодження, дасть інші залежності. *Примусове охолодження збільшує можливий перегрів ΔT , що зменшує величини ℓ_{\min} .* Проте розглянутий приклад показує, що тепловий режим роботи ІМС суттєво впливає на мінімальний розмір схеми.

Взаємодія елементів виникає через існування гальванічних, ємнісних і індуктивних зв'язків. Здебільшого ці зв'язки зменшуються за допомогою ізоляції окремих елементів, вибором оптимальних відстаней між елементами та введенням оптичного каналу зв'язку, котрий розриває гальванічні зв'язки та зменшує ємнісні та індуктивні зв'язки.

1.4.в. Фізичні причини обмеження ступеню інтеграції, зв'язані з розмірними ефектами

Зменшення геометричних розмірів окремих елементів змінює їх робочі характеристики. Множники F , котрі характеризують зміни робочих характеристик окремих елементів при зміні їх геометричних розмірів у K разів, є функціями K . Вони називаються *скейлінговими (масштабними) коефіцієнтами $F(K)$* й визначаються за допомогою конкретних моделей роботи елементів ІМС. Коли при зменшенні розмірів модель перестає відбивати основні риси роботи елемента, то коефіцієнт $F(K)$ змінюється. Таким чином, скейлінг обмежується такою областю розмірів елементів ІМС, в якій розмірні ефекти не впливають на їх роботу. Розглянемо, наприклад, опір електричному струму

$$R = \rho \frac{\ell_1}{\ell_2 \ell_3} \quad (1.32)$$

До тих пір поки $\rho = \text{const}$ зміна розмірів елемента в K разів призводить до того, що R також змінюється в K разів, то скейлінговий коефіцієнт опору рівний $K = F_R$

$$\frac{R'}{R} = \frac{\ell'_1/\ell_1}{\ell'_2/\ell_2 \cdot \ell'_3/\ell_3} = \frac{K^{-1}}{K^{-1} \cdot K^{-1}} = K = F_R \quad (1.33)$$

Коли ℓ_i стає меншим за довжину вільного пробігу носіїв заряду, скейлінговий коефіцієнт опору $F_R(K)$ починає змінюватись, тому що змінюється питомий опір $\rho(\ell)$ і $\rho/\rho \neq 1$.

Таблиця 1.3. Скейлінгові коефіцієнти для МОН транзистора. $E_D = \text{Const.}$			
	Параметри	Формули	$F(K)$
1	Розміри ℓ_i ; d_a - товщина оксиду, w -ширина; L -довжина .	$\frac{\ell'_i}{\ell_i}$	K^{-1}
2	Напруга стоку V_D , та затвору V_g	$V_D = E_D L$	K^{-1}
3	Концентрація домішок у підкладчинці N_a	Електричного поля просторового заряду E_S $E_S \approx \sqrt{(V_G - E_1 d_1) N_a} = \text{const}$, $E_1 d_1$ - падіння потенціалу на оксиді	K
4	Струм в лінійній частині IV -характеристики	$J_D = (w \epsilon \mu / d d_a) V_G V_D$	K^{-1}
5	Ємність затвора (Gate)	$C = \epsilon w L d_a^{-1}$	K^{-1}
6	Максимальна густина елементів	$N = (w d)^{-1}$	K^2
7	Час затримки перемикавання	$\tau_{\max} = d^2 / \mu V_D$	K^{-1}
8	Джоулеве тепло при перемиканні	$P_j = J_D V_D$	K^{-2}
9	Потужність при управлінні	$P = I/2 C \Delta V_G^2$	K^{-3}
10	Параметр якості	$\Pi = P_j \tau$	K^{-3}
11	Функціональна швидкодія	$FS = N \tau^{-1}$	K^3

В таблиці 1.3 приведені скейлінгові коефіцієнти $F(K)$ для МОН (метал-оксид-напівпровідник) транзисторів із довгим каналом провідності, в робочому стані яких електричне поле залишається сталим $E_D = \text{const}$ (глава 3). Проте зміна моделі, що викликається зміною фізичного процесу роботи транзистора внаслідок впливу розмірних ефектів, призведе до зміни його скейлінгових коефіцієнтів $F(K)$.

Внаслідок того, що фізичні величини залежать від структури плівок, яка залежить від їх товщини, то їх фізичні властивості також залежать від їх товщини. Проте навіть тоді, коли структура плівки не відрізняється від структури масивної речовини, її властивості можуть змінюватись також, тому що в *тонких шарах мають місце різні розмірні ефекти*:

1. *Класичний розмірний ефект*, коли розміри зразка стають меншими за довжину вільного пробігу носіїв ($d < \ell$, для металів при 300K $\ell \sim 100 \text{ \AA}$, й питомий опір починає залежати від розмірів зразка.
2. *Квантовий розмірний ефект*, коли розміри зразка стають меншими за довжину хвилі де Бройля носіїв ($d < \lambda = \sqrt{150/V[\text{В}]} \text{ \AA}$), й змінюються: енергетична структура (з'являються підзони), густина електронних станів, та інші властивості речовини.

3. *Зникає надпровідність*, коли розміри зразка d стають меншими за глибину проникнення магнітного поля в напівпровідник ($d < \lambda_L = \sqrt{mc^2 / 4\pi\mu n_s e^2}$, де n_s - концентрація надпровідних електронів, μ - магнітна проникливість) або меншими за джозефсонівську глибину проникнення ($d < \lambda_J = \sqrt{\Phi_0 c / 8\pi^2 J_c \lambda_L}$, J_c - критичний струм Джозефсона, $\Phi_0 = hc/2e$ – квант магнітного потоку (флюксоїд)).
4. *Відбувається інтенсивне тунелювання*, коли $d < \hbar / 2 \cdot (2m(U - E))^{-1/2}$, де U - висота потенціального бар'єра, E - енергія електронів, що тунелюють.
5. *Змінюється характер та структура магнітних доменів*, коли розміри зразка стають меншими за розмір доменних стінок тощо.

Таким чином, *розмірні ефекти* змінюють особливості фізичних явищ у низькорозмірних 2D, 1D та 0D системах. Вони змінюють скейлінгові коефіцієнти та обмежують рівень мікромініатюризації мікроелектронних приладів. Це має місце, здебільшого, в зразках нанометрових розмірів. У зв'язку з цим необхідно створювати нові спеціальні нанoeлектронні прилади, в роботі яких будуть враховані і використані розмірні ефекти.

1.5. НАНОЕЛЕКТРОНІКА

На рис. 1.2 показано, що в 90 роках сповільнився темп збільшення ступеня інтеграції ІМС. Проте подальший розвиток суспільства потребує розв'язку таких задач, для яких існуючі способи накопичення та обробки інформації вже не спроможні їх розв'язати. У зв'язку з цим почалось інтенсивне вивчення квантових розмірних ефектів, когерентних властивостей електронних променів, резонансне тунелювання, балістичні процеси руху носіїв зарядів, одноелектронні процеси тощо. Одночасно з цим почалось інтенсивне дослідження процесів осадження окремих атомів та молекул за допомогою скануючих тунельних пристроїв та інші процеси, котрі дозволяють створювати об'єкти нанометрових розмірів. Тобто почався процес створення *основ нанотехнології*. Усе це дало інтенсивний поштовх до появи й розвитку *нового напрямку в електроніці нанoeлектроніки і нанотехнології*. Перші досягнення в цьому напрямку дозволяють сподіватись, що вони в найближчому майбутньому забезпечать подальший розвиток інформатики, необхідний для розвитку суспільства.

1.6. КОМПЛЕКСНА МІКРОМІНІАТЮРИЗАЦІЯ

Слід також зауважити, що не достатньо мікромініатюризувати лише радіо - електронну частину систем, залишивши без змін систему внутрішньої та зовнішньої комутації елементів і систем, вихідні системи, джерела живлення. ***Потрібна комплексна мікромініатюризація систем, бо саме вона дає можливість створити нові прилади й системи приладів, котрі задовольняють людство за своїми функціональними можливостями, надійністю, економічністю та малою собівартістю.***

1.7. ПІДСУМКИ

Мікроелектроніка - це надзвичайно широка і важлива галузь електроніки та електронної техніки, котра використовує електронні прилади та пристрої на інтегральних мікросхемах та різноманітні системи з широким діапазоном можливостей і використанням. Елементною базою мікроелектроніки є великі інтегральні мікросхеми (ВІМС) та надвеликі інтегральні мікросхеми (НВІМС). Вона неперервно розвивається і, хоча внаслідок фізичних та технологічних обмежень зростання обсягу виробництва трохи сповільнилося по відношенню до темпів зростання згідно закону Мура, однак він залишається досить значним й у найближчому майбутньому очікується подальше зростання темпів розробки, виробництва, контролю⁸ та застосування НВІМС. Суспільство потребує все більш складних радіоелектронних систем. У зв'язку з цим крім технологічної та схематичної інтеграції на порядку денному виникає проблема *функціональної інтеграції* та розвитку *функціональної електроніки* з використанням більш широкого кола властивостей речовини. Одним із напрямків розвитку мікроелектроніки є *вакуумна мікроелектроніка*, в якій використовується управління потоками заряджених частинок у вакуумі. На порядку денному також постає генерація й розробка ідей використання нових фізичних властивостей речовини для обробки сигналів, зокрема, реалізація ідей нанотехнології і наноелектроніки, прикладом якої є використання одноелектроніки, низькорозмірних ефектів, резонансного тунелювання і біологічних об'єктів. Разом із тим досить інтенсивно розвивається комп'ютерне моделювання кластерів, котре допомагає вивчати нанометрові об'єкти. Ідеалом нанотехнології є можливість складати системи обробки сигналів атом за атомом, молекула за молекулою, для чого вже зараз існують передумови, коли за допомогою тунельного растрового мікроскопа вдається збирати окремі молекули або навіть і атоми в окремі групи за заданою програмою.

⁸ Для мікропроцесора Pentium 4 фірма Intel використовує 2 тисячі тестів на сумісність із попередніми архітектурами і більш 3,5 тисяч процесорів на функціональність.

1.8. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

1.1. Проаналізуйте причини, за яких виникає необхідність мікромініатюризації.

1.2. Проаналізуйте причини, що обмежують зменшення електронної експозиції резисту при одночасному зменшенні розміру елемента, що виготовляється за допомогою електронної літографії.

1.3. Для системи, що складається з $N = 10^6$ елементів, знайти мінімальний розмір елемента, котрий обмежується крайовим розмиттям. Кожний елемент за своїми 3-ма розмірами відхиляється від середнього значення менш за $\xi = 0,01$. Дисперсія технологічного процесу відтворення краю елементу $\sigma = 10 \text{ нм}$.

Задача 1.3. Позначимо через P_I ймовірність того, що хоча б один елемент із N елементів за своїми розмірами виходить за межі, встановлених умовою $(\bar{d} - \xi \bar{d}) < d < (\bar{d} + \xi \bar{d})$, де \bar{d} - середнє значення d .

Тоді, якщо вважати, що всі елементи статистично незалежні, то $\Sigma P_{Ii} = NP_I < 1$

де $P_I = 1 - P = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\alpha/\sigma} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = \text{erfc}\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right)$; $\alpha = \xi \bar{d}$, $\alpha/\sigma = 0,01d/10^{-6} = 10^4$. Таким чином, згідно формули

(1.17) маємо $\text{erfc}\left(x = 10^4/\sqrt{2}\right) < 10^{-6}$. При великих значеннях x функція $\text{erfc}(x)$ має розклад у ряд $\text{erfc}(x) = \pi^{-1/2} \exp\{-x^2\} [1/x - 1/2x^3 + \dots]$, і розв'язок рівняння $\text{erfc}(x) = 10^{-6}$ визначає $x \approx 3,46$. Звідси $\bar{d} > 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ см}$.

1.4. Потрібно створити ІМС із $N = 10^6$ елементів на чіпі, розміри яких не відрізняються на 1% від номінальних. Знайти дисперсію технологічного процесу.

Задача 1.4. Задача розв'язується аналогічно попередній задачі. Потрібно лише врахувати, що кожний елемент має три розміри, тому $\text{erfc}\left(x = 10^{-2} \times 5 \times 10^4 / \sqrt{2}\sigma\right) < (3N)^{-1} = 3 \times 10^{-6}$.

1.5. Визначити концентрацію донорних домішок у матеріалі, що використовується для створення елементів ІМС, котрі складаються із 10^6 елементів на см^3 . При якій концентрації носіїв струму в матеріалі можна відтворювати елементи з точністю $\xi = 0,01$.

Задача 1.5. Імовірність того, що хоча б в одному з $N=10^6$ елементів кількість домішок n_I не вийде за межі значення ξn_I , можна записати так: $NP_I < 1$; $P_I = \text{erfc}\left(\alpha/\sigma\sqrt{2}\right)$, де $\alpha = \xi \bar{n}$; звідки

$\text{erfc}\left(\alpha/\sigma\sqrt{2}\right) < N^{-1}$. Скористаємося тим, що в бінарних системах із великою кількістю флуктуацій $\sigma^2 = \bar{n}_I$; тоді $\alpha/\sigma\sqrt{2} = \xi \sqrt{\bar{n}_I}/2$. Оскільки один елемент займає об'єм N^{-1} , то концентрація

домішок $n_d = n_I \cdot N$ і n_d визначається з нерівності $\text{erfc}\left\{\frac{\xi n_d^{1/2}}{\sqrt{2N}}\right\} < N^{-1}$. Для заданих значень ξ та N звідси $\underline{n_d} \geq$

$2,4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$.

1.6. Оцінити мінімальний розмір елементу ІМС на пластинці товщиною $h = 0,1 \text{ мм}$, коли його розмір обмежується перегрівом ємнісних елементів схеми і не може бути більшим за $\Delta T_m = 200^\circ\text{C}$. Коефіцієнт теплопровідності матеріалу пластинки $\lambda_T = 10^{-2} \text{ кал} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot ^\circ\text{град}^{-1}$, тактова частота $\nu = 10^7 \text{ Гц}$, діелектрична проникність $\epsilon_s = 10$, прикладена напруга на елемент не менша за V_{\min} .

Задача 1.6. Розподіл температури визначається рішенням рівняння теплопровідності

$$\gamma c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + W$$

де W - питома потужність. Припустимо, що T поверхні платівки стала $T(z=\pm 0,5h) = T_I = \text{const}$. У стаціонарному випадку при $W = \text{const}$

$$T(z) = T_0 - \frac{W}{2\lambda_T} z^2, \quad \text{де } T_0 = T(z=0)$$

Тоді максимальному значенню перегріву ΔT відповідає $\Delta T_m = T_0 - T_l$, звідки $W_m = 8\Delta T_m \lambda_T / h^2$. Енергію одного елементу в зарядженому стані оцінимо як $U = CV^2/2 \cong \varepsilon_s d \cdot V^2 / 8\pi$. Тоді $W \cong U\nu/d^3 = W_m$,

звідки $d > \frac{V_{\min} h}{8} \sqrt{\frac{\varepsilon \nu}{\pi \lambda \Delta T_m}}$. Для чисельної оцінки виберемо $V_{\min} = 10k_B T$, тоді **$d > 0,24 \text{ мкм}$** .

1.7. У скільки разів відрізняються допустимі розміри ємнісних і резистивних елементів, що визначаються перегрівом елементів, при мінімальній напрузі $10k_B T/e$. Час переключення $\tau = 10^{-9} \text{ с}$.

Задача 1.7.

Скориставшись розглядом теплового балансу пластинки в попередній задачі, маємо

$$d_{R,C}^3 \propto \frac{P_{R,C} \tau \nu h^2}{8\Delta T \lambda_T}$$

$$P_{mR} = V_m^2 / R = (10k_B T / e)^2 (d^2 / \gamma d_R); \quad P_{mC} = V_m^2 / 2\tau = (10k_B T / e)^2 (\varepsilon_s d^2 / 8\pi \tau d_C)$$

$$P_{mR} = V_m^2 / R = (10k_B T / e)^2 (d^2 / \rho d); \quad P_{mC} = V_m^2 / 2\tau = (10k_B T / e)^2 (\varepsilon_s d^2 / 8\pi \tau d)$$

$d_R \propto (10k_B T h / e) \sqrt{\tau \nu / 8 \gamma \Delta T \lambda_T}$; $d_C \propto (10k_B T h / e) \sqrt{\nu \varepsilon_s / 64 \pi \Delta T \lambda_T}$; $d_R / d_C = \sqrt{\tau 8 \pi \varepsilon \rho} = \sqrt{2\tau / \tau_M}$ де τ_M - час максвелівської релаксації.

1.8. Знайти питому потужність розсіювання тепла в платівці розміром $0,254 \times 2,54 \times 2,54 \text{ см}$ і максимальну густину упаковки елементів у тому разі, коли коефіцієнт теплопровідності матеріалу платівки $\lambda = 0,8 \text{ Вт} \cdot \text{см} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{град}^{-1}$, коефіцієнт сірого тіла $\alpha = 0,9$, шорсткість поверхні $F = 1$, стала Стефана-Больцмана $\sigma = 0,567 \cdot 10^{-11} \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{град}^{-4}$, коефіцієнт переносу тепла за допомогою конвекції $h_c = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{град} \text{ C}$, потужність, що розсіюється одним елементом $P_m = 10^{-11} \text{ Вт}$. T_s і T_e - температури поверхні й оточуючого середовища, довжина квадратної пластинки підкладки $L = 2,5 \text{ см}$. Максимальний перегрів обмежується $\Delta T = 200^\circ \text{C}$.

Задача 1.8. У стаціонарному режимі температура визначиться в одновимірному випадку за допомогою рівняння

$$\lambda_T \frac{d^2 T}{dx^2} + w = 0 \quad (1)$$

з граничними умовами

$$\pm \lambda_T \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=\pm h/2} = h_c (T_s - T_e) + F \sigma \alpha (T_s^4 - T_e^4) \equiv A(T_s, T_e) \quad (2)$$

Розв'язок (1) має вигляд

$$T = T_s + \frac{w d^2}{8 \lambda_T} (h^2 - 4x^2); \quad \text{де} \quad T_s = T(x = \pm h/2). \quad (3)$$

Звідси величина перегріву дорівнює

$$\Delta T = T_{x=0} - T_s = \frac{w h^2}{8 \lambda_T} + T_s - T_e \quad (4)$$

Гранична умова (2) дає ще одне рівняння, що зв'язує W із температурами T_s та T_e :

$$W = \frac{2}{h} A(T_s, T_e) \quad (5)$$

Сумісний розв'язок рівнянь (4) та (5) дає рівняння, що пов'язує T_s та T_e :

$$(T_s - T_e) \left[h_c + \frac{4 \lambda_T}{h} + F \sigma \alpha (T_s + T_e) (T_s^2 + T_e^2) \right] = \frac{4 \lambda_T}{h} \Delta T \quad (6)$$

Звідси при заданій температурі оточуючого середовища T_e визначається T_s , і на підставі (4) - максимальна припустима питома потужність W . Коли основним механізмом теплообміну є конвенція, із (5) знайдемо

$$T_s - T_e = \frac{4 \lambda_T}{h} \Delta T \frac{1}{h_c + 4 \lambda_T / 2} \quad (7)$$

що разом із (4) дає

$$W = \frac{8\lambda_r \Delta T}{h(h + 4\lambda_r / h_c)} \quad (8)$$

Для заданих параметрів задачі $w = 0,57 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-3}$, повна потужність розсіювання в платівці заданого об'єму V рівна $W_{\Sigma} = W \cdot V = 0,93 \text{ Вт}$, а характерний розмір елемента $l = (W_{\Sigma} / W)^{1/3} = 2,6 \times 10^{-4} \text{ см}$.

1.9. За допомогою однакових резисторів з опором R побудована схема, котра має опір $3R$. Чи доцільно побудувати більш складну схему, що складається з однакових послідовно та паралельно сполучених резисторів, якщо надійність одного резистора $w = 0,8$. При аналізі вважати, що надійність між'єднань рівна 1 (див. рис.).

Задача 1.9. Розглянемо дві схеми з однаковим опором $3R$. Надійність першої схеми є добутком надійностей її складових

$$W_1 = w_1 w_2 w_3 = w^3$$

Надійність другої схеми знайдемо, як надійність двох послідовних систем із надійністю W кожна $W_2 = W^2$, де W - надійність паралельно сполучених опорів $W = 1 - (1 - w^3)^2$ і $W_2 = \{1 - (1 - w^3)^2\}^2$; звідси $W_2 / W_1 = \{1 - (1 - w^3)^2\}^2 / w^3 = 1,13$.

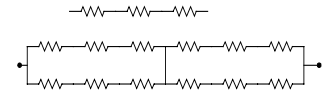


Рис.

1.10. Наведіть приклади скейлінгових коефіцієнтів для p-n-p транзисторів і напівпровідникових ліній затримки.

1.11. Проаналізуйте причини, за яких стримується розвиток комплексної мікромініатюризації.

1.12. Чим визначається допустимий інтервал робочих температур елементів ІМС різних типів: напівпровідникових, кріогенних, магнітних, діелектричних.

1.13. Чи зміниться середній розмір елементів, якщо при сталих параметрах перейти від використання кремнію до використання германію? Ширини заборонених зон $E_{gGe} = 0,78 \text{ eV}$ та $E_{gSi} = 1,1 \text{ eV}$, $\lambda_{TGe} = 0,14 \text{ кал} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$, $\lambda_{TSi} = 0,2 \text{ кал} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$.

Задача 1.13.

Потрібно розглянути дозволений перегрів ΔT і його вплив на роботу. Наближено

$$d_{Si} / d_{Ge} \gg (\Delta T_{Ge} \rho_{Ge} \lambda_{TGe} / \Delta T_{Si} \rho_{Si} \lambda_{TSi})^{1/2} \gg 0,7$$

1.14. Якщо вартість електронного експонування зменшити в 10 разів, у скільки разів зменшиться час експонування електронного резисту?

Задача 1.14. З умови оптимального режиму $r_{c\phi} = r_c$ маємо

$$C_{sa} \left(\frac{K}{\pi B t} \right)^{3/2} = \left(\frac{S_{ch} q t}{\pi C} \right)^{1/2}, \text{ звідки}$$

$$\sqrt{\frac{t_{opt2}}{t_{opt1}}} = \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^{1/4} \gg 0,56$$

ЛІТЕРАТУРА

1. И.Е.Ефимов, И.Я.Козырь, Ю.И.Горбунов, Микроэлектроника - М.: Высш.шк. 1986. - 464 с.: ил.
2. Т.Сугано, Т.Икома, Е.Такэнси, Введение в микроэлектронику: Пер. с яп. - М.: Мир, 1988 - 320 с., ил.
3. В.Т. Горяинов, А.Г. Журавле, В.И. Тихонов, Статистическая радиотехника: Примеры и задачи. Учеб. пособие для вузов / Под ред. В.И.Тихонова. М.: Сов. Радио, 1980.- 544 с., ил.
4. В.П. Драгунов, И.Г. Неизвестный, В.А. Гридчин, Основы наноэлектроники: Учеб. Пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. - 332 с.

Глава 2. РУХ РІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ У НАПІВПРОВІДНИКАХ

2.1. ВСТУП

Рівноважними носіями заряду в напівпровідниках називаються заряджені квазі-частинки, котрі виникають внаслідок термічної генерації і знаходяться в тепловій рівновазі із кристалічною ґраткою. Вони мають напівцілий спин і тому в рівноважному стані у відсутності збурень їх енергетичний розподіл, тобто ймовірність того, що квазі-частинка знаходиться у квантовому стані з енергією $E(\vec{p})$, описується функцією Фермі-Дірака

$$f_0 = \frac{1}{\exp\left(\frac{E(\vec{p}) - F(\vec{r})}{k_B T}\right) + 1} \quad (2.1)$$

де $F(\vec{r})$ - хімічний потенціал (вільна енергія, робота, яку необхідно витратити для зміни числа частинок у системі на одиницю), k_B - стала Больцмана, T - температура. Досить часто $F(\vec{r})$ в напівпровідниках називають енергетичним рівнем Фермі, хоча він може знаходитись в забороненій зоні. Коли хімічний потенціал майже не змінюється на відстанях сумірних із сталою ґратки, то квантові властивості квазічастинок відображаються їх, законом дисперсії - залежністю енергії від їх квазіімпульсу $E(\vec{p})$.

Рух рівноважних носіїв заряду відіграє важливу роль у роботі мікроелектронних приладів. Вони переносять масу, заряд, енергію та імпульс. Явища переносу (або транспорту) носіїв заряду об'єднуються під назвою кінетичних або транспортних явищ. До їх складу входять: електропровідність, термоелектрорушійна сила та інші гальваномагнітні (напр., ефект Холла) та термогальваномагнітні явища. Вони широко застосовуються в роботі інтегральних мікросхем (ІМС). Досить згадати резистивні елементи, міжелементні з'єднання та польові транзистори, в яких використовується рух основних рівноважних носіїв заряду, щоб пересвідчитись у важливості кінетичних (транспортних) явищ у мікроелектроніці.

Кінетична теорія намагається пояснити механізм протікання цих явищ та обчислювати величини, котрі визначають реакцію системи на зовнішні впливи. Зовнішній вплив (сигнал) збурює систему - змінює функцію розподілу її носіїв заряду $f(p, r, t)$ і вона стає залежною від квазіімпульсів (\vec{p}), координат (\vec{r}) та часу (t). В тих випадках, коли зовнішній вплив не суттєво змінює хімічний потенціал системи, тобто його зміни на відстанях сумірних із параметрами кристалічної ґратки значно менші, ніж сам хімічний потенціал, функцію розподілу основних носіїв можна знайти, розв'язуючи одночастинкове рівняння Больцмана. Воно є рівнянням балансу частинок в елементі фазового об'єму $d\Gamma = d\vec{p}d\vec{r} = dp_x dp_y dp_z dx dy dz = d^3p \cdot d^3r$ та відображає той факт, що зміна числа частинок $f_0(p, r, t) \cdot d\Gamma$ в елементі фазового об'єму відбувається внаслідок їх руху під дією зовнішнього поля сил та зіткнень між частинками:

$$\frac{df}{dt} = I[f] \quad (2.2)$$

де $I[f]$ - так званий інтеграл зіткнень, а повна похідна означає диференціювання вздовж фазової траєкторії частинки, тобто

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \vec{\nabla}_r f + \vec{\mathcal{F}} \vec{\nabla}_p f \quad (2.2a)$$

де $\vec{\mathcal{F}} = -\vec{\nabla}_r U$ - сила, що діє на частинку з боку поля, $f(\vec{p}, \vec{r}, t)$ - нерівноважна функція розподілу частинок, m - її ефективна маса.

При розгляді кінетичних явищ корисною є оцінка інтегралу зіткнень $I[f]$ за допомогою використання уявлень про довжину вільного пробігу ℓ - середньої відстані, котру частинка проходить між двома послідовними зіткненнями¹. Знаючи середню швидкість частинки \bar{v} , можна визначити середній час між двома послідовними зіткненнями $\tau = \ell/\bar{v}$. Тоді для оцінки інтеграла зіткнень можна використати такий вираз:

$$I[f] \cong -\frac{f - f_0}{\tau} \quad (2.3)$$

де τ ¹ визначає середню кількість зіткнень за одиницю часу, а різниця $f - f_0$ в чисельнику (2.3) указує на те, що в рівновазі, коли стан описується рівноважною функцією розподілу, відсутні зіткнення. Знак "-" у (2.3) відображає той факт, що зіткнення зменшують відхилення функції розподілу від рівноважної, тобто вони є механізмом установлення статистичної рівноваги. В цьому розумінні τ грає роль часу релаксації для встановлення рівноважної функції розподілу, який залежить від швидкості частинки (її енергії) та механізму розсіяння. Дійсно, розглянемо за допомогою (2.2) установлення статистичної рівноваги в однорідній системі ($\vec{\nabla}_r f = 0$), на яку в момент часу $t = 0$ припиняють діяти сили ($\vec{F} = 0$). Тоді з урахуванням (2.2), (2.2а) та (2.3) маємо

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{f - f_0}{\tau} \quad (2.4)$$

звідки

$$f - f_0 = (f - f_0)_{|t=0} \exp\{-t/\tau\} \quad (2.4a)$$

і τ є час релаксації², за який збурена функція розподілу зменшується в e разів.

За допомогою кінетичного рівняння Больцмана (2.2) розглянемо одне з кінетичних (транспортних) явищ - електропровідність, яка найбільш широко використовується в мікроелектроніці. У стаціонарному випадку, коли $df/dt = 0$, при сталих температурах ($\nabla T = 0$), у відсутності магнітних полів ($\mathcal{B} = 0$) та в статичних відносно слабких електричних полях, коли зміна функції розподілу електронів $f_1(\vec{p}, \vec{r})$ значно менша рівноважної функції розподілу $f_0(\vec{p}, \vec{r})$, тобто при умові

$$f_1(\vec{p}, \vec{r}) = f_1(\vec{p}, \vec{r}) - f_0(\vec{p}, \vec{r}) \ll f_0(\vec{p}, \vec{r}) \quad (2.5)$$

та в однорідному напівпровіднику, коли $\frac{\vec{p}}{m} \vec{\nabla}_r f = 0$, за допомогою (2.2 - 2.3) можна отримати вираз для $f_1(\vec{p}, \vec{r})$

$$-\frac{f_1(\vec{p}, \vec{r})}{\tau} = \vec{F} \cdot \vec{\nabla}_p f(\vec{p}, \vec{r}) \quad (2.6.a)$$

Комбінуючи (2.5) та (2.6а) у першому наближенні, знехтувавши похідними від $f_1(\vec{p}, \vec{r})$, для однорідного випадку знайдемо нерівноважну функцію розподілу частинок

$$f(\vec{p}) = f_0(\vec{p}) + f_1(\vec{p}) = f_0(\vec{p}) + \frac{e}{m} \tau \cdot (\vec{p} \cdot \vec{\mathcal{E}}) \frac{\partial f_0(\vec{p})}{\partial E} \quad (2.6.b)$$

де $\vec{F} = e\vec{\mathcal{E}}$ - сила, що діє на заряджену частинку в електричному полі з напруженістю $\vec{\mathcal{E}}$, а m - ефективна маса частинки, яка може відрізнятись від m_0 - маси електрона у вакуумі. В напівпровідниках рівень збудження квазічастинок малий, тому для невідроджено

¹ Уявлення про довжину вільного пробігу була вперше запропонована Р. Клаузіусом (1858р). Її визначення залежить від того, яке кінетичне явище розглядається.

² Релаксація (віл лат. relaxatio – зменшення, ослаблення) – процес установлення термодинамічної рівноваги в макроскопічній системі, що складається з великої кількості частинок.

го випадку, коли $f(\vec{p}, \vec{r}) \ll 1$, замість функції Фермі-Дірака можна використати функцію розподілу Больцмана; тоді похідна в формулі (2.6.б) набуває такого вигляду:

$$\frac{\partial f_0(\vec{p})}{\partial E} = -\frac{1}{k_B T} f_0(\vec{p}) \quad (2.6.в)$$

де використаний вираз для середньої швидкості частинки $\vec{v} = \partial E / \partial \vec{p} = \vec{p} / m$. Вираз (2.6.б) для $f(\vec{p})$ дозволяє обчислити густину електричного струму

$$\vec{j} = -\frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int \vec{v} f(\vec{p}) d\vec{p} = -\frac{2e}{m(2\pi\hbar)^3} \int \vec{p} f_1(\vec{p}) d\vec{p} \quad (2.7)$$

де $\frac{2d\vec{p}}{(2\pi\hbar)^3}$ - кількість частинок в одиниці фазового об'єму, а інтегрування проводиться

по об'єму зони Бріллюена. При обчисленні густини струму в (2.7) враховано, що $\vec{p} f_0(\vec{p})$ є непарною функцією, тому відповідна частина першого інтеграла буде дорівнювати нулеві. Після підстановки виразу для $f_1(\vec{p})$ з (2.6) остаточно отримуємо

$$\vec{j} = 2 \frac{e^2}{(2\pi\hbar)^3 m^2 k_B T} \int \tau \cdot (\vec{p} \cdot \vec{E}) \vec{p} f_0(\vec{p}) d\vec{p} \quad (2.7.а)$$

При подальшому аналізі формули (2.7а) зручно перейти до полярних координат, спрямувавши полярну вісь вздовж вектора \vec{E} , і замінити інтегрування по квазіімпульсу інтегруванням по енергії; це дає закон Ома

$$\vec{j} = \frac{e^2 \langle \tau \rangle}{m} n \cdot \vec{E} = \sigma \vec{E}, \quad (2.7.б)$$

де електропровідність σ дорівнює

$$\sigma = e \mu \cdot n \quad (2.8)$$

$\mu = e \langle \tau \rangle / m$ - рухливість носіїв заряду - їх дрейфова швидкість в одиничному електричному полі, $m = (\partial^2 E / \partial p^2)^{-1}$ - ефективна маса носіїв, $n = N_c \exp\{F/k_B T\}$ - їх концентрація, $N_c = 2(2\pi m k_B T / \hbar^2)^{3/2}$ - густина станів в зоні провідності, F - рівень хімічного потенціалу та

$$\langle \tau \rangle = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \tau(x \cdot k_B T) x \alpha^{3/2} e^{-x} dx \quad (2.8а)^3$$

- середній час релаксації, який досить часто називається *транспортним часом релаксації*.

Питома електропровідність у системі одиниць СІ вимірюється в *сименсах на метр* $[\sigma] = [\text{сим} \cdot \text{м}^{-1}] = [\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}]$, або в несистемних одиницях *сименсах на сантиметр* $1 \text{ сим/м} = 10^{-2} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1} = 9 \cdot 10^9 [\text{CGSE}] = 9 \cdot 10^9 [\text{с}^{-1}]$. Рухливість у системі СІ має розмірність $[\text{м}^2/\text{В} \cdot \text{с}] = [A \cdot \text{с}^2 \cdot \text{кг}^{-1}]$, або в несистемних одиницях - розмірність $[\text{см}^2/\text{В} \cdot \text{с}]$; $1 [\text{м}^2/\text{В} \cdot \text{с}] = 10^4 [\text{см}^2/\text{В} \cdot \text{с}]$.

Результат розгляду - формули (2.7÷2.8) збігається з виразом для густини струму \vec{j} в елементарній моделі Друде-Лоренца, в якій замість того, щоб розглядати дію зовнішньої сили на окрему частинку, а потім знаходити середнє значення по всім частинкам (як це зроблено вище на підставі статистичного підходу), описується вплив зовнішніх

³ В теорії кінетичних явищ прийнятим є таке визначення середнього значення величини $A(E)$:

$\langle A \rangle = \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial E} A(E) v^2 g(E) dE / \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial E} v^2 g(E) dE$, де $g(E)$ - густина станів. При використанні функції розподілу Больцмана та квадратичного закону дисперсії для носіїв воно дає (2.8а)

сил на деяку середню частинку (або точніше квазічастинку), характерну для всього ансамблю.

Якщо в зразку є декілька незалежних між собою груп носіїв заряду, то в цьому випадку можна для σ записати такий вираз

$$\sigma = \sum_i \sigma_i = \sum_i e \mu_i n_i = \sum_i e n_i \tau_i \frac{e}{m_i} \quad (2.9)$$

Зауважимо, що не завжди $\tau = \ell/v$. Так, наприклад, для невиродженого (класичного) електронного газу

$$\tau = \langle \ell \rangle \cdot \langle \kappa \rangle / \langle v \rangle \quad (2.10a)$$

де $\langle \ell \rangle$ - середня довжина вільного пробігу, $\langle \kappa \rangle$ - середня кількість співударів до встановлення рівноважного стану, $\langle v \rangle$ - середня теплова швидкість носіїв заряду. Для виродженого електронного газу

$$\tau = \ell_F \cdot \kappa_F / v_F \quad (2.10b)$$

де індекс F означає, що ці величини беруться на рівні Фермі.

Для зразків із декількома групами носіїв заряду можна також використовувати модель та формулу Друде (2.8). Якщо має місце одночасно *декілька механізмів розсіювання*, кожний з яких характеризується своїм часом релаксації τ_i , то іноді використовують ефективний час релаксації τ

$$1/\tau = \sum_i 1/\tau_i \quad (2.11)$$

Найчастіше розрізняють такі значення τ_i :

- τ_p - за імпульсом,
- τ_E - за енергією,
- τ_{vm} - за міждолинним розсіюванням,
- τ_r - електроно-діркової рекомбінації.

Ефективний час релаксації τ згідно формули (2.11) визначається найменшою величиною в ієрархії значень τ_i . Найчастіше має місце така ієрархія значень τ_i

$$\tau_p < \tau_E < \tau_{vm} < \tau_r \quad (2.12)$$

а тому здебільшого $\tau \sim \tau_p$. Кожному значенню τ_i відповідає характерна *дифузійна довжина*

$$L_i \propto \sqrt{D_i \tau_i} \quad (2.13)$$

для яких найбільш поширена ієрархія має такий вигляд

$$L_p < L_E < L_v < L_r \quad (2.14)$$

Якщо в зразку крім об'ємного розсіювання має місце ще й поверхневе розсіювання, то, вважаючи, що ці процеси статистично незалежні, можна записати

$$1/\tau_{ef} = 1/\tau_v + 1/\tau_s \quad (2.15)$$

де індексом v позначене об'ємне, а індексом s - поверхневе розсіювання. В тому випадку, коли можна використати довжину вільного пробігу, тобто, коли $\tau_i = \ell_i/v_i$, формулу (2.15) можна записати в такому вигляді

$$1/\ell_{ef} = 1/\ell_v + 1/\ell_s \quad (2.16)$$

Якщо один із розмірів зразка, наприклад, його товщина d стає меншою ніж ℓ_s , то тоді

$$1/\ell_{ef} \cong 1/\ell_v + 1/d \quad (2.17)$$

і ефективна довжина вільного пробігу починає залежати від розміру зразка, що визначає розмірну залежність кінетичного коефіцієнта $\sigma(d)$.

Розрізняють два різновиди *розмірних ефектів*:

- *класичний* розмірний ефект, коли $\lambda_D < d < \ell_s$,
- *квантовий* розмірний ефект, коли $\lambda_D > d$,

де λ_D - довжина хвилі де Бройля. Проте розмірні ефекти можуть грати роль і в масивних напівпровідниках, коли явища переносу спостерігаються в шарах просторового заряду, розміри якого сумірні з ℓ_{ef} та λ_D . Цей випадок досить часто реалізується в каналах провідності уніполярних польових напівпровідникових транзисторів (глава 3). Коли можна знехтувати розсіянням носіїв, наприклад, за умови $d_x, d_y, d_z < \ell$, їх транспорт стає *балістичним* (глава 8).

2.2. КЛАСИЧНИЙ РОЗМІРНИЙ ЕФЕКТ

При розгляді кінетичних (транспортних) ефектів в обмежених кристалах, коли ефективна довжина вільного пробігу ℓ_{ef} починає залежати від розміру кристала (формула (2.17)), одночасно з розсіянням носіїв заряду на внутрішніх порушеннях кристалічної структури слід враховувати їх поверхневе розсіювання. Для опису ефектів поверхневого розсіювання звичайно використовують дифузійне наближення. В цьому наближенні припускається, що лише частина електронів $\mathcal{R} \neq 1$ дзеркально (дружно) розсіюється від поверхні кристала із зміною напрямку нормальної складової їх швидкості. Решта електронів $1 > (1 - \mathcal{R}) > 0$ розсіюються дифузно з повною втратою напрямку імпульсу та енергії, набутої у зовнішньому полі. Таким чином, при дифузному розсіянні на поверхні вигляд функції розподілу носіїв заряду повертається до вигляду у незбуреному стані. Це означає, що поверхневе розсіювання призводить до неоднорідного розподілу носіїв заряду в просторі зразка, тобто до координатної залежності функції розподілу, внаслідок чого виникає залежність кінетичних коефіцієнтів від геометричних розмірів зразка.

Зробимо оцінку класичного розмірного ефекту для випадку однорідного, однодолинного, ізотропного напівпровідника. В ньому відсутня міждолинна релаксація ($\tau_{vm} \rightarrow \infty$) і $\tau_E > \tau_p$. Обмежимося також розглядом лише тих носіїв заряду, котрі знаходяться поблизу дна зони провідності або біля стелі валентної зони. Розглянемо випадок $\nabla T = 0$ і $\mathcal{B} = 0$. Тобто розглядається випадок провідності напівпровідникового зразка подібний до електропровідності відповідного металевого зразка. У цьому випадку

$$\tau \sim \tau_p = \ell_p / v \quad (2.18)$$

Нехай зразок має вигляд тонкої плівки товщиною d , на границях якої *фактор дзеркальності* $\mathcal{R} \neq 1$, тобто носії струму на границях плівки розсіюються дифузно. Тоді при $\ell_s > d$ із формули (2.15) можна записати:

$$\frac{1}{\tau_{ef}} = \frac{1}{\tau_v} + \frac{1}{\tau_s} = \frac{1}{\tau_v} \left(1 + \frac{\tau_v}{\tau_s} \right) \cong \frac{1}{\tau_v} \left(1 + \frac{\ell_v}{d} \right) \quad (2.19)$$

де ℓ_v - довжина вільного пробігу рівноважних носіїв заряду. Знаючи τ_{ef} із (2.19), можна визначити $\mu_{ef}(d)$ та $\sigma(d)$:

$$\mu_{ef}(d) = \frac{e}{m} \tau_{ef} = \mu_v \left(1 + \frac{\ell_v}{d} \right)^{-1} \quad (2.20a)$$

$$y(d) = en \mu_{ef}(d) = \sigma_v \frac{1}{1 + \ell_v / d} \quad (2.20b)$$

де $\mu_v = e \tau_v / m$ - рухливість носіїв заряду в об'ємі зразка. Таким чином, співвідношення (2.20) описує *класичний розмірний ефект, який полягає в залежності $\tau_{ef}(d)$ або $\mu_{ef}(d)$* . Більш точне визначення $\sigma(d)$ засновується на розв'язку рівняння Больцмана (2.2) - (2.3), що у випадку обмеженого кристала вздовж осі z ($0 \leq z \leq d$) та сталого зовнішнього електричного поля з напруженістю $\vec{E} \parallel x$ (тобто при нехтуванні приповерхневим вигином зон) має вигляд

$$v_z \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial z} = -\frac{f_1}{\tau} \quad (2.21)$$

з граничними умовами $f_1(v_x, v_z; 0) = f_1(v_x, -v_z; d) = 0$. Розв'язок цього рівняння визначає функцію $f_1(v_x, v_z, z)$, яка на підставі виразу (2.7) дає можливість обчислити $\sigma(d)$. Результат такого обчислення дає такі співвідношення для $\sigma(d)$:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_\infty}{\sigma} &= 1 + \frac{3}{8}(1 - \Re) \frac{\ell_v}{d} & \text{для } \frac{\ell_v}{d} \leq 1; \\ \frac{\sigma_\infty}{\sigma} &= \frac{4}{3} \cdot \frac{1 - \Re}{1 + \Re} \cdot \frac{1}{(d/\ell_v)(\ln(\ell_v/d) + 0,42)} & \text{для } \frac{\ell_v}{d} > 1 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Класичний розмірний ефект має місце, коли фактор дзеркальності $\Re \neq 1$, $\ell_v < d$, та $\ell_v > \lambda_D$, де λ_D - довжина хвилі де Бройля носіїв заряду. Остання нерівність $\ell_v > \lambda_D$ обмежує різновиди напівпровідників, в яких може мати місце класичний розмірний ефект. Дійсно при умові $\ell_v/\lambda_D > 1$ з урахуванням виразів для ℓ_v і для λ_D ($\ell_v = \mu m v / e$, $\lambda_D = h / m v$) маємо

$$1 < \frac{\ell_v}{\lambda_D} = \frac{2\pi\mu m^2 v^2}{e\hbar} = \frac{2\pi\mu m 3k_B T}{e\hbar} \quad (2.23)$$

або

$$\mu_{T=300} > (100m_0/m) [cm^2 \cdot B^{-1} \cdot c^{-1}] \quad (2.24)$$

де m_0 - вакуумна маса електрона. Ця умова виконується для досить широкого кола напівпровідників Ge, Si, InSb, InAs, GaAs. Проте до цього часу класичний розмірний ефект в напівпровідниках експериментально не спостерігався, бо в них майже завжди існує приповерхневий вигин зон, що ускладнює спостереження цього ефекту.

2.3. КВАНТОВИЙ РОЗМІРНИЙ ЕФЕКТ (КРЕ)

Квантові ефекти повинні виявлятися тоді, коли основні носії заряду рухаються у потенціальній ямі, створеній або двома поверхнями зразка, або контактним полем на гетеропереході, або просторовим зарядом у приповерхневій області напівпровідника, розміри якої менші довжини хвилі де Бройля, тобто при виконанні умови $d < \lambda_D$. В цьому випадку складова квазіімпульсу носіїв заряду вздовж осі, по якій товщина d обмежує розмір зразка або потенціальної ями, стає невизначеною ($\Delta p > 2\pi\hbar/d$). Енергетичний спектр квазічастинок починає залежати від форми та розмірів потенціальної ями $U(r)$.

Розглянемо ці особливості на прикладі одновимірної прямокутної потенціальної ями з нескінченими стінками, схематично зображеної на рис.2.1:

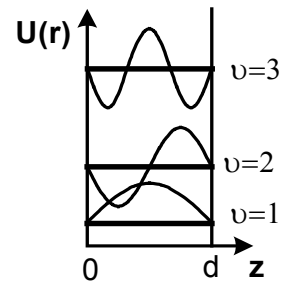


Рис.2.1. Прямокутна потенціальна яма. Рівні енергії та хвилові функції.

$$U(z) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq z \leq d \\ \rightarrow \infty & \text{при } z < 0 \text{ та } z > d \end{cases} \quad (2.25a)$$

Енергетичний спектр квазічастинок у такій ямі розбивається на серію *окремих підзон*:

$$E_v = \frac{\hbar^2}{2m} \left(k_x^2 + k_y^2 + \frac{\pi^2}{d^2} v^2 \right); \quad v = 1, 2, 3, \dots \quad (2.25)$$

де $\hbar k_{x,y} = p_{x,y}$ - складові квазіімпульсу носіїв заряду⁴, а v - квантові числа, які мають такі значення: $v = 1, 2, 3, \dots$. Для прямокутної ями $v \neq 0$, тому що значення $v=0$ суперечить

⁴ За гіпотезою де Бройля на класично дозволених траєкторіях руху (в даному випадку - це замкнена лінія довжиною $2d$) повинно вкладатися ціле число v довжин хвиль $\lambda = 2\pi/k_z$, тобто $d = \lambda v / 2$. Узагальнення цього

співвідношенню невизначеностей. На схематичному рис.2.2 зображено зміну енергетич-

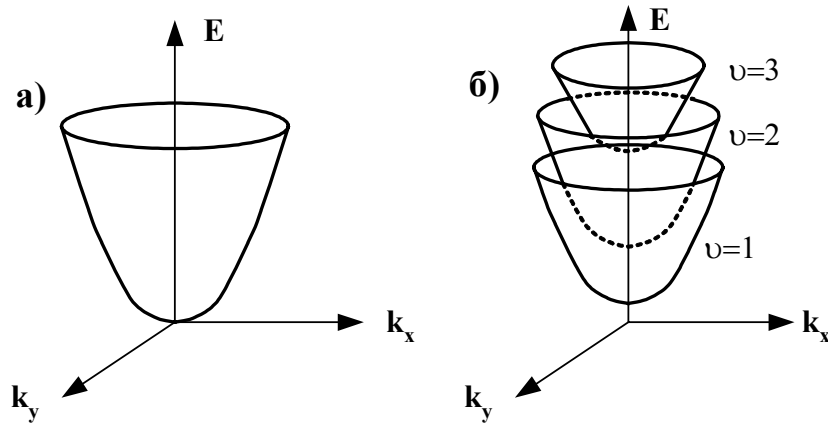


Рис.2.2. Енергетичний спектр для нескінченного а) та скінченного б) зразків.

ного спектру в фазовому просторі при переході від нескінченного зразка до зразка скінченної товщини d у випадку квадратичного закону дисперсії.

Сукупність значень енергії E_{ν} , яка визначається квантовим числом ν і довільними комбінаціями квазіімпульсів $p_{x,y}$ або хвильових чисел $k_{x,y}$, називається **розмірною підзоною**.

Сукупність розмірних дозволених підзон розділені забороненими підзонами. Відстань між дозволеними підзонами залежить від ν і d . Для прямокутної потенціальної ями вона (згідно (2.25))дорівнює

$$\Delta E_{\nu,\nu+1} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2md^2} (2\nu + 1) \quad (2.26)$$

При малих товщинах ця відстань може стати більшою за теплову енергію $k_B T$. У цьому випадку має місце квантовий розмірний ефект. Розглянемо тепер ізоенергетичні поверхні ($E = \text{Const}$) у фазовому просторі. Для квазівільного носія заряду в нескінченному зразку ізоенергетична поверхня має форму сфери, оскільки

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

У випадку скінченного зразка це буде система кіл, котрі відрізняються одне від одного квантовим числом ν , тому що

$$\left(E_{\nu} - \frac{\hbar^2 p^2}{2md^2} \nu^2 \right) = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2) \quad (2.27)$$

Ці кола зображені на схематичному рис.2.3. Усі фазові стани, котрі у нескінченному зразку знаходились між цими колами, зосереджуються на колах. Заборонені проміжки, тобто енергетичні відстані між окремими дозволеними станами, як це видно з формули (2.27), збільшуються із зростанням квантового числа ν та зменшенням лінійного розміру зразка d . Структура розмірних підзон залежить від форми потенціальної ями. У свою чергу форма потенціальної ями в тих випадках, коли в ямі присутні локалізовані носії заряду, залежить від структури розмірних підзон – це є наслідком того, що локалізований у ямі заряд створює електростатичний потенціал $U_{el}(z)$, який у сумі з потенціалом "пустої" ями $U(z)$ задає ефективний *самоузгоджений* потенціал для електронів $U_{ef}(z)$.

правила на випадок фінітного руху в полі довільного потенціалу призводить до правила квантування Бора-Зомерфельда $\oint_C dz / \lambda(z) = \nu + 1/2$ (2.27). Тут C - класична траєкторія, а $\lambda(z) = 2\pi\hbar / \sqrt{2m(V(z) - E)}$

Для його визначення, таким чином, необхідним є самоузгоджений розв'язок рівняння Шредінгера та рівняння Пуассона.

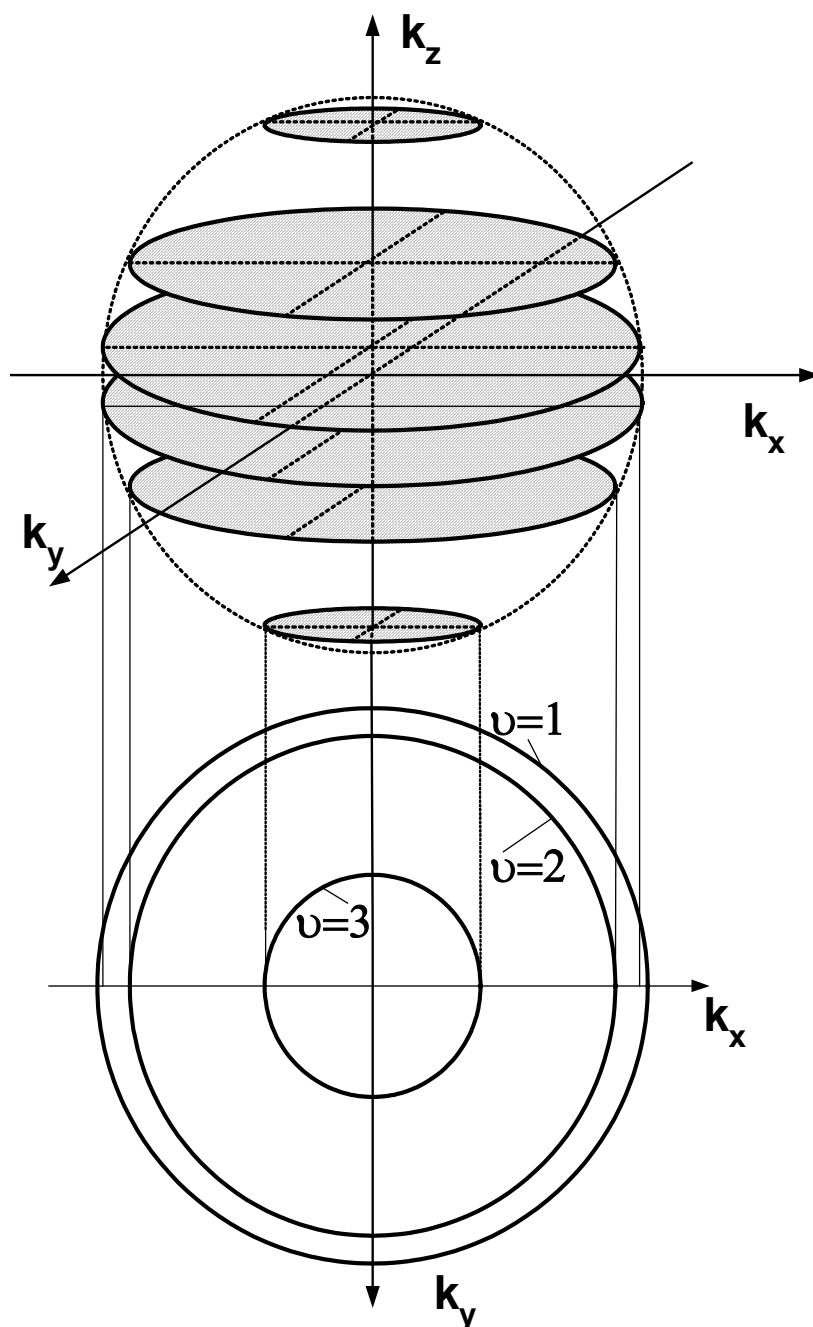


Рис.2.3. Ізоенергетичні поверхні у фазовому просторі (квадратичний закон дисперсії).

В одновимірному випадку, коли потенціал залежить тільки від однієї змінної, відповідна система рівнянь має вигляд

$$\begin{cases} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_{vE}}{dz^2} + U_{ef}(z) \psi_{vE} = E_v \psi_{vE} \\ \frac{d^2 U_{el}}{dz^2} = -\frac{4\pi e^2}{\epsilon} n(z) \end{cases}, \quad (2.28)$$

де E_v – енергія v -ї підзони, а густина локалізованого в ямі заряду $n(z)$ визначається кількістю вільних носіїв, що знаходяться у всіх заповнених підзонах (заповненими при $T \rightarrow 0$ в стані термодинамічної рівноваги є всі стани з енергіями меншими за енергію

Фермі F):

$$n(z) = \int_0^F \sum_v g_{2D}(E) |\psi_{vE}|^2 dE, \quad (2.28a)$$

тут $g_{2D}(E)$ – густина станів у кожній з підзон (див. 2.6, формула (2.44)). Розв’язок такої самоузгодженої задачі досить складний; проілюструємо величину відповідних ефектів на прикладі наведеної вище моделі прямокутної потенціальної ями з нескінченими стінками

в так званому випадку електронної квантової границі, коли заповнюється лише одна найнижча зона (див. Задачу 2.18). Наведена на рис. 2.4 залежність енергетичного рівня E_1 для квантової ями із параметрами $d = 40 \text{ \AA}$ та $m = 0.065m_0$, $\varepsilon = 1$ від енергії Фермі F підтверджує необхідність урахування ефектів самоузгодженості.

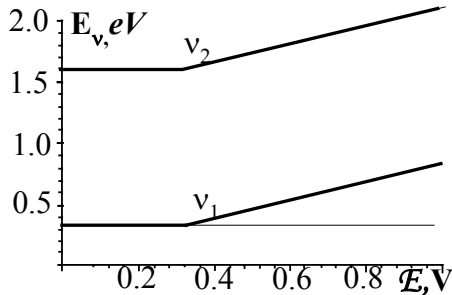


Рис.2.4.

Зазначимо, що крім описаного ефекту, пов’язаного з необхідністю використання ефективного потенціалу $U_{ef}(z)$, на енергії квантових

рівнів впливає міжелектронна, обмінна та кореляційна та ін. взаємодії, коректне урахування яких є дуже складним. У зв’язку з цим зручним і ефективним є спосіб моделювання (із загальних міркувань) форми потенціальних ям та бар’єрів. Наприклад, для моделювання координатної залежності потенціальної енергії в приповерхневих шарах контактних напівпровідникових структур часто використовується модель “трикутної ями”, зображена на рис.2.4а; де потенціальна енергія визначається за формулою $V = -eEz$, де E – напруженість електричного поля. Дозволені рівні енергії тут також дискретні (задача 2.6). Проте вони по іншому залежать від квантових чисел, ніж для прямокутної потенціальної ями, як це видно з формули (2.29)

$$E_v = \frac{\hbar^2}{2m_x} k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m_y} k_y^2 + \frac{1}{(2m_z)^{1/3}} \left[\hbar e E \frac{3}{2} p \left(v - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3}, \quad \text{де } v = 1, 2, 3 \dots (2.29)$$

Підкреслимо, що потенціальна яма трикутної форми більш удадо передає хід приповерх-

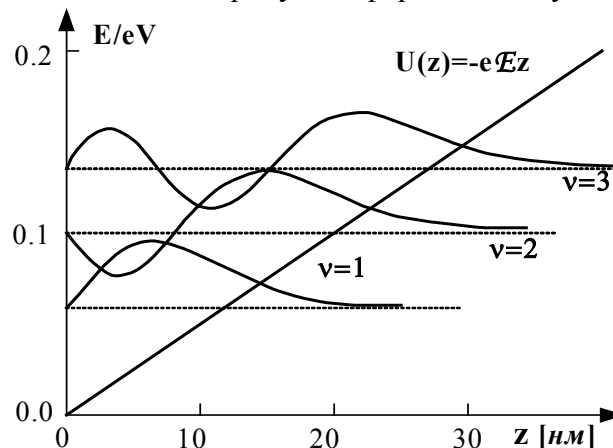


Рис.2.4а. Трикутний потенціальний бар’єр.

невого потенціалу, ніж прямокутний бар’єр і тому досить часто використовується для якісного аналізу приповерхневих явищ у твердих тілах.

2.4. НЕОБХІДНІ УМОВИ ДЛЯ СПОСТЕРЕЖЕННЯ КРЕ

Квантовий розмірний ефект виникає й може спостерігатися за таких необхідних умов:

- по-перше, відстань між розмірними підзонами повинна бути більшою за тепловий розкид енергії квазічастинок

$$\Delta E_{v,v+1} > k_B T \quad (2.30)$$

Для напівпровідників при 300К ця умова виконується при товщинах $d < 10^{-5}$ см.

- По-друге, $\Delta E_{v,v+1}$ повинно бути більшим природної ширини енергетичних рівнів

$$\Delta E_{v,v+1} > \delta \varepsilon \quad (2.31)$$

За допомогою співвідношення невизначеностей оцінка дає $\delta \varepsilon > 2\pi\hbar/\tau$, де τ - середній час життя на даному енергетичному рівні. Припустимо, що $\tau = \mu m/e$, тоді

$$\Delta E_{v,v+1} > 2\pi\hbar/\tau = 2\pi\hbar e/\mu m \quad (2.32)$$

Для напівпровідників із великими рухливостями носіїв, коли $\mu > 10^3 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$, ця умова виконується при $d < 5 \cdot 10^{-6}$ см.

- По-третьє, концентрація носіїв заряду n повинна бути не дуже великою, щоб заповнювалась лише 1-ша розмірна підзона, що має місце при умові

$$n < g_1 = 3\pi/2d^3 \quad (2.33)$$

де $g_1 = 3\pi/2d^3$ - концентрація станів у 1-й розмірній підзоні.⁴ При $d \sim 10^{-5}$ см ця умова виконується, коли концентрації носіїв у зразку менша за 10^{16} см^{-3} ($n < 10^{16} \text{ см}^{-3}$). Вона може бути виконана у невироджених напівпровідниках при низьких температурах та в напівметалах таких, як Ві.

- По-четверте, тонкий зразок (нанометрових товщин) повинен бути однорідним із розкидом товщин меншим довжини хвилі де Бройля.

За цих умов КРЕ буде мати такі прояви:

- зміну в енергетичному спектрі носіїв заряду, що може спричинити появу напівпровідникових властивостей у деяких напівметалах та викликати зміну ефективної маси носіїв заряду;
- зміну густини електронних станів та її залежність від енергії; в двовимірному випадку вона перестав залежати від енергії носіїв і починає залежати від товщини зразка d ;
- зміну концентрації носіїв заряду $n(d)$;
- появу залежності часу релаксації носіїв заряду τ від d .
- зміну глибини екранування електричного поля $L_e(d)$.

Розглянемо особливості КРЕ на окремих прикладах.

2.5. ЕНЕРГЕТИЧНИЙ СПЕКТР КВАЗИЧАСТИНОК

За умов КРЕ енергетичний спектр носіїв заряду розбивається на розмірні підзони,

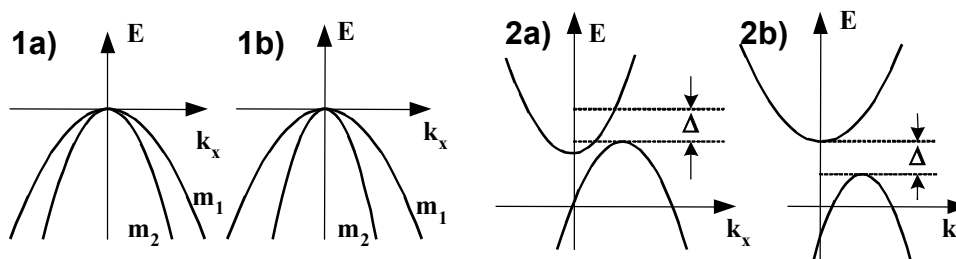


Рис.2.5. Енергетичні спектри носіїв: 1а) для нескінченного та 1б) тонкого зразків Si; 2а) та 2б) для нескінченного та тонкого зразків напівметалу.

характер яких та відстані між ними залежать від структури зон, розмірів зразка d , форми

⁴ Концентрацію електронних станів в v -й енергетичній зоні в 2D випадку можна знайти, використовуючи відповідні значення для густини станів (див.2.43):

$$g_v = \int_{E_v}^{E_{v+1}} g_{2D}(d) dE = \int_{E_v}^{E_{v+1}} (m/\pi \hbar^2 d) dE = (m/2\pi \hbar^2 d) (E_{v+1} - E_v) = (p/2d^3) (2v_1 + 1).$$

потенціального бар'єра, квантового числа ν . Це приводить до змін ефективної маси носіїв заряду $m_\nu = \left| \hbar^2 / \left(\partial^2 E_\nu / \partial k^2 \right) \right|$, котра визначається законом дисперсії $E(k)$, а також до зняття виродження, якщо воно є. Наприклад, в Si може бути знято виродження легких та важких дірок біля стелі валентної зони, як це показано на схематичному рис.2.5.1a та 2.5.1b. Квантовий розмірний ефект повинен призводити до зміни металевого характеру електропровідності зразка напівметалу, наприклад, Bi, на напівпровідниковий при зменшенні його товщини (рис.2.5.2a та рис.2.5.2b). Ця зміна відбувається внаслідок зміни енергетичного спектра згідно з (2.25) як електронів (n), так і дірок (p):

$$E_n = E_{\nu n} + \frac{\hbar^2}{2m_n} (k_x^2 + k_y^2), \quad E_p = \Delta - E_{\nu p} - \frac{\hbar^2}{2m_p} (k_x^2 + k_y^2) \quad (2.34)$$

де Δ - енергетичне значення перекриття зон для $d \rightarrow \infty$. З (2.34) визначається ширина забороненої зони, яка залежить від товщини зразка d :

$$E_g(d) = -\Delta + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2d^2} \cdot \left(\frac{1}{m_n} + \frac{1}{m_p} \right) \quad (2.35)$$

Таким чином, при значеннях товщин

$$d > d_{kp} = \frac{\pi \hbar}{\sqrt{2\Delta \cdot m_{ef}}}, \quad \text{де} \quad m_{ef} = \frac{m_n m_p}{m_n + m_p} \quad (2.36)$$

перекриття зон зникає, і зразок Bi перетворюється на напівпровідник із шириною забороненої зони E_g , яка згідно (2.35) для прямокутної ями квадратично зростає із зменшенням товщини.

2.6. ГУСТИНА ЕЛЕКТРОННИХ СТАНІВ

Густина електронних станів $g(E)$ є однією з основних характеристик твердого тіла. Вона є розмірною величиною $[e p \tau^{-1} \cdot \text{см}^{-3}]$ й визначається кількістю станів в одиничному інтервалі енергій для одиничного об'єму кристала

$$g(E) = \lim_{\Delta E \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{V \cdot \Delta E} = \frac{1}{V} \frac{dN}{dE} \quad (2.37)$$

де ΔN - число станів в інтервалі енергій між E та $E + \Delta E$, V - об'єм кристала. Кожний квантовий стан у кристалі характеризується номером енергетичної зони ζ , значенням компонент квазіхвильового вектора \vec{k} та спіновим виродженням. Такому стану відповідає енергія $E_\zeta(\vec{k})$, яка визначається законом дисперсії і залежить від квантових чисел електронного стану ζ , хвильових чисел $k_i = p_i / \hbar$ та спінового числа s . Тоді

$$g(E) = \frac{2}{V} \sum_{\zeta} \sum_{\vec{k}} \delta(E - E_\zeta(\vec{k})) \quad (2.38)$$

де множник 2 враховує дві можливих орієнтації спіну.

Нехай кристал має форму паралелепіпеда з довжинами ребер L_x, L_y, L_z . Сума у формулі (2.38) по компонентам хвильового вектора суттєво залежить від розмірності кристала. Вважається, що задача є D - вимірною, коли кількість D із довжин його ребер більша за λ_D . Можливі значення $k_\alpha (\alpha = x, y, z)$ в (2.38) визначаються з умови, що на довжині α -го ребра L_α укладається ціле число n_α хвиль де Бройля для руху частинок у напрямку α : $L_\alpha = n_\alpha \lambda_D = 2\pi n_\alpha / k_\alpha$, звідки

$$k_\alpha = \frac{2\pi}{L_\alpha} n_\alpha, \quad n_\alpha = 1, 2, 3, \dots \quad (2.39)$$

Таким чином, для кожного з напрямків уздовж таких ребер, наприклад, вздовж α -го напрямку, компонента квазіхвильового вектора k_α є квазідискретною величиною із кроком $\Delta k_\alpha = 2\pi / L_\alpha$. Відповідно до цього

$$\sum_{k_\alpha} \rightarrow \frac{L_\alpha}{2\pi} \int dk_\alpha \quad (2.40)$$

Розглянемо густину електронних станів для випадку квадратичного закону дисперсії

$$E_\varsigma(k) = E_{\varsigma 0} + \frac{\hbar^2}{2m_\varsigma} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

для чотирьох окремих випадків зразків різної розмірності: $3D$, $2D$, $1D$ та $0D$.

Для **3D** (тривимірного) випадку з формул (2.38) та (2.39), коли $V = L_x L_y L_z$, отримуємо

$$g_{3D}(E) = \frac{2}{(2\pi)^3} \sum_\varsigma \int d^3k \delta \left(E - E_{\varsigma 0} - \frac{\hbar^2}{2m_\varsigma} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \right)$$

Після переходу до сферичних координат та інтегрування по кутам маємо

$$g_{3D}(E) = \frac{1}{\pi^2} \sum_\varsigma \int k^2 dk \delta \left(E - E_{\varsigma 0} - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_\varsigma} \right),$$

звідки

$$g_{3D}(E) = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sum_\varsigma \sqrt{E - E_{\varsigma 0}} \quad (2.41)$$

Квадратичний закон дисперсії здебільшого приблизно виконується біля дна зони провідності ($E_{\varsigma 0} = E_c$) та біля стелі валентної зони ($E_{\varsigma 0} = E_v$). Для цих випадків густини електронних станів можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} g_{3D,c}(E) &= \frac{(2m_c)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E - E_c}; \\ g_{3D,v}(E) &= \sum_v \frac{(2m_v)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{(E_v - E)} \end{aligned} \quad (2.41.a)$$

Вони схематично зображені на Рис.2.6.

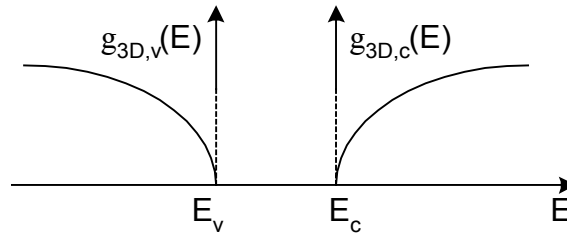


Рис.2.6. Залежності густин станів у зонах провідності та валентній для 3D напівпровідникового зразка.

Для **2D** (двовимірного) випадку (квантова яма, *quantum well*) залежність густини станів від енергії має інший вигляд. Знайдемо її за допомогою формул (2.38) - (2.40), вважаючи, що рух носіїв обмежений у напрямку осі z :

$L_z = d$, де d - товщина зразка

$$g_{2D}(E) = \frac{2}{V} \frac{L_x L_y}{(2\pi)^2} \sum_\varsigma \sum_{n_z} \iint d\vec{k}_\parallel \delta \left(E - E_v - \frac{\hbar^2}{2m_\varsigma} k_\parallel^2 - E_{n_z} \right), \quad (2.42)$$

$$\text{де } k_\parallel^2 = k_x^2 + k_y^2, \quad E_{n_z} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_v} n_z^2, \quad n_z = 0, 1, 2, \dots \quad (2.42a)$$

В цьому випадку зручно перейти до полярних координат, що дає

$$\begin{aligned}
 g_{2D}(E) &= \frac{1}{\pi d} \sum_{\zeta} \sum_{n_z} \int_0^{\infty} k_{\parallel} dk_{\parallel} \delta \left(E - E_{\zeta 0} - \frac{\hbar^2}{2m_v} k_{\parallel}^2 - E_{n_z} \right) = \\
 &= \frac{1}{\pi \hbar^2 d} \sum_{\zeta} m_{\zeta} \sum_{n_z} \Theta(E - E_{\zeta 0} - E_{n_z})
 \end{aligned} \quad (2.43)$$

де $\Theta(E)$ - сходинова функція Хевісайда. (В літературі крім об'ємної густини станів використовують поверхневу густину станів $g_{2D}^s(E) = g_{2D}(E)d$ із розмірністю $[epz^{-1} \cdot cm^{-2}]$).

Обмежимося розглядом лише однієї зони кристала з номером ζ та будемо відраховувати енергію E від значення $E_{\zeta 0}$. Тоді густина $2D$ станів згідно формули (2.43) набуває такого вигляду:

$$g_{2D}^{\zeta}(E) = \frac{m_{\zeta}}{\pi \hbar^2 d} N_{\zeta} \quad (2.44)$$

де N_{ζ} - число підзон, котрі енергетично розташовані нижче значення E .

З формул (2.43) та (2.44) видно, що в межах однієї підзони із квантовим числом ν густи-

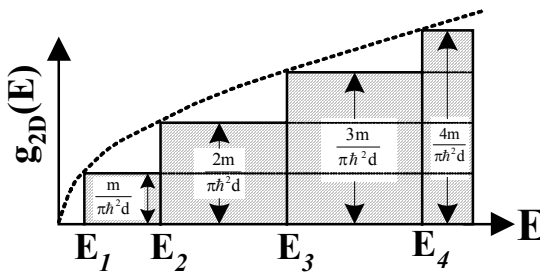


Рис.2.7. Залежність $g_{2D}(E)$ при $d=Const$.

на електронних станів у $2D$ випадку не залежить від енергії, але змінюється обернено пропорційно товщині зразка $L_z = d$ й стрибкоподібно зростає, коли енергія носіїв стає достатньою для заповнення наступної підзони. Коли товщина зразка стала ($d=const$), а змінюється енергія частинок, то не існує дозволених станів ($g_{2D}(E) = 0$) в інтервалі енергії $0 < E < E_1$. При енергії $E > E_1$

$= \pi^2 \hbar^2 / 2m_1 d^2$ починає заповнюватися 1-ша розмірна підзона, густина станів стрибкоподібно зростає на величину $m/\pi \hbar^2 d$ і в інтервалі енергій $0 < E < E_1$ не змінюється, поки не почне заповнюватись 2-га підзона при $E > E_2 = 4E_1$ і так далі. Ця залежність $g_{2D}(E)$ наведена на рис.2.7.

Коли при $E = const$ змінюється товщина $2D$ зразка із прямокутною потенціальною ямою, то його густина станів залежить від товщини (d) так, як зображено на рис.2.8. Походження немонотонностей цієї залежності згідно формули (2.42a) визначаються положенням енергетичних рівнів E_{n_z} при зміні d . Стрибкоподібне зростання $g_{2D}(E)$ спостерігається при таких значеннях $d = d_v$, коли починає заповнюватися розмірна підзона з номером $n_z = \nu$; ці значення d_v визначаються з умови

$$E_{n_z=\nu} = E, \text{ або } d_v = \sqrt{\frac{\pi^2 \hbar^2 \nu^2}{2m_{\zeta} E}} = d_1 \cdot \nu, \text{ де } d_1 = \frac{\pi \hbar}{\sqrt{2m_{\zeta} E}}, \text{ а } \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (2.45)$$

Наведена на рис.2.8 залежність $g_{2D}(d)$ при $E = E_1 = Const$ має однакові амплітудні максимуми при $d = d_v$:

$$g_{2D}(d_v) = \frac{m_{\zeta}}{\pi \hbar^2 d_v} \cdot \nu = \frac{m_{\zeta}}{\pi \hbar^2 d_1} \quad (2.46)$$

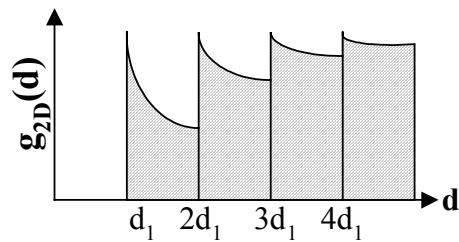


Рис.2.8. Залежність $g_{2D}(d)$ при $E=Const$

і зменшується між максимумами обернено пропорційно до d . Період зміни густини станів із зміною товщини зразка при сталій енергії дорівнює

$$\Delta d = d_1 = \frac{\pi \hbar}{\sqrt{2m_\varsigma E}} \quad (2.46a)$$

Ці закономірності зображені на Рис.2.8. Видно, що при малих товщинах $d < d_1 = \pi \hbar / \sqrt{2m_\varsigma E}$ густина електронних станів дорівнює нулеві $g_{2D}(d \leq d_1) = 0$. В інтервалі товщин $d_1 \leq d \leq 2d_1$, коли заповнюється 2-га розмірна підзона, густина станів $g_{2D}(E)$

при $d=d_1$ стрибкоподібно зростає до величини $g_{2D}(d_1) = m_\varsigma / \pi \hbar^2 d_1 = \frac{(2m_\varsigma)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}$ і далі зменшується пропорційно d^{-1} до тих пір, поки не почне заповнюватись 2-га підзона із квантовим числом $\nu=2$. У 2-й підзоні густина стану збільшується до $g_{2D}(d_2) = g_{2D}(2d_1) = (m_\varsigma / \pi \hbar^2 d_1)$ й при подальшому зростанні d знову зменшується пропорційно d^{-1} і так далі.

Вигляд функції $g_{2D}(d)$ залежить від форми потенціального бар'єра і реального закону дисперсії, проте періодичний характер залежності $g_{2D}(d)$ і зменшення $g_{2D}(d) \sim 1/d$ залишаються. Ця обставина призведе до відповідних змін фізичних величин, котрі залежать від концентрації носіїв заряду $n(d)$ і часу їх релаксації $\tau(d)$.

Для **1D** (одновимірного) випадку (квантового дроту, *quantum wire*), коли $L_x = L_y = d$, $L_z \gg \lambda_D$, формула (2.38) набуває такого вигляду:

$$g_{1D}(E) = \frac{2}{V} \frac{L_z}{2p} \sum_{\varsigma} \sum_{n_x, n_y} \int dk_z \delta \left(E - E_{\varsigma 0} - \frac{\hbar^2}{2m_\varsigma} k_z^2 - E_{n_x, n_y} \right) \quad (2.47)$$

де

$$E_{n_x, n_y} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_\varsigma d^2} (n_x^2 + n_y^2), \quad n_x, n_y = 1, 2, 3, \dots$$

Звідки в межах однієї зони з номером ς ($E_{\varsigma 0} = 0$)

$$g_{1D}(E) = \frac{1}{\pi \hbar d^2} \sqrt{\frac{m_\varsigma}{2}} \sum_{n_x, n_y} \frac{1}{\sqrt{(E - E_{n_x, n_y})}} \quad (2.47a)$$

Енергетична залежність густини станів для 1D випадку наведена на рис.2.9 для $d = \text{const}$. Вона суттєво відрізняється від відповідних залежностей для масивних 3D зразків та 2D тонких плівок. Густина електронних станів у цьому разі зменшується при збільшенні енергії.

Для **0D** (нульвимірного) зразка (квантова точка, *quantum dot*), коли $L_x = L_y = L_z = d \leq \lambda_D$,

$$g_{0D}(E) = \frac{2}{d^3} \sum_{\varsigma} \sum_{n_x, n_y, n_z} \delta(E - E_{\varsigma 0} - E_{n_x, n_y, n_z}), \quad E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\hbar^2}{2m_\varsigma d^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \quad (2.48)$$

Енергетична залежність густини електронних станів 0D зразка, як в атомі, складається з окремих дискретних станів, котрі визначаються квантовими числами (рис.2.10) та параметрами потенціального бар'єра.

Різні залежності густини електронних станів $g(d)$ від розмірності зразків (3D, 2D, 1D та 0D) суттєво впливають на особливості явищ переносу та оптичних явищ, що відбуваються в них (глава 10).

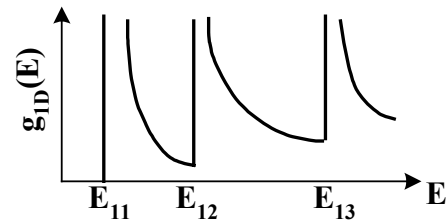


Рис.2.9. Залежність $g_{1D}(E)$ при $d=\text{const}$.

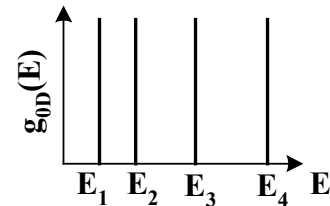


Рис.2.10. Залежність $g_{0D}(E)$.

2.7. ЗАЛЕЖНІСТЬ КОНЦЕНТРАЦІЇ НОСІЇВ ВІД РОЗМІРУ ЗРАЗКА

Розглянемо випадок плівкового (2D) зразка одно-долинного напівпровідника із плоскими зонами при $\nabla T=0$ та $\mathcal{B}=0$. Його енергетична схема зображена на Рис.2.11. Початок енергетичної координати оберемо на дні зони провідності $E_c=0$. Обмежимося також розглядом донорного напівпровідника з концентрацією донорів N_d та енергією іонізації донорних домішок $-E_d$. Запишемо об'ємну концентрацію носіїв заряду n в усіх розмірних підзонах зони провідності

$$n = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{E_n}^{E_n+\Delta E} \frac{g_{2D}(E)}{\exp\{(E-F)/k_B T\} + 1} dE \quad (2.49)$$

Інтегрування в (2.49) повинно проводитись в межах кожної розмірної підзони від її дна E_n до стелі $E_n+\Delta E$. Цю задачу можна спростити, тому що підінтегральний вираз швидко зменшується із зростанням E , що дозволяє розширити область інтегрування в (2.49) до $E_n+\Delta E \rightarrow \infty$. Розглянемо для спрощення, коли заповнюється лише 1-ша підзона при низьких T , для яких $(E-F)/k_B T > 1$. Тоді

$$\left[\exp\left((E-F)/k_B T\right) + 1 \right]^{-1} \cong e^{\frac{F}{k_B T}} e^{-\frac{E}{k_B T}} \quad (2.50)$$

Підстановкою (2.50) та (2.43) у (2.49) та інтегруванням одержимо формулу для концентрації носіїв у 1-й розмірній підзоні зони провідності

$$n = \frac{m}{\pi \hbar^2 d} k_B T e^{\frac{F}{k_B T}} e^{-\frac{E_1}{k_B T}} \quad (2.51)$$

Для визначення F скористаємося умовою нейтральності напівпровідника

$$n + \frac{N_d}{\exp((-E_d - F)/k_B T) + 1} = N_d \quad (2.52)$$

Комбінуючи формули (2.51) і (2.52) і скориставшись тим, що дно зони провідності збігається із дном 1-ї розмірної підзони ($E_1=0$), знайдемо вираз для F :

$$F = -E_d + k_B T \ln \left(\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4N_d \pi \hbar^2 d}{mk_B T} e^{\frac{E_d}{k_B T}}} - 1 \right) \right) \quad (2.53)$$

У випадку низьких температур, коли $\exp\{(-E_d - F)/k_B T\} \ll 1$, із формули (2.53) отримуємо

$$F = -\frac{E_d}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \left(\frac{N_d \pi \hbar^2 d}{mk_B T} \right) \quad (2.53a)$$

Після підстановки (2.53a) у (2.51) для концентрації носіїв у 1-й розмірній підзоні маємо

$$n = \left(\frac{mk_B T}{\pi \hbar^2} \right)^{1/2} \sqrt{N_d} \frac{1}{\sqrt{d}} \exp \left(-\frac{E_d}{2k_B T} \right) \quad (2.54)$$

З формули (2.54) видно, що для прямокутної ями концентрація носіїв у 1-й підзоні збільшується при зменшенні d , при збільшенні N_d і T .

У випадку високих температур із (2.53) витікає $F \simeq k_B T \ln(N_d \pi \hbar^2 d / mk_B T)$, звідки

$$n \approx N_d.$$

Аналогічно можна отримати вираз для концентрації носіїв у 1-й підзоні власного напівпровідника

$$n_i = \frac{(m_n m_p)^{1/2}}{\pi \hbar^2} \frac{k_B T}{d} \exp \left\{ -\frac{E_g(d)}{2k_B T} \right\} \quad (2.55)$$

де $E_g(d) = E_g(0) + (\pi^2 \hbar^2 / 2d^2)(1/m_n + 1/m_p)$ - ширина забороненої зони (див. (2.35)).

Характер товщинної залежності концентрації носіїв струму визначається також і формою бар'єра. Зокрема, для трикутного бар'єра вона проходить через максимум і зменшується майже до нуля на поверхні твердого тіла.

2.8. ЕКРАНУВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ .

В рівноважних умовах довільний напівпровідниковий зразок є електрично нейтральним, у якому всі локалізовані заряди екрануються, тобто довільний поверхневий заряд або зовнішнє поле компенсуються рівним за величиною просторовим зарядом іншого знаку в приповерхневому шарі напівпровідника. Він складається із зарядів іонізованих донорів та акцепторів та рухомих носіїв, концентрація яких відрізняється від об'ємних значень. Таким чином, у приповерхневому шарі напівпровідника створюється область локалізації індукованого заряду, котра називається *областю просторового заряду* (ОПЗ). Його електричне поле \vec{E} та розподіл електростатичного потенціалу $V(\vec{r})$ ($\vec{E} = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$) відображається на енергетичних діаграмах як вигин зон.

Припустимо, що поверхня напівпровідника ортогональна напрямку координати z і займає частину площини $z = 0$ із площею S . Об'ємна густина заряду в ОПЗ рівна

$$\rho(\vec{r}) = e[n_0 - p_0 + p(\vec{r}) - n(\vec{r})] \quad (2.56),$$

де $n(\vec{r})$ та $p(\vec{r})$ - концентрації вільних електронів та дірок у дозволених зонах напівпровідника, n_0 та p_0 концентраціями рівноважних носіїв в об'ємі зразка; тут і далі прийнято $e = |e|$. Рівноважна концентрація електронів $n(\vec{r})$ з енергію в інтервалі $(E_{min} \leftrightarrow E_{max})$, визначається як

$$n = \int_{E_{min}}^{E_{max}} g(E) f_0(E, \vec{r}) dE \quad (2.57),$$

де $f_0(E, \vec{r})$ - функція розподілу Фермі-Дірака (2.1), $g(E)$ - густина станів, а

$$F(\vec{r}) = F - eV(\vec{r}) \quad (2.58)$$

Розподіл об'ємного заряду $\rho(\vec{r})$ та потенціал електростатичного поля в ОПЗ пов'язані рівнянням Пуассона

$$\Delta V = -\frac{4\pi\rho(\vec{r}, V)}{\epsilon_s}, \quad (2.59)$$

де ϵ_s - діелектрична проникливість напівпровідника, а $eV(\vec{r})$ - відповідає зміні потенціальної енергії позитивного заряду в ОПЗ відносно значення цієї енергії в об'ємі напівпровідника (при $z \rightarrow +\infty$). Відповідно до цього граничні умови для (2.59) мають вигляд

$$\left. \begin{array}{l} V(\vec{r}) \rightarrow 0 \\ \vec{E} = -\vec{\nabla}_r V \rightarrow 0 \end{array} \right\} \text{ при } z > 0 \text{ та } r \rightarrow \infty \quad (2.60)$$

$$V(\vec{r})|_S = V_0(x, y) -$$

відома функція, пов'язана з локалізованим поверхневим зарядом (або зовнішнім електричним полем).

Таким чином, для того щоб знайти розподіл потенціалу в ОПЗ необхідно розв'язати *нелінійне* рівняння Пуассона (2.59). Розглянемо декілька важливих окремих випадків.

2.8а. Різні форми області просторового заряду

Для розв'язку рівняння Пуассона (2.59) необхідно мати відповідний розподіл просторового заряду $\rho(\vec{r})$. Припустимо, що $\rho(\vec{r})$ залежить тільки від координати z , а по іншим напрямкам напівпровідникова структура є повністю ізотропною. У випадку неви

родженого газу носіїв у 3D – напівпровіднику для концентрацій електронів та дірок в дозволених зонах в умовах термодинамічної рівноваги на підставі (2.57) маємо

$$n_0 = N_c \exp\left(\frac{F - E_c}{k_B T}\right) \equiv n_i e^{\frac{F}{k_B T}}, \quad (2.61)$$

$$p_0 = N_v \exp\left(\frac{E_v - F}{k_B T}\right) \equiv n_i e^{-\frac{F}{k_B T}}.$$

де $N_{c,v} = 2 \left(\frac{m_{c,v} k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$ – ефективна густина станів відповідно в зонах провідності та валентній,

$n_i = \sqrt{N_c N_v \exp\{-E_g/k_B T\}}$ – концентрація носіїв у власному напівпровіднику.

Введемо також такі раціональні позначення:

- $\lambda = p_0/n_i = n_i/n_0 = \sqrt{p_0/n_0}$ – міра легування, яка для власного напівпровідника, у якого $p_0 = n_0 = n_i$, рівна $\lambda = 1$, для діркового $\lambda > 1$ та $\lambda < 1$ для електронного;
- безрозмірний поверхневий потенціал $Y = eV(z)/k_B T$.

При цьому рівняння Пуассона (2.59) набуває вигляду

$$\frac{d^2 Y}{dz^2} = \frac{1}{L_e^2} \left[\lambda (e^{-Y} - 1) - \lambda^{-1} (e^Y - 1) \right], \quad (2.62)$$

де

$$L_e = \sqrt{\frac{\varepsilon_s k_B T}{4\pi e^2 n_i}} \quad (2.63)$$

так звана *довжина екранування*, тобто відстань, на якій електричне поле будь-якого джерела екранується внаслідок поляризації середовища, що містить додатні та від'ємні заряди.

Після першого інтегрування рівняння Пуассона при граничних умовах (2.60) отримуємо рівняння для безрозмірного потенціалу

$$\frac{dY(z)}{dz} = L_e^{-1} F(Y(z), \lambda), \quad (2.64)$$

де $F(Y(z), \lambda)$ – функція безрозмірних величин, що має вигляд

$$F(Y(z), \lambda) = \text{sign}(-Y) \sqrt{2 \left[\lambda (e^{-Y} - 1) + \lambda^{-1} (e^Y - 1) + (\lambda - \lambda^{-1}) Y \right]^{1/2}} \quad (2.65)$$

Її знак залежить від того збільшується $Y(z)$ чи зменшується при переході від поверхні до об'єму. Вираз (2.64) із точністю до множника $k_B T/q$ визначає напруженість електричного поля в ОПЗ при кожному значенні $Y(z)$. Просторова залежність безрозмірного потенціалу $Y(z)$ отримується інтегрування (2.64)

$$\int_{Y_s}^{Y(z)} dY/F(Y, \lambda) = \frac{z}{L_e}, \quad (2.66)$$

На рис.2.12 схематично зображені випадки вигину зон в ОПЗ у залежності від напрямку зовнішнього електричного поля для напівпровідників n - та p - типів. Електричне поле може збагачувати або збіднювати носіями ОПЗ по відношенню до їх об'ємної області. У

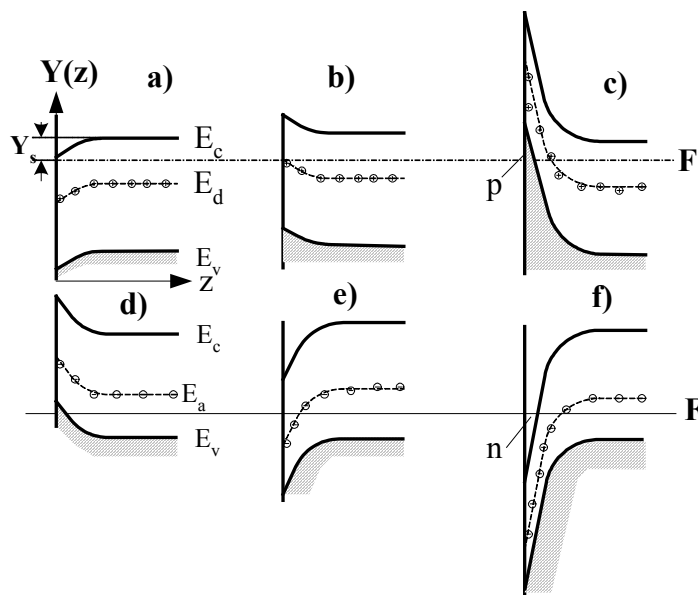


Рис.2.12. Схема зонної структури і ОПЗ: а) – збагачення, б) – збіднення та с) – інверсія у напівпровіднику n -типу, д) – збагачення, е) – збіднення та ф) – інверсія у напівпровіднику p -типу.

напівпровіднику n – типу збагачення або збіднення має місце, коли його зони викривлюються *вниз* ($Y_s > 0$) або *вверх* ($Y_s < 0$) відповідно. У напівпровіднику p – типу, коли має місце збагачення або збіднення, його зони викривлюються у протилежний бік по відношенню до напівпровідника n – типу. При збільшенні електричного поля, що збіднює носіями шар ОПЗ, вигин зон може стати таким великим, що дно зони провідності напівпровідника n -типу або стеля валентної зони напівпровідника p – типу перетне рівень Фермі (Рис.2.12.с та ф). В цьому разі сильно збіднений поверхневий шар ОПЗ може заповнитись неосновними носіями *інверсного знаку* електронами або дірками у напівпровідниках p – або n –типів відповідно. Таким чином, *інверсія в поверхневому шарі ОПЗ напівпровідника характеризується тим, що створена електричним полем потенціальна яма ОПЗ заповнюється неосновними носіями (носіями інверсного знаку) по відношенню до основних носіїв у його об'ємі*. Транспорт носіїв у таких потенціальних ямах використовується для фундаментальних досліджень розмірних ефектів (дивись підрозділ 2.10) та у різних напівпровідникових приладах (глава 3). Розглянемо окремі випадки збагачення, збіднення та інверсії для напівпровідників n -типу. Для напівпровідників p -типу у цьому розгляді потрібно змінити знак для Y_s .

1. Збагачення

Збагачення в напівпровіднику n -типу *відбувається при позитивних вигинах зон (до низу)*, тобто при $Y_s > 0$. В умовах сильного збагачення $e^Y \gg e^{Y_s} \gg 1$ функція (2.65) спрощується

$$F(Y(z, \lambda)) = -\sqrt{\frac{2}{\lambda}} e^{Y/2} \quad (2.67)$$

що на підставі (2.66) дає

$$z = \sqrt{2} L_D (e^{-Y/2} - e^{-Y_s/2}). \quad (2.68)$$

В цьому виразі

$$L_D = L_e \sqrt{n_i/n_0} = \sqrt{\varepsilon_s k_B T / 4\pi e^2 n_0} \quad (2.68a)$$

є довжиною екранування Дебая, у вираз якої, у порівнянні із L_e (2.63), замість власної концентрації n_i входить концентрація основних для обраного напівпровідника n -типу носіїв заряду (електронів) n_0 . Згідно з отриманим виразом, електростатичний потенціал в шарах збагачення швидко (експоненціально) зменшується із відстанню в глибину напівпровідника, так що основна частина заряду в ОПЗ зосереджена в тонкому шарі, що характеризується довжиною екранування L_D .

2. Збіднення

При збідненні в напівпровіднику n -типу відбувається вигин зон вверх. В його приповерхневій ОПЗ концентрації носіїв заряду (як основних, так і неосновних) малі в порівнянні із нерухомим зарядом іонізованих донорів та акцепторів. В зв'язку із цим зміна потенціалу із відстанню в глибину напівпровідника стає більш повільною, а товщина шару ОПЗ відносно великою. На підставі (2.65), враховуючи $\lambda \ll 1$ та $Y < 0$, отримуємо

$$F(Y(z), \lambda) = \sqrt{-2(Y + I)/\lambda} \quad (2.69)$$

Використовуючи це значення при умові $|Y| \gg 1$, після інтегрування (2.66) отримуємо параболічну залежність потенціалу від координати, яка має назву бар'єру Шотткі

$$-Y = -Y_s \left(1 - \frac{z}{W}\right)^2, \quad (2.70)$$

де W - товщина шару Шотткі рівна

$$W = L_D \sqrt{-2\lambda Y_s} = \sqrt{\frac{\varepsilon_s V(0)}{2\pi e n_0}} \quad (2.71)$$

3. Інверсія

При великому полі, тобто при дуже сильному збідненні, коли вигин зон такий великий, що, наприклад, у напівпровіднику p -типу стеля валентної зони перетне рівень Фермі, потенціальна яма ОПЗ може заповнюватися носіями інверсного знаку. Цей випадок називається інверсією заповнення ОПЗ. Для випадку напівпровідника p -типу носіями інверсного знаку є електрони. Для цього випадку інверсії вираз для функції $F(Y(z), \lambda)$ спрощується

$$F(Y(z), \lambda) = \sqrt{2\lambda} e^{-Y/2}, \quad (2.72)$$

і інтегрування (2.64) дає

$$z = \sqrt{2} L_D^p (e^{Y_s/2} - e^{Y/2}) \quad (2.73)$$

де L_D^p - довжина екранування, рівна

$$L_D^p = \sqrt{\frac{1}{\lambda}} L_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_s k_B T}{4\pi e^2 p_0}} \quad (2.74)$$

Вона для випадку інверсії визначається неосновними носіями заряду й вся ОПЗ складається із власно інверсійного шару та шару збіднення, що крокує за ним. Режим інверсії має місце при $-Y_s > -2 \ln \lambda$, а інверсійний шар є набагато тоншим за шар збіднення.

На Рис. 2.12 наведені залежності приповерхневого потенціалу від відстані в ОПЗ для розглянутих випадків збагачення, збіднення та інверсії.

2.86. Класичний розмірний ефект в екрануванні

Контактні напівпровідникові структури зниженої розмірності мають ряд специфічних властивостей, що обумовлені як самою структурою електромагнітного поля, так і особливостями екранування контактної області низьковимірним електронним газом. В таких структурах іонізовані донори та акцептори, а також вільні носії заряду, знаходяться в об'ємі напівпровідника, що являє собою, наприклад, плоско – паралельну напівнес

кінченну пластинку обмеженої (малої) товщини у випадку $2D$ – контакту, або напівнескінченний циліндр малого радіусу для $1D$ – контакту.

Кулонівське поле, що створюється точковими зарядами (іонізованими домішками, вільними носіями), завжди є тривимірним. Прийmemo для спрощення, що просторовий розподіл цих зарядів – джерел електромагнітного поля – в напівпровіднику є ізотропним. Тоді у випадку $3D$ –контакту, тобто коли напівпровідник займає напівпростір $z \geq 0$, потенціал всередині напівпровідника не залежить від координат x та y , тобто еквіпотенціальні поверхні – це площини паралельні площині $z = 0$, а силові лінії – це лінії, паралельні осі z . Відповідно до цього у випадку, що розглядається, рівняння Пуассона є *одновимірним*. При зниженні розмірності еквіпотенціали є поверхнями, що залежать і від інших координат. Так, у випадку $2D$ – контакту еквіпотенціали не залежать від y -ї координати, і рівняння Пуассона стає *двовимірним*. Електростатичне контактне поле при цьому в значній мірі зосереджене в навколишньому просторі, як це показано на Рис. 2.13 (дивись задачу 2.16). Відповідно до цього екранування контактного поля послаблюється, а область просторового заряду, що створюється, стає відносно більш протяж-

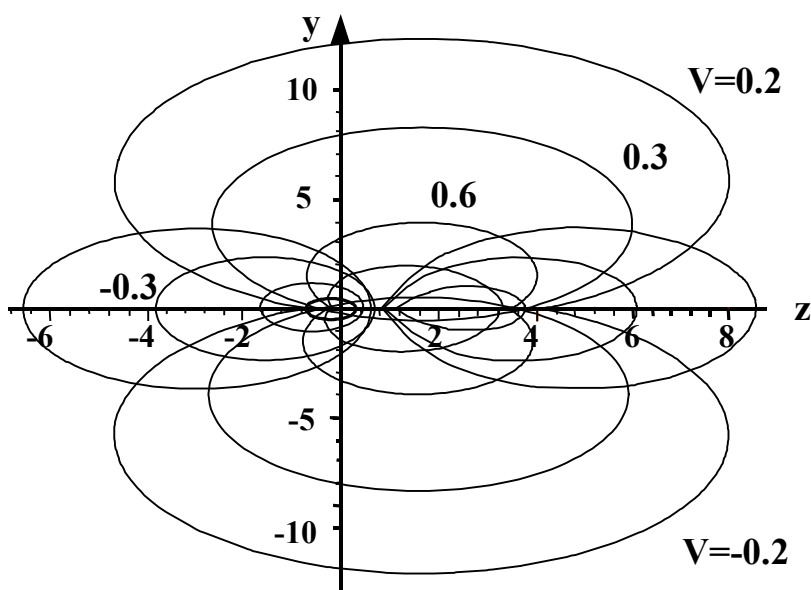


Рис.2.13. Еквіпотенціали $U=const$ та силові лінії $V=const$ для $2D$ -контактної структури; $\epsilon n_s=1$, $L=5$.

ною. В $1D$ випадку еквіпотенціальні поверхні залежать від усіх трьох координат, і відповідна електростатична задача стає *тривимірною*.

Класичний розмірний ефект в екрануванні, таким чином, полягає в якісній і кількісній зміні топології ОПЗ. Так, у випадку збіднення в системі із зниженою розмірністю границя області просторового заряду визначається не частиною площини $z = W$ (див. (2.71)), а поверхнею $W(x, y, z)$, на якій і електростатичний потенціал, і напруженість електричного поля мають нульові значення. Ця поверхня не є плоскою внаслідок крайових ефектів: на периферійних областях контактної площини S (формула (2.60)) зосереджується електричний заряд суттєво підвищеної густини, для нейтралізації якого збільшується довжина ОПЗ поблизу зовнішніх границь напівпровідника. Визначення форми поверхні $W(x, y, z)$ – досить складна задача. Однак оцінка величини класичного розмірного ефекту в екрануванні може бути виконана досить просто на підставі визначення мінімального значення довжини ОПЗ L_{\min}^{iD} , $i=1, 2, 3$. Цій величині, на підставі міркувань симетрії, відповідає геометричне місце точок на поверхні $W(x, y, z)$, що рівновіддалені від границь ОПЗ, а саме:

- у випадку $3D$ –контакту, коли область, яку займає напівпровідник, обмежена поверхнею $z = 0$, – це площина, яка визначається радіус-вектором $\vec{r}_{3D} = (x, y, L_{\min}^{3D})$;

- у випадку $2D$ -контакту, якщо область напівпровідника (пластинка товщиною a) обмежена поверхнями $z = 0$ та $y = \pm a/2$, – це лінія, яка визначається радіус-вектором $\vec{r}_{2D} = (0, y, L_{\min}^{2D})$;
- у випадку $1D$ -контакту, якщо область напівпровідника (циліндр радіусу a) обмежена поверхнями $z = 0$ та $x^2 + y^2 = a^2$, – це точка з координатами $(0, 0, L_{\min}^{1D})$;

Розглянемо для визначеності напівпровідник n -типу з концентрацією донорів n_0 при досить низьких температурах, коли можна знехтувати вільними носіями в ОПЗ (випадок збіднення). Процедура визначення величини L_{\min}^{1D} полягає в побудові загально-го розв'язку рівняння Пуассона

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{\varepsilon_s} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' + C_1 z + C_2, \quad (2.75)$$

$$\text{де } \rho(\vec{r}) = n_0 \theta(V) \theta(L - z) \begin{cases} 1 & \text{для } 3D \\ \theta(a/2 - |x|) & \text{для } 2D, \\ \theta(a - \sqrt{x^2 + y^2}) & \text{для } 1D \end{cases} \quad (2.75a)$$

а невизначені сталі C_1 та C_2 обираються із умов

$$V(0, 0, L) = 0 \text{ та } \nabla_z V(0, 0, z)|_L = 0. \quad (2.75б)$$

Відповідний розрахунок дає (див. Задачі 2.17 та 2.18):

- Для $3D$ - випадку $L_{\min}^{3D} = W = \sqrt{\frac{\varepsilon_s V(z=0)}{2\pi e n_0}}$; (2.76a)

- Для $2D$ - випадку L_{\min}^{2D} визначається із рівняння

$$W = \frac{a L_{\min}^{2D}}{\pi} \left[\frac{2 L_{\min}^{2D}}{a} \arctan\left(\frac{a}{L_{\min}^{2D}}\right) - \ln \frac{a^2}{a^2 + (L_{\min}^{2D})^2} \right]; \quad (2.77б)$$

- Для $1D$ - випадку L_{\min}^{1D} визначається із рівняння

$$W^2 = L_{\min}^{1D} \left(L_{\min}^{1D} + a - \sqrt{(L_{\min}^{1D})^2 + a^2} \right). \quad (2.77в)$$

Як видно, при зменшенні розміру a значення L_{\min}^{1D} та L_{\min}^{2D} необмежено зростають;

наприклад, при $a \ll W$ $L_{\min}^{1D} \approx \frac{W^2}{a}$.

Із формул (2.77б), (2.77в) можна визначити, при яких параметрах напівпровідникової структури суттєвим є урахування класичного розмірного ефекту в екрануванні.

Вважатимемо, наприклад, що цим ефектом можна знехтувати, коли $\frac{L_{\min}^{1D}}{W} \equiv \gamma \leq 1.5$. Тоді

для $1D$ - структури на підставі (2.77в) отримуємо $\frac{a}{W} = \frac{\gamma^2 - 2}{2\gamma(\gamma^2 - 1)} \Big|_{\gamma=1.5} = 0.93$; звідки при

$\varepsilon_s = 12$ та $V(0) = 1B$ можна визначити нижню границю для значення a :

при $n_0 = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ повинно бути $a > 0.11 \text{ мкм}$

при $n_0 = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ - $a > 0.033 \text{ мкм}$

при $n_0 = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ - $a > 0.01 \text{ мкм}$

2.8в. Довжини екранування в умовах розмірного квантування

В стані рівноваги, коли відсутній дифузійно-дрейфовий електричний струм крізь структуру, локальні значення концентрації електронів $n(z)$ та потенціалу $V(z)$ визначають зв'язок між коефіцієнтом дифузії електронів D_n та їх рухливістю μ_n (співвідношення Ейнштейна): із рівняння

$$\vec{j}_n = e\mu_n n(z)\vec{E} - eD_n \vec{\nabla}_z n(z) = 0$$

з урахуванням (2.58) витікає

$$\frac{D_n}{\mu_n} = nE / \left(\frac{dn}{dz} \right) = \frac{n}{e} \frac{dF(z)}{dn} \quad (2.78)$$

Диференціюючи рівняння (2.59) та використовуючи (2.78), отримуємо

$$\frac{d^2 \mathcal{E}}{dz^2} = \frac{1}{L_e^2} \mathcal{E}(z) \quad (2.79)$$

де, як видно, довжина екранування

$$L_e = \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{4\pi e n} \frac{D_n}{\mu_n}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{4\pi e^2} \frac{dF(z)}{dn}} \quad (2.80)$$

визначається швидкістю зміни електрохімічного потенціалу при зміні концентрації носіїв, що екранують електричне поле.

Наприклад, у випадку невинродженого електронного газу, коли $(E - F)/k_B T \gg 1$, із (2.57) та (2.78) неважко отримати (дивись задачу 2.11) класичний вираз для співвідношення Ейнштейна, що не залежить від розмірності системи:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k_B T}{q}, \quad \text{звідки} \quad L_e = L_D, \quad (2.81)$$

L_D - довжина екранування Дебая (2.68а).

В задачах 2.12 та 2.13 визначені значення D_n/μ_n (2.78) та L_e (2.80) для $3D$ -, $2D$ - та $1D$ -систем в загальному випадку функції розподілу Фермі та розмірного квантування. Показано, що для випадку виродженого газу, коли $F(z)/k_B T \gg 1$,

- Для $3D$ -систем

$$L_e^{3D} = L_D \sqrt{\frac{2}{3} \frac{F}{k_B T}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_s \pi \hbar^3}{4\sqrt{2} e^2 m^{3/2}}} F^{-1/4} \quad (2.82)$$

- Для $2D$ -систем (квантова яма)

$$L_e^{2D} = L_0^{2D} \left[\sum_{v=1} \left(1 + \exp \left\{ (E_n - F)/k_B T \right\} \right)^{-1} \right]^{-1/2} \rightarrow L_0^{2D} / \sqrt{v_0} \Big|_{T \rightarrow 0}, \quad (2.83)$$

де $L_0^{2D} = \sqrt{\frac{\varepsilon_s \hbar^2 d}{4e^2 m}}$, d - ширина квантової ями, а v_0 - номер підзони, що починає заповнюватись. З урахуванням виразу (2.44) для $g_{2D}(E)$

$$L_e^{2D} \rightarrow L_D \frac{1}{\sqrt{v_0}} \sqrt{\frac{n_{3D}}{g_{2D}(E) k_B T}} \quad (2.83a)$$

Аналіз цих виразів показує, L_e^{2D} стрибкоподібно змінюється тоді, коли рівень Фермі попадає у наступну $v_0 + 1$ розмірну підзону, бо при цьому стрибкоподібно змінюється густина станів. На рис. 2.14 наведені залежності L_e^{2D} від F та d для виродженого ($T=0$) та невинродженого ($T \neq 0$) станів.

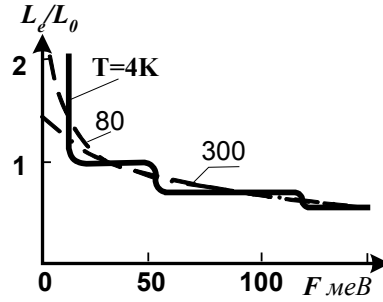


Рис.2.14. Залежність довжини екранування від положення рівня Фермі в зоні провідності плівки GaAs.

- Для 1D – систем (квантовий дріт)

$$L_e^{1D} = L_0^{1D} \left[\sum_{m,l=1} (F - E_{m,l})^{-1/2} \right]^{-1/2}, \quad (2.84)$$

де $L_0^{1D} = \left(\frac{\varepsilon_s \hbar d_1 d_2 k_B T}{4e^2} \right)^{1/2} \left(\frac{\pi}{2m} \right)^{1/4}$, $d_1 \cdot d_2$ – переріз квантового дроту. Як видно, при наближенні рівня Фермі F до дна кожної із енергетичних зон, тобто при $F \rightarrow E_{m_0, l_0}$,

$L_e^{1D} \propto \left(\frac{F - E_{m_0, l_0}}{k_B T} \right)^{1/4}$ і, таким чином, L_e^{1D} як функція F осцилює.

Таким чином, розмірне квантування змінює також й довжини екранування електричного поля.

2.9. РОЗМІРНА ЗАЛЕЖНІСТЬ ЧАСУ РЕЛАКСАЦІЇ НОСІЇВ

Позначимо через $\tau(p_x, p_y)$ час релаксації носіїв заряду з квазіімпульсами p_x, p_y , а через $w(p_x, p_y)$ густину ймовірності станів з цими імпульсами. Тоді у випадку статистичної незалежності актів розсіяння

$$\frac{1}{\tau} = \int \frac{1}{\tau(p_x, p_y)} w(p_x, p_y) dp_x dp_y \quad (2.85)$$

Враховуючи те, що $w(p_x, p_y)$ пропорційна густині станів $g_{2D}(d)$, можна в першому для 2D випадку наближенні записати

$$1/\tau \propto v_s(d) \propto 1/d \quad (2.86)$$

в межах однієї розмірної підзони. Коли заповнюються декілька підзон, то густина 2D станів стрибкоподібно змінюється, коли починає заповнюватись нова розмірна підзона (рис.2.15). Тому і час релаксації τ також повинен залежати від товщини так, як і густина станів. Крім того потрібно враховувати, що при релаксації носіїв відбуваються переходи не тільки в межах однієї розмірної підзони, але й між підзонами. В цьому разі при статистичній незалежності цих переходів має місце таке співвідношення

$$\tau_v^{-1} = \sum_{v'} \tau_{v'}^{-1}$$

Враховуючи все сказане, можна схематично зобразити типову залежність часу релаксації носіїв заряду і їх рухливості в залежності від товщин зразка, яка приведена на Рис.2.15.

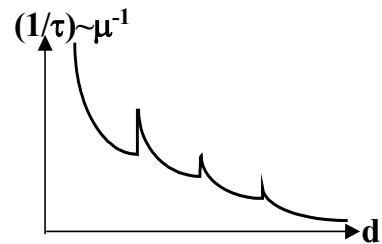


Рис.2.15. Залежність μ (d).

2.10. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ КРЕ

Розглянемо кілька прикладів експериментального дослідження КРЕ, а саме:

1. *періодичні зміни товщинної залежності питомого опору напівметалів,*
2. *особливості вольт-амперних характеристик тунельного струму сандвічів з дуже тонким одним із електродів,*
3. *спектр вбирання в інверсних каналах провідності напівпровідників та ін.*

1. Експериментально спостерігались *періодичні зміни питомого опору тонких шарів напівметалів Sb та Bi* в залежності від їх товщини при незмінності їх структури при зміні d . Ця залежність схематично зображена на рис.2.16. Період $\Delta d = \pi\hbar/\sqrt{2mF}$ (див. (2.46а)) дав можливість оцінити досить вірогідні значення енергії Фермі (F) для цих металів. Згодом були виконані досліді із дуже тонкими металевими дротами.

2. Спостерігались *особливості вольт-амперних характеристик тунельного струму* для сандвіча, котрий, наприклад, складається із тонкого окисленого шару Bi товщиною d , покритого плівкою Pb, як це показано на рис. 2.17.а. Товщина окисдної плівки δ була настільки малою, що крізь неї відбувалась тунельна

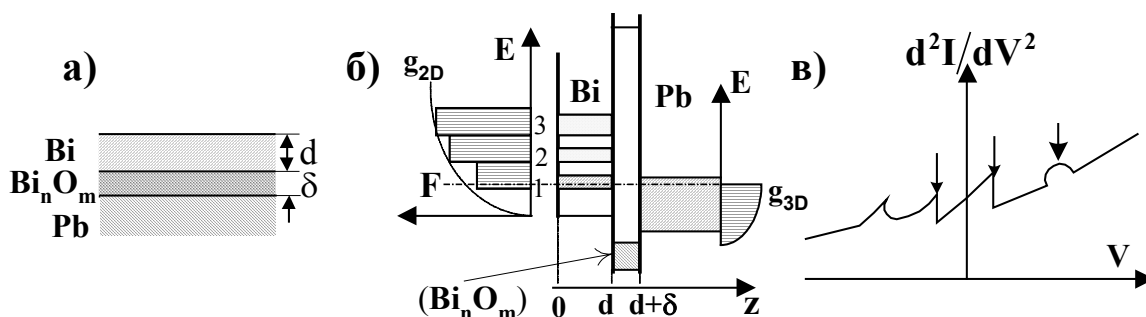


Рис.2.17. Bi-Pb сандвіч а), б) - його енергетична діаграма та в) - вольт-амперні характеристики його тунельного струму $I(V)$ (залежність $d^2I/dV^2 = F(V)$).

емісія із Bi в Pb при помірних напругах на сандвічі. Товщина вісмутової плівки вибиралась меншою за довжину хвилі де-Бройля. Енергетичний спектр носіїв у вісмутівій плівці розбивається на розмірні підзони, як це зображено на схематичному Рис.2.16.б. Тунельний струм в сандвічі прямо пропорційний густинам зайнятих станів в металевому електроді, з якого відбувається тунелювання, та незайнятих станів в металевому електроді, в який йде тунельний струм. Напруга V на електродах зсуває рівень Фермі в одному металі по відношенню до іншого, так що $F_{Bi} - F_{Pb} = eV$. Тому при деяких напругах густина зайнятих станів, наприклад, в 1-й підзоні вісмуту стане на одному рівні з рівнем незайнятих станів в свинцевому електроді, тобто перша розмірна підзона Bi стане вище рівня Фермі Pb. За таких умов тунельний струм зростає і на вольт-амперній кривій з'явиться особливість (Рис.2.16.с). Такі самі особливості виникають й тоді, коли створюються сприятливі умови для тунелювання з інших підзон. Характерні особливості вольт-амперних кривих тунельного струму в сандвічах з одним або обома тонкими ме

талевими електродами, в яких можуть мати місце квантові розмірні ефекти, дійсно спостерігаються експериментально.

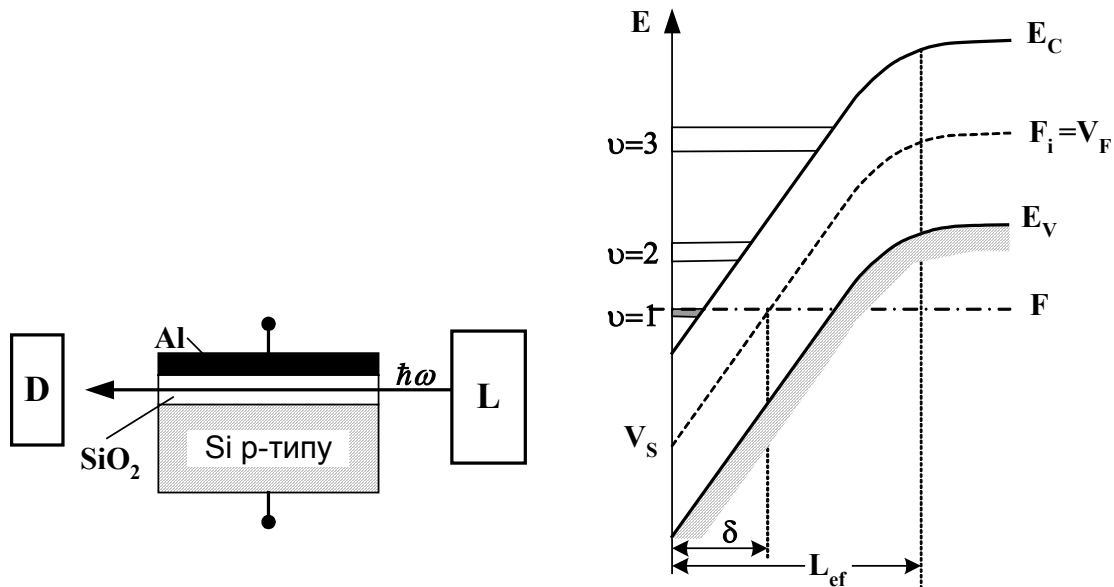


Рис.2.17. Вбирання світла в інверсному шарі в Si: а) схема досліду, де L - джерело світла, D - детектор, б) енергетична діаграма вигину зон в n-Si електричним полем.

3. Поява розмірних підзон за умов існування КРЕ експериментально спостерігається в спектрах вбирання світла в інверсних каналах провідності напівпровідників. Досліджувався сандвіч схематично зображений на Рис.2.17.а. Він складався із Si пластинки *p*-типу з тонким шаром SiO₂, покритим плівкою Al. Між його Al електродом та Si прикладалась така напруга, щоб поле цієї напруги притягувало до Al електроду електрони. Біля цього електроду утворювався шар просторового заряду, поле якого вигинає зони ($dV/dx \neq 0$), як показано на схематичному Рис.2.17.б. Розглянемо великий вигин зон, коли рівень хімічного потенціалу F перетинає $V(x)$. В цьому випадку утворюється інверсний приповерхневий шар просторового заряду, із якого електричне поле $-\vec{\nabla}V = \vec{E}$ виводить дірки і накопичує електрони. Таким чином, в приповерхневому шарі товщиною δ ($V(\delta) = F$) відбувається інверсія знаку носіїв заряду. В інверсному шарі носіями замість позитивно заряджених дірок стають електрони із від'ємним зарядом. Запишемо для цього випадку вираз, котрий зв'яже густину поверхневого заряду N_s з об'ємною концентрацією акцепторів N_a^- , котрі захопили електрони, та поверхневою концентрацією інверсних електронів N_{inv}

$$eN_s = e(N_a L_{ef} + N_{inv})$$

де L_{ef} - лінійний розмір шару просторового заряду. Товщина інверсного шару δ менша за протяжність області просторового заряду $L_{ef} > \delta$ і за порядком величини менша за 100\AA .

При великих полях $\mathcal{E}_s = -\nabla V|_{x=0}$ вигин зон в області інверсного заряду утворює потенціальну яму, яку можна апроксимувати трикутною потенціальною ямою з шириною δ (рис.2.18), яка заповнюється електронами. Коли $\delta < \lambda_D$, енергетичний спектр носіїв заряду в ямі розбивається на розмірні підзони, енергії яких залежать від квантового числа ν . Енергетичний спектр носіїв заряду в трикутній потенціальній ямі визначається формулою (2.29)

$$E_\nu = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y} + \frac{1}{(2m_z)^{1/3}} \left[\frac{3}{2} e p \hbar \mathcal{E}_s \left(\nu - \frac{1}{4} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \quad (2.87)$$

При низьких температурах заселеними будуть лише 1-а або 1-ша та 2-га розмірні підзони. Нехай світловий промінь певної довжини хвилі розповсюджується в інверсному шарі. Його вбирання буде зростати тоді, коли енергія квантів світла $\hbar\omega$ зможе збуджувати

електрони, переводячи їх із однієї розмірної підзони в іншу підзону, тобто при умові:

$$\hbar\omega = E_{v=1} - E_{v=0} = \frac{1}{(2m_v)^{1/3}} \left(\frac{3}{2} e\pi\hbar E_s \right)^{2/3} \left[\left(2 - \frac{1}{4} \right)^{2/3} - \left(1 - \frac{1}{4} \right)^{2/3} \right] \quad (2.88)$$

Із формули (2.84) видно, що частота, при якій збільшується поглинання світла прямо пропорційна $\omega \sim E_s^{2/3}$. Оскільки $L_{ef} \sim (V_s)^{1/2} (\sqrt{\epsilon_s V_s / 4\pi e N_s})$, то $\omega \sim E_s^{2/3} \sim (V_s / L_{ef})^{2/3} \sim (V_s)^{1/3}$, що дійсно спостерігається експериментально. Оптичні особливості *1D* та *2D* каналів провідності неодноразово досліджувалися й знайшли застосування в оптоелектроніці (глава 10), зокрема, при розробці та виготовленні ефективних інжекційних лазерів (посилка [10] глава 10).

4 Зміна провідності в приповерхневому шарі напівпровідника під дією приповерхневого заряду eN_s або зовнішнього електричного поля добре відоме явище. Воно називається *ефектом поля* і знайшло широке практичне застосування при створенні уніполярних польових транзисторів. В інверсійних каналах провідності таких транзисторів при великих полях E_s виникає квантовий розмірний ефект. Він суттєво змінює умови роботи транзисторів і повинен враховуватись при конструюванні та експлуатації таких приладів. Тому в подальших параграфах наступного розділу ми розглянемо вплив КРЕ на роботу уніполярних транзисторів - базових напівпровідникових приладів твердотільної мікроелектроніки. Коли в інверсних *2D* каналах провідності, заповнених двовимірним електронним газом, створюють звуження, то утворюється *1D* канал, в якому спостерігається квантова провідність, котра не залежить від розмірів системи й визначається фундаментальними сталими $G_0 = e^2/h$ (глава 7).

5. У *2D* каналах провідності, що знаходилися у магнітному полі, були відкриті два нових фундаментальних квантоворозмірних явища: цілочисельний та дробовий квантові ефекти Холла (глава 8).

2.11. ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ

Рух рівноважних носіїв є одним із фундаментальних явищ, дослідження якого дозволяє вивчати складні процеси транспорту (переносу) носіїв заряду у твердих тілах й отримувати корисну інформацію про їх електронну будову. Воно також знайшло широке практичне використання у електроніці та мікроелектроніці для створення елементів та мікросхем.

Елементарна модель Друде-Лоренца досить вдало трактує експериментальні дані транспортних властивостей. Її основні формули (2.7) та (2.8) збігаються із більш складними формулами одночастинкових моделей, в яких використовується вплив зовнішніх сил на деяку середню квазічастинку всього ансамблю. Аналіз цієї моделі передбачив існування розмірних ефектів, коли розміри зразка стають сумірними із довжиною вільного пробігу й не можна знехтувати розсіянням носіїв на його поверхні. Більш складні явища спостерігаються, коли розміри зразка стають сумірними із довжиною хвилі де Бройля й починає грати значну роль квантовий розмірний ефект. В цьому випадку для пояснення таких явищ не можна обмежитися лише введенням ефективної довжини вільного пробігу носіїв, тому що відбуваються різкі зміни багатьох фізичних параметрів, що керують транспортом носіїв. Суттєво змінюються їх енергетичний спектр, густина станів, концентрація, глибина екранування та ймовірність розсіяння (ефективний час релаксації).

Нові транспортні властивості рівноважних носіїв у системах зниженої розмірності (*2D* та *1D* системах) досить чітко виявляються у спеціальних експериментах та знайшли застосування при розробці нового покоління *приладів наноелектроніки та одноелектроніки* (глави 6, 7, 8). Крім того, була відкрита нова фундаментальна властивість, яка полягає у тому, що *1D* система має квантові властивості провідності. Її провідність є незалежною від розміру та матеріалу системи і визначається фундаментальними сталими -

квантом провідності $G_0 = e^2/h$. Крім того були відкриті два нових фундаментальних квантових розмірних явища у магнітному полі: цілочисельний та дробовий квантовий ефекти Холла (глава 8). Особливого значення всі ці нові властивості транспорту рівноважних носіїв знайшли при дослідженнях та використанні каналів провідності, приповерхневих, на гетеропереходах та в об'ємі напівпровідників із локальною нерівномірністю розподілу потенціалів. Ці явища в каналах провідності розглядаються в наступних главах.

2.12. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

2.1. Дайте визначення кінетичних явищ. Яке значення має транспортний час релаксації для опису цих явищ?

2.2 Проаналізуйте причини, котрі не дають змоги спостерігати класичний розмірний ефект в тонких шарах напівпровідників.

2.3. Дайте визначення квантового розмірного ефекту і вкажіть необхідні умови його спостереження.

2.4. Для яких розмірних підзон більш просто виконати умови, необхідні для експериментального прояву квантового розмірного ефекту в тонких шарах напівпровідників?

2.5. Для випадку трикутної потенціальної ями в приповерхневому шарі напівпровідника з ефективною масою носіїв струму $m/m_0=1$ оцінити напруженість електричного поля \mathcal{E}_s , при якій починається прояв квантового розмірного ефекту.

Відповідь: скориставшись (2.30), маємо $\mathcal{E}_s > 10^4 \text{ В/см}$.

2.6. Знайти енергетичний спектр власних станів в приповерхневому шарі, що утворюється вигином зон в електричному полі напруженістю $\mathcal{E}=10^4 \text{ В/см}$, та відстань між двома найнижчими енергетичними рівнями.

Задача 2.6. Потенціальна енергія $U(z)$ у приповерхневому шарі в першому наближенні має вигляд

$$U(z) = \begin{cases} e\mathcal{E}z; & \text{при } z > 0; \\ \infty; & \text{при } z < 0; \end{cases}$$

$E/e\mathcal{E}$. Згідно із правилом квантування Бора - Зоммерфельда (2.27), енергетичний спектр визначається із умови. Задача одновимірна, бо рух електронів вздовж осей x та y довільний. Площина $z=0$ відбиває електрони. Класично дозволена траєкторія руху електронів із повною енергією E розташована на відрізку $0 \leq z \leq z_0$, де z_0 визначається із умови $U(z_0) = E$ або $z_0 =$

$$\oint_c \frac{dz}{\lambda(z)} = 2 \int_0^{z_0} \frac{\sqrt{2m(E - e\mathcal{E}z)}}{2\pi\hbar} dz = \frac{2\sqrt{2m}}{3\pi\hbar e\mathcal{E}} E^{3/2} = \nu + \frac{1}{2}$$

$$\text{звідки } E_\nu = \left(\frac{\hbar^2 e^2 \mathcal{E}^2}{2m} \right)^{1/3} \left[\frac{3\pi}{2} \left(\nu + \frac{1}{2} \right) \right]^{2/3} \text{ та } \Delta E_{\nu+1, \nu} = \left(\frac{\hbar^2 e^2 \mathcal{E}^2}{2m} \right)^{1/3} \left(\frac{3\pi}{2} \right)^{2/3} \left[\left(\nu + \frac{3}{2} \right)^{2/3} - \left(\nu + \frac{1}{2} \right)^{2/3} \right] \text{ Для } m$$

$$= 0,1m_0 \quad \Delta E_{1,0} = 0,2 \text{ eВ}; \quad \Delta E_{2,1} = 0,46 \text{ eВ}.$$

Зауважимо, що більш строгий розгляд задачі може бути виконаний на основі розв'язку одновимірного рівняння Шредінгера

$$\frac{d^2\Psi}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - e\mathcal{E}z) \Psi = 0 \quad \text{або} \quad \psi''(\xi) - \xi \psi(\xi) = 0, \quad \text{де } \xi = \left(z - \frac{E}{e\mathcal{E}} \right) \left(\frac{2me\mathcal{E}}{\hbar^2} \right)^{1/3}$$

з граничними умовами $\psi(0) = \psi(+\infty) = 0$. Воно дає значення для E_ν , які відрізняються від наведених вище множником $(\nu+3/4)^{2/3}$ замість $(\nu+1/2)^{2/3}$.

2.7. При яких довжинах хвиль поглинання світла відбувається за участю розмірних підзон в напівпровіднику, що знаходиться в електричному полі з напруженістю $\mathcal{E} = 10^4 \text{ В/см}$?

Задача 2.7. Користуючись розглядом попередньої задачі, можна знайти $\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_1 - E_0} \cong 5,6 \text{ мкм}$

2.8. Знайти густину електронного заряду в приповерхневому інверсійному шарі напівпровідника, в якому існує електричне поле просторового заряду, що викликається поверхневим зарядом $eN_s = 2 \cdot 10^{-8} \text{ кул} \cdot \text{см}^{-2}$. Ефективна маса носіїв струму $m/m_0 = 0,1$, діелектрична стала $\epsilon_s = 10$.

Задача 2.8. Поверхневий заряд створює електричне поле напруженістю $E_s = 4\pi eN_s/\epsilon$. Воно створює вигин зон, котрий в першому наближенні будемо розглядати, як трикутний потенціальний бар'єр (рис.2.18). При значних E_s ширина бар'єру стає настільки малою, що в межах інверсного шару густина станів є двовимірною, для якої згідно (2.44) вона рівна $g_{2D} = m/\pi\hbar^2 d(E)$. В цьому виразі ширина бар'єру $d(E)$ залежить від енергії E , яка визначається із умови $eE_s d = E$. В межах першої розмірної підзони на підставі (2.37) густина електронного заряду дорівнює:

$$n_1 = \int_{E_{v=0}}^{E_{v=1}} g_s dE = \frac{m\epsilon E_s}{\pi \cdot \hbar^2} \int_{E_{v=0}}^{E_{v=1}} \frac{dE}{E} = \frac{m\epsilon E_s}{\pi \cdot \hbar^2} \ln \frac{E_{v=1}}{E_{v=0}} = 3,6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}.$$

Тут використані значення E_0 та E_1 із задачі 2.6.

2.9. Знайти концентрацію рівноважних носіїв струму з ефективними масами m_e і m_p у власному двовимірному напівпровіднику товщиною d і шириною забороненої зони E_g .

Задача 2.9. З урахуванням того, що густина станів в двовимірному випадку, котрий має тут розглядатись, обернено пропорційна товщині платівки, запишемо концентрацію електронів і дірок в стані теплової рівноваги

$$n = \int_{E_c}^{\infty} g_{n2D} e^{-E/F/k_B T} dE = \frac{m_n}{\pi \hbar^2 d} k_B T e^{-E_c - F/k_B T}; \quad p = \int_{-\infty}^{E_v} g_{p2D} e^{E - F/k_B T} dE = \frac{m_p}{\pi \hbar^2 d} k_B T e^{E_v - F/k_B T}$$

Із умови електронейтральності $n = p$ знайдемо F і підставимо в формулу для n

$$n = \frac{(m_n m_p)^{1/2}}{\pi \hbar^2 d} k_B T \exp \left\{ -\frac{E_g}{2k_B T} \right\}$$

2.10. Використовуючи наведений в розділі 2.8а результати, знайти та проаналізувати величини поверхневого електричного поля $E(x=0) = E_s$ та поверхневого заряду Q_s в приповерхневій області напівпровідника р-типу, створені поверхневим потенціалом ϕ_s .

Задача 2.10. За допомогою формули (2.65) для напруженості поля на поверхні $x=0$, $E_s(Y_s) = \text{sign}(Y_s) \cdot (\sqrt{2}k_B T / eL_D) F^{1/2}(Y_s)$; тоді поверхневий заряд, котрий індукує це поле, рівний

$Q_s = -\epsilon_s E_s / 4\pi$. Для напівпровідника р-типу $n_0 \ll p_0 \cong N_a$. При $Y_s > 0$, $Q_s > 0$, тобто біля поверхні накопичуються дірки. За цих умов в виразі для $F(Y_s)$ домінує перший член і тому $Q_s \approx \exp \{ e|Y_s|/k_B T \}$.

Станові плоских зон відповідає потенціал $V_s = Y_s (k_B T / e) = 0$ $\phi_s = 0$ і $Q_s = 0$. В режимі збіднення $0 < Y_s < V_p$ і $Q_s < 0$ в виразі для $F(Y_s)$ домінує другий член і тому $E_s = 2V_s / L$, де $L = (\epsilon_s Y_s / 2\pi e p_0)^{1/2}$ є товщиною збідненого шару. Тому $Q_s \propto \sqrt{Y_s}$.

В режимі сильної інверсії $V_s \gg V_p$, тому у виразі для $F(Y_s)$ домінує четвертий член і $Q_s \approx -\exp \{ -eV_s / k_B T \}$. Стан сильної інверсія починається тоді, коли $Y_s^{inv} \cong 2V_p = (2k_B T / e) \ln(N_a / n_i)$, тобто коли поверхнева концентрація неосновних носіїв (електронів) стає рівною p_0 .

$$eV_s = k_B T \ln \left(\frac{4\pi e^2}{\epsilon_s k_B T} \cdot \frac{N^2}{n_i} \right) = 0,32 \text{ eV}$$

2.11. Визначити довжину екранування для 3D-структури на основі напівпровідника n – типу.

Задача 2.11. В 3D-випадку рівноважна концентрація електронів, що задається (2.57), з урахуванням виразу (2.41а) для густини станів

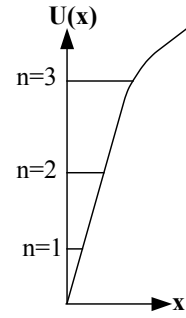


Рис.2.18.

$$g_{3D}(E) = \frac{\sqrt{2}m^{*3/2}}{\pi^2\hbar^3} \sqrt{E}, \text{ має вигляд } n_{3D} = N_c F_{1/2}\left(\frac{F}{k_B T}\right), \text{ де } N_{c,v} = 2 \left(\frac{m_{c,v}^* k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \text{ (див. (2.61)), а}$$

$$F_\nu(x) = \frac{1}{\Gamma(\nu+1)} \int_0^\infty \frac{t^\nu dt}{1+e^{-t-x}} - \text{ так званий інтеграл Фермі, } \Gamma(\nu+1) = \int_0^\infty e^{-t} t^\nu dt - \text{ гамма-функція (інтеграл Ейлера } \Gamma^0 \text{ роду).}$$

Відзначимо деякі особливості інтегралу Фермі $F_\nu(x)$:

- При $e^{-x} \gg 1$, тобто $x < -4$, $F_\nu(x) \approx \frac{1}{\Gamma(\nu+1)} e^x \Gamma(\nu+1) = e^x$;
- При $e^x \gg 1$ $F_\nu(x) \approx \frac{1}{\Gamma(\nu+1)} \int_0^x t^\nu dt = \frac{x^{\nu+1}}{\Gamma(\nu+2)}$;
- При довільних значеннях x

$$\frac{\partial F_\nu(x)}{\partial x} = F_{\nu-1}(x).$$

Таким чином, на підставі цих виразів маємо

$$\frac{dn_{3D}}{dF} = \frac{N_c}{k_B T} F_{-1/2}\left(\frac{F}{k_B T}\right), \text{ звідки } \left. \frac{D_n}{\mu_n} \right|_{3D} = \frac{F_{1/2}(F/k_B T)}{F_{-1/2}(F/k_B T)} \cdot \frac{k_B T}{q} \text{ та, згідно із (2.76),}$$

$$L_e^{3D} = \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{4\pi e^2} \cdot \frac{k_B T}{N_c F_{-1/2}(F/k_B T)}}.$$

Для випадку невинродженого електронного газу, коли $-(F/k_B T) \gg 1$, маємо

$F_{1/2}(F/k_B T)/F_{-1/2}(F/k_B T) \rightarrow 1$ і, таким чином, $L_e^{3D} = L_D$. Для винродженого ж електронного газу, коли $F/k_B T \gg 1$, на підставі відзначених властивостей інтегралу Фермі,

$$\frac{F_{1/2}(F/k_B T)}{F_{-1/2}(F/k_B T)} \gg \frac{2}{3} \frac{F}{k_B T}, \text{ звідки } L_e^{3D} \approx L_D \sqrt{\frac{2}{3} \frac{F}{k_B T}}$$

2.12. Визначити довжину екранування для 2D-структури на основі напівпровідника n – типу.

Задача 2.12. Аналогічно попередній задачі, використовуючи для густини станів вираз (2.43)

$$g_{2D}(E) = \frac{m^*}{p\hbar^2 d} \sum_n q(E - E_n), \text{ де } d - \text{ ширина квантової ями. Для концентрації електронів отримуємо}$$

$$n_{2D} = N_c^{2D} \sum_n \ln[1 + \exp(\xi)], \text{ де } \xi = (E - E_F)/k_B T, \text{ а } N_c^{2D} = \frac{m k_B T}{\pi \hbar^2 d}. \text{ На цій підставі}$$

$$\left. \frac{D_n}{\mu_n} \right|_{2D} = \frac{k_B T}{q} \frac{\sum_n \ln[1 + \exp(\xi)]}{\sum_n ([1 + \exp(\xi)])^{-1}} \text{ та } L_e^{2D} = L_0 \frac{1}{\sqrt{\sum_n ([1 + \exp(\xi)])^{-1}}}, \text{ де } L_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_s \hbar^2 d}{4e^2 m}}.$$

Для невинродженого електронного газу $((F - E_n)/k_B T) \gg 1$, тому $\left. \frac{D_n}{\mu_n} \right|_{2D} = \frac{k_B T}{e}$, що дає $L_e^{2D} = L_D$.

Для випадку винродженого електронного газу та при $T \rightarrow 0$ функція $(1 + \exp\{(E_n - F)/k_B T\})^{-1}$ веде себе як функція Хевісайда $\theta(F - E_n)$. На цій підставі у випадку, що розглядається, отримуємо

$$L_e^{2D} = L_0 / \sqrt{n_0}, \text{ де } n_0 - 1 - \text{ кількість заповнених (повністю) зон.}$$

2.13. Як і в задачах 2.11, 2.12 визначити довжину екранування для 1D-структури на основі напівпровідника n – типу (квантовий дріт).

Задача 2.13. Нехай переріз проволочки являє собою прямокутник із сторонами d_1 та d_2 . Використовуючи для густини станів (2.44),

$$g_{1D} = \frac{\sqrt{2m}}{\pi \hbar d_1 d_2} \sum_m \sum_n \frac{q(E - E_{nm})}{\sqrt{E - E_{nm}}}, \quad n, m = 1, 2, \dots$$

для концентрації електронів можна отримати

$$n_{1D} = N_c^{1D} \sum_{nm} F_{-1/2} \left(\frac{F - E_{nm}}{k_B T} \right), \quad \text{де} \quad N_c^{1D} = \frac{\sqrt{2m^* k_B T}}{\pi \hbar d_1 d_2}$$

Для узагальненого співвідношення Ейнштейна тоді

$$\frac{D_n}{\mu_n} \Big|_{1D} = \frac{k_B T}{e} \frac{\sum_{nm} F_{-1/2} \left(\frac{F - E_{nm}}{k_B T} \right)}{\sum_{nm} F_{-3/2} \left(\frac{F - E_{nm}}{k_B T} \right)}, \quad \text{а для довжини екранування} -$$

$$L_e^{1D} = \sqrt{\frac{\epsilon_s}{4\pi e^2}} \sqrt{\frac{k_B T}{N_c^{1D} \sum_{nm} F_{-1/2} \left(\frac{F - E_{nm}}{k_B T} \right)}}.$$

У випадку неvirодженого електронного газу, коли $(E_{11} - F)/k_B T \gg 1$ (при цьому і всі $(E_n - F)/k_B T \gg 1$) $D_n/\mu_n|_{1D} = k_B T/q$ та $L_e^{1D} = L_D$. В протилежному випадку сильного виродження та низьких T , коли $(F - E_{n_0 m_0})/k_B T \gg 1$, обчислення дає

$$\frac{D_n}{\mu_n} \Big|_{1D} = \frac{k_B T}{e} \frac{\sum_{nm} \sqrt{F - E_{nm}}}{1/2 \sum_{nm} (F - E_{nm})^{-1/2}} \quad \text{та} \quad L_e^{1D} = \sqrt{\frac{\epsilon_s}{4\pi e^2}} \sqrt{\frac{k_B T \sqrt{\pi}}{N_c^{1D} \sqrt{\sum_{nm} (F - E_{nm})^{-1/2}}}}.$$

В останніх двох виразах підсумовування по n, m обмежується значеннями n_0 та m_0 такими, що $E_{n_0 m_0} < F$.

2.14. Знайти зміну роботи виходу електронів, якщо на поверхні напівпровідника адсорбовані молекули з дипольним моментом $3 \cdot 10^{-28} \text{ Кл} \cdot \text{м}$ і поверхневою густиною $N_s = 10^{12} \text{ см}^{-2}$. В чому причина досить малої зміни роботи виходу?

Задача 2.14. Зміна роботи виходу $\Delta \epsilon \phi$ визначається стрибком потенціалу на подвійному шарі адсорбованих молекул, котрі утворюють дипольний шар з "плечем" d . Тоді $\Delta \epsilon \phi = \Delta \epsilon \phi = -4\pi e^2 N_s d = -3,4 \cdot 10^{-3} \text{ eB}$. Значно менші зміни роботи виходу утримуються тоді, коли просторовий заряд, що має більше "плече" ефективного диполя d , відповідає за зменшення роботи виходу.

2.15. Чи залежить положення особливостей спектру поглинання світла в інверсному шарі МОН-структури від властивостей оксидного шару і концентрації домішок в ньому?

Задача 2.15. В задачі 2.6 було показано, що відстань між розмірними підзонами залежить від напруженості електричного поля біля границі розділу напівпровідник-діелектрик. Зокрема для трикутного поверхневого потенціального бар'єра було показано, що ці відстані прямо пропорційні $E_s^{3/2}$. Кванти світла поглинаються, коли їх енергія стає достатньою для збудження електронів із розмірної підзони з квантовим числом ν в підзону з квантовим числом $\nu + 1$. Напруженість електричного поля біля поверхні напівпровідника дорівнює $E_{Si} = \frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_{Si}} E_{SiO_2} = \frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_{Si}} \cdot \frac{V_{ox}}{d_{ox}}$. Напряга на оксидному шарі (на шарі діелектрика) залежить від прикладених напруг контактної різниці потенціалів, розподілу зарядів в оксиді кремнію і на його поверхні

$$V_{ox} = V_G - 2 \frac{k_B T}{e} \lg \frac{N_a}{n_i} - (\phi_{Al} - \phi_{Si}) - \frac{Q_f}{C_{ox}} - \frac{1}{C_{ox}} \int_0^{d_{ox}} \rho(x) dx$$

де N_a - концентрація акцепторів, n_i - власна концентрація вільних носіїв (для Si при $T = 300\text{K}$ $n_i = 2,6 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$), $\phi_{Al, Si}$ - роботи виходу метала і напівпровідника, Q_f - густина поверхневого заряду діелектрика, ρ - густина об'ємного заряду діелектрика, C_{ox} - ємність одиниці поверхні МОН-структури, d_{ox} - ширина діелектрика.

2.16. Математична модель $2D$ - контактної структури в наближенні повного збіднення ($T=0$) задається рівнянням Пуассона (2.59) із густиною заряду $\rho(\vec{r}) = en_s \delta(y) \theta(z) [L \delta(z) - \theta(L - z)]$. Визначити для цієї моделі форму еквіпотенціальних поверхней та трубок силових ліній.

Задача 2.16. Оскільки густини заряду в даному випадку не залежить від координати x , форма і еквіпотенціальних поверхней, і трубок силових ліній також не залежать від x . В цьому випадку – випадку функцій двох змінних – зручно використати метод функцій комплексної змінної.

Запровадимо комплексну координату $\zeta = z + iy$. Як відомо, лінійний заряд q із координатами $y = 0, z = 0$ створює комплексний потенціал $w(\zeta) = -2q \ln(\zeta)$, дійсна частина якого задає електростатичний потенціал $v(y, z)$, а уявна частина – силову функцію $u(y, z)$. На цій підставі повний комплексний потенціал для обраної моделі джерела електростатичного поля є

$$W(z + iy) = \int_0^L w(\zeta - z') dz' = 2en_s [L + (x + iy - L) \ln(x + iy - L) - (x + iy) \ln(x + iy)]$$

Звідси визначаються рівняння еквіпотенціалів $y(z)|_{V=\text{Re}(W)=C}$ та силових ліній $y(z)|_{U=\text{Im}(W)=C}$, зображені на Рис.

2.13 для обраних значень $en_s = 1$ та $L=5$.

2.17. Визначити нижню границю товщини ОПЗ L_{\min}^{1D} для контакту метал – $1D$ -напівпровідника n -типу при низьких температурах при урахуванні класичного розмірного ефекту.

Задача 2.17. Прийmemo модель:

- В площині (x, y) розташований металевий диск радіусу a з центром в точці $z = 0$ і зарядом Q ;
- Вздовж вісі z розташований однорідно заряджений циліндричний напівпровідник радіусу $\rho = a$ із $\varepsilon_s = 1$ та густиною заряду $n = n_0 \theta(a - r) \theta(V)$, де V – електростатичний потенціал в напівпровіднику;

- Прийmemo модель ОПЗ: при

$$z = L \text{ та } \rho = 0 \quad V(0, L) = 0, \quad \nabla_z V|_{0, L} = 0, \quad (1)$$

де L – товщина ОПЗ.

Заряджений циліндр створює потенціал $V_c = n_0 \iint_S dx' dy' \int_0^L \frac{dz'}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}}$ (2), де S – площа

перерізу циліндру. Покладемо $x = y = 0$ та перейдемо від інтегрування по x', y'

до інтегрування по $\rho, \theta, 0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \theta \leq 2\pi, \rho^2 = x'^2 + y'^2$. Це дає

$$V_c = \pi n_0 \left\{ (L - z) \sqrt{(L - z)^2 + a^2} + z \sqrt{z^2 + a^2} - (L - z)^2 - z^2 + a^2 \ln \frac{z + \sqrt{z^2 + a^2}}{z - L + \sqrt{(L - z)^2 + a^2}} \right\} \quad (3)$$

та при $z = L$ $V_c(L) = \pi n_0 \left\{ L \sqrt{L^2 + a^2} - L^2 + a^2 \ln \frac{L + \sqrt{L^2 + a^2}}{a} \right\}$ (4). Для цих же значень $x = y = 0$ обчислення

напруженості електричного поля на границі ОПЗ дає $\nabla_z V_c|_{0, L} = -2\pi n_0 \left\{ L + a - \sqrt{L^2 + a^2} \right\}$ (5). Загальний

розв'язок рівняння Пуассона в області $z > 0$ має вигляд $V(\rho, z) = V_c + C_1 z + C_2$. (6)

На підставі (3), (5) та використовуючи граничні умови (1), можна обчислити коефіцієнти C_1 та C_2 , що дає

$$V = \pi n_0 \left\{ (L - z) \sqrt{(L - z)^2 + a^2} + z \sqrt{z^2 + a^2} - (L - 2z) \sqrt{L^2 + a^2} - 2(L - z)(L - z + a) + \right. \\ \left. a^2 \ln \left(\frac{z + \sqrt{z^2 + a^2}}{z - L + \sqrt{(L - z)^2 + a^2}} \cdot \frac{a}{L + \sqrt{L^2 + a^2}} \right) \right\} \quad (7)$$

При $z = 0$ з цієї формули отримуємо $V(0) = \frac{\pi Q}{2a} = -2\pi n_0 L(L + a - \sqrt{L^2 + a^2})$, що призводить до результату (2.77в).

2.18. Визначити нижню границю товщини ОПЗ L_{\min}^{2D} для контакту метал – $2D$ -напівпровідника n -типу при низьких температурах при урахуванні класичного розмірного ефекту.

Указівки. 1) Прийняти аналогічну попередній задачі модель, в якій замість циліндру радіусу a фігурує плоскопаралельна пластинка шириною $2a$. При цьому густина заряду в ОПЗ задається умовами $n(\vec{r}) = n_0$ при $-a \leq x \leq a, 0 \leq z \leq L$ та у довільному.

2) Нескінченність, що з'являється при обчисленні виразу для $V_c(\vec{r})$, не веде до фізично непридатного результату, оскільки може бути включеною в невизначену сталу C_2 .

3) Результат розрахунку порівняти із формулою (2.776).

2.19. Чи залежить концентрація електронів в підзонах від форми потенціальної ями?

Задача 2.19. Залежить, тому що від форми ями залежать:

- енергетичні рівні розмірних підзон;
- ефективна маса носіїв струму (дисперсія $E(k)$).

2.20. Визначити (наближено) залежність положення енергетичних рівней в одновимірній прямокутній потенціальній ямі із нескінченними стінками від ступеня заповнення електронами найнижчої розмірної підзони.

Указівка. Для реалізації самоузгодженої процедури (2.28), (2.28а) використати варіаційний метод; в якості випробувальної функції для найнижчого стану обрати степеневу безвузельну функцію.

Задача 2.20. Визначення енергетичного спектру в умовах, коли форма потенціальної ями змінюється за рахунок електростатичного потенціалу $U_{ef}(z)$, створеного локалізованими в ямі електронами, в даному випадку є задачею на власні значення рівняння Шредінгера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_{vE}}{dz^2} + U_{ef}(z) \psi_{vE} = E_{vE} \psi_{vE}, \quad (1)$$

де $U_{ef} = U_{el}$, а потенціал U_{el} визначається рівнянням Пуассона

$$\frac{d^2 U_{el}}{dz^2} = -\frac{4\pi e^2}{\varepsilon} n(z), \quad n(z) = \int_0^F \sum_v g_{2D}(E) |\psi_{vE}|^2 dE. \quad (2)$$

Граничні умови для цих рівнянь, у відповідності із (2.25а), мають вигляд

$$U_{el}(0) = U_{el}(d) = 0 \quad \text{та} \quad \psi_{vE}(0) = \psi_{vE}(d) = 0.$$

В цьому випадку розв'язок (2) є $U_{el}(z) = \frac{4\pi e^2}{\varepsilon} \left(\frac{z}{d} \int_0^d (d-z') n(z') dz' - \int_0^z (z-z') n(z') dz' \right), \quad (3)$

і якщо заповнюється електронами тільки одна найнижча підзона ($v=1$), то

$n(z) = \frac{m}{\pi \hbar^2} |\psi_{1E}|^2 (F - E_1) \Theta(F - E_1)$. Для використання варіаційного методу покладемо в (1) $v=1$, домно-

жимо (1) зліва на ψ_{1E}^* і розв'яжемо результат відносно E_1 :

$$E_1 = \frac{T + \Phi F}{1 + \Phi}, \quad (4)$$

де $T = \int_0^d \psi_{1E}^* \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} \right) \psi_{1E} dz$, а $\Phi = \frac{4\pi e^2}{\varepsilon \hbar^2} \int_0^d \left(\frac{z}{d} \int_0^d (d-z') |\psi_{1E}(z')|^2 dz' - \int_0^z (z-z') |\psi_{1E}(z')|^2 dz' \right) dz$. (4а)

Конкретні розрахунки зручно провести, використовуючи в якості випробувальної (безвузельної) функції для найнижчого стану нормовану функцію

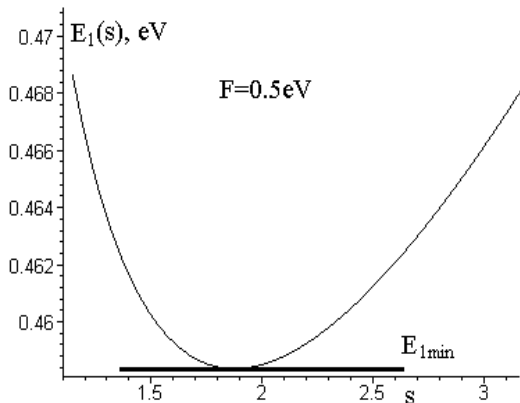
$$\psi_{1E} = \sqrt{\frac{(s+1)(2s+1)}{2ds^2}} \left(1 - \left| 1 - \frac{2z}{d} \right|^s \right), \quad (10)$$

тут s – варіаційний параметр. Обчислення значень (4а) при фіксованих параметрах структури дає залеж-

ність $E_1(s)$, мінімум якої визначає нижню границю для E_1 при заданому значенні F .

На Рис. наведена залежність $E_1(s)$ для використаних в параграфі 2.4 значень параметрів

$d = 40 \text{ \AA}$ та $m = 0.065m_0$, $\varepsilon = 1$. Визначені на підставі таких розрахунків залежності $E_{\min}(F)$ представлені на Рис. 2.4 основного тексту.



ЛІТЕРАТУРА

1. К.Зеегер. Физика полупроводников, М.:Мир, 1977,-6615с.
2. Т. Сугано, Т. Икома, Е. Такэиси, Введение в микроэлектронику, М.:,1988.-320с.
3. В.Н. Добровольский, В.Г. Литовченко, Перенос электронов и дырок у поверхности полупроводников, Киев, Наукова думка, -1985,-192с.
4. В.Н. Луцкий. Т.Н. Пинскер, Размерное квантование, из-во “Знание”, Москва, 1983, - 64с.
5. V.V. Mitin, V.A. Kochelap, M.A. Strosio, Quantum heterostructures: microelectronics and optoelectronics, Cambridge University Press, 1999, -p.642.
6. J.H. Davies, The Physics of Low-dimensional Semiconductors. An Introduction, Cambridge University Press, 1998, -p.438.
7. В.П. Драгунов, И.Г. Неизвестный, В.А. Гридчин, Основы наноэлектроники: Учеб. Пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. - 332 с.
8. А.Ф. Кравченко, В.Н. Овсяк, Электронные процессы в твердотельных системах с пониженной размерностью. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. - 448 с.

Глава 3. РУХ РІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ У КАНАЛАХ ПРОВІДНОСТІ. МОН ТРАНЗИСТОР

3.1. ВСТУП

Електричне поле у приповерхневих шарах напівпровідників або на гетеропереходах¹ змінює просторовий заряд $\rho(r)$ так, щоб його поле компенсувало збурююче електричне поле $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$. Унаслідок нейтральності напівпровідника виникає просторовий розподіл потенціалу ($\Delta V = -4\pi\rho(\vec{r})/\epsilon_s$). У залежності від напрямку електричного поля утворюються збіднені або збагачені носіями шари напівпровідника або запірні та антизапірні вигини зон відповідно (розділ 2.8). Коли запірний вигин зон такий великий, що $V(\vec{r})$ перетинає рівень хімічного потенціалу E_F , то у приповерхневому шарі або на гетеропереході можуть накопичуватись носії *інверсного знаку* (дірки або електрони в напівпровідниках *p*- або *n*- типів відповідно). Таким чином, електричне поле утворює потенціальні ями – канали провідності, збіднені або збагачені носіями, та канали, заповнені носіями інверсного знаку. Один із прикладів такого інверсного каналу в напівпровіднику *n* – типу наведений у попередній главі на рис.2.18. Транспорт рівноважних носіїв у таких каналах залежить від прикладеного електричного поля. Залежність електропровідності каналів від прикладеного електричного поля знайшла широке практичне застосування для створення польових транзисторів (англ. FET – Field Effect Transistor)². Перші патенти на польовий транзистор отримав уродженець міста Львова Юліус Лілієнфельд (1882 – 1963 рр). Загальною рисою цих приладів є те, що керуюча напруга прикладається до затвора, котрій ємнісно зв'язаний з активною частиною приладу – його каналом провідності. Затвор електрично відділений від носіїв в активній області (каналі) діелектриком або збідненою областю. Він керує опором активної області й відповідно струмом між витоком та стоком – двома іншими електродами польового транзистора. Згодом польовий транзистор з ізолюваним затвором (англ. – insulated gate field-effect transistor (IGFED)), який також має назву МДН – транзистора (метал-діелектрик-напівпровідниковий транзистор³), став одним із базових елементів ІМС. Здебільшого ізолятором у реальних ІМС на основі Si використовується тонка плівка діоксиду кремнію (SiO₂), тому такий МДН-транзистор називається метал-оксид-напівпровідниковим транзистором або скорочено МОН-транзистором (англ. metal-oxide-semiconductor field effect transistor – MOSFET).

МОН-транзистор є напівпровідниковим приладом, у каналі провідності якого відбувається рух (транспорт) рівноважних носіїв заряду. Він є чотирьохполюсником. Напруга V_G на одному з його електродів - затворі⁴ створює керуюче електричне поле. Воно змінює концентрацію носіїв заряду в каналі провідності - шарі просторового заряду біля затвора, що призводить до зміни електропровідності каналу між *витоком* *S* (source) та *стоком* *D* (drain). Таким чином, польовий транзистор та його різновид МОН-транзистор є напівпровідниковими приладами, підсилення яких обумовлені транспортом (переносом) основних носіїв у каналі провідності, котрий керує

¹ Гетеропереходом називають перехідний шар (з існуючим в ньому дифузійним електричним полем) між двома різними за хімічним складом напівпровідниками.

² Транзистор походить від англ. transfer resistor.

³ Російською мовою – “метал-диелектрик-полупроводник” або МДП-транзистор й англійською мовою MISFET (metal – isolator-semiconductor field effect transistor).

⁴ Затвор (від англ. gate – *затулка, шлюз, затвор*) – керуючий електрод уніполярного транзистора.

ся електричним полем, створеним потенціалом затвору. Вони мають такі позитивні якості, котрі забезпечили їм широке практичне застосування:

- мініатюрність та більш просту технологію виготовлення по відношенню до біполярних транзисторів;
- менші потужності, ніж у біполярних транзисторів,
- великий вхідний опір (більший за 10 МОм),
- можливість використання у запам'ятовуючих пристроях, в яких використовується накопичення зарядів малими внутрішніми ємностями,
- велика надійність,
- можливість використання для подальшого вдосконалення та розробки нових мініатюрних транзисторів, наприклад, транзисторів із великою рухливістю (HEMT – транзисторів), транзисторів із ID каналами провідності (розділи 3.9 й 3.10 та глава 7), транзисторів із прозорими затворами тощо.

Крім ізолюваного затвора використовують також затвор у вигляді випрямляючого контакту метал-напівпровідник із бар'єром Шотткі. Такі транзистори називаються транзисторами з бар'єром Шотткі (англ. metal-semiconductor-field effect transistor або скорочено MESFET). Затвори з бар'єром Шотткі полегшують створення транзисторів на основі GaAs, зменшують послідовний опір та збільшують граничну частоту таких транзисторів.

3.2. БУДОВА МОН-ТРАНЗИСТОРІВ

На рис.3.1 наведена схема будови n -канального МОН-транзистора. В ІМС на

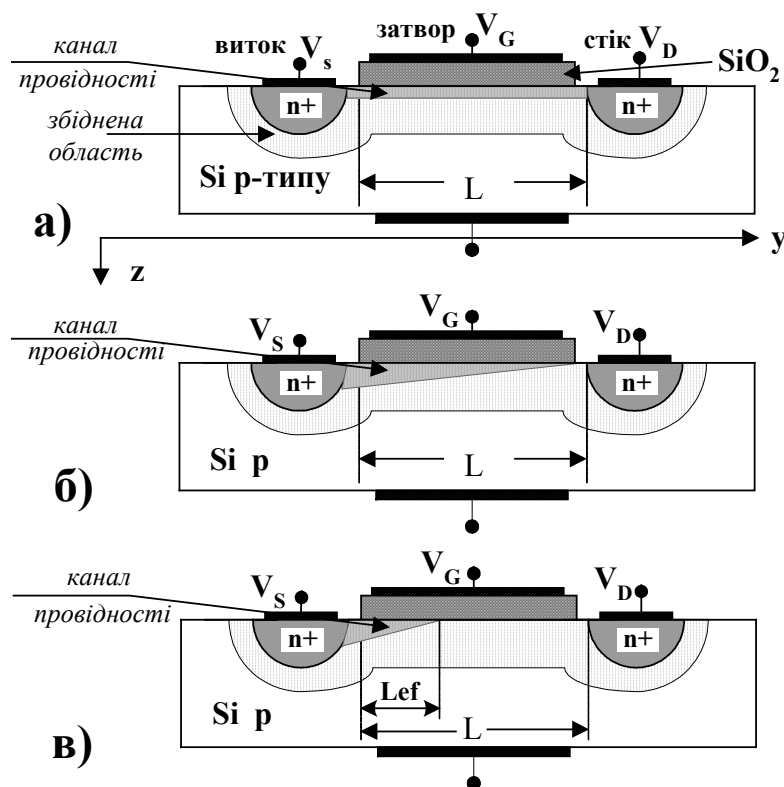


Рис.3.1. Схема будови n -канального МОН - транзистора і утворення довгого інверсного каналу провідності в ньому при різних умовах: а) $V_S = V_B = 0$; $V_D = 0$; $V_G = 0$; б) $V_S = V_B = 0$; $V_D = 0$; $V_G > V_T$; в) $V_S = V_B = 0$; $V_D > V_T$; $V_G = 0$.

кремнієвій основі він виготовляється на кремнієвій пластинці (підкладинці) p -типу. На її поверхні створюють дві області n^+ -типу омичних контактів витоку S

(source) та стоку D (drain). До цих областей через металеві (здебільшого алюмінієві) контактні електроди прикладається напруга V_{SD} - виток-стік і йде стоковий струм I_D . Стоковий струм I_D йде, головним чином, в каналі провідності, тому що електричне поле контактної різниці потенціалів на n^+-p переходах в областях витoku та стоку пе-

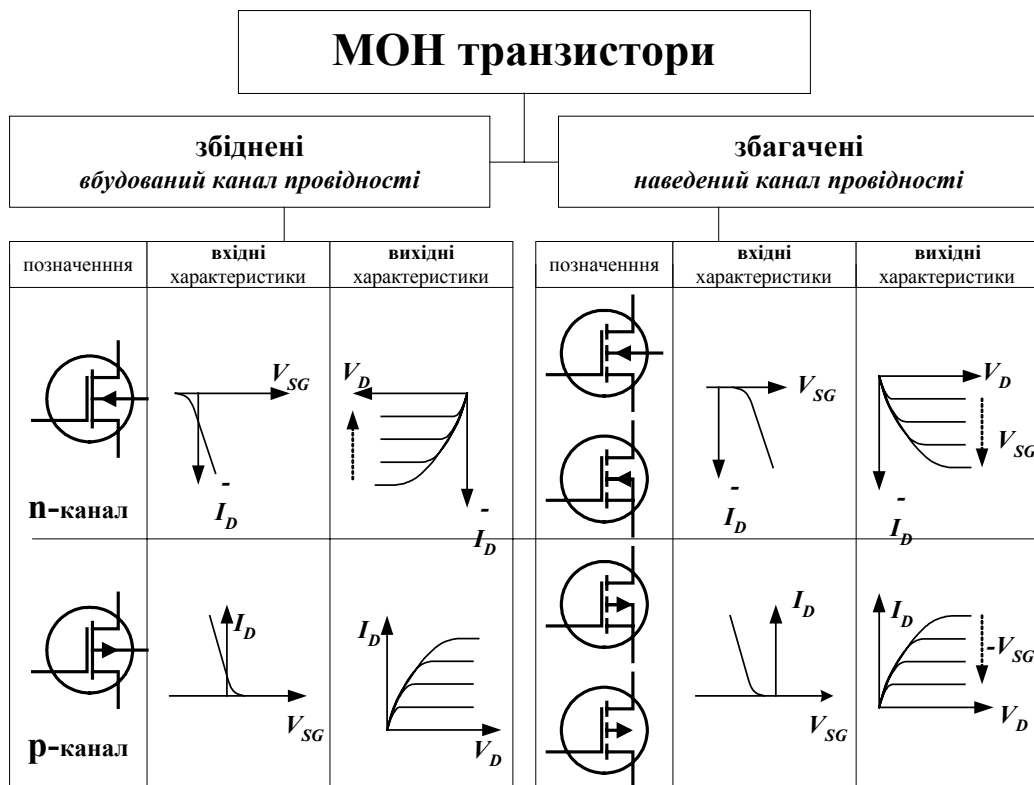


Рис.3.2. Позначення, вхідні та вихідні характеристики збіднених та збагачених МОН транзисторів із п- та р- каналами провідності.

решкоджають дрейфу носіїв заряду в напівпровідникову підкладку. Оскільки в каналі провідності рухаються рівноважні носії, то виток S і стік D *оборотні*, тобто їх можна поміняти місцями. Над каналом провідності створюється металевий електрод затвора G (gate), котрий ізолюється від кремнієвої підкладки тонким шаром оксиду SiO_2 або іншого діелектрика. Потенціал підкладки створюється напругою на базовому електроді B [base]. В залежності від типу діелектрика розрізняють два типи транзисторів: МОН транзистор із діелектриком із SiO_2 і МДН транзистор з іншим діелектриком.

На рис.3.1 показано, що *довжина каналу провідності* L відрховується вздовж осі y , від витoku до стоку паралельно поверхні напівпровідника. Уздовж осі x канал характеризується глибиною x_c . Крім довжини використовують ще й *ширину каналу* w у напрямку перпендикулярному до осі y і паралельно до поверхні напівпровідника. Вона вибирається так, щоб при заданих параметрах каналу отримати необхідну електропровідність транзистора при робочих напругах на його електродрах.

Здебільшого на практиці використовують два типи каналів провідності, а саме:

1. *вбудований канал провідності*, котрий створюється додатковим легуванням приповерхневого шару кремнієвої пластинки. В цьому випадку напруга на затворі V_G збіднює канал провідності носіями заряду і тому такі транзистори називаються *збідненими МОН транзисторами*.

2. *наведений канал*, котрий наводиться напругою на затворі V_G . Величину й знак V_G вибирають так, щоб відбувалось збіднення каналу носіями заряду і при певних $V_G \geq V_T$ наступала інверсія знаку носіїв заряду в каналі. Транзистори з таким каналом називаються *збагаченими МОН транзисторами*, тому що напруга затвора під час роботи транзистора змінює рівень збагачення каналу провідності інверсними носіями заряду. Такі транзистори, виготовлені на поверхні кремнієвих пластинок p -типу з інверсним каналом n -типу, найбільш часто застосовуються в мікроелектроніці. В цьому випадку крізь канал дрейфують носії з більшою рухливістю ($\mu_n > \mu_p$), що дозволяє виготовляти транзистори із кращими параметрами.

Транзистори з p -каналами, здебільшого, виготовляють тоді, коли в інтегральних схемах використовують компліментарні пари n - та p -канальних МОН транзисторів. При подальшому розгляді ми зосередимося лише на розгляді n -канальних транзисторів. При розгляді p -канального МОН транзистора достатньо *поміняти місцями індекси n та p* й змінити полярність напруг, що прикладаються до його контактів.

3.3. СПРОЩЕНА ТЕОРІЯ РОБОТИ МОН-ТРАНЗИСТОРА

3.3.а. Наближення плавного каналу

В наближенні плавного каналу електричне поле уздовж каналу E_y суттєво менше електричного поля в поперечному напрямку E_z , тобто уздовж осі z ($E_y < E_z$), тому можна вважати, що електричне поле E_z , котре формує наведений канал провідності, залишиться однорідним уздовж усієї довжини каналу провідності. Наближення плавного (або довгого) каналу виконуються за таких умов:

1. у випадках довжин каналу L , котрі значно більші за розміри збіднених областей біля стоку й витоку L_e ($L \gg L_e$);
2. сталої рухливості носіїв заряду ($\mu_n = \text{const}$);
3. при значно більшій перпендикулярній складовій електричного поля по зрівнянню з повздовжнім полем ($E_z \gg E_y$);
4. сталого поперечного електричного поля (E_z не залежить від y);
5. малого повздовжнього градієнта електричного поля ($dE_z/dz \gg dE_y/dy$)

Таким чином,

$$\begin{aligned} L &\gg L_e; \\ \mu_n &= \text{Const}; \\ E_z &\gg E_y; \quad \frac{dE_z}{dz} \gg \frac{dE_y}{dz} \end{aligned} \quad (3.1)$$

За умов (3.1) роботу транзистора можна аналізувати за допомогою *одновимірної моделі*. Спочатку розглянемо якісну картину роботи МОН транзистора, а в наступному розділі доведемо основні формули в межах цієї моделі. Напруга на затворі V_G змінює параметри каналу транзистора. Це схематично показано на рис.3.1.а.б.в. Спочатку при $V_S = V_D = 0$ обрана величина напруги на затворі V_G призводить до збіднення каналу носіями. При напругах $V_G \geq V_T$, де V_T - *порогова напруга* (див. (3.11)), в каналі провідності відбувається *інверсія знаку носіїв заряду*. Утворюється майже однорідний інверсний канал провідності з електропровідністю, котра зростає зі збільшення V_G (рис.3.1.а). При появі стокової напруги V_D у каналі провідності між стоком та витоком іде струм. Він створюється дрейфом основних носіїв заряду під дією повздовжнього електричного поля E_y , створеного різницею потенціалів витік-стік $V_D - V_S$.

Збільшення стокової напруги $V_S < V_D \leq V_G - V_T$ зменшує товщину каналу провідності біля стоку, як це показано на рис.3.1.б. Основними причинами зменшення то

вщини каналу провідності біля стоку є те, що стокова напруга створює зворотну напругу на діоді стік-підкладинка, а також з'являється струм між витоком і стоком. Зворотна напруга на діоді стік-підкладинка збільшує товщину збідненого шару біля стоку, а падіння напруги стік-виток змінює просторовий розподіл потенціалу в каналі $V_C(y)$, котре зменшує товщину інверсного каналу провідності біля стоку.⁵

Коли стокова напруга V_D стає більшою певного значення V_{Dm} , то ділянка каналу поблизу стоку зменшує свою товщину майже до нуля, бо на ній зменшується концентрація носіїв. На цій ділянці канал зникає ("перекривається"), тому що напруга між затвором і підкладинкою стає недостатньою для сильної інверсії носіїв заряду в цій області. "Перекриття" каналу провідності при $V_D = V_{Dm}$ обмежує його електропровідність і настає **насичення стокового заряду**. Збільшується опір цієї ділянки каналу, тому що вона знаходиться не в режимі інверсії, а в режимі збіднення. При цьому струм стоку I_D майже не змінюється. Подальше збільшення $V_D \geq V_{Dm}$ супроводжується збільшенням зворотної напруги на p^+ -р переході стік-підкладинка, що викликає збільшення товщини збідненого шару біля стоку, зменшення ефективної довжини каналу L_{ef} , як це показано на рис.3.1.в, та незначного зростання стокового струму. Це явище називається **модуляцією довжини каналу**. Воно обмежує величину вихідного опору МОН транзисторів. Нарешті, при ще більших напругах V_D настає **електричний пробій**, при якому стоковий струм зворотно або не зворотно різко зростає.

3.3.6. Статичні характеристики МОН транзистора

При розгляді *статичних характеристик* МОН транзистора в наближенні *плавного каналу* введемо додатково до (3.1) такі *припущення*:

1. область під затвором є ідеальною МОН структурою, в якій відсутні поверхневі стани та фіксований заряд в оксиді;
2. дрейфова компонента заряду значно більша за дифузну компоненту;
3. концентрація легуючих домішок у каналі стала ($N_{a,d} = \text{const}$);
4. зворотні струми в областях витоку й стоку настільки малі, що ними можна знехтувати;
5. вважатимемо для спрощення розгляду, що $V_S = V_B = 0$.

Під дією потенціалу затвору V_G у точці плавного каналу з координатою y індукується заряд $Q(y)$, віднесений до одиниці площі, який можна зв'язати з потенціалами V_G та $V_C(y)$ за допомогою співвідношення:

$$Q(y) = C_G V_{ox} = -C_G [V_G - V_{FB} - \varphi_s - V_C(y)] \quad (3.2)$$

В цій формулі C_G - віднесена до одиниці площі ємність затвора

$$C_G = \frac{\epsilon_{ox}}{4\pi d_{ox}}$$

d_{ox} та ϵ_{ox} - товщина та діелектрична проникність підзатворного діелектрика; φ_s - поверхневий потенціал, тобто різниця потенціалів між приповерхневим каналом провідності та об'ємом напівпровідника (див. задачу 3.12 та рис.3.6); $V_C(y)$ - потенціал каналу, який змінюється в межах $V_S \leq V_C(y) \leq V_D$. Нарешті, V_{FB} є так званий *потенціал спрямлення зон*. Він відповідає значенню $\varphi_s = 0$ і є сумою контактної різниці потенціалів між металом (φ_m) та напівпровідником (φ_{sc}) та додаткового падіння потенціалів

⁵ Внаслідок появи заряду між витоком та стоком виникає падіння потенціалів вздовж каналу $V_C(y)$, яке зростає в напрямку осі y . Ефективна напруга між затвором та поверхнею зменшується, що зменшує товщину каналу поблизу стоку.

на шарі діелектрика, створеного нерухомим зарядом у ньому з поверхневою густиною Q_d :

$$V_{FB} = \varphi_m - \varphi_{sc} - \frac{Q_d}{C_G} \quad (3.3)$$

В режимі інверсії носіїв наведений заряд $Q_C(y)$ у каналі є сумою рухомого $Q_n(y)$ та нерухомого $Q_a(y)$ зарядів. Нерухомий заряд утворюється в n -канальному транзисторі іонізованими акцепторами з концентрацією N_a

$$Q_a(y) = -eN_a z_d, \quad (3.4)^6$$

де протяжність збідненої області (див. (2.71))

$$L_d = \left(\varepsilon_s \frac{V_C(y) + \varphi_s}{2\pi e N_a} \right)^{1/2} = A N_a^{-1/2} (V_C(y) + \varphi_s)^{1/2} \quad (3.4a)$$

де $A = (\varepsilon_s / 2\pi e)^{1/2}$. За допомогою формул (3.3) та (3.4) можна визначити рухливий заряд $Q_n(y)$ [кул./см²]

$$Q_n(y) = Q(y) - Q_a(y) = -C_G [V_G - V_{FB} - \varphi_s - V_C(y)] + A N_a^{1/2} (V_C(y) + \varphi_s)^{1/2} \quad (3.5)$$

Виберемо в каналі провідності вздовж осі y малий інтервал dy й запишемо для нього стоковий струм

$$I_D = \int_0^{L_d} j_D w dz \quad (3.6)$$

де $j_D(z)$ - густина стокового заряду в каналі

$$j_D(z) = -en(z)\mu_n E_y = -en(z)\mu_n \frac{dV_C(y)}{dy} \quad (3.7)$$

а $n(z)$ та μ_n - концентрація та рухливість електронів в інверсному каналі провідності. Концентрація електронів $n(z)$ визначає рухливий заряд у каналі

$$Q_n(y) = e \int_0^{L_d} n(z) dz \quad (3.8)$$

Скориставшись цією формулою, після розділу змінних у (3.6) та (3.7) остаточно отримаємо рівняння

$$I_D dy = -w\mu_n Q_n(V_C) dV_C \quad (3.9)$$

котре легко інтегрується

$$\begin{aligned} I_D &= \frac{w\mu_n C_G}{L} \int_0^{V_D} \left\{ [V_G - V_{FB} - \varphi_s - V_C(y)] - \frac{A}{C_G} (N_a [V_C(y) + \varphi_s])^{1/2} \right\} dV_C = \\ &= \frac{w\mu_n C_G}{L} \left\{ (V_G - V_{FB} - \varphi_s) V_D - \frac{1}{2} V_D^2 - \frac{2A N_a^{1/2}}{3C_G} [(V_D + \varphi_s)^{3/2} - (\varphi_s)^{3/2}] \right\} \end{aligned} \quad (3.10)$$

У лінійному наближенні для малих значень V_D , коли $V_D < \varphi_s$, формулу (3.10) можна спростити, розкладаючи член $(V_D + \varphi_s)^{3/2}$ у ряд Тейлора. В цьому разі маємо:

$$V_T = \varphi_s + V_{FB} + \frac{1}{C_G} \sqrt{\varepsilon_s e N_a \varphi_s} \quad (3.11)$$

та

$$I_D \cong \frac{w\mu_n C_G}{L} \left\{ (V_G - V_T) V_D - \frac{V_D^2}{2} \right\}, \quad (3.12)$$

⁶ Елементарний заряд $e=|e|$.

а $\sqrt{\varepsilon_s e N_a \phi_s / 2\pi} = e N_a z_d$ – заряд підзатворної ємності.

Формула (3.12) описує статичні *вихідні та вхідні вольт-амперні характеристики* польового МОН транзистора із плавним каналом. *Вхідні характеристики* графічно зображені на рис.3.3 при різних напругах на затворі V_G . При малих V_D має місце лінійна залежність, котра визначається першим членом у формулі (3.11). При збільшенні V_D зростання I_D сповільнюється через вплив другого члена. При $V_D = V_{Dsat} = V_G - V_T$ стоковий струм I_D проходить через максимум I_{Dsat} і далі зменшується, як це показано на рис.3.3 пунктиром.

$$I_{Dsat} = \frac{w_m C_G}{2L} V_{Dsat}^2 = \frac{w_m C_G}{2L} (V_G - V_{Tef})^2 \quad (3.13)$$

Проте зменшення стокового заряду при $V_D > V_G - V_T$ неможливе, тому що при таких напругах V_D канал провідності “перекривається” і струм I_D насичується, що і спосте-

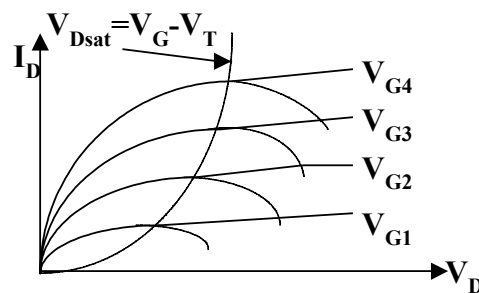


Рис.3.3. Статичні вихідні характеристики МОН транзистора.

рігається експериментально.

При подальшому зростанні напруги V_D ефективна довжина каналу провідності L_{ef} зменшується (*модуляція довжини каналу*) через його “перекриття” на величину l_D (див. рис.3.1.в)

$$L_{ef} = L - l_D(V_D) \quad (3.14)$$

В першому наближенні при малих V_D цю залежність можна розвинути в ряд Тейлора й обмежитись лінійним членом

$$L_{ef} = L \left(1 - \frac{1}{L} \frac{dl_D}{dV_D} V_D \right) = L(1 - \lambda V_D) \quad (3.15)$$

Якщо підставити в (3.13) замість L вираз (3.14) для L_{ef} , то виявляється, що насичення

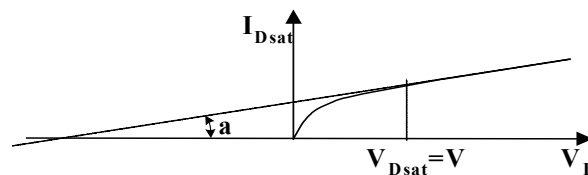


Рис.3.4. Статична характеристика МОН транзистора при $V_G = \text{Const}$ в області насичення.

неповне. Навіть при $V_D > V_{Dsat}$ продовжується зростання I_{Dsat} через зменшення L_{ef} (рис.3. 4). Тангенс нахилу залежності $I_{Dsat}(V_D)$ визначає параметр модуляції довжини каналу $\lambda = \tan \alpha$.

Таким чином, статичні характеристики уніполярного транзистора в наближенні плавного каналу мають вигляд

$$\begin{aligned}
I_D &= \frac{w\mu_n C_G}{L} (V_G - V_T) V_D; & V_D < V_{Dsat} = V_G - V_T \\
I_D &= \frac{w\mu_n C_G}{L} \left((V_G - V_T) V_D - \frac{V_D^2}{2} \right); & V_D \leq V_{Dm} = V_G - V_T \\
I_{Dsat} &= \frac{w\mu_n C_G}{2L} V_{Dsat}^2 (1 + \mu V_D); & V_D > V_{Dsat} = V_G - V_T
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Їх параметром є напруга на затворі V_G . Вони називаються *вихідними характеристиками транзистора*.

Крім вихідних характеристик використовуються також *вхідні або передаточні характеристики*, котрі є залежністю стокового струму від напруги на затворі. Ці залежності можна також представити в наближенні плавного каналу формулами (3.16). Перша формула є лінійною частиною вольт-амперних характеристик при малих V_D , коли $V_D < V_G - V_T$, а друга - нелінійну при стокових напругах близьких до напруги насичення. Передаточні або вхідні характеристики схематично зображені на рис.3.5. Вони починаються при певних *напругах відсічки* V_T . На практиці V_T є напругою за-

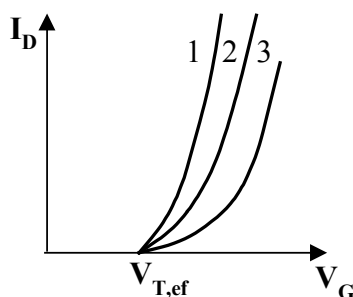


Рис.3.5. Вхідні (передаточні) статичні характеристики МОН транзистора для трьох V_D : 1 - $V_{D1} = V_{Dsat}$; 2 - $V_{D2} < V_{D1}$; $V_{D3} < V_{D2}$. Порогова напруга $V_{Tef} > 0$.

твору, при якій стоковий струм має певне мінімальне значення (найчастіше 1мкА). Величина V_T є параметром, котрий визначається технологією приладу і у наближенні плавного каналу не залежить від його геометрії, тоді як напруга, при якій стоковий струм стає меншим за певну величину залежить від геометрії. Зокрема, згідно формулі (3.12) V_T залежить від підзатворної ємності C_G , концентрації легуючих домішок, поверхневого потенціалу ϕ_s та потенціалу спрямлення зон V_{FB} . У формулах для статичних характеристик потрібно використовувати експериментальне значення V_{Tef} .

3.3.в. Порогова напруга

Порогова напруга (іноді в літературі її називають *напругою відсічки*) V_T (3.12) визначається таким значенням поверхневого потенціалу $\phi_s = \phi_s^{inv}$, при якому в приповерхневому шарі напівпровідника відбувається інверсія знаку заряду носіїв. Цей так званий режим сильної інверсії встановлюється, коли середня по інверсному шару концентрація неосновних (інверсних) носіїв заряду n_{inv} у напівпровіднику p -типу збігається з концентрацією основних носіїв p_0 в об'ємі напівпровідника (*необхідна умова інверсії*):

$$n_{inv} = p_0 \cong N_a$$

де N_a - концентрація акцепторних центрів. Для обчислення залежності n_{inv} від поверхневого потенціалу $\phi_s = \phi(0)$ необхідно знати функцію просторового розподілу потенціалу $\phi(x)$ у напівпровіднику (див. рис.3.6 та задачу 2.11). Ця функція знаходиться розв'язком рівняння Пуассона

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = -\frac{4\pi\rho(z)}{\varepsilon_{nn}} \quad (3.17)$$

з такими граничними умовами $\varphi/z \rightarrow +\infty$ та $E(z) = -d\varphi/dz|_{z \rightarrow +\infty} \rightarrow 0$, при чому

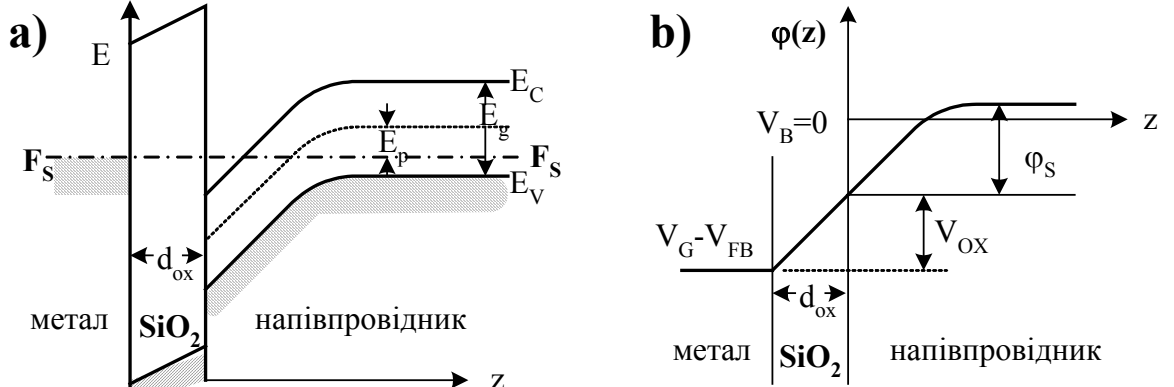


Рис.3.6. Зонна діаграма (а) та розподіл потенціалу (б) в МОН структурі на Si p-типу, зміщеної у режим інверсії.

$$\rho(x) = e \left(p_0 e^{-e\varphi(z)/k_B T} - n_0 e^{e\varphi(z)/k_B T} - N_a + N_d \right), \quad p_0 \approx N_a \gg N_d$$

У приповерхневій області в умовах сильної інверсії, коли $n_0 \exp\{e\varphi(z)/k_B T\} \gg N_a$, перший інтеграл рівняння (3.17) дає (див. задачу 3.11)

$$E(x) \approx \frac{\sqrt{2k_B T}}{eL_D} \sqrt{\frac{n_0}{p_0}} \exp\left\{\frac{e\varphi(z)}{2k_B T}\right\}$$

де L_D є довжиною Дебая для дірок:

$$L_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_m k_B T}{4\pi e^2 p_0}}$$

Знайдемо в наближенні сильної інверсії поверхневу концентрацію електронів:

$$\Delta n = n_0 \int_0^\infty \exp\left(\frac{e\varphi(z)}{k_B T} - 1\right) dz = n_0 \int_{\varphi_0}^0 \exp\left(\frac{e\varphi(xz)}{k_B T} - 1\right) E^{-1}(z) d\varphi \approx \sqrt{2} L_D p_0 \sqrt{\frac{n_0}{p_0}} \exp\left(\frac{e\varphi_s}{k_B T}\right)$$

звідки

$$\frac{n_{inv}}{p_0} \approx \frac{\Delta n}{L_D p_0} \approx \sqrt{\frac{n_0}{p_0}} \exp\left(\frac{e\varphi_s^{inv}}{2k_B T}\right) \approx 1$$

Скориставшись цим виразом та визначенням концентрації зарядів у власному напівпровіднику $n_i = \sqrt{n_0 p_0}$, остаточно отримаємо вираз для поверхневого потенціалу інверсії:

$$\varphi_s^{inv} \approx 2 \frac{k_B T}{e} \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right) \quad (3.18.a)$$

Другий різновид виразу для потенціалу сильної інверсії можна отримати, якщо використати вирази для рівноважних концентрацій електронів та дірок $n_0 = N_C \exp\{-(E_C - F)/k_B T\}$ та $p_0 = N_V \exp\{-(F - E_V)/k_B T\}$, тоді

$$\varphi_s^{inv} \approx 2V_p \quad (3.18.b)$$

Нарешті, коли між каналом провідності та підкладкою прикладається різниця потенціалів $V_C - V_B$, то

$$\varphi_s^{inv} \approx 2V_p + V_C - V_B \quad (3.18.c)$$

Підстановка цього виразу у формулу (3.12) дає такий вираз для порогової напруги:

$$V_T = 2V_p + V_C + V_{FB} + \frac{1}{C_G} \sqrt{\frac{\varepsilon_s e N_a}{2\pi} (2V_p + V_C - V_B)} \quad (3.19)$$

де потенціал V_{FB} визначається формулою (3.3) $V_{FB} = \varphi_m - \varphi_{sc} - Q_d / C_G$.

З формули (3.19) видно, що *порогова напруга V_{Tef} (напруга відсічки)* залежить від багатьох параметрів:

- *контактної різниці потенціалів $\varphi_m - \varphi_{Si}$, яка залежить від робіт виходу затвора та напівпровідника. Коли використовується кремній з алюмінієвим електродом-затвором, то вона майже не змінюється. В цих випадках вона залежить лише від ступеня легування напівпровідника і становить для Al-Si з каналом p -типу ($\varphi_m - \varphi_{Si}$)= $(-0,6 + V_p)$ В, а з каналом p -типу - ($\varphi_m - \varphi_{Si}$)= $(-0,6 + V_p)$ В. У МОН транзисторів з полікремнієвою затвором із високою концентрацією легуючих домішок, контактна різниця потенціалів сильніше відрізняється для каналів p - і n -типів. Для каналу p -типу вона рівна $(0.55 + V_p)$ В, а для каналу n -типу - $(-0.55 - V_p)$ В.*
- *Густини зв'язаного заряду в підзатворному оксиді та його товщини. Сучасна технологія дозволяє отримувати густину накопиченого поверхневого нерухомого заряду Q_d , котрий здебільшого створюється домішковими іонами водню (H^+), натрію (Na^+) тощо, менше за 10^{10} см^{-2} . Тому пороговий потенціал V_{Tef} можна регулювати підбором товщин підзатворного оксиду, пам'ятаючи при цьому, що від товщини оксиду залежать статичні характеристики МОН транзистора такі, як крутизна та коефіцієнт підсилення.*
- *Концентрації легуючих домішок біля поверхні напівпровідника $N_{a,d}$, бо згідно (3.4 та 3.4а) від неї залежить нерухомий заряд у каналі транзистора, який створює відповідний потенціал на ємності затвора ($V_G = Q_a / C_G$) і її збільшення зменшує V_T .*
- *Напруги плоских зон V_{FB} .*
- *Потенціалу підкладинки V_B згідно (3.19).*
- *Температури, тому що більшість величин, від яких залежить V_T , змінюються при зміні температури й V_T зменшується при збільшенні T .*

Здебільшого, напруга плоских зон V_{FB} від'ємна для обох n - та p -канальних транзисторів. Таким чином, виготовлення p -канальних транзисторів простіше, ніж n -канальних, тому що для p -канальних $V_{Tp} = 2V_p - |\varphi_M - \varphi_{Si}| - Q_{ox}/C$, а для n -канальних $V_{Tn} = 2V_B + |\varphi_M - \varphi_{Si}| + Q_{ox}/C$. Широкий набір параметрів, від яких залежить V_T , спричиняє її розкид при масовому промисловому виготовленні. Тому у виробництві ІМС уживають спеціальні заходи для зменшення розкиду величин V_T . Здебільшого *порогові напруги підганяють за допомогою іонного легування.*

3.3.2. Параметри уніполярних транзисторів при малих рівнях сигналів

При малих рівнях сигналів статичні характеристики уніполярних транзисторів згідно формул (3.10 та 3.11) лінійні. Прийнято використовувати при цьому такі параметри транзисторів:

- *витоківу крутизну (стокову електропровідність) або вихідну електропровідність*

$$g_D = \frac{1}{r_D} = \left. \frac{dI_D}{dV_D} \right|_{V_G=const} = \frac{M_n w C_G}{L} (V_G - V_T - V_D) \quad (3.20)$$

- *затворну крутизну, взаємну електропровідність або крутизну характеристики*

$$g_G = \left. \frac{dI_D}{dV_G} \right|_{V_D=const} = \frac{\mu_n w C_G}{L} V_D \quad (3.21)$$

- *коефіцієнт підсилення напруги*

$$M_V = \frac{dV_D}{dV_G} = \frac{g_G}{g_D} = g_G r_D \quad (3.22)$$

З цих формул видно, що всі три характеристики зв'язані між собою й залежать від напруги на стоці, розмірів структури (відношення ширини структури до її довжини) та параметрів напівпровідника й діелектрика, зокрема, рухливості носіїв заряду, товщини та діелектричної сталої діелектрика.

Крім цих параметрів транзистора використовують також його параметри в області насичення із врахуванням зменшення L_{ef} , а саме:

- *вихідну провідність в області насичення*

$$g_{Dsat} \approx \frac{\mu_n w C_G}{L} \frac{\lambda V_{Dsat}^2}{2} \ll g_D \quad (3.23)$$

- *крутизну характеристики в області насичення*

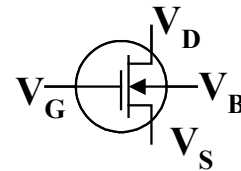
$$g_{Gm} = \frac{\mu_n w C_G}{L} (V_G - V_{Tef}) \quad (3.24)$$

- *коефіцієнт підсилення в області насичення*

$$M_{sat} \approx \frac{2}{\lambda V_{Dsat}} > 1$$

3.3.d. Вплив потенціалу підкладинки

До підкладинки відносно інших електродів транзистора може бути прикладена напруга V_B . Вона впливає на характеристики транзистора. Наприклад, нехай ця напруга прикладена відносно витoku ($V_B - V_S \approx V_B$, якщо $V_S = 0$ (рис.3.7)). Зворотна напруга між витком та підкладинкою зменшує поверхневу густину вільних носіїв у каналі провідності. Таким чином, при наявності зворотного зміщення витік - підкладинка **Рис.3.7. МОН транзистор.** порогова напруга V_T n -канальних МОН транзисторів стає більш позитивною, а для p -канальних МОН транзисторів більш негативною. Цей ефект отримав назву *ефекту підкладинки*. Напруга на підкладинці V_B згідно формули (3.19) змінює порогову напругу V_T і тим самим впливає на статичні та передаточні характеристики транзистора:



- статичні характеристики згідно формулі (3.16) змінюють нахил своєї лінійної частини $\left(\frac{dI_D}{dV_D} = \frac{w \mu_n C_G}{L} (V_G - V_T) \right)$;

- передаточні характеристики зсуваються по осі затворних напруг V_G .

На рис.3.8 схематично зображена залежність вихідної провідності n -

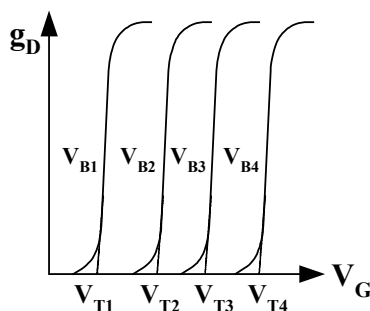


Рис.3.8. Залежність $g_D(V_G)$ при $V_D = \text{Const}$.

канального МОН транзистора від потенціалу затвору V_G при сталій стоковій напрузі але різних напругах V_B . Видно, що вихідна провідність транзистора g_D зсувається в бік більших V_G при зростанні напруги на підкладинці V_B . Таким чином, струм транзистора можна змінювати за допомогою потенціалу підкладинки V_B . Ці зміни характеризують крутизною управління підкладинки $g_B = \partial I_D / \partial V_{B|V_D, V_G}$, котра менша затворної крутизни $g_B < g_G$.

3.3.е. Час прольоту носіїв

Для МОН транзисторів ІМС велике значення має швидкість перемикання. Вона визначається внутрішнім механізмом його роботи та процесами перезарядки ємностей, які завжди існують в ІМС. Основним внутрішнім механізмом, котрий обмежує швидкодію МОН транзистора, є час прольоту носіїв заряду τ від витoku до стоку. У лінійній області характеристик МОН транзистора час прольоту можна оцінити за формулою

$$\tau \approx L^2 / \mu_n V_D \quad (3.25)$$

де L - довжина каналу, а $\mu_n V_D / L = v_d$ - швидкість дрейфу носіїв. Можна також оцінити час зарядки затворної ємності τ_c , якщо скористатись виразом (3.21) для g_G

$$\tau_c \geq R_G C_G L w = \frac{C_G L w}{g_G} = \frac{C_G L w L}{w \mu_n C_G V_D} = \frac{L^2}{\mu_n V_D} \quad (3.26)$$

Ці формули є ідентичними і показують, що час прольоту не залежить від V_G .

У режимі насичення час прольоту носія залежить від напруги на затворі V_G

$$\tau_m \geq \frac{L^2}{\mu_n (V_G - V_T)} \quad (3.27)$$

Видно, що час прольоту квадратично зменшується при зменшенні довжини каналу й обернено пропорційно залежить від рухливості носіїв. Визначимо час прольоту носія за умов $\mu_n \sim 500 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$, $L \sim 2 \text{ мкм}$, $V_G - V_T = 4 \text{ В}$, тоді $\tau_m \sim 2 \cdot 10^{-11} \text{ с}$, що на порядок величини менше найменших значень часу перемикання, котрі вдається отримати експериментально у схемах із звичайними МОН структурами. Таким чином, можна дійти до висновку, що швидкодія МОН транзисторів обмежується не лише часом прольоту носіїв, а часом, необхідним для перезарядки ємностей транзистора в ІМС. Ця обставина дає можливість використовувати статичні характеристики МОН транзисторів у розрахунках перехідних процесів в ІМС на МОН транзисторах.

3.4. ЕКВІВАЛЕНТНІ СХЕМИ МОН ТРАНЗИСТОРІВ

Реальний МОН транзистор є системою, до складу якої входять крім керованого опору каналу провідності паразитні опори, ємності та p - n переходи. Для аналізу її роботи використовують еквівалентні схеми МОН транзисторів. Еквівалентні схеми – це моделі, за допомогою яких вдається описувати схемотехнічні властивості приладу. Вони є різними в різних областях робочих частот приладу. Одна з них для малого сигналу зображена на рис.3.9.⁷ На ній указано, в яких місцях транзистора виникають

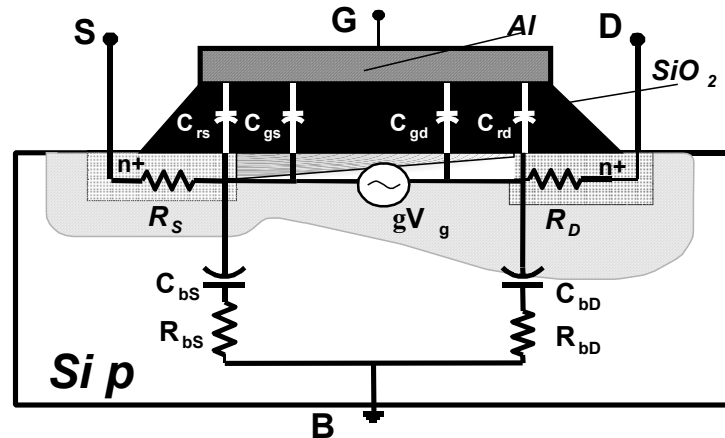


Рис.3.9. Еквівалентна схема МОН транзистора.

конкретні її паразитні параметри. Наведемо типові значення параметрів цієї схеми. R_s та R_D - паразитні опори n^+ областей витоку та стоку, величини яких залежать від їх лінійних розмірів та ступеню легування. Їх типові значення $10 \div 100 \text{ Ом}$.

Між підкладинкою (базою B) та краями збіднених областей біля витоку та стоку є зворотно зміщені n^+ - p переходи. У випадку малих сигналів та помірних частот їх можна розглядати, як великі омичні паразитні опори R_{bs} та R_{bd} , котрі за порядком величини досягають $10^{10} \div 10^{11} \text{ Ом}$, та паразитні ємності C_{bs} та C_{bd} . Їх значення залежать від концентрації домішок N_a та N_d , діелектричної сталої напівпровідника ϵ та різниці потенціалів ($V_B - V_S$)

$$C_{bs} \approx C_{bd} = \frac{S_{S,D}}{4\pi} \left[\frac{2\pi e \epsilon}{V_B - V_S} \frac{N_a N_d}{N_a + N_d} \right]^{1/2}, \text{ де } S_S \text{ та } S_D - \text{площі областей стоку та витоку, } N_a$$

та N_d – концентрація акцепторів та донорів в підкладинці.

Перекриття ділянок затворів із витоком та стоком утворює паразитні ємності C_{rs} та C_{rd} . За порядком величини вони становлять $\sim 0.12 n\Phi$. Їх удається зменшувати, якщо використати для виготовлення МОН транзистора полікремнієву технологію (рис.3.10). У цій технології затвор створюється в глибині транзистора з полікристалі

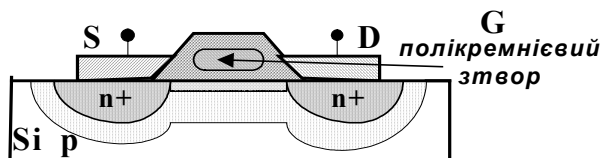


Рис.3.10. МОН транзистор з утопленим полікремнієвим затвором.

⁷ Вона запозичена з монографії Р Маллера, Т.Кейминса "Элементы интегральных схем": Пер. с англ. - М.: Мир, 1989, - 630 с. ил.

чного кремнію. Сумісність кремнію та полікремнію дає змогу збільшити точність відтворення геометричних форм деталей структури транзистора, що зменшує перекриття затвора з витоком та стоком. Це зменшує паразитні ємності C_{rs} та C_{rD} .

Паралельно до опору каналу $R_D = dV_D/dI_D = g_D^{-1}$ існує значний паразитний опір підкладинки $R_{BS} + R_{BD} = R_{BS}$.

Важливими для роботи транзистора є ємності C_{gs} та C_{gd} , котрі виникають внаслідок зв'язку потоку рухливих зарядів в каналі провідності з нерухомим зарядом у каналі провідності. Ці ємності визначають частотні характеристики роботи транзистора. Зокрема, вони впливають на його швидкодію. Вони залежать від напруг. При малих величинах $V_D \sim 0$ $C_{gs} = C_{gd} = C_G wL/2 = C_{ox} \cdot wL/2$, а в режимі насичення, коли $V_D = V_G - V_T$, $C_{gs} = 2/3 C_{ox} \cdot wL$ та $C_{ng} = 0$.

На рис.3.11 наведена спрощена еквівалентна схема, в якій виток з'єднаний з підкладкою, а ємності C_{rs} та C_{rD} знехтувані. Вона дозволяє за допомогою теорії чо-

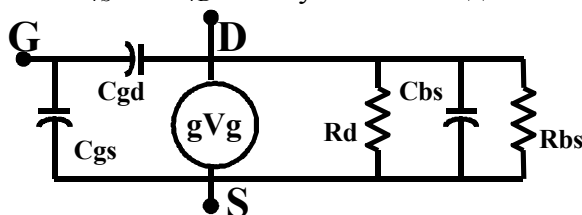


Рис.3.11. Найпростіша еквівалентна схема МОН транзистора.

тирьохполюсників знаходити характеристики МОН транзисторів в ІМС та аналізувати роботу МОН транзисторів в схемах з загальним витоком у режимах малого сигналу.

3.5. СХЕМИ ВКЛЮЧЕННЯ УНІПОЛЯРНИХ ТРАНЗИСТОРІВ

Уніполярний транзистор є чотирьохполюсником, для якого розрізняють *три різновиди схем включення, а саме: із загальним витоком* (рис.3.12), *з загальним стоком* (рис.3.14) і *з загальним затвором* (рис.3.15).

Схема включення із загальним витоком та її еквівалентна низькочастотна схема зображені на рис.3.12. Вона характеризується такими параметрами.

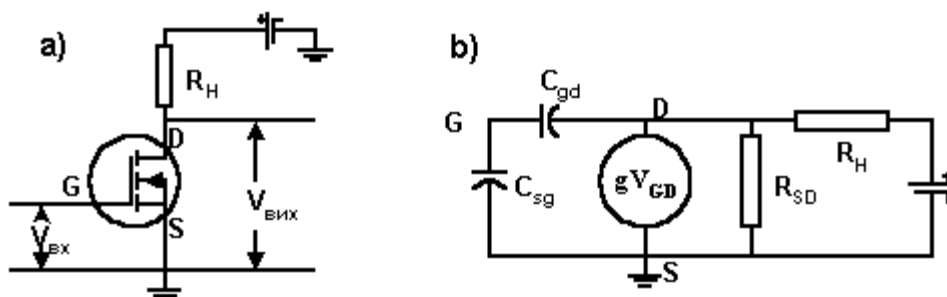


Рис.3.12. Схема включення із загальним витоком.

По-перше, великим вхідним опором $R_{ex} = 10^{11} \div 10^{15} \text{ Ом}$. Він має ємнісний характер й зменшується при збільшенні частоти сигналу

$$R_{ex}(\omega) = \frac{1}{j\omega [C_{SG} + C_{gd}(1 - M_V(\omega))]}$$

де $M_V(\omega)$ - коефіцієнт підсилення напруги, ω - частота сигналу.

По-друге, помірним вихідним опором

$$R_{\text{вих}} = \frac{R_H \cdot r_{sD}}{R_H + r_{sD}} = \begin{cases} r_{sD}; & R_H \gg r_{sD} \\ R_H; & R_H \ll r_{sD} \end{cases}$$

По-третє, значним коефіцієнтом підсилення напруги

$$M_V = \frac{\Delta V_{\text{вих}}}{\Delta V_{\text{вх}}} \cong \frac{\Delta I_D R_{\text{вих}}}{\Delta V_G} = g_G R_{\text{вих}}$$

У насиченні $r_{sD,sat} = g_{D,sat}^{-1} \ll 1$, тому $M_{V,sat} \approx g_{G,sat} r_{sD} = g_{g,sat} / g_{D,sat} > 1$. Таким чином, здебільшого МОН транзистори в схемах із загальним витоком використовуються в режимі насичення для конструювання підсилювачів напруги та логічних схем. На рис.3.13 зображена передаточна характеристика такого приладу.

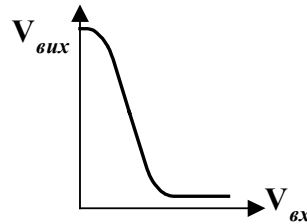


Рис.3.13. Передаточна характеристика МОН транзистора.

Еквівалентні схеми дозволяють врахувати від'ємний зворотний зв'язок за рахунок падіння потенціалу на опорі в області витоку R_s , а також зменшення коефіцієнта підсилення при збільшенні частоти сигналу

$$M_V(\omega) = \frac{g_G - j\omega C_{gD}}{R_H + r_{sD} + j\omega(C_{sD} + C_{gD})}$$

Схема включення із загальним стоком зображена на рис.3.14. Вона має вели-

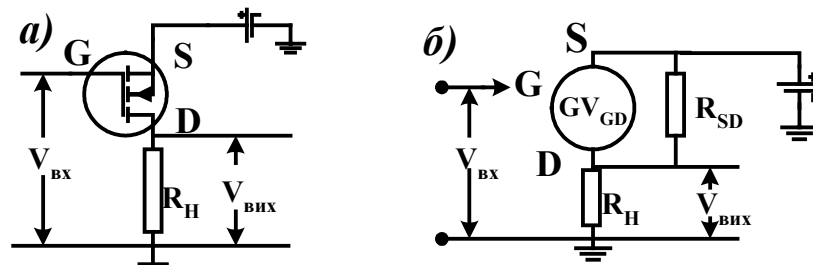


Рис.3.14. Схема включення з загальним стоком.

кий вхідний опір. Її коефіцієнт підсилення напруги менший одиниці, але коефіцієнт підсилення потужності значний через значну величину відношення вхідного та вихідного імпедансів. Вони здебільшого застосовуються, як узгоджувальні елементи складних електронних схем.

Системи із загальним затвором зображена на рис.3.15. Вона має малий вхід

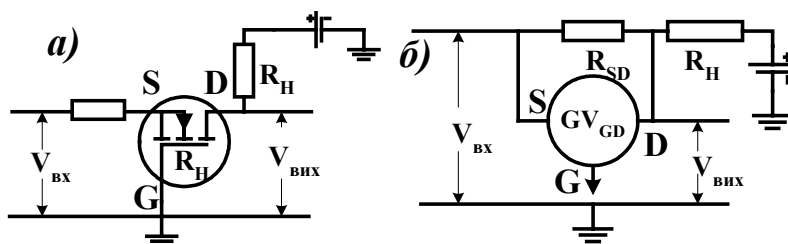


Рис.3.15. Схема включення з загальним затвором.

ний опір $R_{ex} \approx 1/g_G(1 - R_H g_D)$ та низький вихідний і використовуються як узгоджувальний елемент у складних електронних схемах.

3.5.a. Компліментарні (КМОН) транзистори

Здебільшого для зменшення потужності, що витрачається при роботі МОН транзисторів, використовують компліментарні (КМОН – компліментарний (від лат

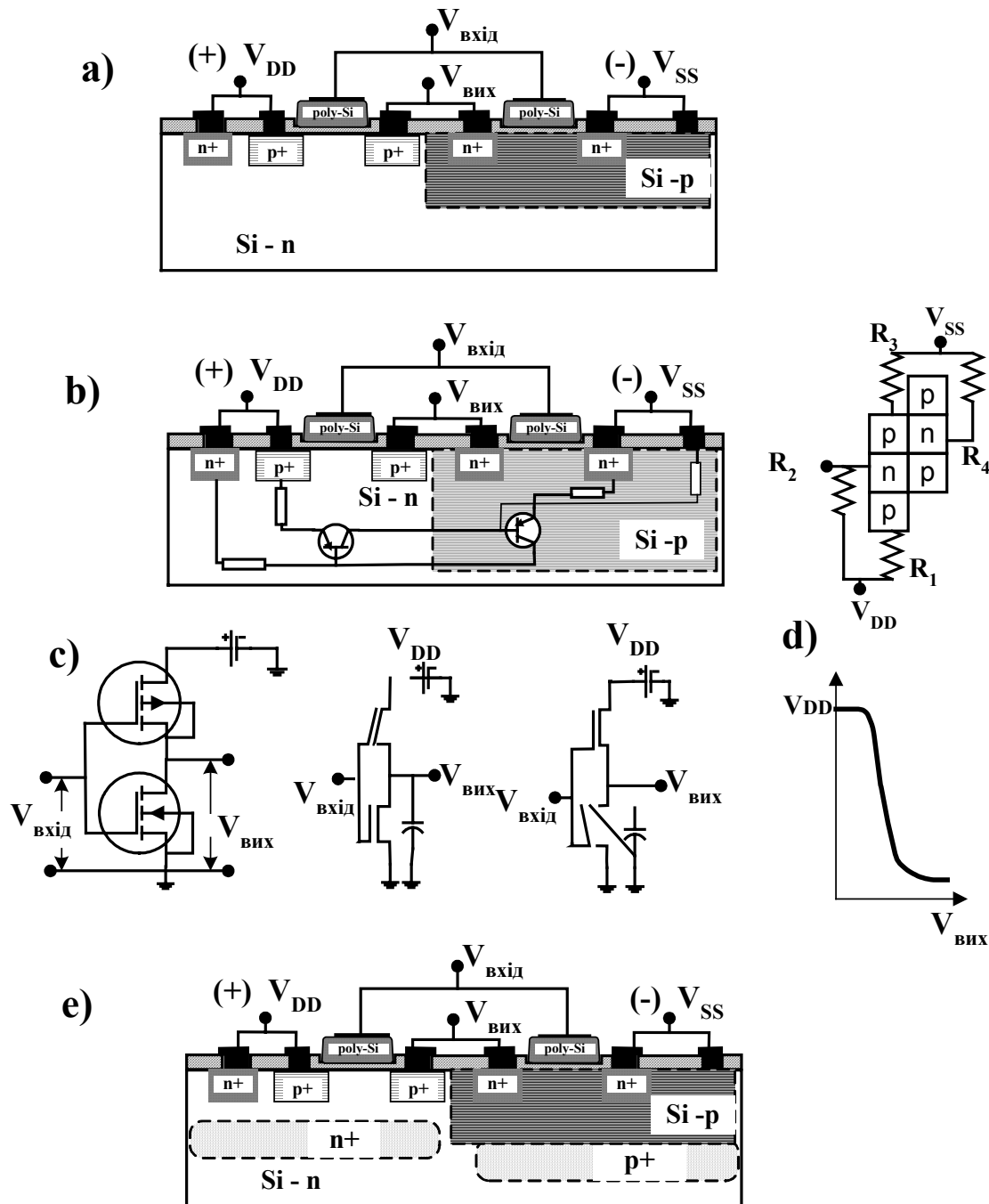


Рис.3.16. КМОН інвертор: а) - поперечний переріз, б) - еквівалентна схема паразитних транзисторів, в) - електрична схема, г) - перехідна характеристика, е) - дві кишені для зменшення паразитних опорів.

complementum - доповнення) транзистори. Вони виготовляються на одному кристалі за допомогою групової технології й складаються із двох МОН транзисторів із р- і n-каналами провідності. Їх характерною особливістю є протилежна полярність напруг

живлення та керування. Найбільш широке застосування вони знайшли в інверторах⁸, призначених для перестановки вхідного та вихідного сигналів. На рис.3.16а зображено поперечний переріз КМОН транзистора, його електрична схема (рис.3.16с) та передаточна характеристика (рис.3.16d). КМОН-транзистор працює так. Нехай спочатку вхідний сигнал $V_{вх}$ менший порогового сигналу n-канального МОН транзистора, але має досить значну від'ємну величину по відношенню до підкладинки р-канального МОН транзистора. В такому режимі р-канальний МОН транзистор відкритий, а n-канальний закритий. Відкритий р-канальний транзистор має малий опір, а закритий n-канальний МОН транзистор великий опір. Тому виникає значний вихідний сигнал $V_{вих}$, котрий наближається до напруги зовнішнього джерела живлення V_{cc} ($V_{вих} \sim V_{cc}$). При зменшенні від'ємної напруги $V_{вх}$ знаку р-канальний транзистор закривається, а n-канальний транзистор відкривається. Зовнішня напруга починає падати на закритому р-МОН транзисторі і вихідна напруга зменшується майже до нуля ($V_{вих} \rightarrow 0$). Таким чином, у двох станах інвертора його вихідна напруга або наближається до напруги зовнішнього джерела живлення, або рівна нулеві. Один із транзисторів КМОН інвертора завжди закритий і крізь систему не тече статичний струм, тому середня статична потужність, що розсіюється, мала, бо $w \sim I_D V_{cc} \rightarrow 0$. Передаточна крива КМОН інвертора показана на рис.3.16.d. Такі позитивні якості КМОН інверторів, як мала середня потужність, максимальна продуктивність більша за 10^{14} порт·Гц, значний фактор якості $P\tau \sim 10^{-14}$ Дж та більш проста і значно дешевша технологія їх виготовлення по зрівнянню з біполярними транзисторами забезпечує цьому різноманітності елементів ІМС широке практичне застосування⁹

3.6. ШУМИ УНІПОЛЯРНИХ ТРАНЗИСТОРІВ

Шуми в електронних приладах пов'язані із флуктуаціями струмів (напруг) у цих пристроях, що зумовлені випадковим характером руху носіїв заряду, флуктуаціями числа носіїв, а також дискретним характером процесу переносу струму.

Шумові характеристики напівпровідникових приладів, в тому числі й уніполярних транзисторів, мають три основних складових: *тепловий, дробовий та 1/f шуми*, де f -частота сигналу.

Тепловий шум викликається тепловими флуктуаціями швидкостей носіїв заряду в електропровідному середовищі в умовах теплової рівноваги. Завдяки тепловому рухові носіїв на кінцях незамкненого провідника виникає різниця потенціалів, що флуктує, а в замкненому провіднику – флуктуючий макрострум. Унаслідок повної хаотичності теплового руху носіїв заряду частотний спектр теплових флуктуацій є рівномірним аж до дуже високих частот. Середньоквадратичне значення напруги теплових флуктуацій у малому інтервалі частот Δf , що виникає на кінцях провідника з активним опором R , визначається формулою Найквіста

$$\overline{V_T^2} = 4k_B T R \Delta f, \quad (3.28a)$$

де T – температура провідника.

Оскільки при розгляді малосигнальних систем можна знехтувати їх відхиленням від теплової рівноваги, то в цьому випадку тепловий шум можна характеризувати еквівалентним генератором напруги $v = \sqrt{\overline{V_T^2}}$

⁸ Від інверсія (лат. inversio - перестановка).

⁹ Один порт це одиниця продуктивності ІС, котра визначає, що можна використовувати точки контактів між пристроями вводу-виводу в кількості 10^4 на частоті 10 ГГц= 10^{10} Гц.

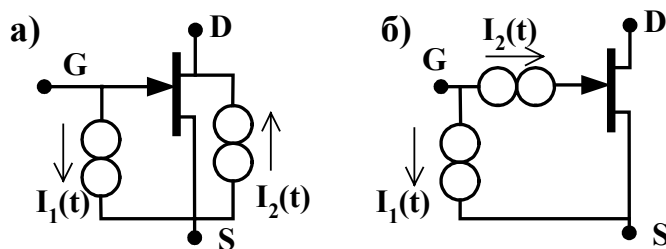


Рис.3.17. Еквівалентні схеми шумових генераторів МОН транзистора.

Дробовий шум є наслідком дискретності носіїв струму і хаотичного характеру їх генерації та рекомбінації. Він спостерігається, наприклад, при долатті носіями струму бар'єрів в електронно-діркових переходах, коли окремі акти процесу переходу відбуваються дискретно, незалежно один від одного. Це веде до появи некорельованих імпульсів струму, якщо до переходу прикладається зовнішня напруга. Середнє квадратичне значення цього струму, що флукує, залежить від середнього значення величини струму I , елементарного заряду e та інтервалу частот Δf

$$\overline{i_{gr}^2} = \xi 2eI\Delta f. \quad (3.29)$$

В цьому виразі ξ - коефіцієнт, що характеризує ступінь хаотичності процесів у напівпровідниках; для повністю хаотичних процесів $\xi=1$. Флуктуації струму внаслідок дробового ефекту можна представляти як дію генератора хаотичного струму

$$i_{gr}^n = \sqrt{i_{gr}^2}$$

Шумом $1/f$ називається хаотичний сигнал, спектральна густина потужності якого обернено пропорційна частоті f . Цей шум створюється хаотичною зміною параметрів матеріалів при їх роботі в пристроях. Він домінує на низьких частотах ($f < 10^4$ Гц) роботи МОН транзисторів, які мають значні шуми. Здебільшого вважається, що вірогідною причиною $1/f$ шуму в МОН транзисторах є взаємодія носіїв струму в каналі провідності з поверхневими станами на границі розділу напівпровідник-оксид, проте його природа ще не повністю з'ясована.

Еквівалентна схема МОН транзистора, як це показано в найпростішому випадку на рис.3.11, складається із опорів та ємностей. Для аналізу впливу шумових властивостей на роботу МОН транзисторів використовуються генератори шумів струму на вході i_1 і на виході i_2 транзистора, зображені на рис.3.17.а. Цю схему за допомогою застосування теорії лінійних чотирьохполюсників можна трансформувати, замінивши генератор шумового струму на виході транзистора $i_2(t)$ генератором шумової напруги на його вході $v(t)$. Трансформована схема зображена на рис.3.17.б.

У першому наближенні основною причиною появи генератора вхідної напруги шуму $v(t)$ є теплові флуктуації у каналі провідності транзистора, модифіковані механізмом управління струмом. Спектральну густина потужності шумового генератора напруги¹⁰ $S_v(\omega)$ наближено можна представити через спектральну густина потужності теплових флуктуацій провідності каналу з опором $R_G = g_G^{-1} = \frac{\partial V_G}{\partial I_D} \Big|_{V_d}$

¹⁰ Спектральна густина потужності стаціонарних випадкових процесів $S(\omega)$ визначається кореляційною функцією цього процесу

$$S_v = \beta_1 \frac{4k_B T}{g_{Gm}} \quad (3.30)$$

де β_1 - чисельний коефіцієнт $\approx 2/3$. Якщо наближено вважати, що опори R_S (вхідний) та g^{-1}_G (прохідний) з'єднані послідовно, то спектральну густину потужності флуктуацій струму у вхідному опорі R_S можна оцінити за формулою

$$S_{iS} = \frac{S_v(\omega)}{R_S^2} \approx \beta_1 \frac{4k_B T}{g_{Gm} R_S^2} \quad (3.31)$$

Спектральна густина потужності вхідного генератора шуму визначається, головним чином, дробовим ефектом електричного струму в електричному колі виток-затвор та ємнісним зв'язком між флуктуаціями потенціалу каналу $V(t)$ і струмом $i_{gr}(t)$ у цьому колі. Дійсно, флуктуації $V(t)$ викликають флуктуації заряду $Q(t) = CV(t)$, що спричиняє появу флуктуаційних струмів затвору

$$i_{gr}(t) = -\frac{dCV(t)}{dt} \quad (3.32)$$

Скориставшись перетворенням Фур'є, отримаємо

$$I_{gr}(\omega) = -i\omega CV(\omega) \quad (3.33)$$

У цьому разі спектральну густину потужності флуктуацій струму в каналі провідності внаслідок флуктуацій потенціалу каналу можна оцінити за формулою

$$S_{iG} \propto \overline{i_{gr}^2} = \omega^2 C^2 \overline{V^2}(\omega) = \beta_2 \omega^2 C^2 \frac{4k_B T}{g_G} \quad (3.34)$$

де $\beta_2 \sim 1$. Повна спектральної густини потужності вхідного шумового генератора струму S_i є сумою S_G й густиною потужності дробового шуму $S_{gr} = 2eI_G$

$$S_i = \beta_2 \frac{\omega^2 C^2}{g_{Gm}} 4k_B T + 2eI_G \quad (3.35)$$

Визначимо тепер **коефіцієнт шуму** F . Коефіцієнтом шуму називається відношення повної потужності шуму на виході системи до потужності теплових флуктуацій на вході системи. Середньоквадратичне значення напруги теплових флуктуацій струму на вході в малому інтервалі частот Δf визначається на підставі (3.28) як

$$\overline{i_T^2} = 4k_B T \Delta f / R_s = S_r(\omega) \Delta \omega$$

Для лінійних чотирьохполюсників коефіцієнт шуму визначається відношенням спектральної густини всіх складових струму на виході до спектральної густини струму теплових флуктуацій на вході системи

$$K(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t) f(t + \tau) dt,$$

і дорівнює $S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = |F(\omega)|^2$, де $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(i\omega t) dt$ – Фур'є-образ неперіодичної випадкової функції $f(t)$. Спектральна густина потужності визначає модуль амплітуди еквівалентного коливання шумового генератора, віднесено до одиничного інтервалу частоти. Наприклад, $\overline{V^2} = V^2(\omega) \Delta \omega \equiv S(\omega) \Delta \omega$

$$F = \frac{S_T \Delta f + S_{is} \Delta f + S_i \Delta f}{S_T \Delta f} = 1 + \beta_2 \frac{\omega^2 C^2 R_S}{g_G} + \beta_1 \frac{1}{g_G R_S} + \frac{e I_G R_S}{2 \pi k_B T} \quad (3.36)$$

Коефіцієнт шуму здебільшого представляють у децибелах (дБ) за формулою

$$F_1 = 10 \lg F \quad (3.36.a)$$

Коефіцієнта шуму досить сильно залежить від вхідного опору R_S . Ця залежність має

екстремум при $R_{Sm} = \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} \frac{1}{\omega C} \left(1 + \frac{e I_G g_G}{2 \pi k_B T \beta_2 \omega^2 C^2} \right)^{-1/2}$, а мінімальне значення коефіцієнту шуму при $R_S = R_{sm}$ дорівнює

$$F_{\min} \approx 1 + 2(\beta_1 \beta_2)^{1/2} \frac{\omega C}{g_G} \quad (3.37)$$

Наприклад, для типових значень параметрів МОН транзисторів $C \sim 10^{-11}$ Ф, $g_{Gm} = 2000$ мкОм⁻¹ і $f = 2\pi\omega = 1000$ МГц, $F_{\min} \cong 2,5$ (4,5 дБ). Згідно (3.37), для зменшення коефіцієнта шуму доцільно збільшувати крутизну характеристики (провідність каналу) і зменшувати ємність затвора. Оцінка провідності каналу дає

$$g_G = e \mu_n n S / L \equiv \frac{\mu_n Q}{L^2} \approx \frac{\mu_n C (V_G - V_T)}{L^2},$$

де μ_n та n – відповідно рухливість та концентрація носіїв струму в каналі, L та S – його довжина та переріз. Звідси для коефіцієнта шуму (3.37) отримуємо

$$F_{\min} \approx 1 + 2 \sqrt{\beta_1 \beta_2} \cdot \omega \frac{L^2}{\mu (V_G - V_T)} \quad (3.37.a)$$

Таким чином, *МОН- транзистори з коротким каналом і великою рухливістю носіїв струму в каналі мають не тільки високі робочі параметри, але й малий коефіцієнт шуму.*

3.7. МАСШТАБНА МІКРОМІНІАТЮРИЗАЦІЯ

Уніполярні транзистори засновані на використанні ефекту поля. Він виникає під дією напруги на затворі й змінює концентрацію основних носіїв у каналі провідності та стоковий струм відповідно. Польові транзистори самоізолювані від підкладинки й мають великий вхідний опір. Їх параметри менш чутливі до змін температури та випромінювання по відношенню до інших напівпровідникових приладів. Вони простіші та більш дешеві за технологією виготовлення по відношенню до біполярних транзисторів, займають меншу площу підкладинки та витрачають менше енергії при своїй роботі особливо в КМОН структурах. Усе це обумовило широке використання мініатюрних МОН транзисторів у цифрових великих ІМС та запам'ятовуючих пристроях. Магістральною лінією розвитку мікроелектроніки, як вже вказувалось, є збільшення ступені інтеграції ІМС, що досягається зменшенням розмірів окремих її елементів. У попередніх розділах було показано, що розміри МОН транзисторів по різному впливають на їх властивості. Наприклад, зменшення довжини каналу та товщини підзатворного діелектрика покращують параметри характеристики транзистора, зменшення ширини каналу – навпаки їх погіршують. Тому при проектуванні ІМС потрібно так узгоджено змінювати розміри, зовнішні напруги та концентрацію легуючих домішок, щоб не погіршити робочих характеристик. Для цього використовують *скейлінгові (масштабні) коефіцієнти*, які показують у скільки разів змінюються параметри елементів ІМС, зокрема, МОН транзисторів при зміні їх розмірів та інших параметрів.

Розрізняють три групи скейлінгових коефіцієнтів:

- скейлінг сталого поля (при сталих поля ($E_{z,y} = const$),
- скейлінг сталих напруг (при сталих зовнішніх напругах),
- загальний скейлінг, коли можуть змінюватися розміри L, w та d_{ox} , напруга V_D та концентрація домішок N_a .

Розглянемо скейлінг сталого поля. Нехай розміри транзистора змінюються в $K = x_0/x_1$ разів, де $x_{0,1}$ - лінійні розміри до та після мініатюризації. Тоді за допомогою формул, що були доведені у попередніх розділах для МОН транзистора із плавним каналом, знайдемо скейлінгові коефіцієнти. Вони зведені в таблиці 3.1 і не потребують додаткових пояснень.

Таблиця 3.1. Скейлінгові коефіцієнти МОН транзистора зі сталим електричним полем

№	Параметр	Формула	Скейлінговий коефіцієнт
1	Розміри L, w, d, L_e	$X_1/x_0 = K^{-1}$	K^{-1}
2	Напруги V_D, V_G, V_B	$E = const, V = Ex; V_1/V_0 = x_1/x_0 = K^{-1}$	K^{-1}
3	Концентрація домішок	$E = 4\pi e N_{A,d} L_e / \varepsilon \propto \sqrt{(V_G - V_T) N_{A,d}} = Const$ $N_{v1}/N_{v0} = L_0/L_1 = x_0/x_1 = K$	K
4	Стоковий струм I_D	$I_D = w \mu \varepsilon V_G V_D / L d; I_{D1}/I_{D0} =$ $W_1 V_1 L_0 d_0 / w_0 V_0 L_1 d_1 = K^{-1} K^{-1} K^{-1} K K = K^{-1}$	K^{-1}
5	Ємність затвора	$C = \varepsilon L w / 4 \pi d; C_1/C_0 = d_0/d_1 = K^{-1}$	K^{-1}
6	Густина елементів	$N = x^{-2}; N_1/N_0 = (x_0/x_1)^2 = K^2$	K^2
7	Час затримки	$\tau = L^2 / \mu V_D; \tau_1/\tau_0 = L_1^2 V_0 / L_0^2 V_1 = (K^{-1})^2 K = K^{-1}$	K^{-1}
8	Функціональна швидкодія	$N \tau; N_1 \tau_1 / N_0 \tau_0 = K K^2 K^{-1} = K^2$	K^2
9	Крутизна	$g_G = \mu w C V_D / L; g_{G1}/g_{G0} = w_1 C_1 V_1 L_0 / w_0 C_0 L_1 =$ $K^{-1} K K^{-1} = K$	K
10	Електропровідність стокова або витокова крутизна	$g_D = \mu w C (V_G - V_{Te} - V_D) / L;$ $g_{D1}/g_{D0} = w_1 C_1 V_1 L_0 / w_0 C_0 V_0 L_1 =$ $K^{-1} K K^{-1} K = 1$	1
11	Коефіцієнт підсилення	$M = g_G / g_D; M_1/M_0 = g_{G1} g_{D0} / g_{G0} g_{D1} = K$	K
12	Потужність розсіювання при $J \neq J(t)$	$P = J_D V_D$	K^{-2}
13	Потужність при перемиканні	$P = (1/2) C_G (\Delta V_G)^2$	K^{-3}
14	Параметр якості	$\Pi = P \tau$	K^{-3}

За їх допомогою можна здійснювати масштабну мікромініатюризацію, до тих пір поки при розмірах менших критичних значень ефектами короткого каналу та розмірними ефектами можна знехтувати. Вони показують у скільки разів змінюються параметри МОН транзисторів при зміні їх розмірів.

Аналогічним чином можна за допомогою формул, придатних для МОН транзисторів із плавним каналом, отримати скейлінгові коефіцієнти сталих напруг або коефіцієнти загального скейлінгу. Основною метою масштабування є досягнення максимальної дієздатності електронних приладів, тому найбільш важливим є загальний скейлінг.

Є три групи чинників, що визначають границю застосування скейлінгових коефіцієнтів:

- фізичні, до складу яких входять ефекти короткого каналу, що розглядаються у наступному розділі, розмірні ефекти (2-га глава) та тунелювання електронів крізь дуже тонкий підзатворний діелектрик,
- статистичні, наприклад, статистичні флуктуації легуючих домішок, які розглядались у 1-й главі,
- економічні або фактори вартості створення приладів.

Для прикладу параметри МОН транзисторів наведені в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2. Параметри МОН транзисторів: L - довжина каналу провідності, w - ширина затвора, d_d - товщина діелектрика, R_{in} - вхідний опір, C_{in} - вхідна ємність, $g^*=g/w$ - питома крутизна характеристики (взаємна електропровідність), F - коефіцієнт шуму, f_{max} - частота, $\Pi=P\tau$ - параметр якості.

Параметри	МОН тр. на основі Si	МОН тр. На основі GaAlAs/GaAs
L [мкм]	$0,7 \div 1$	$< 0,5$
d_d [мкм]	$0,02 \div 0,25$	
R_{in} [Ом]	$10^6 \div 10^{16}$	
C_{in} [Пф]	$1 \div 100$	
$G^*=g/w$ [си-менс/мм]	$0,05 \div 0,2$	
F	$1 \div 3$	
$f_{max}=1/t_{пр}$ [Гц]	$10^9 \div 10^{10}$	$2 \cdot 10^{11}$
$\Pi=P\tau$ [Дж]	10^{-12}	$2 \cdot 10^{-14}$

Звичайно, що на практиці вони варіюють у певному інтервалі значень. Крім того, відбувається подальше вдосконалення та розробка цих приладів:

- вдосконалюються їх конструкції та використовуються нові архітектури прила-

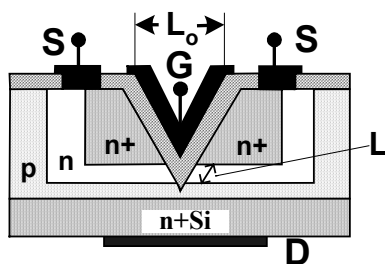


Рис.3.18. МОН транзистор із V-каналом.

дів, наприклад, V – канальний МОН транзистор (рис.3.18), у якого довжина каналу значно зменшується, МОН транзистори типу кремній на ізоляторі (SOI) та двохзатворні МОН транзистори (розділ 11.4.ж), транзистори з вертикальним каналом (§11.4.ж) тощо;

- активно розроблюються прилади із використанням каналів знижених розмірностей ($2D$ та $1D$) (розділ 3.10), які використовують балістичні та квантові особливості транспорту носіїв (розділ 3.10 та 7-ма глава);
- використовуються нові технології: молекулярно променева епітаксія, твердофазна епітаксія, іонна імплантація, локальне окислення, лазерна растрова рекристалізація тощо;
- здійснюється інтенсивний пошук та використання нових матеріалів. Наприклад, нові можливості відкрило застосування гетропереходів на основі напівпровідни-

кових матеріалів типу $A_{III}B_V$ та їх твердих розчинів, які вперше запропонував використовувати лауреат Нобелівської премії Ж. І. Алфєров, та напружених шарів Si_nGe_m . Вони, зокрема, дозволяють отримувати канали провідності з великими значеннями рухливостей основних носіїв й використовуються для розробки уніполярних НЕМТ транзисторів (розділ 3.9). Використання полікристалічного кремнію (полі – Si) забезпечує зменшення перекриття областей витоку та стоку з затвором, а силіциди металів є не поганими міжелементними з'єднаннями. Ведеться пошук нових діелектриків із більшими діелектричними сталим та пробивними полями, що дозволяє зменшувати товщину підзатворного діелектрика до ~ 2 нм. Зокрема, більшу діелектричну сталу має Si_3N_4 . Він також має малу швидкість окислення, стабільність до дуже шкідливих домішок лужних металів та велику густину пасток на інтерфейсі з SiO_2 , що дуже корисно при розробці систем пам'яті.

3.8. ЕФЕКТИ КОРОТКОГО ТА ТОНКОГО КАНАЛУ

При подальшій мікромініатюризації потрібно виготовляти МОН транзистори з довжиною каналу меншою за 1 мкм . Зменшення довжини каналу L вигідно, оскільки воно збільшує, згідно (3.20 – 3.24), крутизни вольт-амперних характеристик та швидкодію транзисторів. Проте при цьому виникають дві групи ефектів короткого каналу:

- ефекти, зв'язані з великим поздовжнім електричним полем E_y ;
- ефекти, зв'язані з великим поперечним електричним полем E_z .

3.8.а. Ефекти великого поздовжнього електричного поля

Велике поздовжнє електричне поле E_y викликає два основних ефекти:

1. розігрів носіїв і насичення їхньої дрейфової швидкості ;
2. електричний пробій каналу провідності.

Вони сильно впливають на характеристики МОН транзисторів.

3.8.а.1. Розігрів носіїв і насичення дрейфової швидкості

Зменшення довжини каналу L при $V_D = \text{const}$ збільшує поздовжнє електричне поле $E_y \sim V_D/L$. При полях більших за критичне $E > E_c$, коли

$$e E_y \ell \gg k_B T \quad (3.38)$$

де ℓ - довжина вільного пробігу носіїв, починається їх розігрів. Величина дрейфової швидкості носіїв стає сумірною з їх тепловою швидкістю і починає залежати від напруженості електричного поля. Розглянемо цей ефект більш детально. При ізотропному розсіянні час релаксації τ практично збігається з часом вільного пробігу носіїв, тому що в кожному акті розсіяння втрачається швидкість їх направленої руху. В акті пружного розсіяння носії втрачають енергію ΔE

$$\Delta E = \alpha \frac{mv^2}{2}, \quad (3.39)$$

де α - коефіцієнт акомодатії¹¹. Наприклад, для пружного розсіювання на іонах масою M $\alpha \approx 4m^*/M$. В електричному полі E_y за час вільного пробігу τ носії набувають енергію $eE_y \ell = eE_y (\mu E_y \tau) = eE_y^2 \mu \tau$. В стаціонарних умовах

$$\alpha \frac{mv^2}{2} = eE_y^2 \mu \tau = \frac{e}{m} E_y^2 \frac{\ell^2}{v^2} \quad (3.40)$$

де використана залежність $\mu = e\tau/m = e\ell/mv$. За допомогою (3.40) оцінимо швидкість хаотичного руху носіїв v

$$v = \left(\frac{e}{m}\right)^{1/2} \left(\frac{2}{\alpha}\right)^{1/4} \sqrt{\ell E_y} \quad (3.41)$$

Згідно (3.41) електричне поле збільшує хаотичну швидкість носіїв v , що у свою чергу зменшує їх рухливість, тому що

$$\mu = \frac{e \ell}{m v} = \left(\frac{e}{m}\right)^{1/2} \frac{\sqrt{\ell}}{(2/\alpha)^{1/4} \sqrt{E_y}} \quad (3.42)$$

Залежність рухливості носіїв від напруженості електричного поля наведена на схематичному рис.3.19.

Зменшення рухливості в електричних полях більших за критичне призводить до того, що дрейфова швидкість носіїв ($v_{dr} = \mu E_y$) починає сповільнювати своє зростання і при більших полях з'являється тенденція до її насичення, як це показано на рис.3.20. Характер залежності v_{dr} від E визначається структурою напівпровідників та механізмами розсіювання їх носіїв. Фізичною причиною насичення дрейфової швидкості носіїв валентних напівпровідників є

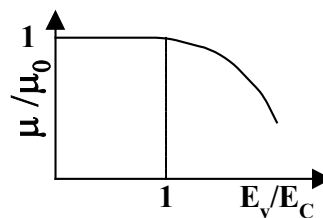


Рис.3.19. Залежність рухливості від напруженості електричного поля.

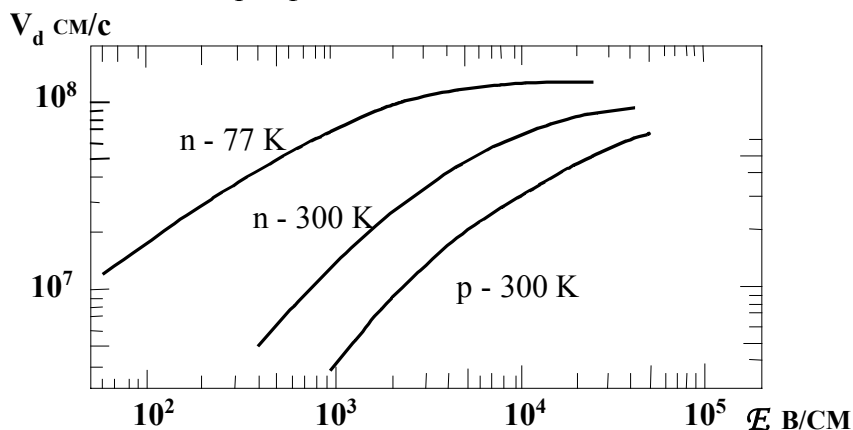


Рис.3.20. Залежності $v_d(E)$ в Si при різних температурах. Насичення має місце при $E > 5 \cdot 10^4$ В/см.

те, що в полях більших за критичне ($E_y > E_c$) їх енергія стає більшою за енергію збудження оптичних фононів. Унаслідок актів непружного розсіювання швидкість втрат енергії носіями сильно зростає. Установлюється новий стаціонарний стан, при якому

¹¹ Коефіцієнтом акомодатії називається відношення переданої в акті розсіювання енергії до початкової енергії.

енергія $eE \cdot v_{dr}$, що її набуває в електричному полі носій за одиницю часу, стає рівною енергії $\Delta E/\tau$, достатній для збудження оптичних фононів за той же самий час

$$eE v_{dr} = \Delta E/\tau, \quad (3.43)$$

тут ΔE - утрата енергії на збудження оптичного фонона. Якщо в (3.43) підставити вираз для τ ($\tau = \mu m/e$) і врахувати, що $\mu = v_{dr}/E$, то дрейфова швидкість перестає залежати від E , тобто насичується

$$v_{dr} = (\Delta E/m)^{1/2} \quad (3.44)$$

Цей ефект спостерігається при $E_y > E_c = 10^4$ В/см. Таким чином, при стокових напругах $V_D \sim 1$ В та при довжинах каналу провідності $L \sim 1$ мкм, коли електричні поля стають більшими за $\sim 10^4$ В/см, має місце насичення дрейфової швидкості носіїв. Для оцінки залежності v_{dr} від E можна використовувати емпіричну формулу

$$v_{dr} = \frac{\mu_{n,p,0} E_y}{\left(1 + (E_y/E_c)^\beta\right)^{1/2}} \quad (3.45)$$

де β - параметр. Здебільшого $E_c \sim 10^4$ В/см та $\beta \sim 2$. В багатодолинних напівпровідниках на v_{dr} впливає також міждолинне розсіяння.

Залежність рухливості носіїв та явище насичення дрейфової швидкості в електричних полях більших критичного призводить до таких змін статистичних характеристик МОН транзисторів:

- зменшення вихідної електропровідності, формула (3.20);
- зменшення стокового струму насичення I_D , котрий пропорційно змінюється із зміною рухливості носіїв, (3.10);
- зменшення крутизни вольт-амперної характеристики $g_G = dI_D/dV_G$ (або взаємної електропровідності), (3.23);
- зменшення часу прольоту носіїв, (3.27);
- збільшення коефіцієнту шуму, (3.37.а).

3.8.а.2. Електричний пробій каналу провідності

При подальшому зростанні напруженості електричного поля E_y відбувається розмноження носіїв та електричний пробій двох різновидів: пробій Зінера (або об'ємний тунельний) та ударно-іонізаційний пробій. Пробій Зінера виникає у великому електричному полі, коли вигин зон стає таким, що виникає тунелювання носіїв із валентної у зону провідності (рис.3.21). На практиці пробій Зінера спостерігається не так часто, як ударно-іонізаційний пробій. Ударна іонізація починається, коли енергія носіїв, яку вони набувають в електричному полі на довжині вільного пробігу, стає більшою за ширину забороненої зони E_g , тобто стає достатньою для утворення електронно-діркової пари.

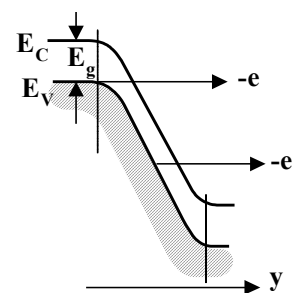


Рис.3.21. Схема вигину зон в електричному полі.

$$eE_y \ell_i > kE_g, \quad (3.46)$$

де k – коефіцієнт, що виникає внаслідок необхідності виконання закону збереження квазіімпульсу (для Si $k \approx 2.1$). Коефіцієнт іонізації α – кількість іонізацій на одиниці шляху – залежить від E_g і ℓ :

$$\alpha = \frac{1}{\ell_i} \exp\left\{-\frac{\ell_i}{\ell}\right\} = \frac{eE_y}{E_g} \exp\left\{-\frac{E_g}{eE_y \ell}\right\} \quad (3.47)$$

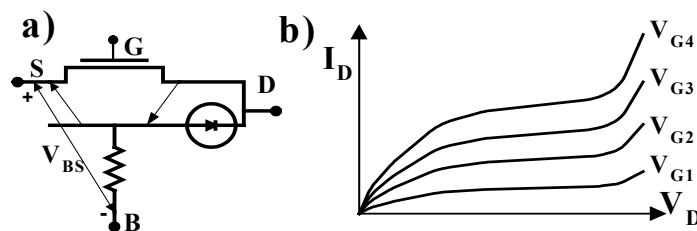


Рис.3.22. Схема виникнення V_{BS} , що створюється дірковим струмом у n -каналному МОН транзисторі (а) та вольт-амперні характеристики (б) при різних V_G .

Додаткові електрони збільшують струм у каналі провідності, а додаткові дірки, що утворюються лавинним розмноженням в електричному полі, збільшують дрейфову складову паразитного струму в підкладинці I_B (див. рис.3.22.а). Падіння потенціалу цього струму на опорі підкладинки R_B змінює її потенціал $V_{BS}=R_B I_B$, що впливає на роботу транзистора. Наприклад, при деяких V_{BS} може утворитися режиму прямого зміщення n^+ - p переходу в стоковій частині МОН транзистора, що викличе інжекцію носіїв із витокової n^+ частини в підкладинку напівпровідника p -типу. Під дією зовнішнього джерела живлення у вбудованому n^+ - p - n^+ транзисторі між витоком, підкладинкою та стоком іде струм інжектованих дірок, який додається до електронного струму витік-стік. Повний стоковий струм збільшується, виникає лавинне розмноження носіїв, внаслідок чого виникає електричний пробій МОН транзистора. Типові вольт-амперні характеристики зображені на схематичному рис.3.22.б, з якого видно, що при електричному пробії спостерігається значне зростання стокового струму.

Однак початкова стадія пробою є оборотною і після виключення напруги транзистор повертається до вихідного стану. Проте, коли під час пробою коефіцієнт іонізації стає надто великим і починаються необоротні теплові або електроерозійні процеси, то транзистор руйнується.

3.8.б. Ефекти великого поперечного електричного поля

Зменшення довжини каналу провідності при постійних напругах та товщинах підзатворного оксиду змінює поперечне електричне поле E_z . При цьому виникають такі ефекти:

- по-перше, напруженість поля $E_y(y)$ стає залежною від E_z , (тобто задача перестає бути квазіодновимірною), що порушує умови наближення плавного каналу та примушує замість одновимірної розв'язувати тривимірну задачу;
- по-друге, поперечне електричне поле E_z зменшує глибину каналу провідності, що викликає появу розмірних ефектів і є причиною порушення скейлінгу. Коли глибина каналу стає сумірною з довжиною хвилі де Бройля, починається розмірне квантування й канал набуває властивостей систем зниженої розмірності (2D канал). Необхідність подальшої мікромініатюризації примушує зменшувати розміри окремих структур і тому потрібно знати вплив цих факторів на роботу транзисторів.

3.8.6.1. Тривимірність електричного поля

Тривимірність електричного поля ускладнює розгляд задачі, проте без її розв'язку можна вказати на такі особливості його впливу на характеристики транзистора.

- По-перше, коли $E_x \sim E_y$, то діюча напруженість електричного поля $E = (E_x^2 + E_y^2)^{1/2} > E_y$. Унаслідок цього при менших стокових напругах V_D настає насичення дрейфової швидкості носіїв і відповідні зміни вольт-амперних характеристик (§3.8a1).

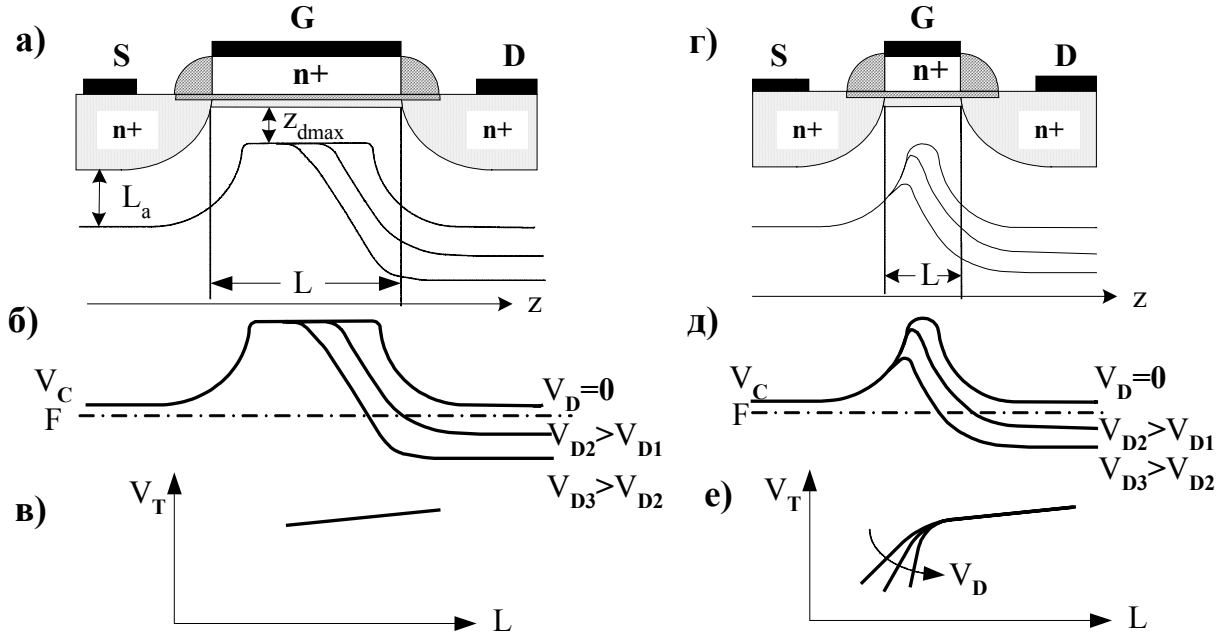


Рис.3.23. Поперечні перерізи n-типу МОН транзисторів із різною довжиною каналу (а) та (г); залежність дна зони провідності відносно рівня Фермі (б) та (д); залежності порогової напруги від довжини каналу (в) та (е).

- По-друге, змінюються порогові напруги V_T і їх розрахункові значення не збігаються з експериментом. Це виникає тому, що заряд $Q_{n,p}(y)$, відповідальний згідно (3.9) за проходження струму в каналі з інверсним знаком провідності, залежить не лише від напруги на затворі, але й від напруг витоку та стоку. На рис.3.23 схематично зображений профіль n-канального МОН транзистора та зміна положення дна зони провідності відносно рівня Фермі вздовж осі y , тобто в напрямку від витоку до стоку. Рухомий заряд $Q_{n,p}(y)$ згідно (3.5) є сумою повного заряду $Q(y)$ та зарядів іонізованих донорів або донорів $Q_{d,a}(y)$, наведених напругою затвора в каналах n- або р-типів відповідно. Наприклад, для каналів n-типу наведений заряд іонізованих акцепторів Q_a залежить від ефективної довжини каналу $L_{ef} = (L + L_1)/2 = L - L_d$

$$Q_d = e z_{d \max} w N_a L_{ef} \quad (3.48)$$

де w – ширина каналу, N_a – концентрація акцепторів, $z_{d \max}$ – протяжність збідненої області, L_d – глибина екранування. Зменшення L зменшує L_{ef} , що у свою чергу зменшує необхідний наведений заряд Q_d , необхідний для інверсії знаку носіїв у каналі. Менші заряди наводяться меншими пороговими потенціалами V_T . Таким чином, зменшення L зменшує пороговий потенціал ($\Delta V_T = \Delta Q_d / C_G$).

Коли довжина каналу стає сумірною або меншою глибини екранування просторового заряду ($L < L_d$), то відбувається змикання областей просторового заряду витоку та стоку (прокол каналу), що, як показано на схематичному рис.3.23б, призведе до зменшення ширини збідненої області під затвором $z_{d\max}$. Зменшення $z_{d\max}$ та L_{ef} зменшує необхідний наведений заряд Q_d , що відповідно зменшить порогову напругу транзистора V_T . Таким чином, короткий канал зменшує пороговий потенціал (напругу відсічки) та крутизну характеристики.

- По-третє, змикання областей просторового заряду витоку та стоку у короткому каналі (прокол каналу), коли $L < 2L_d$ створює наскрізне збіднення. Воно зменшує напругу насичення й збільшує струми втрат, тому що тепер струм протікає не лише в каналі провідності, а й в об'ємі напівпровідника. Цей режим називають плавним пробоем, бо в ньому струм втрат зростає при збільшенні стокової напруги. На рис.3.24 наведено для прикладу декілька типових вольт-амперних характеристик

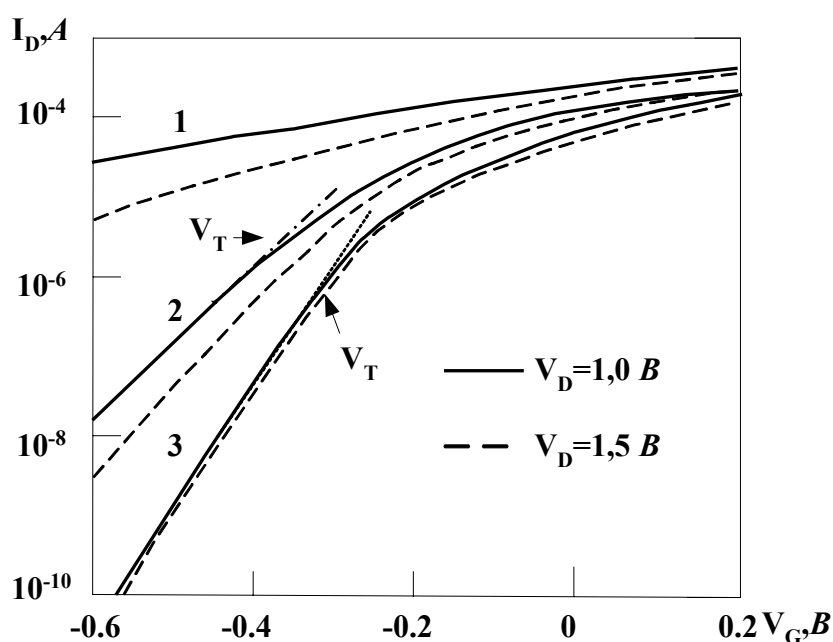


Рис.3.24. Залежність $I_D(V_G)$ для $V_D=1,0$ та $V_D=1,5$ В при різних довжинах каналу провідності: 1 - 1,5 нм, 2 - 3 нм, 3 - 7 нм. Товщина SiO_2 $d_{\text{окс}}=13$ нм. Концентрація домішок $N_a=10^{14} \text{ см}^{-3}$.

МОН транзисторів із різними довжинами каналів, де видно, що у приладів з коротким каналом різко зменшується стокова крутизна характеристики та підпорогові струми. Підпорогові струми (коли $V_G < V_T$) є струмами втрат, що виникають у еквівалентній структурі n-p-n транзистора як дифузійні струми. В МОН транзисторах із коротким каналом стокові струми, як струми втрат. Починають залежати від стокової напруги V_D (див. рис.3.24).

- По-четверте, зменшення ширини каналу, коли вона стає сумірною або меншою глибини екранування ($w < L_d$), призводить до того, що частина просторового заряду Q_d , наведеного потенціалом затвору, витрачається на створення крайових полів (рис.3.25). Тому потрібно замість ширини затвору w використовувати його ефективну ширину w_{ef} , яка, як видно з рис.3.25, залежить від $z_{d\max}$ протяжності збідненої

області $w_{ef} \propto (w + L_d) \approx w + z_{d,max}$. Тепер у формулу (3.48) для Q_d замість w необхідно підставити w_{ef}

$$Q_d \sim e z_{d,max} N_a L_{ef} \left(1 + \frac{z_{d,max}}{w} \right) \quad (3.48a),$$

із якої видно, що наведений заряд збільшується при зменшенні ширини затвору. Цей ефект збільшує пороговий потенціал при зменшенні w , тому що

$$\Delta V_T = \frac{\Delta Q_d}{C_G} \sim \frac{e N_a L_{ef} z_{d,max}^2}{C_G} \quad (3.48б)$$

Таким чином, зменшення ширини затвору (каналу) зменшує вплив ефекту короткого каналу (див. рис.3,25с).

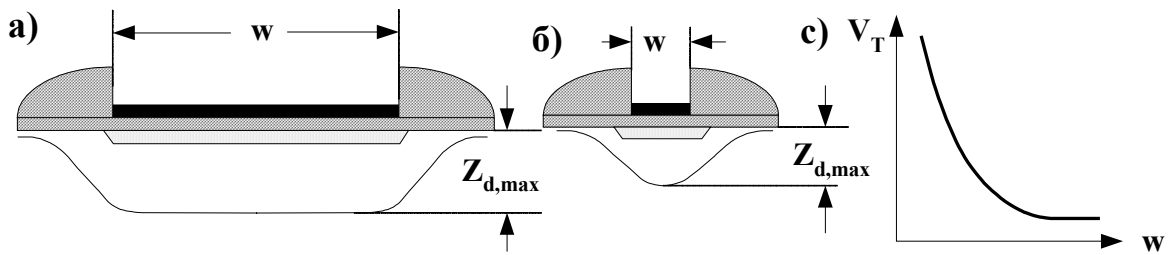


Рис.3.25. Профіль МОН тразисторів із різними ширинами каналів у площині перпендикулярній до осі каналу (а) та (б) та залежність V_T від w .

Емпірично знайдено, що ефект короткого каналу має місце, коли $L < L_{min}$

$$L_{min} = 0,4 \left[\gamma d_{ox} (w_s + w_D)^2 \right]^{1/3} \quad (\text{в мкм}) \quad (3.49)$$

Тут γ – глибина $n^+ - p$ переходів областей витоку й стоку (у мкм), d_{ox} – товщина оксидного шару (у Å), w_s і w_D – ширини збіднених областей витоку та стоку (у мкм), котрі залежать від концентрації домішок та напруги зсуву на підкладинці (3.4.а). Чим більше N_a , тим менші w_s і w_D , і тим менше L_{min} . Таким чином, для зменшення ефекту короткого каналу необхідно використовувати більш високий рівень легування напівпровідника. Ефекти короткого каналу частково компенсуються зменшенням його поперечного розміру, тому що вони діють назустріч один одному.

3.8.6.2. Вплив поперечного електричного поля E_x на розсіяння носіїв на границях каналу провідності

Рухливість носіїв у каналах провідності визначається процесами їх розсіяння. В 2D каналах крім процесів розсіяння, котрі мають місце в 3D каналах, виникають особливості, зв'язані із квантуванням енергії та розсіянням на поверхневих зарядах та неоднорідностях поверхні. У випадку незалежних процесів розсіяння ефективний час релаксації носіїв за імпульсами визначається за формулою

$$\frac{1}{\tau_{ef}} = \sum_j \frac{1}{\tau_j} \quad (3.50)$$

де τ_j - транспортний час релаксації j -го механізму розсіяння, серед яких у 2D каналах з'являються члени зв'язані з квантуванням енергії та поверхневим розсіянням. Ефективний час релаксації визначає рухливість носіїв

$$\mu_{ef} = \frac{e}{m} \tau_{ef} \quad (3.51)$$

Основними процесами розсіювання в об'ємі напівпровідника є розсіювання фононами та іонізованими домішками. На рис.3.26 наведена залежність рухливості від температури для Si при різних концентраціях домішок. Видно, що при зменшенні концентрації домішок можна отримати значні рухливості носіїв. Чистота матеріалу напівпровідника також важлива і для $2D$ його шарів. Проте рухливість в $2D$ шарах має свої особливості по відношенню до $3D$ випадків, зв'язаних із квантуванням та екрануванням.

Фононне розсіювання. Оцінимо, як змінюється час релаксації при розсіянні носіїв фононами в $2D$ випадку. Для спрощення розглянемо випадок, коли акустичні фонони в $2D$ каналі не відрізняються від об'ємних фононів. Імовірність розсіювання носіїв акустичними фононами пропорційна їх концентрації (n_{ph}) та густині електронних станів (g_{2D})

$$\frac{1}{\tau_{ph}} \propto n_{ph} g_{2D} \quad (3.52)$$

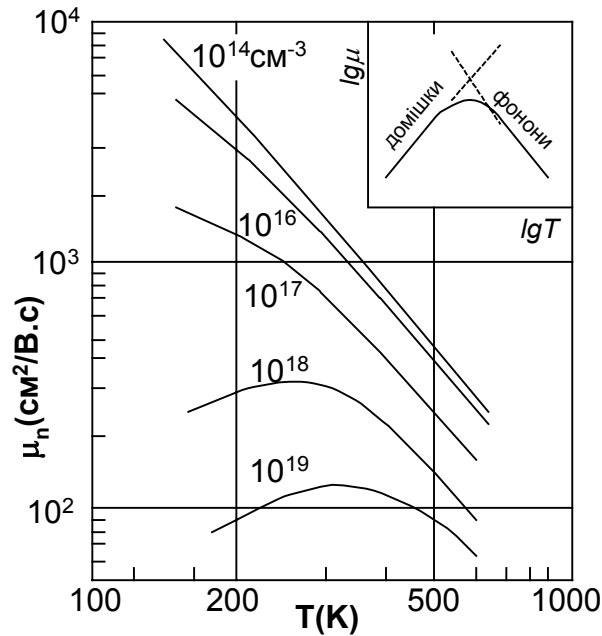


Рис.3.26. Залежність рухливості Si від температури. Параметр – концентрація домішок.

При температурах вище температури Дебая концентрація фононів (n_{ph}) пропорційна $k_B T$, густина станів згідно (2.44) не залежить від енергії носіїв і дорівнює

$$g_{2D} = \frac{m}{\pi \hbar^2 \ell_q} \quad (3.53)$$

де ℓ_q - довжина квантування, котру наближено можна оцінити з умови, що енергія носіїв в електричному полі E_y збігається з їх енергією в підзоні

$$\frac{\hbar^2 \pi^2}{2m \ell_q^2} f(v) = e E_y \ell_q \quad (3.54)$$

Комбінуючи (3.52), (3.53) та (5.54), отримуємо

$$\tau_{ph,2D} \propto \frac{1}{T E_y^{1/3}} = \frac{1}{T \cdot n_{2D}^{1/3}} \quad (3.55)$$

де використано, що напруженість поверхневого електричного поля пропорційна поверхневій густині заповнених носіями поверхневих станів n_{2D} . Нагадаємо, що для 3D випадку маємо більш сильну температурну залежність $\tau_{ph,3D} \propto T^{-3/2}$. Фонове розсіювання домінує при підвищенні температури. Для кремнію, наприклад, при 10К $\mu_{ph,2D} \sim 3,5 \cdot 10^6 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$. Проте поверхнева концентрація заряду n_{2D} також впливає на рухливість носіїв. Тому зростання густини поверхневого заряду або поверхневого потенціалу зменшує час релаксації $\tau_{ph,2D}$ та рухливість носіїв. Зменшення рухливості носіїв негативно впливає на роботу МОН транзистора.

Розсіювання іонізованими домішками.

Час релаксації носіїв при розсіянні їх зарядженими домішками обернено пропорційна їх концентрації $N_{a,d}$, середній швидкості хаотичного руху v та ефективному перерізу розсіювання $\sigma_i(v)$

$$\tau_{is} \propto \frac{1}{N_{A,D} v \sigma_i} \quad (3.56)$$

Ефективний переріз розсіювання носіїв зарядженими домішками визначається фур'є - образом екранованого кулонівського потенціалу $V(r) = -(e^2/\epsilon_s r) e^{-Q_{TF} r}$

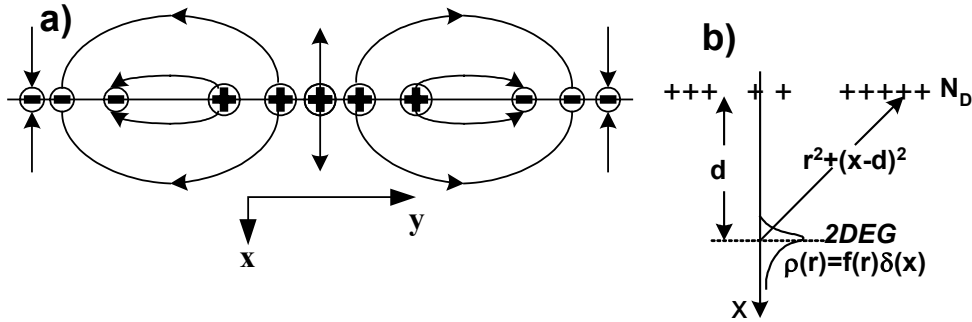


Рис.3.27. Розподіл зарядів та силових ліній (а) та геометрія розташування 2DEG та іонізованих донорів (b).

$$\tilde{V}_{3D}(Q) = -\frac{4\pi e^2}{\epsilon_s} \cdot \frac{1}{Q^2 + Q_{TF}^2} \quad (3.57)$$

де ϵ_s – діелектрична проникність середовища, Q – хвильовий вектор, Q_{TF}^{-1} – радіус Томаса-Фермі, що визначається за формулою

$$Q_{TF} = \sqrt{\frac{4\pi e^2}{\epsilon_s} \cdot \frac{dn}{d\mu}} \quad (3.58)$$

де $dn/d\mu$ – термодинамічна густина станів. Для $GaAs$ із $n_{3D} = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ $Q_{TF}^{-1} \approx 5 \text{ нм}$. Збільшення концентрації n_{3D} зменшує радіус екранування Q_{TF}^{-1} , що збільшує швидкість затухання потенціалу розсіювання, зменшує $\tilde{V}_{3D}(Q)$, тобто зменшує ефективний переріз розсіювання σ_i й, як наслідок, збільшує час релаксації та рухливість μ в 3D випадку.

У двовимірному (2D) випадку змінюється характер екранування, тому що відбувається двовимірний перерозподіл наведеного заряду $\rho_{2D}(\vec{r}, x) = f(y, z)\delta(x)$, густина станів якого не залежить від енергії. Наведене електричне поле цього заряду

тривимірне і розповсюджується також уздовж осі x . На рис.3.27 наведено розподіл статичного електричного поля, створеного статичними флуктуаціями поверхневого заряду, з якого видно складний тривимірний характер його розподілу. Це призводить до більш повільного затухання потенціалу $V_{2D}(r) = -\frac{e^2}{\epsilon_s r^3 Q_{TF}^2} (1 + Q_{TF} d)$ по відношенню до $3D$ випадку. Фур'є – образ двовимірного потенціалу має такий вигляд

$$\tilde{V}_{2D}(q) = -\frac{2\pi e^2}{\epsilon_s} \frac{1}{q + q_{TF}} e^{-qd} \quad (3.59)$$

де d - відстань від точкового заряду носіїв до площини локалізації заряджених центрів розсіювання з поверхневою концентрацією N_D , q - двовимірний вектор, $r_{2D} = 1/q_{TF}$ - двовимірний радіус екранування

$$r_{2D} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_s \hbar^2}{m e^2} = \frac{\epsilon_s}{2(m/m_0)} a_B \quad (3.60)$$

де a_B – радіус Бора. Для $GaAs$ $r_{2D} = 5$ нм. Порівняння фур'є – образів потенціалів для $2D$ та $3D$ випадків (формули (3.57) та (3.59)) показує, що $\tilde{V}_{2D}(Q)$ менший за $\tilde{V}_{3D}(Q)$ й експоненціально зменшується при збільшенні відстані d між зарядженими домішками та площиною локалізації двовимірного електронного газу. Ця властивість $2DEG$ дозволяє зменшити транспортний час релаксації носіїв у $2D$ каналі, тому що зменшення $\tilde{V}_{2D}(Q)$ збільшує транспортний час релаксації τ_{tr} та рухливість носіїв $\mu_n = e\tau/m$. Особливо сильне екранування має місце, якщо локалізацію заряджених домішок та $2DEG$ вдається просторово розділити на відстань $d \neq 0$ (рис.3.27.b). В цьому випадку

$$\mu_n = \frac{16(2\pi)^{1/2} e n_{2D}^{3/2} |d|^3}{\hbar N_{i,2D}} \quad (3.61)$$

де $N_{i,2D} = N_D$ – концентрація іонізованих донорів на границі із прокладкою віднесено до одиниці площі. При $n_{2D} = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$; $N_{i,2D} = N_D = 10^{12} \text{ см}^{-2}$, $d = 100$ нм утворюється значна рухливість носіїв $\mu_n \approx 10^7 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ по зрівнянню з $\mu_{n,3D} \sim 10^4 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ при кімнатній температурі. Тому потрібно шукати способи, за допомогою яких розділяти носії в $2D$ каналах провідності від локалізації іонізованих домішок та інших заряджених частинок, що розсіюють носії. Такий шлях відкриває використання в МОН структурах каналів, котрі створюються за допомогою гетеропереходів.

3.9. УНІПОЛЯРНІ НЕМТ ТРАНЗИСТОРИ

HEMT транзисторами називаються транзистори з великою рухливістю електронів (High Electron Mobility Transistor або скорочено HEMT). У них використовують канали провідності, що утворюються між напівпровідниками з різною зонною структурою (різною шириною забороненої зони). Такий контакт називається гетероконтактом на відміну від гомоконтакту, котрий утворюється між напівпровідниками з однаковою шириною забороненої зони. Для того щоб уникнути утворення механічних напружень та дислокацій на контакті, використовують напівпровідники з майже однаковими кристалічними ґратками але різними ширинами заборонених зон. Для цього, здебільшого, використовують напівпровідникові сполуки $A^{III}B^V$ та $A^{IV}B^{VI}$ та їх тверді розчини, наприклад, $GaAs$, $Al_xGa_{1-x}As$ та $AlAs$; InP та $InGa_{1-x}P_yAs_{1-y}$, $GaSb$ та $Al_xGa_{1-x}As_ySb_{1-y}$ а також Si та $SiGe$. Тверді розчини на основі сполук $A^{III}B^V$ перекри

вають діапазон ширин заборонених зон від 0,2 до 2,5 eV при дуже незначній зміні параметрів кристалічних ґраток. Гетероконтакт виготовляють за допомогою молекулярно-променевої епітаксії. Контактна різниця потенціалів на гетероконтакті між двома напівпровідниками створює контактне електричне поле, котре вигинає зони біля контакту. Значний внесок у вирішення проблеми виготовлення гетеропереходів зробив нобелівський лауреат академік РАН Ж.І. Альферов.

Розглянемо приклад типового контакту (рис.3.28) широкозонного напівпровідника $n^+ \text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ (з шириною забороненої зони $E_{g1} = 1,8 \text{ eV}$) та вузькозонного напівпровідника і-типу GaAs (із забороненою зоною $E_{g2} = 1,45 \text{ eV}$). Зобразимо енерге-

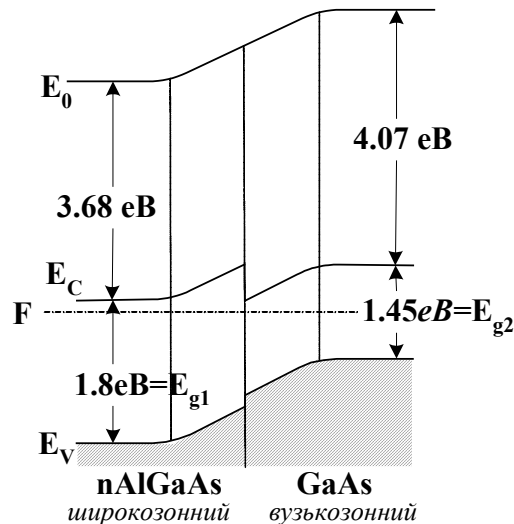


Рис.3.27. Енергетична діаграма гетеропереходу на основі GaAs/AlGaAs.

тичну схему такого гетеропереходу. В рівновазі хімічні потенціали системи знаходяться на одному рівні ($F_1 = F_2$). Робота виходу вузькозонного напівпровідника більша за роботу виходу широкозонного. Тому контактне електричне поле (йому відповідає потенціальна енергія E_0) вигинає зони вузькозонного напівпровідника "униз", а у широкозонному - "уверх", як це видно на рис.3.28. На гетеропереході утворюється *розрив зон* і в зоні провідності утворюється стрибок потенціальної енергії. З одного боку від стрибка потенціалу на гетеропереході в широкозонному напівпровіднику утворюється потенціальний бар'єр, а в широкозонному - збіднений носіями шар. У потенціальній ямі власного вузькозонного напівпровідника можуть накопичуватися електрони, а у випадку, коли замість власного вузькозонного напівпровідника використовується вузькозонний напівпровідник р-типу, у його потенціальній ямі накопичуються носії з інверсним знаком заряду. Таким чином, на гетеропереході здійснюється *просторове розділення зарядів* іонізованих домішок (у даному випадку іонізованих донорів у широкозонному напівпровіднику) та $2D$ електронного газу в каналі провідності, локалізованому у вузькозонному напівпровіднику. Додаткове просторове розділення іонізованих домішок та 2DEG вдається здійснювати за допомогою створення прошарку товщиною d із малою концентрацією домішок у широкозонному напівпровіднику біля гетеропереходу. Цей прошарок – прокладка (spacer) виготовляється за допомогою спеціальних методів легування, наприклад, селективного або δ -легування¹¹, що дозволяють створювати просторовий розподіл легуючих домішок.

¹¹ δ -легування – локальне введення домішок із δ -подібним просторовим розподілом.

Прошарок слабо легованого широкозонного напівпровідника просторово відокремлює 2DEG від області іонізованих донорів у широкозонному напівпровіднику на відстань ширини прокладки d . Просторове відокремлення носіїв заряду у 2DEG від іонізованих домішок, необхідних для заповнення каналу провідності та створення 2DEG, зменшує потенціал їх кулонівської взаємодії, що згідно (3.61) збільшує рухливість носіїв. Додаткова різниця потенціалів на гетеропереході від зовнішнього джерела напруги відповідного знаку збільшує вигин зон та поглиблює потенціальний бар'єр у вузькозонному напівпровіднику. Все це дозволяє створювати на гетеропереході 2D канал провідності та керувати за допомогою зовнішньої напруги його параметрами.

Канал провідності в цій структурі утворюється в об'ємі напівпровідникової структури на глибині ($\sim 150 \text{ \AA}$) від поверхні. Тому на електрони в 2D каналі слабо

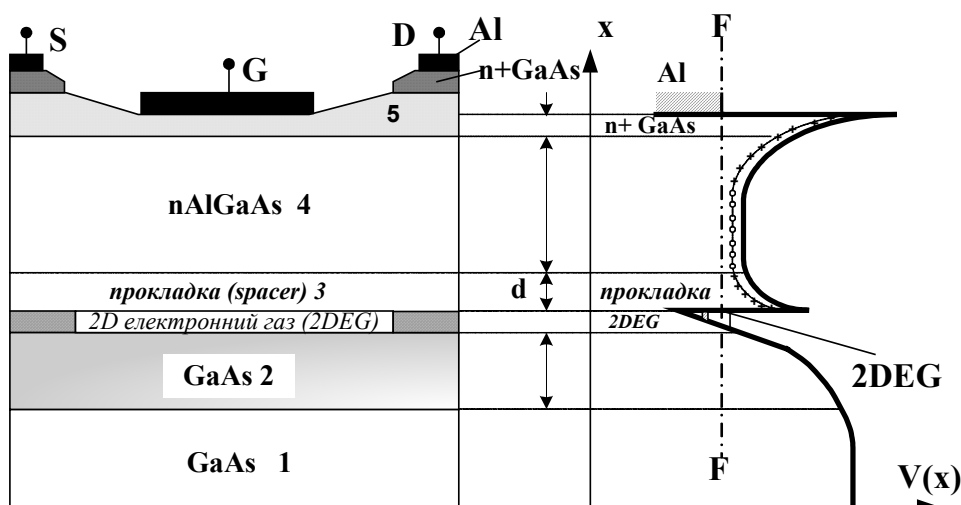


Рис.3.29. Переріз польового транзистора з гетеропереходом AlGaAs-GaAs та зона діаграми. 1 – підкладка із напівізолюючого GaAs, 2 – вузькозонний GaAs, 3 – прокладка із не легованого GaAs, 4 – широкозонний nAlGaAs, 5 – сильно легований n+AlGaAs.

впливають такі різновиди розсіяння:

- кулонівського розсіяння іонізованими донорами, бо вони просторово відокремлені від 2DEG у каналі провідності нейтральною прокладкою товщиною $d \neq 0$, що згідно (3.61) збільшує рухливість носіїв,
- нерівностями поверхні напівпровідників, бо його границя віддалена від каналу;
- дефектами, котрі часто важко усунути, коли канали провідності створюються в приповерхневих шарах напівпровідників;
- нерухомими зарядами на границі з оксидними шарами тощо.

Ці особливості 2D каналу на гетеропереході дозволяють отримувати в ньому великі рухливості носіїв. Наприклад, у каналі між GaAs та $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ при кімнатній температурі рухливість електронів дорівнює $\mu_n(300\text{K}) \sim 8000 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$, а при температурі рідкого азоту $\mu_n(78\text{K}) \sim 10^5 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$, що суттєво покращує параметри МОН транзисторів. Такі транзистори називаються НЕМТ транзисторами (High Electron Mobility Transistor - транзистор із великою рухливістю електронів). Вони мають час перемикання при кімнатній температурі $< 56 \text{ пс}$, а при 78K - $17 \cdot 10^{-12} \text{ с}$. В перспективі це дозволяє створювати транзистори, котрі при температурах 78K працюють на частотах сумірних із частотами контактів Джозефсона, котрі працюють при температурах 4,2K.

Структура НЕМТ транзистора на основі GaAs зображена на рис.3.28.

На підкладинці з напівізолюючого GaAs вирощувався нелегований буферний шар вузькозонної напівпровідникової сполуки GaAs із концентрацією акцепторів $N_a \sim 10^{14} \div 10^{15} \text{ см}^{-3}$. На ньому нарощувався тонкий ($d_s \sim 20 \text{ нм}$) шар прокладки (spacer) із нелегованого широкозонного напівпровідника $n\text{-AlGaAs}$ ($N_d \sim 10^{14} \div 10^{15} \text{ см}^{-3}$). На прокладку наносився шар сильно легованої напівпровідникової сполуки $n\text{-Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ ($N_D \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$) товщиною $d \sim 20 \text{ нм}$, на яку наносився металевий шар затвора (G). На контакті металевого затвора з $n\text{-Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ утворювався бар'єр Шотткі. Омічні контакти витоку (S) та стоку (D) створювалися за допомогою додаткового сильного легування областей під металевими контактами $n\text{-GaAs}$. Енергетична (зонна) діаграма такої системи схематично зображена на рис.3.29. Видно, що на гетеропереході, що знаходиться між широкозонною прокладкою та вузькозонним шаром GaAs, із двох боків утворюється дві області з різними властивостями. З одного боку гетеропереходу в широкозонній прокладці з малою концентрацією донорів утворюється вузька ($\sim 20 \text{ нм}$) збіднена носіями заряду область. З другого боку гетеропереходу у вузькозонному шарі GaAs утворюється потенціальна яма. В ній можуть накопичуватися електрони, котрі надходять крізь прокладку з легованої частини широкозонного напівпровідника. В потенціальній ямі утворюється електронний канал провідності, котрий може стати каналом двовимірного електронного газу (2DEG). Таким чином, на гетеропереході здійснюється просторове розділення іонізаційних донорів, що локалізуються в прокладці, від 2DEG, що локалізуються у потенціальній ямі вузькозонного напівпровідника біля гетеропереходу. Просторове розділення електронів та іонів, як було вже показано у попередньому розділі, забезпечує згідно (3.61) значну рухливість 2DEG у каналі провідності. Вона залежить від концентрації домішок у матеріалі легованого широкозонного напівпровідника за межами прокладки та ширини прокладки. Виникають сприятливі умови для значної провідності 2DEG у каналі. Транзистори з такими каналами, при зменшенні довжини затвора до $0,1 \text{ мкм}$ можуть працювати із граничними частотами до 200 ГГц , що значно більше граничних частот звичайних МОН транзисторів, виготовлених на основі Si. Ці корисні властивості польових транзисторів із гетеропереходами стимулювали їх подальше вдосконалення та виробництво, в якому крім молекулярно променевої епітаксії використовується селективне легування та інші напівпровідники.

Селективне¹² легування та молекулярно променева епітаксія дозволяють виготовляти напівпровідникові системи з іншими енергетичними діаграмами зони провідності. Ці структури використовуються при створенні польових транзисторів на гетеропереходах не лише на основі GaAs/AlGaAs, але й з використанням інших напівпровідникових сполук та їх твердих розчинів. Зокрема, система InP/InGaAs/InAlAs дозволила збільшити граничну частоту до 340 ГГц .

3.10. ЗНИЖЕННЯ РОЗМІРНОСТЕЙ У КАНАЛАХ ПРОВІДНОСТІ

Позитивні якості польових і, зокрема, МОН транзисторів – такі, як більш проста технологія виготовлення по зрівнянні з технологією виготовлення біполярних транзисторів, менші потужності переключення, великий вхідний опір, великі робочі частоти та надійність роботи, самоізоляція¹³, можливість створення компліментарних (КМОН) приладів із дуже малою потужністю розсіяння – забезпечили широке їх використання при розробці та виготовленні великих інтегральних мікросхем. Польові

¹² Селективний (від лат. selectio – відбір) – вбірковий, здатний до відбору.

¹³ Самоізоляція полягає у тому, що МОН транзистори не взаємодіють один із іншим, коли між ними відсутній канал провідності. Це усуває необхідність створення додаткової ізоляції окремих приладів.

транзистори на основі гетероструктур дозволяють створювати надвисокочастотні транзистори з великою рухливістю носіїв (НЕМТ) із граничними частотами ~ 300 ГГц. Крім того, МОН структури знайшли застосування для виготовлення запам'ятовуючих пристроїв, серед яких прилади із зарядовим зв'язком (ПЗЗ) стали одним із базових динамічних запам'ятовуючих приладів функціональної електроніки. Таким чином, польові транзистори з ізолюваним затвором і, зокрема, МОН структури зайняли чільне місце в сучасній мікроелектроніці.

Подальший розвиток мікроелектроніки вимагає збільшення ступені інтеграції та зменшення розмірів окремих елементів. У попередніх підрозділах цієї глави було показано, що при зменшенні розмірів польових транзисторів виникають ефекти короткого каналу, котрі обмежують нормальну їх роботу. Це повинно було обмежити їх використання у великих інтегральних мікросхемах наступних ступенів інтеграції. Але виявилось, що принцип дії польових транзисторів з ізолюваним затвором або декількома затворами можна використовувати і в цьому випадку каналів нанометрових розмірів, якщо додатково скористатись такими фізичними ефектами:

- особливостями режиму балістичного транспорту носіїв у вузьких та коротких каналах провідності (глава 7);
- дифракцією та інтерференцією електронних хвиль де Бройля в каналах з електронним газом зниженої розмірності (глава 7);
- одноелектронними явищами (глава 7);
- резонансним тунелюванням (глава 6) тощо.

Першим прикладом транзистора з 1D каналом може бути транзистор із геоме-

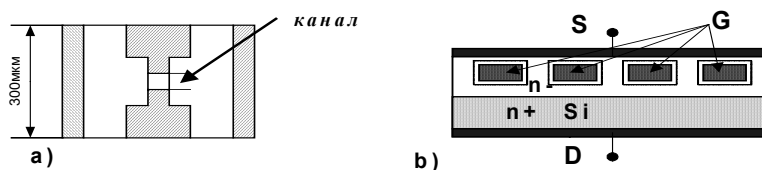


Рис.3.30. Схема транзистора з 2D каналом (а) та із проникаючою базою (б).

тричним звуженням каналу або з каналом, звуженим електричним полем, що створюється двома або більшою кількістю затворами з відповідними потенціалами (рис.3.30.а). Сідлоподібний просторовий розподіл напруженості електричного поля дозволяє суттєво зменшити довжину каналу без змикання збіднених областей витоку та стоку. В такому звуженому та короткому каналі виникають квантові флуктуації електропровідності $G_0 = e^2/h$ (глава 7). Можна також створити затвор з ізолюваних майже точкових квантових областей з нульовою розмірністю (0D), занурених у на-

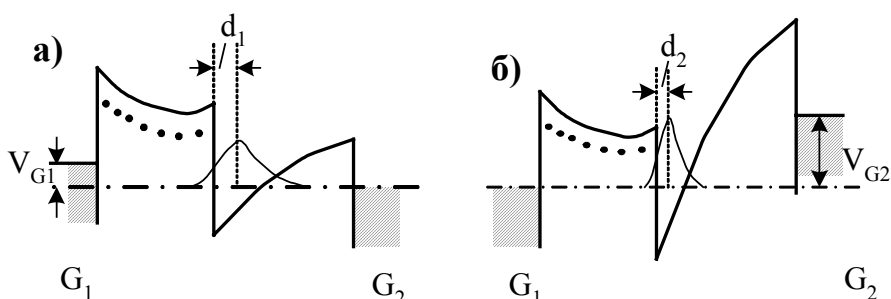


Рис.3.30. Розподіл потенціалів в 2D каналі VMT транзистора: а) - $V_{G1} < 0$, $V_{G2} = 0$, б) - $V_{G1} = 0$, $V_{G2} < 0$.

півпровіднику між витоком та стоком (рис.3.30.б). такий транзистор називається

транзистором із проникаючою базою (*permeable-base transistor* (PBT)). Він схожий на вакуумний триод. Носії струму рухаються перпендикулярно поверхні напівпровідника. Довжина каналу визначається способом виготовлення тонких шарів за допомогою молекулярно-променевої епітаксії і може сягати декількох атомних шарів ($4\div 10$ нм). Потенціал на зануреному прозорому затворі створює навколо неї просторовий заряд. Коли товщина збідненої області L_c біля затвора стає меншою відстані (a) між провідниками сітки ($L_c < 0,5 \cdot a$), то області просторового заряду навколо елементів сітки об'єднуються в єдину область просторового заряду й струм витік - стік прямує до нуля. Малі розміри простору дрейфу носіїв від витоку до стоку зменшують час прольоту носіїв, що збільшує робочу частоту транзисторів до 10^{12} Гц. Наведений приклад показує, що можливості подальшого вдосконалення МОН транзисторів ще не вичерпані.

Другим прикладом новітнього транзистора є транзистор із модуляцією швидкості (VMT - *velocity modulation transistor*) (рис.3.31). Він виготовляється на основі гетеропереходів із сполук $A_{III}B_V$. Модуляцію дрейфової швидкості або рухливості носіїв здійснюють зміною просторової локалізації $2D$ електронного газу відносно локалізації іонізованих домішок, що розсіюють носії. Згідно формули (3.61), збільшення середньої відстані d між іонізованими домішками та центром локалізації носіїв зменшує інтенсивність розсіяння носіїв, що збільшує їх рухливість. Просторовий поперечний розподіл носіїв у квантовій ямі, який характеризується квадратом їх хвильової функції $|\psi(z)|^2$, залежить від форми потенціальної ями. Її можна змінювати за допомогою потенціалів на затворах уніполярних транзисторів. На рис.3.31 зображена схема розподілу потенціалів у каналі транзистора з $2D$ каналом, у якому є фронтальний G_1 та тиловий G_2 затвори, до яких прикладені відповідні напруги. Видно, що в 1-му випадку (рис.3.31.а), коли $V_{G1} < 0$ та $V_{G2} = 0$, $d_1 > d_2$, а у 2-му випадку, коли $V_{G1} = 0$ та $V_{G2} < 0$, навпаки $d_1 < d_2$ (рис.3.31.б). Це означає, що в 1-му випадку розсіяння носіїв іонізованими домішками менш інтенсивне, ніж у 2-му випадку, тобто згідно формули (3.61) $\mu_1 > \mu_2$.

Третім прикладом є квантово-інтерференційний транзистор (QUIT - *quantum interference transistor*). Його принципова схема наведена на рис.3.32. Простір між витоком та стоком поділяється внутрішнім затвором на два паралельних канали, у яких відбувається балістичний транспорт носіїв. Балістичний транспорт носіїв у



Рис.3.32. Принципова схема квантово-інтерференційного транзистора.

каналі та їх інтерференцію можна здійснити, якщо довжини каналів (L) будуть меншими довжин вільного пробігу носіїв (ℓ) та довжин когерентності (ℓ_F) їх хвиль де Бройля ($\ell > L > \ell_F$). Напруга на зовнішньому затворі по різному змінює форму потенціальних ям у 1-му та 2-му каналах, що змінює фази хвильових функцій носіїв, що проходять крізь 1-й та 2-й канали (див. задачу 3.23). Інтерференція цих хвиль на виході з каналів змінює провідності транзистора в залежності від різниці фаз між цими хвилями, яка залежить від потенціалу на затворі. Ці прилади знаходяться в стадії досліджень, але вважається, що вони є перспективними, тому що можуть забезпечити швидкодію транзисторів, для керування якими можна використовувати малі напруги на затворі.

Із викладеного вище видно, що є дуже багато різновидів польових транзисторів (ПТ). Їх розмаїття значно збільшується при переході до НВІМС та наноелектронних систем. Тому для спрощення їх розгляду та вивчення доцільно використовувати їх класифікацію. В літературі є спроби класифікації польових транзисторів (ПТ) [8]. За своїми спільними технологічними рисами, властивостями та застосуванням вони поділяються, як це показано на рис.3.33, на чотири групи: (1) – МОН ПТ (метал-оксид-напівпровідник ПТ), (2) – гомогенні ПТ, (3) гетероструктурні ПТ та (4) – новітні прилади.

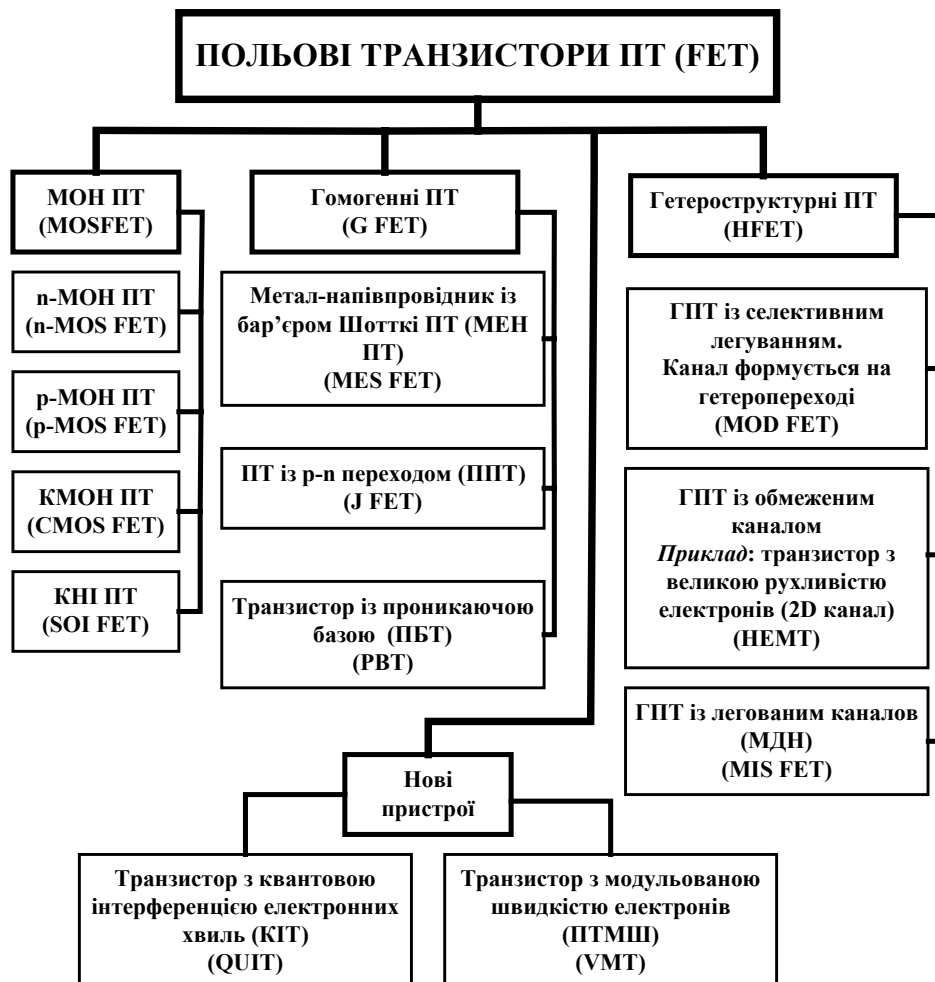


Рис.3.33. Класифікація польових транзисторів (ПТ) на основі спільних рис технології, властивостей та застосування. (МОН ПТ (MOS. FET - metal-oxide-semiconductor), n-МОН ПТ (n-MOSFET), p-МОН (p-MOSFET), ПТ КМОН (CMOSFET - complimentary metal-oxide-semiconductor FET), КНІ (SOI - silicon-on-isolator FET), ПТМЕН (MESFET - metal-semiconductor FET), ППТ (JFET - junction FET), ПБТ (PBT - permeable-base-trasistor), ГПТ із селективним легуванням (MODFET - modulation-doped FET), транзистор із великою рухливістю електронів (HEMT - hihg electron-mobyilyty trasistor), МДН (MISFET - metal-isolator-semiconductor), KIT (QUIT - quantum-interference transistor), ПТМШ (VMT - velocity-modulation transistor).

До першої групи належать звичайні МОН ПТ на основі Si та системи кремній на діелектрику. Принцип дії та деякі їх особливості викладені у попередніх параграфах, зокрема, МОН ПТ у §3.2, а КМОН у §3.5, а КНІ ПТ (SOI FET) у главі 11.

До другої групи належать гомогенні ПТ, які за принципом дії схожі на попередні ПТ, але відрізняються від них тим, що використовують об'єм напівпровідників. Вони у свою чергу поділяються на 3 підгрупи: (2.1) – ПТ із структурою метал-напівпровідник із бар'єром Шотткі, (2.2) – ПТ із p-n переходом та (2.3) – ПТ із проникаючою базою, принципова схема якого наведена на рис.3.29.

Третя група ПТ використовує гетропереходи на основі напівпровідникових сполук, наприклад, $A_{III}B_V$, або напружених сплавів $SiGe$. За принципом дії вони схожі на ПТ попередніх груп, але відрізняються наявністю гетропереходів та технологією виготовлення. Ця група ПТ поділяється на три окремі підгрупи: (3.1) – гетеропереходних (ГПТ), канал провідності яких формується на границі гетеропереходів за допомогою селективного легування, (3.2) – ГПТ з обмеженим $2D$ каналом провідності, який формується за допомогою селективного та δ -легування, наприклад, описані у §3.9 транзистори з високою рухливістю електронів (HEMT) та (3.3) – ГПТ із легованим каналом провідності, типовим представником яких є ГПТ із структурою метал-діелектрик-напівпровідник з легованим каналом провідності (ГПТ МДП).

В четверту групу включені **новітні системи ПТ** такі, як транзистори з модуляцією швидкості (VMT - *velocity modulation transistor*) та квантово-інтерференційний транзистор (QUIT - *quantum interference transistor*), описані вище та наведені на рис.3.29 та 3.30. В роботі цих приладів використовуються квантові властивості транспорту носіїв. Прилади, у яких використовуються квантові концепції та напівпровідникові сполуки $A_{III}B_V$, дозволяють роботу в області частот до 200-300 ГГц, а тунельно-резонансні навіть до 500-700 ГГц. Наведені приклади новітніх транзисторів свідчать, що ідея будови польового транзистора з ізольованим затвором при додатковому використанні властивостей низькорозмірних систем не вичерпана. Вона може бути використана для розробки транзисторів нового покоління мікроелектроніки та наноелектроніки та дозволить використовувати ідеї одноелектроніки (глава 7) та властивості резонансного тунелювання (глава 6).

3.11. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ВПРАВИ

- 3.1. Які основні відмінності у будові та властивостях МОН транзисторів із наведеним та вбудованим каналами?
- 3.2 Чому для опису роботи польових транзисторів зручно використовувати залежність струму від напруги, а не навпаки?
- 3.3. Які фізичні причини обмежують діапазон робочих частот МОН транзисторів?
- 3.4. Як змінюється довжина каналу провідності МОН транзистора при зменшенні стокової напруги?
- 3.5. Від чого залежать шуми МОН транзистора? За яких умов коефіцієнт шуму МОН транзистора мінімальний?
- 3.6. Від яких параметрів залежить напруга відсічки? Знайдіть зміну порогової напруги МОН транзистора з товщиною підзатворного оксиду 20 нм, коли відомо, що в ньому накопичилися іони натрія з поверхневою концентрацією 10^{10} см^{-3} .
- 3.7. Чому досить часто в ІМС використовують КМОН структури? Що таке засакування КМОН транзисторів?
- 3.8. Яка основна причина насичення дрейфової швидкості носіїв і як це явище впливає на характеристики транзистора?
- 3.9. Які фізичні явища забезпечують роботу HEMT транзисторів? Чи можна, збільшуючи до нескінченності товщину прокладки, неперервно збільшувати рухливість носіїв у каналі провідності?
- 3.10. Знайти товщину шару SiO_2 у МОН структурі, коли падіння потенціалів на Si та SiO_2 однакові. Прийняти, що робота виходу Al електрода становить $e\phi_{Al} = 4.1 \text{ eV}$, для Si $e\phi_{Si} = 4.9 \text{ eV}$, зовнішня робота виходу SiO_2 $e\chi_{SiO_2} = 0.95 \text{ eV}$, для Si $e\chi_{Si} = 1.12 \text{ eV}$, ширина забороненої зони Si $E_{gSi} = 1.12 \text{ eV}$, $\epsilon_{Si} = 12$, $\epsilon_{SiO_2} = 4$.

Задача 3.10. На рис.3.32 зображені зонні діаграми алюмінію, SiO_2 та Si відносно рівня вакууму. При тепловій рівновазі рівні хімічних потенціалів Al та Si вирівнюються, що призведе до того, що частина контактної різниці потенціалів між Al і Si $V_c = \phi_{Si} - \phi_{Al} = 4.9 - 4.1 = 0.8 \text{ В}$ буде падати на SiO_2 , а частина буде вигинати зони в приповерхневій області Si . За умовою задачі 0.4 В припадає на SiO_2 і 0.4 В на Si . Нехай у SiO_2 та на границі з Si відсутні заряди; тоді поле в SiO_2 стане й дорівнює $E_{SiO_2} = V_c / 2d_{SiO_2}$. На границі $Si-SiO_2$

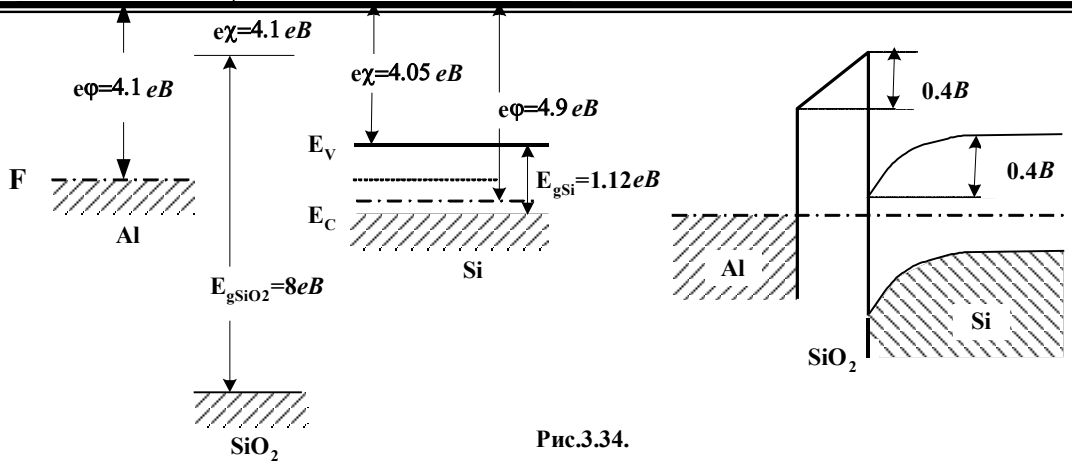


Рис.3.34.

$$\varepsilon_{\text{SiO}_2} E_{\text{SiO}_2} = \varepsilon_{\text{Si}} E_{\text{Si}}$$

В нашому випадку $\phi_{\text{Si}} = 4,9B > \chi_{\text{Si}} + E_g/2 = 4,05 + 0,51 = 4,56B$. Це означає, що ми маємо справу з Si р-типу, в якому контактне поле призводить до збіднення приповерхневої області носіями струму.

За допомогою рівняння Пуассона знайдемо E_{Si} . В наближенні збідненого шару товщиною L потенціал визначається з рівняння

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{4\pi e N_a}{\varepsilon_{\text{Si}}}$$

Його розв'язок при таких граничних умовах $V(x=L)=0$ та $V(x=0) \equiv V(0) = 0,4 \text{ eV}$ має вигляд

$$V(x) = V(0) \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2, \quad \text{де } L = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\text{Si}} V(0)}{2\pi e N_a}}, \quad E_{\text{Si}} = -\frac{dV}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{2V(0)}{L}.$$

Для того щоб знайти концентрацію акцепторів, використаємо формулу для концентрації дірок p_0 в об'ємі напівпровідника у випадку сильно легованих напівпровідників при відносно високих температурах

$$p_0 = N_v \exp\left(\frac{E_v - F}{k_B T}\right) = N_v \exp\left(\frac{E_{\text{gSi}} + e(\chi_{\text{Si}} - \phi)}{k_B T}\right) = N_v e^{\frac{0,27}{k_B T}}, \quad \text{що дає } p_0 = N_a = 1,1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3} \text{ і}$$

$$L_D = 650 \text{ нм.} \quad \text{Остаточно маємо: } E_{\text{Si}} \cong 10^4 \text{ В/см; } E_{\text{SiO}_2} = \frac{\varepsilon_{\text{Si}}}{\varepsilon_{\text{SiO}_2}} E_{\text{Si}} = 3E_{\text{Si}} \cong 3 \cdot 10^4 \text{ В/см} \quad \text{та}$$

$$d_{\text{SiO}_2} = \frac{V_{\text{SiO}_2}}{E_{\text{SiO}_2}} = 0,4 / 3 \cdot 10^4 \cong 100 \text{ нм.}$$

3.11. Знайти ємність МОН-конденсатора зміщеного в режим збіднення (див. задачу 2.10).

Задача 3.11. Коли напруга на затворі V_G стає більшою за напругу плоских зон V_{BF} , то дірки віддаляються від поверхні напівпровідника й МОН-структура входить у режим збіднення носіями струму. Заряд у цьому випадку легко записати:

$$\Delta Q = C_{\text{ox}} \Delta V_{\text{ox}} = \frac{\varepsilon_{\text{ox}}}{4\pi x_{\text{ox}}} \Delta V_{\text{ox}} = \frac{\varepsilon_{\text{ox}}}{4\pi} \Delta E_{\text{ox}}$$

де C_{ox} - ємність 1 см^2 діелектрика, а d_{ox} - його товщина, ΔV_{ox} та ΔE_{ox} - падіння напруги на діелектрику, та напруженість електричного поля в ньому, а ε_{ox} - його діелектрична стала. Знайдемо тепер різницю потенціалів на всій МОН-структурі, котра є сумою падіння потенціалів на діелектрику і в приповерхневому шарі напівпровідника $\Delta V = \Delta V_{\text{ox}} + \Delta V_s$. Скористаємося неперервністю вектора електростатичної індукції на границі розділу $E_{\text{ox}} \varepsilon_{\text{ox}} = E_s \varepsilon_s$, де $\Delta V_s = E_s L$, де $L = (\varepsilon_s \phi_s / 2\pi e N_a)^{1/2}$ - глибина збідненого шару.

Ємність МОН-структури визначиться за формулою

$$\frac{1}{C} = \frac{\Delta V}{\Delta Q} = \frac{\Delta V_{\text{ox}} + \Delta V_s}{(\varepsilon_{\text{ox}} / 4\pi) \Delta E_{\text{ox}}} = \frac{\Delta E_{\text{ox}} x_{\text{ox}} + \Delta E_{\text{ox}} (\varepsilon_{\text{ox}} / \varepsilon_s) L}{(\varepsilon_{\text{ox}} / 4\pi) \Delta E_{\text{ox}}} = \frac{4\pi x_{\text{ox}}}{\varepsilon_{\text{ox}}} + \frac{4\pi L}{\varepsilon_s} = \frac{1}{C_{\text{ox}}} + \frac{1}{C_s}$$

Таким чином, ємність МОН-структури є ємність послідовно з'єднаних ємностей оксиду і ємності приповерхневого шару напівпровідника.

3.12. Проаналізуйте залежність вольт-фарадної характеристики МОН структури від частоти.

3.13. Знайти поверхневий потенціал для власного Ge при $T=300K$, якщо концентрація адсорбованої домішки на його поверхні $N=10^{12} \text{ см}^{-2}$. Хід потенціалу $\varphi(x)$ у незмінному електричному полі $E_s = \text{const}$ апроксимується двома прямолінійними ділянками

$$\varphi(x) = \begin{cases} \varphi_s - E_s x; & 0 \leq x \leq \varphi_s / E_s \\ 0; & x \geq \varphi_s / E_s \end{cases}.$$

Вважати, що $e\varphi_s / k_B T > 1$; $n_i = 2,2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$; $\varepsilon = 16$.

Задача 3.13. За теоремою Гауса $E_s = -4\pi e N \varepsilon_s^{-1}$. Величину φ_s знайдемо з умови електронейтральності зразка $N = \int_0^\infty [n(x) - p(x)] dx$, де N - концентрація домішок а $n(x) = n_i \exp\{e\varphi/k_B T\}$, $p(x) = n_i \exp\{-e\varphi/k_B T\}$; тоді

$$N = 2n_i \int_0^\infty \text{sh} \frac{e\varphi(x)}{k_B T} dx = 2n_i \int_0^{\varphi_s/E} \text{sh} \left[\frac{e(\varphi_s - E \cdot x)}{k_B T} \right] dx = 2n_i \text{ch} \left\{ \frac{e\varphi_s}{k_B T} \right\}$$

звідси
$$e\varphi_s \cong k_B T \ln \left(\frac{4\pi e^2}{\varepsilon_s k_B T} \cdot \frac{N^2}{n_i} \right) = 0,32 \text{ eV}$$

3.14. Знайти зміну роботи виходу електронів, якщо на поверхні напівпровідника адсорбовані молекули з дипольним моментом $p=3 \cdot 10^{-28} \text{ Кл} \cdot \text{м}$ і поверхневою густиною $N_s=10^{12} \text{ см}^{-2}$. В чому причина досить малої зміни роботи виходу?

Задача 3.14. Зміна роботи виходу $\Delta e\varphi$ визначається стрибком потенціалу на подвійному шарі адсорбованих молекул, котрі утворюють дипольний шар із "плечем" d .

Тоді $\Delta e\varphi = -eE d = -4\pi e \sigma = -4\pi e \frac{p}{d} N d = -3,4 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$. Значно менші зміни роботи виходу

отримуються тоді, коли просторовий заряд, що має більше "плече" ефективного диполя d , відповідає за зменшення роботи виходу.

3.15. Оцінити напруженість електричного поля, при якому виникають ефекти короткого каналу в МОН транзисторах. В чому вони полягають?

Задача 3.15. $E > (k_B T / e\ell) \propto (10^{-2} / \ell) [\text{В} \cdot \text{см}^{-1}]$, ℓ - довжина вільного пробігу носіїв.

3.16. Знайти концентрацію поверхневої густини позитивних зарядів на границі n -канального МОН-транзистора з товщиною оксиду 50 нм і алюмінієвими електродами, якщо для його виготовлення використовувати кремнієві пластини p -типу з концентрацією акцепторів $N_a=10^{15} \text{ см}^{-3}$, $\varphi_{Al} - \varphi_{Si} = 0,89 \text{ В}$.

Задача 3.16. Насамперед потрібно оцінити порогову напругу на транзисторі, котра для n -канальних транзисторів повинна бути меншою від нуля. Канал провідності буде утворюватись при умові, коли затвор і виток транзистора знаходитимуться при однаковій напрузі, тобто коли відсутні напруги зміщення в каналі.

$$V_T = 2 \frac{k_B T}{e} \ln \frac{N_a}{n_i} + \frac{1}{C_G} \sqrt{\frac{\varepsilon_s e N_a (2V_p - V_B)}{4\pi}} + \varphi_M - \varphi_{Si} + \frac{Q_{ox}}{C_G}$$

Звідси: $\underline{N_s = Q_{ox}/e} < 0,27 \varepsilon_{ox}/4\pi e d_{ox} \sim 10^{14} \text{ см}^{-2}$.

3.17. Перерахуйте основні позитивні риси МОН-транзисторів.

Задача 3.17. В роботі МОН-транзисторів використовуються основні носії струму. Цим пояснюється слабкий вплив на їх роботу часу життя носіїв струму, що зменшує вимоги до характеристик матеріалу, а також збільшує їх радіаційну стійкість по відношенню до біполярних транзисторів. Великий вхідний опір, що дозволяє керувати напругою. Мала середня потужність переключення КМОН структур, велика робоча частота, малий коефіцієнт шуму, надійність роботи. Треба також відзначити більш просту технологію виготовлення ІМС із МОН-транзисторами.

3.18. Знайдіть спектральну густину потужності флуктуацій напруги на резисторі з опором R .

Задача 3.18. Розглянемо одновимірну модель резистора із площиною поперечного перерізу A і довжиною L . Поява носія струму, котрий пробігає в каналі провідності вільний шлях між зіткненнями ℓ_f , призводить до появи заряду на ємності загати $\pm e\ell_f/A$ і його релаксації на відстані $\sim \ell_f$ від місця появи. Еквівалентна схема моделі такої події зображена на рис., де $R_f = R\ell_f/L$ і $C_f = CL/\ell_f$ - це опір та ємність областей протяжністю ℓ_f між обкладинками уявного конденсатора канал-затвор, а $e\delta(t)$ - миттєве зарядне збурення. Для одиночної події можна записати рівняння, подібне до рівняння Ланжевєна для броунівського руху в інерціальному в'язкому середовищі:

$$C_f dV_n(t)/dt = -V_n(t)/R_f + e\delta(t)$$

Застосуємо до обох частин цього рівняння перетворення Фур'є. Тоді отримаємо $V_n(\omega) = eR_f/(1 + j\omega R_f C_f)$. Для реальних систем $R_f C_f \sim 10^{-12}$ с, і тому спектральну густину за теоремою Карсона запишемо у вигляді

$$S_{Vn}(\omega) = 2 \nu |V_n(j\omega)|^2$$

де ν - середнє число подій за одиницю часу в середині об'єму резистора (М. Букингем / Шуми в електронних приборах и системах// М.: Мир, -1986. -399с.) Тоді

$$S_{Vn}(\omega) = 2 \nu e^2 R^2 \ell_f^2 / L^2$$

Далі, скориставшись виразом Ейнштейна для відношення рухливості до коефіцієнта дифузії $\mu/D = \mu/(l_f^2/2\tau) = e/k_B T$ і тим, що $\nu = (nAL/\tau)$, остаточно отримаємо такий вираз для спектральної густини потужності флуктуацій напруги на резисторі $S_V(\omega) = 4k_B T R$.

3.19. Як впливають заряди в підзатворному оксиді та на його поверхневих станах на порогову напругу МОН транзистора?

3.20. При яких довжинах каналу коефіцієнт шуму уніполярного транзистора зменшиться в 4 рази, якщо замість транзистора на основі Si із $\mu = 500 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ використати НЕМТ транзистор із $\mu = 8000 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ на частотах 10 ГГц?

3.21. Проаналізуйте причини, котрі обмежують зменшення довжини каналу МОН транзисторів.

3.21. Яким чином можна зменшити вплив ефектів короткого каналу на його роботу?

3.22. Визначити, при якій напрузі на затворі різниця фаз хвильових функцій електронів, що пройшли крізь два ідентичних симетричних 2D каналів квантово-інтерференційного транзистора, становить 2π (рис.3.32) при умові $L = 30 \text{ нм}$, $v_x = 10^5 \text{ м/с}$.

Задача 3.23. Нехай довжина когерентності буде більшою за довжину каналу ($\ell_v > L$), а ширини каналів у здовж напрямку перпендикулярному до осей каналів (вздовж осі z) сумірні з довжиною хвилі де Бройля. Тоді енергія електронів у каналах квантована й рівна

$$E = E_1 + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_{x1}^2 + k_y^2) = E_2 + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_{x2}^2 + k_y^2) \quad (1)$$

де E_1 та E_2 – енергії відповідних розмірних підзон у обох каналах, а $k_{x1,2}$ - компоненти хвильових векторів у 1-му та 2-гому каналах відповідно. Хвильова функція у каналі поблизу витоку має вигляд

$$\psi_S = \phi_{S1,2}(z) \exp\{i(k_{x1,2}x + k_y y)\} \quad (2)$$

а поблизу стоку на виході із каналу

$$\psi_D = t_1 \psi_{S1} + t_2 \psi_{S2} \quad (3)$$

де

$$\varphi = (k_{x2} - k_{x1})L \quad (4)$$

Для $E = \text{const}$ із (1)

$$k_{x2} - k_{x1} = \frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{(E_2 - E_1)}{(k_{x2} + k_{x1})} = \frac{(E_2 - E_1)}{\hbar v_x} \quad (5)$$

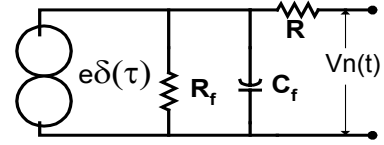
де

$$v_x = (k_{x2} + k_{x1})\hbar/2m^* = (p_{x2} + p_{x1})/2m^*.$$

Нехай на затворі є напруга V_G , тоді $E_{1,2} = V_0 \pm eV_G$ (6)

Комбінуючи (5), (6) та (8) знаходимо

$$\varphi = \frac{eV_G}{v_x \hbar} \quad (7)$$



звідки при $\varphi = 2\pi$
$$V_G = \frac{2\pi v_x \hbar}{eL} = \frac{2\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^{-7}} \approx 0,1 \text{ В.}$$

ЛІТЕРАТУРА

1. С. Зи. Физика полупроводниковых приборов. т.1 и т.11, М.:Мир,-1984,456с.
2. Р.Ронсаро. Физическая электроника и микроэлектроника, М.: «Высшая школа», 1991,-351с., ил.
3. Р.Маллер, Т. Кейминс, Элементы интегральных схем, М.:, 1989.-63с.
4. М.Букимгем, Шумы в электронных приборах, М.:1986.-399с.
5. Т. Сугано, Т. Икома, Е. Такэиси, Введение в микроэлектронику,М.:,1988.-320с.
6. В.Н. Добровольский, В.Г. Литовченко, Перенос электронов и дырок у поверхности полупроводников, Киев, Наукова думка, -1985,-192с.
7. В.Н. Луцкий. Т.Н. Пинскер, Размерное квантование, из-во “Знание”, Москва, 1983, -64с.
8. V.V. Mitin, V.A. Kochelap, M.A. Strosio, Quantum heterostructures: microelectronics and optoelectronics, Cambridge University Press, 1999, -p.642.
9. J.H. Davies, The Physics of Low-dimensional Semiconductors. An Introduction, Cambridge University Press, 1998, -p.438.
10. В.П. Драгунов, И.Г. Неизвестный, В.А. Гридчин, Основы нанoeлектроники: Учеб. Пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. - 332 с.
11. А.Ф. Кравченко, В.Н. Овсяк, Электронные процессы в твердотельных системах с пониженной размерностью. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. - 448 с.

Глава 4. РУХ РІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ ЗАРЯДУ В АМОΡФНИХ НАПІВПРОВІДНИКАХ

4.1. ЗАГАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ

В останній час знайшли застосування *аморфні¹ або неупорядковані* напівпровідники, в яких *відсутній дальній порядок їх атомної будови*. На електронограмах та рентгенограмах аморфних напівпровідників не спостерігаються чіткої дифракційної картини, притаманної кристалічним речовинам, а спостерігається, як у рідинах, лише окремі розмиті гало. Однак, на відміну від рідин, середні положення атомів в аморфних тілах не змінюються у часі. Їх перебудова під дією флуктуацій відбувається дуже рідко. *Аморфний стан є нерівноважним метастабільним станом речовини з великим часом життя*, котрий при відпаді, як правило, переходить у рівноважний кристалічний стан.

Аморфні та склоподібні напівпровідники *виготовляють* різними способами:

- різким охолодженням розплавів,
- конденсацією з газової фази на поверхні твердих тіл при великих переохолодженнях,
- перемішуванням багат шарових плівок при іонному та електронному опроміненні;
- введенням у речовини, що конденсуються, домішок, котрі служать стопорами дифузії;
- сильною пластичною деформацією деяких сплавів;
- при певних хімічних реакціях у кристалічних тілах, наприклад, при окисненні плівок кремнію в атмосфері кисню тощо.

Аморфні напівпровідники мають такі *властивості*:

- порогову частоту коефіцієнта поглинання світла ν_m ;
- експоненціальну залежність статичної електропровідності від температури $\sigma = \sigma_0 \exp(-E/k_B T)$;
- малу рухливість носіїв струму ($\mu < 10^{-5} \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$);
- досить значну фотопровідність та рекомбінаційне випромінювання;
- струмові нестійкості.

Аморфні напівпровідникові шари *приваблюють* практиків порівняно низькою вартістю виготовлення матеріалів, малою чутливістю їх до дії радіації ($< 10^{17} \text{ нейтронів} \cdot \text{с}^{-1}$), наявністю фоточутливості та струмової нестійкості, котрі використовуються в приладах, створених на їх основі. Найбільш *широке застосування в аморфному стані знайшли* такі речовини: аморфні Ge, Si, Te, напівпровідникові сполуки типу $A^{III}B^V$ (GaAs, GaP) та типу $A^{II}B^{VI}$ (CdS, CdSe), напівпровідникове скло ($\text{As}_{40}\text{S}_{60}$, GeS_2 , As_2Se_3 , SiTeAsGe , GeTe), оксиди (V_2O_3 , BiO_2), сильно леговані напівпровідники (a-Si:H) тощо.

4.2. ВПЛИВ РОЗУПОРЯДКУВАННЯ

Атомна структура речовин характеризується радіальною функцією розподілу атомів $G(r)$. Вона характеризує структуру розупорядкованих і аморфних речовин і знаходиться з дослідів із дифракції рентгенівських променів, електронів або нейтронів. Знаючи $G(r)$, можна знайти кількість атомів у сферичному шарі речовини товщиною dr

¹ Аморфний стан (від грецького – amorphos – безформний) ізотропний стан речовини, в якій відсутній дальній порядок і відсутня точка плавлення.

на відстані r від довільного початкового атома: $dN = 4\pi\rho_0 G(r)r^2 dr$, де ρ_0 - об'ємна густина атомів у речовині. На рис.4.1 наведена схема, що ілюструє характерні риси раді-

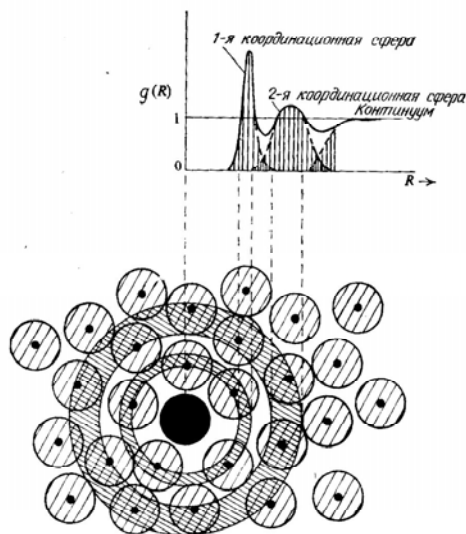


Рис.4.1. Радіальна функція розподілу атомів.

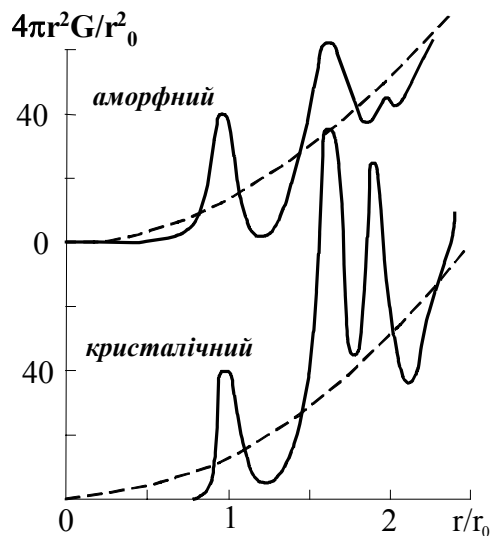


Рис.4.2. Радіальна функція розподілу атомів кристалічного та аморфного Si.

альної функції розподілу. Видно, що $G(r)$ прямує до нуля на відстані рівній діаметру атомного остова речовини. При збільшенні r вона зростає і досягає максимуму на відстані, що збігається з радіусом сфери, на якій локалізується найближчі сусідні атоми. Ця сфера називається *першою координаційною сферою*. Кількість найближчих сусідніх атомів, що попадають у об'єм першої координаційної сфери, називається *координаційним числом κ* . Воно визначається площею під цим максимумом функція $G(r)$

$$\kappa = \int_s G(r) 4\pi r^2 dr \quad (4.1)$$

де інтегрування проводиться в межах першого максимуму функції $G(r)$. Координаційне число залежить від типу зв'язку між атомами. Наприклад, тетраедричного зв'язку, який притаманний кремнію та германію, воно рівне $\kappa = 4$. Аналогічно другий максимум обумовлюється другою координаційною сферою і т.д.

На ри.4.2 наведено радіальні функції розподілу для аморфного та кристалічного кремнію. Видно, що в аморфному кремнії $G(r)$ має перший координаційний максимум подібний до відповідного максимуму цієї функції у кристалічному кремнії, тоді як інтенсивність другого максимуму суттєво зменшується, а третій і більших порядків максимуми зникають. Це дає право стверджувати, що структура аморфних речовин має ближній порядок, подібний до такого в кристалі, і відрізняється від нього відсутністю трансляційної симетрії і дальнього порядку. Тому при розгляді аморфних і розупорядкованих напівпровідників не має можливості використовувати теорему Блоха, що утруднює їх розгляд методами квантової механіки.

Енергетичний спектр електрона в розупорядкованій системі визначається характером його потенціальної енергії. В тому випадку, коли ближній порядок розташування атомів системи подібний до кристалічного й потенціальна енергія визначається локальною конфігурацією атомів, енергетичний спектр її електронів аналогічний спектру в кристалі. Це пов'язано з тим, що існування дозволених зон (тобто неперервних ділянок спектра, яким відповідають локалізовані електронні стани) зумовлено тунельним ефектом. При цьому необхідним є перекриття хвильових функцій електронів, локалізованих на ізоенергетичних рівнях на i -тому та j -тому вузлах. Воно пропорційне до

$$\exp\{-(\alpha_i + \alpha_j)R_{ij}\}, \quad (4.2)$$

де $1/\alpha_i$ - довжина затухання електронної хвильової функції на i -тому вузлі, R_{ij} - відстань між i -тим та j -тим вузлами (центрами). Тому потенціальні ями з виродженими рівнями, тобто рівнями з однаковою енергією, мають бути достатньо близькими в координатному просторі. Оскільки ймовірність формування глибоких потенціальних ям залежить від ймовірності великих деформацій міжатомних зв'язків і обернено пропорційна до них, глибини, то виникає широкий енергетичний розподіл локальних рівнів із густиною станів, котра монотонно зменшується при віддаленні від країв зон.

Таким чином, в розупорядкованій системі є дві області спектра, розділені певною граничною енергією. В ідеальному кристалі - це області дозволених та заборонених значень енергії. В розупорядкованих системах в області спектра, що відповідає забороненій зоні в кристалі, може існувати досить щільний дискретний енергетичний спектр. Однак енергетичні рівні в дозволених та заборонених зонах у цьому випадку розрізняються ступенем локалізації електронних хвильових функцій на цих рівнях, як це показано на рис.4.3. Електрони в дозволених зонах знаходяться в нелокалізованому стані і тому можуть вільно переміщатися в зразку. Електрони в забороненій зоні локалізовані на дискретних рівнях і можуть переміщатися лише активізовано з ймовірністю переходів між цими рівнями, котра залежить від температури при тепловій активації процесу або від інших величин, які характеризують джерело енергії

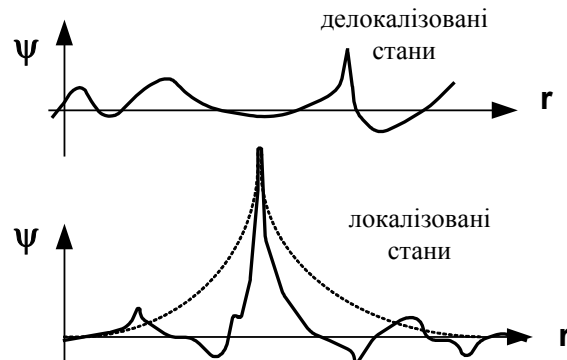


Рис.4.3. Хвильові функції некристалічної речовини.

активації. Тому при $T = 0$ електрони на локалізованих станах не можуть переносити електричний струм.

Наявність енергетичних областей з високою та низькою густиною електронних станів дозволяє умовно розглядати зонну структуру некристалічних речовин. На

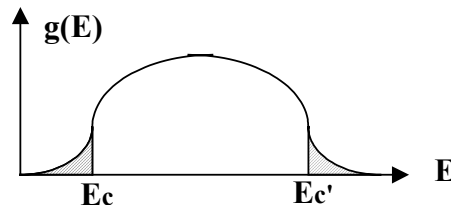


Рис.4.4. Густина станів у моделі Андерсона.

рис.4.4 зображена залежність густини станів від енергії для однієї із моделей аморфного напівпровідника - кристалічної ґратки Андерсона². Видно, густина станів не прямує до нуля на границях дозволених рівнів енергії (E_c та E_c^1), а з'являються *локалізовані*

² Ґратка Андерсона складається з атомів, що знаходяться в її вузлах, але потенціал в кожній точці приймає всі можливі значення в інтервалі $\pm V$.

стани за межами зони дозволених станів. Аналіз локалізованих і нелокалізованих станів неодноразово проводився рядом авторів і всі вони дійшли до висновку, що можна уявити собі три випадки енергетичного розподілу станів у розупорядкованих речовинах, а саме:

- *по-перше*, наявність хвостів густини локалізованих станів у забороненій зоні за межами валентної та зони провідності, які формуються внаслідок топологічного неупорядку випадкової мережі міжатомних зв'язків (що не залежить від розмірів – довжин, кутів, площ, – а також від прямолінійності);
- *по-друге*, виникнення таких великих густин локалізованих станів, котрі перекриваються в забороненій зоні;
- *по-третє*, існування локалізованих станів на рівні Фермі. Закріплення рівня Фермі полягає в тому, що введення донорних (акцепторних) домішок не призводить до зміщення F до краю рухливості внаслідок попадання електронів (дірок) на вільні рівні дефектів у середині забороненої зони.

Ці випадки разом із випадком кристалу зображені на схематичному рис.4.3.

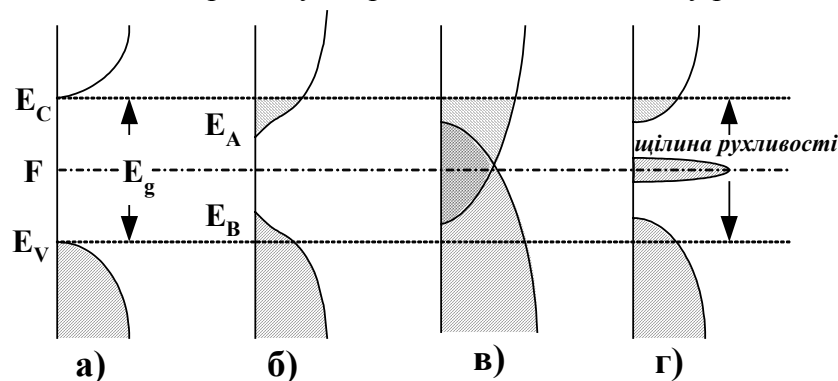


Рис.4.5. Зонні моделі напівпровідників: а) - кристалічного, б) -розупорядкованого, в) - сильно розупорядкованого, д) – скловидного.

Видно, що для кристалічного (впорядкованого) напівпровідника густина станів прямує до нуля на границях валентної та зони провідності (рис. 4.5.а). При збільшенні концентрації дефектів структури реалізується *перший випадок енергетичного розподілу станів*, з'являються хвости локалізованих станів у забороненій зоні біля її границь із валентною і зоною провідності (рис.4.5.б). Ці локалізовані стани є зв'язаними із флуктуаціями потенціальної енергії і тому вони називаються *флуктуаційними станами*. Флуктуаційні електронні стани у хвостах поділяються на локалізовані, які розташовані вище валентної і нижче зони провідності, і нелокалізовані, розташовані нижче валентної і вище зони провідності. *Різкі границі між локалізованими та нелокалізованими станами називаються краями або порогами рухливості* (E_C і E_V), на яких функції густин станів та їх похідні не мають розривів.

При подальшому збільшенні концентрації дефектів структури реалізується *другий випадок енергетичного розподілу станів* (рис.4.5.в). В цьому випадку густина локалізованих флуктуаційних станів збільшується так сильно, що відбувається їх перекриття в забороненій зоні. Іноді вони можуть навіть заповнити всю ширину забороненої зони.

Третій випадок (рис.4.5.д) реалізується, коли аморфні стани формуються при переохолодженні розплавів і виникають локалізовані стани, зв'язані з домішковими атомами та дефектами структури типу обірваних зв'язків. При цьому утворюються *склоподібні стани*. Напівпровідники зі склоподібними станами називаються склоподібними напівпровідниками або *стеклами*. Вони відрізняються від інших аморфних напів

провідників тим, що перехід із розплаву в *склоподібний стан* (оскляння) і перехід із склоподібного стану в розплав відбувається зворотно. У *склоподібних напівпровідниках з'являється значна густина станів на рівні Фермі* (рис.4.5.d), концентрація яких може бути рівною концентрації дефектів ґратки.

Для неупорядкованих напівпровідників уводять поняття “*щільності рухливості*” або “*ширини зони рухливості носіїв струму*” як різницю між краями (порогами) рухливості. Локалізовані стани, що виникають із зони провідності і розташовані нижче рівня Фермі, можуть захоплювати дірки, а локалізовані стани, що виникають із валентної зони і розташовані вище рівня Фермі, можуть захоплювати електрони. Рухливість носіїв струму в межах щільності рухливості здійснюється за допомогою механізмів, відрізняючись від механізмів рухливості електронів у зоні провідності й дірок у валентній зоні.

Виявилось, що можливо змінювати електронні стани аморфних (зокрема тетраедричних Si та Ge) напівпровідників за допомогою їх легування. Але для цього потрібно спочатку їх обробити воднем (гідрогенізувати). Гідрогенізація насичує обірвані зв'язки, що знімає закріплення рівня Фермі. Донорними домішками у кремнію є атоми V групи, а акцепторами кисень або хлор.

4.3. ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЬ НЕКРИСТАЛІЧНИХ НАПІВПРОВІДНИКІВ

Здебільшого розрізняють три різновиди електропровідності некристалічних напівпровідників, а саме:

- 1) *по нелокалізованим станам,*
- 2) *стрибкову у хвостах густини станів,*
- 3) *стрибкову по локалізованим станам на рівні Фермі.*

Усі три різновиди електропровідностей *потребують певної енергії для активізації* механізму провідності, тому *електропровідність експоненціально залежить від температури*. Ця обставина є загальною для всіх трьох різновидів, які відрізняються фізичним механізмом та значенням параметрів, що визначають їх температурну залежність.

4.3.a. Електропровідність по нелокалізованим станам

Електропровідність по нелокалізованим станам у невинродженому випадку здійснюється носіями струму, які за рахунок *теплової енергії* збуджуються з локалізованих електронних станів, що заходяться поблизу зони провідності, в зону провідності, а дірки із хвоста станів біля валентної зони у валентну зону. Перенесення носіїв заряду здійснюється подібно до їх переносу в кристалах. В моделі сталої густини станів і рухливості електропровідність описується експоненціальним законом

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_0 \exp \left\{ -\frac{E_c - F}{k_B T} \right\}; \\ \sigma_p &= \sigma_0 \exp \left\{ -\frac{F - E_v}{k_B T} \right\},\end{aligned}\tag{4.2}$$

де

$$\sigma_0 = e \mu_c g(E_{c,v}) k_B T,\tag{4.3}$$

а $g(E_{c,v})$ - густина станів при $E = E_c$ або при $E = E_v$, μ_c - середня рухливість носіїв струму на дні зони провідності, котра обернено залежить від T . За експериментальними оцінками для аморфних напівпровідників $\sigma_0 \sim 100 \div 500 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$. За теоретичними оцінками Н. Мотта $\sigma_0 = 350 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ для кремнію.

4.3.б. Електропровідність (стрибкова) у хвостах густини станів

В цьому механізмі електропровідності розглядаються носії струму, які мають локалізовані хвильові функції, і їх *рухливість стає можливою лише за рахунок термічно активованих стрибків (hopping)*. На краю зони рух має броунівську природу, а рухливість характерна для чисто дифузійного характеру руху. Вона в цьому разі виявляється меншою, ніж у попередньому випадку, й має активаційний характер – експоненціально залежить від температури

$$\mu_h = \mu_0 \exp\{-W/k_B T\} \quad (4.4)$$

де W - енергія активації рухливості (або енергія активації стрибків). Тому

$$\sigma_{nh} = \sigma_0 \exp\{-(E_A - F + W)/k_B T\} \quad (4.5)$$

$$\sigma_{ph} = \sigma_0 \exp\{-(F - E_B + W)/k_B T\}$$

де E_A й E_B - характерні енергії у хвостах густини електронних та діркових станів. Рухливість μ_0 у (4.4) можна оцінити, користуючись співвідношенням Ейнштейна

$$\frac{\mu_0}{D} = \frac{e}{k_B T},$$

звідки

$$\mu_0 = \frac{e}{k_B T} D = \frac{e}{k_B T} \left(\frac{1}{6} v_h R^2 \right) \quad (4.6)^3$$

де v_h - частота "спроб стрибків", яка не може бути більшою за максимальну фононну частоту $\sim 10^{12} \div 10^{13} \text{ c}^{-1}$, R - середня довжина стрибка. Оцінимо μ_0 для типового випадку, коли $v_h = 10^{13} \text{ c}^{-1}$, $W \sim k_B T$, $R \approx 0,3 \text{ нм}$; тоді $\mu_0 = (1/6)(e/k_B T) \sim 6 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{c}^{-1}$.

4.3.в. Стрибкова електропровідність по локальним станам на рівні Фермі

Позначимо через $g(F)$ - густину станів на рівні Фермі. Тоді концентрація носіїв, котрі можуть брати участь в електропровідності, визначається добутком $g(F)k_B T$, а електропровідність – виразом:

$$\sigma = e g(F) \mu k_B T \quad (4.7)$$

де μ - рухливість носіїв струму. Згідно (4.6)

$$\mu = (e/k_B T) D = (e/k_B T) (R^2/6\tau) \quad (4.8)$$

де τ - середній час стрибка, котрий обернено пропорційний імовірності стрибка p на середню відстань R . Для визначення ймовірності p розглянемо перехід електрона з локалізованого стану в i -вузлі з енергією E_i на вільний локальний вузол j з енергією $E_j > E_i$. Для цього електрон в i -вузлі спочатку збуджується у віртуальний стан E_j , а потім ізоенергетично переходить в просторі на j -вузол. Імовірність здійснити такий перехід за одиницю часу p_{ij} визначається добутком:

- 1) імовірності теплового збудження фонона з енергією $\Delta E_{ij} = E_j - E_i$, котра описується функцією Больцмана $\exp\{-\Delta E_{ij}/k_B T\}$;
- 2) частотою "спроб стрибків" ν_{ij} ;
- 3) імовірністю тунельного $i \rightarrow j$ переходу, яка залежить від ступені перекриття хвильових функцій (формула (4.1)).

Тоді

$$p_{ij} = \nu_{ij} \exp\{-(\alpha_i + \alpha_j)R_{ij} - \Delta E_{ij}/k_B T\} \quad (4.9)$$

Середнє значення рухливості μ визначається стрибками, для яких імовірність стрибка p_{ij} є максимальною. Зрозуміло, що при зменшенні температури число та енер

³ Використано відоме співвідношення між коефіцієнтом дифузії часом стрибка τ і середньою довжиною стрибка R : $R^2 = D\tau = D\nu^{-1}_h$.

гія фононів зменшується і переходи з великими значеннями ΔE_{ij} стають менш імовірними. Відповідно до цього стають більш вигідними переходи на великі відстані, котрі дозволяють електронам попасти на вузли із близькими значеннями енергій, коли E_i наближається до E_j . Цей випадок провідності називається *стрибковою провідністю зі змінною довжиною стрибків (variable range hopping)*.

Для визначення найбільш імовірної довжини стрибка оцінимо число станів ΔN , які відрізняються енергіями меншими, ніж ΔE_{ij} , та знаходяться на відстанях менших R_{ij} від даного i -вузла:

$$\Delta N = \frac{4\pi}{3} R_{ij}^3 \cdot g(E) \cdot \Delta E_{ij} \quad (4.10)$$

Електрон може залишити даний стан (здійснити перехід) тільки тоді, коли кількість центрів, до яких він може дістатися, не менша за одиницю, звідки отримуємо умову електричної замкненості

$$(4\pi R^3/3) \cdot g(F) \Delta E = 1 \quad (4.11)$$

Тут $R = \langle R_{ij} \rangle$ – середня відстань між центрами локалізації, через які здійснюється провідність, тобто між локалізованими станами енергії в інтервалі $\Delta E = \langle \Delta E_{ij} \rangle$ поблизу рівня F , а $g(E)$ – густина станів на рівні Фермі. Визначаючи з (4.11) ΔE при $\alpha_i = \alpha_j$, на підставі (4.8) отримуємо для ймовірності стрибка

$$p = v_{ij} \exp \left(-2\alpha R - \left[\frac{4\pi}{3} g(F) R^3 k_B T \right]^{-1} \right). \quad (4.12)$$

Мінімізація величини показника експоненти в (4.12) визначає найбільш імовірну довжину стрибка R_0 :

$$R_0 = (9/8\pi\alpha g(F) k_B T)^{1/4} \quad (4.13)$$

Підстановкою цього значення R_0 у формулу (4.9) отримуємо такі співвідношення для рухливості μ та провідності σ відповідно:

$$\mu = \frac{1}{6} \frac{e}{k_B T} R^2 v_{ij} \exp \left\{ - \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/4} \right\} \quad (4.14)$$

$$\sigma = \frac{1}{6} e^2 R^2 v_{ij} g(F) e^{-\left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/4}} = \sigma_0 e^{-\left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/4}} \quad (4.15)$$

де

$$T_0 = \left(\frac{16}{3} \right)^2 \cdot \frac{2\alpha}{\pi} \cdot \frac{1}{k_B g(F)} \quad (4.16)$$

Ця формула (4.15) для залежності провідності від $T^{1/4}$ вперше була отримана Моттом і носить його ім'я. Вона описує стрибкову електропровідність по локальним станам на рівні Фермі між окремими локалізованими станами із зміною довжини стрибків і має характерну температурну залежність (4.15). Її параметри (T_0) залежать від густини станів поблизу рівня Фермі $g(F)$ і інтеграла перекриття хвильових функцій (α), котрий визначається радіусом локалізації хвильових функцій R . Нажаль, в цій моделі не враховані:

- 1) залежність густини станів від енергії біля рівня Фермі,
- 2) кореляційні ефекти процесів тунелювання,
- 3) електронно-фононна взаємодія,
- 4) вплив електричних полів.

Зокрема, електричні поля змінюють енергію носіїв на довжині стрибка і тому електропровідність залежить від E - напруженості електричного поля ($\sigma \propto \exp\{eRE/k_B T\}$). В сильних полях, коли енергія носіїв на довжині вільного стрибка стає сумірною або більшою від енергії активації стрибка, виникає більш складна залежність провідності від F та T . Додатковим аргументом на користь стрибкового механізму провідності некристалічних напівпровідників є її залежність від частоти змінного струму ω . Вона збільшується при збільшенні частоти ω ($\sigma \propto \omega^{0.8}$), тоді як провідність кристалічних напівпровідників зменшується (наприклад, за моделлю Друде $\sigma/\sigma_0 = (1 + \omega^2 \tau^2)^{-1}$). Крім того, знаки термоелектричної рушійної сили та ефекту Холла у напівпровідників із цим різновидом провідності різні.

На рис.4.6 для систематизації зображена схема для всіх трьох типів руху носіїв

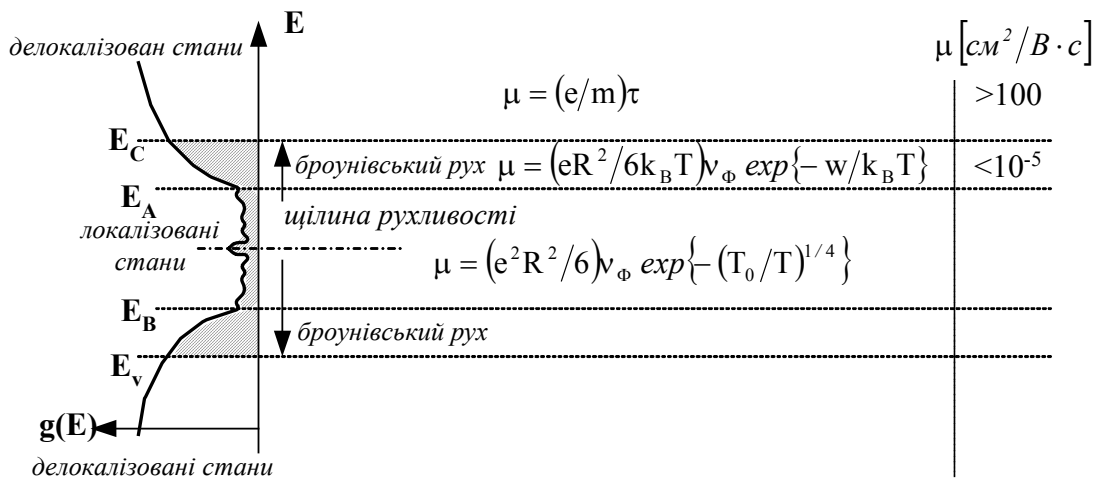


Рис.4.6. Типи електронних станів та відповідних рухливостей в неупорядкованих речовинах.

заряду. Їх рухливість мала $\sim 10^{-5} \div 10^{-8} \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ й залежить від напруженості електричного поля та товщини зразків. Усі ці три механізми електропровідності використовуються при обробці експериментальних даних електропровідності некристалічних напівпровідників. Електропровідність по нелокалізованим станам та стрибкова електропровідність у хвостах густини станів притаманні, здебільшого, халькогенідним склоподібним напівпровідникам, а стрибкова електропровідність по локальним станам на рівні Фермі притаманна тетраедричним аморфним напівпровідникам.

4.4. ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ

Коефіцієнт поглинання фотона з енергією $\hbar\omega$ пропорційний густині електронів, здатних поглинути цю енергію й переходити на незайняті стани. Спектри поглинання світла аморфних напівпровідників відображають структуру густини електронних станів. Тому коефіцієнт поглинання світла майже всіх розупорядкованих і аморфних напівпровідників, як і кристалічних, зменшується при наближенні до порогової частоти ν_0 міжзонного поглинання світла в кристалічному матеріалі, хоча наявність хвоста густини станів може впливати на край власного оптичного поглинання. Окремі типи напівпровідників відрізняються один від інших лише швидкістю зменшення коефіцієнта поглинання світла при $\nu < \nu_0$, а саме:

- в одних напівпровідниках спостерігається зменшення коефіцієнта поглинання при $\nu < \nu_0$, що свідчить про існування в ньому відносно різних країв зон (рис.4.3b),

- у других - коефіцієнт поглинання більш плавно зменшується при $\nu < \nu_0$ за краями зон, що свідчить про можливість оптичних переходів між хвостами локальних рівнів (рис.4.3с).

В області більших частот ($\nu > \nu_0$) має місце поглинання світла аналогічне поглинанню світла при непрямих переходах у кристалічних напівпровідниках. Для пояснення того, що оптична ширина забороненої зони й зони рухливостей майже однакові, потрібно згадати, що в електропровідності термічно збуджуються рівноважні носії, тоді як при поглинанні квантів світла локально збуджуються нерівноважні носії. Тому при визначенні енергетичної структури для цих явищ необхідно по різному усереднювати флуктуації потенціалу, які відповідають за енергетичний спектр. Для розгляду термічного збудження необхідно флуктуації потенціалу усереднювати по всьому об'єму зразка, що призводить до появи "хвостів станів" у забороненій зоні. Поглинання квантів світла відбувається локально й майже миттєво, тому флуктуації потенціалу необхідно усереднювати локально по незначному об'єму, сумірному з об'ємом когерентності хвиль де Бройля носіїв, що збуджуються. В цьому разі локальні положення країв зон провідності та валентної змінюються майже однаково і тому край поглинання світла буде майже збігатися із шириною забороненої зони (зони рухливості).

Останнім часом інтерес до вивчення оптичних властивостей розупорядкованих напівпровідників значно зріс. Це було викликано тим, що в розупорядкованих і аморфних напівпровідниках, зокрема, в некристалічному Ge у SiO_2 матриці і поруваному Si має місце фотолюмінесценція у видимому спектральному діапазоні. Інтенсивність і спектральний розподіл фотолюмінесценції залежить від розміру кристаликів нанометрових розмірів, коли можуть мати місце квантові розмірні ефекти.

4.5. ЗАСТОСУВАННЯ АМОРФНИХ НАПІВПРОВІДНИКІВ

Аморфні напівпровідники знайшли такі застосування.

- *По-перше*, халькогенідні склоподібні напівпровідники (Ge-Te, As-Se, As-Te і інші) використовуються для виготовлення світлофільтрів, лінз, призм, модуляторів, дефлекторів, дифракційних ґраток. При цьому використовується їх однорідність, дешева технологія нанесення тонких плівок, значний показник заломлення $n > 1$, легкість обробки поверхні.
- *По-друге*, великий питомий опір матеріалів у темноті ($10^8 \div 10^{16} \text{ Ом}\cdot\text{см}$) в поєднанні з значною фотопровідністю (світлова кратність⁴ становить $10^3 \div 10^6$) відкриває шлях до використання халькогенідів і інших некристалічних напівпровідників для створення світлочутливих шарів відіконів та копіювальних апаратів, систем реєстрації інформації та сонячних батарей.
- *По-третє*, фотостимульована зміна розчинності деяких склоподібних напівпровідників дала змогу використовувати їх для виготовлення офсетних друкарських пластин та фотошаблонів.
- *По-четверте*, зміна прозорості аморфних халькогенідних напівпровідників у певній спектральній області спектра після їх опромінювання світлом використовується для створення керованих світлофільтрів. Здебільшого освітлення зсуває край поглинання в довгохвильову область спектру. Наприклад, шари з As-S, As-Se товщиною $\sim 1 \text{ мкм}$ після освітлення їх He-Ne лазером зменшують свою прозорість на 40%, котра відновлюється після наступного прогріву шарів при $\sim 150 \div 170 \text{ C}$.

⁴ Світловою кратністю називається відношення електропровідностей освітленої та неосвітленої речовини.

- *По-п'яте*, плівки аморфного кремнію (a-Si:H) знайшли застосування для створення сонячних елементів. Вони виявились більш дешевими, ніж елементи з монокристалічного кремнію і потребують меншу кількість матеріалу. Хоча коефіцієнт корисної дії сонячних елементів з аморфного кремнію поки ще вдвічі менший за коефіцієнт корисної дії елементів із кристалічного кремнію, проте їхні можливості ще не вичерпані.
- *По-шосте*, аморфні напівпровідники використовуються в перемикачах Овшинського (рис.4.7). Перемикачі являють собою тонку плівку аморфного напівпровідника із двома омичними контактами - двополюсник. В роботі цих приладів використовується те, що під дією струму, котрий протікає в аморфному напівпровіднику, відбувається суттєва зміна його електропровідності.
- *По-сьоме*, аморфні напівпровідники знайшли широке застосування для створення світлочутливих шарів копіювальних апаратів.

Розглянемо більш детально два останні застосування аморфних напівпровідників - при побудові перемикачів Овшинського і для фоточутливих шарів копіювальних апаратів.

4.5.а. Елементи Овшинського

На рис.4.7 зображений поперечний переріз елемента Овшинського і два типи вольт-амперних характеристик цього елемента для двох випадків елементів: без пам'яті (рис.4.5b) та з пам'яттю (рис.4.5c). В перемикачі з *пам'яттю* після того, як напруга стане більшою за порогову напругу V_0 , перемикач із високоомного стану (1) пе-

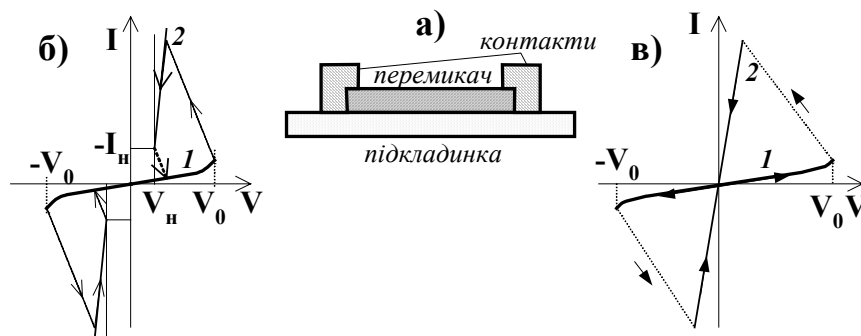


Рис.4.7. Поперечний переріз і вольт-амперні характеристики елемента Овшинського: а) - переріз; б) - елемент без пам'яті; в) - елемент з пам'яттю.

реходить у низькоомний стан (2). Зворотний перехід до високоомного стану відбувається за допомогою потужного імпульсу струму, котрий майже миттєво нагріває зразок до температури розм'ягчення матеріалу. При такому відпалі зразок повертається до свого попереднього високоомного стану. Вважається, що при переключенні елемента Овшинського з пам'яттю відбуваються структурні зміни в шарі аморфного напівпровідника. У процесі запису сигналу імпульс струму через елемент розігріває речовину елемента за рахунок джоулевого тепла до температури приблизно ~ 250 С. При цій температурі локально відбувається кристалізація (фазовий перехід) у каналі струму. Опір кристалізованого матеріалу в каналі струму різко зменшується. Дійсно, після переключення в матеріалі перемикача експериментально були знайдені тонкі дендрити - кристалічні голки телуру. При стиранні сигналу імпульс струму, що стирає, нагріває зразок до більш високої температури. Кристалічні голки зразка розплавляються. Після виключення імпульсу струму, що стирає запис, настає швидке охолодження шару перемикача. Воно сповільнює кристалізацію й зразок залишається в аморфному стані.

Перемикачі Овшинського без пам'яті (рис.4.7b) мають досить малий час перемикання $\sim 0,5 \text{ нс}$, велику зміну опору при перемиканні. Цей перемикач оборотний. Він дозволяє здійснювати дуже багато циклів перемикання, більше, ніж 10^7 разів. Процес перемикання відбувається таким чином. Струм, що протікає в аморфному високоомному напівпровіднику ($\sim 10^8 \div 10^5 \text{ Ом}\cdot\text{см}$) розігріває його (стан 1). Найбільше тепла виділяється там, де локально менший опір, бо джоулеве тепло обернено пропорційне опоріві при сталій напрузі ($W=V^2/R$). В цих перемикачах існує позитивний обернений зв'язок. Він полягає в тому, що там, де більше виділяється тепла і більш висока температура, ще сильніше зменшується опір напівпровідникового шару і виникає локальний саморозігрів аморфного напівпровідника. Локальний саморозігрів розширює канал струму в низькоомному напівпровідникові ($\sim 1 \div 10 \text{ Ом}\cdot\text{см}$). Виникає стан 2 на рис.4.5b. Фактично в цьому режимі роботи струм іде, головним чином, крізь локально розігріту область напівпровідника. При зменшенні струму до I_n канал охолоджується і перемикач знову переходить до високоомного стану 1.

У вузькозонних напівпровідниках у передпробійному стані спостерігається пінч-ефект. Кількість електронів у цьому разі стає сумірною з кількістю дірок, а сила Лоренца направляє їх до осі нитки струму. Густина струму в нитці збільшується й може стати настільки високою, що кристалічна ґратка там розплавляється і після виключення струму та швидкого охолодження стає полікристалічним або навіть розупорядкованим.

Існують і інші механізми переключення, пов'язані з наявністю в склі позитивно та негативно заряджених пасток, котрі заповнюються носіями струму, збудженими електричним полем. При цьому зростає час життя інжекттованих носіїв. Він стає більшим ніж час дрейфу носіїв струму крізь зразок. Це зменшує падіння напруги й призводить до появи стану провідності. Цей механізм подібний до механізму утворення спадаючої вольт-амперної характеристики у випадку біполярної інжекції носіїв струму.

4.5.б. Фоточутливі елементи копіювальних апаратів

Наведемо також приклад застосування аморфних напівпровідникових шарів для створення фоточутливих елементів копіювальних апаратів. Основні стадії процесу ко

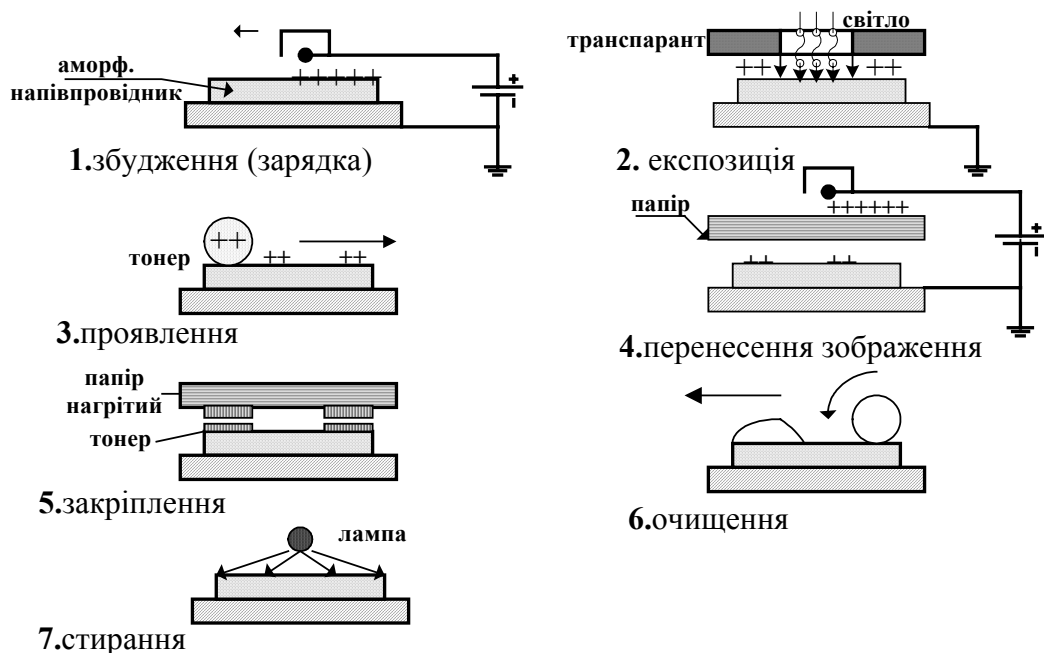


Рис.4.8. Схема копіювання зображень за допомогою фоторецепторів.

півовання зображені на рис.4.8.

На *першому* етапі відбувається рівномірна зарядка фоторецептора - шару аморфного напівпровідника, який після зарядки стає світлочутливим. На практиці зарядка здійснюється здебільшого за допомогою коронного розряду.

На *другому* етапі на рівномірно заряджений уже світлочутливий фоторецептор проектується зображення. Фотопровідність фоторецептора призводить до нерівномірного стікання поверхневого заряду. Там, де інтенсивність світла більша, там поверхневий заряд стікає більш швидко. Утворюється скрите зображення у вигляді нерівномірного розподілу поверхневого заряду, котрий відтворює вихідне зображення об'єкта.

На *третьому* етапі відбувається проявлення зображення. Воно здійснюється за допомогою суміші тонера і носія. Тонером служить кольоровий порошок із розміром частинок ~ 10 мкм. Носій, котрий переносить тонер, складається їх безкольорових частинок більшого розміру ~ 100 мкм. Під час нанесення порошинки труться і трибоелектричний ефект призводить до їх зарядки. Заряджені порошинки затягуються пондеромоторними силами нерівномірно зарядженої поверхні фоторецептора в місця з великим градієнтом електричного поля, який виникає в місцях переходу від освітленої до темної області на фоторецепторі. Нерівномірний розподіл порошинок тонеру формує проявлене зображення на фоторецепторі.

На *четвертому* етапі заряджений папір збирає частинки тонеру на своїй поверхні, тобто відбувається переніс зображення з фоторецептора на поверхню паперу.

На *п'ятому* етапі здійснюється закріплення зображення. За допомогою нагрівання або під дією розчинників порошинки тонеру закріплюються на папері.

На *шостому* етапі відбувається механічне очищення поверхні фоторецептора від залишків тонеру і носія.

На *сьомому* етапі при освітленні фоторецептора його заряди стікають, скрите зображення стирається і рецептор знову готовий до повторного запису інформації.

4.6. ПЕРСПЕКТИВИ ЗАСТОСУВАННЯ АМОΡФНИХ НАПІВПРОВІДНИКІВ

Застосування аморфних напівпровідників стимулюється тим, що вони дають змогу реалізувати такі властивості, котрі досить важко реалізувати за допомогою кристалічних напівпровідників.

- По-перше, аморфні напівпровідники дозволяють отримувати тонкі багат шарові структури з великою площею до 10^6 см², тоді як кристалічні – із малою площею, яка обмежується реальною площею кристала.
- По-друге, аморфні напівпровідники, принаймні, a-Si:H, дозволяють отримувати тонкі плівки ~ 5 нм із малою кількістю дефектів, приблизно в 100÷1000 разів меншою, ніж у кристалах кремнію. Ця особливість дозволяє здійснювати за допомогою аморфних шарів фотолітографію великої роздільної здатності.
- По-третє, більш проста технологія нанесення аморфних напівпровідників дозволяє досить точно відтворювати багат шарові структури на основі a-Si:H із ступнем відтворності до 99 відсотків.
- По-четверте, широкий спектр властивостей аморфних напівпровідників дає можливість створювати досить складні системи на їх основі.

Усе це стимулює дослідження аморфних напівпровідників. Останнім часом досить інтенсивно стали вивчатись органічні молекулярні напівпровідники, котрі виявляють нові властивості, деякі з них можуть знайти практичне застосування.

4.7. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

1. Назвіть основні характерні ознаки та відмінності структури й властивостей аморфних напівпровідників від кристалічних.
2. Що таке функція радіального розподілу атомів і як вона визначається?
4. Які характерні ознаки має залежність густини станів від енергії у розупорядкованих і аморфних напівпровідниках?
4. Що таке щільна рухливості в аморфних напівпровідниках?
5. Назвіть характерні ознаки склоподібних напівпровідників.
6. Назвіть три основних механізми електропровідності розупорядкованих і аморфних напівпровідників і вкажіть на їхні характерні властивості.
7. В яких випадках із температурної залежності електропровідності аморфних напівпровідників можна оцінити густину станів на рівні Фермі та ймовірну довжину стрибка? Як це зробити?
8. Нехай електропровідність аморфного напівпровідника визначається тунелюванням електронів між його окремими молекулами, котрі знаходяться на відстані a одна від одної. Покажіть, що його "мінімальна металічна провідність" пропорційна e^2/ha .

Задача 4.8. Нехай струм утворюється протіканням електронів шляхом тунелювання в одновимірних молекулярних нитках, котрі знаходяться одна від одної на відстані a . Повна електропровідність такої системи рівна $\Sigma = I/V = e^2/teV$. Із співвідношення невизначеності $eVt > h$, тому $\Sigma > e^2/h$, а питома провідність $\sigma \sim e^2/ah \sim 1000 \text{ Ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$.

9. Чому провідність, котра описується формулою Мотта, називається провідністю зі змінною довжиною стрибка?
10. Де застосовуються аморфні напівпровідники? Які властивості аморфних напівпровідників при цьому використовуються?
11. Відомо, що перемикачі мають спадаючу вольт-амперну характеристику $I(V)$, де $dV/dI = r_n < 0$. За яких умов (при яких зовнішніх опорів R) можна отримати стійкий режим роботи схеми, що дає можливість вимірювати цю вольт-амперну характеристику?

Задача 4.11. Розглянемо еквівалентну схему такої системи, в котрій перемикач з опором $r_n = dV(I)/dI$ має внутрішню індуктивність L та ємність C . Флуктуація струму $i(t)$ призводить до появи напруги на перемикачеві V^l і виникненню е.р.с. індукції Ldi/dt , котра врівноважується падінням напруги на зовнішньому опорі R .

Запишемо рівняння Кірхгофа для вузла 1 та контурів 1234 та 1456 відповідно:

$$I + i + i_1 - (I + i_2) = 0 \quad (3.1)$$

$$(I + i_2)R + (I + i)r_n + L \frac{di}{dt} = \mathcal{E} \quad (3.2)$$

$$-\frac{\int i_1 dt}{C} - Ir_n + (I + i)r_n + L \frac{di}{dt} = \mathcal{E} \quad (3.3)$$

Коли $i = 0$, то з формули (3.3)

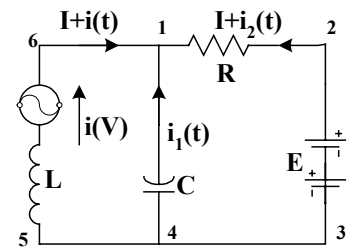
$$IR + Ir_{\text{пер}} = \mathcal{E} \quad (3.4)$$

З урахуванням співвідношення (3.4) рівняння (3.2) та (3.3) набувають такого вигляду

$$i_2 R + i \cdot r_n + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (3.2a)$$

$$-\frac{\int i_1 dt}{C} + i \cdot r_n + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (3.3a)$$

Підставимо i_2 із формули (3.1) в (3.2a) і візьмемо від цього рівняння похідну по часу. Рівняння, котре ми отримали, розв'яжемо разом із (3.3a). Тоді отримаємо



$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \left(\frac{1}{CR} + \frac{r_n}{L} \right) \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} \left(\frac{r_n}{R} + 1 \right) i = 0; \quad i = A_1 \exp\{\gamma_1 t\} + A_2 \exp\{\gamma_2 t\};$$

$$\gamma_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{CR} + \frac{r_n}{L} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{CR} + \frac{r_n}{L} \right)^2 - \frac{1}{LC} \left(\frac{r_n}{R} + 1 \right)};$$

Процес стійкий, коли флуктуація струму "i" затухає. Для цього потрібно виконати дві умови:

$$\text{перша: } \frac{1}{CR} + \frac{r_n}{L} > 0, \quad \text{та друга: } \frac{1}{4} \left(\frac{1}{CR} + \frac{r_n}{L} \right)^2 < \frac{1}{LC} \left(\frac{r_n}{R} + 1 \right);$$

Звідси отримаємо: $-r_{\text{пер}} < R < -L/Cr_{\text{пер}}$. Виконання цієї умови просто перевіряти за допомогою графіка вольт-амперної кривої $i(V)$, котра зображена на рис., де 1 – її спадаюча частина, 2 – $I=V/R$, де $\tan \alpha = R$, 3 – $\tan \beta_{A,B} = |V'|_{A,B}$. Точка А стійка, бо $\tan \alpha < \tan \beta$, а точка В – нестійка, бо $\tan \alpha > \tan \beta$.

4.12. Визначити, чи можливо в напівпровіднику отримати спадаючу вольт-амперну характеристику, якщо джоулеве тепло Q , що виділяється в зразку в першому наближенні лінійно зв'язане з його температурою $IV = G(T - T_0)$. T_0 – температура оточуючого середовища.

Задача 4.12. Джоулеве тепло, що виділяється в напівпровіднику, нагріває його і змінює опір. Тому струм крізь такий зразок буде залежати не тільки від напруги, але й від температури.

$$I = I(V, T) \quad (1)$$

$$IV = G(T - T_0) \quad (2)$$

Візьмемо повний диференціал від (1) і підставимо в нього вираз для dT із (2)

$$dI(V, T) = \left(\partial I / \partial T \right) \Big|_V dT + \left(\partial I / \partial V \right) \Big|_T dV; \quad d(IV) = GdT$$

$$dI = \frac{\partial I}{\partial T} \Big|_V \frac{d(IV)}{G} + \frac{\partial I}{\partial V} \Big|_T dV; \quad \text{або} \quad dI = \frac{\partial I}{\partial T} \Big|_V \frac{V}{G} dI + \frac{\partial I}{\partial T} \Big|_V \frac{I}{G} dV + \frac{\partial I}{\partial V} \Big|_T dV;$$

$$\text{звідси} \quad \frac{dI}{dV} = \left(\frac{\partial I}{\partial V} \Big|_T + \frac{I}{G} \frac{\partial I}{\partial T} \Big|_V \right) \left(1 - \frac{V}{G} \frac{\partial I}{\partial T} \Big|_V \right)^{-1}; \quad \text{Видно, що спадаюча характеристика} \quad (dI/dV < 0) \text{ має}$$

місце тоді, коли $\xi = (V/G)(\partial I / \partial T)_V > 1$. Це взагалі можливо тоді, коли $R = R_0 \exp\{b/T\}$. В цьому випадку

$$I = (V/R_0) e^{-\frac{b}{T}}; \quad \xi = (V/G) \cdot \left(V^2 / R_0 \right) e^{-\frac{b}{T}} \cdot \left(b / T^2 \right) = b(T - T_0) / T^2;$$

Величина $\xi > 0$ для $T > 2T_0$ і має максимальне значення при $T = 2T_0$: $\xi_{\text{max}} = b/4T_0$. Таким чином, спадаюча характеристика має місце при $b > 4T_0$.

4.13. Чи залежить електропровідність від напруженості електричного поля?

4.14. Чому оптична ширина щілини в некристалічних напівпровідниках може бути сумірною із шириною щілини рухливості? Чому не завжди хвости станів впливають на край поглинання світла?

4.15. Які фізичні процеси використовуються в перемикачах Овшинського?

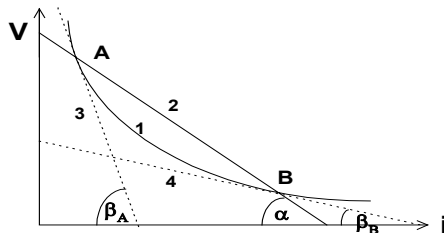
4.16. Що таке пінч-ефект?

4.17. Чому та за яких умов перемикачі з аморфних напівпровідників знаходяться у двох станах?

4.18. Чи можна легувати аморфні напівпровідники і як змінюються при цьому їх властивості?

ЛІТЕРАТУРА

1. Аморфные полупроводники. под ред. М.Бродски. М.: -1982, -419с.
2. Мотт Н., Дэвис Э. Электронные процессы в некристаллических веществах. - т.1 и т.2, -М.: Мир, 1982, -693с.
3. Зеегер К. Физика полупроводников. М.: Мир, -1977, -615с.
4. Бонч-Бруевич В.Л., Звягин И.П., Кайпер Р., Миронов А.Г., Эндерлайн Р., Эссер Б. Электронная теория неупорядоченных полупроводников. - М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы. 1981. - 384с.



Глава 5. РУХ НЕРІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ ЗАРЯДУ В НАПІВПРОВІДНИКАХ

5.1. ВСТУП

Під дією електричних полів, світла або інших сторонніх джерел енергії у напівпровідниках відбуваються збудження і виникають додаткові нетеплові вільні носії заряду, які, як і рівноважні носії, є квазічастинками. За таких умов стан напівпровідника стає *термодинамічно нерівноважним*. При цьому може порушитись принцип детальної рівноваги, згідно якого темп переходів ν_{12} із стану 1 у стан 2 повинен бути рівним ν_{21} - темпу переходів у зворотному напрямку зі стану 2 у стан 1.

$$\nu_{12} = \nu_{21} \quad (5.1)$$

Концентрації носіїв у зонах n і p уже не будуть рівними концентраціям носіїв у рівноважних станах n_0 і p_0 :

$$\begin{aligned} \Delta n &= n - n_0 \\ \Delta p &= p - p_0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

При цьому змінюються також концентрації зв'язаних на локальних рівнях носіїв n_b , p_t .

В залежності від зовнішнього джерела енергії розрізняють такі різновиди генерації нерівноважних носіїв:

- *світлом,*
- *іонізуючими проникаючими частинками,*
- *електричним полем, наприклад, за допомогою внутрішньої автоелектронної емісії,*
- *за допомогою інжекції носіїв на контактах або гетеропереходах, коли стає можливою термоелектронна, термо-автоелектронна та автоелектронна емісія (тунелювання).*

Водночас із генерацією вільних нерівноважних носіїв відбувається їх рекомбінація. Електрони повертаються на незайняті місця у валентній зоні, внаслідок чого зникають вільний електрон та вільна дірка. Середній час перебування надлишкових носіїв у вільному стані до моменту їх рекомбінації називається *середнім часом життя нерівноважних носіїв* - електронів (τ_{fn}) та дірок (τ_{fp}).

В момент виникнення надлишкові носії не знаходяться в тепловій рівновазі із твердим тілом. Вони можуть бути нерівномірно розподілені в об'ємі зразка і мають надлишкову енергію та імпульс. Згодом завдяки численним зіткненням з іншими носіями та фононами вони за енергетичним розподілом наближаються до рівноважних носіїв. Час τ , за який відбувається релаксація збудження й система повертається до рівноважного стану, називається *часом релаксації*. За час релаксації нерівноважних носіїв, який становить $\tau \sim 10^{-10}$ с, відхилення їх енергетичного розподілу зменшується в e разів. За цей час носій стикається з фононом приблизно 1000 разів¹. Час релаксації, здебільшого, значно менший середнього часу їх життя ($\tau \ll \tau_{fn}, \tau_{fp}$). Таким чином, вже через 10^{-10} с весь останній проміжок часу свого життя розподіл за енергіями нерівноважних носіїв майже не відрізняється від розподілу рівноважних носіїв, проте повна концентрація носіїв стає більшою за рівноважну концентрацію й виникає просторовий розподіл, відмінний від рівноважного розподілу, бо зовнішнє джерело генерує додаткові до рівноважних надлишкові нерівноважні носії заряду. В порівнянні з

¹ Довжина вільного пробігу електронів $\ell \sim 10^{-6}$ см, швидкість руху $v \sim 10^7$ см·с⁻¹. В цьому разі час 1000 зіткнень становить $\tau = 10^3 \cdot \ell / v = 10^{-10}$ с.

рівноважними носіями транспорт нерівноважних носіїв є більш складним явищем, тому що необхідно додатково враховувати інтенсивність інжекції та рекомбінації нерівноважних носіїв.

Транспорт нерівноважних носіїв та їх рекомбінаційна люмінесценція використовуються в роботі багатьох типів електронних приладів:

- біполярних транзисторах та діодах на p - n переходах,
- фотодіодах,
- фотоелементах,
- приладах, в яких використовуються струми, обмежені просторовим зарядом,
- лазерах на p - n переходах тощо.

При мікромініатюризації електронних приладів починають впливати розмірні ефекти, серед яких крім розмірних ефектів, притаманних транспорту рівноважних носіїв, необхідно додатково враховувати розмірні ефекти, які впливають на рекомбінацію нерівноважних носіїв і також обмежують рівень мікромініатюризації.

5.2. ЧАС ЖИТТЯ НЕРІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ

Кінетика існування нерівноважних носіїв характеризується середнім часом життя τ_{fn} , τ_{fp} . Він визначається процесами їх рекомбінації. Дійсно, якщо в напівпровідникові створити Δn нерівноважних носіїв і раптово припинити їх генерацію, то процеси рекомбінації зменшують концентрацію $\Delta n(t)$. Зменшення концентрації нерівноважних носіїв за одиницю часу обернено пропорційно середньому часові їх життя, тому можна записати

$$\frac{d\Delta n}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau_{fn}} \quad (5.3)$$

$$\Delta n = \Delta n_0 \exp\{-t/\tau_{fn}\} \quad (5.4)$$

де Δn_0 - концентрація нерівноважних носіїв у момент часу $t=0$, коли вимикається генератор нерівноважних носіїв. Таким чином, *середній час життя $\tau_{fn,p}$ характеризує час, за який процеси рекомбінації зменшують концентрацію нерівноважних носіїв в e разів.*

Відомо декілька *різновидів процесів рекомбінації*, а саме:

- міжзонна з випромінюванням,
- міжзонна без випромінювання,
- за допомогою домішкових центрів,
- поверхнева рекомбінація.

Якщо рекомбінаційні процеси відбуваються незалежно один від одного, то доцільно використати ефективний час рекомбінації $\tau_{fn,p}^*$

$$\frac{1}{\tau_{fn,p}^*} = \sum_i \frac{1}{\tau_{fn,p,i}} \quad (5.5)$$

Час рекомбінації обернено пропорційний поперечному перерізові рекомбінації (захоплення) носія $\sigma_{n,p}$, концентрації носіїв n, p та швидкості $v_{n,p}$ їх хаотичного руху

$$\tau_{fn} = \frac{1}{\sigma_n p v_n}; \quad \tau_{fp} = \frac{1}{\sigma_p n v_p} \quad (5.6)$$

Добуток $\langle \sigma_{n,p} v_{n,p} \rangle = \gamma_{n,p}$ називається **коефіцієнтом рекомбінації**. Час релаксації не є параметром речовини, тому що він залежить від концентрації надлишкових носіїв. Покажемо це на найпростішому прикладі, коли відбувається лише міжзонна рекомбінація в однорідному однодолинному напівпровіднику у відсутності полів і градієнта те

мператур. Для цього випадку зменшення концентрації носіїв описується таким диференціальним рівнянням

$$-\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial t} = \gamma np - \gamma n_0 p_0 \quad (5.7)$$

Позначимо швидкість рекомбінації рівноважних теплових носіїв через $G_0 = \gamma n_0 p_0 = m_i^2$. Тоді рівняння (5.7) при використанні умови $\Delta n = \Delta p$ матиме вигляд

$$\begin{aligned} -\frac{\partial(n_0 + \Delta n)}{\partial t} &= -\frac{\partial(p_0 + \Delta p)}{\partial t} = \frac{G_0}{n_i^2} [(n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p) - n_0 p_0] = \\ &= \frac{G_0}{n_i^2} (n_0 + p_0 + \Delta n) \Delta n, \end{aligned} \quad (5.8)$$

або

$$-\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = -\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = \frac{G_0 (n_0 + p_0 + \Delta n) \Delta n}{n_i^2}, \quad (5.9)$$

Розв'язок цього рівняння має вигляд

$$\Delta n(t) = \Delta n_0 \frac{n_0 + p_0}{(n_0 + p_0 + \Delta n_0) \cdot \exp(t / \tau_{fn,p}) - \Delta n_0}. \quad (5.10)$$

де

$$\tau_{fn,p} = \frac{n_i^2}{G_0 (n_0 + p_0)} \quad (5.11)$$

При слабких і сильних рівнях збудження формула (5.10) спрощується:

$$\Delta n(t) = \Delta n_0 e^{-t / \tau_{fn,p}} \quad \text{при } (n_0 + p_0) \gg \Delta n \quad (5.11a)$$

$$\Delta n(t) = (n_0 + p_0) \frac{\tau_{fn,p}}{t} \quad \text{при } (n_0 + p_0) \ll \Delta n \quad \text{та } \tau \ll \tau_{fn,p}. \quad (5.11b)$$

В напівпровідниках із пастками залежності ефективного часу життя ще складніші. Усе це свідчить про те, що *ефективний час життя не є параметром речовини, а визначається умовами її роботи: ефективністю генерації й рекомбінації нерівноважних носіїв і залежить від концентрації рівноважних носіїв тощо.*

5.3. КВАЗІРІВЕНЬ ФЕРМІ

Наявність нерівноважних носіїв порушує рівновагу й уже не можна користуватись рівнем Фермі для характеристики напівпровідника в цьому стані. Проте згідно Шоклі *можна запровадити два квазірівні Фермі для електронів F_n і дірок F_p окремо.* Це дозволяє зберегти вигляд формул для нерівноважних носіїв такими самими, як і для рівноважних (див.(2.61))

$$\begin{aligned} n &= n_0 + \Delta n = N_n \exp \left\{ -\frac{E_c - F_n}{k_B T} \right\} \\ p &= p_0 + \Delta p = N_p \exp \left\{ -\frac{F_p - E_v}{k_B T} \right\} \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$N_{n,p} = 2 \left(\frac{2\pi m_{n,p} k_B T}{h^2} \right)^{3/2}, \quad n_i = \sqrt{N_n N_p} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}},$$

де $m_{n,p}$ - ефективні маси носіїв, n_i - концентрація рівноважних електронів у власному напівпровіднику, $N_{n,p}$ - ефективні густини станів у зоні провідності та валентній зоні, а F_i - рівень Фермі у власному напівпровіднику. Значення енергій, що використані у формулі (5.13), позначені на енергетичній діаграмі, зображеній на рис.5.1. Треба відзначити, що час життя τ_{fn} і τ_{fp} нерівноважних носіїв більший за час їхньої релаксації за імпульсом та енергією $\tau_n < \tau_{fn}$; $\tau_p < \tau_{fp}$. Саме тому в цьому разі встановлюється рівноважний розподіл Фермі для нерівноважних носіїв при тій самій температурі, що і для рівноважних носіїв. Уведення квазірівнів Фермі дозволяє компактно записати густини струмів через їх градієнти:

$$\vec{j}_n = \mu_n n \vec{\nabla} F_n$$

$$\vec{j}_p = \mu_p p \vec{\nabla} F_p$$

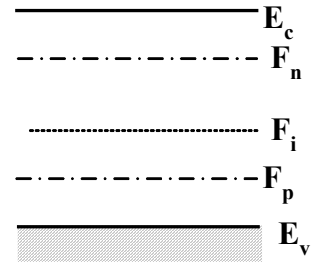


Рис.5.1. Енергетична діаграма.

5.4. РІВНЯННЯ ПЕРЕНОСУ

У відсутності магнітних полів ($\vec{B} = 0$) і градієнтів температур ($\nabla T = 0$) концентрація надлишкових носіїв визначається не лише швидкостями їх генерації та рекомбінації, але й швидкостями дифузії та дрейфу - двома основними різновидами руху нерівноважних носіїв. Дифузія є хаотичним (тепловим) рухом носіїв. Її рушійною силою є градієнт концентрації хімічного потенціалу, який, наприклад, створюється градієнтом концентрації носіїв ($\vec{\nabla} n$). Тому дифузійний потік носіїв пропорційний градієнту їх концентрації ($\vec{j} = -eD\vec{\nabla} n$), де D - коефіцієнт дифузії). Дрейф є направленим рухом носіїв під дією зовнішнього поля й пропорціональний градієнту потенціалу ($\nabla V = -\vec{E}$). Ці процеси відбуваються одночасно і накладаються один на одного. Вони описуються системою п'яти рівнянь, два з яких є рівняннями електронних та діркових струмів, двома рівняннями, що визначають закони збереження частинок і рівнянням Пуассона

$$\vec{j}_n = eD_n \vec{\nabla} n + e\mu_n n \vec{E} \quad (5.14)$$

$$\vec{j}_p = -eD_p \vec{\nabla} p + e\mu_p p \vec{E} \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = g_n - \frac{n - n_0}{\tau_{fn}} + \frac{1}{e} \nabla j_n \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = g_p - \frac{p - p_0}{\tau_{fp}} - \frac{1}{e} \nabla j_p \quad (5.17)$$

$$\vec{\nabla} \vec{E} = \frac{4\pi}{\epsilon_s} \rho = \frac{4\pi e}{\epsilon_s} (p + N_d^+ - n - N_a^-) \quad (5.18)$$

В цих рівняннях використані такі позначення: $e=|e|$ - елементарний заряд за абсолютною величиною, $j_{n,p}$ - густини струмів, $D_{n,p}$ - коефіцієнти дифузії, n і p - концентрації носіїв, n_0 та p_0 - концентрації рівноважних носіїв, ρ - густина просторового заряду, \vec{E} - напруженість електричного поля, N_d^+ - концентрація іонізованих донорів або зв'язаних дірок, N_a^- - концентрація іонізованих акцепторів або зв'язаних електронів, ϵ_s - діелектрична проникливість напівпровідника. Швидкість генерації нерівноважних носіїв враховується членами g_n та g_p , а швидкість їх рекомбінації - членами $(n - n_0)/\tau_{fn}$ та $(p - p_0)/\tau_{fp}$.

Розв'язок цієї системи рівнянь є досить складною задачею. В деяких окремих випадках вона спрощується, наприклад, коли час максвелівської релаксації $\tau_M = RC = \varepsilon / 4\pi\sigma$ значно менший за час дрейфу носіїв ($\tau_M < t_{dr}$). В цьому разі за час дрейфу t_{dr} не утворюється просторовим зарядом ($\rho=0$) і рівняння Пуассона (5.19) замінюється більш простим рівнянням Лапласа $\vec{\nabla} \vec{E} = 0$.

5.5. ДИФУЗИЯ І ДРЕЙФ НОСІЇВ

Розглянемо окремий випадок, коли електронний напівпровідник ($p \ll n$) знаходиться в сталому електричному полі $\vec{\nabla} \vec{E} = 0$, антипаралельному осі x : $\vec{E} \{-E_x, 0, 0\}$. В цьому випадку із системи рівнянь (5.14) ÷ (5.18) залишаються для розгляду лише рівняння (5.14) і (5.16), котрі після об'єднання дають одне рівняння

$$\frac{\partial n}{\partial t} = g_n - \frac{n - n_0}{\tau_{fn}} + D_n \nabla^2 n + \mu_n \vec{\nabla} (n \vec{E}) \quad (5.19)$$

Припустимо для спрощення задачі, що генерація нерівноважних носіїв відсутня $g_n = 0$. У стаціонарному стану, коли $\partial n / \partial t = 0$, знайдемо просторовий розподіл електронів у напівпровіднику. Тоді рівняння (5.19) матиме вигляд

$$-\frac{n - n_0}{\tau_{fn}} + \frac{1}{e} \{ e D_n \nabla^2 n + e \mu_n \vec{\nabla} (n \vec{E}) \} = 0 \quad (5.20)$$

або, використавши позначення $\Delta n = n - n_0$, отримаємо рівняння неперервності для просторового розподілу концентрації нерівноважних (надлишкових) носіїв (Δn) при наявності їх дифузії та дрейфу

$$\nabla^2 \Delta n + \frac{\mu_n}{D_n} (\vec{E} \cdot \vec{\nabla} \Delta n) - \frac{\Delta n}{D_n \tau_{fn}} = 0 \quad (5.21)$$

В нашому випадку, коли $\vec{E} \parallel x$, рівняння (5.21) набуває такого вигляду:

$$\frac{d^2 \Delta n'}{dx^2} - E_x' \frac{d \Delta n'}{dx} - \frac{\Delta n'}{L_{Dn}^2} = 0 \quad (5.22)$$

де використані такі позначення

$$L_{Dn}^2 = D_n \tau_{fn} \quad (5.23)$$

$$E_x' = \frac{\mu_n E_x}{D_n} \quad (5.24)$$

де $L_{Dn,p}$ - довжина дифузії носіїв (електронів/дірок), або середня відстань, на яку вони розповсюджуються в речовині за час свого життя.

Розв'яжемо рівняння (5.22) у випадку, коли електрони інжектують у напівпровідник n -типу в точці $x=0$, тобто коли $\Delta n (x=0) = \Delta n_0$. Його розв'язок має вигляд

$$\Delta n = \Delta n_0 \exp\{-ax\} \quad (5.25)$$

де a визначається з характеристичного рівняння

$$a^2 + E_x' a - \frac{1}{L_{Dn}^2} = 0, \quad (5.26)$$

корені якого є

$$a_{1,2} = 1/2 \left(-E_x' \pm \sqrt{E_x'^2 + 4/L_{Dn}^2} \right) \quad (5.27)$$

Внаслідок того, що фізичний зміст має лише додатній корінь ($a_1 > 0$), остаточний розв'язок рівняння (5.22) має вигляд

$$\Delta n = \Delta n_0 \exp\{-a_1 x\} \quad (5.28)$$

Кількість електронів, що інжектують у напівпровідник, експоненціально затухають із зростанням координати x . Показник a_1 (затухання) має різний зміст у двох окремих випадках малих і великих електричних полів. Окремо розглянемо ці два випадки.

5.5.а. Дифузія носіїв (малі поля)

При малих полях, коли

$$\mathcal{E}_x' \ll 2L_{D_n}^{-1} \quad (5.29)$$

$$a_1 = 1/L_{D_n} \quad (5.30)$$

$$\Delta n = \Delta n_0 \exp(-x/L_{D_n}) \quad (5.31)$$

Таким чином, носії, що інжектують у точці $x=0$ із концентрацією n'_0 , дифундують у глибину зразка й у стаціонарному стані встановлюється експоненціальний розподіл концентрації вздовж осі x . На глибині $x = L_{D_n}$ концентрація зменшується в e разів. Ця глибина називається *глибиною дифузії* $L_{D_n} = \sqrt{D_n \tau_{fn}}$. Розглянемо ще раз нерівність (5.29), яка визначає умову, коли дифузія переважає дрейф носіїв. Скориставшись співвідношенням Ейнштейна, яка встановлює зв'язок між коефіцієнтом дифузії та рухливістю носіїв у невідродженому напівпровіднику поблизу стану термодинамічної рівноваги (див. задачу 5.6)

$$\frac{\mu_{n,p}}{D_{n,p}} = \frac{e}{k_B T}, \quad (5.32)$$

отримаємо такий вигляд для нерівності (5.29) і з урахуванням (5.32а)

$$e\mathcal{E}_x L_{D_n} \ll 2k_B T, \quad (5.33)$$

або

$$\ell_{\mathcal{E}n} \ll L_{D_n}, \quad (5.33a)$$

де введена величина $\ell_{\mathcal{E}n}$, котра чисельно дорівнює довжині шляху, який проходять носії за час життя із швидкістю дрейфу

$$\ell_{\mathcal{E}n} = \mu_n \mathcal{E} \tau_{fn} \quad (5.33b)$$

Вона називається довжиною дрейфу. Таким чином, згідно (5.33b), *дифузія має місце, коли енергія, що її набувають носії струму на дифузійній довжині, менша за $k_B T$, або інакше, коли довжина дифузії більша за довжину дрейфу* (5.33b).

5.5.б. Дрейф носіїв (сильні поля)

У великих полях, коли $e\mathcal{E}_x L_{D_n} \gg k_B T$, або довжина дрейфу $\ell_{\mathcal{E}n}$ більша за довжину дифузії ($\ell_{\mathcal{E}n} \gg L_{D_n}$), дрейф носіїв переважає дифузію. В цьому разі корінь характеристичного рівняння (5.28) матиме вигляд

$$a_1 \cong \frac{1}{L_{D_n}^2 \mathcal{E}_x} = \frac{1}{\ell_{\mathcal{E}n}} \quad (5.34)$$

і розподіл концентрації інжектованих носіїв визначатиметься довжиною дрейфу $\ell_{\mathcal{E}n}$:

$$n = n_0 \exp\{-x/\ell_{\mathcal{E}n}\} \quad (5.35)$$

Згідно формули (5.35), довжина дрейфу $\ell_{\mathcal{E}n}$ характеризує відстань, на якій концентрація носіїв, що інжектували у напівпровідник, зменшується під час їх дрейфу в e разів.

5.6. АМБІПОЛЯРНА ДИФУЗІЯ

Здебільшого в напівпровідниках, в які інjektують електрони $\Delta n \neq 0$ та дірки $\Delta p \neq 0$, відбувається одночасна дифузія електронів і дірок. Під час такої дифузії між електронами та дірками існує кулонівська взаємодія, яка впливає на дифузію. Одночасна дифузія взаємодіючих електронів і дірок називається *амбіполярною (або біполярною) дифузією*.

Розглянемо для визначеності окремий випадок, коли $D_n > D_p$ і більш рухливі електрони випереджають у своєму русі менш рухливі дірки. Утворюється локальне електричне поле, котре прискорює дірки і сповільнює рух електронів. Знайдемо коефіцієнт, за допомогою якого для електронного струму можна буде записати формулу аналогічну формулі для дифузійної густини струму (5.14) в умовах простої монополярної дифузії

$$\vec{j}_n = eD_n \vec{\nabla} n + \frac{\sigma_n}{\sigma} \vec{j} \quad (5.36)$$

де D_a - коефіцієнт амбіполярної (або біполярної) дифузії, $\sigma_n = e\mu_n n$ та $\sigma = e\mu_n + e\mu_p p$ - електронна та повна електропровідності відповідно. Знайдемо вираз для D_a . Для цього визначимо на підставі (5.14) і (5.15) повну густину струму

$$\vec{j} = \vec{j}_p + \vec{j}_n = -eD_p \vec{\nabla} p + e\mu_p p \vec{E} + eD_n \vec{\nabla} n + e\mu_n n \vec{E} \quad (5.37)^2$$

Розв'яжемо (5.37) відносно \vec{E}

$$\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma} + \frac{e}{\sigma} (D_p \vec{\nabla} p - D_n \vec{\nabla} n). \quad (5.38)$$

Комбінуючи формули (5.14) та (5.38) і, вважаючи $\Delta n = \Delta p$, знайдемо³, що густина електронного струму \vec{j}_n визначається за формулою (5.36), де коефіцієнт амбіполярної дифузії D_a дорівнює:

$$D_a = \frac{\sigma_n D_p + \sigma_p D_n}{\sigma_n + \sigma_p} = \frac{p + n}{p/D_n + n/D_p} \quad (5.39)$$

При записі правої частини (5.39) використано співвідношення Ейнштейна (5.32). Формула (5.39) показує, що коефіцієнт амбіполярної дифузії D_a залежить від концентрації носіїв. Ця залежність ілюструється схематичним рис.5.2. Видно, що коефіцієнт амбіполярної дифузії зменшується при збільшенні ступеня легування, при якому відбувається перехід від напівпровідника донорного типу до напівпровідника електронного типу. Таким чином, у випадку одночасної дифузії електронів та дірок не можна знехтувати їх взаємодією. Для цього випадку амбіполярної дифузії після підстановки (5.14 та 5.15) у (5.16 та 5.17) отримаємо такі рівняння неперервності

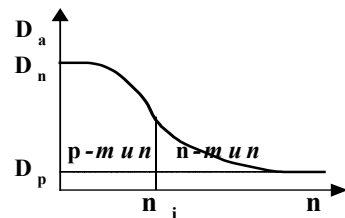


Рис.5.2. Залежність коефіцієнта амбіполярної дифузії D_a від концентрації електронів.

² $e=|e|$

³ $\vec{j}_n = eD_n \vec{\nabla} n + e\mu_n n \frac{\vec{j}}{\sigma} + e\mu_n n \frac{e}{\sigma} (D_p \vec{\nabla} p - D_n \vec{\nabla} n) = \frac{\sigma_n}{\sigma} \vec{j} + \frac{e}{\sigma} (y_n D_p + y_p D_n) \vec{\nabla} n = \frac{\sigma_n}{\sigma} \vec{j} + eD_a \vec{\nabla} n$

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= g_n + D_n \nabla^2 n + \frac{1}{e} \sigma_n \nabla \vec{E} + \frac{1}{e} \vec{E} \nabla \sigma_n - \frac{\delta n}{\tau_{fn}} \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= g_p + D_p \nabla^2 p - \frac{1}{e} \sigma_p \nabla \vec{E} - \frac{1}{e} \vec{E} \nabla \sigma_p - \frac{\delta p}{\tau_{fp}}\end{aligned}\quad (5.40)$$

де \vec{E} - напруженість електричного поля, що створюється зовнішніми джерелами. Помножимо перше із системи рівнянь (5.40) на σ_n , а друге на σ_p й почленно складемо обидві їх частини. Тоді для, коли $g_n = g_p = g$, $\tau_{fn} = \tau_{fp} = \tau$ та $\delta n = n - n_0 = \delta p = p - p_0$, рівняння неперервності набувають вигляду

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= g + D_a \nabla^2 n - \mu_a (\vec{E} \cdot \nabla n) - \frac{\delta n}{\tau} \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= g + D_a \nabla^2 p - \mu_a (\vec{E} \cdot \nabla p) - \frac{\delta n}{\tau}\end{aligned}\quad (5.40a)$$

де D_a - коефіцієнт амбіполярної дифузії, що визначається формулою (5.39), а μ_a - біполярна рухливість

$$\mu_a = \frac{n - p}{p/\mu_n + n/\mu_p} \quad (5.40b)$$

Скориставшись виразом $\nabla(D_a \cdot \nabla n) = D_a \nabla^2 n + \vec{\nabla} D_a \cdot \nabla n$, легко отримати дрейфову швидкість руху пакету, до складу якого входять носії обох знаків електрони та дірки

Його дрейфова швидкість руху пакету запишеться так⁴

$$v_{dr} = \mu_a \vec{E} + \nabla D_a, \quad (5.41)$$

де \vec{E} - напруженість електричного поля, що створюється зовнішніми джерелами.

5.7. ПОВЕРХНЕВА РЕКОМБІНАЦІЯ

Поверхневі рівні беруть участь у процесах рекомбінації нерівноважних носіїв і тому кінетика їх руху залежить від швидкості поверхневої рекомбінації носіїв. Швидкість поверхневої рекомбінації S визначається ефективним потоком носіїв, що рухаються в напрямку до поверхні, віднесеним до одиничної концентрації електронів

$$S_{n,p} = (1 - r) v_{n,p} / 4, \quad (5.42)$$

де r - коефіцієнт пружного відбиття носіїв від поверхні. В більшості випадків поверхнева рекомбінація більш імовірна за об'ємну, бо саме поверхні передається момент кількості руху, що звільняється при рекомбінації електрона та дірки. Таким чином, S визначається кількістю актів рекомбінації на 1 см^2 поверхні за одиницю часу, віднесена до концентрації носіїв в об'ємі напівпровідника за межами області просторового заряду. Вона залежить від концентрації поверхневих станів, ефективного перерізу захоплення нерівноважних носіїв поверхневими електронними станами та поверхневого вигину зон або поверхневого потенціалу $Y_S = eV_S / k_B T$. Y_S змінює положення рекомбінаційних поверхневих рівнів відносно дна зони провідності та стелі валентної зони, що впливає на S .

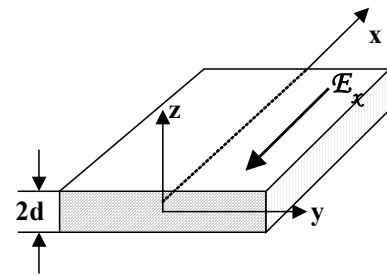


Рис.5.3.

⁴ В.Л. Бонч-Бруевич, Физика полупроводников, Наука, М.: -1990, -с.269-270.

Тепер на конкретному прикладі напівпровідникової пластинки n -типу розглянемо вплив швидкості поверхневої рекомбінації S на ефективний час рекомбінації τ_f^* , дифузію та дрейф носіїв у зразках скінчених розмірів. Виберемо координатні осі так, що вісь x буде паралельною до поверхні пластинки, рис.5.3. Її товщина $2d$. Уздовж осі x прикладемо сталі електричне поле напруженістю $\vec{E} = \{-E_x, 0, 0\}$. Магнітне поле й градієнт температури рівні нулеві. Рівень об'ємної генерації нерівноважних носіїв малий і їм можна знехтувати. Нерівноважні носії інжектують у пластинку крізь бокову поверхню в площині $x=0$. Нас цікавить стаціонарний випадок, коли $\partial n / \partial t = 0$.

Просторовий розподіл концентрації нерівноважних носіїв $n' = n - n_0$ визначається рівнянням (5.21)

$$\Delta n' + \frac{\mu_n}{D_n} \vec{\nabla}(n' \vec{E}) - \frac{n'}{L_{D_n}^2} = 0, \quad (5.43)$$

або

$$\Delta n' - \vec{E}_x' \vec{\nabla} n' - \frac{n'}{L_{D_n}^2} = 0 \quad (5.43a)$$

Розв'язок цього рівняння будемо шукати у вигляді

$$n' = \sum_i C_i e^{-a_i x} \cos(k_i z) \quad (5.44)$$

При підстановці (5.44) у рівняння (5.43a) воно перетворюється на тотожність

$$a_i^2 + E_x' a_i - \left(k_i^2 + \frac{1}{L_{D_n}^2} \right) = 0 \quad (5.45)^5$$

Це характеристичне рівняння (5.45) збігається з характеристичним рівнянням (5.26), якщо замість дифузійної довжини L_{D_n} запровадити ефективну дифузійну довжину

$$\frac{1}{L_{D_{\text{ef}}}^2} = k_i^2 + \frac{1}{L_{D_n}^2} \quad (5.46)$$

Для визначення k_i скористаємося граничною умовою, згідно якої дифузійний потік до поверхні в стаціонарних умовах урівноважується рекомбінацією носіїв, і на поверхні не накопичуються заряди.

$$D_n \frac{\partial n'}{\partial z} \Big|_{z=\pm d} = \pm S n' \Big|_{z=\pm d} \quad (5.47)$$

Після підстановки (5.44) у (5.47) отримаємо трансцендентне рівняння $\text{tg}(k_i d) = S / k_i D_n$, найменший корінь якого при $k_i d \ll 1$ дорівнює

$$k_i = \sqrt{\frac{S}{D_n d}} \quad (5.48)$$

(При цьому $Sd / D_n \ll 1$). Комбінуючи (5.48) і (5.46), отримуємо такий вираз для ефективної довжини дифузії

$$\frac{1}{L_D^2} = \frac{1}{L_{D_n}^2} + \frac{S}{D_n d} = \frac{1}{D_n} \left(\frac{1}{\tau_{nf}} + \frac{S}{d} \right) = \frac{1}{D_n \tau_{fn}^*} \quad (5.49)$$

⁵ $\sum_i C_i e^{-a_i x} \cos(k_i z) z \left[(a_i^2 - k_i^2) + E_x' a_i - \frac{1}{L_D^2} \right] = 0$

Зауважимо, що ефективна довжина дифузії L_D^* відрізняється від L_{D_n} тим, що вона залежить не від часу життя носіїв τ_{fn} , а від їх ефективного часу життя τ_{fn}^* , котрий залежить від розмірів напівпровідника й швидкості поверхневої рекомбінації

$$\frac{1}{\tau_{fn}^*} = \frac{1}{\tau_{fn}} + \frac{S}{d}. \quad (5.50)$$

Відзначимо також, що поверхнева рекомбінація впливає не тільки на дифузійну довжину, а й на довжину дрейфу, оскільки вона також залежить від ефективного часу життя носіїв

$$\frac{1}{\ell_{En}} = \frac{1}{\mu_n E \tau_{fn}^*} = \frac{1}{\mu_n E \tau_{fn}} \left(1 + \frac{S \tau_{fn}}{d} \right) \quad (5.51)$$

Таким чином, приходимо до висновку, що при зменшенні розмірів зразка, коли $d < S \cdot \tau_{fn,p}$, швидкість поверхневої рекомбінації S суттєво впливає на час життя носіїв й через нього на довжини дифузії й дрейфу, які згідно (5.51) зменшуються. Нагадаємо, що S залежить не лише від природи поверхні та умов на ній, але й від поверхневого потенціалу. Це явище поверхневої рекомбінації є **додатковим ефектом транспорту** нерівноважних носіїв, що впливає на параметри електронних напівпровідникових приладів.

5.8. РОЗМІРНІ ЕФЕКТИ

При зменшенні розмірів системи транспорт нерівноважних носіїв у ній змінюється під впливом розмірних ефектів. Внаслідок того що через дуже короткий час після утворення нерівноважних носіїв ($t < 10^{-10}$ с) їх енергетичний розподіл збігається з енергетичним розподілом рівноважних носіїв і більшу частину часу свого життя вони майже не відрізняються від рівноважних носіїв, то вплив розмірних ефектів на транспорт рівноважних та нерівноважних носіїв майже однаковий. Під дією розмірних ефектів (класичного та квантового) змінюються: час релаксації, рухливість, енергетичний спектр (виникають розмірні підзони), густини станів, концентрації носіїв. Усе це впливає на характерні параметри транспорту нерівноважних носіїв, як і рівноважних. Однак на відміну від рівноважних транспорт нерівноважних носіїв додатково залежить від їх рекомбінації. Рекомбінація нерівноважних носіїв відбувається в об'ємі та на поверхні зразка. Вони характеризуються відповідним часом рекомбінації в об'ємі ($\tau_{fn,p}$) та на поверхні (τ_s) відповідно. Сумарний процес рекомбінації характеризується ефективним часом життя нерівноважних носіїв ($\tau_{fn,p}^*$)

$$\frac{1}{\tau_{fn,p}^*} = \frac{1}{\tau_{fn,p}} + \frac{1}{\tau_s}, \quad (5.52)$$

де згідно (5.50) час поверхневої рекомбінації залежить від розміру зразка (d). Зменшення розміру зразка зменшує $\tau_s = d/S$, що призводить до збільшення внеску поверхневої рекомбінації в ефективний час життя нерівноважних носіїв ($\tau_{fn,p}^* \rightarrow \tau_{fn}$), від якого залежать такі кінетичні (транспортні) параметри як довжина дифузії (5.49) та дрейфу (5.50). Цей *розмірний ефект, зв'язаний з поверхневою рекомбінацією*, стає суттєвим, коли

$$d < S \cdot \tau_{fn}$$

У зв'язку з тим, що на практиці, згідно (2.12), має місце така ієрархія часів релаксації:

$$\tau_p < \tau_E < \tau_{vm} < \tau_r$$

або характерних довжин

$$L_p < L_E < L_{vm} < L_r \quad (5.52a)$$

де індекс r вказує на рекомбінацію нерівноважних носіїв, то розмірний ефект, зв'язаний з їх поверхневою рекомбінацією, починає впливати при більшій товщині, при яких іншими розмірними ефектами можна знехтувати. Слід також відзначити, що квантовий розмірний ефект, як це було показано у 2-й главі, змінює густину станів, внаслідок чого змінюється концентрація рівноважних носіїв. Зміна концентрації рівноважних носіїв згідно формулі (5.11) впливає на час життя нерівноважних носіїв, від якого залежать такі параметри транспорту нерівноважних носіїв як довжини дифузії (L_D) та дрейфу (L_E).

5.9. ПОВЗДОВЖНІЙ РОЗМІРНИЙ ЕФЕКТ

Розглянемо залежність струму в напівпровідниковій пластинці товщиною $2d$ від її розмірів уздовж осі z . Конфігурація пластинки, координатні осі й напрямки електричного поля такі, як на рис.5.3. Нерівноважні носії утворюються за допомогою інжекції крізь бокову поверхню $x=0$. Дифузія і дрейф нерівноважних носіїв впливає на їх розподіл уздовж осі x , тому струм уздовж цієї осі знаходиться усередненням по всій довжині зразка $0 < x < L$.

У випадку малих полів $eE_x L_D \ll k_B T$, коли дифузія переважає над дрейфом носіїв і $\nabla j_n \neq 0$, тобто згідно (5.16) $\nabla n \neq 0$, то середня густина струму J знаходиться за допомогою формули (5.14), в якій $\mathcal{E} \rightarrow 0$.

$$J = \frac{1}{L} \int_0^L e D_n \nabla n dx \quad (5.53)$$

Скористаємося при обчисленні густини струму формулою (5.31) для n , тоді

$$J = \begin{cases} -\frac{e D_n}{L_{D_n}^*} n'_0; & \frac{L}{L_{D_n}^*} \ll 1 \\ -\frac{e D_n}{L} n'_0; & \frac{L}{L_{D_n}^*} \gg 1 \end{cases} \quad (5.54)$$

В формулі (5.54) замість L_D використана ефективна довжина дифузії $L_{D_n}^*$, котра залежить від товщини зразка. Тому густина струму залежить не тільки від довжини, але й і від товщини зразка (див. задачу 5.8).

Аналогічно для дрейфового струму отримуємо

$$J = \begin{cases} e \mu_n n'_0 \mathcal{E}; & \frac{\ell}{\ell_E} < 1 \\ \frac{e \mu_n n'_0 \mathcal{E} \ell_E}{L}; & \frac{L}{\ell_E} > 1 \end{cases} \quad (5.55)$$

Видно, що густина дрейфового струму залежить як від довжини зразка L , так і від його товщини, бо від товщини залежать довжина дрейфу ℓ_E і рухливість носіїв μ . Нові особливості з'являються, коли $L < \ell$, де ℓ - довжина вільного пробігу носіїв. Цей режим транспорту називається балістичним.

5.10. БАЛІСТИЧНИЙ РУХ НОСІЇВ

В тих випадках, коли розміри зразка в повздовжньому напрямку (L) стають сумірними або меншими довжини вільного пробігу носіїв (ℓ) виникає рух без зітк

нень, котрий називається *балістичним режимом руху носіїв (або балістичним транспортом)*⁶. Необхідна умова балістичного руху виконується в напівпровідниках

$$L < \ell < \mu_{n,p} m_{n,p} v / e$$

в залежності від природи напівпровідників, домішок, дефектів, нерівностей його поверхні, температури та напруженості електричного поля, для товщин в інтервалі $0,1 \div 10$ мкм. Це означає, що напівпровідникові структури з розмірами, придатними для балістичного транспорту, можуть існувати в таких приладах: напівпровідникових біполярних транзисторах (їх тонкі бази), уніполярних транзисторів із малою довжиною каналу, діодах та фотодіодах із малою шириною області збіднення, діодах із струмами обмеженими просторовим зарядом тощо.

Характерною особливістю балістичного транспорту є суттєва нерівноважність носіїв, тому що робочі напруги при цьому значно більші за "дифузійні напруги" $k_B T / e$. Крім того, носії рухаються практично без зіткнень і електричне поле неперервно збільшує їх швидкість. Тому при класичному розгляді балістичного руху потрібно враховувати, що їх середня швидкість збільшується пропорційно кореню квадратному від напруженості електричного поля ($v_{n,p} \sim E^{1/2}$), а не пропорційно E , як це має місце в напівпровідниках у звичайному режимі транспорту із зіткненнями ($v_{n,p} = \mu_{n,p} E$). Ця особливість змінює вигляд вольт-амперних кривих струмів обмежених просторовим зарядом (розділ 5.12). Крім того, при балістичному русі досить легко створити гарячі носії, середні енергії яких будуть більші за $k_B T$.

Нові особливості транспорту стають зрозумілими при квантово-механічному розгляді балістичного руху, коли розміри зразка стають сумірними або меншими довжини хвилі де Бройля. Розглянемо $1D$ канал між двома нескінченно потужними резервуарами нерівноважних носіїв із рівнями хімічного потенціалу F та $F + \delta F$, де δF створюється малою різницею потенціалів ($\delta F = eV$). Під дією потенціалу в каналі протікає струм I , Електропровідність каналу дорівнює

$$G = I/V \quad (5.56)$$

Струм у такому каналі визначається за формулою

$$I = ev_j g_{1D}(E)(eV) T_j \quad (5.57)$$

де v_j – швидкість носіїв, $g_{1D}(E)$ – густина станів у межах однієї розмірної підзони, віднесена до одиниці довжини каналу, а T_j – ймовірність проходження носіями каналу або його коефіцієнт прозорості. Скориставшись виразом (2.47а), знайдемо густину станів віднесену до одиниці довжини каналу $g_{1D}(E) = 2/hv_j [e p z^{-1} \cdot \text{см}^{-1}]$ і підставимо її у (5.57)

$$I = \frac{2e^2}{h} \cdot V \cdot T(F) \quad (5.57a)$$

З цієї формули згідно з (5.56) отримаємо, так звану, формулу **Ландауера** для повної провідності $1D$ -каналу

$$G_{1D} = \frac{2e^2}{h} \cdot T, \quad (5.58)$$

яка не залежить від розмірів системи і пропорційна кванту електропровідності $G_0 = 2e^2/h$. Формула Ландауера була доведена для рівноважних носіїв. Але, як указувалося у розділі 5.1, нерівноважні (надлишкові) носії швидко перестають відрізнятися

⁶ Термін балістичний походить від грецького слова ballo - кидаю.

за енергетичним розподілом від рівноважних носіїв. Тому цю формулу можна використовувати і для надлишкових носіїв.

Прикладом балістичного руху носіїв є їх рух крізь тунельний бар'єр (глава 5). Для тунельної провідності ID -каналу була отримана аналогічна формула

$$G_{1D} = \frac{2e^2}{h} \cdot T(F) \quad (6.28)$$

де $T(F)$ коефіцієнт прозорості тунельного переходу на рівні Фермі.

Для 3D випадку згідно (6.29) маємо

$$G_{3D} = \frac{2e^2}{h} \cdot \frac{2\pi m}{h^2} \int T(E_x) dE_x \quad (5.59)$$

Провідність G зв'язана з питомою провідністю σ співвідношенням

$$G = \frac{L_1}{L_2} L_3 \sigma \quad (5.60)$$

де L_1 та L_2 - лінійні розміри зразка. Якщо довжина (L_2) та товщина (L_1) зразка рівні, то його провідність пропорційна ширині зразка (L_3). З наведеного розгляду можна дійти до висновку, що провідність при балістичному транспорті визначається прозорістю зразка для хвиль де Бройля квазічастинок - носіїв і тому будь-які зміни в законі їх дисперсії впливають на G . Балістичний транспорт носіїв більш детально розглядається у 7-й главі.

5.11. ФОТОЧУТЛИВІСТЬ

Нерівноважні носії заряду можна збуджувати в напівпровідниках за допомогою поглинання квантів світла, що проявляється в їх фоточутливості. Фоточутливість напівпровідників характеризують відношенням кількості носіїв $\Delta I_\Phi/e$, котрі проходять за одиницю часу крізь поперечний переріз зразка, до кількості фотонів N_{ph} , що поглинаються цим зразком за одиницю часу. Ця величина називається ще *світловим підсиленням*

$$G = \frac{\Delta I_\Phi}{e N_{ph}} \quad (5.61)$$

Підставимо в (5.61) вираз для $\Delta I_\Phi/e$

$$\Delta I_\Phi/e = (\Delta n \tau_{fn} \mu_n + \Delta p \tau_{fp} \mu_p) E = L \Delta n \left(\frac{\tau_{fn}}{t_{dr,n}} + \frac{\tau_{fp}}{t_{dr,p}} \right) \quad (5.61a)$$

де використано, що $\Delta n = \Delta p$, а $\mu_{n,p} E = L/t_{dr,n,p}$. Після підстановки (5.61a) у (5.61) при умові, що $L \Delta n = N_{ph}$, маємо

$$G = \frac{\tau_{fn}}{t_{dr,n}} + \frac{\tau_{fp}}{t_{dr,p}} \quad (5.61b)$$

Аналіз формули (5.61b) дозволяє дійти до висновку, що *світлове підсилення визначається відношеннями часу життя до часу дрейфу носіїв, котрі генерує світло*.

5.12. ТРАНЗИСТОРИ НА n-p ПЕРЕХОДАХ

У біполярних транзисторах використовується перенесення (транспорт) неосновних носіїв крізь його базу. Тому характеристики біполярних транзисторів залежать від транспортних параметрів неосновних носіїв, зокрема, дифузійних довжин (L_{D_n} та L_{D_p}) та геометричних розмірів приладу. Детально ці питання розглядаються в 12-й главі.

5.13. СТРУМ, ОБМЕЖЕНИЙ ПРОСТОРОВИМ ЗАРЯДОМ (СОПЗ)

При великому рівні інжекції неосновних носіїв заряду в об'ємі напівпровідника починає утворюватись просторовий заряд $\rho \neq 0$, і в системі рівнянь (5.14 ÷ 5.19) не можна знехтувати рівнянням Пуассона (5.19). Задача ускладнюється. Проте цей випадок вдається проаналізувати, користуючись за Роузом зв'язком потенціалу із зарядом. Розглянемо декілька окремих випадків струму обмеженого просторовим зарядом. Читачам, які цікавляться більш точними розв'язками цієї задачі руху нерівноважних носіїв в умовах СОПЗ'у рекомендуємо звернутися до монографії [2].

5.13.а. Ідеальний діелектрик без пасток

Розглянемо у відсутності магнітного поля $\vec{B} = 0$ та градієнта температури $\vec{\nabla} T = 0$ нескінчений уздовж напрямків y та z сандвіч, між металевими пластинками якого розміщений діелектричний шар товщиною L ($0 < x < L$), виготовлений з однорідного діелектрика із плоскими зонами без пасток (рис.5.4). За допомогою зовнішнього джерела напруги між електродами сандвіча можна створювати різницю потенціалів V . Нехай на границі з металом у точці $x = 0$ відбувається *монополярна інжекція* носіїв заряду одного знаку. Така геометрія системи дозволяє розглядати одновимірну задачу. Знехтуємо дифузією носіїв і обмежимося розглядом тільки їх дрейфу, що можливо при умові $k_B T / e L_D < E$. Густина повного дрейфового струму в зразку (j_Σ) при напрузі на ньому V є сумою двох доданків – густини струму провідності ($j_\sigma = \sigma E$) та густини дрейфового струму (j_{dr}) інжектованого рухливого заряду (Q):

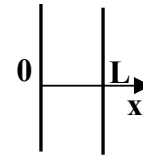


Рис.5.4.

$$j_\Sigma = j_\sigma + j \quad (5.65)$$

$$\text{де} \quad j_\sigma = \sigma E \quad (5.65a)$$

$$j_{dr} = \frac{Q}{t_{dr}} = \frac{Q \mu_n V}{L^2} \quad (5.65b)$$

Тут σ - електропровідність, $t_{dr} = L / \mu_n E$ - час дрейфу крізь діелектрик, μ_n - рухливість, Q - інжектований заряд, віднесений до одиниці площі поперечного перерізу зразка. Заряд Q можна зв'язати із C - питомою ємністю сандвіча

$$Q = C \cdot V \quad (5.66)$$

$$\text{де} \quad C = \frac{\varepsilon_s}{4\pi L} \quad (5.66a)$$

де ε_s - діелектрична проникність діелектрика. Дійсно, якщо інжектований заряд рівномірно розподілений в об'ємі зразка, то він знаходиться на середній відстані від анода, яка рівна $L/2$. В реальних умовах інжектований заряд локалізується поблизу катода, й реальна ємність знаходиться в інтервалі $\varepsilon_i / 4\pi L < C < 2\varepsilon_i / 4\pi L$. Для якісної оцінки Q за Роузом можна використовувати співвідношення (5.66) та (5.66a).

Комбінуючи (5.65 ÷ 5.66a), отримаємо

$$j_\Sigma = \frac{\sigma V}{L} + \frac{\varepsilon_s \mu_n V^2}{4\pi L^3} \quad (5.65c)$$

де використано, що напруженість поля в діелектрику дорівнює $E = V/L$. Аналіз співвідношення (5.65c) показує, що при малих напругах V , тобто при малих полях, коли виконується умова

$$\sigma > \frac{\varepsilon_s \mu_n V}{4\pi L^2}, \quad (5.67)$$

другим доданком у (5.65c) можна знехтувати, і густина струму описується законом Ома (5.65a), де σ - електропровідність високоомного напівпровідника (діелектрика),

яка залежить від концентрації рівноважних носіїв; наприклад, для високоомного напівпровідника n -типу

$$\sigma = e\mu_n n_0.$$

При підвищенні напруги, коли

$$V > V_1 = \frac{4\pi\sigma L^2}{\varepsilon_s \mu_n} = \frac{4\pi e n_0 L^2}{\varepsilon_s} \quad (5.68)$$

і можна знехтувати в (5.65с) першим доданком, у правій частині залишиться лише квадратична залежність від напруги

$$j_\Sigma = \frac{\varepsilon_s \mu_n}{4\pi} \cdot \frac{V^2}{L^3} \quad (5.69)$$

В цій області напруг ($V > V_1$) час дрейфу інжектованих носіїв (t_{dr}) стає більшим за час масвеллівської релаксації ($\tau_M = \varepsilon_i / 4\pi\sigma$). Дійсно, нерівність (5.68) можна переписати у вигляді нерівності

$$t_{dr} < \tau_M,$$

яка показує, що за час дрейфу не встигає відбуватись релаксація просторового заряду. Тому співвідношення (5.69) є *вольт-амперною характеристикою* для густини дрейфового струму обмеженому просторовим зарядом (СОПЗ). Вона матиме такий вигляд: *спочатку, при малих напругах, коли $V < V_1 = 4\pi e n_0 L^2 / \varepsilon_i$, має місце закон Ома (5.65а). При зростанні напруги, коли $V > V_1$, тобто коли $t < \tau_M$, формується просторовий заряд $\rho \neq 0$ і струм починає квадратично залежати від напруги згідно формули (5.69).*

На вольт-амперній характеристиці, яка зображена на схематичному рис.5.5, з'являється злам при $V = V_1 = 4\pi e n_0 L^2 / \varepsilon_i$.

Вакуумний проміжок також є прикладом ідеального діелектрика, проте його струм, обмежений просторовим зарядом, залежить від напруги не за квадратичним законом, а за законом $J \sim V^{3/2}$, тому що, на відміну від діелектрика, середня дрейфова швидкість носіїв струму у вакуумі прямо пропорційна не напрузі V , а кореню квадратному з напруги: $v_{dr} = 1/2(2eV/m)^{1/2}$. Закон "3/2" легко отримати, якщо у формулу (5.69) підставити $t_{dr} = L / (1/2) \sqrt{2eV/m}$.

Закон "3/2" також зберігається для вольт-амперної характеристики СОПЗ у діелектриках (високоомних напівпровідниках) при балістичному транспорті нерівноважних носіїв, коли додатково виконується умова $\ell > L$, де ℓ - довжина вільного пробігу інжектованих носіїв.

При подальшому зростанні напруги V , коли $V \geq V_2$, можуть відбуватись зміни вигляду вольт-амперної характеристики, оскільки суттєву роль починають грати такі явища:

- розсмоктування просторового заряду, що призводить до того, що струм знову починає лінійно залежати від напруги (область 3 на рис.5.5);
- ударна іонізація й електричний пробій, що призводить до значного зростання струму;
- інжекція носіїв іншого знаку, коли замість монополярної інжекції починається біполярна інжекція. В цьому разі додатково включаються процеси компенсації просторового заряду й рекомбінації неосновних носіїв струму. Явище стає

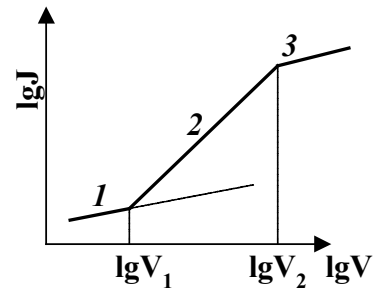


Рис.5.5. J-V характеристика СОПЗ у діелектрику без пасток:
1-J~V; 2 - J~V²; 3 - J~V.

більш складним. В деяких випадках на вольт-амперних кривих з'являються області з від'ємним опором, тобто ділянки зі спадаючою вольт-амперною характеристикою.

5.13.6. Діелектрик (напівпровідник) із неглибокими пастками

Нехай у діелектрику існують неглибокі пастки з концентрацією N_t і глибиною залягання E_t , як це показано на рис.5.6. Знову, як і раніше, обмежимося випадком монополярної інжекції електронів. Неглибокими пастками називаються такі пастки, коли квазірівень Фермі F_n знаходиться нижче рівня пасток, тобто виконується умова $(E_t - F_n)/k_B T > 1$. Частина інжекттованих електронів захоплюються цими пастками і стають нерухомими. У випадку неглибоких пасток, що розглядаються в цьому розділі, захоплені електрони мають можливість повернутися в зону провідності. В наслідок такого захоплення рухомий інжекттований заряд Q' стає меншим повного інжекттованого заряду ($Q' < Q$) і це зменшує в $\xi = Q'/Q$ разів струм обмежений просторовим зарядом

$$J = \frac{Q'}{t} = \xi \frac{Q}{t} = \xi \frac{\varepsilon_s \mu_n V^2}{4\pi L^3} \quad (5.70)$$

Для визначення ξ запишемо густину рухливого заряду ρ , котрий виникає при тепловому збудженню електронів із неглибоких пасток

$$\rho = eN_c \exp\left\{-\frac{(E_c - F_n)}{k_B T}\right\} \quad (5.71)$$

де N_c - ефективна густина станів у зоні провідності

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_n k_B T}{h^2} \right)^{3/2},$$

а також густину нерухомого заряду ρ_t на пастках

$$\rho_t = \frac{eN_t}{1 + g^{-1} \exp\left\{\frac{E_t - F_n}{k_B T}\right\}}, \quad (5.72)$$

де g - статистична вага, або коефіцієнт спінового виродження (задача 5.20). За допомогою виразів (5.71) та (5.72) для ρ і ρ_t , знайдемо ξ

$$\xi = \frac{\rho L}{\rho_t L} \cong \frac{1}{g} \frac{N_{nc}}{N_t} e^{-\frac{E_c - E_t}{k_B T}}, \quad (5.73)$$

де використано, що для неглибоких пасток $(E_t - F_n)/k_B T > 1$. Доля рухливого інжекттованого заряду ξ залежить від температури й глибини залягання рівня пасток по відношенню до дна зони провідності. Іноді замість ξ уводять ефективну рухливість μ_{nef} , котра залежить від температури

$$\mu_n^* = \mu_n \xi = \mu_n \frac{N_c}{g N_t} \exp\left(-\frac{E_c - E_t}{k_B T}\right) \quad (5.74)$$

Наявність неглибоких пасток викликає такі зміни вольт-амперних кривих:

- по-перше, збільшується напруга, при якій має місце злам вольт-амперної кривої ($V_1' > V_1$), тому що в точці зламу повинно виконуватись співвідношення $e\mu_n n_0 V_1' / L = \xi \varepsilon_i \mu_n (V_1')^2 / 4\pi L^3$, звідки $V_1' = \xi^{-1/2} 4\pi e n_0 L^2 / \varepsilon_i = V_1 / \xi$,

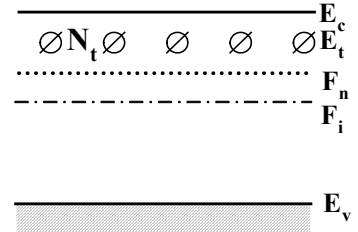


Рис.5.6. Енергетична схема напівпровідника з неглибокими пастками.

• по-друге, в ξ разів зменшується струм при $V > V_1$, оскільки зменшується доля рухливого заряду і вольт-амперна характеристика зсувається на величину $\lg \xi$, як це видно на рис.5.7;

• по-третє, при подальшому збільшенні напруги електричне поле сприяє збільшенню рівня інжекції електронів і при напрузі $V_{ПЗП}$ пастки повністю заповнюються. Більша частина інжектованих зарядів залишається рухливими і бу

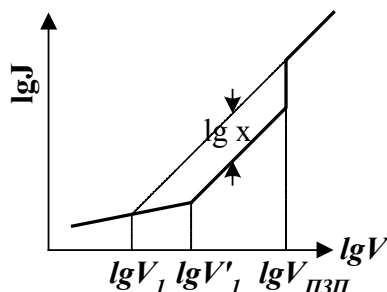


Рис.5.7. J-V характеристика СОПЗ у напівпровіднику з неглибокими пастками.

дуть брати участь у формуванні струму в зразку. Коли $V > V_{ПЗП} = Q_{ПЗП}/C = 4\pi e N_t L^2 / \epsilon_i$, струм зростає до таких значень, які повинні бути в зразку без пасток. Загальний вигляд вольт-амперної кривої для діелектрика (напівпровідника) із неглибокими пастками показана на рис.5.7. Видно, що за допомогою вольт-амперних кривих можна визначати характерні величини ξ , V_1 , V'_1 і $V_{ПЗП}$, котрі залежать від параметрів неглибоких пасток. Зауважимо, що в тих випадках, коли зразок має декілька дискретних пасткових рівнів, на вольт-амперних кривих можна спостерігати декілька зломів.

5.13.в. Діелектрик із глибокими пастками

Глибокими пастками називають пастки, якщо вони розташовані нижче квазірівня Фермі і $(F_n - E_t)/k_B T > 1$. Цей випадок зображений на рис.5.8. Інкєтовані електрони захоплюються пастками і стають нерухомими. Тому струм у зразку буде визначатися законом Ома до тих пір, поки всі глибокі пастки не заповняться електронами, що інжектують. При подальшому зростанні напруги, коли вона стане більшою за напругу повністю заповнених пасток, тобто при умові

$$V_{ПЗП} \geq 4\pi e N_t L^2 / \epsilon_i \quad (5.74)$$

на вольт-амперній характеристиці з'являється злам, після якого струм досягає значень, котрі він мав би у відсутності пасток. Вольт-амперна характеристика для цього випадку зображена на рис.5.9.

Зауважимо, що до цього часу ми використовували наближення Роуза. Воно дало змогу якісно розглянути струми обмежені просторовим зарядом в умовах монополярної інжекції носіїв. Цей розгляд можна було б здійснити більш точно за допомогою складного розв'язку системи рівнянь (5.14÷5.19). Модель Роуза приваблює тим, що вона дозволяє просто без складних

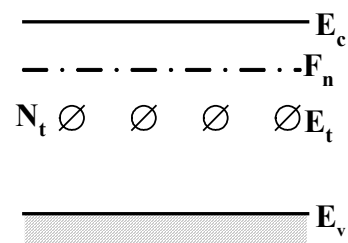


Рис.5.8. Енергетична діаграма напівпровідника із глибокими пастками.

обчислень із точністю до множників < 5 визначити основні властивості струмів обмежених просторовими зарядами і навіть визначити параметри пасток. В реальних умовах не завжди вдається отримувати такі прості вольт-амперні характеристики, тому що в зразках може бути декілька різновидів пасток із різними характерними енергіями. Кожний різновид пасток створить відповідний злам на вольт-амперній кривій. Вольт-амперні характеристики також залежать від інтенсивності інжекції на контактах, котра може залежати від поля просторового заряду, що ще більше ускладнить їхню форму.

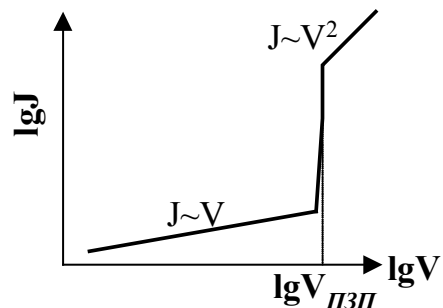


Рис.5.9. J-V характеристика СОПЗ у напівпровіднику із глибокими пастками.

5.14. ВПЛИВ РЕКОМБІНАЦІЇ ТА РОЗМІРНИХ ЕФЕКТІВ НА СОПЗ

Обмежимося, як і раніше, розглядом монополярної інжекції електронів. Нехай інжектвані електрони рухаються в таких полях, що їх дифузією по зрівнянні із дрейфом можна знехтувати. Під час дрейфу електрони можуть рекомбінувати. Рекомбінація буде суттєво впливати на рух електронів, коли їхній час життя τ_{fn} буде меншим за час дрейфу t_{dr} ($\tau_{fn} < t_{dr}$).

Позначимо через n^* концентрацію рухомих носіїв струму, котрі доходять до анода. Вона визначається величиною інжектваного заряду Q і відношенням часу їх життя до часу дрейфу t_{dr}

$$en^*L = Q(\tau_{fn}/t_{dr}) \quad (5.75)$$

Визначимо за допомогою формули (5.75) en^* і підставимо його, $Q = \varepsilon_i V / 4\pi L$ та $t_{dr} = L^2 / \mu_n V$ у вираз для закону Ома

$$J = en^* \mu_n \frac{V}{L} = \frac{\varepsilon_s \mu_n^2 \tau_{fn}}{4\pi L^5} V^3 \quad (5.76)$$

Таким чином, *рекомбінація електронів змінює їхній час життя і тим самим впливає на величину СОПЗ*. Відношення густин струмів з урахуванням і без урахування рекомбінації носіїв називається коефіцієнтом підсилення

$$\frac{J}{J_0} = \left(\frac{\varepsilon_s \mu_n^2 \tau_{fn}}{4\pi L^5} V^3 \right) \left(\frac{\varepsilon_s \mu_n}{4\pi L^3} V^2 \right)^{-1} = \frac{\tau_{fn}}{t_{dr}} \quad (5.77)$$

який може бути як більшим, так і меншим за одиницю.

Аналізуючи вираз (5.76), можна дійти ще до одного висновку, а саме, що *на величину СОПЗ впливають розміри зразків і умови на його поверхні, тому що СОПЗ залежить від часу життя носіїв струму, який у свою чергу, згідно (5.50), залежить від S і d ($\tau_{fn}^{*-1} = \tau_{fn}^{-1} + S/d$)*.

5.15. СОПЗ У ВИПАДКУ ПОДВІЙНОЇ (БІПОЛЯРНОЇ) ІНЖЕКЦІЇ

У випадку подвійної інжекції, коли в зразок інжектують електрони й дірки або генеруються електронно-діркові пари, транспорт носії необхідно *розглядати з додатковим урахуванням таких двох явищ*:

- *рекомбінації носіїв заряду*, котра зменшує час життя, що призводить до зменшення СОПЗ;
- *нейтралізації просторового заряду*, що призводить до зростання СОПЗ, тому що зменшується ступінь його обмеження просторовим зарядом.

Боротьба цих двох тенденцій збільшення та зменшення струму СОПЗ ускладнює особливості транспорту і з'являються нові залежності СОПЗ від напруги. Розглянемо декілька окремих випадків.

5.15.а. Плазма, інжектована в напівпровідник

Розглянемо напівпровідник n -типу ($n_0 \gg p_0$) у вигляді нескінченної пластинки товщиною L , до якої точках $x=0$ та $x=L$ прикладена різниця потенціалів V . Вона створює електричне поле з напруженістю $\mathcal{E} = V/L$, достатнє для інтенсивної інжекції носії обох знаків ($n \approx p \gg n_0, p_0$) і таке, що дрейф переважає над дифузією ($e\mu\mathcal{E}\tau_f \gg k_B T$). Час дрейфу більший за час максвелівської релаксації ($t_{dr} > \tau_M$). Це означає, що в напівпровіднику має місце *локальна нейтральність* $\rho = 0$, для якої

$$n - p = n_0 - p_0 \quad \text{та} \quad \frac{d(n - p)}{dx} = 0 \quad (5.78)$$

Метою розгляду є знаходження залежності густини струму в зразку від напруженості електричного поля. Для його спрощення знехтуємо:

- дифузією, $D_{n,p} \rightarrow 0$;
- об'ємною генерацією носіїв заряду, $G_n = G_p = 0$;
- просторовим зарядом, $\rho = 0$, за умов локальної нейтральності;
- розглянемо одновимірний стаціонарний випадок, коли $\partial n / \partial t = 0$.

За цих умов рівняння (5.15...5.18) мають такий вигляд

$$\begin{aligned} \vec{j}_n &= e\mu_n n \vec{\mathcal{E}} \\ \vec{j}_p &= e\mu_p p \vec{\mathcal{E}} \\ 0 &= -\frac{n - n_0}{\tau_{fn}} + \frac{1}{e} \nabla \vec{j}_n \\ 0 &= -\frac{p - p_0}{\tau_{fp}} - \frac{1}{e} \nabla \vec{j}_p \end{aligned} \quad (5.79)$$

Комбінуючи рівняння (5.79) і умову локальної нейтральності (5.78), отримаємо рівняння, що описують *рівновагу між дрейфом і рекомбінацією носіїв заряду*.

$$\begin{aligned} \frac{n - n_0}{\tau_{fn}} &= n\mu_n \frac{d\mathcal{E}}{dx} + \mu_n \mathcal{E} \frac{dn}{dx} \\ \frac{p - p_0}{\tau_{fp}} &= -p\mu_p \frac{d\mathcal{E}}{dx} - \mu_p \mathcal{E} \frac{dp}{dx} \end{aligned} \quad (5.80)$$

Помножимо друге рівняння системи (5.80) на μ_n/μ_p і складемо їх ліві та праві частини

$$\frac{n - n_0}{\tau_{fn}} + \frac{\mu_n}{\mu_p} \frac{p - p_0}{\tau_{fp}} = \mu_n \frac{d\mathcal{E}}{dx} (n - p) + \mu_n \mathcal{E} \left(\frac{dn}{dx} - \frac{dp}{dx} \right) \quad (5.81)$$

За умов локальної нейтральності (5.78) другий член правої частини (5.81) дорівнює нулеві, $n - p = n_0 - p_0$ та $n, p \gg n_0, p_0$, й рівняння (5.81) набуває такого вигляду

$$\frac{n}{\tau_{fn}} + \frac{\mu_n}{\mu_p} \frac{p}{\tau_{fp}} = \mu_n (n_0 - p_0) \frac{d\mathcal{E}}{dx} \quad (5.82)$$

При ще більшому спрощенні, коли $\tau_{fn} = \tau_{fp} = \tau_f$ та $n \approx p$, воно має вигляд

$$\frac{j}{e\mathcal{E}\mu_p\tau_f} = \mu_n(n_0 - p_0) \frac{d\mathcal{E}}{dx} \quad (5.83)$$

В рівнянні (5.83) був використаний закон Ома $j = j_n + j_p = en(\mu_n + \mu_p)\mathcal{E}$. Після інтегрування з урахуванням граничних умов $V(x=0)=0$ та $V(x=L)=V$, знайдемо розв'язок останнього рівняння

$$j = \frac{e\mu_n\mu_p(n_0 - p_0)\tau_f}{2} \frac{V^2}{L^3} \quad (5.84)$$

Таким чином, для **плазми, інжектованої в напівпровідник при високому рівні інжекції** ($n, p \gg n_0, p_0$) і локальній нейтральності ($n-p \cong n_0-p_0 \sim n_0 \sim N_d$ та $d(n-p)/dx=0$) струм у напівпровіднику обмежується лише **рекомбінацією носіїв заряду**, котра залежить від часу життя носіїв τ_f . Цей струм сильно залежить від розмірів зразка, тому що крім товщини діелектрика (напівпровідника) L , яка безпосередньо входить у формулу (5.84), його поперечні розміри також можуть впливати на рухливості та час життя носіїв заряду, котрі входять у формулу для густини струму (5.84).

5.15.б. Плазма, інжектована в діелектрик

При дуже великих рівнях інжекції, коли $n \gg n_0$, $p \gg p_0$, $n, p \gg N_d, N_a$, в об'ємі зразка відбувається нейтралізація носіїв заряду тобто зменшення просторового заряду. Середні концентрації носіїв різних знаків стають рівними

$$\bar{n} = \bar{p} \quad (5.85)$$

і утворюється нейтральна плазма. Для спрощення задачі обмежимося, як і раніше, розглядом випадку, коли $\tau = \tau_n = \tau_p$.

Струм у зразку визначається як електронною, так і дірковою складовими

$$j = e\bar{n} \cdot \bar{v}_n + e\bar{p} \cdot \bar{v}_p = e\bar{n}(\bar{v}_n + \bar{v}_p) \quad (5.86)$$

де $\bar{v}_{n,p}$ - середні дрейфові швидкості носіїв заряду. У випадку, що розглядається, вільних рівноважних носіїв у діелектрику мало, бо $n, p \gg n_0, p_0$, і тому в діелектрику залишається некомпенсований рухомий просторовий заряд

$$e\bar{n}L = \frac{Q\tau}{\bar{t}_n + \bar{t}_p} \quad (5.87)$$

де $\bar{t}_{n,p}$ - середній час прольоту носіїв заряду. Адитивність часу життя є наслідком того, що електрони й дірки інжектують у протилежних кінцях зразка при $x=0$ та $x=L$ і дрейфують назустріч один одному. Струм у зразку визначиться виразом (див. (5.76))

$$j = e\bar{n}(\bar{v}_n + \bar{v}_p) = \frac{Q}{L} \frac{\tau}{\bar{t}_n + \bar{t}_p} (\bar{v}_n + \bar{v}_p) = \frac{\varepsilon_s \mu_n \mu_p \tau}{4\pi} \frac{V^3}{L^5} \quad (5.88)$$

Таким чином, у випадку **плазми, інжектованої в діелектрик**, на густину струму у ній впливає **рекомбінація** носіїв заряду, яка зменшує **просторовий заряд**, і величина густини струму стає залежати пропорційно кубу напруги. Густина струму може також залежати від розмірів діелектрика: його товщина безпосередньо входить у формулу (5.88), а поперечні розміри можуть впливати на час життя через зміни внеску поверхневої рекомбінації носіїв та через вплив розмірних ефектів на рухливості носіїв.

5.16. ПОДВІЙНА ІНЖЕКЦІЯ ІЗ ЗАХОПЛЮВАННЯМ

До цього часу ми розглядали випадки, коли час життя носіїв заряду залишався незмінним ($\tau_{n,p} = \text{const}$). Проте в реальних матеріалах при інжекції змінюється ступінь заповнення центрів рекомбінації, що веде до залежності часу життя носіїв $\tau_{fn,p}$ від рівня інжекції. В деяких випадках концентрація вільних рухливих інжектованих носіїв може бути меншою концентрації інжектованих носіїв, що потрапили на центри прилипання ($n < n_b$, $p < p_t$). Цей випадок називається *подвійною інжекцією із захоплюванням* носіїв. Захоплювання носіїв заряду змінює час їхнього життя ($\tau_{fn}(n_t)$, $\tau_{fp}(p_t)$) і впливає на вольт-амперні криві СОПЗ. Найбільш цікавим є випадок *вольт-амперної кривої з від'ємним опором*, котрий контролюється струмом, що протікає в зразку.

Для спрощення розгляду обмежимося випадком діелектрика з одним енергетичним рівнем прилипання з енергією E_t і об'ємною концентрацією акцепторних центрів N_t (рис.5.10). Припустимо також, що ефективний поперечний переріз захоплювання дірок σ_p значно більший за ефективний поперечний переріз захоплювання електронів σ_e

$$\sigma_p \gg \sigma_e \quad (5.89)$$

При низьких рівнях інжекції, коли концентрація дірок, що інжектують, менша за концентрацію центрів прилипання ($p < N_t$), вони не спроможні змінити концентрацію заповнених електронами рівнів прилипання N_t^- , тобто $N_t^- \cong \text{const}$. В цьому разі інжектовані електрони частково випадають на рівні прилипання, заповняють їх, а їх надлишкова кількість рухається в діелектрику. Час життя інжектованих електронів більший часу життя дірок, тому що

$$\tau_{fn,\ell} = \frac{1}{\langle \sigma_n v \rangle (N_{t0} - N_t^-)} \quad (5.90)$$

$$\tau_{fp,\ell} = \frac{1}{\langle \sigma_p v \rangle N_t^-} \quad (5.91)$$

Використані такі позначення: індекс ℓ означає малий (low) рівень інжекції, v - швидкість теплового руху, N_{t0} - концентрація нейтральних рівнів прилипання, N_t^- - концентрація від'ємно заряджених рівнів прилипання (рівнів прилипання із захопленими електронами), $N_{t0} - N_t^-$ - концентрація незайнятих рівнів прилипання, котрі можуть захоплювати електрони. При низьких рівнях інжекції $N_t^- > N_{t0} - N_t^-$ і $\sigma_p > \sigma_n$, саме тому

$$\tau_{fn,\ell} \gg \tau_{fp,\ell} \quad (5.92)$$

Електрони в зразку проходять більші відстані і лише поблизу анода зустрічаються з інжектованими з анода дірками. Там вони рекомбінують і частково захоплюються центрами прилипання, на яких знаходяться електрони, змінюючи в області біля анода протяжністю δ концентрацію від'ємно заряджених центрів прилипання N_t^- . Біля анода утворюється рекомбінаційний бар'єр товщиною $\delta < L$, де $\delta = \mu_p E \tau_{fp,\ell}$ (рис.5.11).

Усе це дозволяє дійти до висновку, що при низьких рівнях інжекції у діелектрику йде струм, головним чином, за рахунок **дрейфу електронів** і має місце випадок струму обмеженому просторовим зарядом носіїв одного знаку з більшим часом життя в майже ідеальному (без пасток) діелектрику, для якого

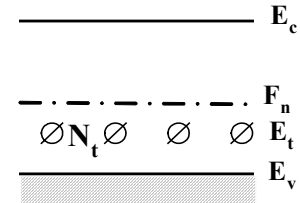


Рис.5.10. Енергетична схема зразка: E_t та N_t енергія та концентрація рівнів прилипання.

$$j = \frac{\varepsilon_s}{4\pi} \mu_n \frac{V^2}{L^3} \quad (5.93)$$

Ця *перша область* на рис.5.12 позначена номером 1.

Подальше зростання V призводить до збільшення δ . При певних напругах V_p , коли дірки зможуть за допомогою дрейфу дійти до катода, відбувається компенсація просторового заряду. Починається *друга область* вольт-амперної характеристики. Вона характеризується зростанням струму j . Це зростання відбуватиметься при умові $t_{dr,\ell} = \tau_{fp,\ell}$, тобто при пороговій напрузі

$$V_p = \frac{L^2}{\mu_p \tau_{fp,\ell}} \quad (5.94)$$

і відповідає області 2 на рис.5.11.

Почнемо розгляд *третьої області*, зображеної на рис.5.12. В цій області, котра починається при $V > V_{nop}$, концентрація інжектованих носіїв заряду стає сумірною з концентрацією рівнів прилипання ($n, p \geq N_t$). Інкеровані дірки захоплюються від'ємно зарядженими пастками, на яких уже знаходяться електрони. Відбувається зменшення їх концентрації (N_t^-), тобто зменшення концентрації рівнів прилипання дірок, і відповідне збільшення концентрації нейтральних незайнятих електронами рівнів ($N_{0t} - N_t^-$). Збільшення концентрації нейтральних незайнятих електронами рівнів прилипання призводить до зменшення часу життя електронів $\tau_{fn,h}$ і збільшення часу життя дірок $\tau_{fp,h}$, де індекс "h" означає високий (high) рівень інжекції:

$$\begin{aligned} \tau_{fn,h} &= \frac{1}{\langle \sigma_n v \rangle (N_{0t} - N_t^-)} \downarrow \\ \tau_{fp,h} &= \frac{1}{\langle \sigma_p v \rangle N_t^-} \uparrow \end{aligned} \quad (5.95)$$

Зміни часів життя електронів і дірок відбуваються до тих пір, поки в стаціонарному стані вони не зрівняються на більш високому рівні, при якому

$$\tau_{fp,h} \cong \tau_{fn,h} > \tau_{fn,\ell}, \tau_{fp,\ell} \quad (5.96)$$

Збільшення часу життя дірок $\tau_{fp,h} > \tau_{fp,\ell}$ призводить до збільшення концентрації рухливого заряду дірок у $\tau_{fp,h}/t_{dr}$ разів, що у свою чергу збільшує струм у зразку. Збільшення струму при тій же самій напрузі еквівалентне від'ємному опоріві. Саме цей ефект і спостерігається в *третьій спадаючій області* вольт-амперної характеристики на рис.5.12.

Спадаюча ділянка вольт-амперної характеристики простягається до таких напруг, при яких в об'ємі зразка ще не починає формуватись плазма. Плазма починає формуватись тоді, коли дірки за час свого життя проходять шлях від анода до катода, тобто при умові

$$\begin{aligned} t_{dr} &= \tau_{fp,h} \\ V_m &= \frac{L^2}{\mu_p \tau_{fp,h}} \end{aligned} \quad (5.97)$$

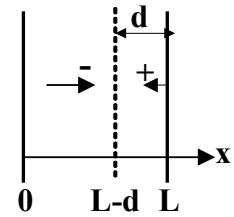
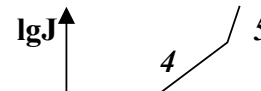


Рис.5.11.



При цій умові починається *четверта область* вольт-амперної кривої. Струм на цій ділянці вольт-амперної кривої (*область 4* на рис.5.12) визначається рекомбінацією інжектованих носіїв. Для його визначення можна скористатись формулою (5.84)

$$j = \frac{e\mu_n\mu_p\tau_{fph}N_t}{2} \frac{V^2}{L^3}$$

Подальше зростання напруги V збільшує рівень інжекції носіїв заряду в зразок із заповненими пастками (рівнями прилипання). В цьому разі $n, p \gg N_t$; $n \gg n_0$; $p \gg p_0$ і має місце локальна нейтральність $\rho=0$. Утворюється плазма інжектована в діелектрик, в якій струм визначається рекомбінацією інжектованих носіїв заряду й компенсацією просторового заряду $\bar{n} = \bar{p}$. На цій *п'ятій ділянці вольт-амперної кривої* струм описується формулою (5.88)

$$j = \frac{\varepsilon_s}{4\pi} \mu_n\mu_p\tau_{fp,h} \frac{V^3}{L^5} \quad (5.98)$$

Усі п'ять областей вольт-амперної характеристики спостерігаються експериментально, хоча властивості пасток можуть суттєво впливати на деталі вольт-амперних кривих. Оскільки вольт-амперна характеристика залежить від часів життя електронів і дірок, котрі залежать від розмірів зразка й умов на його поверхні, то вони повинні впливати на її форму, тобто при обмежених розмірах зразків *можуть мати місце розмірні ефекти*.

Зауважимо також, що спадаюча вольт-амперна характеристика може утворюватись не тільки унаслідок залежності часу життя τ_{fnp} від ступеня інжекції, але й унаслідок контактних явищ. Наприклад, поле просторового заряду може суттєво впливати на рівень інжекції носіїв заряду, що у свою чергу змінює залежність $j(V)$.

5.17. ПІДСУМКИ

В сучасній електроніці широке застосування знайшли електронні й мікроелектронні прилади, в яких використовується рух (транспорт) нерівноважних носіїв заряду. Найбільш широко застосовуються біполярні транзистори, які детально розглядаються в 12-й главі, фотоелектричні прилади на р-п переходах та інтегральні електронні та оптоелектронні схеми на їх основі, в яких крім транспорту носіїв використовуються рекомбінаційна люмінесценція (лазери). Основні особливості руху нерівноважних носіїв заряду описуються п'ятьма рівняннями (5.14÷5.19): двома рівняннями для струмів, двома рівняннями для законів збереження електронів і дірок і одним рівнянням Пуассона. Крім того повинні бути враховані початкові та граничні умови. Точний розв'язок цієї системи рівнянь отримати досить складно, навіть при використанні обчислювальної техніки. Тому для якісного аналізу здебільшого використовують наближені розв'язки на основі вірогідних моделей. Ці моделі неперервно вдосконалюються. Проте фізичні параметри, що використовуються в моделях, та граничні умови не завжди добре відомі і тому не завжди адекватні реальним умовам задач.

Особливо уважно треба відноситись до задач, в яких починають грати роль поверхневі й розмірні ефекти. У зв'язку з цим необхідність подальшої мікромініатюризації електронних систем спонукає до інтенсивних досліджень руху нерівноважних носіїв заряду у дво- (2D) та одновимірних (1D) системах. В цих системах виявляються квантові ефекти, котрі вже знайшли обмежене використання і найближчим часом почнуть більш широко використовуватись для створення нового покоління електронних систем. Зокрема, реальним є побудова біполярних транзисторів із балістичним перенесенням носіїв заряду (глава 7), використання резонансного тунелювання (глава 6) та одноелектронних явищ (глава 7), які будуть розглядатись в наступних розділах. Використання цих явищ стимулює розвиток наноелектроніки - нової ступені розвитку

мікросхем. Крім того успішно досліджуються можливості використання транспорту носіїв з урахуванням явищ, в яких активну роль грає взаємодія з участю спінів.

5.18. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

- 5.1. Який енергетичний розподіл нерівноважних носіїв у напівпровідниках?
 5.2. Покажіть, що час життя нерівноважних носіїв не є параметром речовини.
 5.3. Чим відрізняється час релаксації від часу життя нерівноважних носіїв?
 5.4. Дайте визначення квазірівнів Фермі у напівпровідниках. Для чого вони запроваджуються?
 5.5. Чому в рівняннях (5.15) - (5.18) члени для електронів та дірок мають різні знаки?
 5.6. Доведіть співвідношення Ейнштейна $e/k_B T = \mu/D$.
Указівка. Скористайтесь умовою рівноваги при $j = 0$, або $-eD \nabla n = e\mu dV/dx$ та Больцманівським енергетичним розподілом носіїв.
 5.7. Як зміниться коефіцієнт амбіполяної дифузії у кремнії, якщо відношення p/n зросте в 2 рази?
 5.8. Проаналізуйте, як зміниться час життя нерівноважних носіїв у кремнії товщиною 0,1 мкм, якщо швидкість поверхневої рекомбінації становить $S = 10^3$ см/с при кімнатній температурі та малих і великих рівнях збудження нерівноважних носіїв, коли $n_0 + p_0 > \Delta n$, Δp та Δn , $\Delta p \sim 10(n_0 + p_0)$.
 5.9. В однорідний нескінченний n-типу напівпровідник ($x > 0$) крізь площину $x = 0$ неперервно інжектують дірки так, що $\Delta p(0) = 10^{14}$ см⁻³. Знайти нерівноважну концентрацію дірок на відстані $x = 4$ мм від поверхні при умові, що $\tau_p = 10^{-3}$ с, $D_p = 40$ см² с⁻¹.

$$\text{Задача 5.9. } \Delta p = \Delta p(0) \exp\left\{-x/L_p\right\} = \Delta p(0) \exp\left\{-x/(D_p \tau_p)^{1/2}\right\} = 10^{13} \text{ см}^{-3}.$$

- 5.10. Укажіть на шляхи збільшення ефективної дифузійної довжини неосновних носіїв заряду в мікроелектронних приладах.

Задача 5.10. Дифузійна довжина визначається за формулою

$$L_D^2 = D_{n,p} \tau_{fn,p}^* = \frac{k_B T}{e} \mu_{n,p} \tau_{fn,p} \frac{1}{(1 + S \tau_{fn,p}/d)} = \frac{k_B T}{e} \frac{e}{m_{n,p}} \tau_{fn,p}^2 \frac{1}{1 + S \tau_{fn,p}/d}$$

де $D_{n,p}$ -коефіцієнт дифузії електронів або дірок, $\tau_{fn,p}^*$ - ефективний час життя носіїв, $\tau_{fn,p}$ - час життя носіїв в об'ємі зразка, k_B - стала Больцмана, T - температура, S -швидкість поверхневої рекомбінації носіїв, d -товщина зразка.

Для того щоб збільшити ефективну довжину дифузії носіїв заряду необхідно:

1. використовувати не дуже малі товщини ($d > S \tau_{fn,p}$), що зменшить вплив поверхневої рекомбінації;
2. зменшувати швидкість поверхневої рекомбінації S ;
3. зменшувати температуру;
4. зменшувати концентрацію домішок, котрі зменшують час життя носіїв заряду $\tau_{fn,p}$.

- 5.11. Проаналізуйте, як залежить світлове підсилення від товщини зразка при сталій швидкості поверхневої рекомбінації.

Указівка. Використайте формулу (5.61).

- 5.12. Проаналізуйте, як впливає товщина зразка на протікання струму в умовах повздовжнього розмірного ефекту.

- 5.13. За яких умов потік амбіполяної дифузії може змінити знак?

- 5.14. Тонкий зразок напівпровідника, прозорий для світла з довжиною хвилі більшою за $\lambda_0 = 1,1$ мкм, освітлюється імпульсами світла з довжиною хвилі 0,7 мкм. При освітленні його питомий опір зменшується від $\rho_0 = 26$ Ом·см до $\rho = 17$ Ом·см. Через $t = 10$ мкс після вимкнення світла питомий опір стає $\rho_t = 23$ Ом·см. Визначити час життя неосновних носіїв та оцінити ширину забороненої зони напівпровідника.

Задача 5.14.

$$\Delta \sigma_t = \Delta \sigma_0 e^{-t/\tau}, \text{ де } \Delta \sigma_0 = \rho^{-1} - \rho_0^{-1}, \quad \Delta \sigma_t = \rho_t^{-1} - \rho_0^{-1}. \text{ Звідси}$$

$$\tau = t \left[\ln \frac{\Delta \sigma_0}{\Delta \sigma} \right]^{-1} = t \left[\ln \frac{(\rho_0 - \rho) \rho_t}{\rho_0 (\rho_0 - \rho_t)} \right]^{-1} \approx 10^{-5} \text{ с};$$

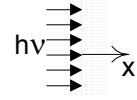
$$\underline{E_g \geq 2\pi \hbar c / \lambda_0 = 1.0 \text{ eB. } E_g = 2\pi \hbar c / \lambda = 1.0 \text{ eB.}}$$

5.15. Знайти концентрацію нерівноважних носіїв заряду на поверхні масивного зразка п-типу, в якому світло рівномірно збуджує електронно-діркові пари. Потужність генерації пар $G_p = 2,5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$; час життя дірок $\tau_p = 4 \cdot 10^{-8} \text{ с}$; швидкість поверхневої рекомбінації $S = 500 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$; коефіцієнт дифузії дірок $D_p = 49 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$.

Задача 5.15. У стаціонарному стані рівняння неперервності для одновимірного випадку напівпровідника р-типу має вигляд:

$$D_p \frac{d^2 p'}{dx^2} + G_p - \frac{p'}{\tau_p} = 0, \quad p' = p - p_0 \quad \text{із граничними умовами}$$

$$D_p \frac{dp'}{dx} \Big|_{x=0} = S p' \Big|_{x=0}; \quad p' \Big|_{x \rightarrow \infty} = 0.$$



Рівняння неперервності має розв'язок $p'(x) = G_p \tau_p + C_1 \exp\{-x/L_p\} + C_2 \exp\{x/L_p\}$. Із граничних умов при $x \rightarrow \infty$ $C_2 = 0$, а при $x = 0$ $C_1 = -G_p S \tau_p^2 / (L_p + S \tau_p)$, де $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$. Звідси

$$p'(x) = \frac{p'(0)}{L_p} \left\{ S \tau_p \left(1 - \exp(-x/L_p) \right) + L_p \right\}, \quad \text{де } p'(0) = \frac{G_p \tau_p L_p}{L_p + S \tau_p} = 0,88 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$$

5.16. Біполярний транзистор із коефіцієнтом підсилення струму бази в схемі зі спільним емітером рівним $M_{\beta 1} = 99$ змінює свій коефіцієнт підсилення у вакуумі до $M_{\beta} = 9$. З'ясувати вірогідну причину зміни $M_{\beta 2}$. У транзисторі використаний напівпровідник із рухливістю дірок $\mu_p = 500 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$. Товщина бази $d_b = 0,5 \text{ мкм}$, поперечний розмір емітерної частини транзистора порядку $w \sim 2 \text{ мкм}$.

Задача 5.16. Вірогідною причиною зміни M_{β} при відкачці є зміна швидкості поверхневої рекомбінації S , котра при цьому може зростати. Оцінимо необхідну для цього зміну S .

$$M_B = \frac{\alpha}{1 - \alpha}; \quad \alpha \cong 1 - \frac{\sigma_b d_b}{\sigma_e L_n} - \frac{1}{2} \frac{d_b^2}{L_p^2} - \frac{S d_b^2}{D_p w} = 1 - a - bS; \quad \text{де } a = \frac{\sigma_b d_b}{\sigma_e L_n} + \frac{1}{2} \frac{d_b^2}{L_p^2}; \quad b = \frac{d_b^2}{D_p w};$$

Оскільки для $M_{\beta 1} = 99$ $\alpha_1 = 0,99$, а для $M_{\beta 2} = 9$ $\alpha_2 = 0,9$, то, вважаючи $S_1 \approx 0$, маємо $a = 1 - \alpha_1$ та

$$b = (1 - a - \alpha_2) / S. \quad \text{Звідси } S = \frac{1 - a - \alpha_2}{e d_b^2} k_B T w \approx 9 \cdot 10^4 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$$

5.17. Які корисні особливості має біполярний транзистор з емітерним гетеропереходом?

Указівка. Розгляньте випадок широкозонного емітера та вузькозонної бази.

5.18. Оцініть, при яких довжинах напівпровідникових діодів, виготовлених із кремнію та арсеніду галію, можливий балістичний транспорт.

5.19. Як зміниться вольт-амперна характеристика струму обмеженому просторовим зарядом в ідеальному діелектрику без пасток, якщо його довжина стане сумірною або трохи меншою довжини вільного пробігу носіїв.

5.20. Доведіть формулу (5.72) для розподілу позитивних донорних домішок у напівпровіднику.

Задача 5.20. При тепловому збудженні n_d електронів із донорів, концентрація яких N_d , переходять у зону провідності, і залишається N_d^+ іонізованих донорів та N_d^0 нейтральних:

$$N_d = N_d - N_d^+. \quad (3.1)$$

Нехай статистична вага (тобто кількість дозволених станів) іонізованого донора дорівнює g^+ , а нейтрального – g^0 . Тоді концентрації N_d^0 та N_d^+ визначаються за допомогою функції розподілу Фермі f_0 (2.1) як $N_d^0 = g^0 f_0 N_d$ та $N_d^+ = g^+ f_0 N_d$, звідки

$$\frac{N_d^0}{N_d^+} = \frac{g^0}{g^+} e^{\frac{F - E_d}{k_B T}}, \quad (3.2)$$

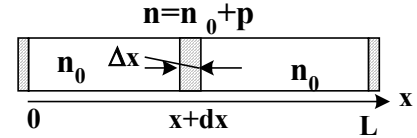
де E_d – глибина залягання донорного рівня. Сумісний розв'язок (3.1) та (3.2) визначає функцію розподілу електронів по домішкових центрах

$$f_n = \frac{g^0 f_0}{g^0 f_0 + g^+ (1 - f_0)} = \left(1 + \frac{g^0}{g^+} e^{\frac{E_d - F}{k_B T}} \right)^{-1}.$$

5.21. Показати, що вольт-амперна характеристика СОПЗ у випадку напівпровідника з мілкими пастками має злам, коли час дрейфу нерівноважних носіїв стає сумірним із часом максвеллівської релаксації.

5.22. У германієвий зразок довжиною L ($L > d$) у точці x ($\Delta x \ll L$) за допомогою лазерного випромінювання майже однорідно по всьому поперечному перерізові збуджуються електронно-діркові пари. Знайти струм, що протікає вздовж зразка при напрузі на його кінцях $V = 2$ В. Довжина зразка n -типу $L = 50$ мкм, $\mu_p/\mu_e = 2$, $\mu_n = 3000$ см²·В⁻¹·с⁻¹. Матеріал є компенсованим із $N_d - N_a = 10^{12}$ см⁻³.

Задача 5.22. При інтенсивному освітленні в напівпровіднику в його шарі протяжністю dx збуджується електронно-діркова плазма з концентрацією носіїв у заштрихованій частині зразку рівній $n = n_0 + p$. В усій останній частині зразка концентрація електронів n_0 . Зовнішня напруга V створює електричне поле з напруженістю V/L в усьому зразку за виключенням області Δx , де існує поле \mathcal{E}_{pl} . Повний струм дорівнює



$$j = e(n_0 + p)\mu_n \mathcal{E}_{pl} + ep\mu_p \mathcal{E}_{pl} = en_0\mu_n \frac{V}{L}; \quad \mathcal{E}_{pl} = \frac{n_0\mu_n}{(n_0 + p)\mu_n + p\mu_p} \frac{V}{L}.$$

Якщо допустити, що час максвеллівської релаксації більше за час дрейфу носіїв, то рух плазми визначатиметься амбіполярною дифузією дірок. У цьому разі дрейфова швидкість дірок v_{dr} збігається з амбіполярною дрейфовою швидкістю v_a : $\mu_p \mathcal{E}_{pl} = \mu_a V/L$, або

$$\mu_p \frac{\mu_n n_0}{(n_0 + p)\mu_n + p\mu_p} \frac{V}{L} = \mu_a \frac{V}{L}; \quad \mu_a = \frac{\mu_p \mu_n n_0}{(n_0 + p)\mu_n + p\mu_p} = \frac{n - p}{n/\mu_p + p/\mu_n}; \quad (\text{див. (5.41)})$$

Інжектowana в напівпровідник плазма обмежена лише рекомбінацією носіїв заряду, оскільки вона локально нейтральна і $n - p = n_0 - p_0 = N_d - N_a$; тому

$$\bar{t}_a = \frac{L^2}{\bar{\mu}_a V} = \bar{\tau}; \quad \bar{\mu}_a = \frac{L^2}{V \bar{\tau}} = \frac{\langle (n - p) \rangle}{\bar{n} (1/\mu_n + 1/\mu_p)}; \quad \bar{n} = \frac{(\bar{n}_0 - \bar{p}_0) \bar{\tau}}{(1/\mu_n + 1/\mu_p) L} \frac{V}{L};$$

Запишемо тепер остаточно вираз для густини струму

$$j \approx e\bar{n}(\mu_n + \mu_p) \frac{V}{L} = e(\mu_n + \mu_p) \frac{\langle (n_0 - p_0) \rangle \bar{\tau}}{\mu_n^{-1} + \mu_p^{-1}} \frac{V^2}{L^3} = e(N_a - N_d) \bar{\tau} \mu_n \mu_p \frac{V^2}{L^3} = 0,2 \text{ А} \cdot \text{см}^{-2}$$

5.23. Як зміниться струм, якщо в некомпенсований напівпровідниковий зразок інжектують електрони й дірки із двох протилежних електродів (має місце біполярна інжекція), до яких прикладена напруга $V=2$ В; $\mu_n = \mu_p = 500$ см²·В⁻¹·с⁻¹, $L = 50$ мкм, $\tau \sim 10^{-8}$ с.

Задача 5.23. На відміну від попередньої задачі в цьому разі треба враховувати і рекомбінацію, і компенсацію просторового заряду. Оцінимо інжектований заряд у випадку лінійного просторового його розподілу вздовж осі x

$$\bar{Q} \approx e\bar{n} \frac{\bar{t}_n + \bar{t}_p}{\bar{\tau} L} \int_0^{L/2} \bar{x} - x \, dx = \frac{e\bar{n}(\bar{t}_n + \bar{t}_p)}{8\bar{\tau}} = \frac{\varepsilon_s V}{4\pi L}, \quad \text{звідки (див. зад. 5.22)}$$

$$j \cong e\bar{n}(\bar{v}_n + \bar{v}_p) = 8 \frac{\varepsilon_s (\bar{v}_n + \bar{v}_p) \bar{\tau}}{\bar{t}_n + \bar{t}_p} \frac{V}{L} = \frac{\varepsilon_s \mu_n \mu_p \bar{\tau}}{4\pi} \frac{V^3}{L^5} = 4,5 \text{ мА} \cdot \text{см}^{-2}$$

М.Ламперт, П.Марк. *Инжекционные токи в твердых телах*. Мир, М.: 1973, с.416.

5.24. Оцінити нахил спадаючої частини вольт-амперної характеристики струму в системі з подвійною інжекцією із захоплюванням. Концентрація центрів, що захоплюють електрони, $N_t = 10^{17}$ см⁻³, рухливість носіїв $\mu_n \sim \mu_p \sim 1$ см²·В⁻¹·с⁻¹, $L = 10$ мкм, $\tau_{ph}/\tau_{pl} \propto 10$ і $\tau_{ph} = 0,3$ мкс.

Задача 5.24. Припустимо, що в інтервалі $V_m < V < V_p$ має місце лінійна залежність $\lg j$ від $\lg V$, і визначимо її нахил $\Delta(\lg j)/\Delta(\lg V) = \{ \lg j(V_m) - \lg j(V_p) \} / (\lg V_p - \lg V_m)$. Оскільки

$$j(V_m) = \frac{e\mu_n \mu_p \tau_{ph} N_t V_m^2}{2L^3} \quad (5.84), \quad j(V_p) = \frac{\varepsilon_s \mu_n V_p^2}{4\pi L^3} \quad (5.93),$$

$$V_m = \frac{L^2}{\mu_p \tau_{ph}} \quad (5.97) \quad \text{та} \quad V_p = \frac{L^2}{\mu_p \tau_{pl}} \quad (5.94),$$

$$\frac{\Delta \lg j}{\Delta \lg V} = \frac{\lg(e \mu_p \tau_{ph} N_i V_m^2 2\pi / \varepsilon_s V_p^2)}{\lg[(L^2 / \mu_p \tau_{pl}) / (L^2 / \mu_p \tau_{ph})]} = 2 - \frac{\lg(e \mu_p \tau_{ph} N_i 2\pi / \varepsilon_s)}{\lg(\tau_{ph} / \tau_{pl})} \approx -0,4$$

5.25. Знайти зміну розподілу нерівноважних дірок у довгому ниткоподібному зразку n-Ge при стаціонарній інжекції дірок у точці та при наявності електричного поля $\mathcal{E} = 5 \text{ В} \cdot \text{см}^{-1}$, якщо його товщина зменшиться від 1 мм до 50 мкм. Температура кімнатна, напівпровідник невідроджений, $L_p = 0,09 \text{ см}$, швидкість поверхневої рекомбінації $S = 100 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$.

Задача 5.25. Запишемо рівняння неперервності

$$\frac{D_p d^2 \Delta p}{dx^2} - \mathcal{E} \mu_p \frac{d \Delta p}{dx} - \frac{\Delta p}{\tau_p} = 0; \quad \text{або} \quad \frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \frac{e \mathcal{E}}{k_B T} \frac{d \Delta p}{dx} - \frac{\Delta p}{L_p^2} = 0, \quad x \neq 0;$$

$$L_p^2 = D_p \tau_p; \quad \text{гранична умова } \Delta p \rightarrow 0 \text{ при } x \rightarrow \infty$$

Розв'язок має вигляд:

$$\Delta p = \begin{cases} \Delta p_0 \exp(\kappa_1 x), & x < 0 \\ \Delta p_0 \exp(\kappa_2 x), & x > 0 \end{cases}, \quad \text{де } \kappa_{1,2} = \frac{1}{2\ell} \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\ell^2}{L_p^2}} \right];$$

$$\text{тут } \ell = \frac{k_B T}{e \mathcal{E}}; \quad \text{якщо } \frac{\ell}{L_p} \ll 1, \quad \text{то } \kappa_1 \approx \ell^{-1}, \kappa_2 \approx -\ell / L_p^2.$$

Зміна товщини призводить до того, що починає грати роль поверхнева рекомбінація носіїв; це веде до зміни величини дрейфової довжини $L_{\mathcal{E}}$.

$$L_{\mathcal{E}} = \mu_p \tau_p \mathcal{E} = \mu_p \tau_{p,0} \mathcal{E} \left(1 + \frac{\tau_{p,0} S}{d} \right)^{-1} = \frac{e \mathcal{E} L_{D_p}^2}{k_B T} \left(1 + \frac{S L_{D_p}^2}{D_p d} \right)^{-1} \approx 0,02 \text{ см}$$

Тут використано також співвідношення Ейнштейна між рухливістю та коефіцієнтом дифузії.

5.26. В яких класах елементів ІМС використовується транспорт нерівноважних носіїв заряду?

5.27. Які нові особливості балістичного руху мають місце в 1D системах? Знайдіть провідність такого каналу, прозорість якого рівна 0,2.

ЛІТЕРАТУРА

1. В.Л.Бонч-Бруевич, С.Г.Калашников, Физика полупроводников, Наука, М.: 1990, - 688 с.
2. П.С.Киреев, Физика полупроводников, Высшая школа, М.: -1969, -592 с.
3. М.Ламперт, П.Марк, Инжекционные токи в твердых телах, Мир, М.: -1973 – 416 с.
4. И.Е.Ефимов, И.Я.Козырь, Микроэлектроника, -М.: Высшая школа, -1986, -с.113-120.
5. В.П. Драгунов, И.Г. Неизвестный, В.А. Гридчин, Основы нанoeлектроники: Учеб. Пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. - 332 с.
6. А.Ф. Кравченко, В.Н. Овсяк, Электронные процессы в твердотельных системах с пониженной размерностью. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. - 448 с.

Глава 6. ПРОХОДЖЕННЯ СТРУМУ В МДМ і МДН СТРУКТУРАХ

6.1. ВСТУП

У більшості електронних напівпровідникових приладів використовуються контактні структури між однаковими напівпровідниками з різним ступенем легування, що дає можливість отримувати *гомопереходи* між напівпровідниками n -та p -типів. Контактні структури між різними речовинами, наприклад, металу з напівпровідником або між двома різними напівпровідниками називають *гетеропереходами*. Вони також широко використовуються для побудови напівпровідникових приладів. Енергетичні діаграми деяких гетеропереходів зображені на рис. 6.1.

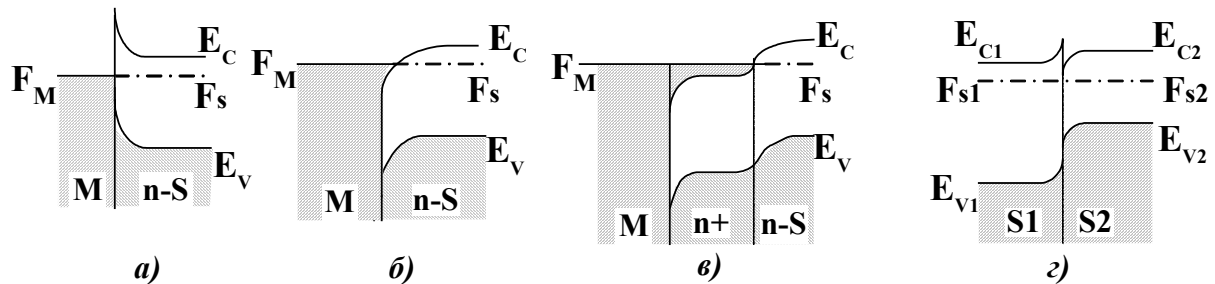


Рис. 6.2. Енергетичні діаграми гетеропереходів: а) - бар'єр Шотткі, $\phi_M > \phi_S$; б) - антизапірний шар, $\phi_M < \phi_S$; в) - омичний контакт $\phi_M > \phi_S$ n^+ - n типу; г) - гетероперехід між двома n/p із різними забороненими зонами.

Електричне поле контактної різниці потенціалів створює просторовий перерозподіл зарядів, що знаходить відображення на зонній діаграмі у вигляді вигину зон біля гетеропереходу. На рис. 6.1 наведено чотири приклади вигину зон для контактів метал-напівпровідник та двох різних напівпровідників у відсутності поверхневих рівнів. Видно, що можуть утворюватись різні випадки, а саме: запірний бар'єр (бар'єр Шотткі), антизапірний, омичний контакти та складний гетероперехід між двома напівпровідниками з різними забороненими зонами.

На гетеропереходах може відбуватись просочування *нерівноважних надлишкових носіїв* заряду в напівпровідник (діелектрик). Це явище називається *інжекцією¹ носіїв струму*. Воно відбувається як на запірних, так і на антизапірних переходах. Відомо декілька механізмів інжекції носіїв струму, а саме:

- *термоелектронна (надбар'єрна) емісія,*
- *тунелювання електронів з одного металу крізь тонкий шар діелектрика в інший метал,*
- *міжзонне тунелювання носіїв струму,*
- *тунелювання носіїв струму із металу на домішкові центри напівпровідника (діелектрика),*
- *тунелювання носіїв струму із металу в зону провідності напівпровідника (діелектрика),*
- *непружне тунелювання, наприклад, за участю фононів, тощо.*

¹ Інжекція носіїв заряду (від лат. injectio - викидання) - введення нерівноважних (надлишкових) носіїв в напівпровідник.

6.2. НАДБАР'ЄРНА ЕМІСІЯ

Надбар'єрною або термоелектронною емісією називається явище подолання носієм заряду бар'єра на гетеропереході завдяки енергії його теплового руху. Носії заряду, котрі за рахунок теплової енергії збуджуються на енергетичні рівні, енергія яких більша висоти потенціального бар'єра гетеропереходу, долають цей бар'єр й переходять з одного металевого електрода в інший або з металевого електрода в напівпровідник (діелектрик).

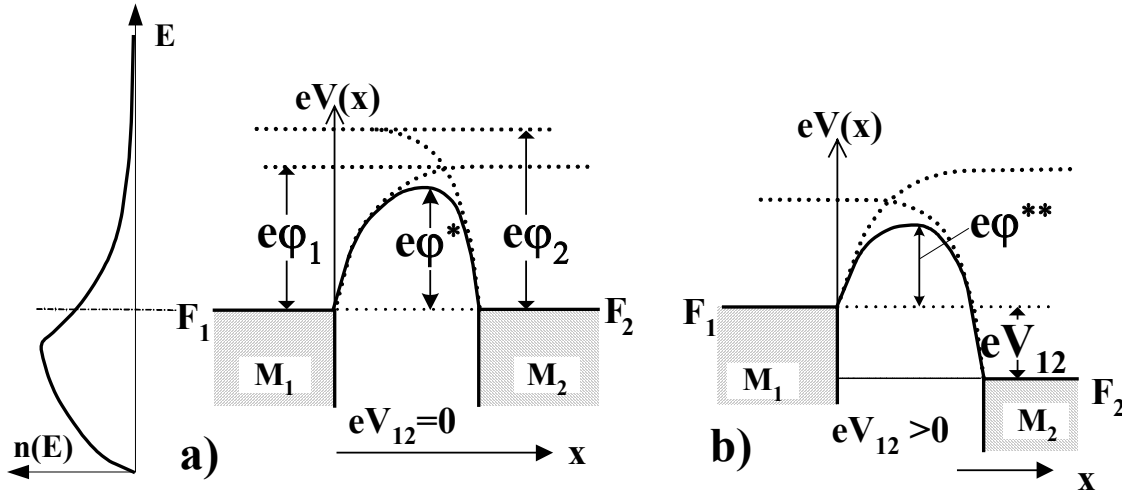


Рис.6.2. Енергетична схема сандвіча з металів M_1 і M_2 , розділених вакуумним проміжком, при двох напругах V_{12} : а) $V_{12}=0$; б) $V_{12}>0$.

Спочатку розглянемо систему метал-діелектрик-метал (МДМ сандвіч) із товщиною діелектрика d меншою за довжину вільного пробігу носіїв струму в діелектрику ℓ , коли електрони у діелектрику рухаються балістично – без зіткнень. Позначимо роботи виходу металів M_1 і M_2 через $e\phi_1$ та $e\phi_2$, а їх рівні Фермі через F_1 та F_2 відповідно. Нехай у діелектрику відсутні пастки і його можна наближено вважати ідеальним. Найкращою моделлю ідеального діелектрика є вакуумний проміжок. На рис.6.2а та 6.2б. зображені енергетичні схеми такого сандвіча для двох напруг між електродами: $V_{12} = 0$ та скінченної напруги $V_{12} \neq 0$. Крізь такий сандвіч буде йти струм $i = i_1 - i_2$, де $i_{1,2}$ – струми термоелектронної емісії носіїв із металу 1 або 2 у діелектрик відповідно. Ці струми визначаються за допомогою формул Річардсона-Дешмана для термоелектронної емісії

$$i_{1,2} = S_{1,2} A_{1,2} T^2 \bar{T}_{1,2} e^{-\frac{e\phi_{1,2}}{k_B T}} \quad (6.1)$$

де $S_{1,2}$ - площі, $A_{1,2} = 4\pi k_B T m_{1,2} / h^3$ - константи Річардсона, $\bar{T}_{1,2}$ - середні коефіцієнти прозорості потенціальних бар'єрів 1-го та 2-го гетеропереходів відповідно, T - температура, k_B - стала Больцмана. Після підстановки (6.1) у вираз для струму крізь перехід отримаємо

$$i = i_1 - i_2 = S_1 A_1 \bar{T}_1 T^2 e^{-\frac{e\phi_1}{k_B T}} \left(1 - \frac{S_2 A_2 \bar{T}_2}{S_1 A_1 \bar{T}_1} e^{-\frac{eV_{12}}{k_B T}} \right) \quad (6.2)$$

де $e\phi^{**}$ - висота бар'єра системи двох гетеропереходів, показана на рис.6.2. Його величина $e\phi^{**}$ ($e\phi^* = e\phi^{**}(V_{12}=0)$) залежить від напруженості електричного поля E між електродами M_1 та M_2 і визначається максимумом потенціальної енергії електрона $eV(x)$ в області діелектрика з урахуванням потенціалу сил зображення (див. задачу 6.10)

$$eV(x) \cong e\phi_1 - eEx - \frac{e^2}{4\epsilon_d x} - \frac{e^2}{4\epsilon_d (d-x)}$$

де d та ε_d - товщина та діелектрична проникність діелектрика. В залежності від d та величини напруженості електричного поля

$$e\varphi^{**} \cong e\varphi_1 - \begin{cases} \frac{e^2}{4\varepsilon_d d} + \left[\left(\frac{e^2}{2\varepsilon_d d} \right)^2 + \frac{e^3 \mathcal{E}}{\varepsilon_d} \right] & \text{для } d > \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{\varepsilon_d \mathcal{E}}} \\ \frac{1}{2} e \mathcal{E} d + \frac{e^2}{\varepsilon_d d} + \frac{1}{16} \varepsilon_d \mathcal{E}^2 L^3 & \text{для } d < \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{\varepsilon_d \mathcal{E}}} \end{cases} \quad (6.3)$$

Для великих полів, коли $\mathcal{E} \gg (e/\varepsilon_d d^2)$,

$$e\varphi^{**} \cong e\varphi_1 - \left(e^{2/3} / \sqrt{\varepsilon_d} \right) \sqrt{\mathcal{E}} \quad (6.4)$$

висота потенціального бар'єра має такий вигляд, як і для поверхні металу в електричному полі (ефект Шотткі)².

Із формули (6.2) видно, що *основною рисою надбар'єрної емісії є експоненціальна залежність надбар'єрного струму від температури*. Проте слід зауважити, що у формулі (6.2) повинні бути враховані такі особливості:

- *по-перше*, залежність сталої Річардсона A від структури зон, котра частково може бути врахована за допомогою введення ефективної маси m , тому що $A = \frac{4\pi k_B^2 e m}{h^3} = 120 \frac{m}{m_0} \left[\frac{A}{\text{см}^2 \cdot \text{град}^2} \right]$, де m_0 - маса електрона у вакуумі;
- *по-друге*, залежності середньої прозорості потенціального бар'єра \bar{T} від температури та енергетичного розподілу електронів, тому що
- $\bar{T} = \int_0^\infty T(E_x) \nu(E_x) dE_x / \int_0^\infty \nu(E_x) dE_x$, де $\nu(E_x)$ - густина потоку носіїв, що надходять із глибини зразка до границі;
- *по-третє*, у випадку системи метал-напівпровідник-метал проникнення електричного поля в напівпровідник. Для його наближеного врахування у формулі (6.3) для висоти бар'єра замість товщини діелектрика треба використовувати довжину екранування просторового заряду L_e , яка знаходиться за допомогою рівняння Пуассона (5.19). Для n -типу напівпровідника вона дорівнює (товщина шару Шотткі, див. (2.71))

$$L_e = \left(\frac{\varepsilon_s (e\varphi_s \pm eV_{12})}{2\pi N_d e^2} \right)^{1/2} \quad (6.5)$$

де N_d - концентрація донорів. При малому викривленні зон у власному напівпровіднику з рівноважною концентрацією носіїв n_i , коли $(e\varphi \pm eV_{12})/k_B T \ll 1$, глибина проникнення електричного поля L_e прямує до (див.(2.63)) $L_D = (\varepsilon_s k_B T / 4e^2 n_i)^{1/2}$, яка називається глибиною проникнення Дебая. Коли L_e менша за відстань між електродами L ($L_e < L$), в формулі (6.3) для напівпровідника n -типу доцільно для наближеної оцінки замість L використовувати саме L_e . Тоді в (6.3) з'являється величина, котра залежить від $(V_{12})^{1/2}$. Таким чином, *напруженість електричного поля в напівпровіднику по іншому, ніж у вакуумі, залежить від різниці потенціалів*:

$$\mathcal{E} = V_{12} / L_e \propto V_{12} / V_{12}^{1/2} = V_{12}^{1/2}. \quad (6.6)$$

Якщо тепер вираз (6.6) підставити у формулу (6.2) для струму в сандвічі, то

² Особливості ефекту Шотткі у випадку напівпровідників вперше розглянув Моргуліс Н.Д. (1946 р.)

$$i = i_0(T) \left(1 - \beta e^{-\frac{eV_{12}}{k_B T}} \right) \quad (6.7)$$

$$\text{де } \beta = \frac{S_2 \bar{T}_2 A_2}{S_1 \bar{T}_1 A_1}, \text{ а } i_0(T) = S_1 A_1 \bar{T}_1 T^2 e^{-\frac{e\varphi^{**}}{k_B T}} \quad (6.8)$$

При збільшенні електричного поля, коли $e^3 E / \varepsilon_0 > (e^2 / 2 \varepsilon_0 d)^2$ або $V_{12} > e / 4 \varepsilon_0 d$

$$\ln \frac{i}{i_0} \approx -\frac{e\varphi^{**}}{k_B T} \cong -\frac{e\varphi_1}{k_B T} + \frac{e^{3/2} \sqrt{E}}{k_B T} \propto \frac{B V_{12}^{1/4}}{\varepsilon_d^{1/2} k_B T} \quad (6.9)^3$$

де B - розмірний коефіцієнт. З формули (6.9) видно, що логарифм надбар'єрного струму у напівпровідниках прямо пропорційний кореню четвертого ступеня від напруги.

- По-четверте, в реальних зразках майже завжди існують рівні прилипання, котрі захоплюють носії й змінюють величини струмів інжектованих носіїв.
- По-п'яте, при великих рівнях інжекції струм обмежується просторовим зарядом.

6.3. НАДБАР'ЄРНА ЕМІСІЯ В ДІОДІ З ГЕТЕРОПЕРЕХОДОМ

Розглянемо (рис.6.3) подвійний сандвіч $M_1-(S_1-S_2)-M_2$, до складу якого входять два метали M_1 та M_2 та два напівпровідника S_1 та S_2 з різними ширинами заборонених зон: ширина забороненої зони 1-го напівпровідника менша, ніж у 2-го напівпровідника (діелектрика) ($E_{g1} < E_{g2}$). Нехай для визначеності 1-й вузькозонний є власним або слабо легованим напівпровідником р-типу, а 2-й широкозонний є сильно легованим напівпро-

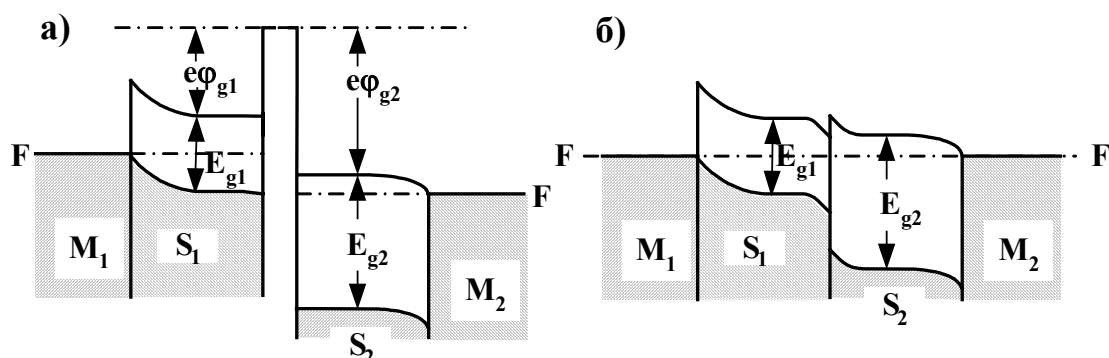


Рис.6.3. Енергетична діаграма гетеропереходу між напівпровідниками S_1 та S_2 із різними забороненими зонами $E_{g1} < E_{g2}$ та роботами виходу ($\varphi_1 < \varphi_2$): а) до та б) після встановлення контакту.

відником n-типу. На гетеропереході двох напівпровідників виникає розрив зон. Якщо $\varphi_2 > \varphi_1$, то на гетеропереході виникне потенціальний бар'єр для електронів, як це показано на рис.6.3. Цей потенціальний бар'єр гальмує перехід електронів із напівпровідника т-типу S_2 у власний напівпровідник S_1 . Електричне поле, що виникає при прохідній напрузі, зменшує висоту бар'єра й при певних його значеннях може відбувається надбар'єрна емісійна інжекція електронів із напівпровідника S_2 у власний або слабо провідний напівпровідник S_1 .

Сандвіч із гетеропереходом відрізняється від сандвіча без нього тим, що його ефективна ємність залежить від знаку зовнішньої напруги. Дійсно, прохідна напруга, головним чином, на шарі першого напівпровідника, тому що його опір є більшим, а ємність сандвіча визначається ємністю власного напівпровідника S

$$C_1 \cong \varepsilon_1 S / 4\pi L_s \quad (6.10)$$

³ Величина B включає $e^{3/2}$ і функцію, котра встановлює зв'язок між E та V ($E = -\text{grad}V$), і тому вона залежить від геометрії системи і властивості речовини.

При зворотній напрузі струм у сандвічі не протікає і напруга падає на всій товщі сандвіча. Ємність сандвіча C_Σ зменшується, бо збільшується ефективна товщина конденсатора

$$C_\Sigma^{-1} = C_1^{-1} + C_2^{-1} \quad (6.11)$$

$$C_1/C_\Sigma = 1 + C_1/C_2 \quad (6.12)$$

Підводячи підсумки розгляду сандвіча з гетеропереходом, вкажемо ще на дві корисні його особливості:

- *по-перше*, в гетеропереході не виникає необхідності розсмоктувати просторовий заряд, як це має місце в p - n переході, що зменшує час перемикання діода з гетеропереходом до ~ 1 нс;
- *по-друге*, на відміну від p - n переходу в гетеропереході рухаються носії струму одного знаку (у нашому прикладі електрони), що збільшує коефіцієнт інжекції або ефективність емітера γ на гетеропереході по відношенню до ефективності емітера для n - p переходу. Дійсно,

$$\gamma = \frac{I_{ne}}{I_{ne} + I_{pe}} \quad (6.13)$$

і, якщо $I_{pe} \rightarrow 0$, то $\gamma \rightarrow 1$. В формулі (6.13) використані такі позначення: I_{ne} -електронний струм емітера, I_{pe} - дірковий струм емітера.

6.4. ТУНЕЛЬНА ЕМІСІЯ В МДМ СТРУКТУРАХ

В сандвічах із товщиною діелектрика меншою довжини хвилі де Бройля λ_D збільшується ймовірність тунелювання носіїв струму. Розглянемо для визначеності МДМ сандвіч, що складається із двох металевих електродів M_1 і M_2 , розділених діелектриком товщиною d . На рис.6.4 зображена його енергетична діаграма при двох напругах: а) без

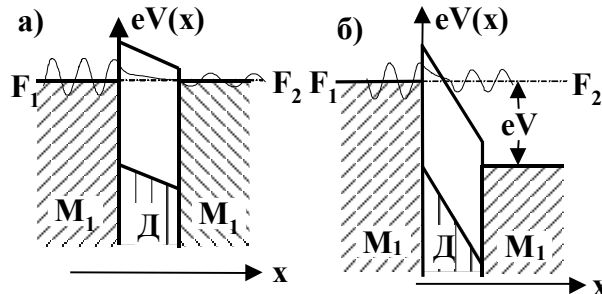


Рис.6.4. Енергетична діаграма МДМ сандвіча:
а) $V=0$, б) $V \neq 0$.

напруги від зовнішнього джерела $V=0$ та при її наявності $V \neq 0$. На цій діаграмі нехтується впливом електростатичних сил зображення на форму потенціального бар'єра, що утворюється контактною різницею потенціалів і зовнішньою напругою V . Коли $\lambda_D < d$, то електрон може тунелювати крізь бар'єр з одного металу в інший. Якщо знехтувати взаємодією електронів з енергетичними рівнями в діелектрику та ще й поверхневими рівнями, які можуть існувати в реальних сандвічах, то прозорість бар'єра $T(\varepsilon)$ залежить лише від його форми та енергії електронів, що тунелюють.

Густина стаціонарного струму j визначається різницею густин струмів j_{12} із металу M_1 у метал M_2 та j_{21} - у зворотному напрямі

$$j = j_{12} - j_{21} \quad (6.14)$$

Густини струмів j_{12} та j_{21} записуються у вигляді інтегралів

$$j_{12} = e \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty T(p_x) g_1(\vec{p}) f_1(\vec{p}) [1 - f_2(\vec{p})] \frac{p_x}{m} dp_x dp_y dp_z \quad (6.15)$$

$$j_{21} = e \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty T(p_x) g_2(\vec{p}) f_2(\vec{p}) [1 - f_1(\vec{p})] \frac{p_x}{m} dp_x dp_y dp_z, \quad (6.16)$$

тут і далі $\vec{p} = \{p_x, p_y, p_z\}$ – квазіімпульс електрона, $T(p_x)$ – коефіцієнт прозорості бар'єра для електрона, що має складову квазіімпульсу p_x , $g_{1,2}(\vec{p})$ та $f_{1,2}(\vec{p})$ – густини електронних станів та функції розподілу Фермі в металах M_1 і M_2 відповідно, $1 - f_{1,2}(\vec{p})$ – ймовірність мати незайнятий стан у металах $M_{1,2}$, $p_x/m = \partial E / \partial p_x = v_x$ – групова швидкість електронів, що тунелюють.

Виберемо початок координат для енергії електронів E на дні зони провідності металу M_1 , тобто при $E = E_{c1} = 0$. Різниця потенціалів V зсуває рівень Фермі в M_2 на величину eV . У цій системі координат функції Фермі $f_1(E)$ та $f_2(E)$ мають вигляд:

$$f_1(E) = [1 + \exp((E - F_1)/k_B T)]^{-1} \quad \text{а} \quad f_2(E) = f_1(E + eV) \quad (6.17)$$

Комбінуючи (6.14)–(6.17), отримаємо

$$j = e \int_0^\infty T(p_x) \frac{p_x}{m} dp_x \iint g_1(\vec{p}) f(E) [1 - f(E + eV)] dp_y dp_z - \\ - e \int_0^\infty T(p_x) \frac{p_x}{m} dp_x \iint g_2(\vec{p}) f(E + eV) [1 - f(E)] dp_y dp_z \quad (6.18)$$

Струм j залежить від $g_1(E)$ та $g_2(E)$, і при умові $g_1(\vec{p}) = g_2(\vec{p}) = g(\vec{p})$

$$j = e \int_0^\infty T(p_x) \frac{p_x}{m} dp_x \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty g(\vec{p}) [f(E) - f(E + eV)] dp_y dp_z \quad (6.19)$$

або

$$j = e \int_0^\infty T(E_x) dE_x \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty g(\vec{p}) [f(E) - f(E + eV)] dp_y dp_z, \quad (6.20)$$

де

$$E = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}, \quad E_x = \frac{p_x^2}{2m}, \quad \text{а} \quad g(\vec{p}) = 2 \cdot (2\pi)^3 / \square^3 \quad (6.21)$$

Подвійний інтеграл у (6.20) можна обчислити в полярних координатах⁴, що дає

$$\iint_{-\infty}^\infty g(\vec{p}) f(E) dp_y dp_z = \frac{4\pi m k_B T}{h^3} \ln \left[1 - \exp \left\{ \frac{F_1 - E_x}{k_B T} \right\} \right] = \aleph(E_x - F_1) \quad (6.22)$$

Підставимо вираз (6.22) у формулу для густини струму (6.20)

⁴ Введемо нові змінні $p_y = \rho \cos \varphi$, $p_z = \rho \sin \varphi$, $p_y^2 + p_z^2 = \rho^2$, $dp_y dp_z = \rho d\rho d\varphi$, тоді $\frac{E - F_1}{k_B T} = \eta + \xi$, де

$\eta = \frac{E_x - F_1}{k_B T}$, $\xi = \frac{\rho^2}{2m k_B T}$ та $\rho d\rho = m k_B T d\xi$. В цих змінних

$$\int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty g(\vec{p}) dp_y dp_z f_1(E) = g m k_B T \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty d\xi / (1 + \exp\{\eta + \xi\}) = 2g\pi m k_B T \ln(1 + e^{-\eta}) \equiv \aleph(\eta).$$

$\aleph(E_x)$ – це потік електронів, котрі падають на 1 см^2 границі металу за 1 с з енергією в інтервалі енергій від E_x до $E_x + dE_x$. Функція $\aleph(E_x)$ має розмірність $[\text{epc}^{-1} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}]$.

$$\aleph(E_x) = \begin{cases} \frac{4\pi m}{h^3} (F_1 - E_x); & F_1 - E_x \gg k_B T \\ \frac{4\pi m k_B T}{h^3} \exp \left\{ -\frac{E_x - F_1}{k_B T} \right\}; & F_1 - E_x \ll -k_B T \end{cases} \quad (6.21a)$$

$$(6.21b)$$

$$j = e \int_0^{\infty} T(E_x) [\mathcal{N}(E_x - F_1) - \mathcal{N}(E_x - F_1 + eV)] dE_x \quad (6.23)$$

Аналіз цієї формули показує, що густина тунельного струму визначається, головним чином, коефіцієнтом прозорості $T(E_x)$. Тунелювання не потребує витрат енергії для просочування електронів крізь потенціальний бар'єр, тому не відбувається зміни температури емітера, тобто при тунелюванні **відсутній калоричний ефект**⁵.

При малих різницях потенціалів ($V \rightarrow 0$), коли функцію $\mathcal{N}(E_x - F_1 + eV)$ можна розвинути в ряд Тейлора й обмежитись першим членом, формула (6.23) спрощується:

$$j = e^2 V \int_0^{\infty} T(E_x) \left(-\frac{d\mathcal{N}}{dE_x} \Big|_{V=0} \right) dE_x \quad (6.25)$$

Вона показує, що при малих напругах густина тунельного струму лінійно залежить від прикладеної напруги, що дозволяє ввести поняття про повну тунельну електропровідність $\sigma_T = dj/dV$. Знайдемо її вираз для одновимірного (1D) випадку, коли формула (6.19) значно спрощується:

$$\begin{aligned} j &= e \int_0^{\infty} T(p_x) \frac{p_x}{m} g(p_x) [f(E_x - F_1) - f(E_x - F_1 + eV)] dp_x = \\ &\approx \frac{e^2}{\pi \hbar} V \int_0^{\infty} T(E_x) \left(-\frac{df}{dE_x} \Big|_{V=0} \right) dE_x \end{aligned} \quad (6.26)$$

де $g(p_x) = 1/\pi \hbar$. При $T \rightarrow 0$ функція Фермі різко залежить від E_x по зрівнянні з відповідною залежністю прозорості бар'єра $T(E_x)$, тому під знаком інтегралу в (6.26) функцію $(-df(E_x)/dx)$ можна замінити дельта функцією Дірака $(-df(E_x)/dx) = \delta(E_x - F_1)$. Після цього отримаємо:

$$j = \frac{e^2}{\pi \hbar} V \int_0^{\infty} T(E_x) \delta(E_x - F) dE_x = \frac{e^2}{\pi \hbar} V T(F_1) \quad (6.27)$$

і звідси визначимо тунельну електропровідність для одновимірного випадку:

$$\sigma_{T,1D} = \frac{dj}{dV} = \frac{e^2}{\pi \hbar} T(F), \quad (6.28)$$

яка залежить від прозорості бар'єра і не залежить від довжини одновимірної системи та температури. Множник

$$\sigma_{T,0} = e^2/2\pi \hbar = (1/25,8) \text{ кОм}^{-1} \quad (6.28a)$$

використовують, як **"квантову одиницю" електропровідності**. Її можна також отримати, розглядаючи рух одного електрона в провіднику з урахуванням співвідношення невизначеності для енергії - часу $\Delta E \Delta t \approx eV \cdot \Delta t \geq \hbar$; звідси $\sigma = j/V = e/V \Delta t \approx e^2/\hbar$.

У тривимірному (3D) випадку при низькій температурі у формулу тунельної провідності також входить множник $\sigma_{T,0} = e^2/2\pi \hbar$:

$$\sigma_{3D} = \frac{dj}{dV} \cong \frac{e^2 m}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^{\infty} T(E_x) dE_x \quad (6.29)$$

Ця формула отримана комбінацією виразів (6.21a) та 96.25) при умові, що електрони, що тунелюють із металу 1 (рис.6.24) мають при $T \rightarrow 0$ енергії в інтервалі $U \leq \varepsilon_x \leq F_1$.

Для плавних потенціальних бар'єрів, коли довжина електронної хвилі де Бройля λ у полі бар'єра майже не змінюється на відстанях порядку самої довжини хвилі, тобто,

⁵ Калоричний ефект (від лат. calor – тепло) – зміна температури системи за рахунок тепла, що використовується при здійсненні даного явища, в нашому випадку емісії.

коли $d\lambda_D/dx \ll 1$, то для оцінки $T(\varepsilon_x)$ можна використати квазікласичне наближення - метод Венцеля, Крамерса, Бріллюена (ВКБ). В цьому випадку

$$T(\varepsilon_x) = T_0 \exp\{-\gamma\}, \text{ де } \gamma = 2 \int_{x_1}^{x_2} k(x) dx, \quad (6.30)$$

а T_0 – коефіцієнт. Для прямокутного бар'єра висотою U_0 і шириною d цей метод дає вираз

$$T \propto \frac{16E_F}{U_0} \exp\{-2k_0 d\}$$

де $k_0 = \sqrt{2m(E - U_0)/\hbar^2}$.

Він слабо залежить від E_x і його присутність далеко від країв зон майже не помітна в порівнянні з експоненціальним членом. Інтегрування відбувається в межах від x_1 до x_2 ,

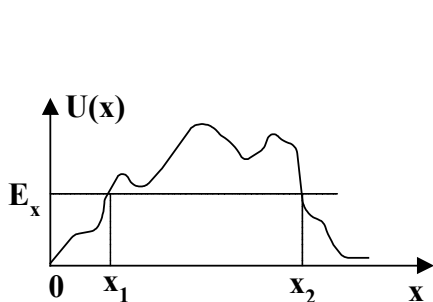


Рис.6.5. Точки повороту.

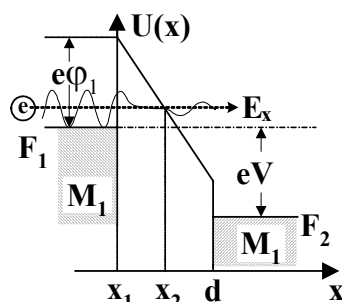


Рис.6.6. МДМ-сандвіч.

де $x_{1,2}$ - класичні точки повороту вздовж осі x перпендикулярній площині розділу границі МДМ сандвіча (рис.6.5). Вони визначаються точками перетину прямої $E = E_x = \text{const}$ із кривою, що описує потенціальну функцією бар'єра $U(x) = eV(x)$. Потенціальна функція $U(x)$ залежить від напруженості електричного поля E , тобто від різниці потенціалів на електродах сандвіча. Через $k(x)$ позначено модуль хвильового вектора електрона в області потенціального бар'єра

$$k(x) = \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{1/2} (U(x) - E_x)^{1/2} \quad (6.31)$$

Великі поля змінюють форму потенціального бар'єра і тому сильно впливають на прозорість бар'єра. Розглянемо випадок прямокутного бар'єра при $V=0$ в ідеальному діелектрику при $T=0$, котрий під дією електричного поля E перетворюється у трикутний потенціальний бар'єр або бар'єр, що має вигляд трапеції, як це видно на рис.6.6. Така задача вперше розглядалась Р. Фаулером та Л. Нордгеймом (1928 р.)⁶ Залежність потенціалу від координати x в області діелектрика в цьому випадку лінійна:

$$U(x) = eV(x) = e\phi_1 - eEx \quad (6.32)$$

де E - напруженість електричного поля. Класичні точки повороту, або координати входу x_1 і виходу x_2 електрона в бар'єрі, показані на рис.6.6. Позначимо енергію електрона, що має пройти крізь бар'єр, через E_x . В нашому окремому випадку при $T=0$ розглядаються електрони на рівні Фермі, тому $E_x = F_1$. З рис.6.6 видно, що $x_1 = 0$ і $x_2 = (e\phi_1 - E_x)/eE$ (розглядається випадок досить значних електричних полів $E > \phi_1/d$)

Таким чином, із (6.31) та (6.32) отримаємо вираз для $k(x)$

$$k(x) = \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{1/2} (e\phi_1 - eEx - E_x)^{1/2} \quad (6.33)$$

⁶ Тунельна емісія із напівпровідників вперше розглядалась Моргулісом Н.Д. (1947 р.) та Р. Стреттон (1955 р.)

котрий після підстановки у вираз для γ та інтегрування по x у межах від $x_1=0$ до $x_2=\varphi_1/E$ дає

$$\gamma = 2 \int_{x_1}^{x_2} k(x) dx = 2 \left(\frac{2me}{\hbar^2} \right)^{1/2} \frac{2 (e\varphi_1 - E_x)^{3/2}}{3 eE} \quad (6.34)$$

Після підстановки виразу (6.34) для γ у формулу (6.30) для T отримаємо

$$T \propto \exp \left(- \frac{\beta (e\varphi_1 - E_x)^{3/2}}{E} \right) \quad (6.35)$$

Густина струму j згідно (6.23) залежить від прозорості бар'єра $T(E_x)$. Якщо у формулу (6.23) підставити для $T(E_x)$ значення із (6.35), то можна бачити, що перший член під інтегралом збільшується, а другий член при високих температурах, згідно із (6.21b), $[\mathcal{N}(E_x) - \mathcal{N}(E_x + eV)]$, експоненціально зменшується із зростанням E_x . Підінтегральна функція при цьому має різкий максимум при значенні

$$E_{xm} = e\varphi_1 - \left(\frac{2E}{3\beta k_B T} \right)^2,$$

а густина струму визначається як

$$j \sim \exp \left[\frac{1}{(3k_B T)^3} (2E/\beta)^2 \right] \quad (6.36a)$$

При низьких температурах, коли $\mathcal{N}(E_x)$ визначається формулою (6.21a), $E_{xm} \rightarrow 0$ і

$$j \sim \exp(-\beta \varphi_1^{3/2} / E) \quad (6.36b)$$

З формули (6.36b) видно, що є дві характерні риси тунельного струму крізь МДМ сандвіч: 1) - *лінійна залежність* $\lg j \propto E^{-1}$ та 2) - *наявність тунельного струму навіть при $T=0$* . Для симетричного сандвіча, коли обидва метали однакові, вольт-амперна характеристика симетрична відносно зміни знаку напруги V , що прикладається до сандвіча, а для несиметричного - не симетрична. Симетрична вольт-амперна характеристика зображена на схематичному рис.6.7. Вона слабо залежить від температури.

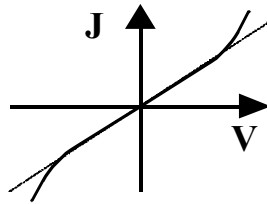


Рис.6.7. I-V характеристика симетричного сандвіча.

В реальних МДМ сандвічах необхідно враховувати такі додаткові обставини:

- *по-перше*, що при $T \neq 0$ з'являються електрони з енергіями $E_x > F_1$, які тунелюють крізь бар'єр із значно більшою ймовірністю, ніж електрони, що знаходяться на рівні Фермі. Якщо при низьких але не нульових температурах $T \neq 0$ знехтувати надбар'єрною емісією, то виявляється, що **густина тунельного струму слабо залежить від температури**: $j = j_0(1 + \alpha T^2)$, де j_0 - густина тунельного струму при $T=0$, а α - розмірний коефіцієнт. Він залежить від форми та висоти потенціального бар'єра (eV_0) та ширини тунельного проміжку (d). В моделі прямокутного бар'єра (див. задачу 6.13) висотою U_0 та шириною d у \AA , а eV_0 в eV

$$\alpha = (\pi^2 m d^2 k_B^2) / (3 \hbar^2 U_0) \cong 4 \cdot 10^{-9} (d^2 / U_0) [\text{град}^{-2}],$$

(тут d - в \AA , а U_0 - в eV). Тоді $\Delta j / j_0 = (j - j_0) / j_0 = \alpha T^2$. Для реальних значень $d = 1 \text{\AA}$ та $eV_0 = 1 eV$ коефіцієнт $\alpha \cong 1,4 \cdot 10^{-9} [\text{град}^{-2}]$ і зміна густини тунельного струму при зрос

танні температури від $T=0$ до $T=300\text{K}$ становить $\sim 0,04\%$. Менш сильна температурна залежність тунельного струму по відношенню до струму надбар'єрної емісії є характерною рисою, що використовується для розпізнавання тунельної емісії.

- По-друге, необхідно враховувати реальний закон дисперсії $E(\vec{p})$, який визначає ефективну масу і сильно впливає на коефіцієнт прозорості $T(m)$. Відхилення від параболічного закону дисперсії збільшує тунельний струм.
- По-третє, при розгляді тунельного струму потрібно враховувати також залежність прозорості бар'єра від поперечної складової кінетичної енергії електрона E_{\perp} : $T \sim \exp \{-E_{\perp}/E\}$ (див. задачу 6.7).
- По-четверте, необхідно розглядати тривимірну задачу з реальним виглядом $U(r)$.
- По-п'яте, при великих рівнях інжекції необхідно замість наближення ВКБ використовувати більш точні моделі та враховувати вплив просторового заряду.
- По-шосте, необхідно враховувати можливі зміни густини станів в обох електродах M_1 і M_2 , тому що це змінює кількість електронів у межах від E_x до $E_x + dE_x$ та функції $N(E_x)$ та $N(E_x + eV)$, що входять у формулу (6.23).

Залежність тунельного струму від густини станів можна також отримати за допомогою **золотого правила Фермі**, згідно якого ймовірність переходу за одиницю часу з початкового стану ℓ у кінцевий f визначається за формулою:

$$w_{\ell f} = \frac{2\pi}{\hbar} M_{\ell f}^2 g_f [1 - f_f] \quad (6.37)$$

де $M_{\ell f}$ – матричний елемент переходу, g_f – густина кінцевих станів, $[1 - f_f]$ – ймовірність того, що кінцевий стан незайнятий⁷. Тунельний струм є пропорційним імовірності $w_{\ell f}$

$$j_{\ell f} \propto e w_{\ell f} \cdot g_{\ell} f_{\ell} \quad (6.38)$$

де $g_{\ell} f_{\ell}$ – кількість зайнятих початкових станів. Повний тунельний струм рівний різниці струмів $j_{\ell f}$ та $j_{f\ell}$:

$$\begin{aligned} j &= j_{\ell f} - j_{f\ell} \propto \frac{2\pi e^2}{\hbar} \int \left[M_{\ell f}^2 g_f (1 - f_f) g_{\ell} - M_{f\ell}^2 g_{\ell} (1 - f_{\ell}) g_f \right] dE = \\ &= \frac{2\pi e^2}{\hbar} \int M_{\ell f}^2 g_{\ell} g_f [f_{\ell} - f_f] dE \end{aligned} \quad (6.39)$$

Таким чином, тунельний струм є наслідком суто квантомеханічних властивостей речовини, і тому залежить від матричного елементу відповідного переходу з початкового стану в кінцевий стан та густин початкових та кінцевих станів системи.

6.5. ТУНЕЛЬНА СПЕКТРОСКОПІЯ

Згідно формул (6.19) і (6.39) тунельний струм залежить від багатьох чинників:

- прозорості потенціального бар'єра T ;
- густини початкових станів в емітері g_{ℓ} , зайнятих частинками, що тунелюють;
- густини не зайнятих електронами кінцевих станів в колекторі g_f ⁸

⁷ Ця формула справедлива, якщо потенціальний бар'єр можна розглядати, як збурення і час життя в початковому стані менший за час переходу $t_{\ell f}$: $\hbar/E_{\ell} \ll \tau_{\ell} \ll t_{\ell f}$. Матричний елемент визначається через хвильові функції початкового і кінцевого станів ψ_{ℓ} і ψ_f : $M_{\ell f} = \langle \psi_{\ell} | V | \psi_f \rangle$. (Давыдов А.С. Квантовая механика. М: Наука, 1973)

⁸ В тунельній спектроскопії здебільшого використовують тунельну провідність (похідну вольт-амперної характеристики), яка згідно золотого правила Фермі пропорційна густині кінцевих станів, якщо викорис-

Крім того тунельний струм залежить:

- від енергетичної структури та природи домішкових центрів діелектрика (напівпровідника), котрий розділяє емітер від колектора, та
- від імовірності непружних процесів, пов'язаних із збудженням фононів, плазмонів, поверхневих та об'ємних станів тощо під час тунелювання. Непружні процеси розсіяння впливають на енергетичний розподіл електронів та ймовірність тунелювання. Зокрема, коли електрони на деякий час можуть бути захоплені домішковими станами (дивися, наприклад, розділ 6.7), прозорість бар'єру або матричний елемент переходу може суттєво змінитися й навіть мати місце новий резонансний різновид тунелювання.

Ці чинники впливають на вольт-амперні криві тунельного струму і використовуються в тунельній спектроскопії. Наведемо декілька прикладів.

1. *Перший приклад:* почнемо з розгляду сандвічу M_1DM_2 , в якому один із металевих електродів настільки тонкий, що в ньому енергетичні зони розбиваються на розмірні підзони. Цей випадок розглядався в §2.9, де було показано, що на вольт-амперних кривих (рис.2.17) з'являються особливості, зв'язані з розмірними підзонами.

2. *Другий приклад* стосується МДМ сандвіча, в якому один із металевих електродів має специфічні риси енергетичного розподілу густини станів, як це показано на рис. 6.8. Специфічні особливості енергетичного розподілу густини станів металів біля рівня Фермі виникають, здебільшого, внаслідок електрон-фотонної взаємодії або складної електронної структури, котра змінює дисперсію $E(\vec{k})$, наприклад, через внесок d – та s – зон. Видно, що на вольт-амперній характеристиці з'являється особливість, зв'язана з фор-

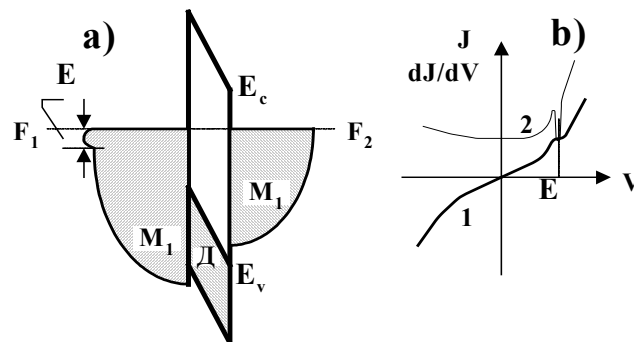


Рис.6.8. Енергетична схема а) та $J(V)$ залежність для M_1DM_2 сандвіча б): 1 - $J(V)$ і 2 - dJ/dV .

мою енергетичного розподілу зайнятих електронних станів в одному з металів M_1 . Це більш чітко видно на залежності $dJ/dV = f(V)$ (крива 2 на рис.6.8.b), тому що залежності похідної $f(V)$ від V дозволяють краще спостерігати особливості на зростаючій частині вольт-амперної $J(V)$ характеристики.

3. *Третій приклад* стосується тунелювання в МДМ сандвічі, в якому обидва або один електрод знаходяться в надпровідному стані. Енергетична діаграма сандвічу, в якому обидва надпровідних електрода є напівпровідниками першого роду мають енергетичні щілини Δ_1 та Δ_2 . Їх енергетична діаграма зображена на рис.6.9. Видно, що при

товується металевий катод, $\sigma = \frac{dj}{dV} = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_{f\ell} |M_{f\ell}|^2 g_f \delta(E_\ell - E_f)$. З металевого катода тунелюють електрони, що знаходяться на рівні Фермі.

напругах на сандвічі $V_1 = (\Delta_2 - \Delta_1)$ і $V_2 = (\Delta_2 + \Delta_1)$ на вольт-амперних кривих повинні спостерігатись і дійсно спостерігаються особливості у вигляді піків, схематично зображених на рис.6.9. При $eV = e(\Delta_2 - \Delta_1)$ дно розподілу дозволених станів, що знаходяться в обох надпровідниках вище їх енергетичної щілини, стають на одному енергетичному рівні. В цьому випадку при $T \neq 0$ на дозволених станах знаходиться деяка кількість нормальних електронів, котрі можуть тунелювати. Це призведе до появи особливостей вольт-амперної характеристики тунельного струму при $eV = e(\Delta_2 - \Delta_1)$. При зменшенні T

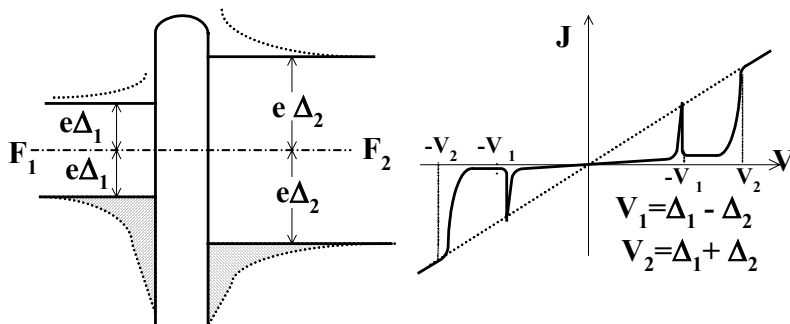


Рис.6.9. Енергетична діаграма надпровідного сандвіча і його $J(V)$ характеристика.

інтенсивності цих особливостей прямує до нуля, тому що зниженні температури зменшується кількість нормальних електронів. При $eV = e(\Delta_2 + \Delta_1)$ має місце зростання струму, тому що при цій напрузі енергія заповненого рівня одного надпровідника стає рівною енергії незаповненого рівня другого надпровідника і створюються сприятливі умови для тунельної емісії. При $T=0$ це зростання різке, а при збільшенні температур воно розмивається через зменшення кількості надпровідних електронів.

4. Четвертий приклад стосується не пружного тунелювання, коли квазічастинка (електрон), що тунелює, втрачає частину своєї енергії. На рис.6.10а процес пружного тунелювання електрона схематично зображений горизонтальною пунктирною прямою лінією. Коли електрон, що тунелює, має достатню енергію для збудження внутрішніх ступенів свободи системи, наприклад, для збудження фонових, плазмонів, поверхневих рівнів тощо, то він втрачає частину своєї енергії. Це відбувається тоді, коли енергія електронів, створена різницею потенціалів на переході (eV), стане рівною енергії збудження

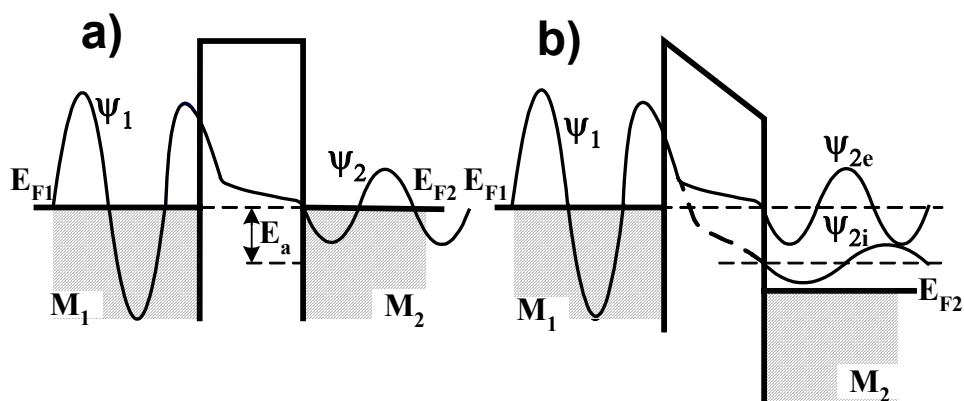


Рис. 6.10. Схема непружного тунелювання: а) - $eV=0$, б) - $eV \neq 0$.

внутрішнього рівня свободи, тобто при $eV=E_a$. Внаслідок цього електрони, що тунелюють, розділяються групи з різними енергіями (різними довжинами хвиль де Бройля). Ці дві групи електронів, що тунелюють пружно та непружно, схематично зображені на рис.6.10.б. Вони мають різні коефіцієнти прозорості. Це розділення електронів на групи змінює величину повного тунельного струму і знаходить відображення у вигляді особливостей його вольт-амперної характеристики. Якщо в системі є декілька рівнів збудження, то це знайде відображення на вольт-амперній характеристиці тунельного стру

му у вигляді відповідних її особливостей, наприклад, максимумів. Таким способом удається досліджувати вплив збудження фононів, плазмонів, спінових станів та поверхневих рівнів або адсорбованих атомів або молекул тощо.

Усі ці приклади свідчать про те, що тунельна спектроскопія дозволяє досліджувати різноманітні особливості енергетичного спектра твердих тіл у приповерхневій області. Вона досить широко застосовується й швидко розвивається для досліджень приповерхні твердих тіл. Поєднання її з тунельною скануючою мікроскопією дає унікальні можливості досліджувати енергетичні особливості електронних станів в окремих місцях поверхні з атомною роздільною здатністю. Потрібно лише враховувати, що ці дослідження проводяться у великих локальних електричних полях, необхідних для тунелювання, котрі іноді можуть змінювати стан речовини.

6.6. МІЖЗОННЕ ТУНЕЛЮВАННЯ

У тунельних p - n діодах із сильно легованими p - та n - областями, коли концентрація домішок становить $\sim 10^{18} \div 10^{19} \text{ см}^{-3}$, створюється дуже вузький p - n перехід протяжністю $\sim 10 \text{ нм}$ (рис.6.11). У ньому навіть при помірних напругах утворюються великі електричні поля з $E \sim 10^6 \text{ В/см}$, при яких виникають сприятливі умови для міжзонного тунелювання. На схематичному рис.6.11.а зображена енергетична діаграма p - n переходу. При нульовій різниці потенціалів $V = 0$ крізь вузький збіднений шар товщиною $L < 10 \text{ нм}$ ідуть однакові струми обох напрямків і сумарний тунельний струм рівний нулеві ($j = j_{12} - j_{21} = 0$).

Якщо прикласти напругу в запірному напрямку, коли $V < 0$, рівень Фермі напівпровідника n - типу зсунеться вниз, як це показано на рис.6.11.б. Електрони з валентної зони напівпровідника p -типу можуть тунелювати в зону провідності напівпровідника n -типу, тому що в ній є достатня кількість дозволених незайнятих електронних станів на тому ж енергетичному рівні. Крізь p - n перехід буде йти струм $j < 0$, як це показано на вольт-амперній кривій на рис.6.11.б. Подальше збільшення запірної напруги призводить до зростання струму.

Зміна полярності зовнішньої напруги від запірної до пропускну ($V > 0$) зсуває рівень Фермі напівпровідника n -типу вгору по відношенню до його положення в напівпровіднику p -типу, як це наводиться на рис.6.11.с. З'являється можливість тунелювання електронів із зони провідності виродженого напівпровідника n -типу у верхню незаповнену електронами частину валентної зони виродженого напівпровідника p -типу, котра знаходиться вище рівня Фермі F_p . Крізь n - p перехід іде струм протилежного напрямку ($j > 0$) по відношенню до напрямку струму в запірному напрямку, як це показано на вольт-амперній кривій, зображеній на рис.6.11.с. При напругах в інтервалі $(V_p + V_n) < V < (V_p + E_g/e)$ (E_g - ширина забороненої зони, $eV_n = F_n - E_c(x \rightarrow +\infty)$, $eV_p = E_v(x \rightarrow -\infty) - F_p$, де F_n та F_p - рівні Фермі напівпровідників n - та p - типу відповідно) дно зони провідності напівпровідника n -типу зсувається вище стелі валентної зони напівпровідника p -типу, як це показано на рис. 6.11.d. У цьому разі електрони не можуть тунелювати із зони провідності напівпровідника n -типу, тому що попадають у заборонену зону напівпровідника p -типу; одночасно й електрони валентної зони не можуть тунелювати в напівпровідник n -типу, тому що вони також попадають у його заборонену зону. Тунелювання в обох напрямках стає малоімовірним. Усе це обумовлює зменшення тунельного струму в зазначеному інтервалі напруг $eV_n + eV_p < eV < eV_p + E_g$, як це видно на рис.6.11.d. Коли напруга стає більшою за $eV_p + E_g$ ($eV > eV_p + E_g$), рівень Фермі напівпровідника n -типу зсувається вище дна зони провідності напівпровідника p -типу. За цих умов тунелювання знову стає ймовірним і тунельний струм знову зростає, як це видно на рис.6.11.e. Таким чином, за допомогою міжзонного тунелювання вдається отримувати спадаючу

вольт-амперну характеристику тунельного діода з n-p переходом, котрий знайшов практичне застосування в спеціальних СВЧ приладах із низьким рівнем потужності, а саме: для гетеродинів, схем синхронізації частоти тощо. Граничні частоти визначаються середнім часом тунелювання та паразитними параметрами еквівалентних схем, в який використовуються тунельні діоди, і можуть бути досить великими – більшими за THz ($1 THz = 10^{12} Hz$).

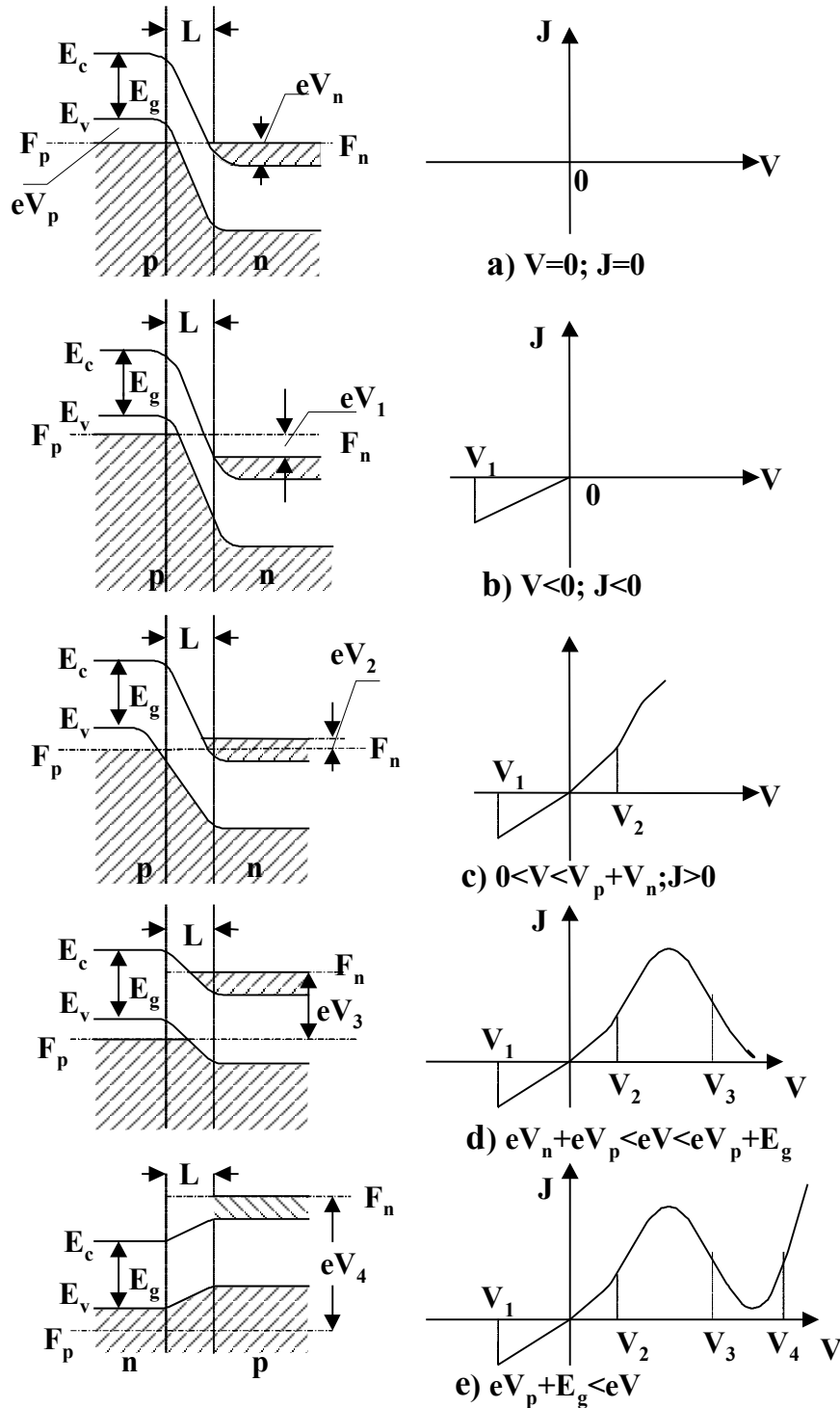


Рис.6.11. Енергетична діаграма p-n переходу з вузьким шаром просторового заряду.

6.7. РЕЗОНАНСНЕ ТУНЕЛЮВАННЯ

У тунелюванні можуть брати участь енергетичні рівні домішкових або адсорбованих на поверхнях переходів атомів (молекул), поверхневі рівні, енергетичні рівні підзон у випадку розмірного квантування тощо. На рис.6.12 зображена енергетична схема поверхні металу з адсорбованим на його поверхні атомом. Метал знаходиться у вакуумі в електричному полі з напруженістю $\mathcal{E} = U/ex$. Домішковий центр зображений на рис.6.12 у вигляді кулонівської потенціальної ями, збуреної зовнішнім електричним полем з урахуванням сил зображення. Збурення змінює вигляд його потенціальної ями – вона стає несиметричною. В середині кулонівської ями зображені дозволені дискретні електронні рівні енергії. Штрих пунктиром зображено положення рівня Фермі (F) у металі з адсорбованим атомом. Нехай дозволений незаповнений енергетичний рівень в адсорбованому атомі (E_i) збігається з рівнем Фермі ($E_i = F$). В цьому випадку

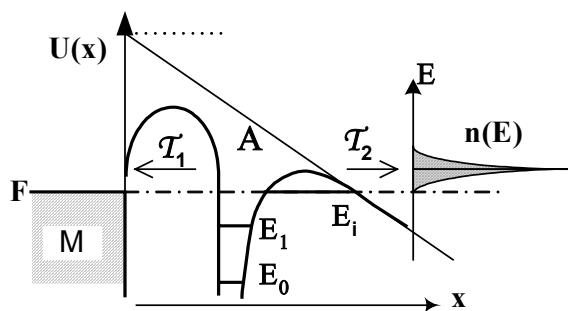


Рис.6.12. Енергетична діаграма металу з адсорбованим атомом. На вставці зображений енергетичний розподіл електронів, що тунелюють.

електрон, що знаходиться на рівні Фермі в металі, має скінчену ймовірність тунелювати на енергетичний рівень E_i адсорбованого атома. На цьому рівні електрон може знаходитись в середньому τ секунд і після цього тунелювати крізь другий потенціальний бар'єр. Досліди показують, що, коли енергія електронів, що тунелюють, збігається з енергією вакантного дозволеного енергетичного рівня в потенціальній ямі між двома бар'єрами, то ймовірність тунелювання крізь два бар'єри (T) зростає. Вона стає більшою за добуток індивідуальних коефіцієнтів прозорості $T > T_1 \cdot T_2$, де $T_{1,2}$ - коефіцієнти прозорості першого та другого бар'єрів відповідно. При певних напругах на вольт-амперній характеристиці тунельного струму з'являється сплеск. Ці властивості використовуються в тунельній спектроскопії (розділ 6.5). *Збільшення коефіцієнта прозорості при проходженні електронами певних енергій ($E = E_i$) квантової двохбар'єрної структури, коли електрон ніби "не помічає" потенціальних бар'єрів, тобто проходить без відбивання від бар'єрів, називається резонансним тунелюванням.*

Багатобар'єрні системи не є унікальним випадком, притаманним адсорбованим атомам (молекулам). Вони досить часто зустрічаються в реальних системах, наприклад, у випадку сандвічів метал - високоомний напівпровідник - метал, коли товщина напівпровідникового шару є сумірною з довжиною хвилі де Бройля, його зони розбиваються на розмірні підзони, або у випадку пошарових систем, в яких вузькозонні тонкі шари напівпровідникових сполук (наприклад, $A_{III}B_V$) чергуються із широкозонними тонкими шарами. В таких системах виникають два або більше потенціальних бар'єрів між шарами вузькозонних напівпровідників. Найпростішою моделлю таких двохбар'єрних систем є одновимірна модель двох прямокутних бар'єрів, зображена на рис.6.12 з одним вакантним дозволеним енергетичним рівнем E_i , що знаходиться в проміжку між бар'єрами. Товщини та висоти обох потенціальних бар'єрів вибрані такими, що коефіцієнти їх прозорості відмінні від нуля ($T_1 \neq 0$ та $T_2 \neq 0$). Навіть побіжний розгляд енергетичної

системи вказує, що тунелювання ймовірно тоді, коли енергія Фермі першого металу збігається з енергетичним рівнем у речовини, що знаходиться між двома бар'єрами (коли $E = E_1$). Більш детальний розгляд тунелювання електронів у двохбар'єрній системі можна здійснити за допомогою розгляду *когерентного резонансного тунелювання*

Розглянемо випадок, коли під час тунелювання не порушується когерентність електронних хвиль і тому можлива інтерференція електронних хвиль, що відбиваються від обох бар'єрів. Зрозуміло, що коли різниця ходу у електронних хвиль, відбитих від першого та другого бар'єрів, стає кратною половині довжини електронної хвилі, то внаслідок інтерференційного перерозподілу інтенсивності електронних хвиль різко збільшується коефіцієнт прозорості потоку електронів у такій системі, бо згасає відбита хвиля. Точний розв'язок відповідної квантово-механічної задачі в аналітичному вигляді відомий тільки для моделі прямокутних потенціальних бар'єрів із незмінною формою (див. задачу 6.24). Коефіцієнт прозорості для такої двохбар'єрної системи має вигляд

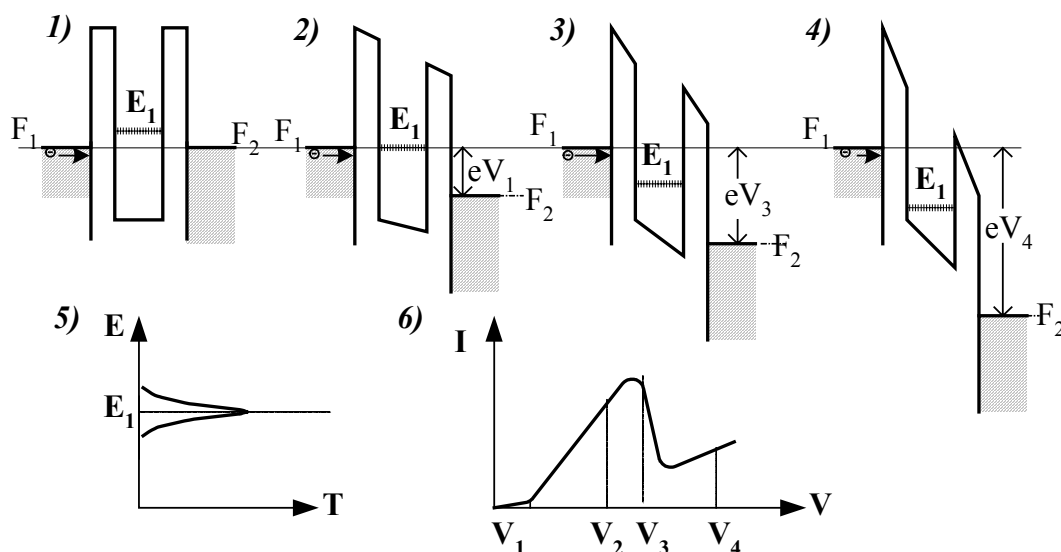


Рис.6.13. Енергетична схема двохбар'єрної системи та її характеристики: 1) $V = 0$; 2) $V = V_2$; 3) $V = V_3$; 4) $V = V_4$; 5) $T(E)$ та 6) $I(V)$.

$$T = \frac{T_1 T_2}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2 + 4\sqrt{R_1 R_2} \cdot \cos^2(\varphi)} \quad (6.40)$$

де $T_{1,2}$ та $R_{1,2}$ - коефіцієнти прозорості та відбиття для потоків від першого та другого бар'єрів ($T_{1,2} + R_{1,2} = 1$), $\varphi = ka$ - різниця фаз (k - хвильовий вектор, a - відстань між бар'єрами).

Найбільш характерною рисою цієї залежності є поява максимуму прозорості (своєрідного резонансу), коли різниця фаз φ стає рівною

$$\varphi = \varphi_n = \pi(n + \frac{1}{2}) \quad (6.41a)$$

тобто (для квадратичного закону дисперсії) при енергіях

$$E = E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} (n + 1/2)^2, \quad (6.41b)$$

де n - ціле число. Удалечині від максимального значення $T_m = T(E_n)$ (удалечині від резонансу) прозорість бар'єра залишається пропорційною добутку $T_1 \cdot T_2$. Максимальний коефіцієнт прозорості дорівнює

$$T_m = \frac{T_1 T_2}{\left(1 - \sqrt{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2}\right)^2} \quad (6.42)$$

і завжди більший за добуток коефіцієнтів прозорості: $T_m > T_1 \cdot T_2$. У звичайних умовах $T_{1,2} \ll 1$, і тоді

$$T_m \cong \frac{4T_1 T_2}{(T_1 + T_2)^2} \quad (6.42)$$

При $T_1 = T_2$ він рівний $T_m = 1$. Поблизу максимуму залежність коефіцієнту прозорості подібна до функції Лоренца. Дійсно, нехай різниця фаз відрізняється від різниці фаз у максимумі на малу величину $\Delta\varphi$, тобто $\varphi = \varphi_n + \Delta\varphi$. Двохбар'єрної

$$T = T_m \left[1 + \left(\frac{4\Delta\varphi}{T_1 + T_2} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (6.43)$$

Малі значення $\Delta\varphi$ означають, що енергія електрона E , що тунелює, досить близька до резонансної енергії E_n . У цьому випадку

$$\Delta\varphi = \frac{a}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{2E_n}} (E - E_n) = \frac{a}{\hbar v_n} (E - E_n) \quad (6.44)^9$$

де $v_n = \sqrt{\frac{2E_n}{m}}$ – швидкість електронів з енергією E_n між бар'єрами. Після підстановки (6.44) у (6.40), отримаємо

$$T(E) = T_m \left[1 + \left(\frac{E - E_n}{\Gamma/2} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (6.45)$$

тобто енергетична залежність прозорості двухбар'єрної системи біля максимуму збігається з контуром Лоренца з напівшириною

$$\Gamma = (T_1 + T_2) \frac{\hbar v_n}{2a} \quad (6.46)$$

У формулі для Γ (6.46) множник $v_n / 2a$ визначає кількість зіткнень електрона з бар'єрами за одиницю часу, а величина $\tau_n = \hbar / \Gamma = 2a / v_n (T_1 + T_2)$ є середнім часом життя між бар'єрами. Таким чином, у випадку когерентного тунелювання в складній багатобар'єрній системі з дискретними енергетичними рівнями з'являються максимуми у залежності коефіцієнту прозорості від енергії електронів, що тунелюють. Це явище, як уже вказувалося, називається **резонансним тунелюванням**. Тому, хоча в реальних системах завжди є фоновий струм унаслідок можливості тунелювання в умовах далеких від резонансних, резонансні максимуми повинні чітко виявлятися і дійсно спостерігаються на цьому фоні на реальних вольт-амперних характеристиках.

Важливою особливістю резонансного тунелювання є наявність спадаючої після проходження максимуму ділянки вольт-амперної характеристики (рис.6.13.6), утворення якої досить просто прослідкувати за допомогою зображеної на рис.6.13 схематичної діаграми. Наявність спадаючої ділянки вольт-амперної характеристики свідчить про появу від'ємного диференціального опору ($R = -(\partial V / \partial I)$), що дозволяє використовувати цю систему для побудови різноманітних електронних приладів. Найбільш часто від'єм

⁹ $\cos \varphi = \cos(\varphi_n + \Delta\varphi) = \cos[\pi(n + 0,5) + \Delta\varphi] = \sin(\Delta\varphi) \approx \Delta\varphi, \quad \Delta\varphi = \Delta(ak) = \Delta\left(a\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\right)$

ний диференціальний опір у радіотехніці використовується для компенсації активних утрат в електричних коливальних контурах.

Резонансне тунелювання використовують при розробці нових різновидів польових транзисторів. Для цього в області каналу провідності локально створюють потенціальні бар'єри малих розмірів. В цих ділянках каналу дуже малих розмірів виникають розмірні підзони. Схема такого транзистора зображена на рис.6.14. Наявність розмірних підзон, положення яких може змінюватись за допомогою напруги на затворі, дозволяє створювати умови для здійснення резонансного тунелювання. Для тунелювання енергії електронів, що йдуть від витоку до тунельного бар'єра, повинні збігатись з дозволеними енергіями всередині потенціальної ями, котра створюється за допомогою потенціалу затвору.

Максимальні частоти високочастотних електронних приладів, в яких використовується резонансне тунелювання, обмежуються скінченим часом акта тунелювання τ

$$f_m < \frac{1}{2\pi\tau} \quad (6.47)$$

Середній час тунелювання можна оцінити за допомогою співвідношення невизначеності

$$\tau < \frac{\hbar}{\Gamma} \quad (6.48)$$

що остаточно дає

$$f_m < \hbar/\Gamma \quad (6.49)$$

Якщо напівширини рівнів за порядком величини знаходяться в межах $1\text{меВ} < \Gamma < 60\text{меВ}$, то *максимальні частоти знаходяться в терагерцовому діапазоні частот*. Наведена оцінка дає завищені результати, тому що потрібно додатково враховувати негативний вплив паразитних ємностей, опорів та індуктивностей еквівалентних схем реальних систем, котрі зменшують робочі частоти. Експериментальні дослідження довели, що у двохбар'єрних системах від'ємний диференціальний опір зникає через вплив ємності, що шунтує, при частотах більших $\sim 300\text{ ГГц}$, тобто реальні системи з резонансним тунелюванням можна використовувати для створення НВЧ електронних приладів навіть без використання диференціального від'ємного опору.

На рис.6.14 схематично зображений один з прикладів будови двохбар'єрного резонансного тунельного діода з квантовою ямою. Він побудований на основі використання гетеропереходів у напівпровідникових сполуках GaAs та AlGaAs. На підкладці із шаром легованого n-GaAs послідовно, наприклад, за допомогою методу молекулярно-променевої епітаксії, наносилися тонкі шари нелегованого широкозонного AlGaAs, власного високоомного вузькозонного GaAs, знову нелегованого широкозонного AlGaAs та легованого n-GaAs. Між шарами нелегованого широкозонного AlGaAs (spacers - прокладками) та високоомного вузькозонного GaAs утворюються потенціальні бар'єри, а у вузькозонному GaAs - потенціальна яма. Вона має нанометрові розміри і в ній через квантовий розмірний ефект виникають дискретні енергетичні рівні, наведені на рис.6.14. Технологія виготовлення таких приладів неперервно вдосконалюється, а набір напівпровідників розширюється. Зокрема, двохбар'єрні системи також виготовляються

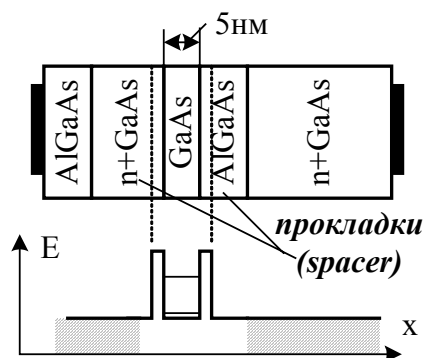


Рис.6.14. Будова та енергетична схема 2-х бар'єрного резонансно тунельного діода.

за допомогою кремнієвої технології з використанням гетеропереходів у напружених *SiGe* сполуках. Вольт-амперні характеристики резонансних тунельних двохбар'єрних діодів мають *N*-подібний вигляд і деякі з них працюють на частотах до 500 ГГц навіть при кімнатних температурах. Вони використовуються для генерації мікрохвиль, множення частоти та в різноманітних схемах, де використовуються їх нелінійні вольт-амперні характеристики.

Резонансне тунелювання і, зокрема, напівпровідникові двохбар'єрні системи застосовуються не тільки для створення НВЧ діодів, але й для створення транзисторів та інших складних мікроелектронних схем. При цьому двохбар'єрні системи використовуються як емітери, бази та колектори. Це дозволяє отримувати їх вольт-амперні характеристики з ділянками (однієї або декількох) із від'ємним диференціальним опором та працювати в області НВЧ. Зокрема, якщо двохбар'єрні системи використовуються як емітери, то вдається в десятки разів зменшити енергетичний розкид електронів, що інжектують у базу. Це покращує властивості транзисторів на гарячих електронах. Тому докладаються значні зусилля для подальшого вдосконалення досить складної нанотехнології виготовлення двохбар'єрних систем.

6.8. ТУНЕЛЮВАННЯ З МЕТАЛУ В ЗОНУ ПРОВІДНОСТІ НАПІВПРОВІДНИКА

Процес тунелювання електронів у зону провідності напівпровідника схожий на тунелювання в МДМ сандвічі, хоча має дві групи характерних рис, зв'язаних з особливостями тунелювання та транспорту носіїв.

По-перше, процес тунелювання залежить від особливостей будови напівпровідників: наявності забороненої зони, малої концентрації носіїв у зоні провідності, яка прямує до нуля при $T = 0$, приповерхневого вигину зон (просторового заряду), що виникає під дією контактних та зовнішніх полів та заряджених домішок, домішкових та поверхневих станів. Вони насамперед впливають на густину дозволених станів, ступінь

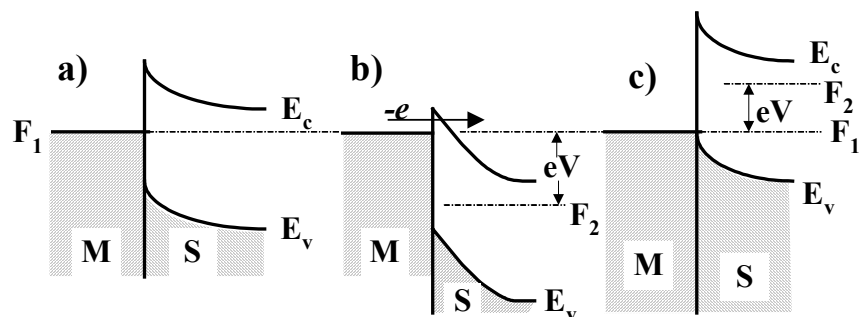


Рис.6.15. Енергетична діаграма системи МДН при різних напругах: а) - $V=0$, тунелювання не відбувається, $j=0$; б) $V>0$, $j\neq 0$; в) $V<0$, $j=0$.

заповнення їх носіями та форму потенціального бар'єра, від яких згідно формул (6.23) та (6.39) суттєво залежить ймовірність тунелювання та тунельний струм. На рис.6.15, як приклад, зображена енергетична діаграма М-НП (MS) система з запірним вигином зон (бар'єр Шотткі). Відсутність дозволених станів у забороненій зоні напівпровідника ($g_s = 0$) призводить до відсутності тунелювання ($I = 0$ за формулою (6.39)) при запірних різних потенціалах на МДНП (MDS) сандвічі. Виникає одностороння електропровідність такої системи, тобто вона замість симетричної вольт-амперної характеристики, притаманної МДМ сандвічу, має не симетричну вольт-амперну характеристику. Проте і при малих прямих напругах зміщення тунелювання у такому сандвічі може бути малоймовірним до тих пір, поки дно зони провідності не стане нижчим за рівень Фермі в металі. Зменшення ймовірності тунелювання в системі метал-напівпровідник (МДНП) при певних напругах стає якісно зрозумілим при розгляді енергетичної схеми сандвіча МДНП, зображеної на рис.6.15. Вигин зон також суттєво впливає на форму потенціального ба

р'єра, від якої залежить його коефіцієнт прозорості. Домішкові та поверхневі рівні можуть змінювати ймовірність тунелювання за рахунок резонансного та не пружного тунелювання. Усі ці особливості відбиваються на вольт-амперних характеристиках тунельного струму в таких сандвічах і використовуються в тунельній спектроскопії енергетичних станів напівпровідників.

По-друге, тунельний струм у МДМ сандвічі залежить від транспорту носіїв, що тунелювали (інжектували) у напівпровідник. При малих полях (E), коли $E < k_B T / e L_d$, де L_d - довжина дифузії, основним механізмом транспорту є дифузія носіїв, а при великих полях, коли $E > k_B T / e L_d$ основним механізмом є дрейф носіїв. Інжектвані в зону провідності напівпровідника електрони мають середню енергію, більшу за $(3/2)k_B T$ та малий початковий енергетичний розкид. Причиною малого початкового енергетичного розкиду електронів є те, що густина зайнятих станів та коефіцієнт прозорості по різному залежать від їх енергії E_x : густина зайнятих електронами станів при енергії E_x , більшій енергії Фермі в металі ($E_x > F$) зменшується, а коефіцієнт прозорості потенціального бар'єра $T(E_x)$ збільшується при збільшенні E_x . Під час свого руху (транспорту) у напівпровіднику електрони розсіюються на фононах, іонізованих домішках, інших дефектах, електронах та на поверхні, що зменшує кількість носіїв заряду здатних до тунелювання. Кількість розсіювань на одиниці довжини характеризується ефективною довжиною вільного пробігу ℓ_{ef}

$$\frac{1}{\ell_{ef}} \approx \frac{1}{\ell_{ph}} + \frac{1}{\ell_i} + \frac{1}{\ell_{def}} + \frac{1}{\ell_e} + \frac{1}{\ell_s} \quad (6.50)$$

де $\ell_{ph,i,def,e,s}$ - довжини вільного пробігу між актами розсіювання на фононах, електронах, іонізованих домішках, інших дефектах ґратки та на поверхні зразків малих розмірів, яка залежить від швидкості поверхневої рекомбінації S . Тунельний струм в МНПМ сандвічі із шаром напівпровідника товщиною d наближено можна знаходити за допомогою такого співвідношення:

$$j = j_0 (1-R) \exp\{-d/\ell_{ef}\} \quad (6.51)$$

де R - коефіцієнт відбиття електронів, що тунелюють. $R = j_{21}/j_{12}$, де $j_{12} = j_0 \exp\{-d/\ell_{ef}\}$ - струм, що йде в напрямку від емітера до колектора, j_{21} - струм, що йде у зворотному напрямку від колектора до емітера. З формули (6.51) видно, що розсіювання в напівпровіднику зменшує тунельний струм у сандвічі.

Крім зменшення струму через розсіювання, відбувається також розширення енергетичного розкиду електронів при їх розповсюдженні в напівпровіднику. На рис.6.15 схематично зображено початковий енергетичний розкид електронів, що тунелюють у точці $x=x_1$ і подальше його розширення в точці $x_2 > x_1$. Видно, що енергетичний розкид у точці x_2 більший, ніж у точці x_1 . Розсіювання електронів під час їх руху в напівпровіднику не тільки збільшує їх енергетичний розкид, але й зменшує їх середню енергію, і вона наближається до середньої енергії рівноважних носіїв заряду.

У напівпровідниках із малою концентрацією домішок основним процесом розсіювання "розігрітих" електронів з енергією E_e є розсіювання на оптичних фононах ($E_e > \hbar\omega_0$, ω_0 - частота оптичного фонону). У цьому разі ефективна довжина вільного

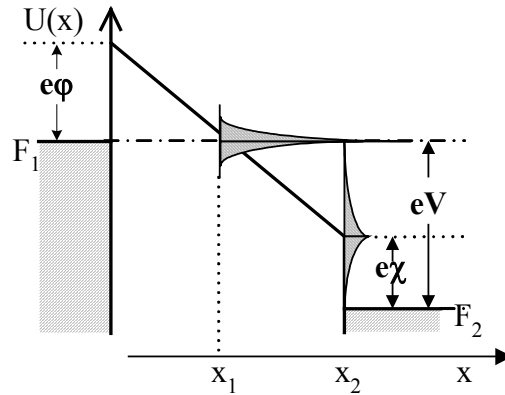


Рис.6.16. Енергетична діаграма МНМ сандвіча при $V \neq 0$.

пробігу електронів ℓ_{ef} зменшується при збільшенні температури, оскільки при зростанні температури кількість фононів збільшується: $N_f = \left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_0}{k_B T}\right) - 1 \right)^{-1}$. Позначимо через

ℓ_{e0} асимптотичне значення довжини вільного пробігу електрона при нульовій температурі. Тоді процесові поглинання фононів при температурі T відповідає довжина вільного пробігу електронів $\ell_+ = \ell_{e0} / N_f$, а процесові випромінювання – довжина $\ell_- = \ell_{e0} / (N_f + 1)$. На підставі формули (2.16) звідси отримуємо

$$\ell_{ef} = (1/\ell_+ + 1/\ell_-)^{-1} = \ell_{e0} \tanh(\hbar\omega_0 / 2k_B T) \quad (6.52)$$

Ця залежність зображена на рис.6.17. Зменшення ефективної довжини вільного пробігу ℓ_{ef} при збільшенні температури зменшує тунельний струм та коефіцієнт передачі α у МНПМ сандвічі

$$\alpha = j / j_0 = (1-R) \exp \{-d/\ell_{ef}(T)\} \quad (6.53)$$

Звернемо також увагу на те, що електрони, що тунелюють і відбиваються, при подальшому русі в напівпровіднику, зберігають когерентність й можуть *інтерферувати* із

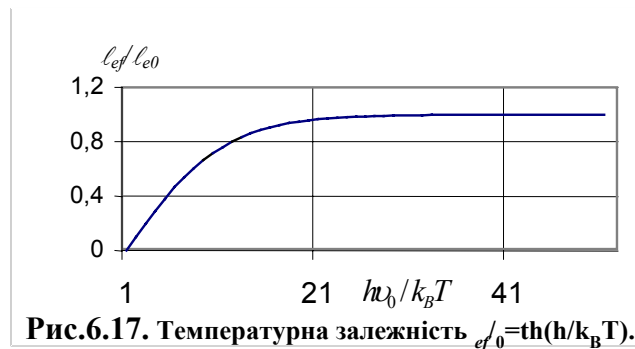


Рис.6.17. Температурна залежність $\ell_{ef}/\ell_{e0} = \tanh(\hbar\omega_0 / 2k_B T)$.

прямим потоком інжектованих електронів. Унаслідок інтерференції електронів відбувається модуляція множника $(1-R)$ у формулі (6.53), тобто модуляція коефіцієнта передачі α транзистора з такою базою. Така модуляція дійсно спостерігалась у сандвічів Cr-SiO₂-Si і Pb-PbO-Pb.

Здебільшого в тунельних сандвічах МНПМ використовують тонкі шари напівпровідників ($d < 1\text{мкм}$), тому в них навіть при малих різницях потенціалів виникають електричні поля, при яких основним механізмом транспорту стає дрейф носіїв із дрейфовою швидкістю, яка залежить від напруженості електричного поля (§3.8.,а). При малих полях вона пропорційна напруженості електричного поля. При більших полях, коли електрон набуває за одиницю часу енергію сумірну з енергією, що він витрачає за одиницю часу на збудження оптичних фононів, настає насичення дрейфової швидкості (на рівні $\sim 10^7 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$). Електрони в одній з долин багатодолинних напівпровідників можуть збуджуватися в електричних полях й переходити в іншу долину, що впливатиме на їх, дрейфову швидкість. В дуже тонких шарах напівпровідника намагаються використовувати балістичне прискорення електронів на відстанях їх вільного пробігу.

6.9. ТРІОДНІ СТРУКТУРИ

Об'єднавши два сандвічі МДМ в одну структуру МДММДМ, можна отримати тунельний транзистор. Уперше цю ідею реалізував в 1960 році К.А. Мід. Енергетична діаграма такого транзистора зображена на рис.6.18. При відповідних напругах між емітером і базою V_{eb} із металевого емітера M_1 відбувається тунельна інжекція електронів у металевий електрод M_2 - базу. Її товщина d_b повинна бути такою малою, щоб інжекто

вані електрони без великих утрат могли дійти крізь неї до колектора. Важливою особливістю інжекції у такий системі є те, що в металеву базу інжектують *гарячі електрони*. Їх енергія (E), як це видно з рис.6.18, більша за енергію Фермі в металевій базі (F_2). Гарячі електрони розсіюються при кулонівській взаємодії з численними електронами металевої бази. Унаслідок кулонівського розсіяння збільшується їх енергетичний розкид та зменшується середня енергія і наближається до енергії Фермі в базі. Довжина вільного пробігу гарячих електронів (ℓ_e) залежить від їх енергії. При зменшенні енергії (E) вона зростає

$$\ell_e \propto E^{-\xi} \quad (6.54)$$

де $1 < \xi < 2$. При наближенні E до енергії Фермі F_2 ефективна довжина вільного пробігу гарячих електронів прямує до довжини вільного пробігу рівноважних електронів, яка

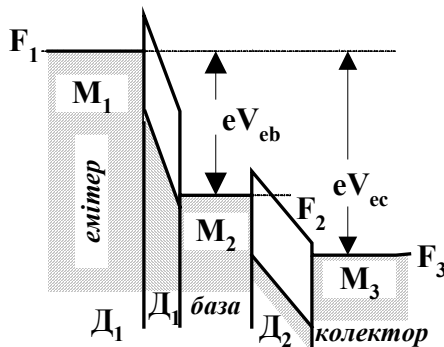


Рис.6.18. Енергетична діаграма МДМДМ структури.

при кімнатних температурах, наприклад, для міді складає ~ 30 нм, а при $T = 4,2$ К збільшується до $\sim 0,3$ мкм. Ця обставина полегшує виготовлення МДМДМ транзисторів, бо зменшує вимоги до вибору товщини бази d_b . Після проходження крізь базу електрони надходять до діелектрика D_2 . В його електричному полі вони прискорюються в напрямку до колектора. В залежності від товщини діелектрика відбувається або їх безпосереднє тунелювання крізь дуже тонкий діелектрик D_2 або їх транспорт у більш товстому шарі діелектрика D_2 до колектора M_3 . Таким чином, у тріодній системі між емітером та колектором може протікати струм. Його величина залежить від потенціалу бази, тому що він керує інтенсивністю тунельної інжекції електронів з емітера в базу. МДМДМ тріодна система малоефективна, тому що внаслідок значних утрат електронів при їх розсіянні в базі зменшується здатність бази передавати на колектор електрони, тобто зменшується її коефіцієнт переносу β , що зменшує коефіцієнт підсилення струму такого транзистора α ¹⁰. Але при дуже малих товщинах бази виникають труднощі, зв'язані із забезпеченням надійних підводів до бази, подоланням малої провідності бази та збільшенням її ємності.

Більший коефіцієнт переносу бази β та коефіцієнт підсилення струму α удається отримувати в транзисторах МДМН типу (метал-діелектрик-метал-напівпровідник), енергетична діаграма якого зображена на рис.6.19. Від попереднього транзистора він відрі

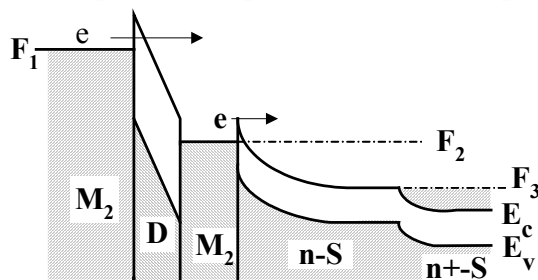


Рис.6.19. Енергетична діаграма МДН транзистора.

зняється тим, що металевий колектор (M_3) замінюється напівпровідником n -типу. На границі з металевою базою M_2 він утворює бар'єр Шотткі, який допомагає збирати електрони, що інжектують у базу. Проте такий транзистор, також як і попередній, ще не може конкурувати зі звичайними біполярними транзисторами на n - p переходах, тому що значне кулонівське розсіювання електронів, що інжектують з емітера в базу, на електронах у базі зменшує коефіцієнт передачі β бази та коефіцієнт підсилення струму транзистора α . Крім того, такий транзистор, внаслідок великої ємності бази, має менші робочі частоти.

Ми розглянули два приклади уніполярних транзисторів на гарячих електронах.

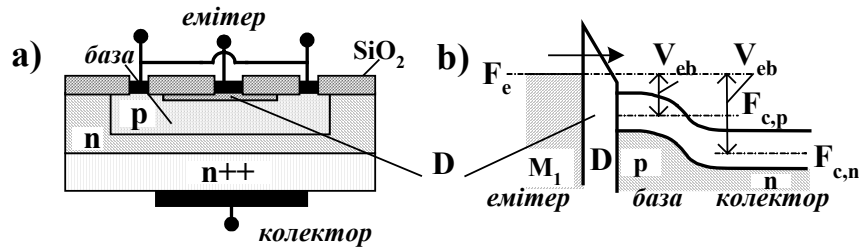


Рис.6.20. Поперечний переріз а) і енергетична діаграма б) МД - р-п транзистора, D - діелектрик.

Тепер наведемо приклад планарного біполярного транзистора на гарячих електронах. На відміну від попередніх транзисторів у ньому базою служить тонкий шар напівпровідника p -типу товщиною ~ 150 нм із великою концентрацією акцепторів $N_a \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Емітером служить метал, ізолюваний від бази дуже тонким шаром оксиду. На границі між емітером та базою утворюється тонкий потенціальний бар'єр, крізь який при певних напругах стає можлива тунельна інжекція електронів у базу. Поперечний переріз МД- p - n транзистора та його енергетична діаграма наведені на рис.6.20. Електрони тунельно інжектують у тонку базу з напівпровідника p -типу, проходять крізь неї та надходять до колектора. Колектором служить епітаксіальний шар напівпровідника n -типу з концентрацією донорів $N_d \sim 10^{16} \text{ см}^{-3}$. В його тонкій базі з напівпровідника p -типу зменшується концентрація електронів, які можуть брати участь у кулонівському розсіянні надлишкових електронів, що інжектують з емітера в базу. Унаслідок цього зменшуються втрати електронів у базі й тому він має значний коефіцієнт передачі струму $\alpha \sim 1$ та значний коефіцієнт підсилення струму в схемі із загальним емітером $\beta = \alpha/(1-\alpha) \sim 100$ (§12.4). Такий транзистор виявився не лише кращим за своїми параметрами, але технологічно більш простим по зрівнянню із двома попередніми.

Успіхи в розвитку сучасної технології виготовлення тонких пошарових гетеропереходів на основі напівпровідникових сполук дозволили замість МДМ, М-Д-НП та М-

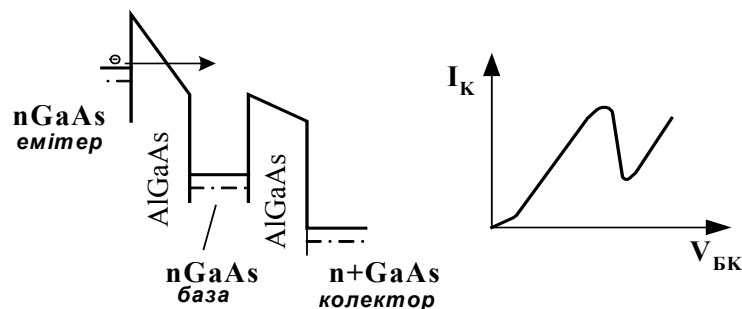


Рис.6.21. Енергетична діаграма та $I(V_G)$ характеристика балістичного транзистора з емітерним тунельним бар'єром на гетеропереході.

НП бар'єрів створювати бар'єри на гетеропереходах. Прикладом є *балістичний уніполярний транзистор з емітерним тунельним бар'єром на гетеропереході*, енергетична діаграма якого та вольт-амперна характеристика наведені на схематичному рис.6.21. В такому транзисторі можна зробити товщину базового шару ~ 5 нм. База має вигляд потенціальної ями, яка з обох боків обмежена потенціальними бар'єрами. При малій товщині бази в ній виникають розмірні

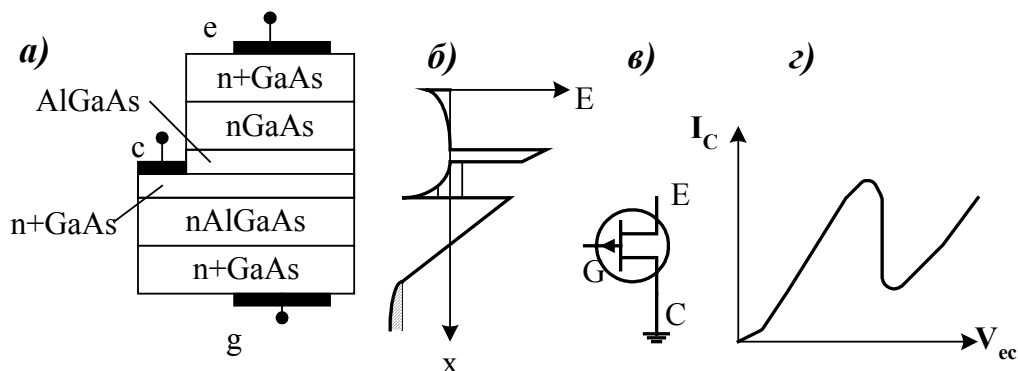


Рис.6.22. Поперечний переріз, енергетична діаграма, схема включення та вольт-амперна характеристика уніполярного транзистора із квантовою ямою.

дискретні енергетичні рівні, які дозволяють здійснювати інжекцію з емітера за допомогою резонансного тунелювання. В такому транзисторі на вольт-амперних характеристиках з'являються спадаючі області, характерні для резонансного тунелювання. Вигляд такої характеристики схематично зображений на цьому ж рис.6.22.

Існує значна кількість розробок таких транзисторних структур, деталі яких висвітлюються в спеціальній літературі і виходять за межі загального курсу. В цих розробках усе частіше використовують низькорозмірні структури, в яких використовується дискретний енергетичний спектр квантових ям та резонансне тунелювання, як це мало місце в попередньому прикладі транзистора. На рис.6.22 схематично зображена структура та енергетична діаграма ще одного транзистора - уніполярного з квантовою ямою. В цьому варіанті затвор транзистора розташовується позаду від колектора, який заземлюється. На границі між емітером та колектором утворюється потенціальний бар'єр, а в колекторній частині потенціальна яма. Її ширина така (~ 12 нм), що в ній відбувається розмірне квантування. З боку затвора колекторна частина також обмежується шаром n-AlGaAs, за допомогою якого створювався ще один потенціальний бар'єр. На рис.6.22. позначено два дозволених енергетичних рівні. Таким чином, створена структура, в якій може відбуватися резонансне тунелювання з емітера на дискретні квантові рівні в колекторі. Потенціал на затворі змінює їх положення відносно рівня Фермі емітера і тим самим керує величиною колекторного струму. Наявність бар'єра між колектором та затвором сприяє тому, що базовий струм значно менший струму емітера. Це дозволяє збільшити коефіцієнт передачі струму і відповідно коефіцієнт підсилення транзистора. Резонансне тунелювання призводить до того, що на вольт-амперних характеристиках $I_D(V_{SD})$ при певних потенціалах на затворі утворюється спадаюча ділянка, тобто область від'ємного диференціального опору.

Система подвійних потенціальних бар'єрів використовується як в уніполярних, так і в біполярних транзисторах із резонансним тунелюванням в усіх областях транзистора - емітерній, базовій та колекторній. Такі конструкції транзисторів були створені і продовжують активно розроблятися та вдосконалюватися. Усі вони мають свої характерні особливості, викладення яких виходить за межі загального курсу. Тому наведемо лише два приклади енергетичних діаграм *транзисторів із квантовою ямою та використанням резонансного тунелювання*. Одна із систем, зображена на рис.6.23а, має дві потен

ціальні квантові ями у емітерній частині транзистора, а друга система, зображена на рис.6.23b, має дві потенціальні квантові ями у базовій частині транзистора. Зображення на рис.6.23 не потребують додаткових пояснень, тому що наведені системи подібні до викладених вище двохбар'єрних систем. Крім того, подібні системи будуть також

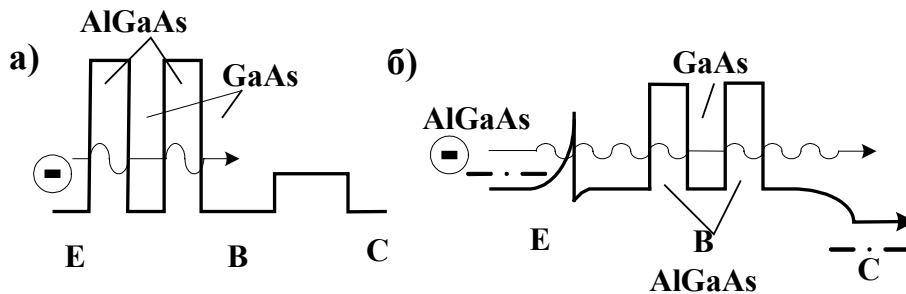


Рис.6.23. Енергетична діаграма транзисторів із квантовою ямою: а) в емітерній та б) базовій частинах.

розглядатися в 7 главі, присвяченій одноелектронним явищам.

6.10. СКАНУЮЧИЙ ТУНЕЛЬНИЙ МІКРОСКОП

В 1981 році швейцарські вчені Герд Бінінг та Генріх Роєр використали тунельну емісію для створення унікального фізичного приладу – скануючого тунельного мікроскопа (СТМ). СТМ виявився зручним приладом для дослідження атомної будови поверхні твердих тіл. Він знайшов широке застосування, а його автори в 1986 році були відзначені Нобелівською премією. В цьому приладі загострений металевий електрод із малим радіусом кривизни підводився за допомогою спеціального пристрою - позиціонера до зразка на відстань $d \leq 1$ нм (у сучасних скануючих тунельних мікроскопах використовують не лише металеві, але й напівпровідникові вістря). На відстанях сумірних із довжиною хвилі де Бройля хвильові функції електронів в атомах вістря й зразка перекриваються. При появі в системі напруги V від зовнішнього джерела в системі йде тунельний струм I . При малих напругах V та малих температурах ($T \rightarrow 0$) його можна оцінити за формулами (6.28) або (6.29), із яких видно, що тунельний струм, головним чином, залежить від прозорості потенціального бар'єра $T(\bar{\phi})$

$$I \propto V \cdot T(\bar{\phi}) \approx V \exp\{-2k_0 d\} \quad (6.55)$$

де $k_0 = (2m\bar{\phi}/\hbar^2)^{1/2}$ - стала затухання густини хвильових функцій електронів у тунель

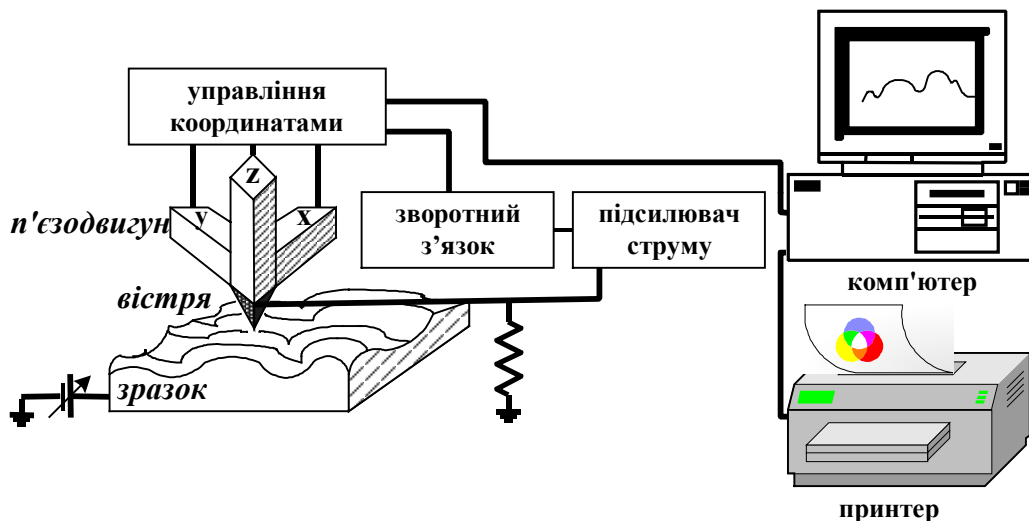


Рис.6.24. Схема скануючого тунельного мікроскопа (СТМ).

ному зазорі, $\bar{\phi}$ - висота ефективного потенціального бар'єра. Її наближено можна, наприклад, визначити як усереднену величину потенціального бар'єра $\bar{\phi} = (1/d) \int_0^d [(e\phi_1 + e\phi_2/2) - eEx] dx = (e\phi_1 + e\phi_2/2) - eV/2$, де ϕ_1 та ϕ_2 роботи виходу вістря та локальної ділянки зразка біля вістря відповідно, d – середня відстань між вістрями і зразком. Для типових значень $\bar{\phi} \sim 4 \text{ eV}$, $k_0 \sim 0,9 \text{ нм}^{-1}$. Тунельний струм згідно (6.28) або (6.29) становить $I \sim 10^{-7} \text{ А}$, який досить просто вимірювати сучасними приладами.

За допомогою тривимірного п'єзодвигуна, який складається із 3-х взаємно перпендикулярних п'єзокристалів і керуючих напруг на них V_x , V_y , V_z здійснюється просторовий рух вістря по трьом координатам (x, y, z) . Напруга V_z керує рухом вістря вздовж осі z , перпендикулярній поверхні зразка, що досліджується.

Розрізняють два режими роботи СТМ: по-перше, режим сталого струму, коли утримується $I = \text{const}$ та $V = \text{const}$, по-друге, режим сталої відстані вістря – зразок, коли $d = \text{const}$. У першому випадку сталий струм при скануванні зразка утримується за допомогою системи зворотного зв'язку. Вона при зміні відстані d вздовж осі z на Δd створює керуючу напругу V_z на z -п'єзодвигуні, яка змінює відстань d так, щоб тунельний струм залишався незмінним. Таким чином, варіації напруги V_z при скануванні негладкої поверхні вздовж осей x та y відображає топографію її рельєфу $\Delta z(x, y) \approx AV_z(x, y)$, де A – коефіцієнт пропорційності, що залежить від параметрів

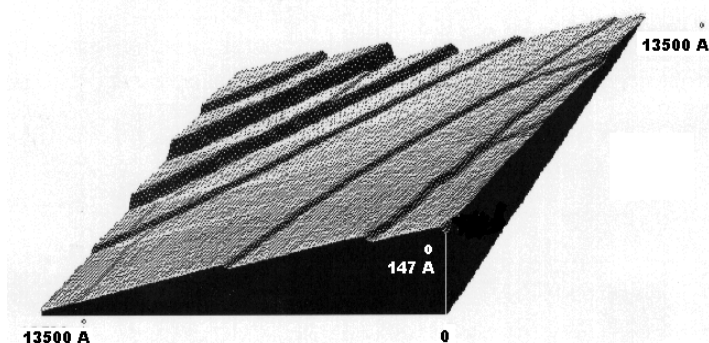


Рис.6.25. СТМ зображення ділянки $1350 \times 1350 \text{ нм}$ поверхні Si(111). Видно атомно-гладкі тераси, обмежені сходишками висотою 1-4 нм. (Висота шару Si(111) становить 0,3 нм.

п'єзодвигуна. У другому режимі, коли при скануванні поверхні утримується $d = \text{const}$, зміна напруги $V_z(x, y)$ відображає зміни сталої затухання хвильової функції $k_0(x, y)$.

СТМ зображений на рис.6.24. Його роздільна здатність вздовж осі z визначається згідно (6.55) експоненціальною залежністю тунельного струму від d і досягає значень $\Delta z \geq 0,01 \text{ нм}$. Латеральна роздільна здатність у площині (x, y) визначається, здебільшого, якістю вістря. Для вольфрамового вістря, на кінці якого знаходиться один атом, вона може бути меншою за 0,3 нм ($\Delta x, \Delta y < 0,3 \text{ нм}$). Таким чином, СТМ дозволяє досліджувати поверхню твердого тіла з атомною роздільною здатністю. При цьому необхідно зменшувати вплив вібрацій, котрі є джерелом шумів.

Малі відстані від вістря до об'єкта дослідження, менші за довжину вільного пробігу електронів в атмосфері ($d < \lambda$), дозволяють вважати цей проміжок “ефективним” вакуумним проміжком і проводити дослідження в атмосфері або в рідкому гелії. Проте фізичні дослідження поверхні твердих тіл необхідно проводити в надвисокому вакуумі для того, щоб запобігти неконтрольованому впливові адсорбції атомів і молекул.

На рис.6.25 для прикладу наведено зображення поверхні Si(111) в режимі сталого струму. На ньому чітко видно сходинки висотою 1-4 нм, які обмежують атомно-гладкі тераси. Такі зображення багаторазово висвітлювались у літературі для різних

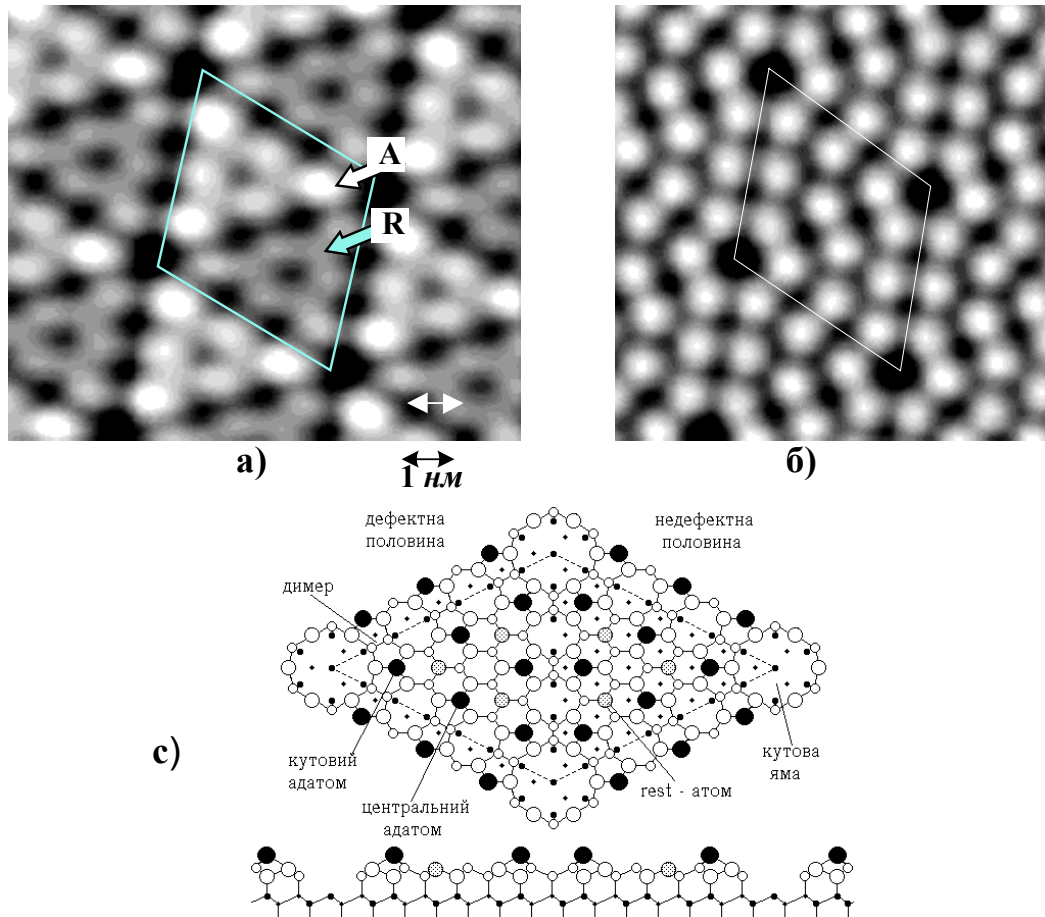


Рис.6.26. СТМ зображення поверхні Si(111) 7x7 із великою роздільною здатністю: а) - $V < 0$, коли електрони тунелюють із зайнятих станів зразка, б) - $V > 0$, коли електрони тунелюють із зайнятих станів вістря на вільні стани зразка. Стрілкою \leftrightarrow зображений масштаб. Показані межі елементарної комірки (пунктир), адатоми Si (A) та остовні атоми Si (R).

матеріалів, бо вони дають корисні відомості про структуру поверхні реальних зразків. На рис.6.26 наведені СТМ зображення тієї ж поверхні Si(111)-7x7 з більшою роздільною здатністю. Поверхня має елементарну комірку з довжиною 2,7 нм (пунктир на рис.6.26а), у якій чітко розрізняються 12 адатомів Si (A) та менш чітко 12 остовних атомів Si (R). Ці відомості збігаються з результатами дослідження цієї поверхні Si, що були виконані іншими методами. Широке використання СТМ для досліджень виявило і продовжує виявляти нові цікаві дані про перебудову поверхонь різних речовин, появу нових поверхневих фаз текстур при адсорбції чужорідних атомів та молекул. Проте інтерпретація СТМ зображень є складним процесом. Це можна, зокрема, бачити навіть на рис.6.26, де приведені зображення поверхні Si(111)-7x7 при позитивних та негативних її зміщеннях відносно вістря. На рис.6.26а позитивному зміщенні має місце асиметрія зображення елементарної ґратки, тоді як при негативному зміщенні на рис.6.26б вона відсутня. Це свідчить про те, що на СТМ зображення у режимі сталого струму силь

но впливає електронна структура поверхні. Дійсно, згідно (6.39) тунельний струм залежить від квадрату матричного елемента переходу із початкового в кінцевий стан $|M_{ef}|^2$ та густин початкових (g_i) та кінцевих (g_f) станів системи. Якщо допустити, що електронні властивості вістря при скануванні зразка залишаються незмінними, то тунельний струм визначатиметься прозорістю бар'єра (квадратом матричного елемента переходу із початкового в кінцевий стан $|M_{ef}|^2$) для електронів у енергетичному вікні $E_F + eV \leq E \leq E_F$

$$I \propto \int_{E_F}^{E_F + eV} \rho_s(\varepsilon, x, y) T(\varepsilon, x, y) d\varepsilon$$

де V – мала різниця потенціалів на тунельному переході, $T(\varepsilon, x, y)$ – прозорість бар'єра, $\rho_s(\varepsilon, x, y)$ – локальна густина станів на поверхні, що досліджується. Струм у СТМ суттєво залежить від просторового розподілу електронної густини біля поверхні зразка. На рис.6.26 при зміні знаку напруги змінюється локальна густина станів зразка, що бере участь у формуванні СТМ зображення.

СТМ знайшов широке застосування для дослідження поверхні твердого тіла. Він також може бути використаний для аналізу просторового розподілу ефективної роботи виходу. Для цього z координату вістря додатково модулюють ($z = z_0 + z_1 \sin \omega t$), що змінює ємність системи вістря зразок й викликає появу струму зміщення. Вимірюючи дійсну складову тунельного струму, вдається визначити просторовий розподіл ефективної роботи виходу, тому що $\text{Re}(I) \propto \sqrt{\phi}$. Цей метод принципово схожий на класичний метод вимірювання контактної різниці потенціалів Кельвіна.

Крім рельєфу поверхні та густини електронних станів на зразках, що мають електропровідність, СТМ дозволяє отримувати й іншу інформацію, якщо замінити металеве вістря на силовий зонд. Схема силового зонда наведена на рис.6.27. Відхилення пружної консолі під дією сил Ван-дер-Ваальса між зондом і локальною точкою зразка вимірюється за допомогою СТМ при $j = \text{const}$. Це дає змогу досліджувати рельєф поверхні діелектриків.

На базі СТМ зараз створено сімейство растрових мікроскопів: атомно-силових,

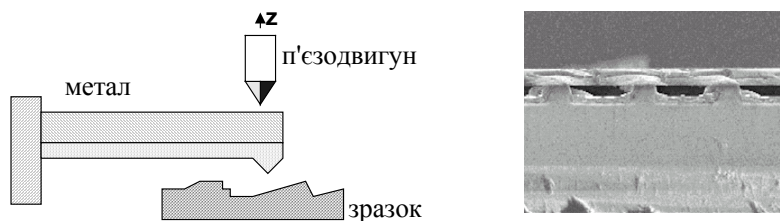


Рис.6.27. Схема силового скануючого зонда силового мікроскопу та приклад зображення.

магніто-силових, лазерно-силових тощо, котрі знаходять широке застосування для лабораторних досліджень поверхні твердих тіл. Крім того, СТМ використовується для направлених змін на поверхні зразка для створення певних поверхневих структур.

6.11. ЗАПИС ІНФОРМАЦІЇ

Одним із можливих застосувань СТМ є запис інформації з великою роздільною здатністю. При цьому було випробувано декілька способів :

- безпосередня модифікація рельєфу поверхні за допомогою механічної дії зонда на поверхню;

- електронно-стимульована зміна рельєфу поверхні при локальному підвищенні тунельного струму через вістря за допомогою імпульсу напруги;
- електронно-стимульоване осадження або травлення поверхні зразка в атмосфері активних газів;
- перенесення атомів за допомогою електричного поля вістря тощо.

В першому випадку вістря втикається в поверхню підкладинки і створює слід глибиною до 1...10 нм і діаметром до 2 нм. Час створення одного біта інформації ~ 300...500 мкс. Дослідним шляхом цей різновид запису інформації здійснювався на плівках золота або гранях (100) Si у надвисокому вакуумі.

Електронно-стимульовані зміни другого випадку запису спостерігаються досить добре на графіті. Імпульс струму локально розігрівав графіт і стимулює його локальне перетворення. Удається утворювати ямки діаметром 4 нм і глибиною 0,7 нм на відстані 6 нм між ними.

У третьому випадку запису електронно-стимульоване осадження речовини з металоорганічних сполук утворює горбочки діаметром до 10 нм. За допомогою травників типу WF_6 на поверхнях утворюються ямки діаметром до 20 нм та глибиною до 10 нм. Цей процес довготривалий. Він іде на протязі ~1 с, хоча здійснюється простіше й легше, ніж інші процеси.

В четвертому випадку запису використовується мас-перенесення за допомогою іонів. Джерелом іонів служить вістря, на якому знаходиться речовина, котру необхідно переносити. В сильних електричних полях $\sim 10...30 V \cdot nm^{-1}$ відбувається десорбція іонів з вістря і їх переніс в певну точку на підкладинці. Цей процес удається здійснювати лише в умовах надвисокого вакууму. Розміри областей плям локально сконденсованих атомів за допомогою іонів на поверхні підкладинки мають розміри сумірні з радіусом вістря. Цим способом удавалось отримувати плями діаметром $\sim 10...20$ нм. Найбільш довговічним та зручним джерелом іонів речовини, що осаджується, є рідко-металеві катоди. Вістря в сильному електричному полі сприяє поверхневій дифузії адсорбованого на поверхні вістря атомів металу. На поверхні вістря утворюється конус Тейлора, із кінця якого йде іонна емісія. Недоліком цього виду запису є мала швидкість запису, тому що тривалість імпульсів запису перевищує 100 нс. Так, наприклад, фірма IBM використала для запису золоте вістря. Вона отримала велику щільність запису до $10^{11} \text{ біт} \cdot \text{см}^{-2}$ при досить малій швидкості запису $\sim 1 \text{ М байт} \cdot \text{с}^{-1}$, що поки що гальмує практичне застосування цього різновиду запису інформації. Зчитування інформації здійснюється за допомогою зображень, що отримуються за допомогою скануючих тунельного силового та електронного мікроскопів.

6.12. ПІДСУМКИ

Інжекція електронів у напівпровідникових приладах знайшла широке застосування і ця обставина стимулює подальше дослідження цього явища. Найбільш повне розуміння досягнуто при вивченні надбар'єрної емісії, тому що це явище є аналогічним термоелектронній емісії, котра досить інтенсивно вивчалась як фізичне фундаментальне явище та як явище, котре знайшло широке застосування для одержання потоків вільних електронів у різноманітних електровакуумних приладах.

Тунельна електронна емісія почала вивчатись пізніше і при її експериментальних дослідженнях виникали труднощі, пов'язані з недостатнім знанням локальних електричних полів. Ця обставина викликає додаткові труднощі при порівнянні результатів модельних розрахунків емісії з експериментальними даними. Проте саме явище тунелювання знайшло вірогідне пояснення тільки за допомогою квантової механіки й лише квантомеханічна теорія виявилась спроможною описувати основні властивості цього явища. В останні роки явище автоелектронної емісії стало все більше й більше цікавити дослідників. Це викликано такими обставинами:

- *по-перше*, його значенням для формування світогляду;
- *по-друге*, його використанням для інжекції носіїв струму в напівпровідникових приладах;
- *по-третє*, його використанням для створення нових методів досліджень поверхні твердого тіла – скануючих тунельних мікроскопів та скануючих тунельних спектроскопів;
- *по-четверте*, в явищі тунелювання час прольоту носіїв заряду крізь потенціальний бар'єр обернено пропорційний імовірності квантомеханічного переходу за одиницю часу $\tau \sim T^{-1}$. Цей час дуже малий, і тому тунелювання можна застосовувати при конструюванні надвисокочастотних електронних приладів навіть у діапазоні міліметрових хвиль;
- *по-п'яте*, методи тунельної мікроскопії й спектроскопії, в яких використовується тунельна емісія, широко застосовуються для дослідження структури й електронних станів з атомною роздільною здатністю;
- *по-шосте*, тунельна емісія дає можливість вивчати та розробляти нові електронні прилади нанометрових розмірів, зокрема, тунельно-резонансні, та використовувати для цього нові одноелектронні явища, вивчення яких розширює наші фундаментальні знання про явища корелятивного переносу електронів на тунельних переходах та в системах зниженої розмірності, а також дозволяє створювати нові електронні інтегральні системи наноелектроніки.

6.13. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

6.1. Показати, що вольт-амперна характеристика тунельного струму в МДМ сандвічі дозволяє визначити густину станів у тонкому металевому електроді товщиною $d < \lambda_D$.

Задача 6.1. Розглянемо сандвіч, в якому один з електродів має товщину d меншу довжини хвилі, де Бройля λ_D . Густина тунельного струму має вигляд

$$J = \frac{2e}{h^3} \int T(E_x) \frac{p_x}{m} dp_x \iint [f(E) - f(E + eV)] dp_y dp_z = \frac{e}{h} \int T(E_x) dE_x \int [f(E) - f(E + eV)] g_{2D}(E) dE,$$

де $g_{2D}(E) = 4\pi m / h^2$ - густина станів, та використаний квадратичний закон дисперсії $E = E_t + E_x = (\hbar^2 / 2m)(k_t^2 + k_x^2)$, $k_t^2 = k_y^2 + k_z^2$ та $dk_y dk_z = 2\pi k_t dk_t = 2\pi dE_t / m$. Інтеграл із функцією розподілу Фермі обчислюється як

$$\int_0^\infty \frac{dE_t}{1 + \exp((E_t + E_x) / k_B T)} = k_B T \ln \left(1 + \exp \left\{ - \frac{E_x}{k_B T} \right\} \right)$$

Звідси отримуємо $J = \frac{ek_B T}{2\pi\hbar} \int_0^{eV} T(E_x) g_{2D} \ln \left(1 + \exp \left\{ - \frac{E_x}{k_B T} \right\} \right) dE_x$

$$\text{та } \frac{dJ}{dV} = \frac{e^2 k_B T}{2\pi\hbar} T(eV) \ln \left(1 + \exp \left\{ - \frac{eV}{k_B T} \right\} \right) \cdot g_{2D}$$

Для тонкого електрода з товщиною d енергія E_x квантується ($E_x = \hbar^2 \pi^2 n^2 / 2md^2$, де $n=1,2,\dots$ -квантове число). Тому на вольт-амперній кривій з'являються особливості (сплески) dJ/dV на краях розмірних підзон.

6.2. Чи можливе тунелювання дірок? Якщо можливе, то наведіть приклад енергетичної діаграми системи, в якій може бути здійснений цей процес.

6.3. В сандвічі $Al-Al_2O_3-Pb$ із тонким шаром свинцю ($d_{Pb}=100$ нм), при низьких температурах ($4,2 \div 77$ К) і напругах $\sim 0,8$ В на $I-V$ характеристиці спостерігаються осциляції. Указати вірогідну причину цих осциляцій.

Задача 6.3. Вірогідною причиною осциляцій є стоячі хвилі де Бройля в тонких плівках через їх інтерференцію. Дійсно, положення розмірних підзон визначається товщиною зразка. В моделі прямокутної ями з високими стінками енергія дозволених рівнів визначається за формулою $E_n = \pi^2 \hbar^2 n^2 / 2md^2$, де

n - квантове число. Тоді $\Delta E/E = -2\Delta d/d$. Виявилось, що ΔE змінювалося прямо пропорційно d^{-1} . Це дає підстави стверджувати, що осциляції є наслідком інтерференції електронних хвиль, котрі відбиваються від бар'єрів потенціальної квантової ями на окремих кристалих із розмірами кратними елементарній комірці кристала Pb [5].

6.4. Поблизу країв зон у вузькозонних напівпровідниках (типу *InSb*, *GaAs*) закон дисперсії наближено задається

$$E(E + E_g) = \kappa^2 P^2 \quad (63.1)$$

де E_g - ширина забороненої зони, а P параметр, котрий визначається через m - ефективну масу носіїв заряду $P = \sqrt{\hbar^2 E_g / 2m}$. Область $E > 0$ відповідає забороненій зоні, а $E < -E_g$ валентній зоні. В однорідному зовнішньому електричному полі з напруженістю $\vec{E} \parallel x$, коли повна енергія електрона рівна $E - eEx$, стає можливим міжзонний перехід. Визначити коефіцієнт прозорості такого тунельного переходу електрона крізь заборонену зону у квазікласичному наближенні.

Задача 6.4. У квазікласичному наближенні, коли можна застосовувати метод ВКБ, прозорість потенціального бар'єра визначається за формулою (6.30)

$$T_0 \cong \exp \left\{ -2 \int_{x_1}^{x_2} k(E, x) dx \right\} \quad (63.2)$$

де на підставі (63.1) $k = P^{-1} \sqrt{-(E - eEx)(E + E_g - eEx)}$, а точки повороту $x_1 = E/eE$; $x_2 = (E + E_g)/eE$. За допомогою підстановки $E - eEx = (E_g/2)(t - 1)$ інтеграл у виразі (63.2) легко обчислюється

$$\int_{x_1}^{x_2} k(E, x) dx = \frac{E_g^2}{4PeE} \int_{-1}^1 \sqrt{1 - t^2} dt = \frac{\pi E_g^2}{8PeE}. \quad \text{Тому} \quad T \cong \exp \left\{ -\frac{\pi \sqrt{m^*} E_g^{3/2}}{2\sqrt{2}e\hbar E} \right\}.$$

6.5. Визначити вплив поперечної складової імпульсу на коефіцієнт прозорості при міжзонних переходах.

Задача 6.5. При урахуванні k_{\perp} - поперечної складової імпульсу $k^2 = k_x^2 + k_{\perp}^2$ формула (63.2) Задачі 6.4 набуває такого вигляду

$$T \cong \exp \left\{ -2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{P} \sqrt{k_{\perp}^2 P^2 - (E - eEx)(E + E_g - eEx)} dx \right\} \quad \text{За допомогою підстановки}$$

$$E - eEx = (E_g/2) [t\sqrt{1 + a^2} - 1], \quad \text{де } a = 2k_{\perp} P / E_g, \quad \text{отримаємо}$$

$$T = \exp \left[-\frac{\pi E_g^2}{4PeE} (1 + a^2) \right] = T_0 \exp \left(-\frac{\pi P}{eE} k_{\perp}^2 \right) \quad \text{у де множник } T_0 \text{ визначений в попередній задачі. Для } E_x <$$

$$E_t \ll E_g, \text{ використовуючи } k_{\perp}^2 \approx E_t E_g / P^2, \text{ знайдемо } T \cong T_0 \exp \left\{ -\frac{2E_t}{E_{ef}} \right\}, \text{ де } E_{ef} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{eE\hbar}{\sqrt{mE_g}}. \text{ Для } E =$$

$$10^6 \text{ В}\cdot\text{см}^{-1}, m = m_0 \text{ та } E_g = 1 \text{ eV } E_{ef} \cong 2 \cdot 10^{-15} \text{ ерг} = 1.25 \cdot 10^{-3} \text{ eV [4].}$$

6.6. Що дає більший внесок зміна відстані між вістрям і поверхнею в тунельному мікроскопі, чи зміна роботи виходу. Струм може утримуватись сталим із відносною похибкою 1%. Середня робота виходу 4.0 eV, відстань від вістря до поверхні 10 Å.

$$\textbf{Задача 6.6.} \text{ Скориставшись формулою (6.53), знайдемо } \Delta \ln j = \frac{\Delta j}{j} \propto -2k_0 d \left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta \bar{\phi}}{2\bar{\phi}} \right), \text{ тоб-}$$

то зміна роботи виходу в 2 рази менше впливає на густину струму по відношенню до відповідного впливу зміни відстані d .

Таким чином, зміна товщини більш сильно впливає на тунельний струм, ніж зміна роботи виходу.

6.7. Показати, що в p - n переході, що утворюється при досить великих ступенях легування p - і n - областей, на вольт-амперній характеристиці з'являється максимум.

Задача 6.7. Розглянемо p - n перехід, що утворюється у виродженому напівпровіднику при N_a і $N_d \sim 10^{18} \div 10^{19} \text{ см}^{-3}$. На рис.6.27 схематично зображені енергетичні діаграми такого переходу. Видно, що обидві області p - і n - вироджені. Якщо p - n перехід досить вузький, то оцінка показує, що область просторового

$$\text{заряду } L_e = \sqrt{\epsilon_s \Delta V (N_a + N_d) / 4\pi e N_a N_d} \text{ сумірна з довжиною хвилі де Бройля } \lambda_D = \sqrt{\frac{150}{\Delta V (m/m_0)}}, \text{ тому в}$$

переході може відбуватись міжзонне тунелювання. Густина струму при міжзонному тунелюванні рівна різниці струмів зліва направо й у зворотному напрямку

$$J = J_{c,v} - J_{v,c} = A \int_{E_{c1}}^{E_{v2}} \mathcal{T}(E) g_c(E) \{ f_c(E) [1 - f_v(E)] - f_v(E) [1 - f_c(E)] \} dE$$

де $f_{c,v}(E)$ - функції розподілу Фермі в зоні провідності і валентній зоні, g_c - густини станів у зоні провідності. Для спрощення вважатимемо, що прозорість бар'єра не залежить від енергії та майже не змінюється при появі напруги V . Як видно з рис.6.27, квазірівень Фермі у функціях розподілу відрізняється один від одного на величину прикладеної напруги $F_n - F_p = eV$; аналогічно змінюються і положення екстремумів енергетичних зон: $E_{v2} = E_{v2} - eV$. При відносно високих температурах, коли $k_B T > F_n - E_c, E_v - F_p$,

$$f_c(E) - f_v(E) = \left[1 + \exp\left(\frac{E - F_n}{k_B T}\right) \right]^{-1} - \left[1 + \exp\left(\frac{E - F_p}{k_B T}\right) \right]^{-1} \cong \frac{F_n - F_p}{4k_B T} = \frac{eV}{4k_B T};$$

і вираз для густини струму спрощується ($g_c(E) = a\sqrt{E - E_{c1}}$)

$$J = AaT \frac{eV}{4k_B T} \int_{E_{c1}}^{E_{v2}-eV} (E - E_{c1})^{1/2} dE = AaT \frac{eV}{6k_B T} (V_1 - V)^{3/2}$$

Таким чином, вольт-амперна характеристика має вигляд кривої $J = CV(V_1 - V)^{3/2}$ із максимумом при $V_{\max} = 2/5 \cdot V_1$. При $V = V_1, J=0$, а в області $V_{\max} < V < V_1$ вона має

від'ємний диференціальний опір $dJ/dV < 0$. Крім тунельного струму, в сандвічі йде ще надлишковий струм, який включає дві складові: по перше, тунельний струм, що утворюється за допомогою тунелювання за участю домішок та локальних рівнів, а також не пружного тунелювання, по друге, дифузійний струм інжекттованих неосновних носіїв у p - n переході, котрий експоненціально зростає при збільшенні напруги на переході.

$J_{\text{dif}} = J_0 (\exp\{eV/k_B T\} - 1)$. Тому вольт-амперна характеристика після досягнення мінімуму (коли $J \rightarrow 0$) починає при подальшому збільшенні напруги зростати.

6.8. Для оцінок явищ, пов'язаних із тунелюванням крізь бар'єри довільної форми, зручним є запровадження "усередненого" потенціального бар'єра, що має прямокутну форму і деякі середні значення висо-

ти $\bar{U} = \frac{1}{d} \int_{x_1}^{x_2} U(x) dx$ та ширини $\bar{d} = x_2 - x_1$, де $x_{1,2}$ (точки повороту) визначаються з рівняння $U(x) - E_x = 0$.

Знайти в наближенні ВКБ прозорість такого бар'єра в присутності постійного електричного поля при малих енергіях електрона та малих напругах V ($\bar{U} \gg eV, E - E_x$).

Задача 6.8. Будемо всі енергії відраховувати від рівня Фермі. Тоді потенціальний бар'єр $U(x) = U_0 - F - eEx$, $U_0 = \bar{U} - F$, $E = V/\bar{d}$. Коефіцієнт прозорості в наближенні ВКБ рівний ($x_1=0, x_2=\bar{d}$)

$$\mathcal{T} \cong \exp \left\{ -2\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{U(x) - E_x} dx \right\} = \exp \left\{ -\frac{4\sqrt{2m}}{3\hbar eE} [(\bar{U} - E_x)^{3/2} - (\bar{U} - E_x - eV)^{3/2}] \right\} \quad (63.3)$$

$$\text{або } \mathcal{T} \approx \exp \left\{ -2\sqrt{\frac{2mU_0}{\hbar^2}} \bar{d} \right\} \exp \left\{ \sqrt{\frac{m}{2\hbar^2 U_0}} eV \bar{d} \right\} \exp \left\{ \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 U_0}} (E_x - F) \bar{d} \right\} \quad (63.3a)$$

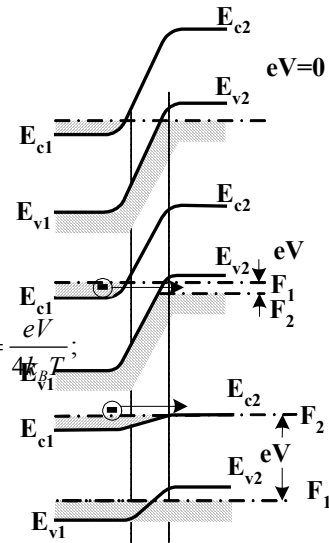


Рис.6.27.

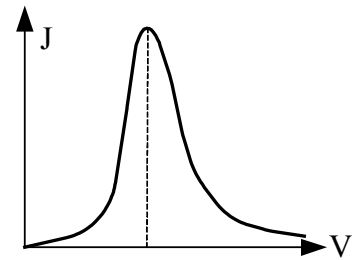


Рис.

6.9. Користуючись усередненим потенціальним бар'єром, що був запроваджений у задачі 6.8, знайти вигляд вольт-амперної характеристики тунельного струму для системи М-Д-М. Показати, що провідність М-Д-М системи при малих напругах квадратично залежить від напруги.

Задача 6.9 Загальний вираз для тунельного струму в \vec{k} просторі має вигляд:

$$J = \frac{2e}{(2\pi)^3 \hbar} \int dk_x dk_y dk_z \frac{\partial E}{\partial k_x} [f(E) - f(E + eV)] T(E, k_y, k_z).$$

Вважаючи закон дисперсії квадратичним, перейдемо від хвильових векторів до відповідних енергій і визначимо інтервал інтегрування. Маємо

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2; E = E_x + E_t; dk_y dk_z = 2\pi k_t dk_t = (2\pi m/\hbar^2) dE_t; \partial E / \partial k_x dk_x = dE_x;$$

Розглянемо систему при $T=0$, коли тунелювати зможуть лише ті електрони, енергії яких лежать в енергетичному інтервалі, обмеженому $F > E > F - eV$. Вплив функції Фермі в інтегралі для тунельного струму обмежується вибором інтервалу інтегрування: якщо E_x змінюється в інтервалі від 0 до $F - eV$ ($0 < E_x < F - eV$), то E_t може змінюватися від $F - eV - E_x$ до $F - E_x$ ($F - eV - E_x < E_t < F - E_x$). Для електронів ж з енергіями E_x в інтервалі від $F - eV$ до F ($F - eV < E_x < F$) складова E_t може змінюватися в межах від 0 до $F - E_x$ ($0 < E_t < F - E_x$). Саме при цих значеннях енергії електрони можуть тунелювати з одного металу на незайняті місця другого металу. Тоді

$$J = \frac{em}{2\pi^2 \hbar^3} \left[\int_0^{F-eV} T(E_x, V) dE_x \int_{F-eV-E_x}^{F-E_x} dE_t + \int_{F-eV}^F T(E_x, V) dE_x \int_0^{F-E_x} dE_t \right]$$

$$= \frac{em}{2\pi^2 \hbar^3} \left[eV \int_0^{F-eV} T(E_x, V) dE_x + \int_{F-eV}^F T(E_x, V) (F - E_x) dE_x \right]$$

Підставимо в цю формулу прозорість бар'єра у вигляді (63.3), вважаючи малою прикладену напругу: $T \approx \exp[-\alpha(\bar{U} - E_x)^{1/2}]$, $\alpha = 2\sqrt{2md}/\hbar$

$$J(V) = \frac{em}{2\pi^2 \hbar^3} (eV J_1 + J_2), \text{ де } J_1 = \int_0^{F-eV} \exp\{-\alpha(\bar{U} - E_x)^{1/2}\} dE_x \text{ та}$$

$$J_2 = \int_{F-eV}^F (F - E_x) \exp\{-\alpha(\bar{U} - E_x)^{1/2}\} dE_x;$$

Для подальшого зручно запровадити функцію

$$\Phi_n(C) = \int_C^\infty x^n \exp(-\alpha\sqrt{x}) dx = 2\alpha^{-(2n+2)} \int_{\sqrt{\alpha C}}^\infty t^{2n+1} e^{-t} dt = 2\alpha^{-(2n+2)} \Gamma(2n+2, \sqrt{\alpha C})$$

($\Gamma(a, x)$ – неповна гамма-функція Ейлера), що веде до наступного виразу для тунельного струму

$$J(V) = \frac{em}{\pi^2 \hbar^3} \left\{ (\bar{U} - F + eV) \Phi_0(\sqrt{\bar{U} - F + eV}) - (\bar{U} - F) \Phi_0(\sqrt{\bar{U} - F}) - eV \Phi_0(\sqrt{\bar{U}}) \right.$$

$$\left. + \Phi_1(\sqrt{\bar{U} - F}) - \Phi_1(\sqrt{\bar{U} - F + eV}) \right\}$$

Для типових значень параметрів $d = 1 \text{ нм}$, $m = 10^{-27} \text{ г}$ та $\bar{U} \sim 1 \text{ еВ}$ $\alpha\sqrt{\bar{U}} \cong 10 \gg 1$, і тому у виразах для $\Phi_0(C)$ та $\Phi_1(C)$

$$\left(\Phi_0 = \exp\{-\alpha C\} \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{C}{\alpha} \right), \quad \Phi_1 = \exp\{-\alpha C\} \left(\frac{6}{\alpha^4} + \frac{6C}{\alpha^3} + \frac{3C^2}{\alpha^2} + \frac{C^3}{\alpha} \right) \right), \text{ достатньо зберегти тільки члени}$$

порядку α^{-1}, α^{-2} , що дає

$$J \approx \frac{e}{4\pi^2 \hbar d^2} \left\{ (\bar{U} - F) \exp[-\alpha(\bar{U} - F)^{1/2}] - (\bar{U} - F + eV) \exp[-\alpha(\bar{U} - F + eV)^{1/2}] \right\}. \quad (63.4)$$

Цей вираз для густини тунельного струму збігається з таким, як і в роботі [2]. Якщо енергії вимірювати в eB , d в ангстремах, а J в амперах на см^2 і вважати, що $m = m_0$, то

$$J = 6,2 \cdot 10^{10} d^{-2} \left\{ U_0 \exp[-1,025 U_0^{1/2} d] - (U_0 + eV) \exp[-1,025 (U_0 + eV)^{1/2}] \right\},$$

$$U_0 = \bar{U} - F$$

З урахуванням залежності $T(E_x, V)$ (формула (63.3а)) при малих значеннях V розклад в ряд Тейлора виразу (63.4) дає для електропровідності тунельного МДМ сандвіча dJ/dV :

$$\frac{dJ}{dV} = -eJ_0 \exp(-\alpha\sqrt{U_0})(a + bV + cV^2), \text{ де } a = 0,5(1 - \frac{1}{2}\alpha\sqrt{U_0}); \quad b = \frac{1}{8}\alpha^2 \left(1 - \frac{1}{\alpha\sqrt{U_0}}\right); \quad c = \frac{\alpha^2}{16U_0}; \quad \text{а } J_0 \text{ задається (63.4)}$$

при $V=0$. Таким чином, що електропровідність МДМ при малих напругах спочатку лінійно, а потім квадратично залежить від напруги V , що якісно збігається з експериментальною залежністю [5].

6.10. Коли електрон знаходиться між двома близько розташованими один від одного (на відстані d) металевими електродами, він поляризує обидва електроди, в результаті чого змінюється потенціальна енергія електрона. Відповідний потенціал (так званий потенціал сил зображення), звичайно, знаходять за допомогою методу зображень; він дорівнює $V_i(x) = -\frac{e^2}{2\varepsilon} \left\{ \frac{1}{2x} - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{nd}{(nd)^2 x^2} - \frac{1}{nd} \right) \right\}$, де ε – діелектрична проникливість міжелектродного середовища. Замінивши цей вираз для сил зображень при розрахунку форми потенціального бар'єра наближеною формулою (згідно згаданий у попередній задачі роботі [2]) $\tilde{V}_i(x) \approx -\beta / x(d-x)$, $\beta = 0,795de^2 / 4\varepsilon$, оцінити вплив сил зображення на тунельний струм в МДМ сандвічі.

Задача 6.10. Розглянемо сандвіч, що утворився між двома електродами з роботою виходу U_0 . Потенціальна енергія електрона, що тунелює, дорівнює $U(x) = U_0 - eV / d + \tilde{V}_i(x)$. Визначимо параметри усередненого потенціального бар'єра \bar{U} , котре треба використати у формулі для тунельного струму, що була отримана в попередній задачі:

$$\bar{U}_i = \frac{1}{d} \int_{x_1}^{x_2} U(x) dx = (U_0 - \frac{eV}{d})(x_2 - x_1) - \frac{\beta}{d} \ln \frac{x_1(d-x_2)}{x_2(d-x_1)};$$

а x_1 та x_2 – визначаються з рівняння $U_i(x)=F$. Значення \bar{U}_i та $\bar{d} = x_2 - x_1$ після підстановки в формулу (63.4) визначають відповідну вольт-амперну характеристику J_i . Аналізуючи результат, можна дійти до висновку, що основний вплив на струм спричиняє зміна форми потенціалу, тобто параметр

$\alpha\sqrt{\bar{U}_i} \sim \bar{d}\sqrt{\bar{U}_i} : \ln \frac{J_i}{J} \cong \frac{\bar{d} \cdot \bar{U}_i^{1/2}}{d \cdot \bar{U}^{1/2}}$ Таким чином, відношення струмів J_i та J з урахуванням та без врахування впливу електростатичних сил зображення визначатиметься зміною величини $dU^{1/2}$. Наприклад, для значень роботи виходу $U_0 = 4,0 \text{ eV}$ та діелектричної стала діелектрика сандвіча $\varepsilon = 3$ $\ln \frac{J_i}{J} \approx 0,85$. Зауважимо, що сили зображення залежать, головним чином, від високочастотної діелектричної сталої, бо час перебування електрона в приконтактній області речовини під час тунелювання незначний.

Задача 6.11. Довести формулу для тунельної провідності при $T = 0$ у тривимірному випадку :

$$\sigma_{T,3D} = \frac{e^2}{\hbar} \frac{\pi m}{2\pi^2 \hbar^2} \int_0^{\infty} D(E_x) dE_x.$$

Указівка. Скористайтесь у формулі (5.23) виразом (5.23а) для $N(E_x - F)$ при $T = 0$ та приміткою 4.

6.12. Для аналізу роботи тунельного діода використовують наближену формулу для вольт-амперної характеристики

$$J = J_{\max} (V/V_{\max}) \exp\{1 - V/V_{\max}\} + J_{\min} \exp\{A_2(V - V_{\min}) + J_0(\exp\{eV/k_B T - 1\})\}$$

Скориставшись розв'язком попередніх задач, вказати походження кожного із членів цієї формули.

Задача 6.12. Тунельний діод на p - n переході, що утворюється між виродженими напівпровідниками, працює при зовнішніх напругах, менших за ширину забороненої зони та висоту потенціального бар'єра переходу. Це дозволяє обмежитись розглядом малих зовнішніх напруг V , котрі мало впливають на прозорість бар'єра

В наближенні малих зовнішніх напруг зміна V зсуває рівні Фермі p - і n - областей переходу один відносно другого і відбувається зміна густини заповнених і вільних станів у цих областях для електронів, що тунелюють. Це призводить до значної зміни тунельного струму, котра визначається першим членом

формули, що аналізується. Так, в задачі 6.7 показано, що інтеграл $\int_{E_1}^{E_2} T(E) g_c(E) \{f_c(E) - f_v(E)\} dE$ при

певних E відповідає за появу максимуму на вольт-амперній кривій. В задачі 6.9 показано, що більш точне врахування цього ефекту призводить до появи членів $J \sim V \exp\{-aV\}$. Тому можна вважати, що *перший член* формули, що аналізується, виникає за рахунок зміни положення зайнятих і вільних станів один відносно одного в цій системі, а також впливом зовнішньої напруги на електричне поле, котре у свою чергу впли

ває і на прозорість бар'єра. В задачі 6.7 показано, що максимум на вольт-амперній кривій повинен спостерігатись при $V_{max} = 2/5(E'_{v2} - E'_{cl})$ і залежить від глибин залягання рівнів Фермі в p - і n - областях по відношенню до рівня Фермі, тобто $V_{max} \sim (V_n + V_p)$. Значення V_n і V_p залежать від концентрації домішок N_a і N_p . При великих ступенях виродження, коли $N_{a,d} > N_c = 2(2\pi m_{n,p} \cdot k_B T / h^2)^{3/2}$,

$$V_{n,p} \sim 0,35 N_{a,d} / N_{c,n,p}$$

Експериментально було знайдено, що V_{max} змінюється прямо пропорційно ступені виродження напівпровідника, а густина струму в максимумі зменшується із зростанням температури, як показано в задачі 6.7. Таким чином, для аналізу вольт-амперних характеристик зручно її початкову частину при малих V описувати першим членом формули. Два параметри, що входять у перший член формули V_{max} і I_{max} , можна знайти емпірично.

Другий член формули, що аналізується, визначає надлишковий струм J_2 . Він виникає тому, що крім тунелювання зона-зона може мати місце тунелювання з участю домішкових локальних центрів у забороненій зоні. Поява домішкових центрів при значному виродженні напівпровідників досить ймовірна.

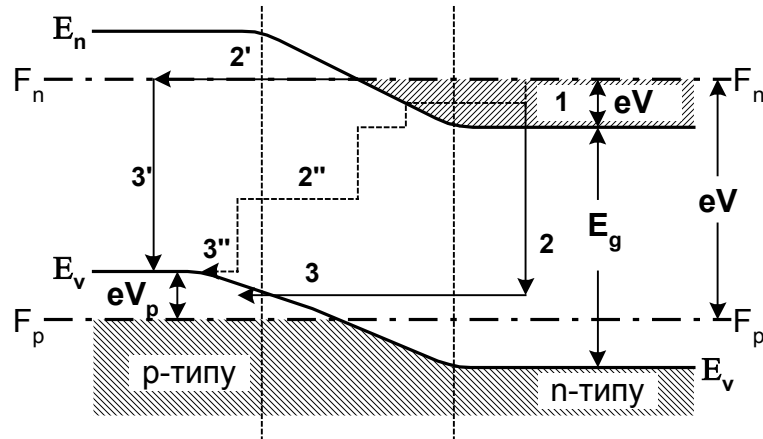


Рис.6.29.

На рис.6.29 зображені декілька можливих способів таких процесів, а саме: (1-2-3), (1-2'-3'), (1-2''-3''). Розглянемо тунелювання електрона, котрий утратив енергію і був захоплений на локальний центр 2. Висота бар'єра при його тунелюванні, як це видно з рис.6.29, рівна $E_{tun} \approx E_g - eV + eV_n + eV_p$. Скориставшись для прозорості бар'єра формулою із задачі 6.4, отримаємо

$$T_2 \approx \exp \left\{ -\frac{\pi \sqrt{m} E_{tun}^{3/2}}{2\sqrt{2} e \hbar E} \right\}, \text{ де напруженість поля } E \approx \frac{V_n + V_p - V/e}{L_{ef}/2}; \quad L_{ef} = \frac{2\epsilon_s (V_n + V_p - V/e)}{4\pi e N^*}, \text{ а } N^* = \frac{N_a N_d}{N_a + N_d}.$$

значимо густину станів у забороненій зоні через g , тоді надлишковий струм можна наближено записати так

$$J \approx A_2 g T = A_2 g \exp \left\{ -a E_g^{3/2} \left[1 - (eV + V_n + V_p) / aE \right]^{3/2} \right\} \propto g T e^{b(V - V_{min})}, \text{ де } b = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{m E_g}{N^*}}$$

Третій член визначає дифузійний струм інжекттованих неосновних носіїв у p - n переході.

$$J = J_0 \left(\exp \left\{ \frac{eV}{k_B T} \right\} - 1 \right); \quad J_0 = e \left(\frac{D_n}{L_n} n + \frac{D_p}{L_p} p \right)$$

6.13. Оцінити спектральну густину дробового шуму в тунельному діоді, котрий у максимумі вольт-амперної характеристики має густину струму $J_m = 10^2 \text{ А/см}^2$ при напрузі $V_m = 10 \text{ мВ}$, якщо його ефективна площа $10 \times 10 \text{ мкм}$.

Задача 6.13. Оскільки електрони тунелюють крізь бар'єр незалежно один від одного, спектральну густину дробового шуму в тунельному струмі крізь потенціальний бар'єр можна визначити на підставі формули (3.28) як $\bar{S}_i \approx 4k_B T G$, де $G = dJ/dV$ – електропровідність тунельного переходу в умовах рівноваги. Вольт-амперна характеристика тунельного p - n переходу при малих V має вигляд (див. задачу 6.12)

$$J = J_{max} \frac{V}{V_{max}} \exp \left\{ 1 - \frac{V}{V_{max}} \right\}; \quad \text{звідси } G = \frac{dJ}{dV} = J \left(\frac{1}{V} - \frac{1}{V_{max}} \right) \propto \frac{J_{max}}{V_{max}}; \quad \text{для } V > V_{max}$$

$$\bar{S}_i \approx 2,71 \cdot 4k_B T J_m / V_m;$$

Для переходу із площею $10 \times 10 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ см}^2$ $G = J_m 10^{-6} / V_m = 100 \text{ Асм}^{-2} 10^{-6} / 10^{-4} \sim 1 \text{ Ом}^{-1}$ і $\bar{S}_i = 4k_B T \cdot 2,71 \cdot G = 3 \cdot 10^{-11} \text{ ерг} \cdot \text{Ом}^{-1}$

6.14. Оцінити значення напруженості електричного поля \mathcal{E} у різкому p - n переході з виродженими n - і p -областями, якщо концентрація домішок 10^{18} см^{-3} , $\varepsilon_s = 10$, контактна різниця потенціалів $V_c = V_n + V_p = 0,36 \text{ В}$.

Задача 6.14. Електричне поле дорівнює

$$\mathcal{E} = \frac{2(V_c - V)}{L}; \quad L = \left[\frac{2\varepsilon_s}{4\pi e} \left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right) (V_c - V) \right]^{1/2}; \quad \mathcal{E} = 1,2 \cdot 10^{-6} \sqrt{(V_c - V)N} [\text{CGSE}] = 3,6 \cdot 10^5 \sqrt{(V_c - V)} [\text{В/см}]$$

6.15. Знайти температурну залежність тунельного струму, що протікає крізь прямокутний потенціальний бар'єр висотою V_0 і шириною $d = 2 \text{ нм}$ при малих напругах ($V \ll V_0$) та $T = 400 \text{ К}$.

Задача 6.15. Тунельний струм визначається за формулою

$$J = \frac{4pmk_B T}{h^3} \int_0^\infty \mathcal{T}(E) \ln \frac{1 + \exp\left\{-\frac{E - F}{k_B T}\right\}}{1 + \exp\left\{-\frac{E - F + eV}{k_B T}\right\}} dE; \quad \mathcal{T}(E_x) \equiv \exp\left\{-2d \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} (eV_0 - E)\right\};$$

Експоненціальна залежність коефіцієнта прозорості від E_x і те, що більшість електронів у металі, котрі можуть тунелювати, знаходяться на рівні Фермі, дозволяє стверджувати, що основний внесок дають електрони з $E \ll eV_0$. Тому показник у формулі для прозорості бар'єра можна розвинути в ряд Тейлора й обмежитись членами першого порядку малості.

$$\mathcal{T}(E) \approx \mathcal{T}_0 e^{aE}, \quad \text{де} \quad \mathcal{T}_0 = \exp\left\{-2d \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} eV_0\right\}; \quad a = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \cdot \frac{d}{\sqrt{eV_0}}$$

Підставимо цей вираз для коефіцієнта прозорості у формулу для тунельного струму, тоді

$$J = AD_0(J_1 - J_2), \quad \text{де} \quad J_1 = \int_{-F}^\infty e^{ax} \ln\left(1 + \exp\left\{-\frac{x}{k_B T}\right\}\right) dx \quad \text{та} \quad J_2 = \int_{-F}^\infty e^{ax} \ln\left(1 + b \exp\left\{-x/k_B T\right\}\right) dx, \quad \text{де введені позначення}$$

$A = \frac{4pmk_B T}{h^3} \exp\{+a(F - 1/2eV_0)\}$, $b = \exp\{-x/k_B T\}$. При відносно малих температурах $F/k_B T \gg 1$

нижня границя інтегрування також може бути взята $-\infty$. (При обчисленні інтегралів J_1 і J_2 зручно спочатку інтегрувати їх по частинам, а потім зробити заміну змінних $\exp\{x/k_B T\} = y$.)

$$J_1 = \int_{-\infty}^\infty e^{ax} \ln(1 + e^{-x/k_B T}) dx = \frac{1}{a} e^{ax} \ln(1 + e^{-x/k_B T}) \Big|_{-\infty}^\infty + \frac{1}{a} \int_{-\infty}^\infty e^{ax} \frac{e^{-x/k_B T}}{1 + e^{-x/k_B T}} \frac{dx}{k_B T} = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^\infty \frac{y^{(ak_B T - 1)}}{1 + y} dy = \frac{1}{a^2} \frac{\pi a k_B T}{\sin(\pi a k_B T)}.$$

Аналогічно обчислюється і другий інтеграл J_2 . Остаточно отримаємо

$$J = A(J_1 - J_2) = J_0 \frac{\pi a k_B T}{\sin(\pi a k_B T)}, \quad \text{де} \quad J_0 = J(T=0) = A \frac{1}{a} (1 - e^{-aeV_0}). \quad \text{При малих значеннях аргументу в } \sin$$

$$\pi a k_B T / \sin(\pi a k_B T) \approx 1 + \frac{1}{6} (\pi a k_B T)^2. \quad \text{Тоді}$$

$$J = A \frac{1}{a} (1 - e^{-aeV_0}) \left\{ 1 + \frac{(\pi a k_B T)^2}{6} \right\} = J_0 \left\{ 1 + 4 \cdot 10^7 T^2 \frac{d^2 m}{eV_0 m} \left[\frac{\text{еВ}}{\text{см}^2 \cdot \text{град}^2} \right] \right\}.$$

$$\frac{J - J_0}{J_0} = \frac{(\pi a k_B T)^2}{6} T^2 = 8 \cdot 10^{-7} T^2; \quad \frac{J - J_0}{J_0} = 13\% \quad \text{при} \quad T = 400 \text{ К}.$$

6.16. За якими характерними рисами вдається розрізнити надбар'єрну емісію від тунельної?

6.17. Назвіть особливості інжекційних явищ у гетеропереходах.

6.18. Чи змінюється електропровідність діода з бар'єром Шотткі, якщо на переході існують поверхневі стани?

6.19. Чи можна тунельні прилади використовувати в НВЧ діапазоні? Якщо можна, то чому?

6.20. Які фактори визначають обмеження робочих частот електронних систем, в яких використовується резонансне тунелювання?

Указівка. Насамперед необхідно проаналізувати еквівалентну схему з від'ємним диференціальним опором $R_{d,\text{tun}} < 0$; $f_{\text{max}} \leq 1/2\pi \sqrt{R_{d,\text{tun}} C}$

6.21. Яке значення має вивчення тунельних явищ для подальшого розвитку мікроелектроніки?

6.22. На яких явищах заснована тунельна спектроскопія? Наведіть приклади її використання.

6.23. Проаналізуйте особливості транзистора з металевою базою, утвореного з використанням двох діодів із бар'єром Шотткі.

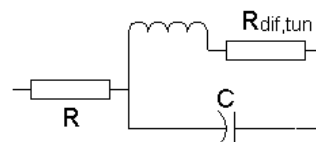


Рис.6.30

Задача 6.23. Товщина металеві бази повинна бути меншою за довжину вільного пробігу електронів у металі, на якій її швидкість зменшується в e разів. В цьому разі інжектовані електрони дійдуть до колекторного бар'єра і подолають його. Проходячи крізь збіднену область біля колектора, електрони зменшують опір колекторної області. В базі рухаються основні носії струму. Малий опір металеві бази сприяє збільшенню частоти роботи транзистора.

6.24. Знайдіть точне значення коефіцієнта прозорості двохбар'єрної структури, що складається із двох послідовних бар'єрів прямокутної форми.

Задача 6.24. Рівняння Шредінгера для електрона з енергією E в полі двохбар'єрного потенціалу має вигляд $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + U(x)\psi = E\psi$, де потенціальна енергія і відповідні розв'язки визначаються

таким чином (обрана форма розв'язків задає одиночний потік, що падає на двохбар'єрну структуру, і забезпечує відсутність відбитої хвилі на виході із структури)

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{область I, } x < 0 & \psi_I = \exp(ik_0x) + b_1 \exp(-ik_0x) \\ U_1 & \text{область II, } 0 \leq x < d_1 & \psi_{II} = a_2 \exp(ik_1x) + b_2 \exp(-ik_1x) \\ 0 & \text{область III, } d_1 \leq x < d_1 + l & \psi_{III} = a_3 \exp(ik_0x) + b_3 \exp(-ik_0x) \\ U_2 & \text{область IV, } d_1 + l \leq x < d_1 + l + d_2 & \psi_{IV} = a_4 \exp(ik_2x) + b_4 \exp(-ik_2x) \\ 0 & \text{область V, } d_2 \leq x & \psi_V = d \exp(ik_0x) \end{cases} \quad \text{Коефіцієнт прозоро-}$$

сті, таким чином, визначається значенням $T = |d|^2$. В наведених виразах для хвильових функцій

$$k_i = \sqrt{2m(U_i - E)/\hbar^2}; \quad i = 0, 1, 2; \quad U_0 = 0.$$

Після виконання процедури зшиття функцій з похідними в точках, що визначають границі областей, і визначення на цій підставі невідомих коефіцієнтів a_i, b_i можна отримати

$$d = e^{-ik(d_1+d_2+l)} \left\{ e^{-i\varphi} \left[ch\delta_1 ch\delta_2 + \frac{i}{2k_0} \left(\frac{k_2^2 - k_0^2}{k_2} ch\delta_1 sh\delta_2 + \frac{k_1^2 - k_0^2}{k_1} sh\delta_1 sh\delta_2 \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{(k_1^2 - k_0^2)(k_2^2 - k_0^2)}{4k_1k_2} sh\delta_1 sh\delta_2 \right] + e^{i\varphi} \frac{(k_1^2 + k_0^2)(k_2^2 + k_0^2)}{4k_1k_2} sh\delta_1 sh\delta_2 \right\}^{-1}$$

тут $\delta_i = k_i d_i$, $i = 1, 2$, $\varphi = k_0 l$

Цей вираз суттєво спрощується, якщо запровадити величини

$$d_i = \left(ch\delta_i + i \frac{k_i^2 - k_0^2}{2k_0k_i} sh\delta_i \right)^{-1} \quad \text{та} \quad r_i = d_i \frac{k_i^2 + k_0^2}{2ik_0k_i} sh\delta_i, \quad i = 1, 2, \quad \text{через які визначаються коефіцієнти прозоро-}$$

сті та відбиття кожного з окремих ізолюваних бар'єрів: $T_i = |d_i|^2$, $R_i = |r_i|^2$. Тоді $d = \frac{d_1 d_2}{e^{-i\varphi} - r_1 r_2 e^{i\varphi}}$ і остато-

чно $T = \frac{T_1 T_2}{1 + R_1 R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos 2\varphi}$. Резонансне значення коефіцієнту прозорості реалізується при

$$\varphi = \pi(n + 1/2), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{тобто } \cos 2\varphi = -1) \quad \text{і дорівнює} \quad T = \frac{T_1 T_2}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2}.$$

Звернемо увагу на те, що при $T_1 = T_2$, оскільки $R_i = 1 - T_i$, $T = 1$. Відзначимо також, що при малих значеннях прозорості

$$T_1, T_2 \ll 1,$$

бар'єрів, тобто коли

$$T \approx \frac{4T_1 T_2}{(T_1 + T_2)^2}$$

6.26. На гетеропереході утворився трикутний потенціальний бар'єр висотою в $0,3 \text{ eV}$. При яких полях тунельна інжекція буде більшою за надбар'єрну.

Указівка. Скористайтеся виразом для густини струму за допомогою формули (6.29). Скористайтеся також тим, що енергія Фермі $F \approx 10 \text{ eV}$.

$$J_{3D,tun} = \frac{4\pi em}{h^3} V_F T_0 e^{-\gamma}, \text{ де } \gamma = 2 \left(\frac{2me}{\hbar^2} \right)^{1/2} \frac{2(e\phi - E)^{3/2}}{3eE} \text{ (формула (6.34)) } J_{3D,term} = \frac{4\pi e k_B^2 T^2}{h^3} e^{-e\phi/k_B T}$$

Напруженість поля визначатиметься з умови $(J_{3d,tun}/J_{3D,term}) > 1$.

ЛІТЕРАТУРА

1. И.Е.Ефимов, И.Я.Козырь, Ю.И.Горбунов /Микроэлектроника // М.: Высшая школа. 1986 -с.463.
2. Туннельные явления в твердых телах / Под ред. Э.Бурштейн и А.В.Субашева // М.: Мир, 1973.-с.421.
3. Некалываемые катоды. / Под ред. М.И. Елинсона // Сов. радио, М.: Мир, 1974, -с.336.
4. С.Зи / Физика полупроводниковых приборов. т.І и т.ІІ, М.: Мир, 1984.
5. Е.Л. Вольф / Принципы электронной туннельной спектроскопии. //Киев: Наукова думка, 1990,-с.456.
6. В.П. Драгунов, И.Г. Неизвестный, В.А. Гридчин / Основы нанoeлектроники //Учебн. пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. - 332 с.
7. А.Ф. Кравченко, В.Н. Овсяк / Электронные процессы в твердых системах пониженной размерности // Учебн. пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. - 448 с.
8. V.V. Mitin, V.A. Kochelap, M.A. Strosio / Quantum Heterostructures/ Microelectronics and Optoelectronics // Cambridge University Press. - 1999. -p. 642.
9. J.H. Davies / The Physics of Low Dimensions Semiconductors. An Introduction/ // Cambridge University Press. - 1989. - p. 439.

Глава 7. БАЛІСТИЧНИЙ ТРАНСПОРТ НОСІЇВ ЗАРЯДУ, ВАКУУМНА МІКРОЕЛЕКТРОНІКА ТА ОДНОЕЛЕКТРОНІКА

7.1. ВСТУП

Балістичним транспортом називається такий різновид перенесення носіїв, коли вони рухаються вільно без зіткнень. Термін балістичний виник від грецького слова “ballo” – кидаю. Квазічастинки в режимі балістичного транспорту рухаються вільно або під дією лише зовнішніх сил. Найпростішим прикладом балістичного транспорту є рух заряджених частинок у вакуумі. Балістичний режим транспорту носіїв у твердому тілі встановлюється тоді, коли його розміри (L) стають меншими за довжину вільного пробігу квазічастинок (ℓ)

$$L < \ell \quad (7.1)$$

У тих випадках, коли відбувається мала кількість актів розсіяння ($L \leq \ell$), транспорт називають квазібалістичним.

Характерними розмірами у напівпровідників може бути товщина активної області напівпровідникових діодів, товщина бази біполярних транзисторів, відстань між витоком та стоком уніполярних транзисторів тощо. Вони залежать від напівпровідникової структури, її розмірів, концентрації домішок та дефектів, температури тощо й можуть змінюватися в широких межах від 0,01 до 10 мкм.

Балістичний рух носіїв визначається динамікою вільних квазічастинок, які рухаються без зіткнень, та впливом хвильових властивостей з урахуванням їх когерентності. Динаміка балістичного руху квазічастинок чутлива до їх закону дисперсії. Вони також можуть фокусуватись у магнітному полі. Важливою рисою балістичного транспорту у напівпровідниках є нерівноважність носіїв, тому що робочі напруги, як правило, прискорюють їх до енергій більших за теплову ($eV > k_B T$). При значних густинах струму він обмежується просторовим зарядом. Залежність струму в режимі просторового заряду від напруги відрізняється від типової квадратичної залежності, притаманної напівпровідникам у дифузійному або дрейфовому режимах транспорту, й становить, як для вакууму, $j \propto V^{3/2}$, тому що квазічастинки у балістичному режимі неперервно прискорюються електричним полем без зіткнень. Значні швидкості, котрі квазічастинки набувають у полі, створеному прикладеною різницею потенціалів, зменшує час їх прольоту крізь характерні розміри напівпровідникових приладів, що дозволяє отримувати час їх, перемикання $\sim 10^{-12}$ с. В умовах балістичного транспорту різко виявляються розмірні ефекти, тому що у відсутності зіткнень в об'ємі зразків значно підсилюється роль розсіяння на їх поверхні. Для пояснення особливостей балістичного транспорту в низькорозмірних системах необхідно враховувати хвильові властивості носіїв, їх фазу та когерентність.

7.2. ВАКУУМНІ ДІОДИ ТА ТРІОДИ

Балістичний режим транспорту носіїв знайшов широке практичне застосування у вакуумній електроніці. Розвиток технології виготовлення мікросхем та можливість створення тунельних мікроскопічних катодів відкрили шлях до конструювання та створення вакуумних мікроелектронних тріодів, тобто дали поштовх до розвитку новонапрямку вакуумної мікроелектроніки. Вони вперше були виготовлені в 1969 році в Стенфордському дослідному інституті в США. Технологія їх виготовлення складається з таких послідовних етапів:

- на сапфіровій підкладинці (Al_2O_3) створюється сандвіч $\text{Mo}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{Mo}$ (рис.7.1.a);

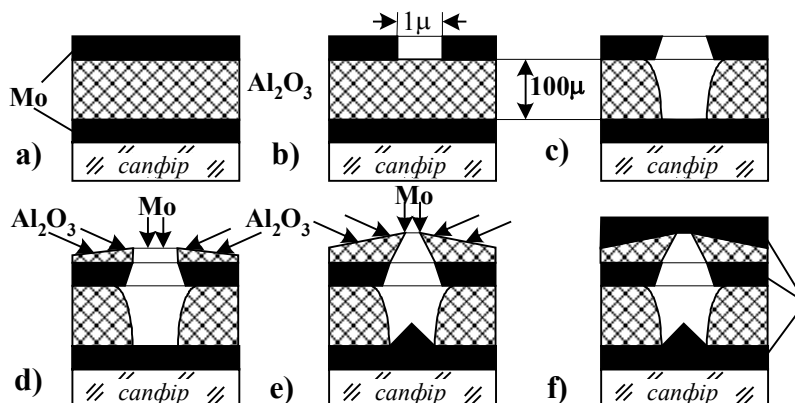


Рис.7.1. Схема виготовлення вакуумного тунельного тіода.

- на верхньому електроді сандвіча витравлюється отвір, через який за допомогою ортофосфорної кислоти витравлюється порожнина в шарі Al_2O_3 (рис.7.1.b та c);
- конденсацією у вакуумі з нахилоного до поверхні під кутом 15° атомного пучка Al_2O_3 наноситься верхній шар Al_2O_3 одночасно із нормальним напиленням Mo (рис.7.1.d);
- крізь отвір у шарі Al_2O_3 , діаметр якого під час напилення зменшується, конденсацією крізь нього наноситься горбочок молибдену (рис.7.1.d);
- нарешті, зверху на діелектричному шарі Al_2O_3 (рис.7.1.e) утворюється суцільний шар молибдену, що герметизує порожнину (рис.7.1.e,f). Створюється вакуумний тріод із тунельним катодом у вигляді вістря. Електрони, що тунелюють у вакуумну порожнину тріода, рухаються до анода без зіткнень у балістичному режимі транспорту.

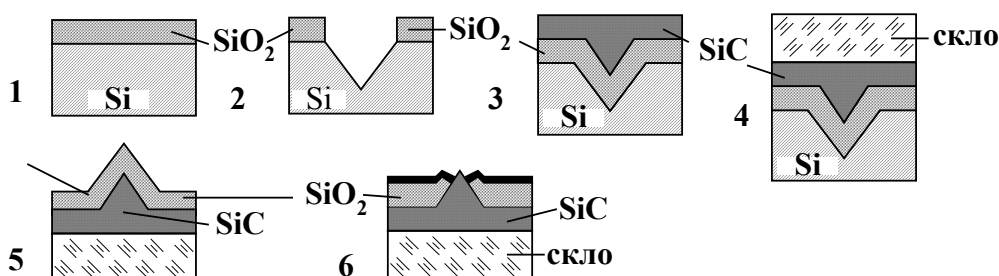


Рис.7.2. Послідовність процесів виготовлення вістря.

Виготовлення катода у вигляді вістря є складною технологічною задачею. На рис.7.2 наведено приклад послідовності виготовлення катода в одній із таких технологій на основі Si . Вона складається з таких операцій: 1) окиснення кремнієвої підкладки, 2) створення за допомогою літографії та селективного травлення конічних заглибин у підкладці, 3) окиснення заглибин та заповнення їх, карбідом кремнію (SiC), 4) нанесення шару скла, який служить підкладкою для катодного вістря, 5) травлення оксиду

кремнію біля кінчика вістря та металізація для здійснення електричного контакту до нього. Металізацію та електричний підвід можна здійснити також із боку підкладки за допомогою спеціальних технологічних отворів.

В 1988 році була вдосконалена технологія виготовлення вакуумних тріодів. Вони почали виготовлятися за допомогою технології, подібної до технології виготовлення МОН структур. Схематично вигляд такого тріода зображений на рис.7.3. В ньому колектор струму розміщений в одній площині із сіткою, що спрощує технологію виготовлення.

Ці вакуумні тунельні тріоди мають такі позитивні якості:

- управління напругою просторовим зарядом;

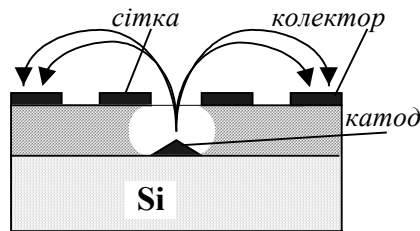


Рис.7.3. Схеми вакуумного тріода.

- високоомний вхід;
- радіаційна стійкість в $10^4 \dots 10^8$ разів більша, ніж у напівпровідникових приладів;
- широкий інтервал робочих температур від низьких та кімнатних до 600°C ;
- великий коефіцієнт підсилення – до 200;
- порівняно малі робочі напруги – до 20...40 В;
- малий час перемикання – до 10^{-10} с при силі струму 100 мкА;
- малі струми витоку електричного струму;
- великі робочі частоти, бо відсутнє розсіювання носіїв у робочій області;
- сумісність технології їх виготовлення з виготовленням інших елементів ІМС.

Крім вакуумних діодів існують реальні проекти виготовлення плоских люмінесцентних екранів із матрицею вакуумних діодів (рис.7.4). В 1996 році такі екрани демонструвались на кон-



Рис.7.4. Люмінесцентний екран.

ференції з вакуумної електроніки.¹ В іншій конструкції кольорового люмінесцентного екрана електрони, що емітують із катода, електричним полем спрямовуються в точки з червоним, зеленим або синім люмінофором, розташовані на тильному боці анодного електрода біля отвору, як це показано на схематичному рис.7.5. Катодом правило молибденове вістря. Система працює при напругах $\sim 50 \text{В}$ на частотах $\sim 1,5 \text{кГц}$. Якщо вдасться розробити надійну й не дуже дорогу промислову технологію, то такі екрани стануть масовою продукцією

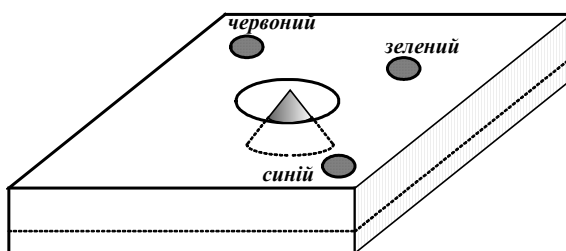


Рис.7.5. Схеми будови кольорового екрана.

¹ Екрани Field Emitter Display (FED) розробляються фірмами Pix Tech, Motorola, Micron Display Technology, FED Corporation, Honywell, Silicon Video, Roytheon, Futaba, Samsung et al.

єю. Досить назвати, що обсяг випуску кінескопів лише однією фірмою *IEEE* перевищує 70 млн штук щорічно.

Поява вакуумних діодів і тріодів, а також люмінесцентних панелей з їх позитивними якостями можна вважати початком становлення *вакуумної мікроелектроніки*, яка успішно продовжує розвиватися.

7.3. БАЛІСТИЧНИЙ ТРАНСПОРТ У СИСТЕМАХ ЗНИЖЕНОЇ РОЗМІРНОСТІ

Коли один або декілька розмірів системи з балістичним режимом транспорту носіїв (тобто $L < \ell$) стають сумірними або меншими за довжину електронної хвилі де Бройля, в системі відбуваються дифракція та інтерференція цих хвиль й чітко спостерігаються квантові розмірні ефекти. Один із прикладів балістичного режиму транспорту при тунелюванні електронів в МДМ системі розглядався у попередній главі. В ній було показано, що згідно формулі (6.28) тунельна електропровідність для одновимірного випадку пропорційна “квантовій електропровідності” $G_0 = e^2/h$, не залежить від природи речовини та довжини системи, а залежить лише від прозорості бар’єра. Така залежність неодноразово спостерігалась експериментально, зокрема, в системі, що складалась із золотого вістря, розташованого на малій відстані від поверхні золотої плівки. Більш точні виміри особливостей балістичного транспорту здійснювались в 1D каналі (квантовому дроті), який створювався на основі гетеропереходу GaAs-Al_xGa_{1-x}As. На границі між GaAs та Al_xGa_{1-x}As створювався 2D інверсний канал провідності, заповнений

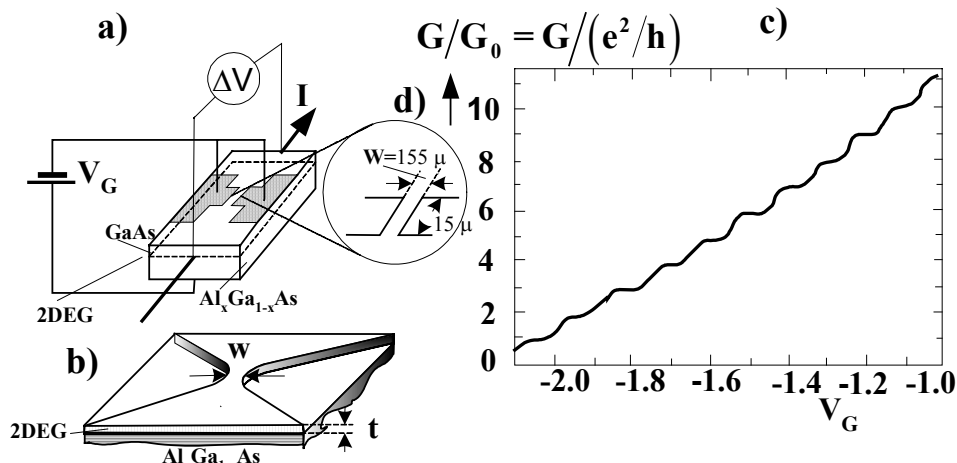


Рис. 7.6. Схеми створення 1D каналу провідності (а), форма наведеного затвором каналу (б), залежність провідності від напруги затвора (с) та геометрія найбільш важливої частини затвора (д).

двовимірним електронним газом (2DEG) (§3.9). На поверхні системи виготовлялися два затвори Шоттки, геометрія яких наведена на схематичному рис.7.6. За допомогою напруги на затворах здійснювалось збіднення каналу носіями під затворами. У вузькому проміжку між ними залишався вузький не збуджений носіями канал провідності. Його ширина w залежала від напруги на затворах (V_G). Такий канал є, таким чином, керованим каналом; крім того, через однорідність структури на границі каналу він забезпечує майже дзеркальне відбиття носіїв на його границях, необхідне для балістичного режиму транспорту.

На рис.7.6.с наведена залежність провідності такого каналу від напруги на затворах ($G = I/\Delta V$). Вона має вигляд драбини східців провідності. Зміна провідності на кожній сходинці близька до квантової провідності $G_0 = e^2/h$, що свідчить про те, що вона є властивістю системи, а не матеріалу. Аналогічні вимірювання здійснювались неодно

разово і на інших матеріалах, зокрема, на зразках із МОН системами й були отримані аналогічні результати.

Збільшення затворної напруги збільшує електричне поле, перпендикулярне до поверхні зразка, що зменшує поперечні розміри 2D каналу й згідно (2.29)² збільшує енергії дозволених розмірних підзон у каналі E_v . Це означає, що при зміні затворної напруги буде змінюватись кількість розмірних підзон розташованих нижче рівня Фермі, кожна з яких є 1D електронним каналом провідності. Таким чином, повна провідність утворюється провідністю K паралельно з'єднаних каналів. Слід зауважити, що окремі струмові канали, котрі асоціюються з розмірними квантовими рівнями і визначаються шириною провідних шляхів, можна представляти як окремі хвильовідні моди. Тоді 1D системи є квантовими дротами, де дифракція та інтерференція електронних хвиль де Бройля створює квантову картину стоячих хвиль, яка безпосередньо змінює хід носіїв уздовж одного напрямку їх розповсюдження.

Струм в одному i -му електронному 1D каналі провідності можна записати у вигляді

$$I_i = ev_i g_{1D}(E)_i \Delta\mu S \quad (7.2)$$

де v_i – групова швидкість носіїв з енергією Фермі F у каналі, $g_{1D}(E)_i = 1/\pi\hbar v_i d^2$ – густина станів на одиницю довжини (див.(2.47a)), $S = d^2$ – площа перерізу каналу,

$\Delta\mu = e\Delta V$ – різниця електрохімічних потенціалів між початком і кінцем каналу, на якому є падіння напруги ΔV ³. На цій підставі

$$I_i = \frac{e^2 v_i}{\pi\hbar v_i} \Delta V = 2 \frac{e^2}{h} \Delta V, \quad (7.3)$$

звідки провідність i -го каналу є

$$G_i = \frac{I_{ik}}{\Delta V} = 2 \frac{e^2}{h} \equiv 2G_0, \quad (7.4)$$

де множник 2 відображає двохкратне спінове виродження. Коли густина електронів у каналі та його ширина такі, що носіями заповнюється K паралельно з'єднаних каналів, то

$$G = \sum_i G_i = 2G_0 \cdot K \quad (7.5)$$

Більш точний вираз враховує скінченні значення прозорості каналів \mathcal{T}_i для інжектованого в i -й канал струму й для K заповнених носіями каналів

$$G = \left(2 \frac{e^2}{h}\right) \sum_i^K \mathcal{T}_i = 2G_0 \cdot \sum_i^K \mathcal{T}_i \quad (7.6)$$

Зауважимо, що квант електронної провідності $G_0 = e^2/h$ з'являється не лише в режимі балістичного транспорту в коротких каналах, але й при дослідженнях аморфних провідників, – як провідність, котра розділяє метал та діелектрик при $T = 0$ К. Квант електропровідності $G_0 = e^2/h$ з'являється також при дослідженні генерації флуктуацій провідності.

² Цей вираз згідно §2.3 можна застосовувати лише для якісної оцінки, бо для кількісної оцінки потрібно розв'язувати самоузгоджену задачу.

³ Концентрація носіїв у формулі (7.2) визначається через $g_{1D}(E)\Delta\mu$ для випадку $T = 0$ К. При $T \neq 0$ функція Фермі-Дірака розмивається, що призводить до нахилу драбини провідності так, що при подальшому збільшенні температури сходинки стають нерозрізненими.

7.4. ОДНОЕЛЕКТРОННІ ЯВИЩА

Одним із нових принципів, за допомогою якого можна здійснити подальше зменшення розмірів та потужності, а також збільшити робочі частоти мікроелектронних елементів, є використання *одноелектронних процесів і приладів*. В цих приладах використовуються одноелектронні кулонівські кореляції, в яких транспорт одного електрона залежить від транспорту інших електронів. Явище одноелектронного тунелювання вперше було завбачено в 1986 році російським професором К.К. Ліхаревим і згодом знайшло багаторазове експериментальне підтвердження.

Для того щоб зрозуміти суть цього явища, розглянемо систему послідовно з'єднаних дуже малих конденсаторів (C). Відстань між окремими конденсаторами вибирається сумірною з довжиною електронної хвилі де Бройля – для того, щоб між ними було можливим тунелювання. Такою системою може, наприклад, бути набір ізольованих металевих гранул малого радіуса (r) із ємністю рівною $C = r$, що знаходяться на відстані, сумірній з λ_D . Нехай гранула має радіус $r \sim 0,001$ мкм. В ній знаходиться $\sim 10^3$ електронів. При втраті одного електрона потенціал гранули змінюється на величину $e/r \sim 1,4$ В, а енергія – на величину, що перевищує енергію теплового руху ($e^2/r > k_B T$). Крім тунелювання, в цій системі можливий також обмін термічно збудженими електронами та квантові флуктуації, які заважають спостереженню одноелектронних явищ. Тому для чіткого спостереження одноелектронних явищ система повинна задовольняти таким вимогам:

- скінченної (не рівної нулеві) прозорості потенціального бар'єра U_0 на границях елементарних ємностей або між окремими мікрогранулами, що має місце, коли виконується умова

$$\ell < h / \sqrt{2mU_0} \quad (7.7)$$

де ℓ - відстань між ємностями, m - ефективна маса електрона;

- електростатична енергія елементарного конденсатора (гранули) при зміні заряду на $\pm e$ повинна бути більшою теплової енергії

$$\frac{e^2}{2C} \gg k_B T \quad \text{або} \quad CT \ll 10^{-3} [\text{см} \cdot \text{град}], \quad (7.8)$$

що вимагає зменшення температури та розмірів системи $C \propto \ell_1 \ell_2 / \ell_3 \propto \ell_i$; а чисельна оцінка за формулою (7.8) показує, що для спостереження одноелектронних явищ при температурах більших 77 К ємності гранул повинні бути меншими 10^{-18} Ф;

- зміна електростатичної енергії елементарної ємності повинна бути більшою за величину розширення енергетичного рівня електрона⁴ через квантові флуктуації

$$\frac{e^2}{2C} \gg \frac{\hbar}{\tau} = \frac{\hbar G}{C} \quad (7.9)$$

де τ - середній час життя в даному стані, який у даному випадку можна оцінити як середній час проходження електрона крізь перехід, G - повна провідність тунельного переходу, яка залежить від його квантової провідності $G_0 \equiv e^2 / 2\pi\hbar$ та від провідності, котра шунтує перехід. Нерівність (7.9) при врахуванні значення G_0 може бути записана в такому вигляді:

$$G_0 \gg G, \quad (7.10)$$

тобто провідність, що шунтує тунельний перехід, повинна бути меншою за квантову провідність переходу.

Розглянемо можливі зміни електростатичної енергії елементарної ємності C (металевої гранули) при передачі елементарного заряду, коли виконується умова (7.8). Позначимо початковий заряд на ємності (гранулі) через Q_0 . Електростатична енергія тако

⁴ Розширення енергетичного рівня через квантові флуктуації визначається співвідношенням невизначеності $\Delta E \tau > \hbar$.

го конденсатора C рівна $E = Q_0^2/2C$. При переході електрона від однієї гранули до другої (тобто при зміні заряду ємності на величину зряду електрона) її електростатична енергія змінюється на величину

$$\Delta E = \frac{(Q_0 \pm e)^2}{2C} - \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{e}{C} \left(\frac{e}{2} \pm Q_0 \right) \quad (7.11)$$

Заряд, що транспортується між електродами переходу (конденсатора), є складовою частиною повного заряду ємності (або гранули). Навіть при дискретній зміні транспортного заряду на ціле число (n) елементарних зарядів (ne), поверхневий заряд обкладинки змінюється неперервно. Він може розглядатися, як плавний зсув електронної хмари поблизу поверхні обкладинки конденсатора (або гранули) по відношенню до її положення в рівноважному стані, тобто відбувається поляризація речовини. Тому навіть *дискретні зміни заряду конденсатора (гранули) Q при тунелюванні окремих електронів не змінюють неперервності зміни поверхневого заряду*. На поверхні гранули відбувається плавне накопичування або зменшення заряду, аналогічне зарядці конденсатора. Це уявлення про наявність ненульового початкового заряду на тунельному переході, який може набувати значення, не кратні цілому числу електронів, є одним із найважливіших припущень теорії одноелектронного тунелювання.

Аналіз формули (7.11) показує, що електростатична енергія системи при перенесенні в ній одного електрона зменшується ($\Delta E < 0$) лише у випадку, коли $Q_0 < -e/2$ або $Q_0 > e/2$. У всіх інших випадках $\Delta E > 0$. Це означає, що при одноелектронному тунелюванні виникає заборонена область початкових зарядів $-e/2 < Q < e/2$, в якій тунелювання є не вигідним процесом. Цю область називають областю *кулонівської блокади*, а саме *явище зменшення струму на переході - явищем кулонівської блокади*. Причиною блокади є кулонівське поле, яке виникає при перенесенні електрона на перехіді, і це поле гальмує електрони. Вольт-амперна характеристика такої системи схематично зображена на рис.7.7. На ній демонструється характерна риса кулонівської блокади - відсутність

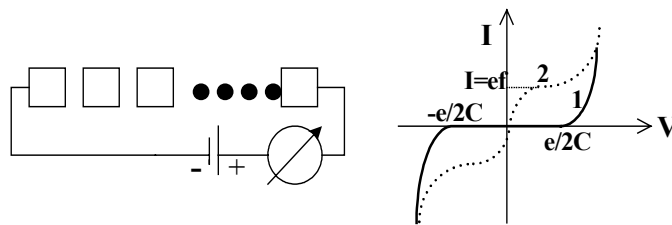


Рис.7.7. Вольт-амперні криві ланцюга металевих гранул: 1 - без дії НВЧ, 2 - під дією НВЧ електромагнітних коливань.

струму в інтервалі напруг $-e/2C < V < e/2C$. Напруга, при якій тунельний струм зменшується до нуля, називається *напругою відсічки або напругою кулонівської блокади* $V_{CB} = \pm e/2C$.

7.5. ОДНОЕЛЕКТРОННІ КОЛИВАННЯ

Тепер розглянемо протікання струму крізь одиночний тунельний перехід в умовах одноелектронного тунелювання, коли до нього підведена напруга $V \neq 0$ від зовнішнього джерела напруги. Нехай спочатку обкладинки переходу не мають заряду: $Q_0 = 0$. Перехід знаходиться в стані кулонівської блокади. Під дією зовнішнього джерела напруги $V \neq 0$ він заряджається. Під час зарядки ємності її заряд змінюється неперервно. Коли заряд ємності переходу стає більшим за $+e/2$ ($Q = (e/2 + \Delta)$, $\Delta > 0$), різниця потенціалів на обкладинках конденсатора стає більшою напруги відсічки. Відбувається тунелювання одного електрона і йде струм $I \neq 0$. Після тунелювання заряд обкладинки конденсатора змінюється дискретно на $-e$ і стає рівний

$$Q = (e/2 + \Delta - e) = (-e/2 + \Delta), \quad -e/2 < Q < e/2. \quad (7.12)$$

Виникає стан кулонівської блокади і ємність переходу знову починає неперервно заряджатися під дією зовнішнього джерела напруги. Коли заряд Q знову досягає значення, більшого за $e/2$ (тобто $\Delta > e$), відбувається новий акт одноелектронного тунелювання, під час якого заряд змінюється дискретно, і процес повторюється. Виникають *одноелектронні коливання струму*, які складаються з *актів періодичної неперервної зарядки ємності переходу та актів перенесення електрона крізь перехід* (рис.7.8). Вони є проявом корельованих у часі актів одноелектронного транспорту елементарного заряду крізь перехід.

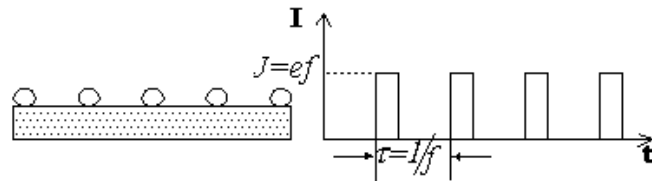


Рис.7.8. Одноелектронні коливання.

Власна частота одноелектронних коливань (f) залежить від ємності та провідності переходу та паразитних ємностей, опорів та індуктивностей системи. Без врахування паразитних параметрів схеми вона може бути досить великою. Дійсно, вона визначається зарядкою ємності, тобто рівна $f < G/2\pi C$. Якщо скористатися оцінкою ємності за формулою (7.8), а для квантової провідності використати вираз $G = e^2/2\pi\hbar$, $f < 10^{12}$ Гц. Звичайно, що в реальних випадках неможливо знехтувати впливом паразитних та допоміжних елементів схем, які значно зменшують реальні граничні частоти.

Коли перехід знаходиться під дією поля, що змінюється з частотою f , то внаслідок взаємодії змінних полів з одноелектронними коливаннями змінюється вигляд вольт-амперної характеристики (пунктир на рис.7.7). Струм починає зростати від нуля до величини $I = ef$. Залежність

$$I = e \cdot f \quad (7.13)$$

є характерною для одноелектронних коливань. Вона вказує, що одноелектронні коливання можна використовувати для побудови стандарту струму, тому що частота за допомогою сучасних методів вимірюється з дуже великою точністю.

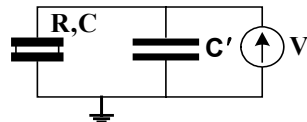


Рис.7.9. Еквівалентна схема одноелектронного переходу.

Експериментально спостерігати одноелектронні коливання на одному тунельному переході важко, тому що до нього потрібно прикласти напругу від зовнішнього джерела напруги за допомогою провідників. Їх ємність C' шунтує ємність переходу. На

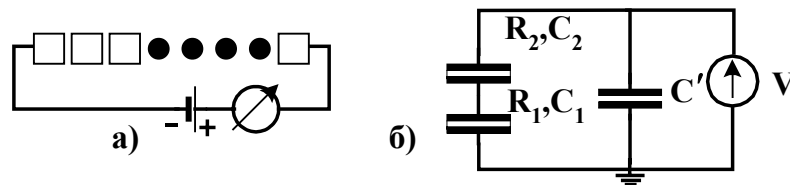


Рис.7.10. Ланцюжки переходів: а) послідовні гранули; б) еквівалентна схема з 2-х переходів.

рис.7.9 представлена еквівалентна схема тунельного переходу, на якій зображена паразитна ємність контактних провідників C' . Вона значно більша ємності самого переходу ($C \ll C'$). Це означає, що при тунелюванні одного електрона створюється мала різниця потенціалів на переході й енергія такого шунтованого переходу ($e^2/2C' \ll e^2/2C$) вже не буде задовольняти необхідній умові (7.8). Тому флуктуації електромагнітного поля можуть звести нанівець одноелектронні ефекти. На рис.7.10.б зображена еквівалентна схема двох послідовно з'єднаних переходів з ємностями та опорами $C_{1,2}$ та $R_{1,2}$ відповід

но та паразитна ємність $C' \gg C_{1,2}$. Перший перехід виявляється зашунтований ємністю C'' , що складається з послідовно сполучених ємностей C_1 та C' . Вона значно менша паразитної ємності C' ($C'' = C'C_2 / (C' + C_2) \approx C_2 \ll C'$). Тому одноелектронне тунелювання крізь перший перехід буде задовольняти необхідній умові (7.8): $e^2 / 2(C_1 + C_2) < k_B T$. Таким чином, в ланцюжку переходів вони захищають один одного від впливу флуктуацій зовнішнього поля.

7.6. КУЛОНІВСЬКА ДРАБИНА ТА ОДНОЕЛЕКТРОННИЙ ТРАНЗИСТОР

Здебільшого переходи в ланцюжку не зовсім однакові. Це означає, що кожний перехід має свій час одноелектронного переходу. Там, де час переходу менший, одноелектронний перехід відбувається швидше, і на ньому накопичується n електронів. Настає кулонівська блокада, і при зростанні напруги заряджається ємність. При певній напрузі виникає умова, при якій може відбуватися одноелектронне тунелювання ще одного електрона ($n+1$). Унаслідок цих одноелектронних процесів переносу на вольт-амперній характеристиці з'являються сходинки, величина яких тим більша, чим більше відрізняються переходи один від одного. Кожна сходинка утворюється додаванням одного електрона. Це змінює потенціал на $\Delta V = e^2/r$ і тунельний струм зростає на величину $\Delta I = ef$. Така вольт-амперна характеристика називається "кулонівською драбиною". Вона схематично зображена на рис.7.11.b. Переносом електронів у системі двох або більшої кількості переходів можна керувати за допомогою поляризаційного заряду на середньому електроді між переходами. Це, як було запропоновано в 1985-1987 роках Д. Авериним, К. Ліхаревим та Л. Кузьмінім⁵, можна здійснити за допомогою допоміжного конденсатора C_g , з'єднаного так, як показано на рис.7.11.a. Якщо заряд на затворі відсутній ($Q_g = 0$), то має місце кулонівська блокада й струм через систему не йде. Коли за допомогою зовнішнього джерела створюється напруга V_g і виникає заряд $Q_g = C_g V_g$ рівний $+e/2$ або $-e/2$, кулонівська блокада знімається і через ланцюжок переходів протікає тунельний струм. Таким чином, напруга на затворі V_g зсуває кулонівську драбину ліворуч або праворуч і керує, як у транзисторі, струмом у ланцюгу переходів. Неперервна зміна потенціалу V_g конденсатора C_g змінює заряд на затворі. Коли виконується умова

⁵ К.К. Лихарев, Т.Класон, "Одноэлектроника", В мире науки, 1992, №8, с.42-48.; М.Н. Devoret, U.C.Daniel, "Singl-electron Transfer in Metallic Nanostructures", Nature, 1992, V.360, pp. 547-553.

$$\frac{e}{2} = (-ne + Q_0 + C_g V_g) \quad (7.14)$$

де Q_0 - початковий заряд, n - кількість електронів на затворі при несиметричних перехо-

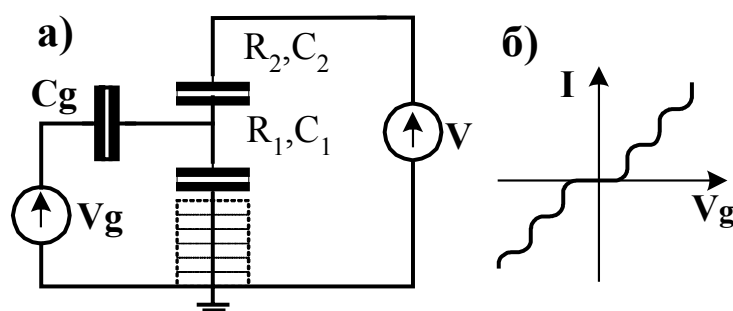


Рис.7.11. Схема одноелектронного транзистора.

дах, $Q_g = C_g V_g$ - заряд, що виникає під дією потенціалу на затворі, то стає можливим одноелектронний перехід (тунелювання). Він супроводжується зростанням струму в переході. Кількість електронів після одноелектронного переходу змінюється від n до $n+1$. Утворюється стан кулонівської блокади, під час якої при зростанні V_g знову відбувається зарядка ємності C_g і процес повторюється. При неперервній зміні потенціалу затвору кулонівська блокада виникає періодично. Напруга на переході при сталому струмі (або струм при сталій напрузі) буде періодично змінюватися в залежності від V_g . Таким чином можна створити *одноелектронний транзистор*.

7.7. ВПЛИВ РОЗМІРНИХ ЕФЕКТІВ

До цього часу ми знехтували впливом квантових розмірних ефектів на одноелектронний транспорт. Однак необхідні умови спостереження одноелектронних явищ (формули (7.7) - (7.10)) вимагають настільки суттєвого зменшення розмірів та температури, що розміри системи між переходами стають сумірними з довжиною електронної хвилі де Бройля (λ_D). Тому потрібно враховувати, що речовина між переходами (особливо це стосується напівпровідників, у яких $\lambda_{D,s} > \lambda_{D,m}$ через те, що $m_s < m_m$) знаходиться в стані зниженої розмірності 2D, 1D або навіть 0D. В цих станах зони розбиваються на окремі підзони, а у випадку квантової точки (0D)⁶ енергетичний спектр складається з набору дискретних енергетичних рівнів. Положення підзон або дискретних енергетичних рівнів відносно рівнів Фермі в електродах залежить як від їх потенціалів, так і речовини між переходами. Ці підзони або дискретні енергетичні рівні беруть

⁶ Термін квантова точка не завжди коректно використовується в літературі. Квантова точка - це об'єкт 0D розмірності. Проте в одноелектроніці квантовими точками називають об'єкти, в яких спостерігаються одноелектронні явища, але в них ще можна знехтувати ефектами розмірного квантування енергетичного спектру. При зниженні температури розмірне квантування стане чітко виявлятися і тому цей термін - квантова точка - широко вживається.

участь в актах тунелювання. На кулонівській драбині з'являться сходинки, котрі відповідають *резонансному тунелюванню* за участю цих рівнів.

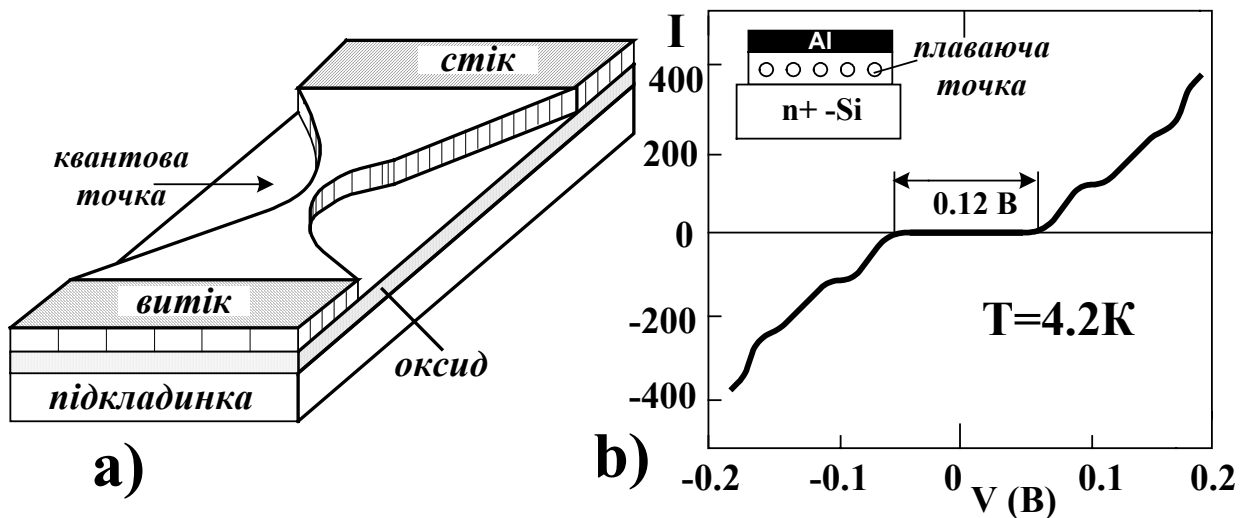


Рис.7.12. Схема будови одноелектронного транзистора (а) та вольт-амперна характеристика діода із плаваючими точками (b).

Експериментально одноелектронні явища неодноразово досліджувалися за допомогою скануючого тунельного мікроскопа (СТМ). Для цього між його вістрям та підкладкою розташовують металеву гранулу, ізольовану дуже тонким шаром діелектрика. Надзвичайно малі розміри гранули дозволяють спостерігати на вольт-амперних характеристиках кулонівську драбину не тільки при низьких ($T < 4,2$ К), але й при кімнатних температурах. Ці дослідження експериментально підтвердили основні властивості одноелектронних явищ, але система СТМ виявилась непридатною для створення на її основі мініатюрних та практичних одноелектронних приладів.

7.8. ОДНОЕЛЕКТРОННІ ПРИЛАДИ

Для практичного застосування одноелектронних явищ було запропоновано створювати квантові точки у різноманітних напівпровідникових структурах. Їх можна розділити на три групи:

Перше група – квантові точки, що виготовляються методами селективного травлення напівпровідникових структур, наприклад, кремнієвих, тінювого випаровування або за допомогою іонної імплантації металевих іонів і створення металевих острівців;

Друга група – вертикальні двохбар'єрні напівпровідникові структури, в яких квантові точки формує електричне поле затвора;

Третя група – планарні напівпровідникові структури, в яких за допомогою спеціальної конфігурації затворів створюється локальний просторовий розподіл електричного поля затвора, що формує квантові точки в індукованому каналі провідності або в каналі провідності двовимірного електронного газу (2DEG) на гетеропереході.

Прикладом напівпровідникової структури *першої групи* є кремнієвий одноелектронний польовий транзистор із квантовою точкою, схематично зображений на рис.7.13. Він виготовляється за допомогою імплантації кисню, електронної літографії та реактивного іонного травлення. Області нанометрових розмірів (~ 10 нм), відповідальні за одноелектронні явища, після додаткового окиснення покривалися шаром полікремнієвого затвора. Полікремній оточує із трьох боків звуження і його електричне поле, що створюється напругою на ньому, формує квантову точку. Дослідні зразки таких приладів,

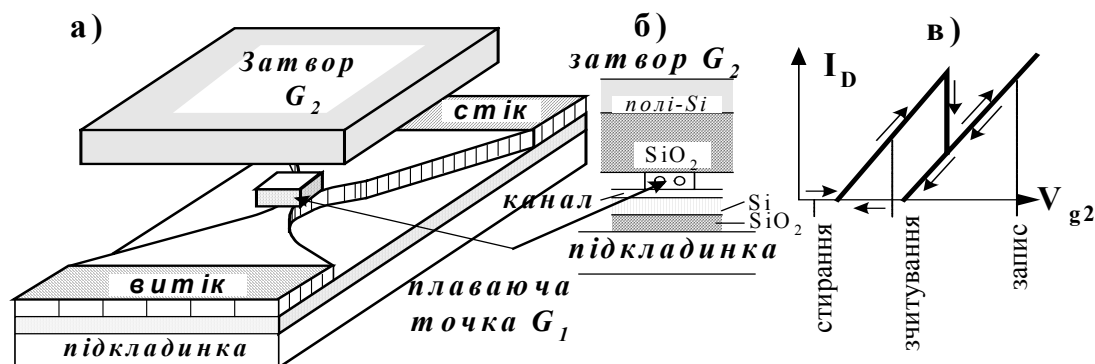


Рис.7.13. Схема будови одноелектронного транзистора із плаваючою точкою та його вольт-амперна крива.

виготовлені в різних лабораторіях, показали, що одноелектронні явища спостерігаються в них навіть при температурах ~ 70 К. Технологія їх виготовлення продовжує вдосконалюватися. Наприклад, між каналом провідності та затвором створюють ізольовану тонким шаром оксиду кремнію область із полікремнію з нанометрових розмірів. В шар оксиду кремнію методом іонної імплантації низьких енергій вносять іони металів (Sn або Sb). Після відпалу при температурах $\sim 800^\circ\text{C}$ метал утворює маленькі гранули в об'ємі оксиду кремнію діаметром ~ 4 нм. Ці металеві гранули служать точками, що виконують роль плаваючого затвора (рис.7.13 та 7.14). Їх називають плаваючими точками. Між ними та каналом провідності польового транзистора відбувається одноелектронний транспорт. Малі розміри плаваючої точки дозволяють спостерігати одноелектронні явища навіть при кімнатній температурі. На рис.7.13 наведено приклад вольт-амперної характеристики діода утвореного між підкладкою плаваючими точками та алюмінієвим затвором. На ній чітко видно кулонівську драбину. Новою особливістю цієї системи з допоміжним затвором (G_2) із плаваючою точкою є те, що на вольт-амперній характеристиці стокового струму від напруги на керуючому затворі G_2 у системі з'являється гістерезис. Така вольт-амперна характеристика ($I_D(V_{G2})$) схематично зображена на рис.7.13.с. Така система може служити одноелектронною пам'яттю. Напруги запису, зчитування та стирання вказані на рис.7.13.с. В реальних системах із плаваючими точками нанометрових розмірів вдається отримувати гістерезис навіть при кімнатних температурах.

Цікавим прикладом є використання тіньового випаровування для створення одноелектронного транзистора, котре дозволяє досить точно здійснювати процес самосуміщення. Поперечний переріз такого транзистора схематично зображений на рис.7.14.б. Процес його виготовлення починається з нанесення на окислену кремнієву підкладку електронного резисту, який складається із двох шарів поліметилметакрилату (ПММА) розділених шаром германію (ПММА - Ge - ПММА). В шарі цього складного електронного резисту за допомогою електронної літографії утворюють отвори (рис.7.14.1,2,3). Видно, що шар германію залишається після розчинення залишків ПММА й утворює підвішену маску над отворами. Крізь ці отвори під кутом α напиляють шар алюмінію (рис.7.14.4) На поверхні підкладки утворюються металеві прямокутники. Після їх окиснення знову через підвішену маску напилюють алюміній під іншим кутом β (рис.7.14.5). Після розчинення руйнівної маски на поверхні підкладки утворюється

самозміщена структура, яка складається із двох тунельних переходів та металевих підводів до них (рис.7.14.6).

В одноелектронних приладах *другої групи* використовуються двохбар'єрна вертикальні структури уніполярного транзистора, створеного за допомогою сандвічевих структур (рис.7.15). В них за допомогою фото- або електронної літографії стравлюють верхній шар навколо витокової області. Область витоку залишається на циліндричному виступі висотою $\sim 100 - 200$ нм та діаметром $\sim 0,3 - 0,5$ мкм. На поверхню навколо витоку наносять провідний шар затвора. Потенціал короткого затвора створює сідлоподібний просторовий розподіл потенціалу (рис.7.15.b), котрий обмежує область між двома

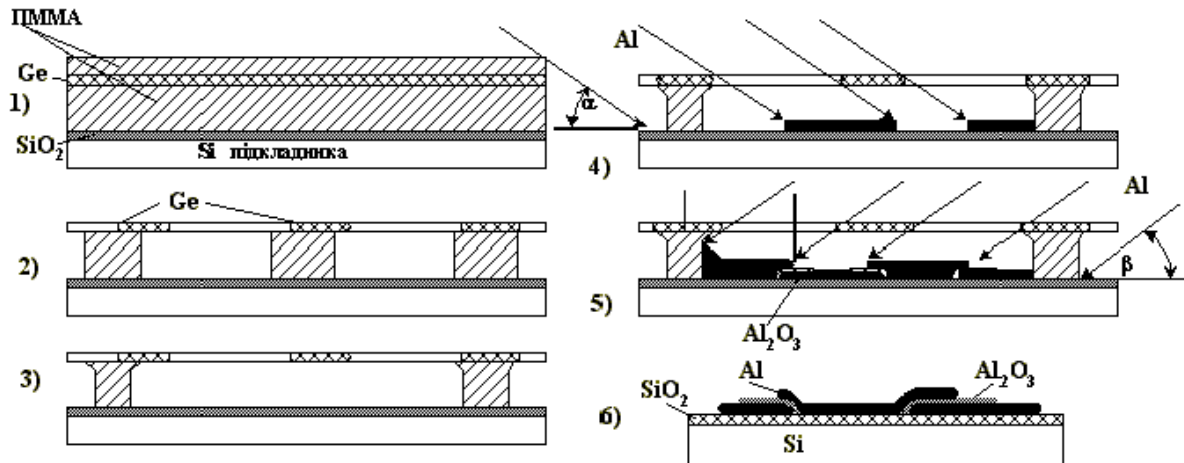


Рис.7.14. Схема будови одноелектронного транзистора на основі самосуміщених областей алюмінію.

бар'єрами й утворює квантову точку. Такі прилади виявили одноелектронні властивості при дуже низьких температурах ($T < 2$ K), що свідчить про необхідність подальшого

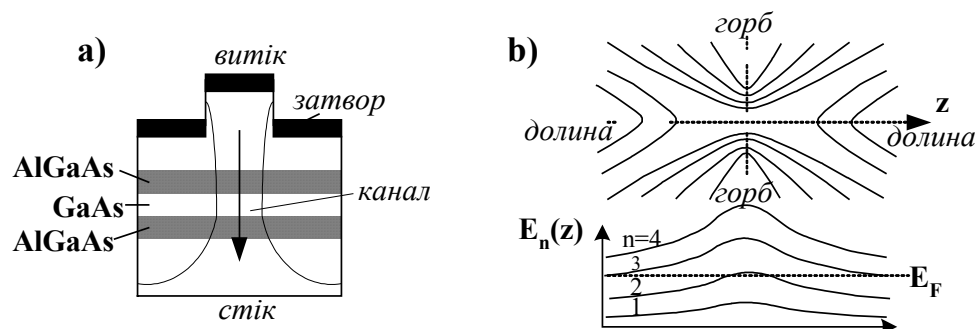


Рис.7.15. Схема одноелектронного вертикального транзистора (a), контури просторового сідлоподібного потенціалу (b).

зменшення розмірів системи.

У приладах *третьої групи* використовують планарні напівпровідникові структури МОН транзисторів або уніполярних транзисторів з 2D каналом провідності, створених за допомогою використання гетероструктур на основі напівпровідникових сполук

$A_{III}B_V$. Квантові точки в каналах провідності утворюються за допомогою спеціальної конфігурації затворів, які формують локальні електричні поля, що розділяють канал провідності на окремі квантові точки. На рис.7.16 схематично зображений одноелектронний кремнієвий уніполярний транзистор із двома затворами, які можуть при певних потенціалах затвору сформувати дві квантові точки в його каналі провідності. На цьому рисунку зображена також одна з вольт-амперних кривих транзистора.

На рис.7.17 схематично зображений поперечний розріз транзистора та затвора одноелектронного уніполярного транзистора на основі гетероструктур. В ньому за допомогою електродів спеціальної форми на поверхні структури створені умови для існування каналу із 2D електронним газом. Гетероперехід на границі між $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ n типу і нелегованого GaAs є каналом провідності зі значною концентрацією носіїв $n_s \sim 4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}$ і рухливістю носіїв $\mu \sim 6 \cdot 10^5 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$. Від'ємна напруга на золотих електродах затвора обмежує електрони у вузькому каналі. Затвор має складну форму, що

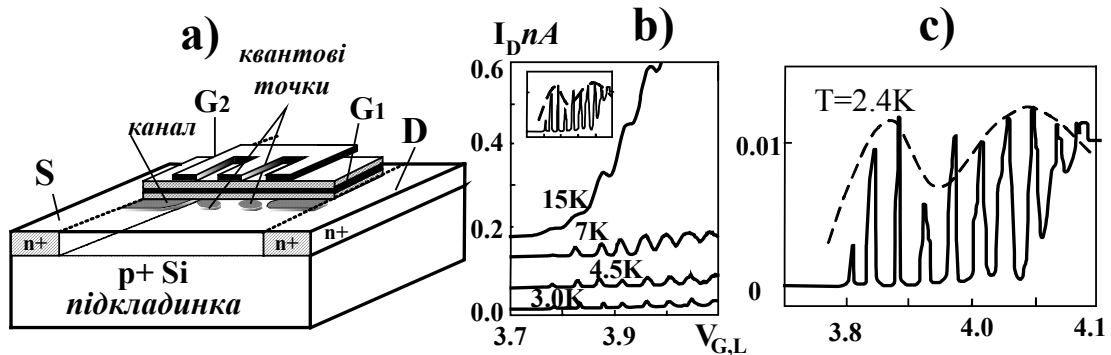


Рис.7. 16. Схема 2-х затворного одноелектронного транзистора (а) та його вольт-амперні криві (б) та (с).

дозволяє змінювати форму каналу в площині шару 2D провідності. Утворюються окремі області каналу провідності, які можна вважати квантовими точками. Електрони, що рухаються між витоком і стоком у каналі провідності, повинні тунелювати крізь бар'єри, які утворює електричне поле, що створюється напругою на затворі спеціальної форми. В цьому приладі використовується ефект польового транзистора, в якому відбуваються одноелектронні процеси переносу. Наприклад, спостерігалась кулонівська блокада й одноелектронні коливання струму.

Наведені конструкції одноелектронних приладів виявилися дієздатними і показали можливість практичного використання одноелектронних явищ.

Одноелектронні переходи мають такі характерні **корисні** особливості.

- Зміна струму кратна $\Delta j = (e/\tau) = e \nu$. Це дає змогу створювати пристрої для вимірювання малих струмів із великою точністю, бо частоту ν вдається вимірювати досить точно.
- Система чутлива до заряду. Її можна використовувати для побудови електрометрів із чутливістю в 10^6 разів більшою, ніж в існуючих приладів.
- Одноелектронні системи є швидкодіючими. Теоретична границя їх швидкодії, що обмежується зарядкою їх власної ємності, становить сотні терагерц

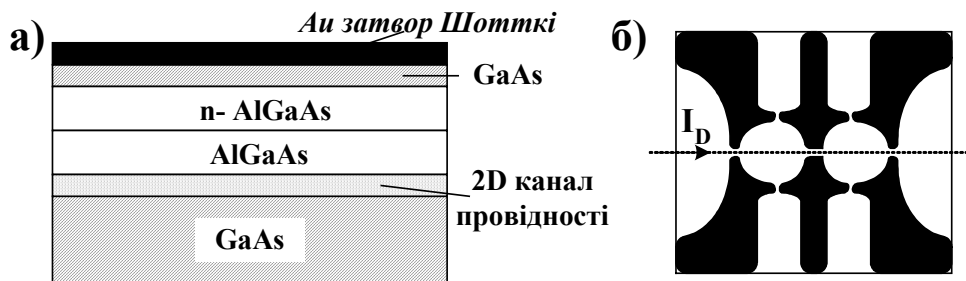


Рис.7.17. Схема будови одноелектронного транзистора із квантовими точками в 2D каналі провідності (а) та конфігурації його затвора (б).

($1 \text{ ТГц} = 10^{12} \text{ Гц}$). Однак існуючі прототипи через недоліки технології та вплив паразитних ємностей поки що мають значно нижчі робочі частоти.

- Одноелектронний прилад мають малі енерговитрати $\sim 3 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}$.

- Система дозволяє розробляти цифрові інтегральні схеми з гігантським ступенем інтеграції 10^{10} см^{-2} - в 1000 разів більшою за існуючу ступінь інтеграції.

Однак одноелектронні прилади не позбавлені **недоліків**, а саме:

- вони працюють, здебільшого, при низьких температурах ($T < 4.2 \text{ K}$), а для підвищення робочих температур необхідно подальше зменшення розмірів приладів, що вимагає вдосконалення технології виготовлення структур нанометрових розмірів, які повинні задовольняти умовам (7.7 - 7.10);
- мають дуже малі розміри, що утруднює їх виготовлення й підтримку в стабільному стані під час роботи;
- потребують захисту від флуктуацій зовнішніх полів та паразитних параметрів інших схемних елементів;
- вимагають врахування квантових ефектів, котрі ще не завжди досить добре відомі.

Позитивні якості одноелектронних приладів активізують зусилля наукової спільноти до накопичення нових знань про їх роботу, вдосконалення їх будови та технології ви-

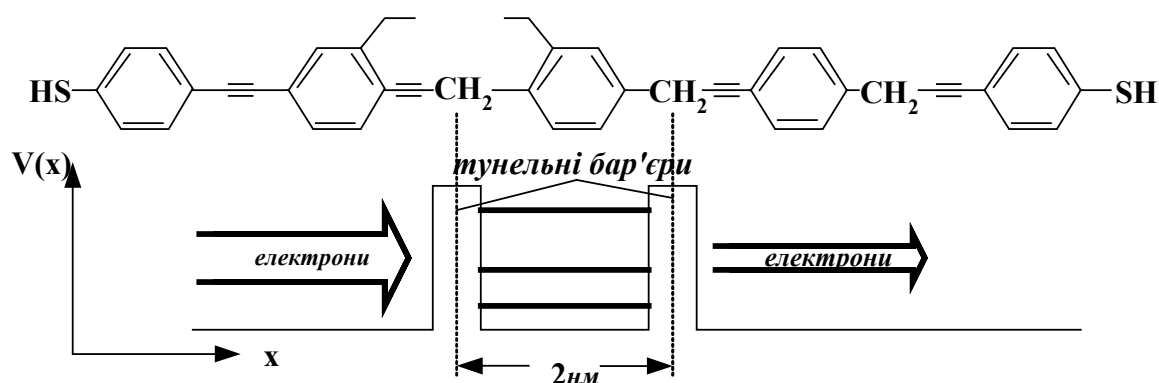


Рис.7.18. Схема молекулярного нанометрового транзистора, в якому використовується резонансне тунелювання в 1D системах.

готовлення. Технологія їх виготовлення неперервно вдосконалюється. Вона ще не досягла своїх граничних можливостей, що дозволяє сподіватися, що досить швидко будуть використані позитивні якості одноелектронних явищ. Одним із напрямків подальшого розвитку одноелектронних приладів є використання резонансного тунелювання та одноелектронних явищ у молекулярних електронних дротах (1D системах) та молекулах (0D системах), які є квантовими точками. Існують також проекти створення молекулярних транзисторів нанометрових розмірів. Одна зі схем можливої будови такого транзистора зображена на рис.7.18. Квантовий дріт (1D систему) планується створити за допомогою органічних молекул. Тунельні бар'єри в ній планується створити за допомогою метиленових груп CH_2 , розміщених в у молекулярній нитці. Між двома бар'єрами планується розмістити органічну молекулу, яка має дискретний спектр енергій. Наявність цієї молекули з дискретним енергетичним спектром дозволяє створювати сприятливі умови для здійснення резонансного тунелювання в молекулярній нитці. І хоча такі транзистори ще не створені, велике розмаїття молекул дозволяє сподіватись, що така ідея також буде здійснена.

7.9. ПІДСУМКИ

Зменшення одного або двох розмірів зразка дозволило вивчити та використати, крім дифузійного квазібалістичний та балістичний різновиди транспорту носіїв у напівпровідниках, який раніше успішно широко використовувався у вакуумній електроніці. Ця обставина стимулювала розвиток *вакуумної мікроелектроніки*, яка, з одного боку, зберегла відомі позитивні риси вакуумної електроніки, а, з другого боку, придбала нові позитивні якості притаманні груповим методам виготовлення елементів та схем твердотільної мікроелектроніки.

Використання балістичного транспорту носіїв у напівпровідниках також виявилось важливим для розвитку фізики твердого тіла. Було виявлено квантову провідність в 1D системах та у квантових точках (0D), котра виникає при послідовному заповненні струмових каналів, що асоціюють із розмірними квантовими рівнями.

Вивчення балістичного транспорту у системах зниженої розмірності стимулювало появу та швидкий розвиток *нового напрямку наноелектроніки – одноелектроніки*.

7.10. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

- 7.1. Які є різновиди транспорту носіїв?
- 7.2. Дайте визначення вакуумної мікроелектроніки. Які позитивні риси притаманні приладам вакуумної мікроелектроніки? Наведіть приклади приладів вакуумної мікроелектроніки.
- 7.3. Оцініть, при яких температурах можна спостерігати одноелектронні явища в каналі з розмірами 10×10 нм?
- 7.4. Які ідеї використовує одноелектроніка?
- 7.5. Дайте визначення балістичного транспорту, та наведіть приклади, коли він є основним різновидом транспорту.
- 7.6. При яких розмірах системи в ній можливі одноелектронні явища? Як ці розміри залежать від температури?
- 7.7. Що таке кулонівська блокада і за яких умов її можна спостерігати та використовувати?
- 7.8. Доведіть залежність струму обмеженому просторовим зарядом у вакуумі.
- 7.9. Чи можна використовувати балістичний транспорт для конструювання високочастотних приладів?
- 7.10. Як компенсують шкідливий вплив паразитних ємностей в одноелектронних приладах?
- 7.11. Що таке квант провідності і від чого він залежить?
- 7.12. Поясніть, чому плато на залежності провідності в 1D системі від напруги на затворі зникають при підвищенні температури.
- 7.13. Оцініть частоту та амплітуду одноелектронних коливань для одноелектронного переходу з розмірами $20 \times 20 \times 1,5$ нм та $\epsilon = 4$.
- 7.14. Оцініть частоту та амплітуду одноелектронних коливань ланцюжка із 10 одноелектронних переходів із розмірами $15 \times 15 \times 1$ нм та $\epsilon = 3$.
- 7.15. Наведіть приклади будови одноелектронних транзисторів та проаналізуйте їх позитивні властивості та недоліки.
- 7.16. Чи можна використовувати великі молекули для конструювання одноелектронних транзисторів?

ЛІТЕРАТУРА

1. К.К. Лихарев, Т. Класон, Одноелектроніка, В мире науки, №8, 42-48, 1992.
2. M.H. Devoret, U.C. Daniel, Singl-electron Transfer in Metallic Nanostructures, Nature, v. 360, 547-553, 1992.
3. А.Ф. Кравченко, В.Н. Овсяук, Электронные процессы в твердотельных системах пониженной размерности. – Новосибирск: Из-во Новосиб. Ун-та, 2000, - 448 с.
4. В.П. Дрегунов, И.Г. Неизвестный, В.А. Гридин, Основы нанозлектроники, Учеб пособие. – Новосибирск: Из-во НГТУ, 2000, - 332 с.
5. V.V. Mitin, V.A. Kochelap, M.A. Strosio, Quantum heterostructures: microelectronics and optoelectronics, Cambridge University Press, 1999, -p.642.
6. D.B. Holcomb, Quantum electrical transport in samples of limited dimensions. Am. J. Phys. v.67, №4, 278-297.

Глава 8. ВПЛИВ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА РУХ НОСІЇВ У СИСТЕМАХ ЗНИЖЕНОЇ РОЗМІРНОСТІ

8.1. ВСТУП

У постійному магнітному полі з напруженістю \vec{H} на носій заряду (електрон), що рухається із швидкістю \vec{v} , діє сила Лоренца

$$\vec{F} = \frac{e}{c} [\vec{v} \times \vec{H}] \quad (8.1)^1$$

направлена перпендикулярно до \vec{v} та \vec{H} . Під дією цієї сили носії починають рухатися в площині перпендикулярній до \vec{H} по циклотронним орбітам із *циклотронною частотою*

$$\omega_c = \frac{eH}{mc} \quad (8.2)$$

яка не залежить від їх енергії (для вільної частинки m у формулі (8.2) – це маса m_0 , у кристалах m – ефективна маса квазічастинки). Цей рух впливає на явища переносу (транспорту) носіїв. Різновиди такого руху рівноважних носіїв у магнітному полі є причиною виникнення *гальваномагнітних явищ їх переносу (транспорту)*.

Одним із таких явищ є *ефект Холла*, відкритий у 1879 році студентом 5-го курсу Балтиморського університету (США). Типова схема дослідження ефекту Холла наведена на рис.8.1. Ефект Холла полягає у виникненні електричного поля Холла (E_H) або холлівської різниці потенціалів (V_H) на бокових поверхнях провідника із струмом (I) під дією магнітного поля

$$V_H = R_H \frac{I}{w} H \quad (8.3)$$

де I – струм, H – напруженість магнітного поля, w – розмір провідника у напрямку пара-

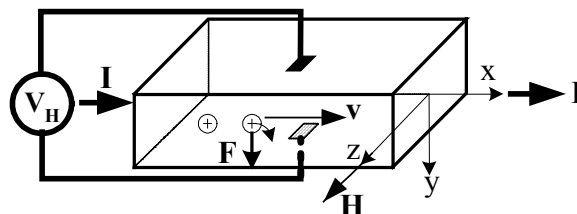


Рис.8.1. Схема вимірювання ефекту Холла.

лельному H , а R_H – *стала Холла*. Вона для провідника з одним типом носіїв рівна

$$R_H = \frac{1}{enc} \quad (8.4)$$

де n – концентрація носіїв, c – швидкість світла. Ефект Холла став методом експериментального визначення знака та концентрації носіїв заряду.

Циклотронний рух носіїв у магнітному полі, коли період їх обертання ($T = 2\pi/\omega_c$) більший за час τ – час релаксації, супроводжується резонансною взаємодією з електромагнітними хвилями. Це явище називається *циклотронним резонансом*, за допомогою якого визначають ефективну масу носіїв.

У 1930 році Е. Ландау показав, що циклотронний рух носіїв у магнітному полі квантований, його енергетичні рівні визначаються квантовим числом k

¹ Знак носія заряду $e = |e|$.

$$E_{\kappa} = \left(\kappa + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c, \quad \kappa=0,1,2,\dots \quad (8.5)$$

Ці, квантовані у магнітному полі, енергетичні рівні називаються *рівнями Ландау*. Вони впливають на густину станів і грають суттєву роль у явищах транспорту у магнітному полі не тільки у 3D системах, але і в системах зниженої розмірності. Зокрема, останнім часом були відкриті два нових явища *квантовий цілочисельний ефект Холла* та *дробовий ефект Холла*, за відкриття яких у 1985 та 1998 роках було присуджено дві Нобелівські премії з фізики.

8.2. РІВНІ ЛАНДАУ

У квантовій механіці циклотронному рухові відповідають стани, які визначаються гамільтоніаном

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left(\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 \quad (8.6)$$

де $\hat{\vec{p}} = -i\hbar\vec{\nabla}$ - оператор імпульсу, а \vec{A} - векторний потенціал магнітного поля ($\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$). Скориставшись комутативними співвідношеннями

$$A_j \hat{p}_j - \hat{p}_j A_j = i\hbar \nabla_j A_j, \quad j = x, y, z \quad (8.7)$$

та $\text{div}\vec{A} = 0$, отримаємо

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \frac{e^2 A_y^2}{2mc^2} + i \frac{e\hbar}{mc} (\vec{A} \cdot \nabla), \quad (8.8)$$

або, для однорідного сталого магнітного поля $\vec{H}(0, 0, \mathcal{H})$, коли $\vec{A}(0, x\mathcal{H}, 0)$

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + i \frac{e\hbar\mathcal{H}}{mc} x \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e^2 \mathcal{H}^2}{2mc^2} x^2 \quad (8.8a)$$

Відповідне до (8.8a) рівняння Шредінгера для руху в зовнішньому електричному полі з напруженістю $\vec{E}(E, 0, 0)$, коли $U(\vec{r}) = eEx \neq 0$, є

$$(\hat{H} + eEx) \psi(x, y, z) = E \psi(x, y, z) \quad (8.9)$$

Будемо шукати його розв'язок у вигляді

$$\psi(x, y, z) = \varphi(x) e^{i(k_y y + k_z z)} \quad (8.10)$$

Підстановка (8.10) у (8.9) зводить рівняння Шредінгера до рівняння гармонічного осцилятора. Воно має найпростіший вигляд для ізотропної ефективної маси та $E = 0$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \varphi}{dx'^2} + \frac{1}{2} m \omega_c^2 x'^2 \varphi = E' \varphi \quad (8.11)$$

де

$$x' = x - x_0, \quad E' = E - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}, \quad (8.11a)$$

k_z - складова хвильового вектора по осі z , ω_c - циклотронна частота (8.2),

$$x_0 = \hbar c k_y / e \mathcal{H} \quad (8.11b)$$

. Величина x_0 визначає зсув центра циклотронного руху носія (відповідного гармонічного осцилятора) уздовж осі x . Значення x_0 прийнято записувати у вигляді $x_0 = \Phi_0 k_y / 2\pi \mathcal{H}$, де $\Phi_0 = \hbar c / e$ - квант магнітного потоку.

Уявлення про квантування магнітного потоку пов'язане з добре відомою властивістю хвильової функції зарядженої частинки в магнітному полі - її неоднозначністю, пов'язаною з неоднозначністю потенціалів поля. Вони в класичній електродинаміці визначені тільки з точністю до калібровочних перетво-

реть $\vec{A} \rightarrow \vec{A} + \vec{\nabla}f$ та $\varphi \rightarrow \varphi - (1/c) \partial f / \partial t$ (φ – скалярний, \vec{A} – векторний потенціали поля, f – довільна функція координати та часу), що вимагає одночасної заміни хвильової функції згідно $\psi \rightarrow \psi \exp\{ief/\hbar c\}$. Іншими словами, фаза θ хвильової функції $\psi = |\psi| e^{i\theta}$ зарядженої частинки нело-

кально залежить від вектор-потенціалу $\vec{A}(r, t)$ електромагнітного поля $\theta(\vec{A}) = \theta_0 + \frac{e}{\hbar c} \int_C \vec{A} d\vec{l}$, де інтегру-

вання ведеться по квазікласичній траєкторії.

Нехай заряджена частинка в постійному магнітному полі здійснює фінітний рух (напр., рух по циклотронній орбіті). В цьому випадку квазікласичним хвильовим функціям відповідає значення $\theta_0 = \int_C \vec{p} d\vec{l}$, де \vec{p} – узагальнений імпульс частинки, і правило квантування Бора-Зоммерфельда дає

$$\oint_C \vec{p} d\vec{l} + \frac{e}{\hbar c} \oint_C \vec{A} d\vec{l} = 2\pi\hbar(N + 1/2) \text{ де } N = 0, 1, 2, \dots, \text{ а } C - \text{ замкнена квазікласична траєкторія, що відповідає}$$

N – му власному значенню. Порівнюючи останній результат із стандартною формою правил квантування Бора-Зоммерфельда ((2.27), примітка 4, глава 2), дійдемо до висновку, що потік магнітного поля крізь

замкнений контур C визначається величиною $\oint_C \vec{A} d\vec{l} = n\Phi_0$, де $n = 0, 1, \dots$, а $\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{e}$ – квант магнітного

потoku.

Таким чином, **квант потоку** – це мінімальне значення магнітного потоку, що забезпечує локальну калібровочну симетрію при квантово-механічному описі зв'язаних станів у системах з електромагнітною взаємодією.

Повертаючись до рівняння (8.11), нагадаємо, що власні значення рівняння для гармонічного осцилятора добре відомі. Вони є дискретними та еквідистантними й визначаються квантовим числом κ : для рівняння (8.11)

$$E' = E'_\kappa = \hbar\omega_c \left(\kappa + \frac{1}{2} \right), \quad \kappa = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (8.12)$$

Ці енергетичні рівні розділені інтервалом $\Delta E = \hbar\omega_c$ і називаються *рівнями Ландау*. Комбінуючи формули (8.11а) та (8.12), знайдемо повну власну енергію E :

$$E = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} + E' = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} + \hbar\omega_c \left(\kappa + \frac{1}{2} \right), \quad \kappa = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (8.12a)$$

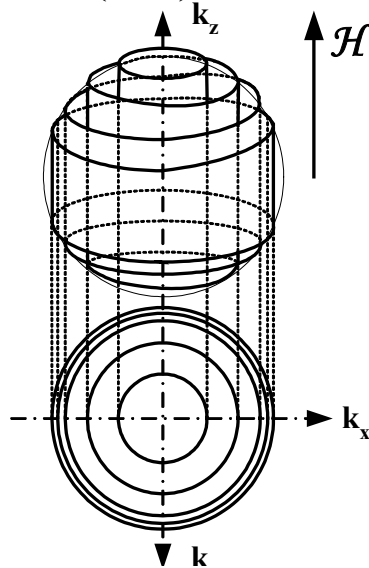


Рис.8.2. Енергетичний спектр носіїв у магнітному полі для 3D системи.

На рис.8.2 наведено енергетичний спектр провідника зі сферичною поверхнею сталої

енергії у \vec{k} – просторі. Видно, що весь простір розділяється у магнітному полі трубками дозовлених рівнів Ландау з радіусами

$$(k_x^2 + k_y^2)^{1/2} = \sqrt{\frac{2m\omega_c}{\hbar} \left(\kappa + \frac{1}{2} \right)} \quad (8.13)$$

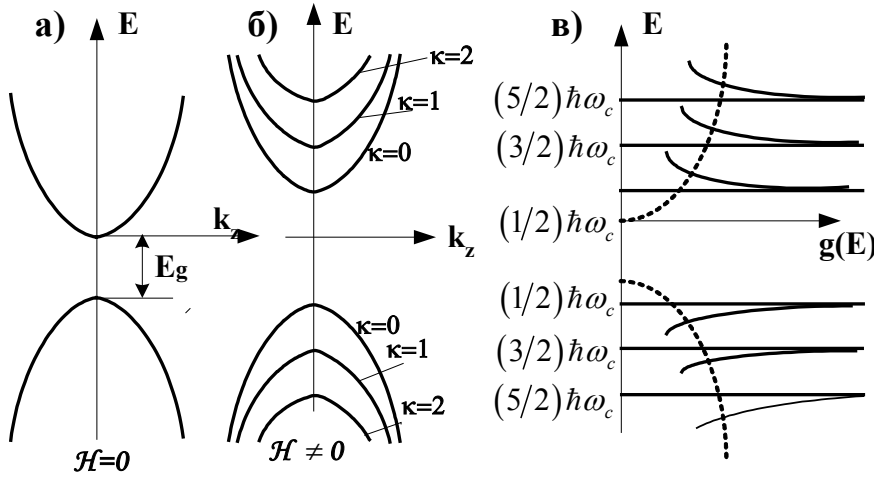


Рис.8.3. Енергетичний спектр носіїв 3D системи: а) $\mathcal{H}=0$, б) $\mathcal{H} \neq 0$, в) залежність густини станів від енергії $g(E)$ у магнітному полі.

Для двозонної моделі напівпровідника із квадратичним законом дисперсії залежність енергії від z -ї складової хвильового вектора наведена на рис.8.3. У відсутності магнітного поля вона є квазінеперервною ($E_c = \hbar^2 k_z^2 / 2m_c$ та $E_v = \hbar^2 k_z^2 / 2m_v$). У магнітному полі спектр розбивається на окремі параболи з різними квантовими числами κ . При $k_z = const$ енергетичний спектр перетворюється у систему дискретних енергетичних рівнів (підзон) Ландау як у зоні провідності, так і у валентній зоні. У магнітному полі дно зони провідності зсувається в бік більших енергій на величину $(\hbar\omega_{c,c}/2)$, а стеля валентної зони у бік менших енергій на величину $(\hbar\omega_{c,v}/2)$. Ефективна ширина забороненої зони стає рівною

$$E_{g,ef} = E_g + \frac{\hbar\omega_{c,c}}{2} + \frac{\hbar\omega_{c,v}}{2} = E_g + \frac{\hbar e \mathcal{H}}{2c} \left(\frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v} \right) \quad (8.14)$$

Зміна енергетичного спектру у магнітному полі (дискретні рівні Ландау) суттєво впливають на фізичні властивості кристалів, коли $k_B T \ll \hbar\omega_c$, тобто коли енергія теплового руху недостатня для збудження носіїв з одного рівня Ландау на інший.

Можна показати (задача 8.7), що при $\mathcal{E} \neq 0$

$$E' = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} + \hbar\omega_c \left(\kappa + \frac{1}{2} \right) + v_H \hbar k_y - \frac{1}{2} m v_H^2, \quad \kappa=0,1,2,3,\dots \quad (8.15)$$

де $x_0 = (\hbar c / e \mathcal{H}) k_y - e \mathcal{E} / m \omega_c^2$, а $v_H = c \mathcal{E} / \mathcal{H}$. З порівняння (8.12а) та (8.15) видно, що електричне поле $\vec{\mathcal{E}}(\mathcal{E}, 0, 0)$ додатково зсуває центри циклотронного руху на величину $e \mathcal{E} / m \omega_c^2$, та викликає рух уздовж осі у із груповою швидкістю

$$v_y = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E'}{\partial k_y} = v_H = c \mathcal{E} / \mathcal{H} \quad (8.16)$$

Наявність рівнів Ландау чітко спостерігається на спектрах поглинання. Насамперед має місце “зсув краю поглинання” у магнітному полі $(\hbar\omega = E_g + (1/2)(\hbar e \mathcal{H} / c)(m_e^{-1} + m_p^{-1}))$ та з’являється серія максимумів поглинання при

$\hbar\omega_k = E_g + (k + 1/2)(\hbar e\mathcal{H}/c)(m_c^{-1} + m_v^{-1})$, положення яких залежить від напруженості магнітного поля. При переходах виконується правило відбору $\Delta k = 0$. При великих k та \mathcal{H} відхилення від лінійної залежності дає інформацію про непараболічність зон (про відхилення від квадратичного закону дисперсії).

8.3. ГУСТИНА СТАНІВ У 3D СИСТЕМІ

Розглянемо паралелепіпед із сторонами $L_x \times L_y \times L_z$. Магнітне поле $\vec{\mathcal{H}}(0, 0, \mathcal{H})$ не змінює квазінеперервну залежність z -ї компоненти енергетичного спектра $E_z(k_z)$. Для квадратичного закону дисперсії кількість станів в інтервалі енергій від E_z до $E_z + dE_z$ визначається для паралелепіпеда, що розглядається, згідно (2.47) за формулою

$$g(E_z)dE_z = \frac{L_z}{2\pi\hbar} dp_z = \frac{L_z\sqrt{2m}}{2\pi\hbar\sqrt{E_z}} dE_z \quad (8.17)$$

Енергетичні рівні (8.12a) не залежать від складової квазіімпульсу p_y і тому є виродженими. Визначимо кратність їх виродження. На інтервал довжин від 0 до L_x укладається n_x парабол, де

$$n_x = \frac{L_x}{\Delta x} \quad (8.18)$$

Значення Δx визначимо за допомогою виразу для x_0 (8.11b), коли квазіімпульс p_y змінюється в інтервалі $0 \leq p_y \leq \frac{2\pi\hbar}{L_y}$:

$$\Delta x = \frac{c}{e\mathcal{H}} \Delta p_y = \frac{\hbar c}{e\mathcal{H}} \frac{2\pi}{L_y} \quad (8.19)$$

Після підстановки (8.19) у (8.18) отримаємо ступінь виродження рівня Ландау

$$\zeta_x = \frac{L_x L_y}{2\pi} \frac{e\mathcal{H}}{\hbar c} = L_x L_y \frac{\mathcal{H}}{\Phi_0} \quad (8.20)$$

який визначається кількістю центрів циклотронного руху у площині зразка перпендикулярній до магнітного поля або кількістю елементарних магнітних потоків $\Phi_0 = ch/e$, що укладаються у площині $L_x \times L_y$ у магнітному полі. Ці стани розміщуються на трубках Ландау.

Комбінуючи (8.17), (8.18), (8.20) та використовуючи для енергії формулу (8.12), отримаємо для густини станів вираз

$$g(E) = 2 \frac{L_x L_y L_z}{(2\pi)^2 \hbar^2} \sqrt{2m} \frac{e\mathcal{H}}{c} \sum_{\kappa=0}^{\kappa_m} \frac{\Theta \left[E - \left(\kappa + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c \right]}{\sqrt{E - \left(\kappa + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c}} \quad (8.21)$$

де $L_x L_y L_z$ - об'єм кристала, Θ - функція Хевісайда, а κ_m обирається з умови $E \geq (\kappa_m + 1/2) \hbar\omega_c$. Додатковий множник 2 з'являється тоді, коли при визначенні (8.18) враховано два знаки k_y . Енергетична залежність густини станів, віднесених до одиниці об'єму ($g'(E) = g(E)/L_x L_y L_z$)

$$g'(E) = \frac{(m)^{3/2}}{\sqrt{2\pi^2 \hbar^3}} (\hbar\omega_c) \sum_{\kappa=0}^{\kappa_m} \frac{\Theta \left[E - (\kappa + 1/2) \hbar\omega \right]}{\sqrt{E - (\kappa + 1/2) \hbar\omega}} \quad (8.21a)$$

На рис.8.3.с наведена залежність густини станів від енергії у магнітному полі. Видно, що магнітне поле квантує енергетичний спектр. Він розбивається на рівні (підзони) Ландау, що супроводжується стрибкоподібним зростанням густини станів, коли їх енергії стають кратними $\hbar\omega_c$. Ці осциляції густини станів є причиною появи осциляцій у магнітному полі вільної енергії, намагніченості (ефект Гааза - ван Альтфена), електричного опору (ефект Шубнікова - де Гааза) тощо. Стрибки властивостей провідників виникають при кожному проходженні чергового рівня Ландау повз рівень Фермі.

8.4. ГУСТИНА СТАНІВ У 2D СИСТЕМІ

Коли розмір зразка L_z зменшується й стає сумірним або меншим довжини хвилі де Бройля носіїв заряду λ_D , то z -ва складова енергії квантується й енергетичний спектр системи розбивається на розмірні підзони. Положення дна розмірних підзон згідно (2.44) визначається квантовим числом ν , і при обмеженні зразка в напрямку L_z нескінченно високими стінками для квадратичного закону дисперсії задається формулою

$$E_{z,\nu} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL_z^2} \nu^2, \quad \nu=1, 2, 3, \dots \quad (8.22)$$

Магнітне поле $\vec{H}(0,0,\mathcal{H})$ у такому зразку квантує енергії у кожній розмірній підзоні. Енергетичний спектр носіїв у розмірній підзоні при заданому значенні квантового числа ν , тобто значенні енергії $E_{z,\nu}$ розбивається на систему рівнів (підзон) Ландау

$$E = E_{z,\nu} + \hbar\omega_c \left(\kappa + \frac{1}{2} \right), \quad \kappa=0,1,2,\dots \quad \nu=1,2,\dots \quad (8.23)$$

Врахування спіну електрона призводить до появи додаткового члена у (8.23)

$$E = E_{z,\nu} + \hbar\omega_c \left(\kappa + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{1}{2} g \mu_B \mathcal{H}, \quad (8.23a)$$

де μ_B – магнетон Бора, g – гіромагнітний фактор (множник Ланде).

Кожний рівень Ландау згідно (8.20) є ζ_x -кратно виродженим. Густина станів на рівні Ландау, віднесена до одиниці об'єму, є, таким чином,

$$g(E) = \frac{e\mathcal{H}}{2\pi\hbar c} \frac{L_x L_y}{V} \quad (8.24)$$

де $V = L_x L_y L_z$ - об'єм зразка. Енергетичний спектр у $2D$ просторі можна представити системою δ функцій з максимумами, локалізованими на рівнях Ландау, між якими є заборонені підзони $\hbar\omega_c$ (рис.8.4). На кожному з рівнів Ландау згідно (8.24) є $g(E)$ дозволених станів. Скориставшись виразом для елементарного магнітного потоку $\Phi_0 = hc/e$, отримаємо з (8.24) для густини станів на одиницю поверхні

$$g(E) = \frac{\mathcal{H}}{\Phi_0}. \quad (8.24a)$$

Для врахування спінового виродження використовують множник 2. Оскільки величина \mathcal{H}/Φ_0 [см⁻²] являє собою густину елементарних магнітних потоків, або їх кількість на одиницю площі у магнітному полі \mathcal{H} , то зрозуміло, що густина станів на рівні Ландау визначається кількістю елементарних магнітних потоків, котрі створює прикладене магнітне поле. Таким чином, *утворення нового елементарного магнітного потоку створює новий стан на рівні Ландау*.

Порівнюючи (8.24a) із виразом (2.44) для густини станів у $2D$ системі, бачимо, що магнітне квантування збирає всі можливі рівні $2D$ системи в інтервалі енергій від 0 до $\hbar\omega_c$ на рівень (підзону) Ландау, котрий знаходиться у певній розмірній підзоні, яка

визначається квантовим числом ν . Процес збирання енергетичних рівнів схематично зображений на рис.8.4. Енергетичні рівні, що знаходяться з обох боків від енергетичного рівня $\hbar\omega_c$ (заштриховані області на рис.8.4.а), зтягуються на цей рівень. Таким чином, кожний рівень Ландау містить таку саму кількість станів, як і вихідна 2D розмірна підзона в інтервалі енергій шириною $\hbar\omega_c$.

В реальних кристалах відбувається розсіяння носіїв, котре характеризується се-

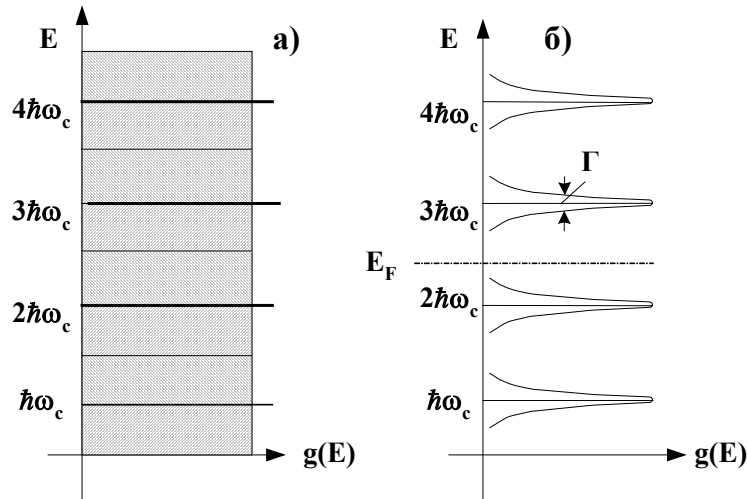


Рис.8.4. Густина станів на рівнях Ландау.

реднім проміжком часу τ_s між актами розсіяння. Час $\tau_s = \tau_{singl}$ називається одночастинковим часом життя носіїв. Він відрізняється від транспортного часу життя ($\tau = \mu m/e$), тому що враховує всі акти розсіяння, а транспортний час враховує лише акти, які викликають зміну напрямку розповсюдження носіїв при розсіянні. Згідно співвідношення невизначеності скінченність одночастинкового часу життя τ є причиною розширення рівнів Ландау на величину $\Gamma \geq \hbar/\tau$. На рис.8.4.b показано, що густина станів на рівнях Ландау утворює систему зон дозволених станів із напівшириною $\Gamma \geq \hbar/\tau$, між якими є зони заборонених станів.

Магнітне поле не змінює повної кількості носіїв у зразку, але змінює їх розподіл по рівням Ландау. Уведемо фактор заповнення рівнів Ландау як відношення концентрації носіїв $n_{2D} \equiv n_s$ до густини станів $g(E)$ на рівні Ландау. З (2.44) та (8.24а) маємо

$$i = \frac{n_s}{g(E)} = n_s \frac{\Phi_0}{\mathcal{H}} \quad (8.25)$$

Фактор i показує, на скількох рівнях Ландау знаходяться носії з густиною n_s . Положення рівня Фермі на рис.8.4.b вказує, які із рівнів Ландау заповнюються носіями.

8.5. ЦІЛОЧИСЕЛЬНИЙ КВАНТОВИЙ ЕФЕКТ ХОЛЛА

У металах та напівпровідниках, у яких протікає електричний струм, постійне магнітне поле утворює поперечне електричне поле Холла. Це магнітотransпортне явище називається ефектом Холла і використовується як один з ефективних методів дослідження енергетичного спектра носіїв заряду. Класичний розгляд магнітотransпортних явищ у такій системі спирається на теорію Друде-Лоренца, яка для густини струму \vec{j} в середовищі з питомою провідністю $\sigma_0 = ne^2\tau/m$ дає

$$\vec{j} = \sigma_0 \vec{E} - \sigma_0 \left[\vec{j} \times \frac{\vec{\mathcal{H}}}{\text{пес}} \right] \quad (8.26)$$

Тут n – концентрація носіїв, \mathcal{E} та \mathcal{H} – напруженості електричного та магнітних полів, τ – середній час вільного пробігу носіїв. З (8.26), коли

$$\vec{\mathcal{E}} = (\mathcal{E}, 0, 0) \text{ та } \vec{\mathcal{H}} = (0, 0, \mathcal{H}), \quad (8.26a)$$

можна отримати (задача 8.7) вираз для тензора питомого опору

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_0} & \frac{\mathcal{H}}{enc} \\ -\frac{\mathcal{H}}{enc} & \frac{1}{\sigma_0} \end{pmatrix} \quad (8.27a)$$

та оберненого тензора для питомої електропровідності $\hat{\sigma} = \hat{\rho}^{-1}$ з компонентами²

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2}; \quad \sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = -\frac{enc}{\mathcal{H}} + \frac{\sigma_0}{\omega_c \tau (1 + (\omega_c \tau)^2)} \quad (8.27b)$$

Звертаємо увагу, що недіагональні (холлівські) елементи матриці $\hat{\rho}$ не залежать від механізму розсіяння:

$$\rho_{xy} \equiv \rho_H = \frac{\mathcal{H}}{enc} \quad (8.28)$$

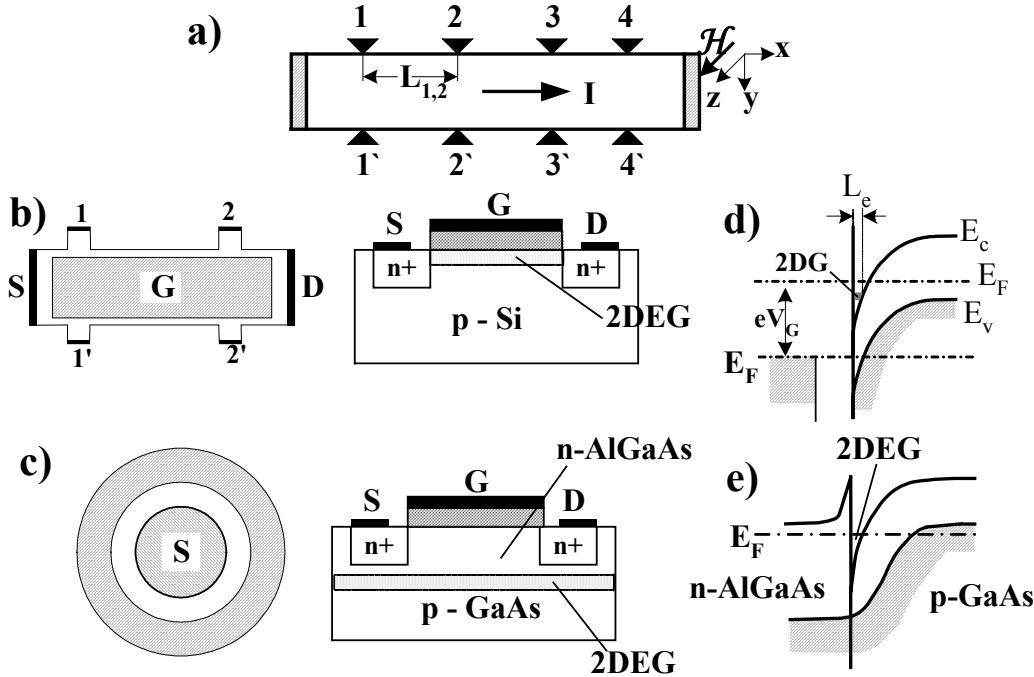


Рис.8.5. Схематичний вигляд зразків для вимірювання ефекту Холла в каналах провідності: а) - брусок Холла (8 електродів), б) - брусок Холла (4 електроди), с) - диск Корбіно, d) - Si-p типу, е) - гетероперехід на основі GaAs.

Експериментально вимірюють падіння напруги $V_{1,2}$ між електродами 1 та 2 (рис.8.5.а) та напругу $V_{2,2'}$ між електродами 2 та 2' та струм у зразку I , що дає можливість визначити діагональні та недіагональні складові тензора питомого опору

$$\rho_{xx} = \frac{V_{1,2} w d}{I \cdot L}; \quad \rho_{xy} = \frac{V_{2,2'}}{I \cdot w} \quad (8.29)$$

де $L \equiv L_{1,2}$ – відстань між електродами 1 та 2, w та d – ширина та товщина зразка. Цей метод став стандартним для вимірювання концентрації носіїв у напівпровідниках. Для

² $\sum_{\beta=1}^2 \rho_{\alpha\beta} \sigma_{\beta\alpha} = \delta_{\alpha\beta}, \quad \alpha, \beta, \gamma = 1, 2, \quad \delta_{\alpha\beta}$ - символ Кронекера.

3D систем розмірності концентрації, густини струму та питомого опору є такими: n [см⁻³], j [А·см⁻²] та ρ [Ом·см].

У зв'язку із широким застосуванням МОН транзисторів, у них почали за допомогою ефекту Холла вивчати властивості каналів провідності, утворених інверсійним шаром носіїв заряду у напівпровідниках (глава 2). Досить часто в цих каналах провідності утворюється 2D електронний газ. На рис.8.5 схематично зображені приклади зразків, які використовувалися для вимірювання ефекту Холла у 2D електронному газі. Наявність затвору дозволяє за допомогою напруги на ньому керувати параметрами каналу такими як його ширина L_c та концентрація носіїв n_s . Магнітне поле \mathcal{H} прикладалось перпендикулярно до поверхні зразка. Кільцева система електродів використовувалась для дослідження діагональних елементів тензора питомого опору. Слід зауважити, що при дослідженні 2D-систем використовується поверхнева концентрація носіїв n_s [см⁻²], а густина струму та питомий опір мають такі розмірності: j [А·см⁻¹] та ρ [Ом]. Дійсно, для компонент тензора питомого опору маємо

$$\rho_{xx,2D} = \frac{V_{1,2}}{I} \frac{w}{L} [\text{Ом}], \quad \rho_{xy,2D} = \frac{V_{2,2'}}{I} [\text{Ом}] \quad (8.29a)$$

Дослідження ефекту Холла у двовимірному електронному газі виявили нові квантові його особливості – стрибкоподібні зміни холлівського опору, крок яких визначається так званим квантом опору – абсолютним еталоном опору, що виражається тільки через фундаментальні стали e та \hbar

$$\rho_0 = h/e^2 \equiv 2\pi/\alpha c = 25812.8 [\text{Ом}], \quad (8.30).$$

де $\alpha = e^2/\hbar c$ – стала тонкої структури.

Це нове магнітотранспортне явище отримало назву *цілочисельного квантового ефекту Холла*. Воно було відкрите німецьким ученим Клаусом фон Клітцингом та його колегами Г. Дордою та М. Пеппером у 1980 році. За його відкриття Клаусу фон Клітцину була присуджена Нобелівська премія з фізики 1985 року.

Розглянемо недіагональні елементи матриці опору (холлівського опору ρ_{xy}) для 2D системи, що визначаються формулою (8.28). Магнітне поле не змінює концентрації носіїв, тому згідно (8.28) ці недіагональні елементи матриці опору лінійно залежать від \mathcal{H} . Поділимо обидві частини виразу (8.28) на величину кванта опору ρ_0 (8.30) й візьмемо обернені величини. Після незначних перетворень отримаємо класичну лінійну безрозмірну залежність холлівської провідності σ_{xy} від фактора заповнення рівнів Ландау i (8.25)

$$\frac{\rho_0}{\rho_{xy}} = \sigma_{xy} \rho_0 = n_s \frac{\Phi_0}{\mathcal{H}} = i \quad (8.31)$$

Ця залежність наведена на рис.8.6 пунктиром. Фактор заповнення i можна змінювати напруженістю магнітного поля або напругою на затворі, яка змінює концентрацію носіїв n_s у каналі провідності.

Експериментальні дослідження холлівського опору ρ_{xy} або холлівської електропровідності σ_{xy} 2D каналів при низьких температурах, коли $k_B T \ll \hbar \omega_c$, виявляють відхилення від класичної лінійної залежності (8.31). Приклад таких експериментальних залежностей ρ_{xy} та ρ_{xx} від \mathcal{H} та при температурі $T = 1,1\text{K}$ наведений на рис.8.7. На вставці до цього рис.8.7 вона побудована також й у безрозмірних одиницях, як і залежність $\rho_0/\rho_{xy} = f(i)$ на рис.8.6. Ці результати експериментальних досліджень демонструють:

По-перше, на відміну від класичної лінійної залежності (8.31) (пунктир на рис.8.7) чітко видно *драбину сходинок*. Ці сходинки зображені на рис.8.6 суцільною лінією. Висота кожної сходинки $\Delta\sigma_{xy}$ не залежить від температури та геометрії зразка.

Вона визначається фундаментальними сталими й з відносною похибкою $\sim 10^{-7}$ рі-

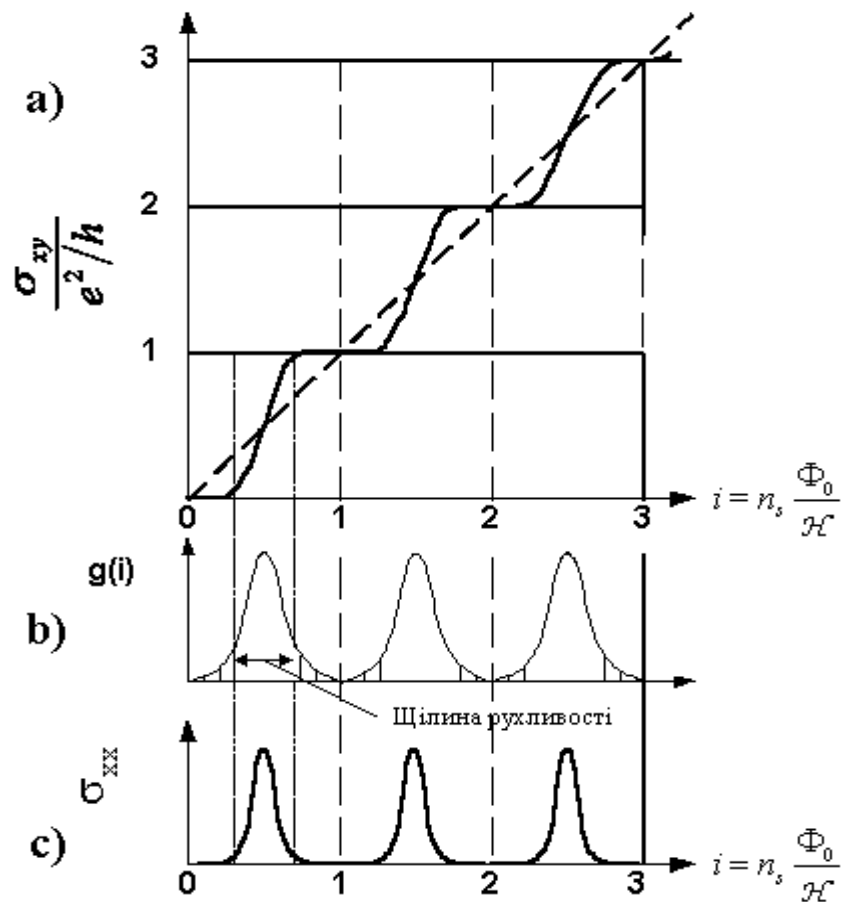


Рис.8.6. Схематичні залежності: а) – холлівської провідності $\sigma_{xy}/(e^2/h)$ від i -фактора заповнення рівнів Ландау, б) – густини станів $g(i)$, в) – повздовжньої провідності $\sigma_{xx}(i)$.

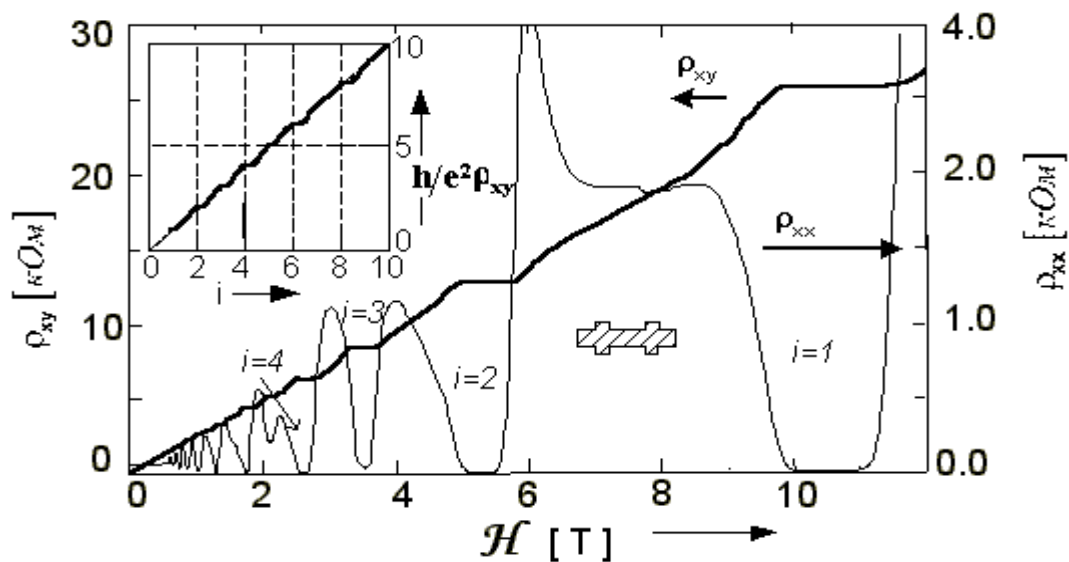


Рис.8.7. Повздовжній (ρ_{xy}) та поперечний (ρ_{xx}) опори Холла для 2D електронного газу від магнітного поля. На вставці зображена залежність $\rho_0/\rho_{xy} = h/e^2 \rho_{xy} = f(i)$ пунктир - (8.31), суцільною лінією – експеримент.

вна $\Delta\sigma_{yx} = \rho_0^{-1} = e^2/h = 3.874 \cdot 10^{-5} [\text{Ом}^{-1}]$. Середина сходинки (її плато) виникає кожного

разу, коли фактор заповнення рівнів Ландау пробігає ряд простих чисел $i = 1, 2, 3, \dots$. Таким чином, заповнені носіями рівні Ландау є невід'ємним джерелом квантування. Складається враження, що магнітне поле утворює у $2D$ -системі i паралельно з'єднаних $1D$ провідних каналів, кожному з яких притаманна "квантова одиниця електропровідності" $\sigma_0 = e^2/h$. $1D$ канал, що утворюється, формально аналогічний електромагнітному хвилюводу, у якому розповсюджується лише одна хвильова мода. Крім того, у зразку відбувається мало непружних розсіювань ($\tau \rightarrow \infty$), тобто має місце когерентний транспорт.

По-друге, кожна сходинка драбини холлівського поперечного опору ρ_{xy} супроводжується зменшенням повздовжньої складової опору ρ_{xx} або провідності σ_{xx} практично до нуля.

По-третє, ширина плато драбини сходинок $\rho_{yx}(\mathcal{H})$ або $\sigma_{yx}(\mathcal{H})$ та ширина сплесків $\rho_{xx}(\mathcal{H})$ або $\sigma_{xx}(\mathcal{H})$ в області сходинок залежить від температури. На рис.8.9 наведено експериментальні залежності при температурі $T = 0,008$ К. Видно, що плато стали більш чіткими, а сплески $\rho_{xx}(\mathcal{H})$ або $\sigma_{xx}(\mathcal{H})$ значно більш вузькими, що збільшило області нульових значень ρ_{xx} або σ_{xx} під сходами по зрівнянню з випадком більших температур (рис.8.7).

Відзначені особливості не знаходять пояснення не тільки при класичному розгляді ефекту Холла, але й при використанні квантово-механічного опису в моделі вільного $2D$ -електронного газу (із перенормованою ефективною масою). Дійсно, згідно (8.16), циклотронний рух здійснюється вздовж осі y із груповою швидкістю $v_H = c\mathcal{E}/\mathcal{H}$. Цей потік електронів викликає струм із густиною

$$j_y = en_s v_H = \frac{ec n_s}{\mathcal{H}} \mathcal{E} \quad (8.32)$$

звідки

$$\rho_{xy} = \frac{\mathcal{H}}{n_s e c} \equiv \frac{\rho_0}{i}, \quad (8.32a)$$

що збігається як із (8.31), так і з класичним значенням ρ_{xy} (8.27). У формулі (8.32a), як і раніше, фактор заповнення (8.31) $i = \frac{\Phi_0}{\mathcal{H}} n_s$ – неперервна монотонна функція від напущеності магнітного поля \mathcal{H} та концентрації носіїв n_s у каналі провідності.

Для пояснення виникнення сходинок у залежності ρ_{xy} від i (тобто стрибкоподібної зміни i) необхідно припустити існування доповняльного фактора, що розділяє всі дозвалені стани на дві групи – локалізовані в області каналу стани, які, саме із причини просторової локалізації, не можуть брати участь в електропровідності, та нелокалізовані стани, що забезпечують перенесення носіїв крізь весь зразок у випадку, коли рівень Фермі потрапляє в область цих станів. За допомогою такого доповняльного фактору, взагалі кажучи, можна пояснити також і аномальну поведінку діагональних елементів тензора провідності. Аномальна поведінка проявляється в тім, що, згідно із класичним описом (8.27a), походження ненульового значення $\rho_{xx} = \frac{m}{n_s e^2 \tau}$ має суто дисипативний характер й не залежить від \mathcal{H} – цьому відповідає штрихова горизонтальна лінія на рис. 8.8. Такий характер залежності $\rho_{xx}(\mathcal{H})$ суперечить експерименту (нижня крива на рис. 8.8).

Глибокі провали на залежності $\rho_{xx}(\mathcal{H})$, що спостерігаються при великих значеннях \mathcal{H} та наднизьких температурах, пояснюються виконанням умов, коли рівень Фермі потрапляє в область локалізованих станів – при цьому зникає дисипативна провідність:

при $\omega_c \tau \gg 1$ та $\hbar \omega_c \gg k_B T$ одночасно і $\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2}$, і $\rho_{xx} = \frac{1}{\sigma_0}$ прямують до нуля як $1/\omega_c \tau$. Дисипативний же струм $j_x = \sigma_{xx} E$ може зберігати ненульове значення – але тільки в умовах, коли рівень Фермі потрапляє в область нелокалізованих станів.

Якісне пояснення квантового ефекту Холла спирається

– на уявленні про структуру електронного спектра виродженої 2D-системи в поперечному магнітному полі в присутності хаотичного потенціалу дефектів (домішок);

– на припущенні про наявність резервуару рухомих носіїв заряду, із якого вони можуть потрапляти в 2D-каналпровідності та утримувати рівень Фермі поблизу нелокалізованих станів.

Для пояснення виникнення сходинок у залежності ρ_{xy} від i (тобто стрибкоподіб-

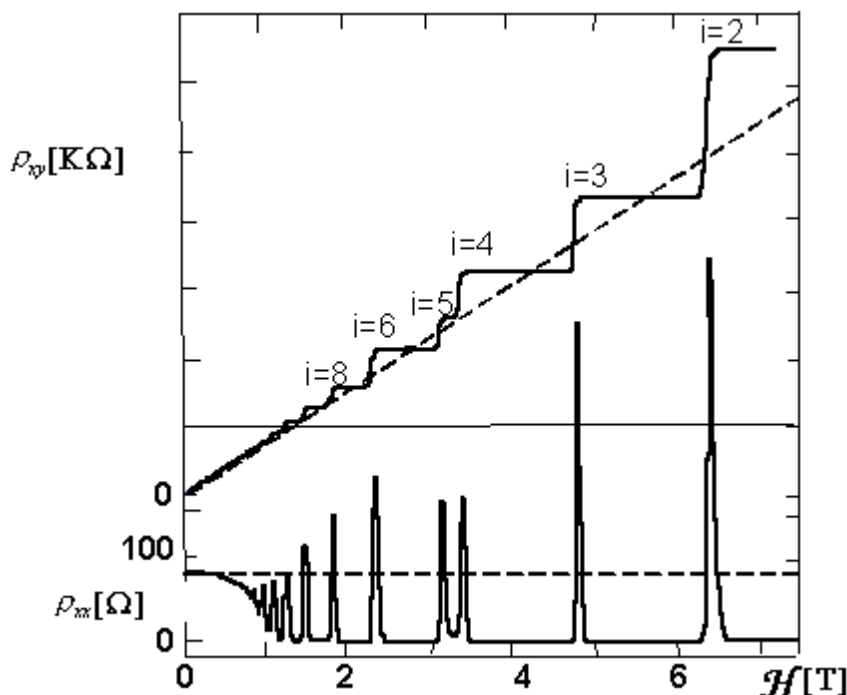


Рис.8.8. Залежності опорів Холла від напруженості магнітного поля для 2D каналу провідності в гетеропереході на основі GaAs-AlGaAs при $T=0,008$ К.

ної зміни i) необхідно припустити існування доповняльного фактора, що розділяє всі дозволені стани на дві групи – локалізовані в області каналу стани, які, саме із причини просторової локалізації, не можуть брати участі в електропровідності, та нелокалізовані стани, що забезпечують перенесення носіїв крізь весь зразок у випадку, коли рівень Фермі потрапляє в область цих станів.

За допомогою такого доповняльного фактору, взагалі кажучи, можна пояснити також і аномальну поведінку діагональних елементів тензора провідності. Ця аномальна поведінка проявляється в тім, що, згідно із класичним описом (8.27а), походження ненульового значення $\rho_{xx} = \frac{m}{n_s e^2 \tau}$ має суто дисипативний характер та не залежить від H –

цьому відповідає штрихова горизонтальна лінія на рис. 8.8. Такий характер залежності $\rho_{xx}(H)$ суперечить експерименту (нижня крива на рис. 8.8).

Глибокі провали на залежності $\rho_{xx}(H)$, що спостерігаються при великих значеннях H та наднизьких температурах, пояснюються виконанням умов, коли рівень Фермі потрапляє в область локалізованих станів – при цьому зникає дисипативна провідність:

при $\omega_c \tau \gg 1$ та $\hbar \omega_c \gg k_B T$ одночасно $\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2}$ та $\rho_{xx} = \frac{1}{\sigma_0}$ прямують до нуля як $1/\omega_c \tau$. Дисипативний же струм $j_x = \sigma_{xx} E$ може зберігати ненульове значення – але тільки в умовах, коли рівень Фермі потрапляє в область нелокалізованих станів.

Одночасне обернення в нуль як σ_{xx} , так і ρ_{xx} в умовах квантового ефекту Холла є досить незвичною ситуацією; походження цієї особливості пов'язане із двома обставинами:

- В умовах надсильних магнітних полів та наднизьких температур час релаксації всередині зразка необмежено зростає, що знижує дисипативну провідність ($\sigma_0 \sim 1/\tau$) і, як наслідок, до веде до необмеженого зменшення $\sigma_{xx} \rightarrow 0$ (див. (8.27b));
- В таких умовах, коли зникає розсіювання, кардинально змінюється просторове розташування ліній струму: повний струм визначається тільки холлівською компонентою, і тому лінії струму ортогональні напрямку зовнішнього електричного поля $\vec{E} \parallel x$, тобто паралельні осі y . Відповідні еквіпотенціальні лінії, таким чином, паралельні напрямку електричного поля \vec{E} , тому в напрямку

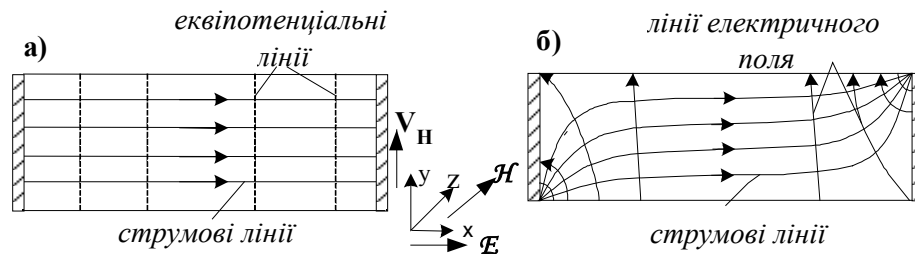


Рис.8.9. Розподіл еквіпотенціальних ліній та ліній електричного поля: а) $H=0$, б) $H \neq 0$.

\vec{E} не виконується робота й відсутність різниці потенціалів спричиняється до $\rho_{xx} \rightarrow 0$

В реальних умовах зразок є обмеженим у просторі, і граничні умови на його поверхнях (фактично – поверхневе розсіювання) визначають лінії струму, що “притискуються” до границь, як це показано на рис.8.9а. Звернемо увагу на те, що холлівський струм у зазначених умовах витікає (і втікає) з областей, де поле не є одновимірним – завдяки крайовим ефектам в околиці точки $(0,0)$ електричне поле має сингулярність, що веде до ненульових значень E_x , E_y .

Нарешті, третя з відзначених вище особливостей експериментально визначеної поведінки компонент тензора опору (та провідності) – суттєве зменшення ширини сплесків у залежності $\rho_{xx}(H)$ та збільшення ширини сходинок у залежності $\rho_{xy}(H)$ при зниженні температури, активаційний характер цих ефектів, – свідчить про те, що область нелокалізованих станів займає вузький енергетичний інтервал в околиці рівнів Ландау. Дійсно, активаційний характер температурних залежностей можна зв'язати з наявністю резервуара рухливих носіїв та локалізованих станів, між якими є щілина рухливості – область нелокалізованих станів, як в аморфних системах рис.8.10.b). Коли рівень Фермі знаходиться поза щілиною рухливості, то $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 0$ та $\sigma_{yx} = -\sigma_{xy} = ie^2/h$: струм формують лише рухливі носії на нелокалізованих станах, а локалізовані носії можуть бути резервуаром для температурного збудження носіїв на нелокалізовані стани. Найбільш чітко активаційну температурну залежність виявляє повздовжня складова холлівського опору з енергією активації E_a

$$\rho_{xx} = \exp\{-E_a/k_B T\} \quad (8.33)$$

Її максимальне значення становить $E_a \approx (1/2)\hbar\omega_c$, коли рівень Фермі знаходиться посередині забороненої щілини між підзонами Ландау.

8.6. ЛОКАЛІЗАЦІЯ ЕЛЕКТРОНІВ

Теорія квантового ефекту Холла, відповідні розрахунки та порівняння з експериментальними даними показує, що *найбільш важливим чинником*, що впливає на магнітотранспортні властивості 2D систем, є *локалізовані та нелокалізовані стани*. Зокрема, як було відзначено в попередньому розділі, використання уявлення про локалізовані та нелокалізовані стани у замагнічених 2D-системах дозволяє пояснити походження температурної залежності $\rho_{xx}(T)$ та плато на залежності $\rho_{xy}(H)$, оскільки теплова енергія полегшує стрибкоподібний рух нелокалізованих носіїв на границі локалізації та їх збудження в нелокалізовані стани. Струм формують лише рухливі носії заряду на нелокалізованих станах, а локалізовані носії правлять лише за резервуар для температурного збудження носіїв заряду на нелокалізовані стани.

Резервуаром рухливих носіїв можуть бути:

- іонізовані донори, що знаходяться на певній відстані від 2D електронного газу в гетеропереході на основі, наприклад, GaAs-AlGaAs, котрі в залежності від H та T можуть обмінюватися носіями з підзонами Ландау (рис.8.9.а); внаслідок цього відбувається “пінінг” рівня Фермі² між рівнями Ландау, де стани повністю локалізовані. Тому зміни n_s або H в цьому інтервалі не впливають на магнітотранспортні властивості;
- поверхневі рівні;
- краї рухливості, що утворюються між локалізованими та нелокалізованими станами, як у розупорядкованих або аморфних системах (глава 4).

Розглянемо зміни електронних станів у 2D системі в присутності хаотично розташованих дефектів, що створюють випадковий потенціал $U(x, y)$. Відповідна потенціальна енергія $U(x, y)$ додається до $\hbar\omega_c(\kappa + 1/2)$, й рух носіїв відбувається вздовж еквіпотенціальних ліній сумарного потенціалу. Для високих значень енергій у кожній підзоні Ландау орбіти руху відповідають еквіпотенціальним контурам, котрі обходять піки (горби) потенціалу (рис.8.10.с). Аналогічно, низькоенергетичні рівні у цій підзоні Ландау відповідають орбітам, що проходять поблизу долин. Усі ці стани є *локалізованими*,

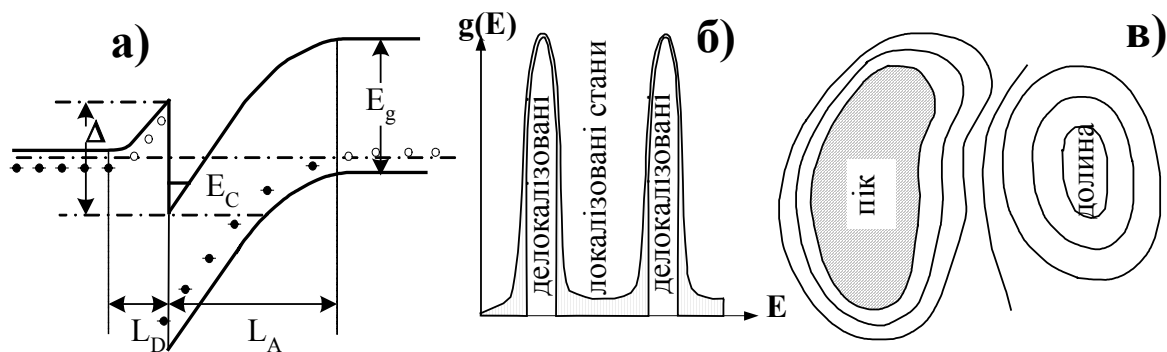


Рис.8.10. Енергетична діаграма гетеропереходу GaAs-AlGaAs (а), густина станів рівнів Ландау в розупорядкованій системі із локалізованими та делокалізованими станами (б), крайові стани локалізовані біля піка (ліворуч) та долини (праворуч) потенціалу, що слабо змінюється (в).

тому що носії рухаються вздовж замкнених контурів обмежених розмірів й не беруть участі у перенесенні струму. Струм утворюється нелокалізованими носіями, котрі прискорюються електричним полем. Заповнення енергетичних рівнів регулюється магніт

² Пінінг (від англ. Pinning – прилипання, пришпилювання) – явище закріплення рівня Фермі поверхневими станами інтерфейсу нижче дна зони провідності. Велика концентрація поверхневих станів на інтерфейсі утворює вузьку зону, що знаходиться поблизу середини забороненої зони нижче дна зони провідності. В цьому разі рівень Фермі розташовується у цій зоні, тому що стає не вигідним заповнення поверхневих рівнів достатньою кількістю зарядів.

ним полем або потенціалом затвора. Розглянемо рельєф потенціалу $U(x, y)$, заповнений носіями до висоти U_0 . При малих значеннях U_0 виникають ізольовані “озера” або “краплі”, розміри яких збільшуються при збільшенні U_0 . При певному, строго визначеному значенні U_0 “краплі” починають зливатися й утворюють одне єдине “озеро”, що проходить крізь весь зразок. (Зміна температури впливає на потенціал $U(x, y)$, тобто такі процеси є активованими). Наприклад, нехай для даної енергії “лінія узбережжя озера” проходить крізь зразок у напрямку осі x . З точки зору симетрії така ж лінія має проходити і в напрямку осі y (рис.8.11). Ці еквівалентні лінії повинні перетинатися, однак це неможливо за ознакою вибору U_0 . Тому таке необмежене розповсюдження відбува-

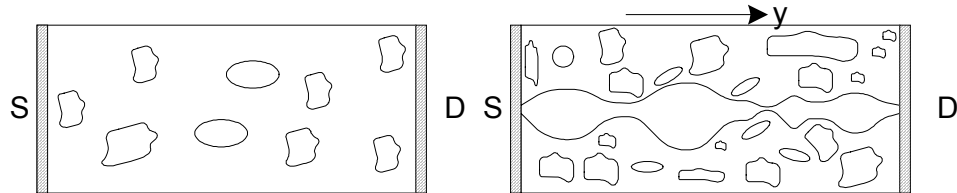


Рис.8.11. Утворення каналів провідності.

ється тільки при певній енергії E_c , при якій точка перетину контурів “узбережжя” є сідлоподібною. Існування такого єдиного, спеціального, протяжного стану на даному рівні Ландау і призводить до появи квантового ефекту Холла. Щоб це довести, використаємо так звані калібровочні міркування. Уявимо плоске кільце двовимірного електронного газу шириною L_y та такого радіуса, щоб відповідна довжина кола дорівнювала $L = mL_x$. Значення числа m вибирається значно більшим за одиницю, щоб частина кільця довжиною L_x могла розглядатися у вигляді прямокутника. Нехай це кільце пронизує магнітний потік Φ , який адіабатично змінюється. Він наводить всередині кільця електричне поле

$$\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{c} \iint \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot d\vec{s} = \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \oint_c \beta \vec{j} \cdot d\vec{\ell} \quad (8.34)$$

де контурний інтеграл обчислюється вздовж довільного контуру, що охоплює отвір у кільці. Коли існує холлівський струм, перпендикулярний до поля, то крізь контур, що знаходиться всередині кільця, відбувається перенесення заряду.

Нехай повна зміна потоку складає один квант потоку $\Phi_0 = hc/e$. При цьому на кожному рівні Ландау виникає по одному додатковому стану й, оскільки зміна потоку діє лише на ті стани, котрі охоплюють отвір, то повний заряд, що проходить крізь контур C , пов’язаний із протяжними станами, дорівнює ie (i – число заповнених підзон (рівнів) Ландау). На цій підставі, враховуючи, що $j = \Delta Q / L \Delta t$, із (8.34) отримаємо

$$\frac{1}{c} \Phi_0 = \rho_H \cdot ie, \quad \text{або} \quad \frac{\rho_0}{\rho_H} = i, \quad (8.35)$$

що збігається з формулою (8.32a), яку ми отримали для недіагональних (холлівських) елементів матриці питомого опору $\hat{\rho}$.

8.7. ДРОБОВИЙ КВАНТОВИЙ ЕФЕКТ ХОЛЛА

У сильному квантуючому магнітному полі ($(k_B T \ll \hbar \omega_c)$) при наднизьких температурах $T < 0,4 \text{ K}$, (коли зменшується розсіювання носіїв, що, відповідно, збільшує τ й підсилює нерівність $\omega_c \tau \gg 1$), двовимірні канали провідності виявляють нові особливості квантового ефекту Холла. На залежностях $\rho_{xy}(\mathcal{H})$ та $\rho_{xx}(\mathcal{H})$, крім плато та гли-

боких мінімумів цілочисельного (нормального) квантового ефекту Холла, які з'являються при цілочисельних значеннях фактора заповнення рівня Ландау $i = 1, 2, 3, \dots$, спостерігаються *додаткові особливості при дробових заповненнях нижнього рівня Ландау, коли $i = 1/3, 2/3, 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 2/7, 3/7, 4/7, 5/9$* (рис.8.12). Рисуємо, що їх об'єднує, є непарний знаменник числа i ($i = p/(2q+1)$, p та q – цілі числа). Кожного разу при певних дробових значеннях числа i на залежності $\rho_{xx}(\mathcal{H})$ спостерігається мінімум, а на залежності $\rho_{xy}(\mathcal{H})$ – плато, де $\rho_{xy}(\mathcal{H}) = hi/e^2$. Числа i , при яких виникає мінімум на залежності $\rho_{xx}(\mathcal{H})$, лінійно залежить від $1/\mathcal{H}$ у широкому діапазоні значень \mathcal{H} , що дозволяє стверджувати, що це ефект, як і цілочисельний квантовий ефект Холла, зв'язаний із квантуванням магнітного потоку. При зростанні i особливості змін $\rho_{xy}(\mathcal{H})$ та $\rho_{xx}(\mathcal{H})$ стають менш помітними. Приклад залежностей $\rho_{xy}(\mathcal{H})$ та $\rho_{xx}(\mathcal{H})$ наведений на рис. 8.12. На рис.8.13 зображена ділянка залежностей $\rho_{xy}(\mathcal{H})$ та $\rho_{xx}(\mathcal{H})$ в околі $i < 1$, на

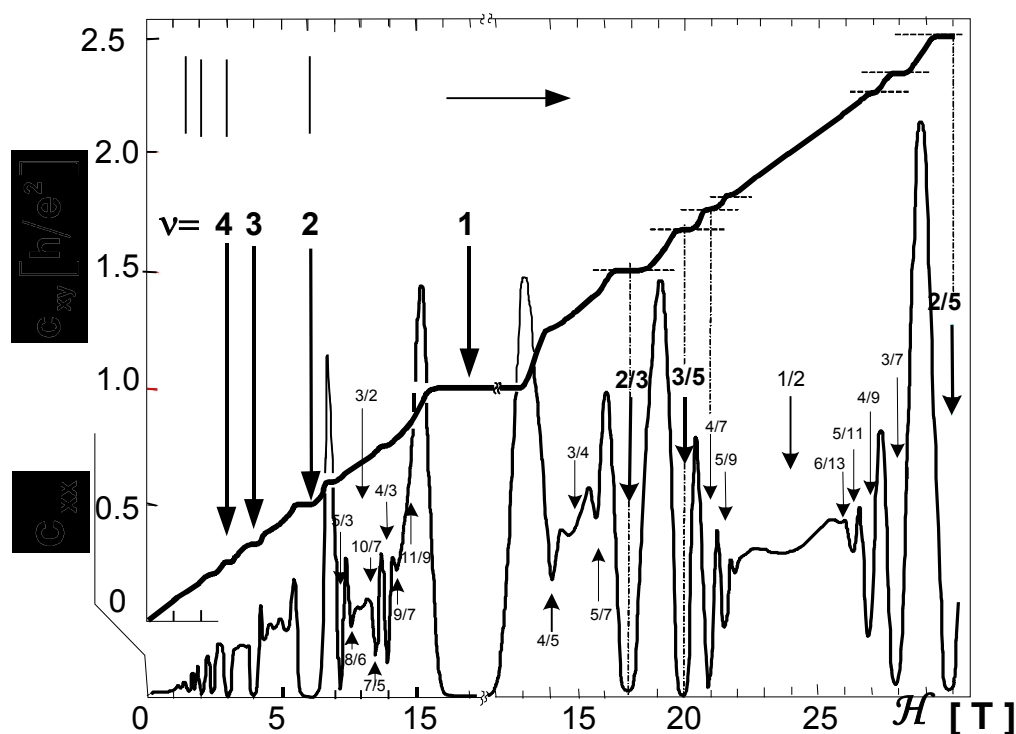


Рис.8.12. Повздовжній та поперечний опори у ефекті Холла для 2D електронного газу з великою рухливістю у великому магнітному полі, коли спостерігається дробовий квантовий ефект Холла.

якому чітко видно плато при $i = 1/3$, ширина якого зменшується при збільшенні температури й при $T > 4,65$ К взагалі зникає. Цей *новий ефект отримав назву дробового (аномального) квантового ефекту Холла*. За його відкриття його авторам Горсту Штермеру, Даніелю Цуї та Роберту Лафліну була присуджена у 1989 році Нобелівська премія з фізики.

Для спостереження дробового квантового ефекту Холла використовуються дуже досконалі канали провідності з великою рухливістю носіїв ($\mu \geq 8 \cdot 10^4$ см \cdot В $^{-1}$ \cdot с $^{-1}$), низькі температури та великі магнітні поля ($\mathcal{H} > 10$ Тс). Дробовий квантовий ефект Холла спостерігається як в електронних, так і діркових двовимірних каналах провідності, наприклад, створених на основі високоякісних GaAs-AlGaAs. На відміну від цілочисельного квантового ефекту Холла, *дробовий квантовий ефект Холла не вдається пояснити в рамках одночастинкової моделі*. Для його пояснення розглядають багаточастинкову задачу, в якій враховують кулонівську взаємодію 2D електронів. Згідно Лафліну, у 2D –

електронному газі виникають нові фази – нестискаємі фермі-рідини. Основні стани цих рідин не мають мінімумів енергії при значеннях фактора заповнення рівня Ландау крат-

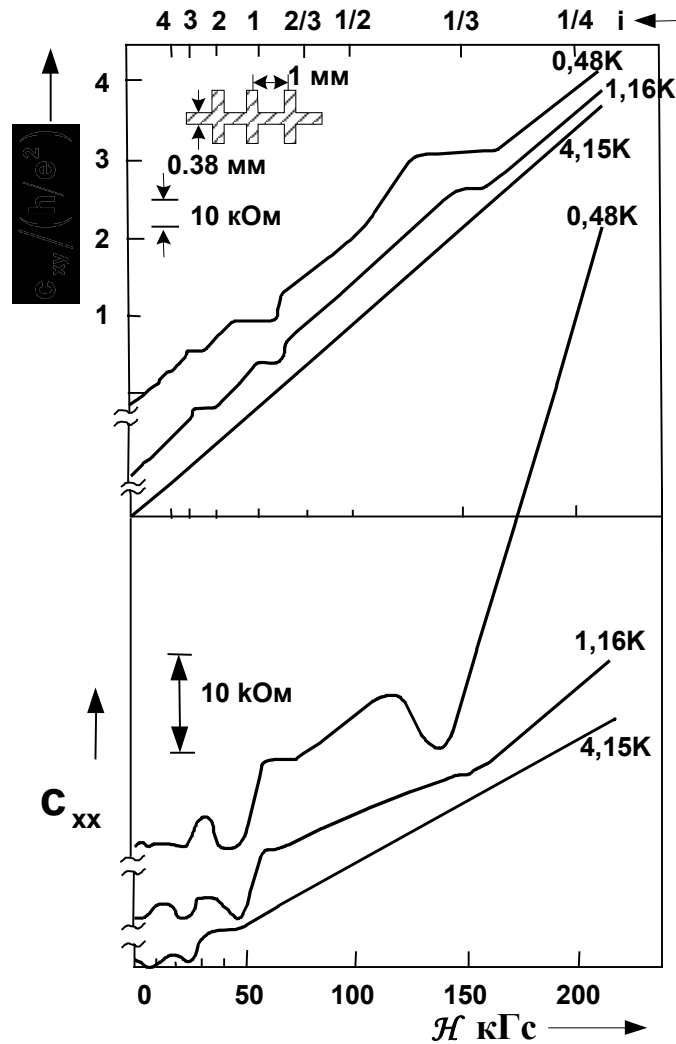


Рис.8.13. Залежності ρ_{xy} та ρ_{xx} від H у зразка GaAs-AlGaAs $n = 1,23 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ та $\mu = 9 \cdot 10^4 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ при $I = 1 \text{ мкА}$. Фактор заповнення рівнів Ландау. Зменшення температури збільшує провали та плато.

них до $i_0 = 1/(2q+1)$. Непарні числа у знаменнику пов'язані з антисиметричністю хвильової функції основного виродженого стану 2D системи у магнітному полі. Збуджені в цій системі стани відокремлені від основних станів енергетичними щілинами порядку $0,01 e^2 / \epsilon \ell_H$, де ϵ - діелектрична стала, а $\ell_H = \sqrt{\hbar c / e H}$ - магнітна довжина. Наявність цих щілин в енергетичному спектрі забезпечує виникнення аномалій залежності $\rho_{xy}(H)$ та глибокі мінімуми на залежності $\rho_{xx}(H)$. Елементарні збудження в такій 2D рідині підпорядковуються проміжній статистиці зі статистичним параметром $\alpha = i$. Вони, на відміну від ферміонів, у яких $\alpha=1$, та бозонів, у яких $\alpha=0$, називаються еніонами. Виникнення дробового квантового ефекту Холла при кратних до i_0 значеннях, коли $i = p i_0$, пояснюються у рамках так званої *ієрархічної теорії*. Вона полягає у тому, що над “первинним” електронним газом виникають збудження, котрі є *газом з еніонів*. Над цим газом також можуть виникати збудження, котрі є еніонами, але з іншими статистичними параметрами й так до нескінченності. Ці теоретичні моделі продовжують вдосконалюватися та розвиватися, але вже й зараз є впевненість, що вони використовують адекватні до явища уявлення.

8.8. ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ

Відкриття квантових ефектів Холла мало надзвичайно важливе значення для розвитку фізики двовимірних систем. Воно продемонструвало нові великі можливості фізики твердого тіла та нанoeлектроніки, виявивши велике значення мезоскопічних³ явищ, та стимулювало подальші дослідження $1D$ та $2D$ систем. Стрибкоподібні зміни холлівського опору визначаються світовими сталими ($\rho_0 = \frac{P}{e^2} = 2512,8 \text{ ом}$), що дозволяє створити еталон опору, а також у незалежний спосіб визначити сталу тонкої структури

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{2\pi}{\rho_0 c}.$$

Крім квантових ефектів Холла вдалося спостерігати й інші ефекти у двовимірному електронному газі в сильному магнітному полі: осциляції теплоємності, намагніченості, тунельного струму, обертання площини поляризації радіохвиль, що пройшли крізь двовимірний електронний газ, на кут, величина якого визначається сталою тонкої структури, аномальну поведінку термо-ЕРС тощо.

Теорія дробового квантового ефекту Холла вимагала розгляду багатеелектронних задач. Виявилось, що кулонівські сили у $2D$ електронному газі в сильних магнітних полях стимулюють утворення нових фаз – квантових рідин із незвичайними властивостями. Їх енергії мають особливості при дробових значеннях фактора заповнення рівнів Ландау $i = n_s \Phi_0 / \mathcal{H}$. Таким чином, відкриття нових магнітотранспортних явищ стимулювало й продовжує стимулювати як розвиток фізики твердого тіла та його мезоскопічних властивостей, так і розвиток досліджень та застосування низькорозмірних та одноелектронних систем – основи сучасної нанофізики та нанoeлектроніки.

8.8. ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

- 8.1. В чому причина виникнення ефекту Холла і яке значення він має для електроніки?
- 8.2. Визначити частоту циклотронного резонансу носіїв у $GaAs$ ($m=0,068m_0$) при $\mathcal{H} = 10 \text{ Тл}$.
- 8.3. Знайдіть зсув краю поглинання світла у $GaAs$ ($m_e=0,068m_0$, $m_{p1}=0,12m_0$ та $m_{p2}=0,5m_0$) у магнітному полі з напруженістю 10 Тл .
- 8.4. В чому полягає фізична причина появи рівнів Ландау?
- 8.5. Знайдіть кількість рівнів Ландау для металу зі сферичною поверхнею Фермі ($F = 10 \text{ eВ}$) на першій трубці Ландау у магнітному полі $\mathcal{H} = 5 \text{ Тл}$.
- 8.6. Оцініть групову швидкість центрів циклотронного руху у Si ($m.=0,1m_0$) при $\mathcal{H} = 2 \text{ Тл}$ та $\mathcal{E} = 0,1 \text{ В/см}$.
- 8.7. Доведіть формулу (8.15).

Задача 8.7. Нехай однорідне магнітне поле спрямоване вздовж осі z $\vec{H}(0,0,\mathcal{H})$. Тоді векторний потенціал можна обрати у вигляді $\vec{A}(0,\mathcal{H}x,0)$, $\text{div}\vec{A} = 0$. Гамільтоніан у цьому випадку рівний

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left(-\hbar^2 \Delta + i2 \frac{e\hbar\mathcal{H}}{c} x \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e^2 \mathcal{H}^2}{c^2} x^2 \right) + e\mathcal{E}x$$

Будемо шукати розв'язок у вигляді $\psi(x,y,z) = \varphi(x) e^{i(k_y y + k_z z)}$. Тоді

³ Мезоскопічний – проміжний між мікроскопічним та макроскопічним.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + \frac{m\omega_c^2}{2} \left[x^2 - 2 \left(\frac{\hbar k_y}{m\omega_c} - \frac{e\mathcal{E}}{m\omega_c^2} \right) x \right] \varphi(x) = E' \varphi(x), \text{ де } E' = E - \frac{\hbar^2}{2m} (k_y^2 + k_z^2).$$

Запровадимо позначення $x_0 = \frac{\hbar k_y}{m\omega_c} - \frac{e\mathcal{E}}{m\omega_c^2}$. Тоді

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \left[\frac{m\omega_c^2}{2} (x - x_0)^2 + \hbar k_y v_H - \frac{1}{2} m v_H^2 \right] \varphi(x) = \left[E - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \right] \varphi(x), \text{ де } v_H = \frac{c\mathcal{E}}{\mathcal{H}}.$$

8.8. Знайдіть фактор заповнення рівня Ландау в $2D$ електронному газі у каналі провідності гетеропереходу $GaAs-AlGaAs$ ($m=0,01m_0$) при $\mathcal{H}=12$ Тл, $T=4$ К, товщині каналу $d=100$ Å та $F=0,002$ eB.

Указівка. Для n_s використайте (2.51).

8.9. Доведіть формули (8.27a) та (8.27b).

Задача 8.9. Під дією на електрон зовнішньої сили $\vec{F} = e(\vec{\mathcal{E}} + [\vec{p}/mc \times \vec{\mathcal{H}}])$ відбувається зміна

його імпульсу: $\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{\vec{p}}{\tau} + \vec{F}$, де τ - середній час релаксації, у стаціонарному стані $d\vec{p}/dt = 0$, тому

$$(\vec{p} = m\vec{v}) \quad \text{і} \quad \begin{cases} e\mathcal{E}_x + m\omega_c v_y - \frac{mv_x}{\tau} = 0 \\ e\mathcal{E}_y - m\omega_c v_x - \frac{mv_y}{\tau} = 0 \end{cases}, \quad (1)$$

де $\omega_c = e\mathcal{H}/mc$ - циклотронна частота, а $\vec{\mathcal{H}}(0,0,\mathcal{H})$ - напруженість магнітного поля. Помножимо оби-

дві частини співвідношень (1) на $en\tau/m$ і введемо позначення $j_{x,y} = en v_{x,y}$ та $\sigma_0 = \frac{e^2 n \tau}{m}$. Тоді

$$\begin{aligned} j_x &= \sigma_0 \mathcal{E}_x + \omega_c \tau j_y \\ j_y &= \sigma_0 \mathcal{E}_y - \omega_c \tau j_x \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{Звідси } \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_0}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \text{ та } \sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \frac{\sigma_0 \omega_c \tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2}.$$

$$\text{Із } \hat{\sigma} \cdot \hat{\rho} = 1 \text{ отримаємо, що } \rho_{xx} = \rho_{yy} = 1/\sigma_0, \quad \rho_{xy} = -\rho_{yx} = -\frac{\omega_c \tau}{\sigma_0} = -\frac{\mathcal{H}}{enc}.$$

8.10. Які розмірності і чому має холлівський опір (його складові) у $3D$ та $2D$ системах?

8.11. Знайдіть концентрацію та рухливість у бруську Холла із двовимірним електронним газом, у якому при $I_x = 1$ мкА та $\mathcal{H} = 15$ Тс виміри дають $V_x = 0,2$ мВ, $V_y = 0,3$ мВ. Перевірте, чи виконується умова слабкого поля.

8.12. Виразіть формулу для $\hat{\rho}$ тільки через компоненти $\hat{\sigma}$ у сильному магнітному полі, коли $|\sigma_{xx}| \gg \sigma_{xy}$.

$$\text{Відповідь. } \hat{\rho} \cong \begin{bmatrix} \sigma_{xx}/\sigma_{xy}^2 & -1/\sigma_{xy} \\ 1/\sigma_{xy} & \sigma_{xx}/\sigma_{xy}^2 \end{bmatrix};$$

8.13. Дайте визначення кванта опору та доведіть формулу для нього.

8.14. Доведіть формулу для кванта магнітного потоку.

8.15. Оцінити температуру, при якій можна спостерігати квантовий ефект Холла у каналі провідності гетеропереходу $GaAs-AlGaAs$, $m = 0,01 m_0$, $\mathcal{H} = 8$ Тл.

8.16. Покажіть, що при $\omega_c \tau \rightarrow \infty$ $\rho_{xx} = \rho_{yy} \rightarrow 0$ та $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} \rightarrow 0$. Укажіть фізичну причину такого стану.

8.17. Чому на залежності $\rho_{xy}(\mathcal{H})$ виникає плато, а на залежності $\rho_{xx}(\mathcal{H})$ мінімум такої самої ширини?

8.18. Як зміниться розподіл струмів та електричного поля у диску Корбіно, коли магнітне поле таке, що $|\sigma_{xx}| \ll \sigma_{xy}$?

- 8.19.** Як впливає інтенсивність розсіювання носіїв на величини ρ_{xx} та ρ_{xy} квантового ефекту Холла? Чи можна якісно оцінити напівширину Γ рівнів Ландау та одностинковий час життя носіїв за допомогою квантового ефекту Холла?
- 8.20.** Оцініть максимальну енергію активації температурної залежності $\rho_{xx}(T)$ для гетероструктури на основі GaAs у магнітному полі $H = 8$ Тл, $m = 0,01m_0$. У скільки разів вона зміниться при переході до структури на основі Si з $m = 0,2m_0$?

ЛІТЕРАТУРА

1. J.H. Davies / The Physics of Low Dimensions Semiconductors. An Introduction/ // Cambridge University Press. - 1989. - p. 439.
2. А.Ф. Кравченко, В.Н. Овсяк / Электронные процессы в твердых системах пониженной размерности // Учебн. пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. - 448 с.
3. Квантовый эффект Холла. Сб. Статей. Пер. С англ. /Сост. А.Я. Шик и Ю.В. Шмарцев. – М.: Мир, 1986 – 232с., ил.
4. Й. Имри. Мезоскопическая физика:Пер. С англ. - М.: Мир, 2002 – 304с., ил. V.V. Mitin, V.A. Kochelap, M.A. Strosio, Quantum heterostructures: microelectronics and optoelectronics, Cambridge University Press, 1999, -p.642.
5. D.B. Holcomb, Quantum electrical transport in samples of limited dimensions. Am. J. Phys. **v.67**, №4, 278-297.
6. В.П. Драгунов, И.Г. Неизвестный, В.А. Гридин, Основы наноэлектроники, Учеб пособие. – Новосибирск: Из-во НГТУ, 2000, - 332 с.

Глава 9. НАДПРОВІДНІСТЬ ТОНКИХ ПЛІВОК

9.1. ВСТУП

В 1911 році нобелівський лауреат (1913 р.) Г. Камерлінг-Оннес знайшов, що при зниженні температури до $T < T_C$ ртуть переходить у новий стан із нульовим питомим опором $\rho=0$. Цей стан речовини отримав назву *надпровідного стану*, а явище було названо *надпровідністю*. Критична температура T_C переходу речовини в надпровідний стан для металів і сплавів досить низька і знаходиться в інтервалі від 0 до 12 К. Останнім часом знайдено, що ряд з'єднань, до складу яких входять Y, Ba, Tl, Cu, O тощо, мають критичні температури > 90 К.

Установлено, що при переході в надпровідний стан змінюються лише електричні та магнітні властивості речовини, а об'єм (відстані між атомами), тип ґратки, механічні властивості залишаються практично незмінними. Усе це наводить на думку, що в точці переходу в надпровідний стан відбувається *фазовий перехід стосовно електронів* провідності (їх енергетичного спектра), а не іонного остова твердих тіл. При переході спостерігаються зміни фізичних властивостей надпровідника, котрі залежать від похідних термодинамічних потенціалів, наприклад, теплоємність, поглинання ультразвуку тощо.

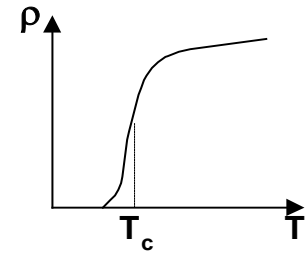


Рис.9.1. Залежність $\rho(T)$.

Чисті метали в надпровідному стані мають властивості *ідеальних діамagnetиків*; в їх об'ємі має місце **ефект Мейснера** – явище, що полягає в повному виштовхуванні магнітного поля з усього об'єму надпровідника за виключенням тонкого приповерхневого шару (див. Розділ 9.2).

Особливе значення для визначення походження надпровідного стану має експериментально встановлений *ізотопічний зсув критичної температури*

$$T_C \sim M^\beta \quad (9.1)$$

де M - маса атома матеріалу надпровідника, а β - показник ступеня, приведений у таблиці 9.1.

Таблиця 9.1. Показник β деяких речовин

Елемент	Hg	Sn	Pb	Cd	Tl	Mo	Os	Ru
β	0.50	0.47	0.48	0.5	0.5	0.33	0.2	0.0

Видно, що здебільшого $\beta \sim 0.5$, хоча є значні відхилення від цієї величини. Ізотопічний зсув T_C є наслідком впливу на надпровідність коливань атомної ґратки, а саме: взаємодії електронів із фононами.

Від'ємно заряджений електрон, що рухається серед позитивно заряджених іонів кристалічної ґратки, поляризує її, тобто притягує до себе найближчі її іони. Локально зростає густина позитивного заряду, поле якого притягує до себе другий електрон, також обгорнутий хмарою позитивного заряду. Між двома електронами, котрі несуть на собі область локальної поляризації ґратки, виникає взаємне притягіння. Це притягіння зв'язує два електрони, утворюючи пару, в якій електрони обмінюються фононами. Така електронна пара називається **куперівською парою** (Л.Купер 1956р). Вона об'єднує два електрони, утворюючи квазічастинку із зарядом $q=-2e$, масою $M=2m_0$ та сумарним спіном $s=0$. Вважається, що саме ізотопічний зсув T_C є підтвердженням того, що елект

рони в парі обмінюються фононами. Енергія зв'язку пари $2\Delta(T)$ при $T=0$ у теорії БКШ (Д. Бардіна, Л. Купера, Д. Шриффера 1951р, нобелівські лауреати 1972р) рівна

$$2\Delta(0) \cong 4\hbar\omega_D \cdot \exp\{-2/U_0 g_F\} \quad (9.2)$$

де ω_D - частота Дебая, U_0 - константа взаємодії, що визначає потенціал притягання між частинками, $g_F = \frac{mp_F}{\pi^2\hbar^3}$ - густина станів на поверхні Фермі, p_F - імпульс електронів на поверхні Фермі **кореляційною**¹. Частота Дебая обернено пропорційна $M^{1/2}$, а $2\Delta \sim 3,5k_B T_C$, тому теорія БКШ зразу дає ізотопічний зсув критичної температури.

Енергія пари 2Δ може бути експериментально визначена різними методами, в яких використовуються такі фізичні явища:

- поглинання електромагнітних хвиль в інфрачервоному діапазоні спектра,
- поглинання акустичних хвиль,
- температурна залежності теплоємності,
- особливостей вольт-амперних кривих тунельного струму в сандвічі, в якому один або обидва електроди знаходяться в надпровідному стані.

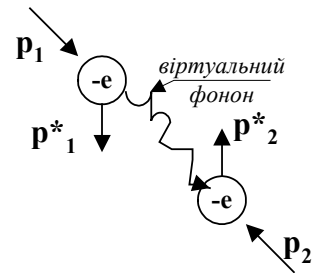


Рис.9.2. Схема утворення куперівської пари.

Розмір куперівської пари або відстань, на якій з'являються сильні кореляції між двома електронами в парі, називається **довжиною когерентності ξ_0** (або **кореляційною довжиною**). Користуючись співвідношенням невизначеності Гейзенберга, можна оцінити величину ξ_0 для надпровідників першого роду (див. Розділи 9.3,9.4): із нерівності $\xi_0 \delta p \geq \hbar$ при використанні для невизначеності імпульсу $\delta p \sim k_B T / v_F$, де v_F - швидкість електронів на поверхні Фермі, отримуємо

$$\xi_0 \geq \frac{\hbar}{\delta p} = \frac{\hbar v_F}{k_B T_C} \approx 10^{-4} \text{ см} \quad (9.3)$$

Таким чином, у надпівпровідників 1-го роду кореляційна довжина або ефективний розмір куперівської пари значно більший за розмір атомної ґратки a

$$\xi_0 > 10^3 a \quad (9.4)$$

Проте у надпровідників 2-го роду ξ_0 за абсолютною величиною значно менша і становить приблизно $\sim 50 \text{ Å}$.

Куперівські пари мають нульовий сумарний спин і є **бозе частинками**. Вони намагаються зайняти стани з однаковою найнижчою енергією. Їх розсіювання приводить лише до локальних флуктуацій струму без зміни сумарного імпульсу куперівської пари. Усі куперівські пари рухаються в однаковому стані, тобто виникає **фазова когерентність струму**. Об'єднані в куперівські пари надпровідні електрони не відчувають опору при своєму русі, тому що кожний з них не може розсіятись без руйнування всього угруповання куперівських пар. Сукупність куперівських пар характеризують новою макроскопічною величиною – конденсатною хвильовою функцією (теорія Гінзбурга-Ландау)²

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sqrt{n_s} e^{-i\varphi} \quad (9.5)$$

¹ При початковій постановці задачі був порушений принцип тожності частинок, коли на тлі великої кількості електронів (ферміонів), для яких виконується принцип Паулі, було виділено лише два електрони з антипаралельними спінами і імпульсами p_F . Проте сам ефект куперівського парування електронів був згодом підтверджений самоузгодженою теорією Бардіна, Купера, Шриффера (БКШ).

² Л.Д.Ландау – радянський фізик-теоретик, лауреат нобелівської премії 1962 року, В.Л.Гінзбург – радянський фізик-теоретик, лауреат нобелівської премії 2003 року.

де φ – фаза загальна для всіх куперівських пар, n_s – концентрація куперівських пар. Загальна фаза є проявом макроскопічної когерентності пар, котра характеризує їх колективний рух.

Густина струму у квантовій механіці визначається за формулою

$$\vec{j} = i \frac{e\hbar}{2m} \{ \Psi \vec{\nabla} \Psi^* - \Psi^* \vec{\nabla} \Psi \} - \frac{e^2}{mc} \vec{A} \Psi \Psi^* \quad (9.6)$$

де \vec{A} – вектор-потенціал електромагнітного поля ($\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$). Густина струму складається із двох членів (задача 9.15). Перший член у формулі (9.6) визначає “парамагнітну” частину струму, а другий – “діамагнітну”. В однорідному надпровіднику, де фаза пар незмінна ($\nabla \varphi = 0$), перший “парамагнітний” член рівний нулеві і залишається лише другий “діамагнітний” член, який описує ефект Мейснера:

$$\vec{j}_s = - \frac{e^2}{mc} \vec{A} \Psi \Psi^* = - \frac{e^2}{mc} n_s \vec{A} \quad (9.7)$$

де враховано, що заряд куперівської пари та її маса рівні $2e$ та $2m$ відповідно. В неоднорідних надпровідниках, біля границь та на гетеропереходах виникають області, в яких створюється градієнт фази ($\nabla \varphi \neq 0$). В цих випадках густина надпровідного струму залежить від градієнта фази. Дійсно, простою підстановкою (9.5) у формулу (9.6) отримаємо

$$\vec{j}_s = - \frac{e\hbar}{m} n_s \vec{\nabla} \varphi - \frac{2e^2}{mc} n_s \vec{A} \quad (9.8)$$

9.2. МАГНІТНІ ВЛАСТИВОСТІ НАДПРОВІДНИКІВ

Як було зазначено вище, надпровідники першого роду є ідеальними діамагнетиками, і їх перехід із нормального в надпровідний стан супроводжується виштовхуванням зовнішнього магнітного поля з об'єму надпровідника. Магнітне поле в об'ємі надпровідника стає рівним нулеві. *Це явище називається ефектом Мейснера.* Діамагнетизм надпровідника є наслідком того, що в його тонкому приповерхневому шарі виникають незатухаючі струми такої величини й напрямку, що магнітне поле цих струмів повністю компенсує зовнішній магнітний потік.

Область простору, в якому рухаються електрони, котрі утворюють компенсуюче (виштовхуюче) магнітне поле, повинна бути скінченою, тому що інакше густина струму прямувала б до нескінченності, що не можливо. Товщина приповерхневого шару надпровідника, в якому циркулюють струми, що екранують зовнішнє магнітне поле, називається **глибиною екранування магнітного поля**, або **глибиною проникнення магнітного поля**. Її можна оцінити за допомогою рівнянь братів Фріца та Гейнца Лондонів (1935р). В ідеальному надпровіднику, в якому електрон не розсіюється кристалічною ґраткою та його довжина вільного пробігу прямує до нескінченності ($\ell \rightarrow \infty$), густина надпровідного визначається рівнянням (9.8). Подіємо на обидві частини (9.8) операцією rot і використаємо $\text{rot} \vec{A} = \vec{B}$; в результаті отримуємо **рівняння Лондонів**

$$\text{rot} \vec{j}_s = - \frac{e^2 n_s}{mc} \vec{B}. \quad (9.9)$$

Це рівняння специфічно для надпровідника. Використаємо також загальні рівняння Максвел

$$\text{rot} \vec{B} = \frac{4\pi\mu}{c} \vec{j}_s \quad (9.10)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (9.11)$$

(У цих рівняннях використано такі припущення: по-перше, струм \vec{j}_s зв'язаний з вектором \vec{B} , а не з \vec{H} , по-друге, нехтується струмом зміщення ($|j_s| \gg (1/c)\partial D/\partial t$), оскільки має місце мала швидкість зміни вектора \vec{D} .) Підставимо \vec{j}_s з (9.10) у (9.9) та врахуємо

$$\text{rot rot } \vec{B} = -\Delta \vec{B} \quad (9.12)^3$$

В результаті отримуємо рівняння для магнітного поля в надпровіднику

$$\Delta \vec{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B} \quad (9.13)$$

де запроваджено позначення

$$\lambda_L^2 = \frac{mc^2}{8\pi e^2 n_s} \quad (9.14)$$

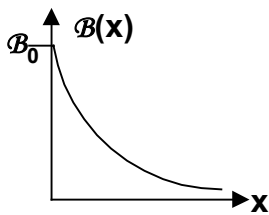


Рис.9.3. Залежність $B(x)$.

За допомогою рівняння (9.13) знайдемо розподіл поля в надпровіднику поблизу його поверхні, яку будемо вважати плоскою: надпровідник займає напівпростір $x > 0$. Розв'язок рівняння (9.13) показує, що магнітне поле зменшується при заглибленні в надпровідник (рис.9.3) за формулою

$$B = B_0 \exp \{ -x/\lambda_L \} \quad (9.15)$$

Відстань λ_L , на якій у надпровідниках 1-го роду абсолютне значення вектора $|\vec{B}|$ зменшується у e разів, або

$$\lambda_L = \frac{1}{B_0} \int_0^\infty B(x) dx \quad (9.16)$$

називається **глибиною екранування Лондонів**. Лондони використовували заряд куперівської пари рівний $1e$, а не $2e$, тому у формулі Лондонів (9.14) з'являвся множник $\sqrt{2}$.

Лондонівську глибину досить часто записують у такому вигляді

$$\lambda_L = \frac{c}{\omega_{p,\ell} \sqrt{\mu}} \quad (9.16)$$

де $\omega_{p,\ell} = \sqrt{4\pi e^2 n_s / m}$ - частота плазмових коливань. У твердих тілах $\omega_{p,\ell} = 10^{15} \dots 10^{16} \text{ c}^{-1}$ й

$$\lambda_L \cong 3 (10^{-6} \dots 10^{-5}) \text{ см} \quad (9.18)$$

Для надпровідної плівки товщиною $2d$ із плоскими границями розв'язок рівняння (9.13) із граничними умовами

$$B(-d) = B(d) = B_0$$

має вигляд

$$B(x) = B_0 \frac{\text{ch}(x/\lambda_L)}{\text{ch}(d/\lambda_L)} \quad (9.19)$$

³ $\text{rot rot } \vec{B} = \text{grad} \cdot \text{div } \vec{B} - \nabla^2 \vec{B}$ та враховуємо (9.11)

Ця залежність $B(x)$ зображена на схематичному рис.9.4а. При $T \neq 0$ і $0 < T < T_c$ у надпровіднику разом із куперівськими парами одночасно існують і нормальні електрони. При зростанні температури куперівські пари розпадаються і їх концентрація $n_s(T)$ зменшується, а концентрація нормальних електронів збільшується (рис.9.4б крива 1)

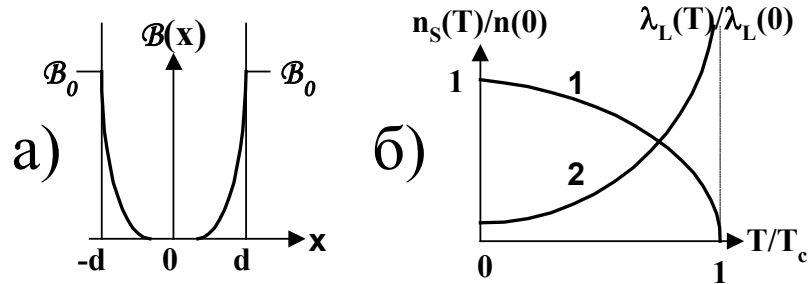


Рис.9.4. Залежності: а) - $B(x)$ у пластинці надпровідника та б) 1– концентрації куперівських пар $n_s(T)$ та 2 - лондонівської глибини $\lambda_L(T)$ від температури.

$$n_s(T) = n_s(0) \left[1 - (T/T_c)^4 \right] \quad (9.20)$$

Унаслідок цього збільшення T повинно викликати збільшення лондонівської глибини:

$$\lambda_L(T) = \left(\frac{m^2}{4\pi e^2 n_s(T)} \right)^{1/2} = \frac{\lambda_L(0)}{(1 - (T/T_c)^4)^{1/2}} \quad (9.21)$$

Залежність $\lambda_L(T)$ підтверджується експериментально за виключенням абсолютних значень λ_L (рис.9.4б крива 2). Зауважимо, що при доведенні формули (9.12) була використана локальна електродинаміка, згідно якої між вектор-потенціалом \vec{A} та густиною надпровідного струму в даній точці \vec{j}_s існує зв'язок (формула (9.6b)). Це означає, що розмір куперівської пари ξ_0 , на яку діє вектор \vec{A} , повинен бути меншим просторової області зміни вектора потенціалу - глибини екранування магнітного поля в надпровіднику (λ). Нерівність $\lambda < \xi_0$ не завжди виконується, наприклад, для надпровідників 1-го роду, що призводить до того, що експериментальні значення λ можуть відрізнятися від лондонівської глибини λ_L ($\lambda \neq \lambda_L$).

9.3. НАДПРОВІДНИКИ 1-ГО РОДУ

Надпровідники, в залежності від співвідношення між довжиною кореляції ξ і лондонівської глибиною λ_L , діляться на два класи: 1-го і 2-го родів. До надпровідників 1-го роду належать речовини, у яких $\lambda_L < \xi$, де

$$o(T) = 0,74 o_0 (1 - T/T_c)^{-1/2} \quad (9.22)$$

Здебільшого такі властивості мають чисті метали та сплави з низьким умістом одного з компонентів, у яких $\xi \sim 10^{-4}$ см й $\lambda_L \sim 100$ Å. Вони ведуть себе як ідеальні надпровідники. Перехід із надпровідного стану в нормальний стан при $B \neq 0$ відбувається стрибком. Він супроводжується стрибком зміни вільної енергії на величину $H_c^2/8\pi$:

$$F_n - F_s = \frac{\mathcal{H}_c^2}{8\pi} \quad (9.23)$$

і виділенням теплоти фазового переходу Q

$$Q = T(S_n - S_s) = -T \frac{\mathcal{H}_c}{4\pi} \frac{d\mathcal{H}_c}{dT} \quad (9.24)$$

де $S_{n,s}$ – ентропія в нормальному та надпровідному станах, а T – температура. Фазова діаграма для цих надпровідників зображена на рис.9.5.a. Видно, що фазовий перехід 1-го роду має різку границю переходу.

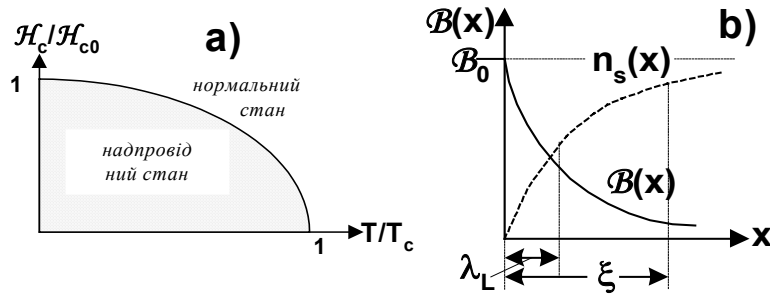


Рис.9.5. Фазова діаграма (a) й залежності $B(x)$ та $n_s(x)$ для надпровідників 1-го роду (b).

Надпровідники 1-го роду - ідеальні діаманти. Просторовий розподіл проникаючого магнітного поля $B(x)$ та зростання концентрації куперівських пар $n_s(x)$ зображені на схематичному рис.9.5.b. Видно, що магнітне поле швидко зменшується й стає в e разів меншим на лондонівській глибині, а концентрація куперівських пар продовжує зростати при збільшенні x , тому що в цих надпровідниках $\xi > \lambda_L$.

Розглянемо перехід надпровідників 1-го роду з надпровідного в нормальний стан у зовнішньому магнітному полі напруженості H_e . Найбільш простим випадком є нескінченний циліндр у магнітному полі, паралельному його осі. Крива намагнічування такого зразка зображена на рис. 9.6. При $H_e < H_c$ магнітне поле виштовхується з

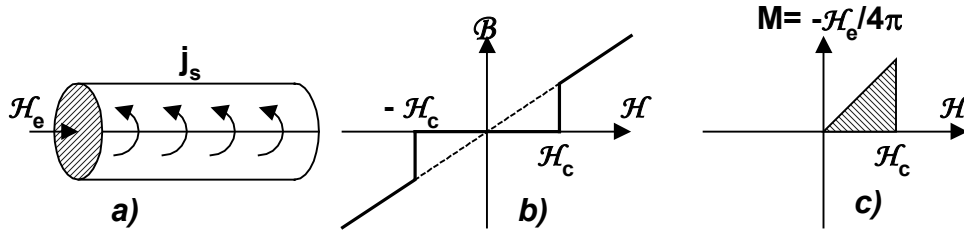


Рис.9.6. Нескінченний надпровідниковий циліндр у магнітному полі H_e (a), залежності $B(H_e)$ - намагнічування (b) та $M(H_e)$ - магнітного моменту (c).

об'єму надпровідника і його об'ємне значення $B=0$. В цьому разі

$$B = \mu H_e = H_e + 4\pi M_i \quad (9.25)$$

де μ - магнітна проникливість, M_i - магнітний момент одиниці об'єму. Покладемо в (9.25) $B=0$, тоді

$$0 = H_e + 4\pi M_i \quad (9.26)$$

звідки

$$M_i = -H_e/4\pi \quad (9.27)$$

Коли зовнішнє магнітне поле досягає критичного значення $H = H_c$, магнітна енергія $H^2/8\pi$ руйнує куперівські пари. Зразок переходить у нормальний стан і магнітне поле проникає в зразок. У попередньому розділі вказувалось, що експериментальне значення глибини проникнення магнітного поля у надпровідників 1-го роду більша лондонівської глибини ($\lambda > \lambda_L$). З урахуванням нелокальності формула для глибини проникнення магнітного поля в надпровідники 1-го роду набуває такого вигляду

$$\lambda = \left(\frac{\sqrt{3}}{2\pi} \right)^{1/3} \xi_0^{1/3} \lambda_L^{2/3} \quad (9.28)$$

Проте треба зауважити, що стрибкоподібний перехід із надпровідного в нормальний стан у точці $\mathcal{H} = \mathcal{H}_c$ відбувається лише в довгих циліндричних зразках надпровідників 1-го роду. У зразках довільної форми треба враховувати *розмагнічуючий фактор* n , котрий залежить від форми зразка. Його вплив полягає в тому, що магнітне поле стає неоднорідним біля поверхні зразка. Для того щоб уявити роль розмагнічуючого фактора, розглянемо надпровідну кулю, розміщену в однорідному магнітному полі з напруженістю \mathcal{H}_e . Виштовхування магнітного поля з надпровідника призводить, як це видно з рис.9.7, до збільшення напруженості магнітного поля біля поверхні кулі по-

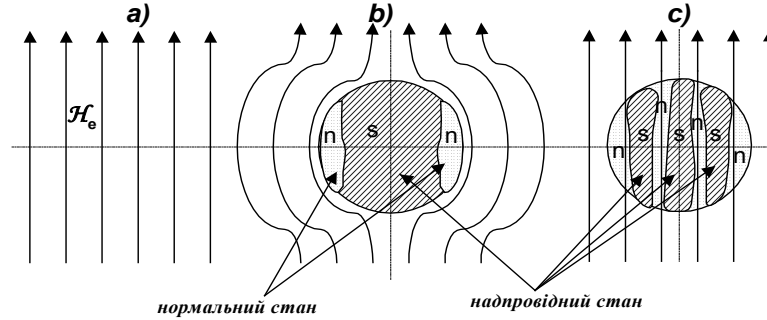


Рис.9.7. Просторовий розподіл силових ліній у надпровідниковій кулі.

близу екватора $\mathcal{H}_i > \mathcal{H}_e$. В цих місцях збільшується густина силових ліній магнітного поля. Такий розподіл силових ліній є наслідком накладання на рівномірний розподіл магнітного поля додаткового магнітного поля, котре створюється екрануючими струмами, що виникають у надпровіднику в магнітному полі.

Внутрішнє магнітне поле \mathcal{H}_i визначається *розмагнічуючим фактором* n , так що

$$\mathcal{H}_{ef} = \mathcal{H}_e - n 4\pi M_i \quad (9.29)$$

де M_i - намагніченість або магнітний момент одиниці об'єму, \mathcal{H}_e - напруженість зовнішнього магнітного поля вдалині від зразка. Для ідеального надпровідника

$$M_i = - (1/4\pi)\mathcal{H}_{ef} \quad (9.30)$$

З цих двох співвідношень отримаємо

$$\mathcal{H}_{ef} = \mathcal{H}_e / (1-n) \quad (9.31)$$

\mathcal{H}_{ef} являє собою напруженість магнітного поля у середині зразка біля його екватора (рис.9.7). При критичних значеннях магнітного поля у зразку ($\mathcal{H}_{ef,c}$) надпровідник переходить у нормальний стан. Відповідне зовнішнє магнітне поле ($\mathcal{H}_{e,c}$), яке створює внутрішнє критичне поле у надпровіднику, відрізняється від нього на величину, яка залежить від розмагнічуючого фактора n . Розмагнічуючий фактор є тензором. Він залежить від форми зразка і змінюється в межах від 1 до нуля ($0 < n < 1$). Так, для циліндра, розташованого паралельно або перпендикулярно магнітному полю, він рівний 0 або 0,5 відповідно; для кулі $n = 1/3$ та для плоскої пластини у перпендикулярному полі $n = 0$. Таким чином, зовнішнє критичне поле $\mathcal{H}_{e,c}$ переходу зразка з надпровідного в нормальний стан залежить від форми зразка, координат та напрямку поля. На схематичному рис.9.7.b показано, що для сфери найменше зовнішнє $\mathcal{H}_{e,c}$ створює внутрішнє критичне поле біля її екватора, достатнє для переходу цієї її частини у нормальний стан. Ця її частина переходить у нормальний стан (n) при меншому зовнішньому магнітному полі, а весь останній її об'єм залишиться в надпровідниковому стані (s). При подальшому зростанні \mathcal{H}_e зразок розіб'ється на систему надпровідних і нормальних зон, як це показано на рис.9.7.c. Виникне проміжний стан, котрий знаходитиметься в інтервалі значень магнітного поля $\mathcal{H}_{c1} < \mathcal{H}_e < \mathcal{H}_c$, де $\mathcal{H}_{c1} = \mathcal{H}_c(1-n)$. З огляду на все сказане, залеж

ність магнітної індукції $B(H)$ та намагніченості $M(H)$ від напруженості магнітного поля H матиме такий вигляд, як це показано на схематичних рис.9.8.a та 9.8.b.

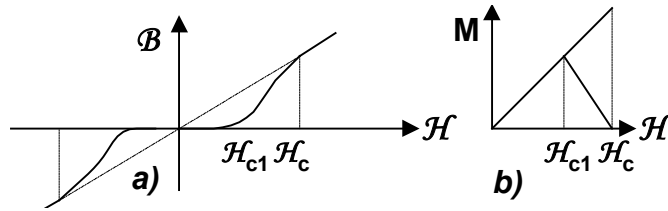


Рис.9.8. Криві намагнічування: а) - $B(H)$ та б) - $M(H)$.

9.4. НАДПРОВІДНИКИ 2-го РОДУ

Надпровідники 2-го роду характеризуються тим, що в них магнітне поле проникає на більші глибини, а просторовий розподіл куперівських пар біля поверхні насичується на менших глибинах: $\lambda(T) > \xi(T)$, як це показано на рис.9.9. До цього класу надпровідни-

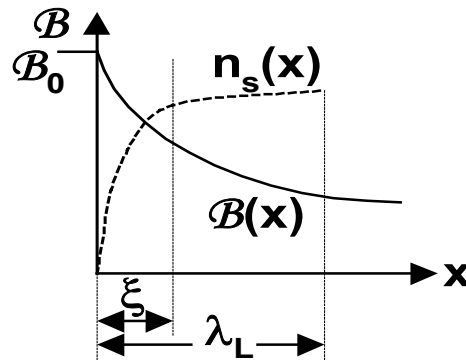


Рис.9.9. Залежності $B(x)$ та $n_s(x)$ для надпровідників 2-го роду.

ків відносяться хімічні сполуки, сплави тощо. Вони мають малу ефективну масу електронів $m < m_0$, малу довжину когерентності $\xi_0 \sim 50 \text{ \AA}$ і відрізняються від напівпровідників 1-го роду виглядом залежностей $B(H_c)$ і $M(H_c)$ та фазової діаграми. Ці залежності зображені на схематичному рис.9.10 для довгого циліндричного зразка, коли можна зне-

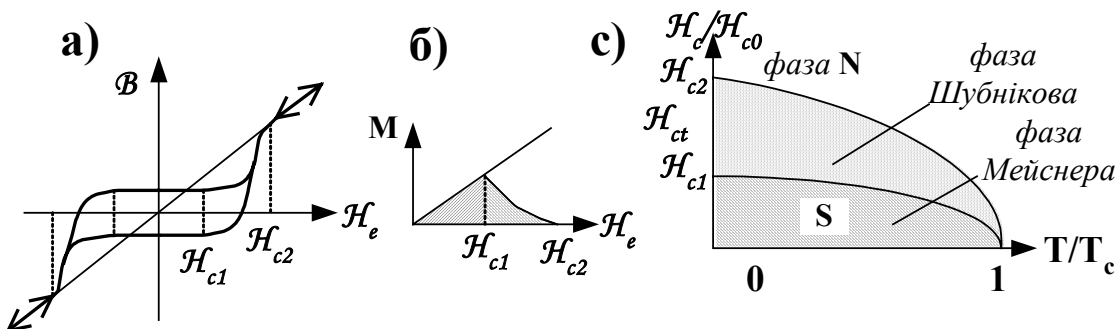


Рис.9.10. Криві намагнічування надпровідників 2-го роду: а) $B(H)$ для зразка з дефектами, котрий не має чітких H_{c1} та H_{c2} , б) залежність $M(H)$; в) фазова діаграма $H(T/T_c)$, на якій є три фази: надпровідна Мейснера (S), змішана або Шубнікова та нормальна (N).

хтувати фактором розмагнічування. Основною їх особливістю є наявність змішаного стану й наявність двох критичних полів H_{c1} та H_{c2} . В магнітних полях в інтервалі $0 < H_e < H_{c1}$ магнітне поле виштовхується зі зразка, тобто має місце ефект Мейснера. При

$\mathcal{H}_{c1} < \mathcal{H}_e < \mathcal{H}_{c2}$ магнітне поле починає проникати в зразок і він розбивається на області нормального та надпровідного станів. Виникає просторова неоднорідність густини куперівських пар. На створення границь між областями нормального й надпровідного станів витрачається певна енергія. При кожному значенні магнітного поля встановлюється рівновага між виграшем в енергії виштовхування поля з об'єму зразка та програшем в енергії, яка витрачається на утворення додаткових границь між нормальними й надпровідними областями зразка.

При $\mathcal{H}_e \geq \mathcal{H}_{c2}$ намагніченість прямує до нуля, тобто зовнішнє магнітне поле повністю руйнує надпровідність. Таким чином, *надпровідники 2-го роду мають два критичних поля \mathcal{H}_{c1} і \mathcal{H}_{c2} , причому критичне магнітне поле \mathcal{H}_{c2} може бути досить значної величини (іноді $> 10^6 \text{ E}$)*⁴. Фаза при $0 < \mathcal{H}_e < \mathcal{H}_{c1}$ називається фазою Мейснера, а друга фаза при $\mathcal{H}_{c1} < \mathcal{H}_e < \mathcal{H}_{c2}$ - фазою Шубнікова (змішана фаза). Вони відрізняються одна від одної тим, що в мейснерівській фазі надпровідні струми йдуть по поверхні зразка, і його об'єм є ідеальним діаманетиком; у фазі Шубнікова вони йдуть і в об'ємі зразка. В надпровіднику, що знаходиться у фазі Шубнікова, виникає система вихорів Абрикосова. Окремий **вихор являє собою соленоїд із магнітним потоком $\Phi_0 = hc/2e$, в центрі якого є нормальна “нитка” діаметром 2ξ** (задача 9.7). Розподіл магнітних полів, струмів та концентрацій куперівських пар біля вихору Абрикосова зображений на схематичному рис.9.12.а. Радіус середньої нормальної частини вихору характеризується розміром куперівської пари, що визначається за формулою (9.3) $\xi(T=0) = \hbar v_F / \pi \Delta_0$ і залежить від енергетичної щільності надпровідника (Δ) та швидкості електронів на поверхні Фермі (v_F). Магнітний потік зосереджується в області діаметром $2\lambda = 2c/\omega_{pl} = 2cm^{1/2}/(4\pi e^2 n_s)^{1/2}$. Наявність вихорів була експериментально підтверджена за допомогою методів магнітного порошку та електронного мікроскопа. Вихорі у фазі Шубнікова утворюють двовимірну трикутну решітку вихорів (рис.9.12.б) з періодом, котрий залежить від величини поля. При цьому умова квантування потоку визначає індукцію в надпровіднику. Вона рівна $\mathcal{B} = \zeta \Phi_0$, де ζ - обернена площа елементарної комірки ґратки.

Із зростанням \mathcal{H} кількість вихорів у надпровідниковому стані зростає, і починає відігравати роль їх взаємодія (відштовхування). При $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{c2}$ серцевини вихорів перекриваються, і при цьому надпровідність в об'ємі зникає, але залишається над поверхневий шар товщиною порядку довжини когерентності. Ця поверхнева надпровідність зникає при $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{c3}$ - це так зване третє критичне поле ($\mathcal{H}_{c3} \sim 2.4 \chi \mathcal{H}_{c2}$, де $\chi \approx 0.5$ - параметр Гінзбурга-Ландау). Таким чином, коли $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{c2}$, поле практично повністю пронизує надпровідник, але електричний струм виникає тільки при $\mathcal{H} > \mathcal{H}_{c3}$

При протіканні транспортного струму в надпровіднику 2-го роду з густиною j_{tr} виникає сила Лоренца, котра діє на вихорі Абрикосова

⁴ Критичні поля $\mathcal{H}_{c1,2}$ у об'ємному зразку пов'язані із термодинамічним критичним полем

$$\mathcal{H}_c = \frac{\Phi_0}{4\pi\sqrt{2}\xi_0(T)\lambda_L(T)} \quad (\text{див. (9.23)}) . \quad \text{Згідно теорії Гінзбурга-Ландау} \quad \mathcal{H}_{c1} = \mathcal{H}_c \frac{\xi_0 \ln\left(\frac{\lambda_L}{\xi_0}\right)}{\sqrt{2}\lambda_L},$$

$$\mathcal{H}_{c2} = \mathcal{H}_c \sqrt{2} \frac{\lambda_L}{\xi_0}.$$

$$\vec{F}_s = \frac{1}{c} [\vec{j}_{tr} \vec{\mathcal{H}}] \quad (9.32)$$

де \mathcal{H} - напруженість магнітного поля, а c - швидкість світла. Ця сила діє на вихорі (рис.9.12.b). При невеликих магнітних полях вихорі Абрикосова закріплюються на неоднорідностях структури та домішках. Це явище закріплення вихорів називається *пінінгом*. При збільшенні магнітного поля, коли сила Лоренца стає достатньою для подолання пінінгу вихорів, вони починають рухатись в напрямку дії сили, внаслідок чого виникає течія магнітного поля та змінний потік магнітної індукції. За законом електромагнітної індукції течія магнітного поля створює електричне поле з напруженістю $E \neq 0$ ⁵. Наведене електричне поле прискорює нормальні електрони, і вони віддають свою

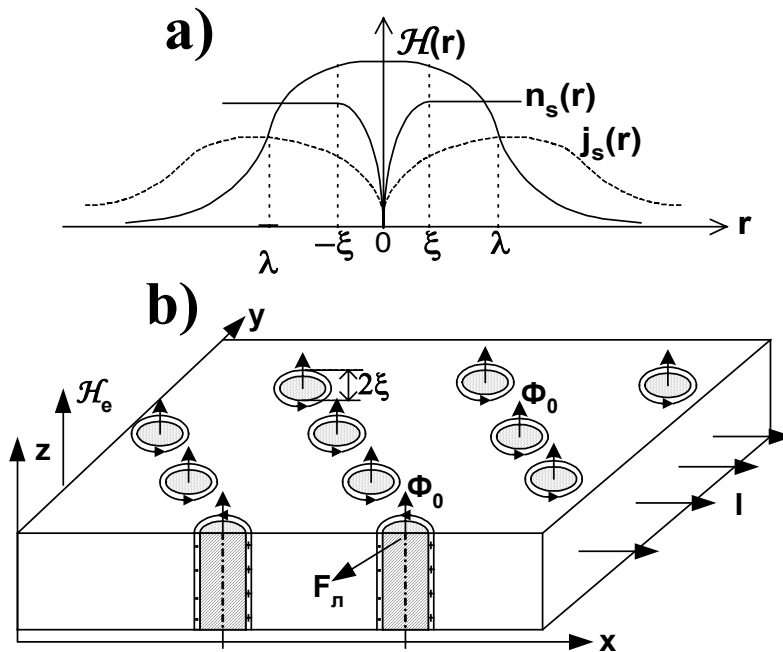


Рис.9.12. Просторовий розподіл $\mathcal{B}(r)$, $n_s(r)$ та густин струмів $j(r)$ біля вихору Абрикосова (а) та ґратка вихорів (b). Осердя вихорів заштриховані.

додаткову енергію кристалічній ґратці. Це призводить до появи втрат енергії в одиниці об'єму надпровідника $\vec{F} \cdot \vec{j}_{tr}$, тобто до появи *електричного опору* $\rho_{tr} = E/j_{tr}$ та до появи *падіння напруги* на цьому опорі. Від величини пінінга залежить величина критичного струму або критичного магнітного поля, при яких виникає резистивний стан у надпровідниках 2-го роду (задача 9.16).

Зауважимо, що експериментально вимірювана глибина проникнення магнітного поля відрізняється від лондонівської глибини λ_L і залежить від довжини вільного пробігу нормальних електронів ℓ . Для усунення такої розбіжності між моделлю Лондонів та експериментом Піпард запропонував увести у формулу (9.7) множник $\xi(\ell)/\xi_0$

$$\vec{j}_s = -\frac{e^2 n_s}{mc} \vec{\mathcal{A}} \frac{\xi(\ell)}{\xi_0} \quad (9.33)$$

⁵ Якщо знехтувати впливом ефекту Холла, то \vec{E}_s паралельне \vec{j}_s

де ξ_0 - довжина когерентності чистого надпровідника при $\ell \rightarrow \infty$, а $\xi(\ell)$ - довжина когерентності в зразках із скінченим значенням довжини вільного пробігу нормальних електронів (ℓ)

$$\frac{1}{\xi(\ell)} = \frac{1}{\xi_0} + \frac{1}{\ell} \quad (9.34)$$

В цьому разі

$$\lambda = \lambda_L \left(\frac{\xi_0}{\xi(\ell)} \right)^{1/2} \cong \lambda_L \left(1 + \frac{\xi_0}{\ell} \right) \quad (9.35)$$

де λ_L - лондонівська глибина, яка визначається за формулами (9.16) та (9.21).

9.5. КРИТИЧНИЙ СТРУМ

В надпровідниках згідно формулам (9.7) і (9.10)

$$\vec{j}_s = -\frac{e^2}{mc} n_s \vec{A}; \quad \text{rot} \vec{B} = \frac{4\pi\mu}{c} \vec{j}_s$$

існує зв'язок між густиною струму \vec{j}_s та магнітним полем $\vec{H} = \text{rot} \vec{A}$. Існування критичних магнітних полів у надпровідниках, таким чином, дозволяє стверджувати, що в них існують і відповідні критичні струми. **Критичним струмом** називається максимальна величина постійного електричного струму, який може йти в надпровіднику без дисипації енергії. Якщо струм стає більший за критичний ($I > I_c$), то надпровідник повністю або частково переходить у нормальний стан і в ньому виникає дисипація енергії. При цьому необхідно враховувати обидві складові струму, одна з яких зв'язана з

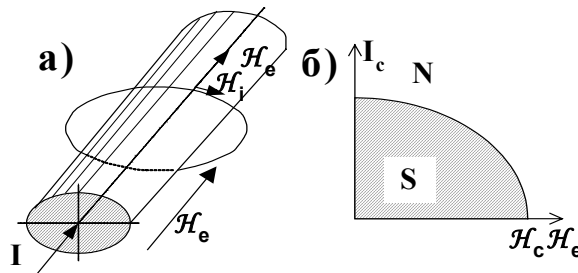


Рис.9.12. Залежність $H_c(H_e)$ для циліндричного надпровідника (N – нормальний та S – надпровідний стани). H_c паралельно до його осі.

екрануючими струмами I_H , а друга - із переносом заряду I_s ,

$$I = I_H + I_s \quad (9.36)$$

Наприклад, критичний струм в однорідному циліндричному зразку з радіусом R при $H_e = 0$ можна знайти за допомогою формули

$$I_c = 2\pi R H_c \quad (9.37)$$

Якщо цей зразок знаходиться в однорідному зовнішньому магнітному полі H_e , то сумарна напруженість магнітного поля на поверхні циліндра, як це видно з рис.9.12.а, є сумою векторів \vec{H}_e і \vec{H}_i . Таким чином, абсолютне значення напруженості магнітного поля в цьому випадку можна знайти зі співвідношення

$$H^2 = H_i^2 + H_e^2 \quad (9.38)$$

Підставимо в цю формулу значення напруженості магнітного поля кругового струму $H_i = I/2\pi R$. Тоді критичні магнітне поле та струм визначаються за формулою

$$\mathcal{H}_c^2 = \mathcal{H}_e^2 + \frac{I_c^2}{4\pi R} \quad (9.39)$$

Ця залежність зображена на схематичному рис.9.14.б.

Коли зовнішнє магнітне поле направлено перпендикулярно до осі циліндричного зразка, як це показано на рис.9.13, критичний струм по-іншому залежить від напру-

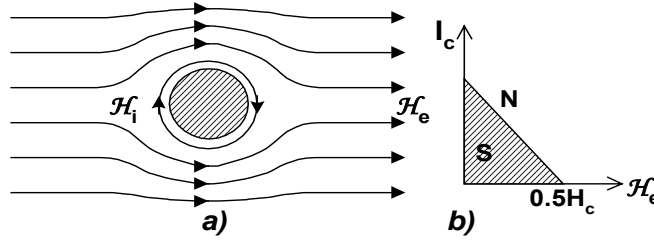


Рис.9.13. Залежність $I_c(\mathcal{H}_e)$ для циліндра, коли \mathcal{H}_e перпендикулярно до його осі.

женості зовнішнього магнітного поля, тому що в цьому разі при визначенні поля біля поверхні зразка необхідно додатково врахувати фактор розмагнічування для циліндра $n=1/2$. Сумарне магнітне поле біля поверхні зразка можна записати так

$$\mathcal{H} = \frac{\mathcal{H}_e}{1-n} + \frac{I}{2\pi R} = 2\mathcal{H}_e + \frac{I}{2\pi R} \quad (9.40)$$

$$I_c = 2\pi R(\mathcal{H}_c - 2\mathcal{H}_e) \quad (9.41)$$

Таким чином, критичний струм визначається критичним значенням напруженості магнітного поля \mathcal{H}_c і наявністю зовнішніх магнітних полів.

Розглянемо умову, при якій струм призведе до руйнування куперівських пар і переходу матеріалу з надпровідного в нормальний стан. Запишемо вираз для густини струму в надпровіднику

$$\vec{j} = \frac{en_s}{m} \vec{p}_s \quad (9.42)$$

де n_s - концентрація куперівських пар, а \vec{p}_s - імпульсу куперівської пари. Коли густина струму стає більшою за критичне значення ($j > j_c$), імпульс пар зростає, й їх кінетична енергія стає більшою енергії зв'язку електронів у парі Купера ($E \geq 2\Delta$) і пара розпадається. Знайдемо критичний імпульс пари p_{sc} . Для цього запишемо вирази для початкової кінетичної енергії E_1 для n_s куперівських пар та кінетичну енергію E_2 після розпаду куперівської пари, коли утворюється n_s-1 пар та 2-а нормальних електронів на рівні Фермі

$$E_1 = n_s \frac{\vec{p}_s^2}{2(2m)} = n_s \frac{\vec{p}_s^2}{4m} \quad (9.43)$$

$$E_2 = (n_s - 1) \frac{\vec{p}_s^2}{4m} + 2\Delta + 2 \left[\frac{(p_F - p_s/2)^2}{2m_0} - \frac{p_F^2}{2m_0} \right] \quad (9.44)$$

Вираз у квадратних дужках є зміною кінетичної енергії при розриві однієї куперівської пари та переході двох її електронів на рівень Фермі. Умовою переходу в нормальний стан є нерівність $E_2 < E_1$, тобто

$$(n_s - 1) \frac{p_s^2}{4m} + 2\Delta + 2 \left[\frac{(p_F - p_s/2)^2}{2m} - \frac{p_F^2}{2m} \right] < n_s \frac{p_s^2}{4m}; \quad (9.45)$$

тоді $p_{sc} > 2m\Delta/p_F$, де p_{sc} - імпульс пари, при якому вона руйнується. Підставляючи p_{sc} у (9.42), отримаємо нерівність для густини критичного струму надпровідників 1-го роду

$$j_{sc} \geq \frac{2e\Delta n_s}{p_F} \quad (9.46)$$

яка включає струм від зовнішнього джерела та екрануючі струми, що індукуються магнітними полями. Оцінка критичної густини струму при $p_F \sim 2,4 \cdot 10^{19} \text{ гсм} \cdot \text{с}^{-1}$, $\Delta = (1,4 \div 14) \cdot 10^{-16} \text{ ерг}$, $n_s \sim 10^{22} \text{ см}^{-3}$ дає $j_{sc} \approx (2 \cdots 20) \cdot 10^6 \text{ А} \cdot \text{см}^{-2}$.

9.6. ВПЛИВ РОЗМІРІВ ЗРАЗКІВ

9.6.a. Пластинка в магнітному полі, паралельному її площині.

Перехід із нормального в надпровідний стан супроводжується зміною вільної енергії F , яка визначається за формулою

$$F = U - TS - \int_V dV \int_0^{\mathcal{H}_e} \vec{M}_i(\mathcal{H}) d\vec{\mathcal{H}} \quad (9.47)$$

де U - внутрішня енергія, T - температура, S - ентропія, M_i - намагніченість або магнітний момент одиниці об'єму, V - об'єм. Намагніченість M_i залежить від природи речовини та форми зразка, яка визначає розмагнічуючий фактор n та закон затухання магнітного поля в речовині:

$$\vec{M}_i(\vec{r}) = -\frac{\vec{\mathcal{H}}(\vec{r}) - \vec{\mathcal{H}}_e}{4\pi} \quad (9.48)$$

Тут $\vec{\mathcal{H}}(\vec{r})$ - магнітне поле всередині надпровідника. Знак “мінус” з'являється тому, що $\vec{\mathcal{H}}(\vec{r})$ в об'ємі надпровідника направлено в зворотний бік до зовнішнього поля \mathcal{H}_e . При переході з нормального в надпровідний стан змінюється вільна енергія

$$F_n - F_s = - \int_V dV \int_0^{\mathcal{H}_e} \vec{M} d\vec{\mathcal{H}} \quad (9.49)$$

Розглянемо тонку пластинку товщиною $2d$ в однорідному полі \mathcal{H}_e паралельному її площині (рис.9.14). Підставимо у (9.49) вільну енергію, як суму об'ємної $f_{n,s}V$ та пове-

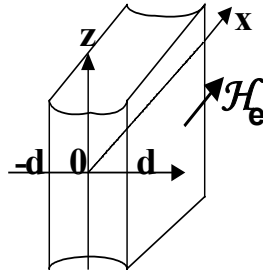


Рис.9.14. Пластинка в паралельному \mathcal{H}_e .

рхневої $\alpha_{n,s}A$ її складових $F_{n,s} = f_{n,s}V + \alpha_{n,s}A$, де A - поверхня зразка. Після цього розділимо ліву та праву частини рівняння на V

$$f_n - f_s + \frac{\alpha_n - \alpha_s}{d} = \frac{1}{V} \int_V dV \int_0^{\mathcal{H}_e} \vec{M} d\vec{\mathcal{H}} \quad (9.50)$$

Скористаємося тим, що в тонкій пластинці згідно (9.19) $\mathcal{H} = \mathcal{H}_e [ch(y/\lambda)/ch(d/\lambda)]$, а намагніченість згідно (9.48) рівна $M = -(\mathcal{H}(y) - \mathcal{H}_e)/4\pi$. Після підстановки цих виразів у (9.50) об'явимо інтеграл у правій частині (9.50)

$$\frac{1}{S2d} \int_0^{\mathcal{H}_c} \int_V \vec{M} d\mathcal{H} dV = \frac{\mathcal{H}_c^2}{8\pi} \left(1 - \frac{\lambda}{d} \operatorname{th} \frac{d}{\lambda} \right) \quad (9.51)^6$$

Після підстановки (9.51) в (9.50) остаточно отримаємо

$$f_n - f_s + \frac{\alpha_n - \alpha_s}{2d} = \frac{\mathcal{H}_c^2}{8\pi} \left(1 - \frac{\lambda}{d} \operatorname{th} \frac{d}{\lambda} \right) \quad (9.52)$$

Для товстого зразка ($d \rightarrow \infty$) із (9.52)

$$f_n - f_s = \frac{\mathcal{H}_{c\infty}^2}{8\pi} \quad (9.53)$$

Комбінуючи вирази (9.52) та (9.53), отримаємо

$$\left(\frac{\mathcal{H}_c}{\mathcal{H}_{c\infty}} \right)^2 = \frac{1 + \beta/d}{1 - (\lambda/d) \operatorname{th}(d/\lambda)} \quad (9.54)$$

де

$$\beta = \frac{(\alpha_n - \alpha_s)4\pi}{\mathcal{H}_{c\infty}^2} \quad (9.55)$$

Видно, що критичне поле тонких плівок більше за критичне поле масивних зразків із двох причин, а саме:

- по-перше, при малих d зростає поверхнева складова вільної енергії (член β/d);
- по-друге, проникнення магнітного поля в зразок залежить від його форми та відстані від поверхні, бо це впливає на розподіл $\vec{M}(\vec{r})$. Унаслідок цього з'являється член $\{1 - (\lambda/d) \operatorname{th} d/\lambda\}$ у формулі (9.55). Коли $\lambda/d < 1$, цей член стає домінуючим, а критичне магнітне поле стає пропорційним λ/d

$$\frac{\mathcal{H}_c}{\mathcal{H}_{c\infty}} \propto \sqrt{3} \frac{\lambda}{d} \quad \text{при } \lambda/d > 1 \quad (9.56)$$

Необхідно пам'ятати, що довжина екранування залежить від температури та довжини вільного пробігу носіїв. Тому поблизу T_c слід чекати найбільшої зміни \mathcal{H}_c у тонких зразках, бо тут відбувається суттєве збільшення λ . Ця тенденція чітко видна на рис.9.15. Поблизу критичної температури критичне поле в тонкому зразку збільшується

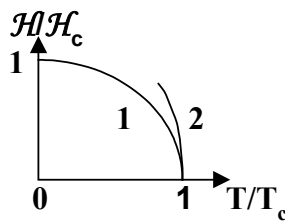


Рис.9.15. Залежність \mathcal{H}_c для платівки,
коли \mathbf{H}_c паралельне її поверхні: 1) $d \rightarrow \infty$;
2) $d_2 > d_1$.

ся по величині на порядок. Експериментальні та розрахункові залежності мають якісно однаковий вигляд, проте кількісне їх збігання значно гірше.

$$\begin{aligned} 6 - \frac{1}{S2d} \int_0^{\mathcal{H}_c} \int_{S2d} \vec{M} d\vec{\mathcal{H}}_e dV &= -\frac{S}{S2d} \int_0^{\mathcal{H}_c} d\mathcal{H}_e \int_{-d}^d M(y) dy = -\frac{1}{2d} \int_0^{\mathcal{H}_c} d\mathcal{H}_e \int_{-d}^d \frac{\{\mathcal{H}(y) - \mathcal{H}_e\}}{4p} dy = \\ &= -\frac{1}{8\pi d} \int_0^{\mathcal{H}_c} \mathcal{H}_e d\mathcal{H}_e \int_{-d}^d \left\{ \frac{ch(y/\lambda)}{ch(d/\lambda)} - 1 \right\} dy = \frac{\mathcal{H}_c^2}{8\pi} \left(1 - \frac{\lambda}{d} \operatorname{th} \frac{d}{\lambda} \right) \end{aligned}$$

9.6.б. Пластика в магнітному полі, перпендикулярному її площині

Розглянемо зображену на рис.9.16 стрічку у вигляді паралелепіпеду із довжинами ребер L , w та d , де $L \gg w \gg d$. Зовнішнє магнітне поле \mathcal{H}_e направлено перпендикулярно до площини (Lw). Нехай ширина стрічки більша за кореляційну довжину ($w \gg \xi$). На відміну від випадку, що розглядався в попередньому параграфі, де розмагнічуючий фактор n був малим і їм можна було знехтувати, в цьому разі розмагнічуючий фактор n скінченний. Напруженість внутрішнього магнітного поля в зразку \mathcal{H}_i буде більшою, ніж напруженість зовнішнього поля \mathcal{H}_e

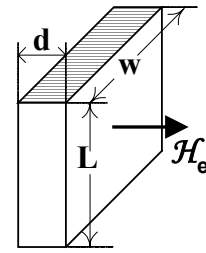


Рис.9.16.
Стрічка в перпендикулярному магнітному полі.

$$\mathcal{H}_e = \mathcal{H}_i - n\mathcal{H}_i \quad (9.57)$$

Для оцінок таку стрічку можна апроксимувати еліптичним циліндром з осями поперечного перерізу w і d , для якого є

$$n \approx 1 - d/w \quad (9.58)$$

Підстановкою (9.58) у (9.57) знайдемо, що поле \mathcal{H}_i стає більшим за зовнішнє поле \mathcal{H}_e

$$\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_e \{1 - (1 - d/w)\}^{-1} = \mathcal{H}_e w/d \quad (9.59)$$

Це означає, що при менших зовнішніх магнітних полях внутрішнє поле стане більшим критичного значення, при якому відбувається перехід із надпровідного в нормальний стан. Звідси можна дійти до висновку, що *ефективне критичне поле перпендикулярне до стрічки, в d/w разів менше за критичне паралельне магнітне поле:*

$$\mathcal{H}_{c\perp} = \mathcal{H}_{c\parallel} d/w \quad (9.60)$$

В дійсності критичні поля не так сильно відрізняються одне від одного. Однією із причин такої розбіжності є те, що в реальних зразках виникає проміжний стан, схожий на стан надпровідників 2-го роду. Дійсно, при зменшенні товщини стрічки, коли вона стає меншою за довжину вільного пробігу ($d < \ell$), ефективна довжина вільного пробігу починає залежати від товщини ($\ell_{ef} \sim d$). Зміна ℓ_{ef} впливає на довжину когерентності ξ (див. формулу (9.34)), від якої залежить глибина екранування магнітного поля λ

$$\lambda = \lambda_L (\xi_0/\xi)^{1/2} \quad (9.61)$$

Тому λ у перпендикулярному магнітному полі збільшується обернено пропорційно до товщини плівки. При певних товщинах $\kappa = \lambda/\xi$ стає меншим за одиницю й надпровідник переходить до класу надпровідників 2-го роду. Виникає змішаний стан, у якому потрібно більш точно враховувати зміну поверхневої енергії $\alpha_n - \alpha_s$ та залежність проникнення магнітного поля в надпровідник від товщини зразка і його температури, а також від проникнення вихорів у плівковий зразок.

9.7. КРАЙОВІ ЕФЕКТИ

На практиці плівкові зразки не завжди мають різкі краї, як це показано на

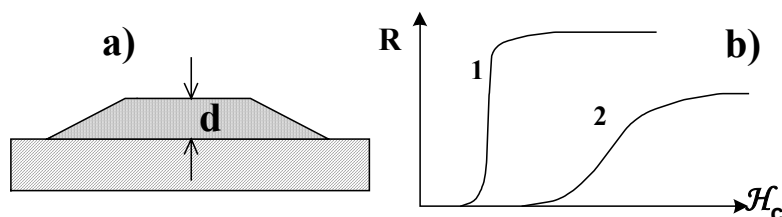


Рис.9.17. Профіль зразка (а) та залежності $R(\mathcal{H}_c)$ (б) для ідеального (1) та реального (2) зразків.

рис.9.17. Властивості надпровідників залежать від їх товщини, тому на таких зразках переходи з нормального у надпровідний стан у магнітному полі мають бути менш різкими. Наприклад, залежність опору від магнітного поля в реальному зразку із плавною зміною товщини крайової області (рис.9.17.b) стає більш пологою по відношенню до ідеального зразка.

9.8. РОЗМІРНІ ЕФЕКТИ

Властивості надпровідників, як зрозуміло з попереднього, залежать від таких характерних параметрів:

- глибини екранування (проникнення) магнітного поля λ ,
- кореляційної глибини або ефективного розміру куперівської пари ξ ,
- довжини вільного пробігу носіїв струму ℓ ,
- довжини хвилі де Бройля λ_D .

Коли розміри надпровідників стають меншими цих характерних довжин, то їх властивості змінюються.

В попередніх параграфах уже розглядалися зразки з розмірами, меншими глибини проникнення магнітного поля ($d < \lambda$), в яких змінювались критичне поле і критична температура. Проте можуть існувати і більш складні ситуації, коли розміри зразків стають сумірними з такими величинами як довжина вільного пробігу електронів ℓ , кореляційна довжиною ξ або довжина хвилі де Бройля λ_D .

Якщо розміри зразків стають меншими за довжину вільного пробігу ($d < \ell$), то ℓ починає залежати від розміру зразка ($\ell_{ef}(d)$), що у свою чергу викликає зміну кореляційної довжини ξ , бо згідно формулі (9.34) $\xi^I = \xi^I_0 + \ell_{ef}(d)^{-1}$. При цьому можуть мати місце два випадки, а саме:

- по-перше, для надпровідників 1-го роду, коли $\lambda < \xi$, відбувається насамперед зменшення глибини екранування магнітного поля

$$\lambda = \lambda_L \left(\frac{\xi_0}{\xi(d)} \right)^{1/2} = \lambda_L \left(1 + \frac{\xi_0}{\ell_{ef}} \right)^{1/2} \approx \lambda_L \left(1 + \frac{\xi_0}{d} \right)^{1/2}, \quad \text{де } \lambda_L = \frac{c}{\omega_{pl}} \quad (9.62)$$

і залежності критичного поля від товщини стають ще більш складними, ніж дає формула (9.54);

- по-друге, при деяких товщинах λ може стати більшою за ξ і надпровідник, принаймні, у приповерхневій області, почне виявляти властивості надпровідника 2-го роду.

Коли розміри зразків стають меншими кореляційної довжини, то виникають інші умови для проникнення вихорів, бо саме величина ξ визначає їх розміри.

Якщо розміри стають сумірними з довжиною хвилі де Бройля ($d < \lambda_D$), то виникає розмірне квантування. Змінюється густина станів g_s – вона стає функцією $g_s(d)$; це призводить до зміни критичної температури T_c , бо згідно теорії БКШ вона залежить від густини станів (див. (9.2))

$$T_c = 1,14 \hbar \omega_D \exp \left\{ -\frac{1}{U_0 g_s(d)} \right\} \quad (9.63)$$

де ω_D - частота Дебая, $g_s(d)$ - густина станів, а U_0 - стала електрон-фононної взаємодії. Критична температура в тонких шарах збільшується, бо при цьому зростає $g_s(d)$. Крім

того, мають місце осциляції, притаманні квантовому розмірному ефекту, котрий викликає осциляції густини станів у залежності від d .

9.9. КРИТИЧНІ СТРУМИ В ТОНКИХ ЗРАЗКАХ

Зв'язок між критичними полями та струмами є наслідком рівняння Максвела

$$\text{rot} \vec{B} = \frac{4\pi\mu}{c} \vec{j}_s \quad (9.64)$$

Значення критичного струму \vec{j}_{sc} залежить ще й від напрямку напруженості зовнішнього поля та форми й розмірів зразків. Розглянемо два приклади: 1) стрічки в зовнішньо-

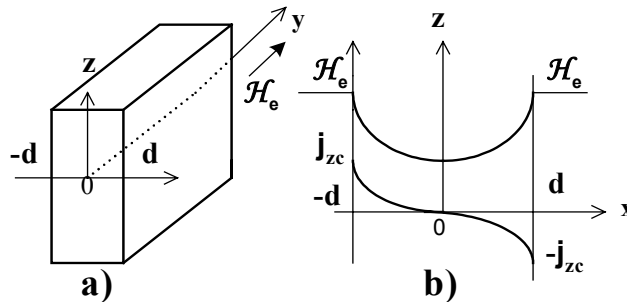


Рис.9.18. Розподіл струмів та магнітних полів у надпровідниковій стрічці паралельній магнітному полю

му магнітному полі, паралельному її поверхні та 2) стрічки із струмом у напрямку паралельному її поверхні.

В першому випадку, коли поле H_e паралельне поверхні стрічки (рис.9.18), тобто $\vec{H}\{0, H_e, 0\}$, на обох її бокових поверхнях наводяться надпровідні струми, поле яких виштовхує магнітне поле із надпровідника. Координатний розподіл внутрішнього поля визначається за формулою (9.19)

$$H_y(x) = H_e \frac{\text{ch}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)}$$

Підстановкою цього виразу в (9.64) знаходимо, що надпровідний екрануючий струм виникає лише у напрямку осі z і розподіл густини струмів у надпровіднику має вигляд

$$j_{s,z} = -\frac{cH_e}{4\pi\lambda} \frac{\text{sh}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)} \quad (9.65)^7$$

Цей струм є максимальним на поверхнях $x=\pm d$ і має різні знаки: при $x=-d$ $j_{s,z}>0$, а при $x=+d$ $j_{s,z}<0$. В товстих зразках, коли $d/\lambda>1$, густина надпровідних струмів на поверхні зразка рівна:

$$|j_{s,z}| = \frac{cH_e}{4\pi\lambda} \text{th} \frac{d}{\lambda} \approx \frac{cH_e}{4\pi\lambda} \quad (9.66)$$

При $H_e=H_c$ стрічка переходить із надпровідного в нормальний стан. Таким чином, товста стрічка з $d/\lambda>1$ перейде в нормальний стан тоді, коли вздовж її поверхні в різні боки буде йти струм із густиною більшою за критичну густина, рівну

⁷ Для $\vec{H}_e(0, H_e(x), 0)$ $\vec{j} = \frac{c}{4\pi} \text{rot} \vec{H}_e = \frac{c}{4\pi} \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & H_e(x) & 0 \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \end{vmatrix} = \left(0, -\frac{c}{4\pi\lambda} H_e \frac{\text{sh}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)}, 0 \right)$

$$j_{sc} \geq \frac{c\mathcal{H}_c}{4\pi\lambda} \quad (9.67)$$

У другому випадку паралельно поверхні стрічки вздовж осі y пропускається струм I , віднесений до одиниці її ширини вздовж осі z ($I=I_y/w_z$). Відмінністю цієї задачі від попередньої є те, що струм іде лише в одному напрямку. Це означає, що напруженість магнітного поля змінює знак при зміні знаку координати x ($\mathcal{H}(x) = -\mathcal{H}(-x)$). Розв'язок рівняння Лондонів

$$\Delta_z \mathcal{H} = \lambda^{-2} \mathcal{H} \quad (9.68)$$

при граничній умові

$$\mathcal{H}(x=d) = -\mathcal{H}(x=-d) = \mathcal{H}_e \quad (9.69)$$

має вигляд

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_e \frac{\text{sh}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)} \quad (9.70)$$

Користуючись формулою (9.64), знайдемо густину струму

$$j_{s,y} = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial \mathcal{H}(x)}{\partial x} = -\frac{c\mathcal{H}_e}{4\pi\lambda} \frac{\text{ch}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)} \quad (9.71)$$

При умові, що $\mathcal{H}_e = \mathcal{H}_c$, знайдемо з (9.71) критичну густину струму

$$j_{sc} = -\frac{c\mathcal{H}_c}{4\pi\lambda} \frac{\text{ch}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)} \quad (9.72)$$

На цій підставі визначимо критичну густину струму, віднесену до одиниці ширини стрічки вздовж осі z

$$I_c = \int_{-d}^d j_{sc}(x) dx = -\frac{c\mathcal{H}_c}{4\pi} \int_{-d}^d \frac{\text{ch}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)} \frac{dx}{\lambda} = -2 \frac{c\mathcal{H}_c}{4\pi} \text{th} \frac{d}{\lambda} \quad (9.75)$$

При $d \gg \lambda$; $\text{th}(d/\lambda) \rightarrow 1$ і тому

$$I_{c,\infty} = -2 \frac{c\mathcal{H}_{e,c}}{4\pi} \quad (9.76)$$

Таким чином, можна дійти до висновків:

- Для товстої стрічки, коли $d > \lambda$, руйнація надпровідності відбувається під дією струму $I_{c,\infty}$, еквівалентному критичному магнітному полю \mathcal{H}_c ;
- Для тонких зразків критичний струм зменшується пропорційно зменшенню d/λ , оскільки $I_c \approx I_{c,\infty} d/\lambda$, тоді як само критичне поле при цьому збільшується

9.10. КРІОТРОН

Перехід надпровідників у нормальний стан під дією магнітного поля або струмами більшими за критичні знайшло застосування при створенні перемикачів. Ці прилади називаються **кріотронами**. Типовою конструкцією кріотрона є перехрестя двох плівкових стрічок, виготовлених із матеріалів із різними критичними магнітними полями, наприклад, із ніобію із $\mathcal{H}_c=5000$ Ое і танталу із $\mathcal{H}_c=500$ Ое. Схематично кріотрон зображений на рис.9.19. Шина з великим критичним полем служить

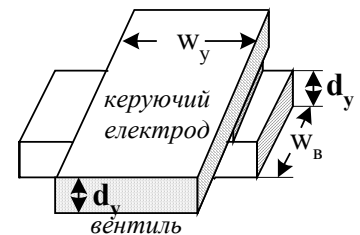


Рис.9.19. Кріотрон.

керуючим електродом, а шина з малим критичним полем - вентиля⁸. Керуючий електрод весь час знаходиться у надпровідному стані, незалежно від того, чи проходить у ньому струм, чи ні. Струм у керуючому електроді, що створює магнітне поле більше за критичне поле вентиля, переводить його в нормальний стан. При цьому опір вентиля змінюється від $R_V=0$ до $R_V \neq 0$. Перехід надпровідного стану в нормальний стан відбувається за короткий час, сумірний з часом проходження фонона від одного електрона пари Купера до другого її електрона. Для надпровідників 1-го роду він має значення $\tau_1 \sim \xi_0/v_{звук} = 10^{-4} \cdot 10^{-5} = 10^{-9}$ с, а для надпровідників 2-го роду - $\tau_2 \sim 10^{-7} \cdot 10^{-5} = 10^{-12}$ с. Тому швидкість перемикаання кріотрона визначатиметься не часом розвалу куперівської пари, а, головним чином, часом розсіяння електромагнітної енергії на індуктивності L керуючого електрода. Його можна оцінити за допомогою співвідношення

$$\tau = L/R_V \quad (9.77)$$

якщо відомі коефіцієнт самоіндукції L і опір вентиля в нормальному стані R_V , де

$$R_V = \rho_V \frac{w_r}{w_V d_V} \quad (9.78)$$

Для оцінки коефіцієнта самоіндукції L скористаємось формулою для стрічки, розміщеною над надпровідною площиною. В цьому випадку магнітне поле струму в керуючому електроді концентрується надпровідниковим екраном у зазорі товщиною d_{in} між вентилям і керуючим електродом

$$L = \mu_0 \frac{w_B d_{in}}{w_r} \quad (9.79)$$

Підставимо вираз для самоіндукції (9.79) у вираз для часу релаксації (9.78)

$$\tau = \frac{\mu_0 w_V^2}{\rho_V w_r^2} d_V d_{in} \quad (9.80)$$

За допомогою (9.80) оцінимо час релаксації τ при таких значеннях параметрів кріотрона $\rho_V = 2 \cdot 10^{-7}$ Ом·см, $d_V = 3$ мкм, $d_{in} = 1$ мкм, $w_V^2/w_r^2 \sim 1$, $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-8}$ А⁻¹·см⁻¹; звідси $\tau \sim 1,256 \cdot 10^{-8} (2 \cdot 10^{-7})^{-1} 1,3 \cdot 10^{-8} \sim 2 \cdot 10^{-9}$ с. В реальних схемах індуктивність провідників та неоднорідність структури реальних плівок збільшує ефективний час релаксації.

Для характеристики кріотронів користуються коефіцієнтом підсилення. Під коефіцієнтом підсилення розуміють відношення струмів вентиля і керуючого електрода

$$K = I_{cV}/I_{cr} \quad (9.81)$$

Вибором геометрії та матеріалів вентиля і керуючого електрода можна досягти того, що коефіцієнт підсилення кріотрона буде більшим за 1. Усе це дає можливість конструювати реальні кріотрони, як елементи різноманітних електронних схем. Кріотрони мають *такі позитивні якості*:

- малі розміри,
- малу потужність перемикаання,
- велику швидкодію ($\tau \sim 10^{-9}$ с),
- довготривале збереження стану (включено або виключено),
- перемикаання викликається величиною струму ($I > I_c$) і слабо залежить від форми імпульсу струму, що перемикає,
- прилади на кріотронах не потребують допоміжних елементів, що дозволяє конструювати на їх основі однорідні електронні структури.

⁸ Вентиль - (від латинського слова ventus - вітер) пристрій, електричний опір якого залежить від струму, що йде в ньому.).

Проте кріотрони *не позбавлені і недоліків*, головним із яких є необхідність використання дуже низьких температур, здебільшого температури рідкого гелію.

На закінчення цього параграфа наведемо три приклади схем логічних комірок, котрі можна побудувати за допомогою кріотронів.

Комірка “і” складається із двох кріотронів. Вона наведена на рис.9.20, на якому вентилях зображені широкими смужками, а керуючі електроди лініями. Подача імпульсу керуючого струму на “вхід 1” переводить верхній вентиль у нормальний стан із $R_V \neq 0$, й надпровідний струм у системі від зовнішнього джерела йде лише через нижній вентиль. Якщо одночасно подати на “вхід 1” і “вхід 2” керуючі імпульси, то крізь комірку струм не йде.

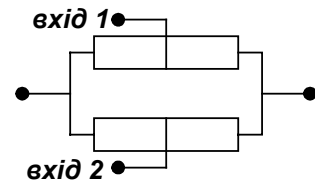


Рис.9.20. Комірка “і”.

Комірка “або” також складається із двох кріотронів. Вона зображена на рис.9.21 і не потребує пояснень. Сигнал на “вході 1” переводить один із послідовно сполучених вентилів у нормальний стан. В колі виникає опір і струм через комірку не йде.

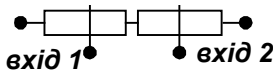


Рис.9.21. Комірка “або”.

Тригер. Він зображений на рис.9.22. До його складу входять 4 кріотрони та шини, що з'єднують ці кріотрони. Нехай керуючий імпульс струму подається на “вхід 1”. В перший момент, до подачі керуючого імпульсу, струм, що йшов у лівому колі тригера, переводив лівий нижній вентиль у нормальний стан з опором $R_V \neq 0$. В цьому стані вихідний сигнал на “виході 1” був не рівний нулеві. Після подачі керуючого імпульсу на “вхід 1” верхній лівий вентиль кріотрона переходить у нормальний стан, що призводить до суттєвого зменшення струму в лівому колі тригера. В цьому разі струм від зовнішнього джерела перекидається в праве коло тригера. Цей струм переводить нижній правий вентиль у нормальний стан, що призводить до появи падіння напруги на “виході 2”. Аналогічним чином впливає на роботу схеми й сигнал на “вході 2”.

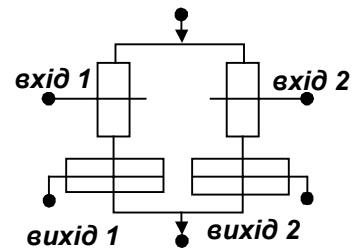


Рис.9.22. Тригер.

9.11. СТАЦІОНАРНИЙ ЕФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА

Фундаментальною властивістю надпровідників є те, що хвильова функція всієї системи електронів у надпровідниковому стані описується макроскопічною *кондесатною* хвильовою функцією (9.5)

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sqrt{n_s} \exp\{i\phi(\vec{r}, t)\} \quad (9.82)$$

де $n_s = |\Psi^* \Psi|$ - густина куперівських пар, $\phi(\vec{r}, t)$ - фаза. В однорідному рівноважному нескінченному надпровіднику всі куперівські пари рухаються в стані з однаковою фазою, тобто вони *фазово когерентні*. Така фазова когерентність куперівських пар зберігається і при проходженні їх у колі зі *слабким зв'язком*, зокрема, при тунелюванні крізь гетеропереходну структуру. Розглянемо два надпровідники s_1 та s_2 , що розділені тонким шаром діелектрика з товщиною d (рис.9.23). Для електронів цей шар є потенціальним бар'єром, і якщо шар є достатньо тонким, існує кінцева ймовірність їх

проникнення крізь бар'єр шляхом квантового тунелювання (для значного тунелювання товщина діелектрика повинна бути меншою або сумірною з електронною довжиною хвилі Де Бройля: $d \lesssim \lambda_D$). Але навіть якщо коефіцієнт прозорості бар'єру малий, його відмінність від нуля має принципове значення, оскільки обидва надпровідники стають єдиною системою, що описується *єдиною* конденсатною хвильовою функцією. Ця обставина призводить до сукупності нових явищ квантової інтерференції у надпровідникових тунельних контактах – *ефектів Джозефсона*.

Для збереження фазової когерентності на тунельному переході його товщина повинна бути меншою кореляційної довжини ($d < \xi_0$). При цьому через перекриття хвильових функцій устанавлюється певне співвідношення для різниці фаз хвильових фун-

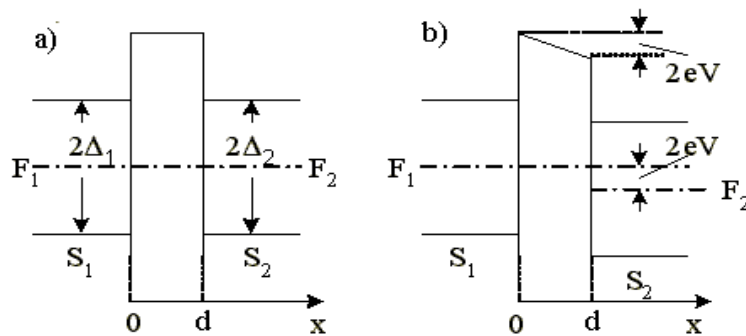


Рис.9.243. Енергетична схема переходу Джозефсона: а) при $V = 0$ та б) при $V \neq 0$.

кцій на переході, стійке до руйнуючої дії флуктуацій, і зберігається фазова когерентність куперівських пар на переході. Електрони, що тунелюють, набувають нових властивостей. Зокрема, вони не втрачають при тунелюванні кореляційної взаємодії, яка існує в куперівських парах. Відбувається двочастинкове тунелювання корельованих електронів. На відміну від простого одночастинкового тунелювання при двочастинковому тунелюванні *не виникає падіння потенціалу на гетеропереході*. Це явище нового різновиду тунелювання було передбачено в 1962 році англійським ученим Брайном Джозефсоном. Він разом із норвезьким ученим Айвером Геавером та японським фізиком Лео Есакі, які вперше спостерігали характерні особливості вольт-амперних характеристик надпровідних тунельних діодів, у 1973 році отримав за відкриття *ефектів Джозефсона* Нобелівську премію. Експериментальні дослідження цих ефектів почалися у 1973 році, після робіт Андерсона та Роула.

Тунельний перехід електрона з надпровідника s_1 із хвильовою функцією Ψ_1 в надпровідник s_2 із хвильовою функцією Ψ_2 розглянемо в рамках напівфеноменологічної теорії Гінзбурга–Ландау. Зазначимо, що якби контакт був цілком непрозорим для електронів, то хвильові функції Ψ_i кожного з надпровідників повинні були б задовольняти на своїх краях граничним умовам, що забезпечують відсутність струму через поверхні контакту, тобто (див. Рис. 9.23)

$$\vec{n}\hat{v}\Psi_1|_{x=0} = \vec{n}\hat{v}\Psi_2|_{x=d} = 0. \quad (9.83)$$

Тут \vec{n} – вектор нормалі до поверхні контакту, а оператор швидкості куперівської пари має вигляд (див. (9.8))

$$\hat{v} = \frac{1}{2m}(-i\hbar\vec{\nabla} - \frac{2e}{c}\vec{A}). \quad (9.84)$$

Таким чином, для непрозорого контакту з (9.83) та (9.84) отримуємо

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Psi_1}{\partial x} - \frac{2ie}{\hbar c} \mathcal{A}_x \Psi_1 &= 0 \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} - \frac{2ie}{\hbar c} \mathcal{A}_x \Psi_2 &= 0\end{aligned}$$

Відмінна від нуля проникливість бар'єра призводить до появи в правих частинах цих умов ненульових виразів, що залежать від значень хвильових функцій по інший бік від контакту. Враховуючи малість таких функцій, можна обмежитись в правих частинах лінійними по Ψ членами, що дає

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial x} - \frac{2ie}{\hbar c} \mathcal{A}_x \Psi_1 = \frac{1}{\mathcal{L}} \Psi_2, \quad \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} - \frac{2ie}{\hbar c} \mathcal{A}_x \Psi_2 = \frac{1}{\mathcal{L}} \Psi_1. \quad (9.85)$$

Тут коефіцієнт $1/\mathcal{L}$ є пропорційним до проникливості бар'єра, який при відсутності діелектричного шару ($d \rightarrow 0$) прямує до λ_L^{-1} .

Зв'язок між величиною надпровідного струму крізь контакт та різницею фаз функцій Ψ_i можна визначити, застосовуючи формулу (9.6) для однієї зі сторін контакту (напр., до надпровідника s_1):

$$j = -\frac{ie\hbar}{2m} (\Psi_1^* \frac{\partial}{\partial x} \Psi_1 - \Psi_1 \frac{\partial}{\partial x} \Psi_1^*) - \frac{2e^2}{mc} \mathcal{A}_x \Psi_1^* \Psi_1.$$

Підставляючи сюди $\frac{\partial \Psi_1}{\partial x}$ із граничної умови (9.85), отримуємо

$$j = -\frac{ie\hbar}{2m\mathcal{L}} (\Psi_1^* \Psi_2 - \Psi_1 \Psi_2^*).$$

Для контакту, що складається з однакових металів, функції Ψ_i відрізняються тільки фазами, і тому для густини струму знаходимо

$$j_s = j_{sm} \sin(\Delta\varphi), \quad j_{sm} = \frac{e\hbar}{m\mathcal{L}} |\Psi|^2, \quad \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (9.86)$$

При наближенні температури до критичної $|\Psi|^2$ прямує до нуля як $(T_C - T)$; по такому ж закону прямує до нуля і максимальна густина струму через контакт. У випадку різних надпровідників у контакті форма (9.86) зберігається, але при цьому

$$j_{sm} = \frac{e\hbar}{m\mathcal{L}} \sqrt{n_{s1} n_{s2}} \quad (9.87)$$

Характерної особливістю отриманого результату (9.86) є те, що навіть *при нульовій різниці потенціалів* на переході ($V = 0$) різниця фаз може бути скінченною ($\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \neq 0$), і в переході буде йти струм при нульовому падінню потенціалів на ньому. Цей ефект називається *стаціонарним ефектом Джозефсона*. Якщо струм, що йде між надпровідниками, перевищує критичне значення $j_s S = I_{sc}$ (S – площа переходу), то між ними виникає напруга близька до $2\Delta(T)/e$. Тому максимально можлива критична густина струму Джозефсона дорівнює $j_{sm,c} = \Delta(T)/(2eRS)$. Вона залежить від енергетичної щільності надпровідника $\Delta(T)$, площі переходу та від опору переходу в нормальному стані R . Для типових тунельних контактів густина тунельного струму становить $10 \div 50 \text{ А}\cdot\text{см}^{-2}$. Таким чином, стаціонарний струм Джозефсона має такі дві властивості:

- наявність струму при нульовому падінні потенціалів,
- залежність струму від фази, бо будь-яка зміна фази під дією струму або магнітного поля викликає зміну густини струму Джозефсона.

Для того щоб експериментально спостерігати ефект Джозефсона, необхідно виконати такі необхідні умови:

1. мати контакт із малим питомим опором меншим $0,1 \text{ Ом}\cdot\text{мм}^2$, тому що це полегшує вимірювання;
2. компенсувати залишкові магнітні поля, бо навіть магнітне поле Землі іноді достатнє, щоб суттєво вплинути на результати вимірювань;
3. враховувати вплив внутрішнього опору генератора струму на характеристики, що вимірюються, бо джозефсонівські контакти мають дуже малий опір;
4. вибирати контакти малих розмірів, тому що на контактах значних розмірів суттєву роль грає інтерференційне самообмеження джозефсонівського струму (див. далі).

Виявилось, що такі властивості мають не тільки сандвічі з надпровідників розділених тонким шаром діелектрика, але й інші системи зі слабким зв'язком, а саме: надпровідники, розділені тонким шаром нормального металу або напівпровідника, точкові контакти, звуження у надпровідниковому шарі або містки.

На рис.9.254 схематично зображена вольт-амперна характеристика тунельного

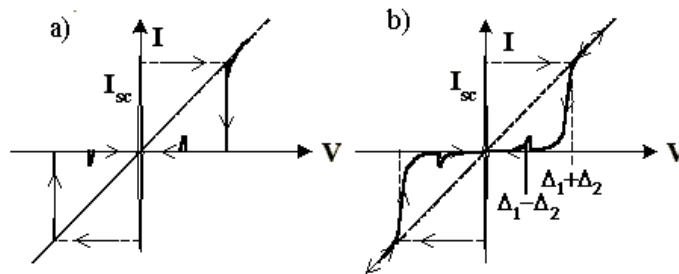


Рис.9.24. Вольт-амперні характеристики тунельного контакту: а) $T = 0$; б) $T \neq 0$.

струму. Видно, що крізь джозефсонівський контакт при нульовому падінні потенціалів іде струм, зображений вертикальною рискою на цьому рисунку. Максимальному значенню струму відповідає стан, при якому різниця потенціалів устанавлюється рівною $\Delta\varphi = \pi/2$. Якщо струм у переході стане більшим за критичне значення, то починає йти нормальний одночастинковий тунельний струм. Виникає падіння потенціалів і система з точки з нульовим падінням потенціалу переходить у нормальний стан із падінням потенціалу $V = 2\hbar/e$ і при подальшому зростанні напруги на переході V має місце звичайна вольт-амперна характеристика одночастинкового тунельного струму. Цей перехід зображений на рис.9.24 горизонтальною стрілкою. При зменшенні напруги на переході, коли $V \leq 2\hbar/e$, струм зменшується до нуля⁹. Темп зменшення залежить від температури, як це видно на рис.9.24.б. На реальних джозефсонівських контактах має місце гістерезис. Вольт-амперні характеристики джозефсонівських контактів залежать від параметрів електричного кола, яке використовується для їх вимірювання (задача 9.17).

Характерною ознакою джозефсонівського струму є його залежність від магнітного поля будь-якого походження, оскільки між струмом і векторним потенціалом \vec{A} існує однозначний зв'язок (див. формулу (9.8))

$$\vec{\nabla}\varphi = \frac{m}{e\hbar n_s} \vec{j}_s - 2\pi \frac{\vec{A}}{\Phi_0} \quad (9.88)$$

⁹ $V=2\Delta/e$ - падіння потенціалу у випадку однакових надпровідників в сандвічі, а для випадку різних надпровідників - $V=(\Delta_1+\Delta_2)/e$.

де $\Phi_0 = hc/2e$ - квант магнітного потоку або елементарний флюксон ($\Phi_0 = 2 \cdot 10^{-7}$ Гс см²), n_s - концентрація куперівських пар (див. задачу 9.7). Формула (9.88) указує на те, що при $\vec{A} \neq 0$ з'являється градієнт фаз $\nabla \varphi$, від якого залежить джозефсонівський струм j_s .

Розглянемо конкретний приклад, коли зовнішнє магнітне поле $\vec{B}\{0, B, 0\}$ прикладене вздовж осі y , паралельній площині контакту сандвіча із двох надпровідників, розділених вакуумним проміжком товщиною d (рис.9.25). Побудуємо замкнений контур C_0 у вигляді прямокутника з координатами вершин $A(-x_0, 0)$, $B(-x_0, z)$, $C(x_0, z)$ та $D(x_0, 0)$ де $x_0 \geq d/2 + \lambda$, а λ - глибина затухання магнітного поля в надпровіднику. В точках A, B, C, D , що знаходяться глибше за глибину проникнення магнітного поля в надпровідник, $B=0$ та $j_s=0$. Умові $\text{rot} \vec{A} = \vec{B}\{0, B, 0\}$ відповідає вектор-потенціал $\vec{A}\{0, 0, -xB\}$.¹⁰ Тепер за допомогою формули (9.88) визначимо різницю фаз на пере-

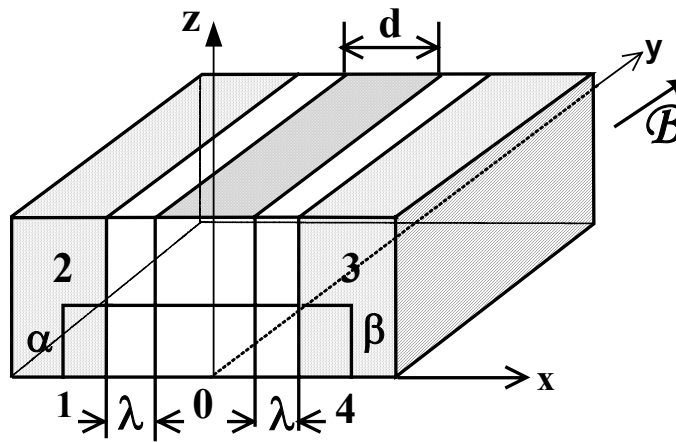


Рис.9.25. Тунельний сандвіч у магнітному полі.

ході в точці з координатою z . Для цього спочатку знайдемо різницю фаз $\Delta\varphi_{AB}$, що виникає в магнітному полі між точками A і B у лівому надпровіднику при $x = -x_0$, і різницю фаз $\Delta\varphi_{CD}$, що виникає в магнітному полі між точками C і D у правому надпровіднику при $x = +x_0$:

$$\Delta\varphi_{AB} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_A^B \vec{A} \cdot d\vec{l} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_A^B -xB dz = \frac{2\pi}{\Phi_0} z B x_0 \quad (9.89)$$

Аналогічно

$$\Delta\varphi_{CD} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_C^D \vec{A} \cdot d\vec{l} = -\frac{2\pi}{\Phi_0} z B x_0 \quad (9.90)$$

Різниця фаз $\Delta\varphi_{12}$, що виникає на переході з одного надпровідника в другий, таким чином, дорівнює

$$\Delta\varphi_{12} = \Delta\varphi_{AB} - \Delta\varphi_{CD} = \frac{2\pi}{\Phi_0} 2x_0 z B = \frac{2\pi\Phi(z)}{\Phi_0} \quad (9.91)^{11}$$

¹⁰ $\text{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & -xB \end{vmatrix} = \{0, B, 0\}$

¹¹ $\oint_{C_0} \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iiint \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S} = \iiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \Phi(z)$

де $\Phi(z)$ - магнітний потік через контур C_0 площиною $S=2x_0z$

$$\Phi(z) = 2x_0 z \mathcal{B}. \quad (9.92)$$

В загальному вигляді є ще різниця фаз у нульовому магнітному полі $\Delta\varphi_0$, тоді

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + 2\pi\Phi(z)/\Phi_0 \quad (9.93)$$

Підставимо вираз (9.93) для різниці фаз $\Delta\varphi$ у формулу (9.86) для джозефсонівського струму

$$j_s = j_{sm} \sin\left(\Delta\varphi_0 + \frac{2\pi\Phi(z)}{\Phi_0}\right) \quad (9.94)$$

Аналіз формули (9.94) показує, що джозефсонівський струм залежить від напруженості магнітного поля \mathcal{B} та координати z . У різних точках переходу струм має різну величину й навіть може змінювати знак. Залежність джозефсонівського струму періодична у просторі (в даному разі вздовж осі z) із періодом $\Delta z = \Phi_0/\mathcal{B}x_0$. Кожного разу, коли перехід утримує ціле число квантів магнітного потоку $\Phi_0 = hc/2e$, струм змінює знак. Ця властивість є ще однією характерною рисою джозефсонівського струму, що відрізняє його від одночастинкового тунельного струму.

Покажемо тепер, що протяжність джозефсонівського контакту не може бути безмежною, бо магнітне поле проникає в контакт на певну глибину. Ця глибина носить назву *глибини екранування Джозефсона або джозефсонівської глибини* λ_J . Фізичною причиною появи джозефсонівської глибини є екранування магнітного поля джозефсонівським струмом. Знайдемо λ_J , користуючись рівняннями Максвелла.

$$\text{rot}\vec{\mathcal{B}} = \frac{4\pi\mu}{c} \vec{j}_s \quad (9.95)$$

Для випадку, коли $\vec{\mathcal{B}}\{0, \mathcal{B}, 0\}$, його можна спростити:

$$\frac{d\mathcal{B}}{dz} = \frac{4\pi\mu}{c} j_s \quad (9.96)$$

Підставимо в (9.96) вираз для струму Джозефсона (9.86) при малій різниці фаз $\Delta\varphi \ll \pi$

$$\frac{d\mathcal{B}}{dz} = \frac{4\pi\mu}{c} j_{sm} \Delta\varphi \quad (9.97)$$

Візьмемо похідну по z від обох частин рівняння (9.97)

$$\frac{d^2\mathcal{B}}{dz^2} = \frac{4\pi\mu}{c} j_{sm} \frac{d\delta}{dz} \quad (9.98)$$

і скористаємося формулою (9.93) для різниці фаз; тоді

$$\frac{d^2\mathcal{B}}{dz^2} = \frac{1}{\lambda_J^2} \mathcal{B} \quad (9.98a)$$

де λ_J - джозефсонівська глибина

$$\frac{1}{\lambda_J^2} = \frac{8\pi^2\mu j_{sm} 2x_0}{c\Phi_0} \quad (9.99)$$

Розв'язок рівняння (9.98a) має вигляд

$$\mathcal{B}_z = \mathcal{B}_{z0} e^{-\frac{z}{\lambda_J}} \quad (9.100)$$

експоненціально затухаючої функції - магнітне поле *проникає в джозефсонівський перехід на скінчену глибину* (рис.9.26.а); воно зменшується в e разів на глибині λ_J . Виникає своєрідний *одновимірний ефект Мейснера для слабкої надпровідності*. Типові значення джозефсонівської глибини є $\lambda_J \sim 0,01\text{см}$ і вона зменшується із зростанням критичної густини струму j_{sc} (із зростанням енергії зв'язку контакту). Коли зазор між над

провідниками щезає $d \rightarrow 0$, тобто щезає слабка надпровідність, то λ_j перетворюється в глибину проникнення магнітного поля в надпровідник $\lambda \sim 10^{-5}$ см.¹² Таким чином, якщо $L \ll \lambda_j$ та $\mathcal{H} < \mathcal{H}_{c,1}$, то магнітне поле в переході майже однорідне. Воно сильно впливає на джозефсонівський струм незалежно від того чи воно створюється зовнішнім джерелом, чи струмом, що йде в переході.

Коли магнітне поле стане таким, що потік магнітної індукції стане більшим за елементарний флюксон $\mathcal{H} > \mathcal{H}_1 = \Phi_0 / \pi \lambda \lambda_j$, воно починає проникати в перехід у вигляді ланцюга квантових вихорів, магнітний потік кожного з яких рівний Φ_0 . Ця ситуація представлена на схематичному рис.9.276.b.

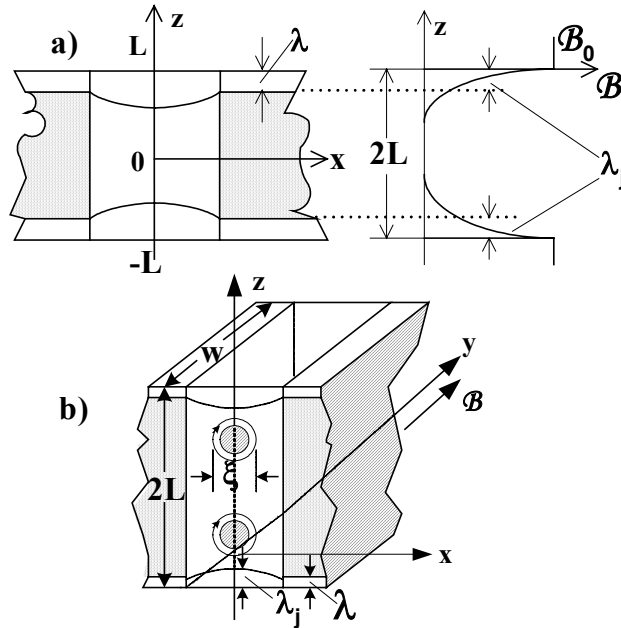


Рис.9.26. Схеми: а - проникнення магнітного поля ($2L > \lambda_j$ і $\mathcal{H} < \mathcal{H}_1$) та б – вихорів ($2L > \lambda_j$ і $\mathcal{H} > \mathcal{H}_1$) у джозефсонівський контакт.

Кількість вихорів збільшується із зростанням магнітного поля. Виникає картина подібна до надпровідників 2-го роду. Проте на відміну від надпровідників 2-го роду, в яких вихорі утворюють двовимірну ґратки, у джозефсонівському контакті вони утворюють одновимірний ланцюжок вихорів.

Коли протяжність контакту стає більшою за джозефсонівську довжину ($2L > \lambda_j$), магнітне поле проникає на глибину λ_j від країв контакту (рис.9.27). В останній області контакту напруженість магнітного поля й густина надпровідного струму рівні нулеві. Тому для широких контактів виникає ефект самообмеження струму Джозефсона. Обрахуємо струм для широкого контакту, коли $\mathcal{H} < \mathcal{H}_1$ і $2L > \lambda_j$ як інтеграл по всій площі переходу

¹² Із (9.99) та (9.87) при $d=0$ та $n_{s1} = n_{s2}$ маємо

$$\frac{1}{\lambda_j} = \frac{8\pi^2 \mu j_{sm} 2\lambda}{c\Phi_0} = \frac{8\pi^2 \mu 2\lambda e \hbar n_s}{c\Phi_0 m L} = \left| L \right|_{d \rightarrow 0} \rightarrow \lambda = \frac{8\pi \mu e^2 n_s}{m c^2} = \frac{1}{\lambda_L^2}$$

$$I = j_{sm} \int_0^{2L} \sin \left(\Delta \varphi_0 + \frac{2\pi\Phi(z)}{\Phi_0} \right) dz = 2j_{sm} L \frac{\sin \frac{\pi\Phi(L)}{\Phi_0}}{\frac{\pi\Phi(L)}{\Phi_0}} \sin \left(\Delta \varphi_0 + \frac{\pi\Phi(L)}{\Phi_0} \right) \quad (9.101)^{13}$$

Струм залежить від магнітного поля так, як показано на рис.9.27. Аналізуючи щойно розглянутий приклад та рис.9.27, можна дійти до висновку, що *струм періодично змінює свою величину зі зміною магнітного поля \mathcal{H} або протяжності джозефсонівського контакту L . Ця залежність нагадує розподіл інтенсивності при дифракції хвиль на щілині й є наслідком інтерференції електронних хвиль.*

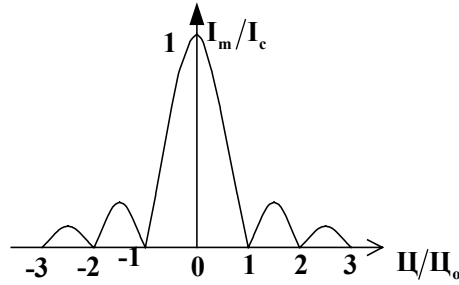


Рис.9.27. Залежність максимального струму в контакті від напруженості магнітного поля.

Для прямокутного переходу із сторонами w і $2L$ струм крізь перехід визначається за формулою

$$I = I_0 \left| \frac{\sin \frac{\pi\Phi(L)}{\Phi_0}}{\frac{\pi\Phi(L)}{\Phi_0}} \right| \left| \frac{\sin \frac{\pi\Phi(w)}{\Phi_0}}{\frac{\pi\Phi(w)}{\Phi_0}} \right|$$

де I_0 - максимальний надпровідний струм крізь перехід у відсутності магнітного поля.

9.12. НЕСТАЦІОНАРНИЙ ЕФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА

Нехай до джозефсонівського контакту прикладена від зовнішнього джерела деяка різниця потенціалів (напр., як це зображено на рис.9.24b), тобто в контакті створюється електричне поле. Вплив цього поля на надпровідність можна визначити на підставі вимог калібровочної інваріантності. Ці вимоги для випадку незалежної від часу напруженості магнітного поля, як відомо, полягають у тому, що для квантово-механічних систем загальне рівняння руху має бути інваріантним по відношенню до калібровочного перетворення скалярного потенціалу

$$U_0(r) \rightarrow U(r) = U_0(r) - \frac{1}{c} \frac{\partial \chi}{\partial t}, \quad (9.102)$$

що не зачіпає векторний потенціал. Для куперівської пари ($m_s = 2m$ та $q_s = 2e$) рівняння руху має вигляд

$$\hat{H}\Psi = \left\{ \frac{1}{2 \cdot 2m} \left(\vec{p} - \frac{2e}{c} \vec{A} \right)^2 + U_0(\vec{r}) \right\} \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (9.103)$$

¹³ враховуючи $\Phi(z) = \frac{\Phi(L)}{L} z$, маємо $\int_0^{2L} \sin \left(\Delta \varphi_0 + 2\pi\Phi(z)/\Phi_0 \right) dz = \frac{L\Phi_0}{2\pi\Phi(L)} \left\{ \cos \Delta \varphi_0 - \cos \left[\Delta \varphi_0 + \frac{2\pi\Phi(L)}{\Phi_0} \right] \right\}$

і простою перевіркою можна впевнитись, що це рівняння *не змінює* своєї форми, якщо одночасно з перетворенням (9.102) змінити фазу власної хвильової функції (9.5)

$\Psi = \sqrt{n_s} e^{i\varphi_0(\vec{r}, t)}$ згідно з перетворенням

$$\varphi_0 \rightarrow \varphi = \varphi_0 + \frac{1}{\hbar c} \chi(t) \quad (9.104)$$

з (9.104) та (9.102) отримуємо

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{1}{\hbar c} \frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{1}{\hbar} (U_0 - U) = -\frac{2eV}{\hbar}. \quad (9.105)$$

В останньому виразі ми використали відображену на рис. (9.24) різницю потенціалів. Інтегрування рівняння (9.105) дає

$$\varphi = \varphi(0) - \frac{2e}{\hbar} Vt, \quad (9.106)$$

де $\varphi(0)$ не залежить від часу. Тому, якщо до контакту прикладена стала електрична

різниця потенціалів V , то різниця фаз на ньому дорівнює $\Delta\varphi = \Delta\varphi(0) - \frac{2e}{\hbar c} Vt$. Підстав-

ляючи це значення в (9.94), визначимо надпровідний струм через контакт

$$j_s = j_{sm} \sin\left(\Delta\varphi(0) + \frac{2eV}{\hbar} t\right) \equiv j_{sm} \sin(\Delta\varphi(0) + \omega_J t) \quad (9.107)$$

де частота Джозефсона

$$\omega_J = \frac{2eV}{\hbar} = \frac{2\pi c}{\Phi_0} V = 483,5912 \cdot V \left[\text{МГц} \cdot \text{мкВ}^{-1} \right] \quad (9.107a)$$

Таким чином, при появі на контакті Джозефсона падіння напруги V виникає змінний струм із частотою $\omega_J = 2eV/\hbar$. Це явище отримало назву **нестационарного ефекту Джозефсона**. Його можна уявити собі як випромінювання надлишку енергії $2eV$, що має куперівська пара, котра подолала перехід Джозефсона, у вигляді фотона з частотою ω_J і енергією $\hbar\omega_J = 2eV$.

Наявність на переході магнітного поля будь-якого походження призводить до додаткової зміни різниці фаз (див. формулу (9.93), $\Delta\varphi(0) = \Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + 2\pi\Phi(z)/\Phi_0$), що зразу викличе змінний струм в контакті Джозефсона. Скориставшись формулами (9.92) та (9.93), отримаємо такий вираз для різниці фаз

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + \omega_J t + \kappa z \quad (9.108)$$

де

$$\kappa = \frac{2\pi B x_0}{\Phi_0}, x_0 \approx d + 2\lambda \quad (9.109)$$

Підставимо різницю фаз із формули (9.108) в вираз (9.94) для струму крізь перехід

$$j = j_{sm} \sin(\Delta\varphi_0 + \omega_J t + \kappa z) \quad (9.110)$$

Видно, що вздовж осі z перпендикулярній до вектора \vec{B} й нормалі до поверхні переходу розповсюджується **біжуча хвиля** – хвиля густини струму Джозефсона. Довжина цієї хвилі (λ_z) і фазова швидкість (c_z) можуть бути знайдені за допомогою формули (9.109)

$$\begin{aligned} \lambda_z &= \frac{2\pi}{\kappa} = \frac{\Phi_0}{B(d + 2\lambda)}; \\ c_z &= \frac{\omega}{\kappa} = \frac{cV}{B(d + 2\lambda)}; \end{aligned} \quad (9.111)$$

У 1964 році така хвиля з дуже малою потужністю $10^{-10} \div 10^{-11}$ Вт спостерігалась у дослідках українських учених І.М. Дмитренка, В.М. Свистунова та І.К. Янсона. Формула для фазової швидкості біжучої хвилі Джозефсона (9.111) подібна до формули, що описує дрейф зарядів у взаємно перпендикулярних електричному та магнітному полях ($v = cF/B = cV/Bd$). Наявність електричного та магнітного полів сприяє виникненню руху системи вихорів уздовж контакту в напрямку осі z .

Тунельний контакт між надпровідниками можна розглядати як смужкову лінію, в якій розповсюджуються електромагнітні хвилі. Ця смужкова лінія характеризується ємністю контакту Джозефсона, яка накопичує електростатичну енергію, в той час як приповерхневі шари надпровідників з обох боків контакту накопичують магнітну енергію екрануючих надпровідникових станів. Тому у формулу (9.106) треба додати член, що визначає зміну струму при перезарядці ємності переходу

$$j = \frac{\partial(C_d V)}{\partial t} \quad (9.112)$$

де $C_d = \varepsilon_d / 4\pi d$ ємність одиниці поверхні переходу. Рівняння (9.96) набуває такого вигляду:

$$\frac{\partial B}{\partial z} = \frac{4\pi\mu}{c} (j_{sm} \sin \varphi + C_d \frac{\partial V}{\partial t}) \quad (9.113)$$

Скориставшись виразами (9.108), (9.109), (9.107a) та (9.99), можна записати рівняння (9.113) в іншому вигляді:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi(d+2\lambda)} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = \frac{4\pi\mu}{c} (j_{sm} \sin \varphi + \frac{C\hbar}{2e} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}), \quad (9.114a)$$

або

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{v_{sw}^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{1}{\lambda_j^2} \sin \varphi, \quad (9.114)^{14}$$

де v_{sw} – фазова швидкість хвилі, що розповсюджується в контакті між двома надпровідниками.

$$v_{sw} = c \cdot \sqrt{\frac{d}{\mu \varepsilon_d (d+2\lambda)}} \quad (9.115)$$

Електромагнітні коливання, що описуються рівнянням (9.114), називаються хвилями Свіхарта. Швидкість їх розповсюдження, яка визначається за формулою (9.115), менша швидкості світла у вакуумі c . При типових значеннях $d \sim 10^{-7}$ см¹, $\lambda \sim 0,1$ мкм та $\varepsilon_d \sim 10$ $v_{sw} \sim 0,1c$. Щілина контакту є хвильоводом, від кінців якого відбувається відбивання біжучих хвиль, і в ньому утворюються стоячі хвилі з частотами

$$\omega_n = n \frac{\pi}{L} v, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9.116)$$

У реальному електричному колі, в якому є нормальний провідник з опором R , частота електромагнітних коливань залежить від R

$$\omega = \frac{2e}{\hbar} RI \sqrt{1 - \left(\frac{I_c}{I} \right)^2}$$

де I_c – критичний струм переходу. Коли струм I , що створюється зовнішньою напругою, стає більшим критичного ($I > I_c$), то тунельний контакт генеруватиме високочастоту

¹⁴ Рівняння (9.116) є умовою неперервності $j = j_{s,c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n (\omega_j / \omega) \sin \{ (n\omega + \omega_j) t + \Delta \varphi_0 \}$ (див. задачу 9.28).

тне випромінювання в інтервалі частот від НВЧ до, можливо, інфрачервоного діапазону частот.

Нестационарний ефект Джозефсона впливає також на статичні вольт-амперні характеристики, коли перехід опромінюється НВЧ електромагнітними хвилями від зовнішнього джерела з частотами $\omega = \omega_j$. В цьому разі, як показав С. Шапіро, на переході Джозефсона з'являється змінна напруга V

$$V(t) = V_0 + v \cos \omega t \quad (9.117)$$

Здебільшого, амплітуда змінної складової v значно менша сталої напруги V_0 ($V_0 \gg v$). Після підстановки (9.117) в (9.105) та інтегрування отримаємо

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + \omega_j t + \frac{\omega_1}{\omega} \sin \omega t \quad (9.118)$$

де $\omega_j = 2eV_0/\hbar$ та $\omega_1 = 2ev/\hbar$ - джозефсонівські частоти коливань, що виникають під дією сталої напруги V_0 та амплітуди змінної напруги від НВЧ хвиль відповідно. Підставимо цю різницю фаз у вираз для струму нестационарного ефекту Джозефсона (9.107) і скористаємося тим, що $\omega_1/\omega \ll \omega_j$, тоді

$$J_s(t) \cong j_{sm} \sin(\Delta\varphi_0 + \omega_j t) + j_{sm} \frac{\omega_1}{\omega} \sin \omega t \cdot \cos(\Delta\varphi_0 + \omega_j t) \quad (9.119)^{15}$$

Нарешті, знайдемо середнє по періоду значення густини струму, тому що саме воно визначається при вимірюванні вольт-амперних характеристик у стаціонарному режимі

$$\langle J \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T J(t)_s dt = j_{sm} \frac{\omega_1}{2\omega T} \left\{ \frac{\cos[\Delta\varphi_0 + (\omega_j + \omega)T] - \cos \Delta\varphi_0}{\omega_j + \omega} - \frac{\cos[\Delta\varphi_0 + (\omega_j - \omega)T] + \cos \Delta\varphi_0}{\omega_j - \omega} \right\} \quad (9.120)$$

Аналіз цієї формули показує, що для частот приблизно кратних джозефсонівській час-

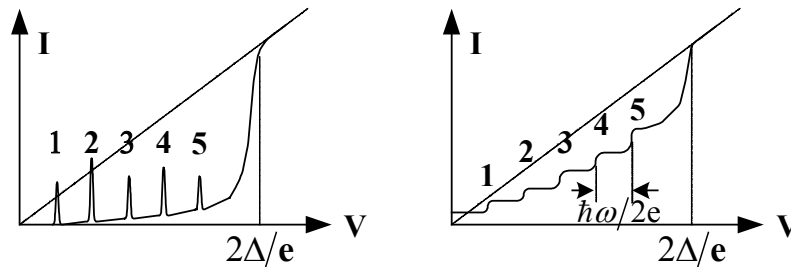


Рис.9.28. Вольт-амперні характеристики джозефсонівського контакту: ідеального та реального з врахуванням власної генерації джозефсонівських коливань.

тоти ($\omega \approx n\omega_j$) струм повинен зростати. За цих умов на ідеальних вольт-амперних кривих повинні спостерігатися сплески (рис.9.28.а) а на реальних статичних характеристиках повинні з'являтися і дійсно з'являються сходинки (рис.9.28.б). Треба зауважити, що напруга на контакті може виникати внаслідок не лише зовнішньої дії, але й генеруватися самим контактом. *Контакт Джозефсона є нелінійним елементом*, в якому відбувається змішування коливань і виникають коливання зі складним спектром.

При дослідженнях контакт розташовують в об'ємному резонаторі. Контакт має свої резонансні моди коливань. В умовах резонансу на вольт-амперних кривих

¹⁵ При доведенні можна скористатись розвиненням у ряд Фур'є-Бесселя

$j = j_{s,c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(\omega_j/\omega) \sin \{(n\omega + \omega_j)t + \Delta\varphi_0\}$, де $I_n(u_1/u_2)$ - функція Бесселя n -го порядку.

з'являються максимуми або сходи при роботі контакту в НВЧ полях. Усі ці властивості знайшли застосування для детектування випромінювання, змішування частот тощо. Більш детально вони будуть розглядатись в курсі кріогенної електроніки.

9.13. ВИСОТЕМПЕРАТУРНА НАДПРОВІДНІСТЬ

У 1996 році швейцарські вчені лауреати Нобелівської премії 1987 року Д. Беднорц та К. А. Мюллер відкрили надпровідність в складних сполуках Ва-La-Cu –О при температурах $30 \div 35$ К. Через декілька місяців був знайдений матеріал $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$, котрий надійно забезпечує падіння опору до нуля при температурах $90 \div 92$ К. Цю речовину скорочено називають “фазою один-два-три”. Індекс δ характеризує вміст вакансій кисню. Ці дослідження заклали підвалини нового розділу фізики, котрий називається *високотемпературна надпровідність* (ВТНП). Дослідження ВТНП біли підхоплені вченими багатьох країн, що дозволило за досить короткий строк отримати багато цікавих відомостей про властивості матеріалів ВТНП. Зокрема, були виявлені такі їх властивості:

- мають різні критичні температури, які залежать від їх складу та обробки матеріалів ВТНП і досягають значень $T_c = 92 \div 164$ К. При охолодженні до більш низьких температур їх опір зменшується до нуля;
- вони діаманітні;
- їх параметри залежать від умісту кисню;
- мають великі густини ($j_c > 10^3 \text{ А} \cdot \text{см}^{-2}$) критичних струмів, які руйнують надпровідність матеріалів ВТНП, а в плівкових зразках при $T = 4,2$ К $j_c \cong 10^7 \text{ А} \cdot \text{см}^{-2}$; теоретична оцінка дає $j_c \sim 10^9 \text{ А} \cdot \text{см}^{-2}$;
- їм притаманні принаймні два критичних значення магнітного поля H_{c1} та H_{c2} . Значення першого критичного поля H_{c1} , котре відповідає початку утворення вихорів Абрикосова, не дуже велике 100- 200 Ое, тоді як друге критичне поле H_{c2} має значно більші величини. Наприклад, для керамік $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ при $T = 4,2$ К $H_{c2} \sim 4 \cdot 10^5$ Ое. Це свідчить, що матеріали ВТНП належать до надпровідників 2-го роду;
- вони, як надпровідники 2-го роду, мають малі значення радіуса когерентності хвильових функцій (ξ), бо $H_{c2} \cong \Phi_0 / \pi \xi^2$, і $\xi < 20 \text{ Å}$;
- магнітний потік квантується і квант магнітного потоку рівний $\Phi_0 = hc/2e$, що свідчить про те, що носії струму в матеріалах ВТНП мають заряд рівний $2e$ - двом елементарним зарядам;
- у матеріалах ВТНП спостерігаються джозефсонівські струми. Аналіз поведінки яких також свідчить про те, що заряд їх носіїв струму рівний $2e$;
- вони анізотропні. Наприклад, значення H_{c2} , виміряні вздовж осей **ab** і **c**, сильно відрізняються одне від одного, що свідчить про анізотропію радіусів когерентності $\xi_{ab} = 10\text{-}20 \text{ Å}$ і $\xi_c = 2\text{-}4 \text{ Å}$. Крім того встановлена анізотропія електропровідності кристалів ВТНП - вона значно менша вздовж осі **c** по відношенню до електропровідності вздовж осі **ab** ($\sigma_c < \sigma_{ab}$);
- матеріали ВТНП мають діркову провідність із концентрацією носіїв заряду $\sim 3 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$, що було встановлено за допомогою ефекту Холла при $T > T_c$. Тому вважають, що носіями заряду в матеріалах ВТНП у надпровідному стані є «бідірки» із зарядом $+2e$ та ефективною масою $m^*/m_0 \approx 29$.

Відкриті та досліджені до цього часу матеріали ВТНП належать до купратних металооксидних сполук. Проте це не виключає, що згодом будуть знайдені і інші класи матеріалів. Структура цих матеріалів має надзвичайну структурну анізотропію. Кристали купратів складаються із плоских (двовимірних) областей, до складу яких входять атоми міді та кисню, розділені простором, в якому знаходяться атоми ітрію. Чим більше двовимірних шарів із Cu-O містить елементарна комірка кристала таких сполук, тим більша їх критична температура. Типовий приклад шаруватої структури таких матеріалів зображено на рис.30. Така шарувата структура має сильну анізотропію властивостей. Наприклад, електропровідні шари з CuO_2 мають ефективні маси носіїв заряду в площині **ab** менші

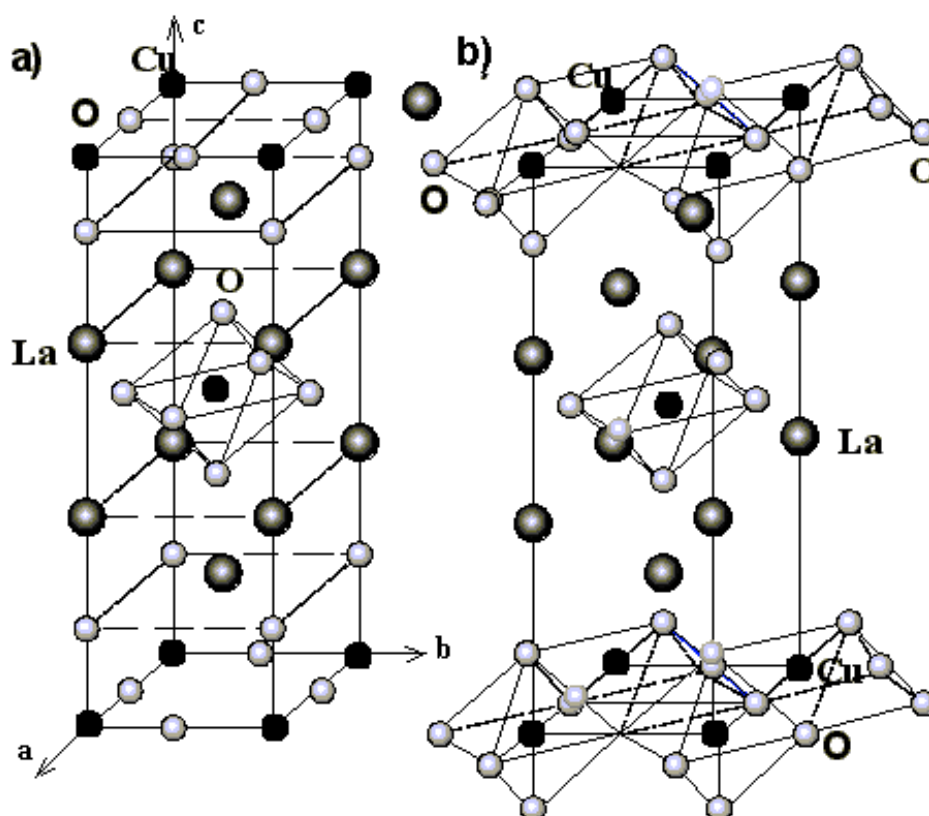


Рис.9.29. Кристалічна структура сполуки $Y_{2-x}(Ba)_xCuO_4$: а) – елементарна комірка, б) – кристалічна структура. Тетрагональна кристалічна ґратка містить паралельні площини, орієнтовані перпендикулярно до осі 4-го порядку ($a = 3,78 \text{ \AA}$, $c = 13,25 \text{ \AA}$). Атоми Cu знаходяться в центрах витягнутих уздовж осі c октаедрів. В октаедрі є два атоми O2 та чотири атоми O1. Октаедри розмежовуються двома площинами з атомів La.

маси вільного електрона $m_{ab}^* \leq m_0$, а в перпендикулярному напрямкові вздовж осі c – більші маси вільного електрона $m_c^* \geq m_0$. Теоретичні дослідження ВТНП ще далекі від свого завершення. Вони не дозволяють передбачити, в яких речовинах буде спостерігатись феномен ВТНП, а в яких ні. Проте вже зараз більшість дослідників вважають, що ВТНП визначається утворенням у площині ab «бідіркок», тобто корельованим рухом діркових пар, котрі відповідають за надпровідність у цих шарах. Між окремими шарами може відбуватись тунелювання й інші взаємодії носіїв зарядів. Таким чином, можна погодитись з Е. А. Пашицьким, що досить ймовірним є можливість якісного опису багатьох особливостей явища ВТНП у рамках модифікованого варіанту її теорії надпровідності БКШ із синглетним s -хвильовим утворенням пар Купера при врахуванні таких специфічних особливостей шаруватих купратних металооксидних сполук, як квазідвовимірність електронного спектра, багаточастинкові кореляційні ефекти локального поля в багатокомпонентній зарядженій Фермі-рідині, анізотропія та багатозв'язність поверхні Фермі.

9.14. ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ

Відкриття таких нових фундаментальних явищ як надпровідність та надплинність були суттєвим досягненням ХХ століття. Вони розширили наші уявлення про природу та фізичні властивості твердих тіл. Їх пояснення виявилось можливим тільки при застосуванні квантових властивостей речовини. З'ясувалось також, що ці явища можуть бути застосовані на практиці. Зокрема, у радіоелектроніці та мікроелектроніці кріогенні елементи виявили корисні для радіоелектроніки властивості:

- мініатюрність,
- однорідність,
- висока чутливість,
- високо частотність,
- малі втрати при переключенні елементів.

Ці обставини спонукають дослідників до подолання технологічних труднощів їх створення та вирішення економічних проблем, зв'язаних із необхідністю використання кріогенної техніки. Уже зараз надпровідні елементи використовуються на практиці, а саме:

- еталони вольтів,
- широкосмугові приймачі слабких сигналів із малим рівнем шумів (10^{-14} Вт·Гц⁻¹ в діапазоні частот від радіочастот до ІЧ – діапазону),
- пристрої для вимірювання слабких магнітних полів (із чутливістю 10^{-13} Гс·см⁻¹),
- бездисперсні лінії,
- кріогенні елементи обчислювальної техніки (із швидкістю 10^9 біт·с⁻¹),
- розроблені надшвидкодіючі обчислювальні системи із швидкодією 10^9 операцій за секунду тощо.

Відомі розробки аналого-цифрових перетворювачів (АЦП) на основі низькотемпературних надпровідникових матеріалів, котрі забезпечують швидкість обробки даних до 2 ГГц·с⁻¹. В цих АЦП використовуються джозефсонівські контакти. Кріогенні елементи виявились сумісними з напівпровідниковими елементами на основі кремнію та GaAs. АЦП виготовляється за допомогою субмікронної технології ($\sim 0,5$ мкм). Нові 8 розрядні АЦП забезпечують швидкість обробки інформації 20 ГГц·с⁻¹ при входній смузі до 1 ГГц.

Усе це стимульовано появу нового напрямку електроніки – *кріогенну електроніку*. Винайдення високотемпературної надпровідності долає економічні труднощі на шляху розвитку кріогенної електроніки, пов'язані, головним чином, із необхідністю

використання рідкого гелію. Це дає новий поштовх до подальшого розвитку кріогенної електроніки.

9.15. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

9.1. Доведіть формулу (9.6).

Задача 9.1. Застосуйте рівняння Шредінгера для функцій ψ та ψ^*

$\hat{H}\psi = i\hbar \partial\psi/\partial t$ та $\hat{H}^*\psi^* = -i\hbar \partial\psi^*/\partial t$, де $\hat{H} = (\hat{p} - e\vec{A}/c)^2/2m + V$. Побудуйте швидкість зміни густини ймовірності $\frac{\partial\rho}{\partial t} = \frac{\partial\psi^*}{\partial t}\psi + \frac{\partial\psi}{\partial t}\psi^* = \frac{1}{i\hbar}\{\psi^*\hat{H}\psi - \psi\hat{H}^*\psi^*\}$. Підстановка значень \hat{H} та \hat{H}^* дає

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \frac{i\hbar e}{2m} \nabla \left\{ \psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^* - 2 \frac{e}{i\hbar c} \psi^* \vec{A} \psi \right\}. \text{ Порівнюючи цей вираз з умовою неперервності } \frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0,$$

$$\text{отримуємо } \vec{j} = \frac{i\hbar e}{2m} \left\{ \psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^* \right\} - \frac{e^2}{mc} \vec{A} \psi^* \psi.$$

9.2. Чому експериментальні значення глибини проникнення магнітного поля в надпровідник відрізняються від глибини проникнення Лондонів?

9.3. Чому в надпровідниковому стані носії струму не розсіюються і його опір рівний нулеві?

9.4. Визначити середню густину надпровідного струму в напівнескінченному надпровіднику, котрий знаходиться в магнітному полі $\mathcal{H}_e(0,0,\mathcal{H}) = 100 \text{ Oe}$, паралельному до його поверхні. Концентрація куперівських пар рівна 10^{20} см^{-3} .

Задача 9.4. (1) Згідно формули (9.14)

$$\lambda_L = \sqrt{mc^2/8\pi e^2 n_s} \approx 0,39 \text{ мкм}. \text{ Магнітне поле затухає}$$

вдovж осі x перпендикулярної до поверхні зразка

(рис.9.31.а) по закону $B = B_0 e^{-x/\lambda_L}$. Відповідно до цього $\vec{A}(0, -\lambda_L B_0 e^{-x/\lambda_L}, 0)$ і

$$\langle j_{s,y} \rangle = (1/\lambda_L) \int_0^{\lambda_L} -\frac{2e^2 n_s}{mc} \mathcal{A}_y(x) dx \approx (c/4\pi\lambda_L) B_0 \approx 1,4 \cdot 10^5 \text{ А} \cdot \text{см}^{-2}.$$

(2) Указівка для іншого різновиду розв'язку. Виберемо контур струму так, як показано на рис.9.35.б. За допомогою (9.11) запишемо $\iint_S 4\pi \vec{j}/c \cdot d\vec{S} = \iint_S \text{rot} \vec{B} \cdot d\vec{S}$. За теоремою Стокса

$$4\pi J/c = \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}, \text{ де } J - \text{струм, що йде через площу контуру. Звідси } j_{sy} = J/\ell_{12} = c/4\pi B_0$$

9.5. Визначити глибину проникнення магнітного поля у свинцевий зразок при температурі рідкого гелію. Критична температура та енергія Фермі Pb рівні 7,196 К та 10,03 eВ відповідно.

Задача 9.5. Pb - надпровідник 1-го роду, для якого через не локальність, згідно (9.28),

$$\lambda_{T=0} = \left(\sqrt{3}/2\pi \right)^{1/3} \xi_0^{1/2} \lambda_L^{2/3}, \text{ де } \xi_0 = \hbar v_F/k_B T; \text{ для } Pb \quad \xi_0 = 6 \text{ мкм, тому (див. (9.21))}$$

$$\lambda_T \cong \lambda_{T=0} \left[1 + (1/2)(T/T_c)^4 \right] = 0,023 \text{ мкм}.$$

9.6. Знайти залежність фазової швидкості хвиль Свіхарта в джозефсонівському переході від температури для симетричної системи двох надпровідників 1-го роду, розділених діелектриком товщиною 8 \AA з діелектричною сталою $\epsilon_d = 3$.

Задача 9.6. $v_s = \sqrt{c/\epsilon_d} \sqrt{d/(d/2 + \lambda(T))}$, де $\lambda(T) \cong \lambda_0 \left[1 + (1/2)(T/T_c)^4 \right]$, де

$$\lambda_0 = \left(\sqrt{3}/2\pi \right)^{1/3} \xi^{1/2} \lambda_{L,0}^{2/3}, \quad \xi(T) = 0,74 \sqrt{1 - (T/T_c)}.$$

9.7. Визначити кількість флюксонів, що захоплюється в отворі надпровідникового зразка в магнітному полі $\mathcal{H}_e = 100 \text{ Oe}$. Радіус отвору $r = 10 \text{ мкм}$.

Задача 9.7. Виберемо навколо отвору контур, розташований на відстані від краю отвору, більшій глибини проникнення магнітного поля в надпровідник. Уздовж цього контуру $j_s = 0$ і

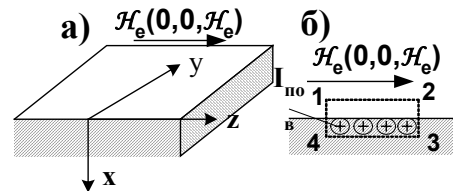


Рис.9.31.

$\oint \vec{j}_s \cdot d\vec{\ell} = 0$. Тоді за формулою (9.8) $\oint \vec{\nabla} \varphi \cdot d\vec{\ell} = \frac{2e}{c\hbar} \oint \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \Phi$, де Φ потік вектора магнітної індукції через площу контуру. З умови однозначності хвильової функції знаходимо, що $\oint \vec{\nabla} \varphi \cdot d\vec{\ell} = n2\pi$. Тоді $n = \Phi/\Phi_0$, де $\Phi_0 = hc/2e = 2,07 \cdot 10^{-7} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2$, і $n = \pi r^2 \cdot B/\Phi_0 = 15$ флюксонів.

9.8. Чи продовжує йти поверхневий струм у надпровіднику після виключення зовнішнього магнітного поля?

9.9. Оцінити, як змінюється струм стаціонарного ефекту Джозефсона в симетричному переході, коли в ньому замінити один із надпровідників 1-го роду надпровідником 2-го роду.

Задача 9.9. Для однакових надпровідників $j_{s1} = j_{sm1} \sin \left(\varphi_{01} + \frac{2\pi Bz}{\Phi_0} \lambda_1 (2 + d/\lambda_1) \right)$, для різних $j_{s2} = j_{sm2} \sin \left(\varphi_0 + \frac{2\pi Bz}{\Phi_0} \lambda_1 (1 + \lambda_2/\lambda_1 + d/\lambda_1) \right)$, де $j_{smi} = \frac{\pi \Delta_i}{2eR_i}$. При $d/\lambda_i < 1$, $\varphi_{01} = \varphi_{02} = \varphi_0$ та $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \left(\frac{\xi_{02}}{\xi_{01}} \right)^{1/3} \approx \left(\frac{50 \cdot 10^{-8}}{10^{-4}} \right)^{1/3} \propto 10^{-1} \ll 1$ $\frac{j_{s1}}{j_{s2}} = C \cdot \frac{\Delta_1 R_2}{\Delta_2 R_1}$, де $C = \frac{\sin(\varphi_0 + A2\lambda_1)}{\sin(\varphi_0 + A\lambda_1(1 + \lambda_1/\lambda_2))}$ та $A = 2\pi Bz/\Phi_0$. Та-

ким чином, при $R_2 > R_1$ і $\Delta_2 > \Delta_1$ $j_{s1} > j_{s2}$.

9.10. Як змінюється просторовий розподіл густини стаціонарного струму Джозефсона при заміні надпровідників 1-го роду на надпровідники 2-го роду.

Задача 9.10. На підставі розгляду попередньої задачі ясно, що просторовий розподіл струму й положення максимумів визначаються умовами: $\varphi_{01} + A2\lambda_1 z_{m1} = \frac{\pi}{2}(2n+1)$; $\varphi_{02} + A\lambda_1 z_{m2} = \frac{\pi}{2}(2n+1)$; тому

$$z_{m2} > z_{m1};$$

9.11. У скільки разів зміниться критичне поле тонкої надпровідної пластинки ($\lambda/d < 1$) шириною w із глибиною проникнення магнітного поля λ при зміні напрямку магнітного поля на кут α по відношенню до нормалі поверхні пластинки.

Задача 9.11. Напруженість внутрішнього \mathcal{H}_i і зовнішнього \mathcal{H}_e магнітних полів зв'язані між собою залежністю $\mathcal{H}_e = \mathcal{H}_i - n\mathcal{H}_i$, де n - розмагнічуючий фактор, котрий залежить від товщини d і ширини w платівки $n = 1 - d/w$. При $\alpha = 0$ $\mathcal{H}_{e\perp}(\alpha=0) = \mathcal{H}_i - n\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_i(1 - 1 + d/w) = \mathcal{H}_i d/w$. При $\alpha \neq 0$ нормальна складова вектора напруженості магнітного поля рівна $\mathcal{H}_{\perp} = \mathcal{H} \cos \alpha$, тому при цих кутах $\mathcal{H}_e(\alpha \neq 0) = \mathcal{H}_{e\perp} d/(w \cos \alpha)$ для $\alpha < 45^\circ$.

9.12. Знайти товщину d_V олов'яного вентиля кріотрона й енергію, що накопичується в ньому, при роботі на частотах $\nu = 10 \text{ МГц}$. Керуюча шина виготовлена з Pb у вигляді смужки шириною $W_r = 20 \text{ мкм}$ і товщиною $d_r = 1 \text{ мкм}$. Вона розміщена над вентилям на відстані $l = 2 \text{ мкм}$ від Pb надпровідного екрану, розташованого під плівкою вентиля. Екран, вентиль та керуючий електрод ізолювані один від іншого тонкими шарами діелектриків. Вентильна плівка має ширину $W_V = 200 \text{ мкм}$ і товщину $d_V = 1 \text{ мкм}$. Питомий опір Sn у нормальному стані при робочій температурі становить $\rho = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{см}$.

Задача №9.12. Частота роботи кріотрона визначається часом його переключення, котрий визначається індуктивністю керуючого електрода та опором вентиля в нормальному стані.

$$1/\nu = \tau = L_r/R_V$$

$$L_r = \mu_0 \frac{\ell W_V}{W_r}; \quad R_V = \rho_V \frac{W_r}{W_V d_V}; \quad \nu^{-1} = \tau = \frac{\mu_0}{\rho_V} \left(\frac{W_V}{W_r} \right)^2 \ell d_V; \quad d_V = \frac{\nu^{-1} \rho}{\mu_0 (W_V/W_r)^2 \ell} = 0,8 \text{ мм}.$$

Видно, що можливе збільшення частоти шляхом зменшення добутку ℓd_V , бо характерні товщини більші за глибину проникнення магнітного поля $\lambda_L = c/\omega_{p,l} \sqrt{\mu} \approx 3(10^{-6} \dots 10^{-5}) \text{ см}$. Кріотрон може працювати при $T = 3,4 \text{ К}$, бо його критична температура $T_c = 3,7 \text{ К}$. Критична температура свинцю $T_{cPb} = 7,2 \text{ К}$, при якій його критичне магнітне поле $\mathcal{H}_c = 803 \text{ Ое} = 64000 \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}$. Знайдемо критичне магнітне поле свинцю при робочій температурі кріотрона $T = 3,4 \text{ К}$.

$$\frac{\mathcal{H}_{T=3,2\text{К}}}{\mathcal{H}_{c,T=7,2\text{К}|Pb}} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 = 1 - \left(\frac{3,4}{7,2} \right)^2 = 0,78; \quad \mathcal{H}_{T=3,2\text{К}|Pb} = 626e = 499 \text{ А/см};$$

Критичне магнітне поле зв'язано з величиною струму на одиницю ширини платівки співвідношенням

$I = 2\mathcal{H}_c \cdot th(d_V/\lambda) \cong 2\mathcal{H}_c = 998 \text{ A} \cdot \text{см}^{-1}$; тому $I_r = IW_r = 998 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \approx 2 \text{ A}$. Відповідно до цього енергія, що накопичується в кріотроні при його переключенні, рівна

$$E = \frac{1}{2} L_r I_r^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{IW_r}{W_r} 4 = 2, 4\pi 10^{-7} \frac{2 \cdot 10^{-6} 200}{20} = 50 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$$

Якщо робоча частота $\nu \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$, то розсіяна енергія становить $5 \cdot 10^{-11} 10^8 = 5 \text{ мВт}$.

9.13. Визначити частоту змінного електричного поля, при якій у надпровіднику 1-го роду з'являється опір при $0 < T < T_c$.

Задача 9.13. Розглянемо “двохрідинну” модель, в якій при $0 < T < T_c$ існують нормальні та надпровідні електрони з концентраціями n_s і n_n , $n_s + n_n = N$, де N -повна концентрація електронів. У надпровіднику є електричне поле $E = E_0 \sin \omega t$. Це поле викликає струм нормальних електронів густиною $j_n = \sigma_n E_0 \sin \omega t$, де σ_n - електропровідність нормальних електронів із рухливістю μ : $\sigma_n = en_n \mu = e \mu N n_n / N = \sigma_n n_n / N$; тоді $j_n = (n_n \sigma_n / N) E_0 \sin \omega t$

Густина надпровідного струму рівна $j_s = 2en_s p_s / 2m$, а імпульс надпровідного електрон визначається з

$$\text{рівняння руху } \frac{dp_s}{dt} = eE_0 \sin \omega t, \text{ тобто } p_s = \frac{eE_0}{\omega} \cos \omega t; \text{ звідки } j_s = \frac{e^2 n_s}{m\omega} E_0 \cos \omega t.$$

Знайдемо відношення середньоквадратичних нормальної й надпровідної густин струмів

$$\zeta = \frac{\langle j_n^2 \rangle^{1/2}}{\langle j_s^2 \rangle^{1/2}} = \frac{n_n \sigma_n m \omega}{N e^2 n_s}; \text{ або, використовуючи визначення лондонівської довжини } \lambda_L^2 = mc^2 / 8\pi \mu_0 e^2 n_s,$$

$$\zeta = \frac{\lambda_L^2 \omega \sigma_n n_n 8\pi \mu_0}{N c^2}; \text{ оскільки } \lambda_L^2(T) = \lambda_0^2 \left(1 - (T/T_c)^4\right)^{-1} \text{ та } n_n/N = (N - n_s)/N = 1 - \left[1 - (T/T_c)^4\right] = (T/T_c)^4,$$

$$\text{то } \zeta = \frac{\lambda_0^2 \omega \sigma_n (T/T_c)^4 8\pi \mu_0}{\left(1 - (T/T_c)^4\right) c^2}$$

Виберемо умову “появи опору” як $\zeta = 1$, тоді $\omega = \frac{(T_c/T)^4 - 1}{\lambda_0^2 \sigma_n 8\pi \mu} c^2$. Наприклад, для Pb $\lambda_0 = 0,4 \cdot 10^{-5} \text{ см}$,

$$T_c = 7,2 \text{ К}, \sigma_n = 10^8 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}, \mu_0 =$$

$$1 \omega = \frac{\left[(7,2/T)^4 - 1\right] \cdot 9 \cdot 10^{20}}{8\pi 10^8 0,16 \cdot 10^{-10} 10 \cdot 9 \cdot 10^9} = 3 \cdot 10^{11} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}; \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = 54000 \text{ мГц}; \quad T = 3,6 \text{ К}.$$

Таким чином, до досить великих частот надпровідник залишається в надпровідному стані й частота переходу в нормальний стан збільшується при зниженні температури. Проте при ще більших частотах, коли енергія $\hbar\omega$ стає більшим за енергетичну щілину в надпровіднику ($\hbar\omega > \Delta$), з'являється квантова границя, при якій опір знову зростає, бо енергія кванта вже може розірвати куперівську пару. Ця границя має місце при частотах

$$\omega \geq \Delta/\hbar = 10^{-4} 1,6 \cdot 10^{-12} / 10^{-27} \sim 10^{11} \text{ с}^{-1}.$$

9.14. Свинцеве кільце, що знаходилося в зовнішньому магнітному полі з напруженістю \mathcal{H} , охолоджувалось до температури $T_1 = 7,08 \text{ К}$, трохи нижчої за критичну $T_c = 7,175 \text{ К}$. Після виключення зовнішнього магнітного поля за допомогою крутильних терезів вимірювався магнітний момент кільця M . Виявилось, що при подальшому зменшенні температури до $T_2 = 2,75 \text{ К}$ магнітний момент кільця збільшувався на 22%. Указати причину цього явища.

Задача 9.14. В кільці при $T < T_c$ виникає надпровідний струм $I = cM/S$, де M -магнітний момент, S -площа кільця, c -швидкість світла. Магнітний потік крізь кільце Φ повинен бути рівним цілому кратному числу флюксонів $\Phi_0 = hc/e$:

$$\Phi = LI = n\Phi_0 \quad (1)$$

де L -коефіцієнт самоіндукції надпровідного кільця. Енергія визначається за формулою

$$E = (1/2)LI^2 \quad (2),$$

Величина L є сумою двох складових $L = L_H + L_K$ – коефіцієнта самоіндукції L_H , зв'язаного з утворенням магнітного поля \mathbf{H} в оточуючому середовищі та коефіцієнта самоіндукції L_K , зв'язаного з кінетичною енергією носіїв струму, котрі мають скінчену масу m та швидкість $v_s = \frac{j_s}{en_s}$ (див. Задачу 9.13):

$$E_K = \int_{V_0} n_s \frac{mv_s^2}{2} dV = V_0 \frac{n_s m I^2}{2e^2 n_s^2 S_0^2} = L_K \frac{I^2}{2} \quad (3)$$

де S_0 – поперечний переріз кільця, L_K – “кінетичний” коефіцієнт самоіндукції

$$L_K = \frac{2\pi R m}{\pi r^2 e^2 n_s} = \frac{2Rm}{r^2 e^2 n(0) (1 - (T/T_c)^4)} \quad (4)$$

Формула (4) показує, що зменшення температури T призводить до зменшення “кінетичного” коефіцієнта самоіндукції L_K і це, згідно формули (1), призводить до збільшення струму в кільці. Дійсно, комбінація формул (2), (3), (4) дає

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{(L_H + L_K(t_1))}{(L_H + L_K(t_2))} \quad (5), \text{ де } t = T/T_c, A = L_K(0)/L_H. \text{ За умовами задачі } t_1 = T_1/T_c = 0,98; t_1^4 = 0,95; t_2 = 0,387; t_2^4 = 0,02, \text{ звідки } \frac{(1 + A/(1 - t_2^4)) (1 + A/(1 - 0,95))}{(1 + A/(1 - t_1^4)) (1 + A/(1 - 0,95))} = 1,22, \text{ тобто } A = L_K(0)/L_H = 0,01.$$

Використовуючи $L_H = 2\pi R (\ln 8R/r - 2)$, та $L_K = 2Rm/r^2 e^2 n(0)$, отримуємо

$$\frac{L_K}{L_H} = \frac{2mR}{r^2 e^2 n(0) 2\pi R [\ln(8R/r) - 2]} = \frac{3,2 \cdot 10^{-3}}{r^2 [\text{мм}^2] [\ln(8R/r) - 2]}$$

Аналіз відношення коефіцієнтів самоіндукції L_K/L_H показує, що збільшення магнітного моменту та струму при подальшому охолодженні має місце, коли замороження магнітного потоку відбувається при температурах, близьких до критичної температури.

9.15. Свинцевий циліндр діаметром $d = 2r = \text{мкм}$, довжиною $\ell = 600 \text{ мкм}$ і товщиною $\delta = 1 \text{ мкм}$ підвішений на

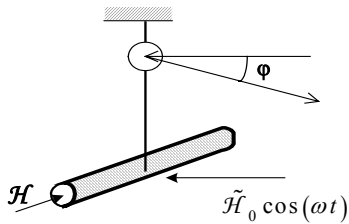


Рис.9.31.

пружній нитці в сталому магнітному полі напруженістю \mathcal{H} . Після охолодження циліндра в магнітному полі до температур менших критичної ($T < T_c = 7,175 \text{ K}$) стале магнітне поле виключається й створюється слабке однорідне змінне магнітне поле $\tilde{H}_0 \cos \omega t$, перпендикулярне осі циліндра та осі пружної нитки підвісу. Циліндр починає коливатись, що можна спостерігати за допомогою відбитого світлового променя від закріпленого до нитки підвісу дзеркальця. Яка причина виникнення коливань циліндра? Знайти залежність максимального кута його відхилення φ від напруженості сталого магнітного поля \mathcal{H} .

Задача 9.15. Глибина проникнення магнітного поля у свинці становить $\lambda_L \sim 10^{-5} \text{ мкм}$. Вона менша за товщину свинцевого шару $\lambda_L < \delta$. Стале зовнішнє магнітне поле \mathcal{H}_e створює в приповерхневому шарі надпровідникового циліндра струм із лінійною густиною I , магнітне поле якого виштовхує \mathcal{H}_e . $I = \mathcal{B}c/4\pi = \Phi c/4\pi S$, $S = \pi r^2$. При $\mathcal{H}_e = 0$ надпровідний струм продовжує йти в приповерхневій області надпровідника, що створює “заморожений” магнітний потік Φ . Змінне магнітне поле $\tilde{H}_0 \cos \omega t$ створює обертальний момент $K = [M \tilde{H}_0] = M \tilde{H}_0$, бо кут між M і \mathcal{H} рівний $\pi/2$, де M – магнітний момент надпровідникового циліндра із струмом I : $M = IS/c$. Обертальний момент викликає в системі вимушені крутильні коливання, рівняння руху яких має вигляд

$$\ddot{\varphi} + \frac{\alpha}{J} \dot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = -\frac{IS \tilde{H}_0}{cJ} \cos(\omega t)$$

де J – момент імпульсу циліндра, ω_0 – частота власних коливань. В тому разі, коли затухання мале і їм можна знехтувати ($\alpha \rightarrow 0$), рівняння руху спрощується

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = A \cos \omega t; \quad A = \frac{IS \tilde{H}_0}{cJ} = \frac{\Phi \tilde{H}_0}{4\pi J} \quad (1)$$

Його розв’язок має вигляд

$$\varphi = \frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos(\omega t) + a \cos(\omega_0 t) + b \sin(\omega_0 t)$$

Визначаючи довільні сталі із граничних умов при $t=0$ $\varphi = \dot{\varphi} = 0$, отримуємо

$$\varphi = \frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2} (\cos(\omega t) + \cos(\omega_0 t)) = \left[\frac{2A}{\omega_0^2 - \omega^2} \sin \frac{(\omega - \omega_0)t}{2} \right] \sin \frac{(\omega + \omega_0)t}{2}$$

Ця залежність $\varphi(t)$ являє собою коливання з модульованою амплітудою. За умов резонансу, коли $\omega = \omega_0$, $\varphi = (At/2\omega_0) \sin(\omega_0 t)$, тобто амплітуда крутильного коливання із власною частотою ω_0 при резонансі лінійно зростає із зростанням часу t . Похідна резонансної амплітуди є сталою величиною $A/2\omega_0$, що дозволяє знайти амплітуду крутильних коливань A . Ця амплітуда (1) $A = \frac{\Phi \dot{H}_0}{4\pi J}$

ною "замороженого" у надпровіднику магнітного потоку Φ . Оскільки потік Φ кратний елементарному магнітному потоку $\Phi_0 = hc/e$, тому $\Phi = N\Phi_0$, де $N=1,2,3,\dots$, кожного разу, коли Φ змінюється на величину кратну Φ_0 , амплітуда крутильних коливань стрибкоподібно зростатиме. Знайдемо струм на одиницю довжини циліндра, який створює магнітний потік $\Phi = \Phi_0$:

$$\Delta I = \Phi_0 c / (4\pi \cdot \pi r^2) = 2,07 \cdot 10^{-7} 3 \cdot 10^{10} / 4\pi^2 (10^{-3})^2 3 \cdot 10^9 = 0,05 [A \cdot M^{-1}].$$

9.16. Оцініть критичне магнітне поле (H_{c2}) надпровідника 2-го роду при $T = 4,2K$, якщо в зовнішньому магнітному полі $H_e = 5000 Oe$ при $T=10K$ в ньому виникає резистивний стан із питомим опором $\rho_f = 3 \text{ мкОм}\cdot\text{см}$, а питомий опір у нормальному стані становить $\rho_n = 30 \text{ мкОм}\cdot\text{см}$.

Задача 9.16. Причиною виникнення резистивного стану в надпровіднику 2-го роду в магнітному полі є рух вихорів під дією сили Лоренца. Сила Лоренца для об'єму V_0 $\vec{F}_L = \frac{V_0}{c} [\vec{j}_{tr} \times \vec{H}_e]$, де \vec{j}_{tr} - густина транспортного струму. Під дією сили Лоренца вихорі можуть рухатися із швидкістю v_L , яку можна визначити з умови рівноваги між силою тертя та силою Лоренца: $v_L = F_L / (\eta n)$, де η - в'язкість, $n = H_c / \Phi_0$ - кількість вихорів.

Питомий опір знайдемо з умови, що дисипація енергії витрачається на подолання тертя руху вихорів $F_L v_L = V_0 j_{tr} E$. Звідси $(\vec{j}_{tr} \perp \vec{H}_e)$ $E = \frac{v_L H_e}{c}$ та $\rho_f = \frac{E}{j_{tr}} = \frac{v_L H_e}{c j_{tr}} = \frac{H_e^2}{c^2 n \eta} = \frac{H_e \Phi_0}{c^2 \eta}$. При $T = 0 K$

$$\rho_n(0) = \frac{H_{c2}(0) \Phi_0}{c^2 \eta} \text{ тому } \frac{\rho_f}{\rho_n} = \frac{H_e}{H_{c2}(T)} \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$$

9.17. Якісно проаналізуйте вигляд вольт-амперних характеристик однозв'язного контакту Джозефсона.

Задача 9.17.

(1) Для одночастинкового тунелювання між двома нормальними металами при малих напругах маємо згідно (5.25) та (5.26) лінійну залежність $I(V)$ (штрих-пунктир на рис.9.37).

(2) Для одночастинкового тунелювання між надпровідниками маємо $I(V)$ - характеристику майже таку, як крива 2 на рис. 9.37, але при відсутності струму при $V = 0$.

(3) З урахуванням ефекту Джозефсона $I(V)$ - характеристика при відсутності впливу імпедансу зовнішнього джерела та параметрів електричного кола має вигляд такий, як на рис. 9.37, крива 2. З'являється струм при $V = 0$.

Більш складні випадки мають місце тоді, коли потрібно враховувати вплив параметрів електричного кола. У випадку, коли внутрішній опір ідеального генератора $R_i \ll R$, а контакт Джозефсона (CD) має малу площу, можна знехтувати просторовою залежністю фази $\varphi(r)$. На рис.9.38 зображена еквівалентна схема, в якій генератор створює струм $I = \text{Const}$. При $I > I_{sm}$ крім Джозефсонівського струму виникає струм нормальних електронів $J_n(t)$. Падіння напруги на опорі призводить до появи змінного струму Джозефсона $J_s = J_{s0} \sin(\varphi_0 + 2eVt/\hbar)$, що при умові $I = \text{Const}$, призведе до відповідної

зміни струму нормальних електронів і появи змінного падіння потенціалу $V = (\hbar/2e) \partial \varphi / \partial t = V_0 - J_n(t)R$. Для цієї схеми з урахуванням ємності можна записати

$$I = J_{s0} \sin \varphi(t) + \frac{V}{R} + C \frac{dV}{dt}, \text{ або } I = J_{s0} \sin \left(\varphi_0 + \frac{2eV}{\hbar} t \right) + \frac{1}{R} \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi}{dt} + C \frac{\hbar}{2e} \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

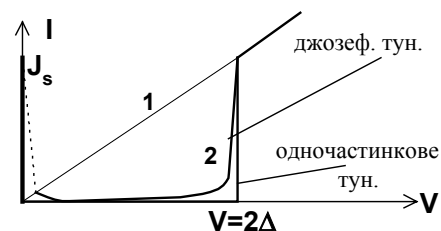


Рис.9.32

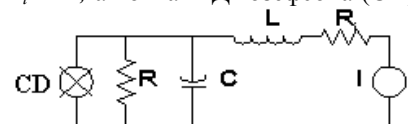


Рис.9.33.

Це рівняння аналітично вдається розв'язати лише у випадку, коли $C \rightarrow 0$ (Аналітичний розв'язок цієї задачі є в [5] (додаток 6). Середнє значення струму Джозефсона не буде в цьому разі рівним нулеві $\langle J_s \rangle_t \neq 0$. Спробуйте розв'язати його чисельно. Якісний вигляд $I(V)$ характеристики, коли електропровідність нормальних електронів не залежить від падіння напруги ($1/R \neq f(V)$), наведений на рис.9.39.

9.18. Визначити, у скільки разів зменшиться часова стала кріотрона, якщо його виготовити на поверхні тонкого шару діелектрика товщиною $\delta=0,1\text{ мкм}$, нанесеного на плоский надпровідний екран. Ширина плівки вентиля $w_l=15\text{ мкм}$, довжина управляючої плівки $\ell_r=1\text{ мм}$ і ширина $w_r=10\text{ мкм}$.

Задача 9.18. Часова стала визначається індуктивністю управляючої шини L_r і опором частини вентиля в нормальному стані R_{V1} : $\tau=L_r/R_{V1}$. В першому випадку при відсутності екрана індуктивність керуючої шини L_{r1} наближено можна оцінити як індуктивність довгого проводу, бо $\ell_r/w_r=1000/10 \gg 1$, тоді $L_{r1}=2\ell_r \cdot 10^{-9} \ln(\ell_r/w_r)$; при цьому $R_{V1}=\rho w_r/w_l d$. Надпровідний екран концентрує магнітне поле в зазорі товщиною δ і тому $L_{r2}=\Phi/I_c=\mu_0 B w_r \delta/I_c=4\pi \cdot 10^{-9} w_y \delta/\ell_r$, а $R_{V1}=R_{V2}$. Тому

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{L_{2y} R_{1b}}{L_{1y} R_{2b}} = \frac{4\pi 10^{-9} w_y \delta}{2\ell_y 10^{-9} \ell_y \ln(\ell_y/w_y)} \approx \frac{w_y \delta}{\ell_y^2} = 10^{-6}$$

9.19. Свинцева плівка товщиною $\delta < \lambda$ розміщена в постійному однорідному магнітному полі з напруженістю H , паралельному площині поверхні плівки. Знайти:

1. просторовий розподіл магнітного поля в плівці $B(x)$;
2. просторовий розподіл ефективної намагніченості $M(x)$;
3. потенціал U_0 електрон-фононної взаємодії у теорії БКШ;
4. власну довжину когерентності ξ_0 ;
5. критичне магнітне поле B_c ;
6. усереднену густину енергії надпровідної плівки в магнітному полі $\langle U_s \rangle$;
7. зміну критичного магнітного поля по відношенню до масивного зразка $B_c/B_{c\infty}$.

Критична температура $T_c=7,193\text{ К}$; температура Дебая $\theta=95\text{ К}$, густина $\gamma=11,3$; атомний номер $A=207$; енергетична ширина щілини $2\Delta=4,3 k_B T_c$.

Задача 9.19.

1) Нехай зовнішнє магнітне поле направлено вздовж осі x , паралельній площині поверхні пластини (рис. 9.40). Рівняння Лондонів

$$\frac{d^2 B}{dx^2} = \frac{1}{\lambda_L^2} B; \quad \text{де} \quad \lambda_L = \frac{mc^2}{8\pi n_s e^2} \quad \text{при граничних умовах}$$

$$B(d/2) = B_e \quad \text{та} \quad B(-d/2) = B_e \quad \text{має вигляд}$$

$$B(x) = B_e \frac{\cosh(x/\lambda_L)}{\cosh(d/2\lambda_L)}, \quad \text{причому} \quad \lambda_L(\text{CGS}) = \left(\frac{c^2 m}{4\pi n q^2} \right)^{1/2} = 0,072 \text{ мкм}$$

2) Намагніченість, або магнітний момент, знайдемо зі співвідношення $B(x) = B_e + 4\pi M(x)$;

$$M(x) = \frac{1}{4\pi} B_e \left\{ \frac{\cosh(x/\lambda_L)}{\cosh(d/2\lambda_L)} - 1 \right\} \cong \begin{cases} \text{при} & d/2\lambda_L \ll 1 \\ \cong & \frac{B_e}{4\pi} \left\{ \frac{1+(1/2)(x/\lambda_L)^2}{1+(1/2)(d/2\lambda_L)^2} - 1 \right\} = -\frac{B_e}{32\pi\lambda_L^2} (d^2 - 4x^2) \end{cases}$$

3) У теорії БКШ критична температура T_c визначається потенціалом електрон-фононної взаємодії U_0 та густиною електронних станів на рівні Фермі $g(E_F)$

$$T_c = 1,14 \cdot \theta \exp\left\{-\frac{2}{U_0 g_F}\right\}, \quad \text{звідки} \quad U_0 = \frac{2}{g_F \ln(1,14\theta/T_c)};$$

4) Довжина когерентності ξ_0 визначається як $g_F = \frac{2\pi^2 m_F^3}{3\pi^2 \hbar^3} = \frac{2\pi^2 m_F^3}{3\pi^2 \hbar^3} = \frac{2\pi^2 m_F^3}{3\pi^2 \hbar^3}$, звідки $g_F \approx 3 \cdot 10^{34} \text{ см}^{-3} \cdot \text{ерг}^{-1}$ та $U_0 \approx 0,2 \cdot 10^{-34} \text{ ерг} \cdot \text{см}^3$.

5) Термодинамічне критичне магнітне поле ідеального надпровідника, яким будемо вважати свинець, визначається з умови, що густина магнітної енергії витрачається на зміну вільної енергії тіла

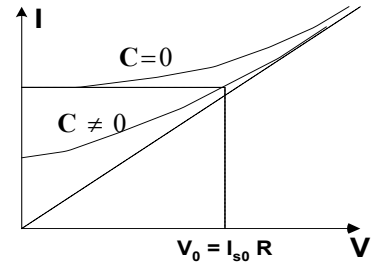


Рис.9.34.

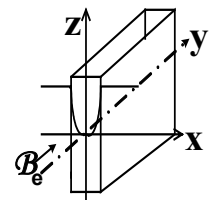


Рис.9.35.

при переході його з надпровідного в нормальний стан; це дає (використовуючи результати пп. 1) та

$$4)) \quad \mathcal{B}_c = \frac{\Phi_0}{4\pi\sqrt{2}\xi_0\lambda_L} = 3759(\text{CGS})$$

6) Знайдемо усереднену по товщині зразка енергію магнітного поля, що проникає в плівку

$$\langle U_s \rangle = \frac{1}{d} \int_0^{\mathcal{B}_c} dB \int_{-d/2}^{d/2} M(x) dx = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} dx \int_0^{\mathcal{B}_c} \frac{B}{4\pi} \frac{1}{8\lambda_L^2} (d^2 - 4x^2) dB = \frac{\mathcal{B}_c^2}{8\pi} \frac{d^2}{12\lambda_L^2}$$

7) Знайдемо критичне поле тонкої платівки товщиною d

Якщо знехтувати “поверхневими” членами в зміні вільної енергії при переході з надпровідного в нормальний стан, то (V_0 об’єм зразка)

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_0} (F_n - F_s) &= -\frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} dx \int_0^{\mathcal{B}_c} M(x) d\mathcal{B} = -\frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \int_0^{\mathcal{B}_c} \frac{1}{4\pi} (\mathcal{B}(x) - \mathcal{B}_c) dx d\mathcal{B} = \\ &= -\frac{\mathcal{B}_c^2}{8\pi d} \int_{-d/2}^{d/2} \left(\frac{\text{ch}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/2\lambda)} - 1 \right) dx = -\frac{\mathcal{B}_c^2}{8\pi} \left(2 \frac{\lambda}{d} \text{th} \frac{d}{2\lambda} - 1 \right) \approx \frac{\mathcal{B}_c^2}{8\pi} \frac{1}{3} \left(\frac{d}{2\lambda} \right)^2. \end{aligned}$$

звідси $\frac{\mathcal{B}_c}{\mathcal{B}_{c\infty}} \approx \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{d}{\lambda_L}.$

9.20. Оцінити порядок величини активної частини поверхневого імпедансу ніобію на частоті $\nu = 1000$ МГц при температурі $t = T/T_c = 0,5$. Показати, як він відрізняється від поверхневого імпедансу ніобію в нормальному стані.

Задача № 9.20. Нехай плоска поверхня зразка є площиною x_y , а вісь z направлена в метал. Нехай електричне поле \mathbf{E} спрямоване вздовж x , а напруженість магнітного поля \mathcal{H} залежить тільки від координати z .

Поверхневий імпеданс Z визначається за допомогою співвідношення

$$Z = R + iX = \mathcal{E}_x(0) / \int_0^\infty j_x(z) dz. \quad (1)$$

З рівняння Максвела $\text{rot} \vec{\mathcal{B}} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$ (2)

визначимо $j_x(z) = -\frac{c}{4\pi} \frac{d\mathcal{B}_y}{dz}$. Будемо вважати далі, що $\mu=1$, напруженості полів \mathcal{E} і \mathcal{H} змінюються в часі пропорційно $\exp\{-i\omega t\}$ і що струмом зміщення можна знехтувати ($\partial\mathcal{E}/\partial t=0$). Тоді з рівнянь Максвела

$$\text{rot} \vec{\mathcal{E}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t} \quad (3)$$

отримуємо $\mathcal{B}_y = -\frac{ic}{\omega} \frac{d\mathcal{E}_x}{dz}$

Підставляючи отримані вирази для $j_x(z)$ та \mathcal{B}_y в (1) та виконуючи інтегрування, отримуємо

$$Z = -\frac{4\pi i \omega}{c^2} \frac{\mathcal{E}_x(0)}{\left. \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial z} \right|_0} \quad (4)$$

Для встановлення залежності $\mathcal{E}_x(z)$ використаємо рівняння (2) та (3), що дає

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_x}{\partial z^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_x}{\partial t} \quad (5)$$

Скористаємося тепер двохрідинною моделлю надпровідника, згідно якої надпровідник має надпровідні n_s і нормальні n_n електрони, концентрації яких у сумі рівні концентрації електронів у речовині $n = n_n + n_s$. Для надпровідних електронів швидкість v_s зростає в електричному полі і тому

$$\begin{aligned} m dv_{sx}/dt &= e\mathcal{E}_x \\ \frac{dj_{sx}}{dt} &= \frac{e^2 n_s}{m} \mathcal{E}_x \end{aligned} \quad (6)$$

Для нормальних електронів, враховуючи час їхньої релаксації τ ,

$$\frac{dj_{nx}}{dt} + \frac{j_{nx}}{\tau} = \frac{e^2 n_n}{m} \mathcal{E}_x. \quad (7)$$

На підставі значень (6) та (7) визначимо

$$j_x = j_{sx} + j_{nx} = \left(\frac{e^2 n_s}{i\omega m} + \frac{e^2 n_n}{m} \frac{1}{i\omega + 1/\tau} \right) = \sigma \mathcal{E}_x. \quad (8)$$

З (8) для комплексної провідності маємо

$$\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2 \text{ де } \sigma_1 = \frac{e^2 n_n \tau}{m(1 + \omega^2 \tau^2)}; \quad \sigma_2 = \frac{e^2 n_s}{m\omega} \frac{[1 + \omega^2 \tau^2 + (n_n/n_s)\omega^2 \tau^2]}{1 + \omega^2 \tau^2}; \quad (9)$$

З урахуванням (9) рівняння (5) набуває вигляду

$$\frac{d^2 \mathcal{E}_x}{dz^2} = \gamma^2 \mathcal{E}_x; \quad (10)$$

$$\text{де } \gamma^2 = \frac{4\pi i\omega}{c^2} (\sigma_1 - i\sigma_2) \quad (10a)$$

Розв'язок цього рівняння має вигляд $\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_0 \exp\{-\gamma z\}$; звідки $\partial \mathcal{E}_x / \partial z|_{z=0} = -\gamma \mathcal{E}_x(0)$;

На цій підставі з (4) для Z отримуємо

$$R_s^2 = \frac{2\pi\omega}{c^2\sigma_2} \frac{\sqrt{1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2} - 1}{1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2}; \quad X_s^2 = \frac{2\pi\omega}{c^2\sigma_2} \frac{\sqrt{1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2} + 1}{1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2}; \quad (12)$$

Ці вирази для випадку не надпровідної речовини, тобто при $\sigma_2 \rightarrow 0$ ($n_s \rightarrow 0$), переходять у формули для класичного скін-ефекту

$$Z_n = R_n + iX_n, R_n = X_n = \sqrt{\frac{2\pi\omega}{c^2\sigma_n}} = \frac{1}{\sigma_n \delta_n}, \quad (12a)$$

де $\sigma_n = e^2 n_n \tau / m$ – питома електропровідність нормального металу, а $\delta_n = c / \sqrt{2\pi\mu\omega\sigma_n}$ – глибина скін-шару. Співвідношення (3) описує класичний скін-ефект.

Знайдемо відношення R_s^2/R_n^2

$$\frac{R_s^2}{R_n^2} = \sigma_1/\sigma_2 \frac{\sqrt{1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2} - 1}{1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2}; \quad \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^2 = \left(\frac{n_n}{n_s} \right)^2 \omega^2 \tau^2 \left[1 + \omega^2 \tau^2 + \frac{n_s}{n_n} \omega^2 \tau^2 \right]^{-2}$$

Оцінка $\omega\tau$ дає

$$\omega\tau = \frac{2\pi\nu m\sigma_n}{e^2 n_n} = \frac{2\pi\nu m\sigma_n}{e^2 (\gamma/A) 6,06 \cdot 10^{23}} \approx (0,5 \div 3) 10^{-5} \ll 1,$$

$$\text{звідки } \frac{R_s^2}{R_n^2} \cong \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^3 = \frac{1}{2} \left(\frac{n_n}{n_s} \right)^3 (\omega\tau)^3; \quad \frac{R_s}{R_n} \cong \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{t^{4(3/2)}}{(1-t^4)^{3/2}} (\omega\tau)^{3/2} = (0,1 \div 1,6) 10^{-9}$$

Частотна залежність поверхневого опору визначається множителем $\omega^{3/2}$.

9.21. Визначити глибину проникнення змінного електромагнітного поля в ідеальний надпровідник та проаналізувати, як вона залежить від частоти електромагнітного поля ω і температури $t=T/T_c$.

Задача 9.21. 1) Глибина проникнення поля в надпровідник не визначається скін-глибиною, бо поле проникає на більшу глибину в надпровідник. В цьому разі можна на підставі результатів розв'язку попередньої задачі можна ввести ефективну глибину проникнення, котра буде характеризувати процеси, що відбуваються в приповерхневій частині надпровідника. Для цього використаємо визначену в задачі 9.20 залежність $\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_0 \exp\{-\gamma z\}$, де γ задається формулою (10a); звідси глибина проникнення поля в надпровідник дорівнює

$$\Lambda_s = \frac{1}{\text{Re}(\gamma)} = \sqrt{\frac{c^2}{2\pi\mu\omega}} \frac{1}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2}};$$

2) У тому випадку, коли речовина не надпровідна, $\sigma_2 = 0$ і глибина проникнення поля збігається із класичною скін-глибиною $\Lambda_n = \sqrt{c^2/(2\pi\mu\sigma_1)}$

При малих частотах $\omega\tau \ll 1$

$$\Lambda_s^2 = c^2 \cdot 2\pi\mu\omega \frac{e^2}{m\omega} n_s \left[1 + \omega^2\tau^2 + \frac{n_n}{n_s} \omega^2\tau^2 \right] \left\{ \left[1 + \left(\frac{n_n}{n_s} \omega\tau \right)^2 \left[1 + \omega^2\tau^2 + \frac{n_n}{n_s} \omega^2\tau^2 \right]^{-1} \right]^{1/2} + 1 \right\}^{-1/2} \approx \frac{c^2 m}{4\pi\mu e^2 n_s} = \Lambda_L^2 \text{ де}$$

Λ_L - лондонівська глибина. При збільшенні частоти глибина проникнення починає зменшуватись із зростанням частоти, при великих частотах $\Lambda \sim \delta \sim \omega^{-1/2}$.

3) При температурах $t < 1$ концентрація нормальних електронів зменшується $n_n \approx nt^4$, концентрація надпровідних електронів збільшується $n_s \approx n(1 - t^4)$, при цьому $n = n_n + n_s$ - концентрація всіх електронів. Як видно, глибина проникнення $\Lambda_s \sim n_s^{-1/2} \sim (1 - t^4)^{-1/2}$, тому глибина проникнення поля зменшується при зменшенні температури.

9.22. Проаналізувати зсув фаз між поверхневим опором і реактансом. З'ясувати, який характер притаманний реактансу індуктивності чи ємності.

Задача 9.22. Тангенс кута зсуву фаз визначається відношенням X/R :

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{X}{R} = \frac{\left(\sqrt{1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2} + 1 \right)^{1/2}}{\left(\sqrt{1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2} - 1 \right)^{1/2}}. \text{ Скористаємося знайденими в задачі №9.20 значеннями } \sigma_1 \text{ і } \sigma_2$$

для двохридинної моделі. Тоді

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{(n_n/n_s)\omega\tau}{\left[1 + \omega^2\tau^2 + (n_n/n_s)\omega^2\tau^2 \right]} \left\{ \sqrt{1 + \left[\frac{(n_n/n_s)\omega\tau}{\left[1 + \omega^2\tau^2 + (n_n/n_s)\omega^2\tau^2 \right]} \right]^2} - 1 \right\}^{-1}; \text{ при } \omega\tau \ll 1 \quad \operatorname{tg} \chi \cong \left(\frac{2 + (n_n/n_s)\omega\tau}{(n_n/n_s)\omega\tau} \right)^{1/2} > 1$$

Поверхневий імпеданс має індуктивний характер. Індуктивний характер спричиняється тим, що куперівські пари мають скінчену масу і тому інерційні.

9.23. Користуючись результатами задачі №9.20, проаналізувати температурну та частотну залежності імпедансу ідеального надпровідника в рамках двохридинної моделі.

Задача 9.23. Скориставшись формулами (12) задачі №9.12, запишемо відношення R_s/R_n та X_s/X_n

$$\frac{R_s^2}{R_n^2} = \frac{(\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2} - \sigma_2)\sigma_1}{(\sigma_2^2 + \sigma_1^2)}; \quad \text{та} \quad \frac{X_s^2}{X_n^2} = \frac{(\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2} + \sigma_2)\sigma_1}{\sigma_2^2 + \sigma_1^2} \quad (1)$$

Відношення $R_s/R_n = I_s$ отримало назву фактора покращення.

Скористаємося тим, що

$$\Lambda_s^2 = \frac{c^2}{2\pi\mu\omega} \frac{1}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} + \sigma_2}; \quad \delta^2 = \frac{c^2}{2\pi\mu\omega\sigma_1}; \quad R_n^2 = \frac{1}{\sigma_1^2\delta^2}; \quad (2)$$

Комбінуючи ці формули, при $\omega\tau \ll 1$ отримаємо

$$\frac{R_s}{R_n} = 2 \frac{\Lambda^3}{\delta^3}; \quad \frac{X_s}{R_n} = 4 \frac{\Lambda}{\delta}; \quad (3)$$

Так як $\Lambda \sim n_s^{-1/2}$ а $\delta \sim n_n^{-1/2}$, котрі залежать від температури, то

$$\frac{R_s}{R_n} = 2 \left(\frac{\Lambda(0)}{\delta} \right)^3 \frac{t^4}{(1 - t^4)^{3/2}}; \quad \frac{X_s}{R_n} = 4 \left(\frac{\Lambda(0)}{\delta} \right) \frac{1}{(1 - t^4)^{1/2}}; \quad (4)$$

Залежність від частоти визначатиметься тим, що $\delta \sim \omega^{-1/2}$

$$\frac{R_s}{R_n} \propto \omega^{3/2}; \quad \frac{X_s}{R_n} \propto \omega^{1/2}; \quad (5)$$

9.24. Чому при високих частотах не вдається отримати резонаторів із надпровідників із значно більшою добротністю, ніж із нормальних металів?

Задача 9.24. Добротність резонаторів обернено пропорційна поверхневому опоріві $Q = \frac{G}{\operatorname{Re}(Z)}$;

тому
$$\frac{Q_s}{Q_n} = \frac{R_n}{R_s} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta}{\Lambda} \right)^3 \propto \frac{1}{\omega^{3/2}};$$

При високих частотах зменшується спін-глибина, що спричиняє зменшення відношення добротностей. Якщо порівнювати два резонатори – один із надпровідного матеріалу, а другий – із нормального, то

$$\frac{Q_s}{Q_{Cu}} = \frac{R_{nCu}}{R_s} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta}{\Lambda(T)} \right)^3 \frac{1}{\sigma_{Cu}(T)\delta_{Cu}(T)} \propto \frac{1}{\omega};$$

Таким чином, лише при не дуже високих частотах можна досягти того, щоб виконувалась умова $\delta \ll \Lambda$ і створювати резонатори з великою добротністю, бо в них фактор покращення I_s дуже великий.

9.25. Якісно оцінити, як впливає товщина надпровідного зразка на поверхневий опір.

Задача 9.25. При товщинах сумірних із глибиною проникнення поля в надпровідник ($d < \Lambda$) поверхневий імпеданс можна¹⁶ також використати визначення поверхневого імпедансу (1) із задачі 9.20, але вважати, що поле проникає в надпровідник на скінчену глибину. Тоді верхня межа інтегрування у формулі (1) замість нескінченності стане d , і замість (4) ми отримуємо

$$Z = -\frac{4\pi i \omega}{c^2} \frac{E_x(0)}{\left. \frac{\partial E_x}{\partial z} \right|_{z=0} - \left. \frac{\partial E_x}{\partial z} \right|_{z=d}}, \text{ або } Z = -\frac{4\pi i \omega}{c^2 \gamma (1 - e^{-\gamma d})}.$$

У випадку малих товщин, коли $\text{Re}(\gamma)d \ll 1$, таким чином,

$$Z_s \approx \frac{4\pi i \omega}{c^2 \gamma^2 d} = \frac{1}{d(\sigma_1 - i\sigma_2)} = \frac{\sigma_1 + i\sigma_2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)d};$$

$$\text{звідси } R_s = \frac{\sigma_1}{\sigma_2^2 \left(1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right)d} \approx \frac{n_s}{n_n} \omega \tau \frac{1}{\sigma_2 d} = \frac{4\pi \omega}{c^2} \frac{\Lambda^4}{\delta^2 d} \propto \frac{\omega^2}{(1-t^4)^2 d}$$

Поверхневий опір змінюється обернено пропорційно товщині зразка при її зміні.

9.26. Використовуючи результати задачі 9.20, знайти оптичні сталі надпровідника в інфрачервоному діапазоні спектра.

Задача 9.26. $n - ink = 4\pi/cZ_s$

$$n = \frac{4\pi R_s}{c(R_s^2 + X_s^2)}; \quad nk = \frac{4\pi X_s}{c(R_s^2 + X_s^2)};$$

Підставимо в ці формули значення R_s і X_s , що були отримані в задачі 9.20.

$$n = \frac{4\pi}{c} \sqrt{\frac{c^2 \sigma_2}{2\pi \omega}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2} - 1 \right\} \left\{ 1 + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2 \right\}^{1/2}; \quad nk = \frac{4\pi}{c} \sqrt{\frac{c^2 \sigma_2}{2\pi \omega}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2} + 1 \right\} \left\{ 1 + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2 \right\}^{1/2};$$

При умові, що $\omega\tau \ll 1$,

$$n \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\lambda}{\Lambda_L} \left(\frac{\Lambda_L}{\delta}\right)^4; \quad nk \cong \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\lambda}{\Lambda_L};^{17}$$

де λ - довжина електромагнітної хвилі, $\Lambda_L = mc^2/4\pi e^2 n_s$ - лондонівська глибина проникнення. Ці рішення справедливі, якщо справедливі припущення:

- Можливе нехтування струмом зміщення;
- $\omega\tau \ll 1$;
- товщина зразка більша скін-глибини δ ;
- речовина однорідна;
- коли $2(\Lambda_L/\delta) < 1$, бо при $2(\Lambda_L/\delta) \gg 1$, формули зводяться до виразів, що характеризують нормальний провідник (див. задачу №7.3).

9.27. Користуючись умовою неперервності $\partial \rho / \partial t + \text{div} j + j_{sc} \sin \varphi(t) = 0$, доведіть рівняння (9.116) для хвиль Свіхарта.

Задача 9.27. Указівка. Скористайтесь формулою (9.91) для різниці фаз $\partial \varphi / \partial t = (2e/\hbar)V(\vec{r}, t)$ та виразом (6,6а) для густини надпровідного струму $\vec{j}_s = (e\hbar n_s/m)\nabla \varphi$.

¹⁶ Г.А.Мелков. Использование сверхпроводимости в технике. Учебное пособие. Киев, КГУ, 1979, -с.95.

¹⁷ Fundamental Formulas of Physics, D.H.Menzel, New York, Prentice-Hall, 1955, p.657.

ЛІТЕРАТУРА

1. В. Букель /Сверхпроводимость. //Мир., М.: 1975, с.366.
2. А. Роуз-Инк, Е. Родерик / Введение в физику свехпроводников //Мир, М.: 1972,- с.272.
3. И.М. Дмитренко/ В мире сверхпроводимости//Наукова думка, Киев, 1981, -с.192.
4. Высокотемпературная сверхпроводимость. Фундаментальные и прикладные исследования. вып.1. /Машиностроение, Ленинград.: 1990,-с.686.
5. Л.Солимар /Туннельный эффект в сверхпроводниках и его применение// Мир, М.: 1974, с.428.
6. В.В. Шмидт / Введение в физику сверхпроводников //Изд. 2-е, испр. И доп. М.: МЦНМО, 2000, с. 379. ил.
7. Я. Довгий /Чарівне явище надпровідність. – Львів Євросвіт, 2000. – 440 с. іл.

Глава 10. ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ТОНКИХ ШАРІВ РЕЧОВИНИ

10.1. ВСТУП

Сучасна мікроелектроніка досягла такого стану, що її подальший розвиток гальмується через наближення параметрів її систем до енергетичного й теплового бар'єрів та конструкційних і функціональних границь. Пошуки виходу з такого положення спонукають до розширення спектральних діапазонів електромагнітних хвиль, зокрема, до використання оптичного діапазону та використання нових електронно-оптичних засобів отримання, передачі та зберігання інформації. Ці пошуки започаткували новий напрямок електроніки - **оптоелектроніку**. Вона стала одним із розділів функціональної мікроелектроніки, що досить швидко розвивається й використовується на практиці.

Оптоелектронні системи включають оптичну ланку, в якій для обробки сигналів використовуються процеси взаємодії світла з речовиною. За допомогою цих процесів вдається забезпечити прийом, накопичення, обробку та передачу сигналів в оптичному діапазоні довжин хвиль. При цьому здебільшого застосовуються системи з подвійними - оптоелектричними засобами обробки сигналів. В них використовуються перетворення електричних сигналів в оптичні й навпаки – оптичних в електричні, що дає можливість поєднання позитивних якостей електричної та оптичної обробки сигналів.

Наявність оптичної ланки забезпечує такі позитивні якості систем обробки інформації з оптичним каналом:

- гальванічну розв'язку елементів схем шляхом використання оптичного каналу зв'язку між окремими електронними схемами;
- однонаправленість сигналів від джерела до приймача;
- залежність параметрів оптичних сигналів не тільки від часу, як це мало місце в електронних схемах, але й від координат, що дає можливість обробки двовимірних і тривимірних сигналів (образів);
- можливість використання при обробці сигналів крім амплітуди, частоти й фази ще і поляризації електромагнітних хвиль;
- велику роздільну здатність та інформаційну ємність, котрі пропорційні λ^{-2} , де λ - довжина електромагнітної хвилі;
- паралельну й послідовну обробку інформації;
- високу перешкодостійкість оптичних міжз'єднань;
- обробку сигналів, засновану на дифракційних та інтерференційних явищах когерентних світлових хвиль, що відкриває нові шляхи для використання голографії та швидкодіючих аналогових методів групової обробки інформації;
- технологічну інтеграцію оптоелектронних систем.

Необхідність використання ідей інтеграції при створенні складних інформаційних систем спонукає до використання мініатюрних елементів і систем. У зв'язку з цим виникають особливості, пов'язані з розмірними ефектами, зокрема з квантовими розмірними ефектами, які досить докладно розглядалися у попередніх главах. Їх необхідно враховувати при пошуках, розробці та використанні мініатюрних оптоелектронних елементів. Тому необхідно знати крім особливостей електронної будови та транспорту низькорозмірних систем ще й особливості оптичних властивостей тонких шарів речовини.

10.2. ДИСПЕРСІЯ СВІТЛА

Електромагнітні поля описуються системою рівнянь Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 4\pi\rho \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned} \quad (10.1)$$

де \vec{E} та \vec{H} - вектори напруженості електричного й магнітного полів, \vec{D} та \vec{B} - вектори електричної й магнітної індукції, \vec{j} - вектор густини електричного струму, ρ - сумарна густина заряду, c - швидкість світла у вакуумі. Феноменологічна теорія Максвелла, яка не містить матеріальних констант речовини, не пояснює *дисперсії світла*, тобто залежностей показників заломлення ($n(\omega)$) та поглинання ($\kappa(\omega)$) світла від частоти (ω) електромагнітних хвиль.

Для того щоб при даному розподілі зарядів і струмів рівняння (10.1) допускали єдиний роз'язок для векторів поля, потрібно доповнити їх *матеріальними співвідношеннями*, котрі описують поведінку речовини під впливом полів. Для випадку малих швидкостей v , коли $v/c \ll 1$, матеріальні рівняння мають вигляд

$$\begin{aligned} \vec{j} &= \sigma \vec{E} \\ \vec{D} &= \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \end{aligned} \quad (10.2)$$

де σ - питома електропровідність, ε і μ - діелектрична й магнітні проникності речовини.

Рівняння (10.1) можна перетворити так, щоб вони залежали окремо від напруженості електричного або магнітного полів (див. задачу 10.2)

$$\begin{aligned} \Delta \vec{E} &= \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \ddot{\vec{E}} + \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2} \dot{\vec{E}} \\ \Delta \vec{H} &= \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \ddot{\vec{H}} + \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2} \dot{\vec{H}} \end{aligned} \quad (10.3)$$

Вони справедливі для однорідного середовища, в якому $\nabla\varepsilon = \nabla\mu = \rho = 0$. Для однорідних діелектриків легко отримати ще більш прості співвідношення, тому для них $\sigma = 0$.

Без обмеження загальності часову залежність величин \vec{E} та \vec{H} у рівняннях (10.3) можна вибрати у вигляді $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) \cdot \exp(-i\omega t)$, $\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r}) \cdot \exp(-i\omega t)$. В цьому разі рівняння електромагнітних хвиль матимуть такий вигляд

$$\Delta \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} = -\frac{\omega^2 \mu}{c^2} \left[\varepsilon + i \frac{4\pi}{\omega} \sigma \right] \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} \quad (10.4)$$

Специфіка матеріалів у цих рівняннях визначається матеріальними характеристиками ε , μ і σ . Для ізотропних речовин врахування дисперсії здійснюється через залежності $\varepsilon(\omega)$ і $\mu(\omega)$, де ε і μ комплексні функції частоти

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega) \\ \mu &= \mu_1(\omega) + i\mu_2(\omega) \end{aligned} \quad (10.4a)$$

В окремому випадку, коли $\mu_2 = 0$, рівняння (10.4) для електромагнітних хвиль з урахуванням (10.4a) мають вигляд:

$$\Delta \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{E}} \\ \vec{\mathcal{H}} \end{pmatrix} = -\frac{\omega^2 \mu}{c^2} \left[\varepsilon_1 + i \left(\varepsilon_2 + \frac{4\pi}{\omega} \sigma \right) \right] \begin{pmatrix} \vec{\mathcal{E}} \\ \vec{\mathcal{H}} \end{pmatrix} \quad (10.5)$$

В оптичному діапазоні замість проникностей μ та ε використовують комплексний показник заломлення $\tilde{n} = n_2/n_1 = v_1/v_2 = \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2 / \varepsilon_1 \mu_1}$

$$\tilde{n}(\omega) = n(\omega) + i\kappa(\omega) = \sqrt{\tilde{\varepsilon}(\omega)} \quad (10.6)$$

де його дійсна та уявна частини називаються показниками заломлення $n(\omega)$ та поглинання $\kappa(\omega)$.

Розглянемо окремий випадок, коли електромагнітна хвиля розповсюджується в середовищі вздовж осі z . Для цього підставимо в (10.6) $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \exp\{i\tilde{k}z\}$, де $\tilde{k} = 2\pi\tilde{n}/\lambda = (\omega/c)(n + i\kappa)$ - комплексне хвильове число, й отримаємо закон дисперсії, тобто залежність $\omega(\tilde{k})$

$$\tilde{k}^2 = \frac{\omega^2 \mu}{c^2} \left[\varepsilon_1 + i \left(\varepsilon_2 + \frac{4\pi}{\omega} \sigma \right) \right] \quad (10.7)$$

Використаємо також комплексну провідність $\sigma = \sigma_1 + i\sigma'_2$; тоді, комбінуючи (10.6) та (10.7), отримаємо

$$n^2 - \kappa^2 + i2n\kappa = i \frac{4\pi\mu}{\omega} \sigma', \quad (10.7a)$$

де $\sigma' = \sigma'_1 + i\sigma'_2$, $\sigma'_1 = \sigma_1 + \frac{\omega\varepsilon_2}{4\pi}$ та $\sigma'_2 = \sigma_2 - \frac{\omega\varepsilon_1}{4\pi}$. Відокремивши дійсну та уявну частини в (10.7a), знайдемо корені для n та κ

$$\begin{aligned} n(\omega) &= \sqrt{\frac{2\pi\mu}{\omega} \left(-\sigma'_2 + \sqrt{\sigma'^2_2 + \sigma'^2_1} \right)} \\ \kappa(\omega) &= \sqrt{\frac{2\pi\mu}{\omega} \left(\sigma'_2 + \sqrt{\sigma'^2_2 + \sigma'^2_1} \right)} \end{aligned} \quad (10.7b)$$

Дисперсія виникає внаслідок взаємодії вимушених коливань заряджених частинок, що входять до складу речовини, під дією змінного електромагнітного поля. У класичній електронній теорії Лоренца атоми та молекули середовища моделюються гармонічними невзаємодіючими осциляторами з різними власними частотами ω_0 та коефіцієнтами затухання γ . Відгуком такого середовища на дію електричного поля світлової хвилі ($\vec{\mathcal{E}}$) є вимушені коливання дипольного моменту осцилятора $p = er(t)$, де e та r - заряд та його зміщення. Рівняння руху для дипольного моменту має вигляд

$$\frac{d^2 p}{dt^2} + \gamma \frac{dp}{dt} + \omega_0^2 p = \frac{e^2}{m_0} \mathbf{E}_0 \cdot e^{-i\omega t} \quad (10.8)$$

де p - проекція дипольного моменту на напрямок вектора $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{E}}_0$ - амплітуда електричного поля світлової хвилі, що діє на електрон осцилятора. Окремий розв'язок цього рівняння має такий вигляд

$$p = p_0 \cdot e^{-i\omega t}, \quad p_0 = \frac{e^2}{m_0} \mathbf{E}_0 \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} = \alpha \mathbf{E}_0 \quad (10.9)$$

де α поляризованість осцилятора. Сума дипольних моментів в одиниці об'єму, в якому знаходиться N незалежних осциляторів, дозволяє знайти поляризованість одиниці об'єму $\alpha = \sum p_i / E = \sum \alpha_i = N\alpha_i$ та його діелектричну проникність

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2 = \tilde{n}^2 = 1 + 4\pi N\alpha; \quad (10.10)$$

після підстановки в нього виразу (10.9) для α маємо

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{n}^2 = 1 + \frac{4\pi e^2}{m_0} N \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \quad (10.10a)$$

Квантово-механічна поляризованість ізольованого атома з урахуванням його багаторівневого енергетичного спектра в дипольному (довгохвильовому) наближенні, коли $\vec{k} \cdot \vec{r} \approx kr = 2\pi a/\lambda \ll 1$, визначається на основі обчислення середнього значення дипольного моменту $\langle e\vec{r}(t) \rangle$. Воно здійснюється за допомогою нестационарної теорії збурень. В цьому методі вважаються відомими гамільтоніан ізольованого атома \hat{H}_0 , відповідні власні функції $\psi_n(\vec{r}, t)$ та власні значення E_n :

$$\hat{H}_0 \psi_n(\vec{r}, t) = E_n \psi_n(\vec{r}, t), \quad \psi_n(\vec{r}, t) = \varphi_n(\vec{r}, t) \exp(-i E_n t/\hbar), \quad (10.11)$$

а потенціал збурення $W(\vec{r}, t)$, що діє на електрон в атомі, є

$$W(\vec{r}, t) = e\vec{E} \cdot \vec{r}, \quad \vec{E}(t) = \vec{E}_0 [\exp(-i\omega t) + \exp(i\omega t)], \quad (10.12)$$

Власну функцію нестационарного рівняння Шредінгера

$$[\hat{H}_0 + W(\vec{r}, t)] \psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (10.13)$$

в будь-який момент часу можна записати у вигляді

$$\psi(\vec{r}, t) = \varphi_n(\vec{r}) \exp(-i E_n t/\hbar) + \sum_j C_j(t) \varphi_j(\vec{r}) \exp(-i E_j t/\hbar), \quad (10.14)$$

де коефіцієнти $C_j(t)$ наближено задовольняють рівнянню

$$i\hbar \frac{dC_j}{dt} = \int \varphi_n^* e\vec{E} \cdot \vec{r} \varphi_j \exp(i\omega_{nj} t) d\vec{r} \quad (10.15)$$

де $\omega_{nj} = (E_n - E_j)/\hbar$. Розв'язок цього рівняння має вигляд

$$C_j(t) = \frac{1}{i\hbar} \int e\vec{E} \cdot \vec{r}_{nj} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) e^{i\omega_{nj} t} dt = \frac{e\vec{E} \cdot \vec{r}_{nj}}{\hbar} \left\{ \frac{1 - e^{i(\omega + \omega_{nj})t}}{\omega + \omega_{nj}} - \frac{1 - e^{i(\omega_{nj} - \omega)t}}{\omega - \omega_{nj}} \right\} \quad (10.16)$$

де $e\vec{r}_{nj}$ є матричним елементом дипольного моменту, рівний

$$e\vec{r}_{nj} = \int \varphi_n^* e\vec{r} \varphi_j d\vec{r} \quad (10.17)$$

Звідси, на підставі (10.12), (10.16) та (10.17), отримуємо

$$\begin{aligned} \langle e\vec{r}(t) \rangle &= \int \psi^*(\vec{r}, t) e\vec{r} \psi(\vec{r}, t) d^3\vec{r} = \\ &= \vec{E}_0 e^2 \sum_j |\vec{r}_{nj}|^2 \frac{1}{\hbar} \left(\frac{1}{\omega_{nj} - \omega} + \frac{1}{\omega_{nj} + \omega} \right) (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}). \end{aligned} \quad (10.18)$$

Як видно, дипольний момент атома пропорційний напруженості поля. Тому атомна поляризованість - дипольний момент в одиничному полі визначиться таким співвідношенням

$$\alpha(\omega) = \sum_j \frac{e^2 |\vec{r}_{nj}|^2}{\hbar} \frac{2\omega_{nj}}{\omega_{nj}^2 - \omega^2} \equiv \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_{nj}}{\omega_{nj}^2 - \omega^2} \quad (10.19)$$

де запроваджена безрозмірна величина $f_{nj} = (2m/\hbar^2) \hbar \omega_{nj} |\vec{r}_{nj}|^2$, яка називається *силою осцилятора* для переходу з n-го в j-й стан. Для гармонічного осцилятора сила осцилятора рівна одиниці, тому сила осцилятора характеризує наскільки реальний осцилятор відрізняється від гармонічного осцилятора. Одержаний вираз не працює в околі резонансу

нансних частот: $\alpha(\omega) \rightarrow \infty$ при $\omega = \omega_{nj}$. Це пов'язане з тим, що при розрахунку дипольного моменту ми обмежувались розглядом лише стаціонарних станів атома. Для переходу від стаціонарних станів до квазістаціонарних потрібно хвильову функцію (10.11) помножити на $\exp(-i\gamma_n t)$, де γ_n - стала згасання для стану з індексом n . Тоді формула (10.19) набуває вигляду

$$\tilde{\alpha}(\omega) = \sum_j \frac{e^2 |\vec{r}_{nj}|^2}{\hbar} \frac{2\omega_{nj}}{\omega_{nj}^2 - \omega^2} \equiv \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_{nj}}{\omega_{nj}^2 - \omega^2 - i\gamma_{nj}\omega} \quad (10.19a)$$

де $\gamma_{nj} = \gamma_n + \gamma_j$.

Якщо в одиниці об'єму середовища міститься N таких атомів (осциляторів), то його діелектрична проникність визначиться за формулою

$$\tilde{\epsilon}(\omega) = 1 + 4\pi N \tilde{\alpha}(\omega) = 1 + \frac{4\pi e^2 N}{m_0} \sum_n \sum_j \frac{\rho_n f_{nj}}{\omega_{nj}^2 - \omega^2 - i\gamma_{nj}\omega} \quad (10.20)$$

де ρ_n - ймовірність реалізації початкового стану з номером n .

На відміну від класичної електродинаміки, де сили осциляторів повинні бути цілими числами, у квантовій механіці сили осциляторів можуть бути будь-якими числами, але вони повинні задовольняти правилу сум

$$\sum_j f_{nj} = Z \quad (10.21)$$

де Z - число валентних (оптичних) електронів в атомі.

З формули (10.20) можна отримати дійсну $\epsilon_1(\omega)$ та уявну $\epsilon_2(\omega)$ частини діелектричної проникності, або відповідні вирази для частотних залежностей показників заломлення n та поглинання κ речовини

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1(\omega) &= n^2 - \kappa^2 = 1 + \frac{4\pi e^2 N}{m} \sum_n \sum_j \frac{\rho_n f_{jn} (\omega_{jn}^2 - \omega^2)}{(\omega_{jn}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_{jn}^2 \omega^2}, \\ \epsilon_2(\omega) &= 2n\kappa = \frac{4\pi e^2 N}{m} \sum_n \sum_j \frac{\rho_n f_{jn} \gamma_{jn} \omega}{(\omega_{jn}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_{jn}^2 \omega^2} \end{aligned} \right\} \quad (10.22)$$

котрі дозволяють аналізувати оптичні властивості середовища. Уявна частина діелектричної проникності $\text{Im}(1/\tilde{\epsilon}(\omega))$ характеризує втрати електромагнітної хвилі в речовині. Іноді замість неї використовують оптичну провідність $\sigma_{op} = 4\pi/\omega\epsilon_2(\omega)$, яку за допомогою золотого правила Фермі можна записати у вигляді

$$\sigma_{op} = \frac{4\pi}{\omega\epsilon_2(\omega)} = \frac{\pi e^2}{2m} \sum_k f_k [\delta(\omega - \omega_k) + \delta(\omega + \omega_k)] \quad (10.22a)$$

Співвідношення (10.22) та (10.22a) показують, що будь-які зміни в поглинанні світла в середовищі призводять до змін його оптичних характеристик.

10.3. СПІВВІДНОШЕННЯ КРАМЕРСА-КРОНІГА

Між дійсною $\epsilon_1(\omega)$ та уявною $\epsilon_2(\omega)$ частинами діелектричної проникності $\tilde{\epsilon}(\omega)$ існує функціональний зв'язок, який установлюється дисперсійними співвідношеннями Крамерса-Кроніга

$$\begin{aligned}\varepsilon_1(\omega) &= 1 + \frac{1}{\pi} \wp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon_2(x)}{x + \omega} dx \\ \varepsilon_2(\omega) &= -\frac{1}{\pi} \wp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon_1(x)}{x - \omega} dx\end{aligned}\quad (10.23)$$

де через \wp позначена головне значення інтеграла¹. Для металів у другій формулі Крамерса-Кронига з'являється додатковий член $4\pi\sigma/\omega$ і вона набуває вигляду

$$\varepsilon_2(\omega) = -1/\pi \wp \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_1(x) dx / (x - \omega) + 4\pi\sigma/\omega.$$

Фізично дисперсійні співвідношення Крамерса-Кронига відображають існування жорсткого зв'язку дисперсії світлової хвилі $n(\omega)$ з її поглинанням середовищем $\kappa(\omega)$. На практиці вони дають можливість визначати $n(\omega)$ через значення залежності $\kappa(\omega)$.

У відповідності із загальною теорією будь-яке дисперсійне середовище є поглинаючим, а його дисперсійні співвідношення (10.23) є інтегральним поданням відгуку цього середовища на дію світлового сигналу. Поглинання енергії визначається уявною частиною діелектричної проникності середовища.

10.4. РІЗНОВИДИ ВЗАЄМОДІЇ СВІТЛА З РЕЧОВИНОЮ

Різноманітні та складні процеси взаємодії світла з речовиною можна умовно розбити на два основних різновиди², а саме:

1. зі збереженням енергії світлового кванта;
2. з перетворенням енергії світлового кванта в інші різновиди енергії.

До першого різновиду взаємодії належать процеси розповсюдження, відбивання, пропускання, розсіювання, дифракції, інтерференції світла, обертання площини поляризації та різноманітні форми дисперсії $\omega(k)$. Цей різновид взаємодії світла з речовиною описується за допомогою рівнянь Максвелла при наявності частотних характеристик речовини таких, як $\varepsilon(\omega)$, $\mu(\omega)$, $\sigma(\omega)$ або показника заломлення $n(\omega)$ та відповідних граничних умов.

До другого різновиду взаємодії належать процеси збудження заряджених або незаряджених квазічастинок за допомогою енергії кванта, що поглинається речовиною. Збудження квантами заряджених квазічастинок спричиняє фотоелектронну емісію, генерацію електронно-діркових пар, утворення поляронів або екситонних заряджених комплексів, оже-процесів тощо. Збудження нейтральних квазічастинок – фотонів, екситонів та фононів – призводить до появи люмінесценції та інших різновидів випромінювання, нагрівання речовини тощо. Опис цього різновиду взаємодії світла з речовиною потребує використання не тільки електродинаміки, але й детальної теорії речовини.

10.5. ВЗАЄМОДІЯ ІЗ ЗБЕРЕЖЕННЯМ ЕНЕРГІЇ КВАНТА

Розв'язок конкретних задач розповсюдження світла в речовині потребує використання граничних умов, котрим повинні задовольняти вектори \vec{E} , \vec{H} , \vec{D} , \vec{B} на границі двох середовищ із різними значеннями ε і μ . Ці граничні умови мають такий вигляд:

¹ $\wp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon_2(x)}{x - \omega} dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\int_{-\infty}^{\omega - \varepsilon} + \int_{\omega + \varepsilon}^{\infty} \right] \frac{\varepsilon_2(x)}{x - \omega} dx$

² Це можна, принаймні, зробити для квантів з енергією $\hbar\nu < 0,5\text{MeV}$, коли ймовірність народження пар частинок і анігіляція квантів малоймовірні.

$$\begin{aligned}
\left[\vec{n}(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \right] &= \frac{4\pi}{c} j_s \\
\left[\vec{n}(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \right] &= 0 \\
(\vec{n}\vec{B}) &= 0 \\
(\vec{n}\vec{D}) &= 4\pi\rho_s
\end{aligned} \tag{10.24}$$

де 1 і 2 - індекси середовищ 1 та 2, \vec{n} - нормаль до поверхні, j_s і ρ_s - густини поверхневих струмів та заряду відповідно.

Розглянемо відбиття та заломлення плоскої монохроматичної хвилі на плоскій границі розділу між однорідними середовищами (площина $y = 0$). Нехай падіння відбувається із середовища 1 під кутом φ_i між напрямками розповсюдження \vec{k} та нормалі до поверхні \vec{n} . Застосування граничних умов до границі розділу двох речовин приводить до появи крім хвилі, що падає, ще й відбитої хвилі під кутом φ_r та хвилі, котра проходить у друге середовище під кутом φ_t . Унаслідок повної однорідності в площині xy залежність розв'язків рівнянь поля від цих координат у просторі має бути однаковою. Це означає, що компоненти k_x, k_z хвильового вектора для всіх трьох хвиль – однакові. Звідси витікає, що напрямки розповсюдження всіх хвиль лежать в одній площині (напр., у площині $z = \text{const}$), а завдяки однаковості k_x виконуються закони Снеліуса: $\varphi_i = \varphi_r$ - для відбитої та $\sin(\varphi_i)/\sin(\varphi_t) = (\mu_2\varepsilon_2/\mu_1\varepsilon_1)^{1/2} = n_2/n_1$ для заломленої хвилі, а також формули Френеля для коефіцієнтів відбивання (r) та пропускання (t)³

$$\begin{aligned}
r_{E_n} &= \left(\frac{E_1}{E_0} \right)_n = -r_{H_n} = - \left(\frac{H_1}{H_0} \right)_p = \frac{n_1 \cos \varphi_i - n_2 \cos \varphi_t}{n_1 \cos \varphi_i + n_2 \cos \varphi_t} \\
r_{E_p} &= \left(\frac{E_1}{E_0} \right)_p = -r_{H_p} = - \left(\frac{H_1}{H_0} \right)_n = \frac{n_2 \cos \varphi_i - n_1 \cos \varphi_t}{n_2 \cos \varphi_i + n_1 \cos \varphi_t} \\
t_{E_n} &= \left(\frac{E_2}{E_0} \right)_n = \frac{z_2}{z_1} t_{H_p} = \frac{2n_1 \cos \varphi_i}{n_1 \cos \varphi_i + n_2 \cos \varphi_t} \\
t_{E_p} &= \left(\frac{E_2}{E_0} \right)_p = \frac{z_2}{z_1} t_{H_n} = \frac{2n_1 \cos \varphi_i}{n_2 \cos \varphi_i + n_1 \cos \varphi_t}
\end{aligned} \tag{10.25}$$

Ці рівняння отримані для напівскінченного середовища. Індекси n і p визначають поляризацію: $E_n \perp$ а $E_p \parallel$ площині падіння хвилі відповідно, $z_{1,2} = |E_{1,2}|/|H_{1,2}| = (\mu_{1,2}/\varepsilon_{1,2})^{1/2}$.

З формул Френеля отримують два характерні кути: кут Брюстера φ_B , при якому відбита хвиля повністю поляризована, і кут повного внутрішнього відбивання φ_c

$$\begin{aligned}
\varphi_B &= \arctg \frac{n_2}{n_1} \\
\varphi_c &= \arcsin \frac{n_2}{n_1}
\end{aligned} \tag{10.26}$$

³ Іноді замість амплітудних коефіцієнтів відбиття (r) та пропускання (t) використовують коефіцієнти відбиття (\mathcal{R}) і пропускання (\mathcal{T}) за інтенсивністю; $\mathcal{R} = |E_1|^2/|E_0|^2$, $\mathcal{T} = |E_2|^2/|E_0|^2$. У відповідності із законом збереження енергії $\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$, або якщо враховувати поглинання A , то $\mathcal{R} + \mathcal{T} + A = 1$.

При $\varphi \geq \varphi_c$ уся енергія хвилі, що падає, передається хвилі, що відбивається. Вона не проходить у друге середовище – амплітуда заломленої хвилі експоненціально затухає з коефіцієнтом затухання β (див. також (10.31), (10.32) та задачу 10.20)

$$b = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 \sqrt{\sin^2 \varphi - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \quad (10.27)$$

Коефіцієнт відбиття при нормальному падінні дорівнює

$$\mathfrak{R} = \frac{(n-1)^2 - \kappa^2}{(n+1)^2 - \kappa^2}$$

Оскільки характеристики середовища залежать тільки від координати x , розв'язок граничних задач допускає відокремлення змінних. Наприклад, для хвилі, що розповсюджується вздовж напрямку z , залежність всіх величин від z задається множителем $\exp(ik_z z)$ із постійним значенням k_z . Усі можливі в такій структурі електромагнітні хвилі розділяють на два типи: в одному з них $\mathcal{H}_z = 0$, а в другому $\mathcal{E}_z = 0$. Хвилі першого типу, із суто поперечним магнітним полем, називають ТМ-хвилями (поперечно-магнітними), а другого типу – ТЕ-хвилями (поперечно-електричними).

Розглянемо спочатку ТМ-хвилі. Її x - та y -компоненти з (10.1) при $\vec{j} = 0$ визначаються співвідношеннями

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial y} - ik_z \mathcal{E}_y &= \frac{i\omega\mu}{c} \mathcal{H}_x, \quad -\frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial x} + ik_z \mathcal{E}_x = \frac{i\omega\mu}{c} \mathcal{H}_y, \\ ik_z \mathcal{H}_y &= \frac{i\omega\varepsilon}{c} \mathcal{E}_x; \quad ik_z \mathcal{H}_x = -\frac{i\omega\varepsilon}{c} \mathcal{E}_y; \end{aligned} \quad (10.28),$$

звідки

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x &= \frac{ik_z}{\beta^2} \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x}; \quad \mathcal{E}_y = \frac{ik_z}{\beta^2} \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial y}; \\ \mathcal{H}_x &= -\frac{i\omega\varepsilon}{c\beta^2} \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial y}; \quad \mathcal{H}_y = -\frac{i\omega\varepsilon}{c\beta^2} \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x}; \end{aligned} \quad (10.28a)$$

де запроваджена стала розповсюдження хвилі β ,

$$\beta^2 = \frac{\omega^2 \mu \varepsilon}{c^2} - k_z^2. \quad (10.29)$$

Таким чином, в ТМ-хвилі всі поперечні компоненти $\vec{\mathcal{E}}$ та $\vec{\mathcal{H}}$ визначаються через повздовжню компоненту електричного поля \mathcal{E}_z . Рівняння для визначення цієї компоненти отримується після підстановки другого рядка (10.28) у перше рівняння з (10.1); це дає хвильове рівняння (рівняння Гельмгольца)

$$\Delta_2 \mathcal{E}_z + \beta^2 \mathcal{E}_z = 0 \quad (10.30)$$

(Δ_2 – двовимірний оператор Лапласа).

Аналогічним чином поперечні компоненти $\vec{\mathcal{E}}$ та $\vec{\mathcal{H}}$ ТЕ-хвилі визначаються через повздовжню компоненту магнітного поля \mathcal{H}_z :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_x &= \frac{ik_z}{\beta^2} \frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial x}; \quad \mathcal{H}_y = \frac{ik_z}{\beta^2} \frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial y}; \\ \mathcal{E}_x &= \frac{i\omega\varepsilon}{c\beta^2} \frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial y}; \quad \mathcal{E}_y = -\frac{i\omega\varepsilon}{c\beta^2} \frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial x}; \end{aligned} \quad (10.28b),$$

а значення \mathcal{H}_z визначається рівнянням

$$\Delta_z \mathcal{H}_z + \beta^2 \mathcal{H}_z = 0. \quad (10.30a)$$

Розв'язок рівняння (10.30), (10.30a), котрі задовольняють однаковим граничним умовам, називають *модами*.⁴ Приклади основних мод наведені в таблиці 10.1.

Таблиця 10.1. Можливі типи мод

Назва	Мода			β (стала розповсюдження)
ТЕМ	Поперечна електромагнітна	$E_z=0$ $\mathcal{H}_z=0$	$\mathcal{E}_\tau, \mathcal{H}_\tau$	$\beta=\omega(\mu\varepsilon)^{1/2}c^{-1}$
ТЕ	Поперечна електрична	$E_z=0$ $\mathcal{H}_z\neq 0$	$\mathcal{E}_\tau, \mathcal{H}_\tau$	$\beta=i\sqrt{k_z^2-\omega^2\mu\varepsilon/c^2}$
ТМ	Поперечна магнітна	$\mathcal{H}_z=0$ $E_z\neq 0$	$\mathcal{E}_\tau, \mathcal{H}_\tau$	$\beta=i\sqrt{k_z^2-\omega^2\mu\varepsilon/c^2}$
HE або EH	Гібридна	$E_z\neq 0$ $\mathcal{H}_z\neq 0$	$\mathcal{E}_\tau, \mathcal{H}_\tau$	$\beta=i\sqrt{k_z^2-\omega^2\mu\varepsilon/c^2}$

При одночасному розповсюдженні в просторі декількох хвиль вони накладаються одна на одну й може відбуватися інтерференція, що призводить до перерозподілу потоку енергії хвиль у просторі. Амплітуда сумарного коливання в точці спостереження при інтерференції визначається згідно принципу суперпозиції сумою комплексних амплітуд коливань всіх N діючих джерел $\hat{A} = \sum_{j=1}^{j=N} A_j e^{i\varphi_j}$, і тому вона залежить від

фаз окремих коливань φ_j . Інтенсивність, пропорційна квадрату амплітуди сумарного процесу, також залежить від різниці фаз. Наприклад, для двох гармонічних коливань

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi \quad (10.31)$$

де $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ різниця фаз або різниця ходу двох хвиль, що розповсюджуються від цих джерел. Інтерференція хвиль чітко спостерігається тоді, коли різниця ходу променів стає меншою від довжини когерентності хвиль.⁵

Крім інтерференції на границях відбувається дифракція хвиль, що разом з інтерференцією визначає розподіл інтенсивності хвильових процесів в обмежених сере

⁴ Мода коливань (нормальні коливання) (від латинського слова *modus*-міра, засіб, правило) - один із різновидів власних коливань, котрі можуть існувати в коливальних системах з розподіленими параметрами або хвиль, котрі можуть розповсюджуватись в хвильоводах. Моді характеризуються певним просторовим розподілом амплітуд і фаз величин, що коливаються, а також частотою і поляризацією. Моді, котрі розрізняють за структурою поля в поперечному перерізі оптичного хвильоводу (світловоду) або резонатора, називають поперечними модами, а в поздовжньому перетині - поздовжніми модами. Поперечні магнітні хвилі (ТМ-хвилі), мають $\mathcal{E}_z \equiv 0$, а поперечні електричні хвилі (ТЕ-хвилі) мають $\mathcal{H}_z \equiv 0$. Крім того збуджуються також і гібридні хвилі (EH-хвилі), у яких $\mathcal{E}_z \neq 0$ і $\mathcal{H}_z \neq 0$. Індеси при \mathcal{E}_{mn} або при \mathcal{H}_{mn} вказують на число напівхвиль, котрі укладаються вздовж прямокутного хвильоводу. Хвилі \mathcal{H}_{mn} використовуються для передачі сигналів, а \mathcal{E}_{mn} - в резонаторах. Типовими модами діелектричних резонаторів є хвилі EH, коли $\mathcal{E}_z \neq 0$ і $\mathcal{H}_z \neq 0$.

⁵ Довжиною когерентності L називається відстань від джерела вздовж напрямку розповсюдження плоскої хвилі за час когерентності τ_0 ($L=c\tau_0$). Часом когерентності τ_0 називається проміжок часу, на протязі якого один цуг хвиль змінюється іншим цугом, або за який кореляційна функція коливань

$$R(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A_1(t) A_2^*(t-\tau) dt \text{ зменшується в } e \text{ разів.. Амплітуда сумарного коливання визначається за}$$

формулою $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2R(\tau)\cos(\omega\tau)$, де ω - середня частота коливань. За час τ_0 , коли флуктуації змінюють різницю фаз настільки, що кореляційна функція зменшиться в e разів, гармонійні коливання наче "забувають" про свою фазу і квадрат сумарної амплітуди починає визначатись сумою квадратів амплітуд коливання джерел хвиль.

довищах. Ці хвильові явища знайшли широке практичне застосування у оптоелектроніці, коли стали використовуватись такі плівкові системи:

- покриття, що просвітляють оптичні системи й фотоприймачі;
- інтерференційні світлофільтри;
- багат шарові дзеркала;
- оптичні хвилеводи (світловоди) тощо.

10.6. СВІТЛОВОДИ

Взаємодія світла з речовиною із збереженням енергії квантів використовується у світловодах для каналізації енергії світлового сигналу. Світловодами, або *інтегрально-оптичними* хвилеводами, називаються канали для передачі оптичних сигналів. Здебільшого вони побудовані з тонких діелектричних плівок або смужок, в яких за допомогою взаємодії світла з речовиною вдається здійснити направлене розповсюдження електромагнітних хвиль у діапазоні від 0,1 до 10 $\mu\text{м}$ – так званий хвилевідний ефект. Цей діапазон обмежений, головним чином, існуючим частотним діапазоном лазерного випромінювання й властивостями матеріалів, що застосовуються для виготовлення світловодів. Світловоди за своїм призначенням та властивостями дуже схожі на металеві хвилеводи НВЧ діапазону. Проте вони мають і суттєві відмінності, а саме:

- поперечні розміри світловодів повинні бути сумірними з довжиною світлових хвиль (λ) і тому за порядком величини становлять $\sim \mu\text{м}$, тобто в $\sim 10^3 \div 10^4$ разів менші розмірів НВЧ хвилеводів;
- енергія розповсюджується як у світловодах, так і в навколишньому просторі, тоді як у екранованих НВЧ хвилеводах уся енергія розповсюджується лише всередині хвилеводів;
- на відміну від НВЧ діапазону, в якому антени, що використовуються для генерації хвиль, мають малі апертури, в оптичному діапазоні лазерні джерела генерації електромагнітних хвиль мають великі апертури, що змінює умови збудження хвиль у світловодах.

Механізм каналізації електромагнітних хвиль зв'язаний з явищем *повного внутрішнього відбиття світла*, коли світло відбивається від границі матеріалу з меншою густиною при кутах падіння більших критичного кута ($\varphi > \varphi_c = \arcsin(n_s/n_i)$, де n_i – показник заломлення речовини хвилеводу, n_s – показник заломлення речовини підкладки, n_c – показник заломлення речовини, що покриває хвилевід.

Конструктивно інтегрально-оптичні хвилеводи виконуються *планарними* або *смужковими* і характеризуються товщиною d та сумірною з d шириною w . На рис.10.1

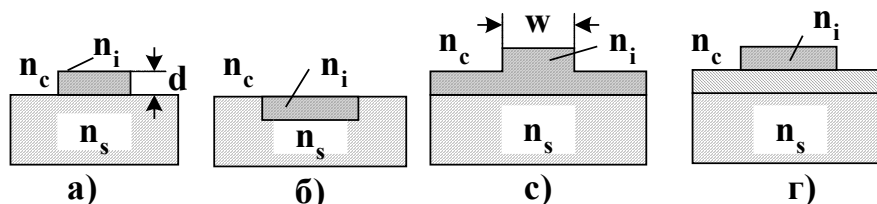


Рис.10.1. Поперечні перерізи світловодів: а) піднятого, б) зануреного, в) гребінчастого, г) складного.

зображені поперечні перерізи світловодів, котрі найбільш часто використовуються в оптоелектроніці і інтегральній оптиці.

Речовина, із якої виготовляються світловоди, може мати різний по товщині атомний склад, тобто в ній з'являється градієнт показника заломлення. Крім того, краї реальних світловодів розмиваються в процесі їх виготовлення й стають не різкими

(див. главу 1). Тому *реальні інтегрально-оптичні хвилеводи є тривимірними системами*.

Для аналізу їх роботи необхідно розв'язувати рівняння Максвелла з урахуванням просторового розподілу оптичних властивостей речовин $n(r)$, із яких побудовані світловоди. Світловоди мають такі особливості:

- *власні хвильові моди* з дискретним спектром фазових швидкостей і *випромінювальні моди*, котрі залежать від показників заломлення n_i , n_s , n_c і кута падіння φ ;
- резонансний зв'язок хвильових мод декількох світловодів;
- залежність ефективного показника заломлення від ефективної товщини світловоду.

Ми обмежимося якісним розглядом плоского прямокутного світловоду, котрий складається з тонкого шару речовини товщиною d із показником заломлення n_i . Світловод знаходиться на підкладці і покритий речовиною з показниками заломлення n_s і n_c такими, що $n_i > n_s \geq n_c$. Коли покривним матеріалом є повітря, то $n_c = 1$. В таблиці 10.2 наведено декілька прикладів показників заломлення матеріалів, що застосовуються в оптоелектроніці.

Таблиця 10.2. Показники заломлення матеріалів оптоелектроніки

Матеріал	λ у мкм	N
SiO ₂ (плавлений кварц)	0.63	1,46
Скло	0.63	1,5...1.6
GaAs	0.90	3,6
LiNbO ₃	0.80	2,19...2.28
Ge	0.69	5,3
Si	0.63	3,8...3.9

Аналіз цієї таблиці показує, що необхідна умова для вибору матеріалів світловодів $n_i > n_s \geq n_c$ може бути виконаною досить просто.

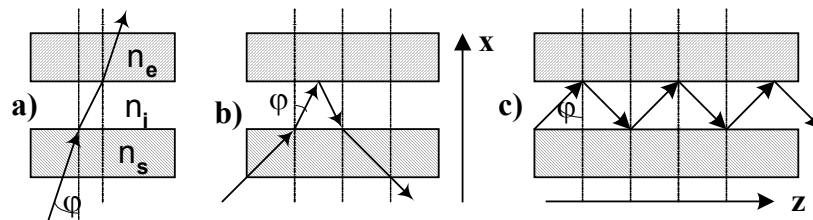


Рис.10.2. Розповсюдження хвильових мод: а) та б)- випромінювальних; в)- не випромінювальних.

Тепер за допомогою геометричної оптики якісно розглянемо плоский прямокутний світловод. На рис. 10.2 наведено три випадки розповсюдження світлового променя в світловоді при малих $\varphi < \varphi_{sc}$, середніх $\varphi_{sc} < \varphi < \varphi_{cc}$ і великих кутах падіння $\varphi > \varphi_{sc}$, φ_{cc} (додатковий індекс 'с' означає, що відповідний кут є кутом повного внутрішнього відбиття для заданого середовища). В першому випадку малих кутів падіння φ , коли кут φ менший критичного кута повного внутрішнього відбиття на границі підкладки і речовини φ_{sc} і відповідного критичного кута для границі розділу з покривною речовиною φ_{cc} , світловий промінь проникає в шар речовини світловоду, проходить крізь нього й виходить у навколишнє середовище. В цьому випадку хвильовидне розповсюдження світла відсутнє, а мода електромагнітної хвилі за таких умов називається *випромінювальною модою*. У другому випадку, коли кут падіння стає більшим за критичний кут падіння на границі з покривною речовиною, виникає ситуація зображена на рис.10.2.б, а мода називається *випромінювальною модою підкладки*. У третьому випадку, коли кут

падіння стає більшим за критичні кути для обох границь, плоска монохроматична хвиля зигзагоподібно розповсюджується вздовж світловоду, тому що на обох границях світловоду має місце повне внутрішнє відбиття. Виникає ситуація, що називається *хвильовою модою*.

Електричне поле моди описується такою функцією

$$E = E_0 \exp[i\omega t + i(bx + \beta z)] \quad (10.31)$$

де ω - частота, $b = kn_i \cos \varphi$ та $\beta = kn_i \sin \varphi$ - проекції хвильового вектора $n_i \vec{k}$ на осі x і z відповідно, $k = 2\pi/\lambda$ - хвильове число. З (10.31) видно, що вздовж осі z розповсюджується біжуча хвиля або *хвильовидна мода* зі сталою розповсюдження β

$$\beta = kn_i \sin \varphi = (\omega/c)n_i \sin \varphi = (2\pi n_i/\lambda) \sin \varphi \quad (10.32)$$

Уздовж осі x вона розповсюджується лише в межах $0 \leq x \leq d$. На границі $x = d$ вона відбивається й рухається вздовж осі x у зворотному напрямку. Падаюча та відбита хвилі інтерферують. Просторовий розподіл моди, котрий утворюється внаслідок інтерференції, залежить від різниці оптичних довжин ходу (різниці фаз) цих хвиль. При кожному проходженні плоскою хвилею плівки планарного світловоду товщиною d у напрямку осі x і після її відбивання та проходження шляху d вздовж осі x у зворотному напрямку відбувається зсув фази

$$\Delta\varphi = b(2d) = 2(2\pi/\lambda)n_i d \cos \varphi + \Delta\delta \quad (10.33)$$

де $\Delta\delta = \delta_c + \delta_s$ додатковий зсув фаз, що утворюється зсувом фаз при відбиванні на нижній (δ_s) і верхній (δ_c) границях світловоду. Зсуви фаз при відбиванні від границь ($\delta_{s,c}$) залежать від показників заломлення й кута падіння.⁶ Якщо зсув фази $\Delta\varphi$ стає кратним 2π , то

$$\Delta\varphi = 2(2\pi/\lambda)n_i d \cos \varphi + \Delta\delta = 2m\pi \quad (10.33a)$$

де m - ціле число або 0, то вздовж осі x на відрізку $0 < x < d$ виникає стояча хвиля з кіль-

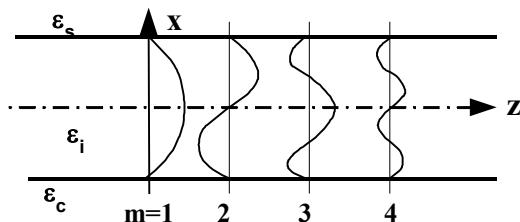


Рис.10.3. Структура мод в одновимірному світловоді.

кістю вузлів, що визначається числом m . Ця умова називається *умовою самоузгодження або умовою поперечного резонансу*. Структура мод в одновимірному світловоді схематично зображена на рис.10.3.

Якщо з умови поперечного резонансу (10.33a) з урахуванням залежності δ_s і δ_c від φ , n_i , n_s і n_c (див. примітку 6), знайти $\Delta\delta$ і підставити у формулу (10.32) для сталої розповсюдження моди вздовж осі z , то можна знайти дисперсійну діаграму $\beta(\omega)$. Дисперсійною діаграмою називається залежність сталої розповсюдження β від частоти ω електромагнітних хвиль, товщини світловоду d і кутів падіння φ . Вона показує, що при даній частоті ω кут φ може мати скінчену кількість значень ($m = 0, 1, 2, \dots, N(\omega)$), тобто в хвильоводі може розповсюджуватись скінченна кількість хвильовидних мод, котрі переносять потік енергії вздовж хвильоводу. Кількість хвильовидних мод $N(\omega)$ залежить від добутку розмірів хвильоводу й різниці показників заломлення, наприклад, для симе-

⁶ Фазові зсуви $\delta_{s,c}$ можна знайти за допомогою формул Френеля. Для TE-хвилі

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_{\perp}}{2} = \frac{\sqrt{n_i^2 \sin^2 \theta - n_s^2}}{n_i \cos \theta}; \quad \operatorname{tg} \frac{\delta_{\parallel}}{2} = \frac{\sqrt{n_i^2 \sin^2 \theta - n_s^2}}{n_i (n_s/n_i)^2 \cos \theta}$$

тричного хвильоводу, коли $n_c = n_s$, від $d(n_i - n_s)$. Зменшення цього добутку можна отримати *одномодовий інтегрально-оптичний хвильовід*, котрий вигідно застосовувати в інформаційних системах. Дисперсійна діаграма дає можливість знайти *дисперсійні криві* $v_{\text{фаз}} = \omega/\beta$ для кожної хвильовідної моди світловоду.

На рис.10.4 зображена типова дисперсійна діаграма (залежність $\beta(\omega)$) для ідеа-

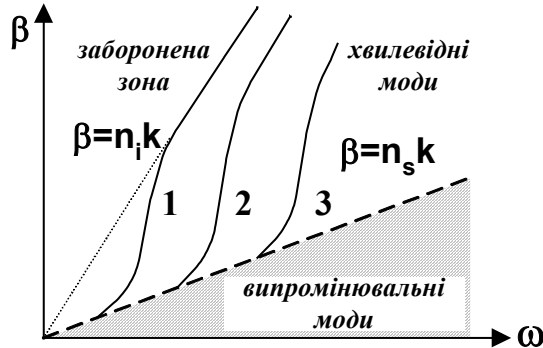


Рис.10.4. Дисперсійна діаграма планарного світловоду для трьох мод $m = 1, 2, 3$.

льного планарного світловоду без врахування омичних втрат і втрат, обумовлених розсіянням світла неоднорідностями речовини і її границь. Видно, що хвильовідні моди існують в області, що знаходиться між прямими $\beta = n_i \omega/c = n_i k$ і $\beta = n_s \omega/c = n_s k$ або в межах $n_c, n_s \leq \beta/k < n_i$. Це означає, що фазова швидкість мод не може бути більшою фазової швидкості плоских хвиль, котрі розповсюджуються в матеріалі підкладки ($v_s = c/n_s$), і не менше фазової швидкості плоских хвиль у речовині хвильоводу ($v_i = c/n_i$). Область, що знаходиться за межами граничних прямих $\beta = (\omega/c)n_s$ і $\beta = (\omega/c)n_i$, є областю неперервного спектра так званих *випромінювальних мод*. Моді, котрі знаходяться вище верхньої граничної прямої називаються *затухаючими або забороненими модами*. В цій області стала розповсюдження стає уявною $\beta = -i\gamma$, тому що при повному внутрішньому відбиванні $\cos \psi = -i(n_i/n_s)(\sin^2 \varphi - (n_s/n_i)^2)^{1/2}$ (див. задачу 10.21).

Кожна хвильовідна мода характеризується не тільки структурою електричного й магнітних полів та поляризацією, але й своєю критичною частотою ω_{cr} , при якій дійсна частина хвильового числа стає рівною нулеві. При $\omega \geq \omega_{cr}$ стає можливим розповсюдження хвиль у хвильоводі. Коли ω наближається до ω_{cr} , фазова швидкість відповідної моди наближається до фазової швидкості в навколишньому просторі і поле в зовнішній області поза хвильоводом при $\omega = \omega_{cr}$ простягається до нескінченності. Така хвиля повинна була б переносити вздовж осі z нескінченний потік енергій, що неможливо. Саме тому ω_{cr} є граничною частотою хвильовідних мод. При $\omega > \omega_{cr}$, $v_{\phi} \rightarrow c/n_i$ і електромагнітне поле фактично локалізується у хвильоводі. Лише для двох, так званих дипольних мод, $\omega_{cr} \rightarrow 0$.

При більш детальному розгляді планарних інтегрально-оптичних хвильоводів потрібно враховувати також те, що світло при повному внутрішньому відбитті частково проникає за межі геометричної границі двох середовищ на певну глибину x_s , як це

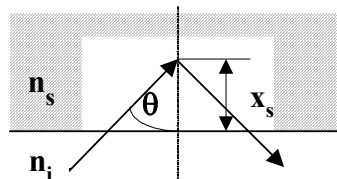


Рис.10.5. Хід променів на границі розділу середовищ із показниками заломлення n_i і n_s .

показано на рис.10.5.

Скінчене значення x_s , величина якого за порядком близьке до довжини хвилі λ , призводить до збільшення ефективної товщини інтегрально-оптичного хвилеводу, так що $d_{ef} > d$. Розрахунки показують, що при $n_s=1,5$, $n_i=1,6$, $(d_{ef}/\lambda)_{min} \sim 1,3$.

Розповсюдження світла в інтегрально-оптичних хвилеводах супроводжується такими явищами:

- затуханням оптичних сигналів,
- релеевським розсіюванням світла,
- поглинанням світла,
- розширенням коротких імпульсів світла,
- нелінійними процесами.

Затухання оптичних сигналів, зв'язане з утратами в діелектрику, може бути враховане введенням комплексної діелектричної сталої $\varepsilon = \varepsilon_l(1 - i \operatorname{tg} \delta)$, де $\operatorname{tg} \delta$ - тангенс кута втрат, котрий залежить від частоти ω . Стала розповсюдження хвильовідних мод може бути наближено оцінена за допомогою співвідношення

$$\beta = 8\pi^3 \frac{d^3}{\lambda^3} \frac{1}{n_i^2} \left(1 - \frac{1}{n_i^2} \right) \operatorname{tg} \delta \quad (10.35)$$

Затухання залежить також і від розсіювання світла неоднорідностями речовини і її границь, що викликає передачу енергії від одних мод іншим. Розрахунки показують, що коефіцієнт утрат, котрий залежить від коефіцієнта затухання, пропорційний середній квадратичній шорсткості границь.

На різних викривленнях світловодів також відбуваються втрати енергії. Вони виникають із двох причин:

1. по-перше, частина енергії випромінюється в навколишнє середовище, тому що при відсутності таких утрат швидкість світла на великих відстанях від центру кривизни світловоду повинна була бути більшою, ніж у вакуумі,
2. по-друге, в залежності від радіуса кривизни змінюється картина мод, тобто відбувається перерозподіл енергії. Цей ефект стає суттєвим, коли радіуси кривизни наближаються до довжини хвилі.

Релеевське розсіювання відбувається на “заморожених” флуктуаціях густини речовини світловода та мікродофектах, розміри яких сумірні з довжиною хвилі, що розсіюється.

Поглинання світла зв'язано із збудженням відповідних електронних переходів у речовині світловоду. Тому для побудови інтегрально-оптичних хвилеводів необхідно використовувати прозорі структурно однорідні матеріали та з гладкими границями. Підбором матеріалів із певним градієнтом показника заломлення по товщині інтегрально-оптичних хвилеводів вдається зменшувати втрати при розповсюдженні в них сигналів. Технологія їх виготовлення повинна бути сумісною з технологією виготовлення інших елементів ІМС. Сучасна технологія дозволяє виготовляти світловоди з низькими втратами $\sim 0,154 \text{ дБ} \cdot \text{см}^{-1}$ для світла з довжиною хвилі $\lambda = 1,55 \text{ мкм}$ та $\sim 10^{-1} \div 10^{-3} \text{ дБ} \cdot \text{см}^{-1}$ для світла з довжинами хвиль в інтервалі від 2 до 11 мкм.

Причиною розширення коротких імпульсів є різниця групових швидкостей різних мод або *міжмодова дисперсія*. Вона залежить від $n_i(\omega)$ - матеріальної дисперсії речовини хвилеводу і хвильовідної дисперсії - залежності групової швидкості моди від довжини її хвилі.

В одномодових хвилеводах переважає матеріальна дисперсія $n_i(\omega)$, яка змінює фазові швидкості окремих складових хвиль короткого імпульсу (хвильового пакета) і цим спотворює імпульс на виході із хвилеводу. Цей ефект відіграє значну роль при ви

користанні довгих світловодів в оптичних лініях зв'язку. В коротких інтегрально-оптичних світловодах їм нехтують.

Малий поперечний перетин інтегрально-оптичних світловодів дозволяє створювати в них інтенсивний потік оптичного випромінювання (до $\sim 10^{10} \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$). При цьому у світловодах виявляються такі нелінійні ефекти:

- вимушене розсіяння світла на наведених хвилею, що розсіюється, збільшує кількість елементарних збуджень (фононів, магнонів, електронів тощо), внаслідок чого збільшується інтенсивність розсіяної хвилі та звужується діаграма направленості її стоксівських та антистоксівських компонентів
- чотирьохфотонні параметричні процеси,
- самофокусування, яке в області аномальної дисперсії дозволяє отримувати надзвичайно короткі ($\tau \sim 10^{-15} \text{ с}$) фемтосекундні імпульси світла,
- інверсію населеності, що дозволяє отримувати підсилення світла й дозволяє використовувати світловоди для створення хвилевідних лазерів та бістабільних елементів.

10.7. ЗБУДЖЕННЯ ХВИЛЬ В ІНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧНИХ ХВИЛЕВОДАХ

Здебільшого поперечні перерізи інтегрально-оптичних хвилеводів більші за діаметр лазерного променя або від іншого джерела світла. Тому виникає потреба узгодження хвилеводів із генераторами хвиль. Метою узгодження є створення таких умов, за яких частоти та хвильові вектори мод генератора (ω_g і k_g), по можливості, були б рівними відповідним параметрам хвилеводів (ω, β).

Розрізняють *поперечні й поздовжні елементи зв'язку*. Прикладом *поперечного елемента зв'язку* є зв'язок за допомогою лінз, як це показано на рис.10.6. Оскільки в такому хвильоводі основна мода TE_0 має просторовий розподіл світла схожий на від-

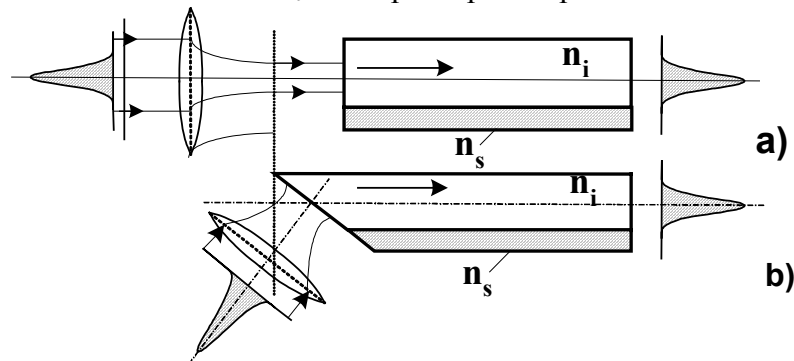


Рис.10.6. Поперечний метод збудження світловодів: а) - із нормальним та б) - скошеним краями.

повідний розподіл світла від лазера, котрий має майже гауссівський розподіл, то така поперечна система досить ефективна. Проте вона не знайшла широкого практичного використання в оптоелектроніці та інтегральній оптиці, тому що потребує точного геометричного узгодження (юстирування)⁷.

Прикладом *поздовжніх елементів зв'язку* є призмові та решіткові елементи. Призмовий елемент зв'язку складається із призми, розташованої біля інтегрально-оптичного хвилеводу, як це зображено на рис. 10.7. На призму падає промінь світла. Він заломлюється в призмі й за рахунок оптичного зв'язку, що встановлюється між

⁷ Юстування (від лат. justus- правильний) – спеціальне регулювання або налагодження оптичних систем, для того, щоб вони найкраще виконували свої функції. Оптимальна установка ліз, призм, діафрагм тощо.

призмою й хвилеводом тоді, коли відстань між ними h стає меншою довжини світлової хвилі ($h < \lambda$), збуджує електромагнітну хвилю у світловоді. Нехай світло під кутом φ падає на поверхню світловоду. Розіб'ємо умовно світловий промінь на три парціальні

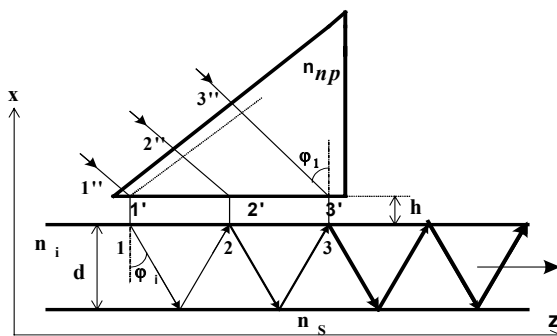


Рис.10.7. Призмовий елемент збудження оптичного хвилеводу.

промені 1, 2, 3. Ці парціальні промені попадають у хвилевід і, коли виконується умова $\varphi > \varphi_c = \arcsin(n_s/n_i)$, у хвилеводі через повне внутрішнє відбиття виникають хвилеводні моди, котрі переносять енергію електромагнітної хвилі вздовж осі z .

Інтенсивна мода виникає лише при виконанні умови синхронізму, згідно якому хвиля E_1 , що розповсюджується у хвилеводі між точками 1 і 2, і хвиля E_2 , що розповсюджується в призмі між точками 2'' і 2', одночасно досягають точок 2 і 2', тобто з однаковою різницею фаз. Нехай промені E_1 і E_2 утворюють кути φ_i із нормаллю до поверхні хвилеводу, а відстань між точками 1' і 2' є a . Тоді різниця фаз $\Delta\delta_i$ для променя E_1 рівна

$$\Delta\delta_i = k_i a \sin\varphi_i = (2\pi n_i/\lambda) \sin\varphi_i$$

а різниця фаз для променя E_2 рівна

$$\Delta\delta_{pr} = k_{pr} a \sin\varphi_i = (2\pi n_{pr}/\lambda) \sin\varphi_i$$

де n_{pr} - показник заломлення речовини призми. За умов синхронізму

$$\Delta\delta_i = \Delta\delta_{pr}$$

$$n_i/\sin\varphi_i = n_{pr}\sin\varphi_i \quad (10.36)$$

Якщо вибрати $n_{pr} > n_i$, то ця умова може бути виконана для будь-якої хвилевідної моди, що визначається кутом φ_i , оскільки $\sin\varphi_i > n_i/n_{pr}$. Така система зв'язку має ефективність більше 90%. Проте вона має суттєві недоліки, пов'язані з необхідністю точного її юстирування і, крім того, вона не може бути виконана за допомогою технології групового виготовлення оптоелектронних інтегральних систем.

Поздовжній решітковий елемент зв'язку зображений на рис.10.8. Він на відмі-

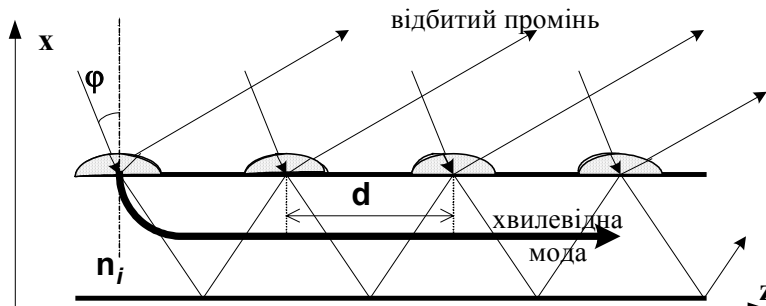


Рис.10.8. Решітковий елемент зв'язку.

ну від призмової системи збудження мод у хвилеводі може виготовлятися за допомогою технології, котра застосовується для виготовлення інтегральних оптоелектронних пристроїв. Падаюча хвиля внаслідок дифракції та інтерференції на періодичній струк-

турі решітки утворює просторовий розподіл поля електромагнітної хвилі. Умовою синхронізації є співвідношення між сталими розповсюдження падаючої хвилі β_0 і хвильовідних мод поблизу дифракційної ґратки β

$$\beta_0 = \beta \quad (10.37)$$

де

$$\begin{aligned} \beta_0 &= (2\pi/\lambda) \sin \varphi \\ \beta &= \beta' + (2\pi/d)m \\ m &= 0; \pm 1; \pm 2; \dots \end{aligned} \quad (10.38)$$

За умови синхронізму крізь плівку в напрямку осі z розповсюджується хвильовідна мода, показана на рис.10.8 жирною лінією. Зв'язок за допомогою решітки використовується на практиці, хоча він має малу ефективність передачі енергії за таких двох причин:

- в області решіткового зв'язку *порушується режим повного внутрішнього відбиття*, котре використовується для формування хвильовідних мод, тому що світловий потік, що падає, декілька разів проходить крізь плівку і розсіюється або поглинається в підкладинці,;
- решітковий зв'язок має *малу дифракційну ефективність*, тому що в цій системі зв'язку, здебільшого, використовуються решітки, яких $d/\lambda \sim 1$, що дозволяє використовувати лише дифракційні пучки малих порядків.

Незважаючи на малу ефективність передачі енергії за допомогою решіткових елементів зв'язку, вони приваблюють практиків тим, що мають такі позитивні якості:

- планарну геометрію, як і більшість мікроелектронних систем,
- легкість виготовлення за допомогою технологій, що застосовуються для виготовлення інтегрально-оптичних і електронно-оптичних елементів,
- відсутність використання додаткового юстування кожної системи,
- можливість створення самоузгоджених елементів зв'язку методами голографії.

10.8. ПЛІВКОВА СПЕЦИФІКА

В оптоелектроніці та інтегральній оптиці застосовуються тонкі шари речовин, в яких спостерігаються специфічні особливості їх оптичних властивостей. Ці особливості оптичних властивостей можна розбити на дві групи:

- *структурну,*
- *функціональну.*

10.8.а. Структурна специфіка

Відомо, що при зменшенні товщин тонких плівок починає змінюватись їх структура. Яскравим проявом таких змін є гранулярність плівок і зв'язане з нею забарвлення навіть металевих плівок. Його причиною не є інтерференція світла в тонких шарах речовини. М. Фарадей, Р. Вуд, Д.У. Релей, Г. Мі, Д. Максвелл-Гарнет та ін. довели, що зміна ефективних оптичних сталих речовини в тонких шарах, внаслідок чого з'являється забарвлення, аномальна прозорість і нові поляризаційні властивості, пов'язані з особливостями розсіянням світла на окремих острівцях плівок. Ці явища дуже схожі на розсіяння світла двовимірними колоїдальними розчинами.

Кожний острівець металевої плівки радіуса a поляризується електричним полем електромагнітної хвилі. Утворюється диполь із поляризованістю α

$$\alpha = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} a^3 \quad (10.39)^8$$

Якщо відстань між металевими острівцями менша довжини хвилі ($a < \lambda$), то за допомогою формули Лоренц-Лоренца можна отримати вираз для ефективної діелектричної сталої

$$\varepsilon_{ef} \equiv (n_{ef} - ik_{ef})^2 = 1 + \frac{4\pi N'\alpha}{1 + \frac{4\pi}{3} N'\alpha} \quad (10.40)$$

де N' - об'ємна концентрація металевих гранул у плівці. Формула (10.40) показує, що ефективні оптичні константи залежать від концентрації острівців, їх розмірів і оптичних сталих матеріалів, з яких утворені острівці. Вона дозволяє *якісно пояснити* оптичні властивості острівцевих плівок, котрі спостерігаються експериментально. Однак для *кількісних* розрахунків вона *не придатна*, тому що не враховує залежність розсіяння світла від форми частинок, вплив поверхневих та поляронних мод, вплив зниження розмірностей на оптичні властивості речовини в 2D та 1D станах двовимірність плівок тощо. Крім структурних змін оптичних сталих та умов розсіяння світла на окремих структурних деталях, у тонких плівках виникають і інші нові властивості. Зокрема, у 1965 р. П.Г. Борзяк із своїми співробітниками відкрив нове явище емісії електронів та квантів світла в тонких металевих острівцевих плівках під дією прикладеної до них напруги від зовнішнього джерела. Однією з вірогідних причин цього явища є розігрів електронів електричним полем, що створюється падінням напруги в плівці. І хоча для остаточного з'ясування механізму емісії електронів та квантів потрібні додаткові дослідження, ці явища намагаються використовувати для розробки нових елементів вакуумної мікроелектроніки, зокрема, як спеціальні емітери електронів.

10.8.б. Функціональна специфіка

Функціональна специфіка полягає в залежності оптичних сталих речовини її дисперсійних властивостей від розмірів зразка. Згідно формули (10.20а) дійсна та уявна частини діелектричної проникності або відповідні їм показники заломлення та поглинання світла залежать від таких фізичних властивостей речовини:

- механізмів релаксації "оптичних" електронів, котрі визначають коефіцієнти згасання γ_{jn} ;
- енергетичної структури, котра визначає набір власних частот ω_{jn} ;
- густини станів;
- ймовірностей переходів між окремими станами, які залежать від відповідних матричних елементів переходів x_{jn} і визначають сили осциляторів f_{jn} тощо.

Електричні та магнітні поля діють на рух заряджених квазічастинок речовини й змінюють її оптичні характеристики. Електричне поле прискорює електрони "елементарних осциляторів", змінює поляризацію та розщеплює енергетичні рівні, внаслідок чого виникають такі ефекти як лінійний ефект Погкельса ($(\Delta n \propto E)$), ефект Керра ($(n_0 - n_e \propto E^2)$), ефект Франца-Келдиша тощо. Магнітне поле індукує магнітний момент та квантує "орбіти носіїв", створюючи рівні Ландау (8 глава), внаслідок чого

⁸ Поляризованість – наведений дипольний момент P у одиничному полі – є розмірною величиною $(\alpha = P/E [см^3])$.

також змінюються оптичні характеристики речовини, зокрема, спостерігається ефект Коттона – Мутона ($n_0 - n_e \propto B^2$) тощо.

У другій главі було показано, що при зменшенні розмірів зразків відбуваються такі зміни їх фізичних властивостей;

- збільшення відносного внеску процесів поверхневого розсіяння носіїв заряду, що змінює середню довжину вільного пробігу, тобто призводить до *класичного розмірного ефекту*;
- поява нових частот поверхневих плазмових резонансів;
- зміна енергетичної структури та густини станів, коли розміри зразка стають сумірними з довжиною хвилі де Бройля і він набуває властивостей, притаманних системам зниженої $2D$ та $1D$ розмірностей, що призводить до появи *квантового розмірного ефекту*.

Ці зміни фізичних властивостей речовини повинні впливати на її оптичні характеристики як у відсутності, так і в присутності електричних та магнітних полів.

10.8.6.1. Класичний розмірний ефект

Спочатку розглянемо метали. Вони мають велику концентрацію "вільних" електронів ($\sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$), які дають основний внесок у діелектричну проникність внаслідок внутрішньозонних переходів. За умов, коли $\omega < \omega_{kp}$ і частоти не настільки великі, щоб глибини скін шару була більшою довжини вільного пробігу, для оптичних параметрів масивних металів можна за допомогою формул (10.10а) отримати формули Друде

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 = n^2 - k^2 &= 1 - \frac{(\lambda/\lambda_p)^2}{1 + (\lambda/\lambda_\tau)^2} \\ \varepsilon_2 = 2nk &= \frac{\lambda^3}{\lambda_p^2 \lambda_\tau} \frac{1}{1 + (\lambda/\lambda_\tau)^2}\end{aligned}\quad (10.41)$$

де $\lambda_p^2 = (2\pi c/\omega_p)^2 = \pi c^2 m/e^2 n$ - плазмова довжина хвилі, ω_p - плазмова частота, n - концентрація вільних електронів, $\lambda_\tau = 2\pi c/\gamma = 2\pi\tau_{ef}$, τ_{ef} - ефективний час релаксації носіїв. Ці формули доведені для масивних металів, у яких основний внесок у діелектричну проникність дають "вільні" електрони. В цьому випадку має місце закон Ома, а функція розподілу носіїв залежить тільки від їх швидкості й враховуються лише внутрішньозонні переходи. Саме тому формули (10.41) справедливі лише для частот менших за характерні частоти речовини, наприклад, менші плазмової частоти $\omega < \omega_p$. Ці умови не завжди виконуються. Вони, наприклад, перестають бути справедливими в близькій інфрачервоній області спектра, тому що при цих частотах можливі міжзонні та плазмові переходи і тому суттєву роль починає відігравати *затухання*.

Згідно формул (10.41) оптичні сталі залежать від електропровідності, яка у свою чергу залежить від розмірів зразка. Коли розміри зразка стають меншими за довжину вільного пробігу носіїв струму ($d < \ell$), починається вплив класичного розмірного ефекту. Зменшується ефективний час релаксації носіїв струму τ_{ef} , тому відбувається зменшення λ_τ , внаслідок чого мають місце відповідні розмірні зміни дійсної (ε_1) та уявної (ε_2) частин діелектричної проникності тобто виникає *розмірна залежність оптичних сталей речовини $n(d)$ та $k(d)$ - класичний розмірний ефект*.

Взаємодія світла з металами супроводжується *скін-ефектом*, котрий полягає в тому, що електричне поле електромагнітної хвилі затухає при її проникненні в провідники. Дійсно, розв'язок рівняння (10.3) є

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \exp \left\{ i\omega \left[t - \frac{x\tilde{n}}{c} \right] \right\}, \quad \tilde{n} = n - i\kappa \quad (10.42)$$

$$\text{де} \quad \tilde{n}^2 = \varepsilon\mu - i \frac{4\pi\mu\sigma}{\omega} \quad (10.42a)$$

Звідси, визначивши дійсну та уявну частини показника заломлення $\tilde{n} = n - i\kappa$, на підставі (10.42) отримаємо

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \exp \left\{ -\frac{\kappa\omega}{c} x \right\} \exp \left\{ i\omega \left[t - \frac{xn}{c} \right] \right\} \quad (10.43)$$

Це означає, що швидкість розповсюдження хвилі в середовищі зменшується до значення c/n , і хвиля затухає - відносно зменшення її амплітуди на довжині $x = \lambda$ дорівнює $\exp(-2\pi\kappa/n)$. Таким чином, *скін-глибина* δ (тобто глибина, на якій електричне поле хвилі зменшується в e разів) дорівнює

$$\delta = \frac{c}{\omega\kappa} \quad (10.44)$$

Для нормальних металів, коли $\mu = 1$ та можна знехтувати величиною $\varepsilon\mu$ у формулі (10.42,а) для комплексного показника заломлення

$$n = \kappa = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\omega}} \quad \text{та} \quad \delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma\omega}} \quad (10.45)$$

Скін-глибина δ безпосередньо пов'язана з поверхневим імпедансом, який визначається за формулою

$$Z = \left(\frac{E(x)}{\int_0^\infty j_x dx} \right)_{x=0}$$

Враховуючи, що $\vec{j} = \sigma\vec{E}$, а також використавши формулу (10.43), отримаємо

$$\int_0^\infty j_x dx = \sigma E(0) / (i\omega\tilde{n}/c) \cong \frac{\sigma E(0)}{(i\omega/c) \sqrt{2\pi\sigma/\omega c} (1+i)}$$

звідки визначаємо поверхневий опір

$$R = \text{Re}(Z) = \sqrt{\frac{2\pi\omega}{\sigma c^2}} \quad (10.46)$$

Порівнюючи вирази (10.45) та (10.46), маємо

$$\delta = \frac{1}{\sigma R} \quad (10.47)$$

Залежність (10.45) для $\delta(\omega, \sigma)$ називається *класичним скін-ефектом*. При високих частотах глибина скін-шару може стати дуже малою. В чистих металах при низьких температурах вона може стати меншою довжини вільного пробігу носіїв заряду ($\delta < l$). При цьому звичайна теорія електропровідності перестає бути придатною, тому що ефективне поле, що діє на носії заряду, швидко змінюється на довжині їх вільного пробігу. Високочастотне електричне поле інтенсивно діє тільки на ті електрони, більша частина вільного пробігу яких відбувається всередині скін-шару. Цю додаткову обставину можна приблизно врахувати, якщо ввести ефективну скін-глибину δ' і врахувати, що лише частина електронів, пропорційна δ'/l , бере ефективну участь в електропровідності, тобто, що $\sigma' = \zeta(\delta'/l)\sigma$, де ζ - число. Згідно (10.45) приповерхневий шар із такою провідністю має скін-глибину

$$\delta' = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma'\omega}} = \frac{c}{\sqrt{2\pi\zeta(\delta'/\ell)\sigma\omega}} \quad (10.48)$$

З (10.48) можна визначити ефективну глибину скін-шару δ'

$$\delta' = \left(\frac{c^3 \ell}{2\pi\zeta\sigma\omega} \right)^{1/3} \quad (10.48a)$$

та ефективну провідність приповерхневого шару σ'

$$\sigma' = \frac{1}{\omega^{1/3}} \left(\frac{\zeta c \sigma}{2\pi \ell} \right)^{2/3} \quad (10.48b)$$

Таким чином, скін-глибина (10.48a) та електропровідність приповерхневого шару (10.48b) при високих частотах та низьких температурах, коли $\delta < l$, по іншому залежать від частоти та провідності масивної речовини. Ця явище називається *аномальним скін-ефектом*. В умовах аномального скін-ефекту поверхневий імпеданс, який безпосередньо зв'язаний з δ' та σ' , також по-іншому залежить від частоти:

$$R_{an} = (2\pi\omega/\sigma'c^2)^{1/2} = \{2\pi\omega/\sigma c^2 \zeta(\delta'/\ell)\} \sim (\omega^2 \ell/\sigma)^{1/3} \quad (10.49)$$

В умовах аномального скін-ефекту формули Друде можна використовувати в тому разі, якщо λ_τ замінити на λ'_τ

$$\frac{1}{\lambda'_\tau} = \frac{1}{\lambda_\tau} - \frac{3}{8} \left(\frac{v_F}{c} \right) \left(\frac{1}{\lambda_0} \right) (1-p) \left[1 + ch^2 \left(\frac{2\pi d}{\lambda_0} \right) \right] \quad (10.50)$$

Таким чином, в умовах класичного розмірного ефекту зменшення товщини зразків супроводжується зменшенням часу релаксації носіїв струму $\tau \sim l/\lambda_\tau$, що призводить до зменшення оптичних констант n і κ . Такий ефект спостерігається експериментально, якщо при цьому не змінюється структура плівок.

10.8.6.2. Плазмові резонанси

Крім уже розглянутих внутрішньозонних переходів у твердих тілах відбуваються й інші процеси: міжзонні переходи, збудження колективних поверхневих і об'ємних коливань твердотільної плазми. В цьому разі до комплексної діелектричної проникності, що визначає внутрішньозонні переходи (ε_i), потрібно додати комплексну діелектричну проникність (ε_b), котра описує внесок міжзонних переходів або колективних збуджень $\varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_b$. Міжзонні переходи та колективні збудження відбуваються при певних енергіях квантів, що поглинаються речовиною. Поглинання впливає на дисперсійні залежності $n(\omega)$ і $\kappa(\omega)$. У спектрах відбивання та пропускання з'являються особливості (екстремуми) на частотах, котрі визначаються енергією збудження. Наприклад, навіть формули Друде дають можливість оцінити область появи немонотонностей залежностей $\varepsilon_1(\omega)$ і $\varepsilon_2(\omega)$, якщо в них підставити значення λ_p і λ_τ

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \left(\frac{1}{1 + (\omega\tau_{ef})^{-2}} \right) \\ \varepsilon_2 &= \frac{\omega_p^2}{\omega^3 \tau_{ef}} \left(\frac{1}{1 + (\omega\tau_{ef})^{-2}} \right) \approx \frac{\omega_p^2}{\omega^3 \tau_{ef}} \end{aligned} \quad (10.50)$$

В цих формулах ω_p може бути частотою об'ємних ω_v або поверхневих $\omega_s = \omega_v(1+\varepsilon_0)^{-1/2}$ плазмонів, де ε_0 - діелектрична проникність середовища, що оточує метал. Плазмові резонанси і їх вплив на оптичні характеристики речовини дійсно були знайдені експериментально.

10.8.б.3. Квантовий розмірний ефект

При товщинах менших довжини хвилі де Бройля ($\lambda_D > d$), має місце квантовий розмірний ефект. Зони розбиваються на розмірні підзони, змінюються енергетичний розподіл густини станів, заповнення електронами окремих розмірних підзон та час релаксації. У спектрах поглинання з'являються особливості, котрі виникають внаслідок електронних переходів між окремими розмірними підзонами, як це видно на схематичному рис.10.9. Їх інтенсивності залежать від хвильових функцій системи, які визначають матричні елементи переходів x_{kn} і згідно формул (10.19) та (10.22) сили осциля-

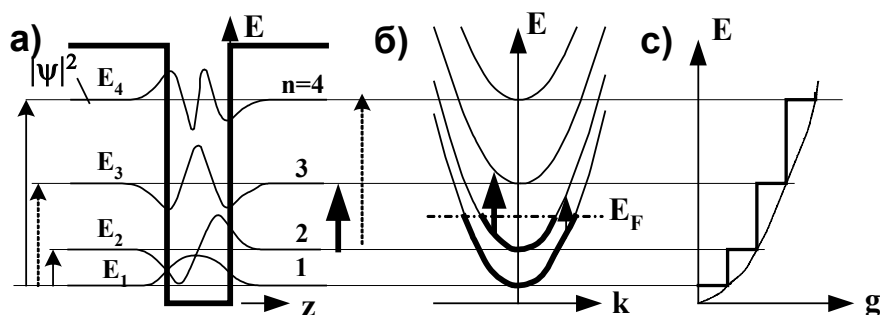


Рис.10.9. Схема переходів між розмірними підзонами у квантовій ямі: а) - яма; б) - структура зон $E(k)$; с) - густина 2D станів (пунктир - 3D стани).

торів, а також від заповнення розмірних підзон та часу релаксації носіїв. Усе це впливає на оптичні характеристики речовини в тонких шарах. Матричні елементи залежать від форми та розмірів потенціальної ями, поляризації світла та типу переходів. Зокрема, для прямокутної потенціальної ями з нескінченними стінками енергії екстремумів окремих розмірних підзон визначаються за формулою (2.25):

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} n^2$$

Дозволені переходи між ними (коли $x_{kn} \neq 0$) мають місце, коли вони відбуваються між підзонами з парними та непарними квантовими числами (n), наприклад, між 1 та 2, 1 та 4 тощо або 2 та 3, 2 та 5 тощо. Інтенсивність відповідних ліній поглинання залежить також від кількості можливих переходів, яка залежить від заповнення носіями відповідних підзон, тобто від густини станів, положення рівня Фермі тощо. Заповнення підзон можна змінювати температурою, рівнем легування, інжекцією тощо. Характерною ознакою напівпровідників є міжзонне поглинання світла, коли енергія його квантів витрачається на збудження носіїв із валентної зони в зону провідності. Цей різновид поглинання світла чітко проявляється у бездомішкових напівпровідників у відсутності сильних полів. Він розпізнається по наявності *краю власного поглинання* - граничної енергії кванта, при якій $\hbar\omega_m = E_g$. Проте слід нагадати, що на вигляд спектра поглинання поблизу краю власного поглинання впливає виродження діркових зон, їх розщеплення внаслідок спин-орбітальної взаємодії, наявності екситонів, домішкових зон тощо. Квантовий розмірний ефект впливає особливо сильно на спектр

поглинання біля краю власного поглинання. Насамперед він зсуває край власного поглинання в короткохвильову (синю) область спектра, тому що він визначається енергією кванта, яка повинна бути достатньою, щоб збудити електрон із валентної розмірної підзони в незаповнену розмірну підзону зони провідності. На рис.10.10 схематично зо

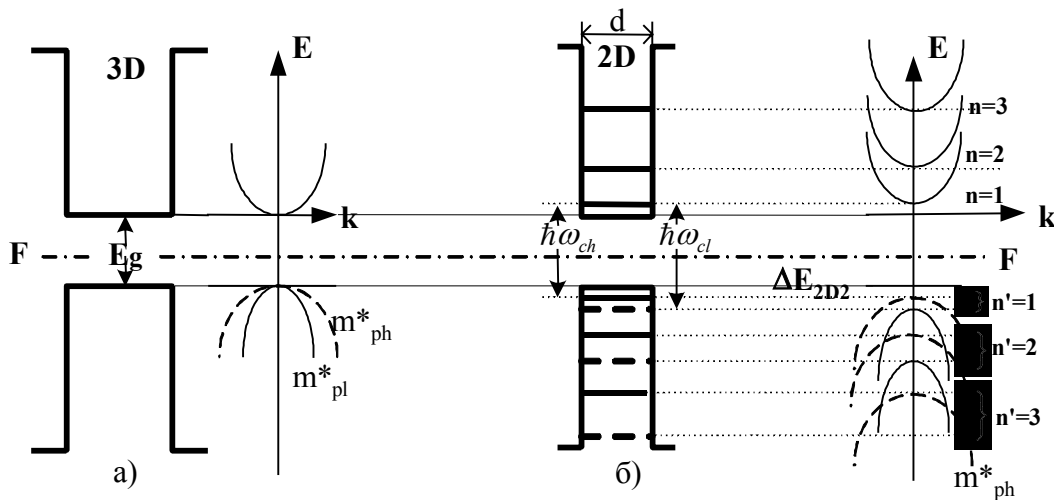


Рис.10.10. Енергетичні схеми напівпровідника: а) - 3D; б) - 2D для легких (—) та важких (---) дірок.

бражені розмірні підзони обох зон (провідності і валентної при нехтуванні спін-орбітальним розщепленням) для 2D випадку, коли потенціальна яма прямокутна з майже нескінченними стінками. Видно, що край поглинання збільшується по відношенню до 3D випадку на відповідні величини зсуву розмірних підзон. Для важких та легких дірок він становить $\hbar\omega_{ch} = E_g + \frac{\pi^2\hbar^2}{2d^2} \left(\frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_{vh}} \right)$ та $\hbar\omega_{cl} = E_g + \frac{\pi^2\hbar^2}{2d^2} \left(\frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_{vl}} \right)$ відповідно,

тобто $\hbar\omega_{ch} < \hbar\omega_{cl}$ (m_c, m_{vh} та m_{vl} – ефективні маси електронів, важких та легких дірок). Правила відбору дозволяють переходи з однаковими квантовими числами n та n' , переходи з різними квантовими числами заборонені. Найбільш чітко ці властивості повинні проявлятися для прямих переходів при $k = 0$, а при $k \neq 0$ відбувається змішування і цей ефект буде проявлятися менш чітко. У системах зниженої розмірності (2D, 1D та 0D) згідно §2.6 суттєво змінюється також густина станів. Вона стає більш локалізованою біля енергій, що збігаються з енергіями розмірних підзон, що також впливає на оптичні властивості систем зниженої розмірності, зокрема, біля краю власного поглинання. Крім особливостей поведінки краю власного поглинання в умовах квантового розмірного ефекту, у спектрі поглинання можуть з'являтися особливості, котрі створюються переходами між розмірними підзонами з більшими квантовими числами; вони також зображені стрілками на рис.10.10 (праворуч від прямокутної потенціальної ями). Також відомо, що поглинання світла при прямих переходах без участі фононів, коли при переході не відбувається зміни квазіімпульсу ($\Delta\hbar k = 0$), є більш імовірним по відношенню до прямих переходів. Це означає, що при зниженні розмірності у зразках непрямоzonних напівпровідників, таких як алмаз, Si, SiC, G, AlAs, GaP тощо, з'являється можливість прямих переходів між розмірними підзонами при поглинанні квантів світла, що відкриває можливість використання більш широкого кола напівпровідників для побудови інжекційних лазерів із квантовими розмірними шарами [10].

7.10.6.4. Край поглинання в електричному полі

Електричне поле з напруженістю \mathcal{E} діє на носії заряду, внаслідок чого змінюється потенціал системи, що змінює енергетичний спектр та густину станів системи. Ці зміни є найбільш сильними, коли система знаходиться у стані зниженої розмірності, тому очікуються зміни їх оптичних властивостей у стані зниженої розмірності біля краю власного поглинання. Розглянемо окрему одновимірну прямокутну яму шириною $d \leq \lambda_D$ з нескінченими стінками. У відсутності електричного поля ($\mathcal{E} = 0$) в ній виникають розмірні підзони з енергіями в екстремумах

$$E_i^v = \pi^2 \hbar^2 v^2 / 2m_i d^2; \quad v = 1, 2, \dots; \quad m_i = m_c, m_v \quad (10.51)$$

Коли в такій ямі створити однорідне електричне поле $\vec{E}(0, 0, \mathcal{E})$, то відповідні значення енергії визначаються на підставі розв'язку одновимірного рівняння Шредінгера

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_i} \frac{d^2}{dz^2} - e\mathcal{E}z \right] \psi(z) = E\psi(z) \quad (10.52)$$

з граничними умовами

$$\psi(0) = \psi(d) = 0 \quad (10.52a)$$

(точний розв'язок цієї задачі див. Задача 10.28). Для наближеної оцінки змін енергетичного спектру використаємо правила квантування Бора-Зоммерфельда, які у випадку $E > 0$ мають вигляд

$$\int_0^d \sqrt{2m_i(E + e\mathcal{E}z)} dz = \pi \hbar v. \quad (10.53)$$

Звідси для визначення $E_i^v(\mathcal{E}) > 0$ маємо рівняння

$$\frac{2\sqrt{2m_i}}{3e\mathcal{E}} \left[(E + e\mathcal{E}d)^{3/2} - E^{3/2} \right] = \pi \hbar v, \quad \text{або} \quad E = \left(\frac{3\pi \hbar v e \mathcal{E}}{2\sqrt{2m_i}} \right)^{2/3} f\left(\frac{e\mathcal{E}d}{E}\right), \quad (10.54)$$

де

$$f(x) = \left[(1+x)^{3/2} - 1 \right]^{-2/3}. \quad (10.54a)$$

У випадку відносно малих значень напруженості електричного поля, коли $e\mathcal{E}d/E_i^v \ll 1$ і функція $f(x)$ має розвинення

$$f(x) = \left(\frac{2}{3x} \right)^{2/3} \left(1 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{16}x^2 + O(x^3) \right),$$

що дає для найменших значень $E_i^1(\mathcal{E})$

$$E_{c,v}^1(\mathcal{E}) = E_{c,v}^1(0) \pm \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_{c,v} d^2} - \frac{1}{2} e\mathcal{E}d \pm \frac{3}{24} m_{c,v} \left(\frac{e\mathcal{E}d^2}{\pi \hbar} \right)^2 \quad (10.55)$$

і для енергії краю власного поглинання отримуємо

$$\hbar \omega_m = E_c^1(\mathcal{E}) - E_v^1(\mathcal{E}) = E_g + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2d^2} \left(\frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v} \right) + \frac{1}{8\pi^2} (m_c + m_v) \frac{(e\mathcal{E}d^2)^2}{\hbar^2} \quad (10.56)$$

тобто, однорідне електричне поле зсуває край власного поглинання в область менших енергій квантів на величину пропорційну квадрату напруженості електричного поля. Цей ефект називається квантовим розмірним ефектом Штарка.

Як видно із (10.54), при значенні напруженості електричного поля

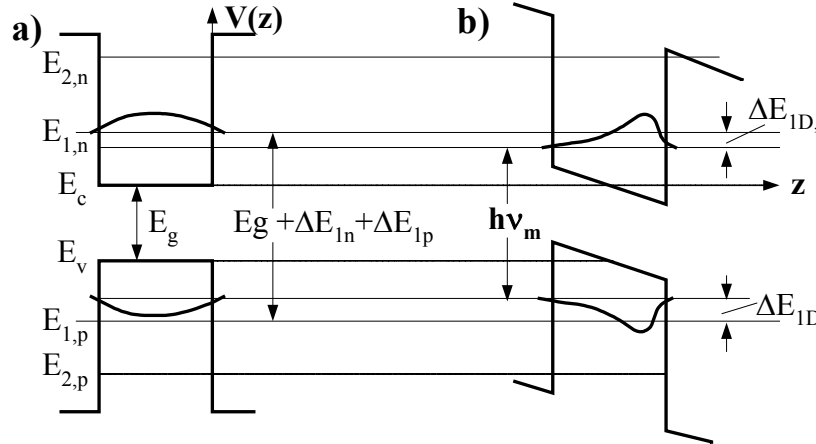


Рис.10.11. Енергетичні діаграми прямокутної потенціальної ями: а) – $\mathcal{E} = 0$ та б) – $\mathcal{E} \neq 0$.

Показано як змінюється край власного поглинання у електричному полі.

$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1^i = \frac{9}{4ed} E_1^i$ положення найнижчого енергетичного рівня $E=0$, і при $\mathcal{E} > \mathcal{E}_1^i$ правила квантування Бора-Зоммерфельда змінюються на

$$\int_{z_0}^d \sqrt{2m_i(E + e\mathcal{E}z)} dz = \pi\hbar(\nu - 1/4), \quad \nu = 1, 2, \dots \quad (10.53a)$$

де z_0 – класична точка повороту ($z_0 = -E/e\mathcal{E}$, $E < 0$), а заміна $\nu \rightarrow \nu + 1/4$ обумовлена зміною характеру поведінки хвильової функції $\psi(z)$ в (10.52) поблизу точки повороту z_0 , коли $z_0 > 0$: $\psi(z) \neq 0$ при $0 < z < z_0$.

Із (10.53a) отримуємо

$$E_i^\nu = -e\mathcal{E}d + \left(\frac{3\pi\hbar e\mathcal{E}(\nu - 1/4)}{2\sqrt{2m_i}} \right)^{2/3} = -e\mathcal{E}d \left[1 - \left(\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}} \right)^{1/3} \right] \quad (10.57a)$$

що дає для енергії краю власного поглинання

$$\hbar\omega_m = E_g + \left(\frac{3\pi\hbar e\mathcal{E}(\nu - 1/4)}{2\sqrt{2}} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{m_c^{1/3}} + \frac{1}{m_v^{1/3}} \right) \quad (10.57)$$

На краю поглинання виникають також осциляції коефіцієнта поглинання, зв'язані з відповідною залежністю густини станів від напруженості електричного поля. Дійсно, електричне поле “нахиляє” зони й створює косокутну потенціальну яму, для якої власні хвильові функції є функціями Ейрі. В області дозволених енергій ці функції мають осцилюючий характер:

$\psi_\nu \propto \cos\left(\left(\frac{2}{3}\right)\xi^{3/2} - \left(\frac{1}{4}\right)\pi\right)$, де $\xi = (E + e\mathcal{E}z)(2m_i)^{1/3}/(e\hbar)$. Локальна густина станів, від якої залежить коефіцієнт поглинання, визначається квадратом цих хвильових функцій

$$g_{1D}(E, z) = \sum_k |\psi_k(z)|^2 \delta(E - E_k) \propto \cos^2\left(\frac{2}{3}\xi^{3/2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

і теж має осцилюючий характер.

Залежності $g_{1D}(E)$ зображені на рис.10.12. Видно, що на краю власного поглинання

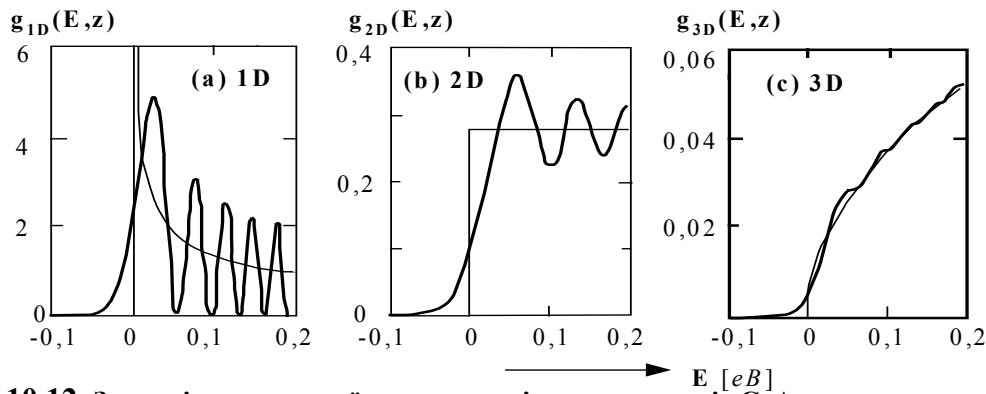


Рис.10.12. Залежність локальної густини станів для електронів GaAs в електричному полі від кінетичної енергії ($g(E, z)$). Тонкими лініями наведені залежності для вільних електронів. Густини станів мають розмірності: $1/eB \cdot \text{нм}$, $1/eB \cdot \text{нм}^2$ та $1/eB \cdot \text{нм}^3$ для 1D, 2D та 3D відповідно.

мають місце коливання локальної густини станів, амплітуди яких зменшуються при переході від 1D до 3D системи. Ці коливання можуть бути використані до вимірювання локальної густини станів за допомогою вимірювання тонкої структури коефіцієнта поглинання поблизу краю, оскільки він пропорційний густині станів.

Залежність коефіцієнта поглинання від напруженості електричного поля для 3D-систем була передбачена в теоретичних роботах 1948 року В. Франца та Л.В. Келдиша. Згодом ця залежність була знайдена експериментально, й ефект впливу електричного поля на коефіцієнт поглинання отримав назву ефекту Франца – Келдиша. Його використовують не тільки для дослідження властивостей напівпровідників, але й для модуляції електромагнітних хвиль.

10.8.6.5. Екситони

У спектрах поглинання 3D напівпровідників біля краю їх, власного поглинання з'являються максимуми екситонного поглинання. Екситон Ваньє-Мотта виникає через кулонівську взаємодію електронів та дірок. Енергія такої взаємодії рівна

$$\Delta E_{ex} = -\frac{e^2}{2r_{ex}} \quad (10.58)$$

де $r_{ex} = a_0 \varepsilon_s m_0 / m_{ex}$ - радіус екситона, $a_0 = \hbar^2 / e^2 m_0$ - радіус Бора, $n=1,2,\dots$ - квантове число, m_{ex} - приведена маса екситону ($m_{ex} = m_c m_v / (m_c + m_v)$), ε_s - діелектрична проникність напівпровідника, яка з'являється у формулі (10.58) тому, що кулонівські сили в напівпровіднику в ε_s разів менші по зрівнянні з вакуумом. Здебільшого екситонні лінії в 3D напівпровідниках спостерігаються при низьких температурах, тому що їх енергії сумірні з енергіями теплового руху при кімнатній температурі. Проте в 2D та 1D напівпровідниках розмір квантових ям стає сумірним із розміром екситону ($r_{ex} = a_0 \varepsilon_s^2 m_0 / m_{ex}$). В цьому разі необхідно одночасно враховувати кулонівську взаємодію електронів та дірок та розмірне квантування. Розрахунки показують, що в 2D просторі енергія екситонів при $n=1$ збільшується майже в 4 рази. У 2D просторі через зменшення радіуса екситона ($r_{ex}^{2D} = r_{ex}^{3D} / 2$) збільшується сила осцилятора екситонного переходу ($f_{ex}^{2D} / f_{ex}^{3D} \propto (r_{ex}^{3D} / r_{ex}^{2D})^3$), що збільшує ефективність поглинання світла на ча

стоті екситонного переходу. В наслідок цього екситонна лінія іноді може з'являтися в спектрах поглинання навіть при кімнатній температурі. Зміни екситонного спектру при переході від 3D до 2D простора показані на схематичному рис.10.13.

Розмірне квантування змінює також час релаксації носіїв, тому що енергетичний інтервал між розмірними підзонами може ставати більшим енергії квантів оптичних фононів. В цьому разі взаємодія з оптичними фононами стає менш ймовірною, що збільшує час релаксації носіїв і впливає на оптичні й фотоелектричні властивості речовини.

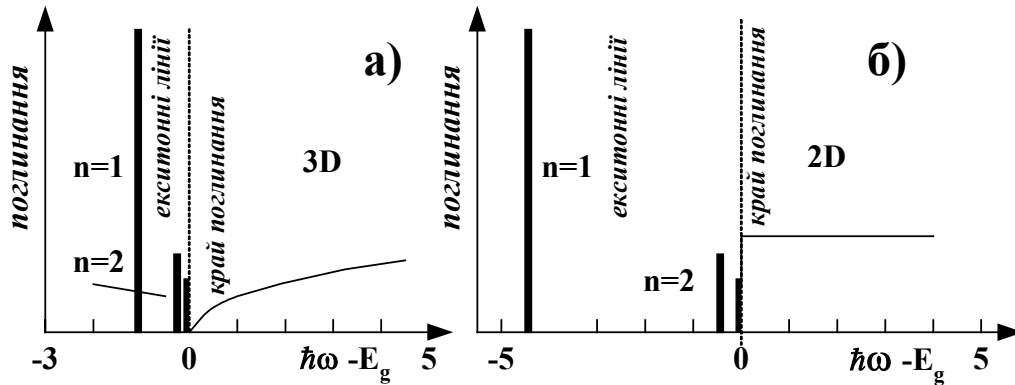


Рис.10.13. Екситонний спектр: а) - 3D та б) - 2D простори.

Нові властивості речовини малих розмірів почали використовуватись для розробок нових оптоелектронних приладів: із квантовими ямами (quantum wells), квантовими нитками (quantum wires) і квантовими точками (quantum dots (boxes)). Зокрема, вдається створювати мініатюрні лазери, в яких використовується рекомбінаційна люмінесценція, та ефективні детектори ІК випромінювання. Інтенсивно вивчаються системи, що складаються з маленьких часточок, в яких можна буде отримувати люмінесценцію у видимій та синіх областях спектра.

10.9. ПІДСУМКИ

Оптичні властивості тонких шарів речовини стали частіше використовуватись в мікроелектроніці, інтегральній оптиці та оптоелектроніці. Їх оптичні властивості при цьому змінюються, тому що змінюється :

- структура речовини у тонкому шарі,
- умови розсіювання носіїв струму (класичний розмірний ефект),
- характер розподілу електричного поля хвиль по глибині (скін-ефект),
- енергетична структура, пов'язана із квантовим розмірним ефектом,
- густина станів, яка залежить від розмірності системи ,
- механізми розсіювання носіїв в умовах зниженої розмірності тощо.

До цього часу на практиці використовувались досить товсті шари речовини, в яких не змінювались їх оптичні властивості. Зараз почали використовувати оптичні властивості 2D, 1D та 0D систем, коли має місце квантовий розмірний ефект. Описані вдалі спроби їх використання для конструювання елементів інтегральної оптоелектроніки, зокрема, мініатюрних лазерів із квантовими ямами, нитками та точками, в яких використовується електричне та оптичне обмеження за допомогою використання властивостей гетеропереходів на основі напівпровідникових сполук $A_{III}B_V$ [6,9,10,11].

10.10. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

10.1. Які позитивні риси забезпечують оптичні ланки в системах зв'язку та обробки інформації?

10.2. За допомогою рівнянь Максвелла отримати повне рівняння хвилі.

Задача 10.2. Запишемо рівняння Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}; \quad (1a)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}; \quad (1b)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 4\pi\rho; \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (1c)$$

Скористаємося матеріальними рівняннями $\vec{B} = \mu \vec{H}$, $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ (σ - комплексна електропровідність) та застосуємо до обох частин рівняння (1b) операцію rot :

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \vec{E} \right) + \frac{1}{c} \operatorname{rot} \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} = 0 \quad (2)$$

Знайдемо $\operatorname{rot}(\partial \vec{H} / \partial t)$ із рівняння (1a) та підставимо його в (2)

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \vec{E} \right) + \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} + \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = 0 \quad (3)$$

За допомогою векторних співвідношень

$$\operatorname{rot}(a\vec{B}) \equiv a \cdot \operatorname{rot} \vec{B} + [\operatorname{grad}(a) \times \vec{B}]; \quad \operatorname{rot} \cdot \operatorname{rot} \vec{A} \equiv \operatorname{grad} \cdot \operatorname{div} \vec{A} - \nabla^2 \vec{A};$$

$$\operatorname{div}(a\vec{B}) \equiv a \cdot \operatorname{div} \vec{B} + \vec{B} \cdot \operatorname{grad}(a); \quad \mu \cdot \operatorname{grad}(1/\mu) = -\operatorname{grad}(\ln \mu)$$

отримаємо

$$\nabla^2 \vec{E} - \operatorname{grad} \cdot \operatorname{div} \vec{E} + [\operatorname{grad}(\ln \mu) \times \operatorname{rot} \vec{E}] - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = 0 \quad (4)$$

У випадку відсутності зарядів ($\rho = 0$) із матеріального рівняння $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ витікає

$$\operatorname{div} \vec{E} = -(\vec{E}/\varepsilon) \operatorname{grad} \varepsilon = \vec{E} \operatorname{grad}(\ln \varepsilon) \quad (5)$$

і тоді (4) дає рівняння

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} + [\operatorname{grad}(\ln \mu) \operatorname{rot} \vec{E}] + \operatorname{grad}(\vec{E} \operatorname{grad}(\ln \varepsilon)) - \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = 0 \quad (4a)$$

яке для однорідного середовища, коли $\operatorname{grad}(\ln \varepsilon) = \operatorname{grad}(\ln \mu) = 0$, (4a) має вигляд

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = 0 \quad (6)$$

а коли $\vec{E}_{rt}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) \exp(i\omega t)$, то

$$\nabla^2 \vec{E} + \frac{\varepsilon\mu\omega^2}{c^2} \vec{E} - i\omega \frac{4\pi\mu}{c^2} \vec{E} = 0 \quad (7)$$

Аналогічно легко отримати відповідні вирази і для магнітного вектора \vec{H} .

10.3. Дайте визначення дисперсії світла та вкажіть, від яких фізичних явищ вона залежить.

10.4. Дайте визначення сили осцилятора.

10.5. Знайдіть сили осцилятора для трьох станів ідеального гармонічного осцилятора із квантовими числами $n = 0, 1, 2$.

Задача 10.5. Указівка: скористайтесь хвильовими функціями лінійного гармонічного осцилятора у такому вигляді: $\psi_0(z) = (z_0^2 \pi)^{-1/4} \exp\{-z^2/2z_0^2\}$; $\psi_1(z) = \psi_0(z) \sqrt{2}(z/z_0)$;

$$\psi_2(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(2(z/z_0)^2 - 1 \right) \right]; \quad z_0 = \sqrt{\hbar/m\omega_0}, \text{ а } \omega_0 - \text{ власна частота осцилятора.}$$

10.6. Проаналізуйте за допомогою моделі Лоренца формула (10.20а) залежність дійсної та уявної частин діелектричної проникності від частоти ω . Оцініть статичну діелектричну сталу ϵ_0 (при $\omega \rightarrow \infty$) та знайдіть вигляд функції втрат ($\text{Im}(-1/\epsilon(\omega))$).

10.7. Користуючись хвильовим рівнянням із задачі 10.2, знайти поверхневий імпеданс Z в 3D нормальному металі (див. також задачу 9.20).

Задача №10.7. Розглянемо напівскінчений металевий зразок, поверхня якого є площиною xy , а вісь z направлена в глибину металу. Поверхневий імпеданс Z визначається відношенням електричного

поля на поверхні зразка до повного струму крізь одиничну площадку $Z = R + iX = E_x(0) / \int_0^\infty j_x(z) dz$. Для

нормального металу струмом зміщення можна знехтувати; тоді рівнянням (7) із задачі 10.2. має вигляд

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = i \frac{4\pi\mu\omega\sigma}{c^2} E_x. \text{ Розв'язком цього рівняння є}$$

$E_x(z) = E_x(0) \exp(-z/\delta_n)$, де $\delta_n = c/\sqrt{2\pi\mu\omega\sigma}$ - скін-глибина, а $\sigma = e^2 n \tau / m$ - питома електропровідність нормального металу. На цій підставі $j_x(z) = \sigma_n \exp(-z/\delta_n)$ і

$$Z = R + iX = (1+i) \sqrt{\frac{2\pi\mu\omega}{c^2\sigma}} = \frac{1+i}{\sigma\delta_n}.$$

10.8. Користуючись хвильовим рівнянням із задачі 10.2, знайти показники заломлення n і затухання κ для металу, в якому розповсюджується монохроматична хвиля з циклічною частотою ω .

Задача №10.8. Рівняння (7) із задачі 10.2 $\nabla^2 \vec{E} - \tilde{A}^2 \vec{E} = 0$, де $\tilde{A}^2 = \frac{\mu\omega^2}{c^2} \left(\epsilon - i \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right)$, описує

хвилю $\vec{E} = \vec{E}(0) \exp(i\omega t - i\tilde{A}r)$, що розповсюджується в середовищі з комплексним показником заломлення $\tilde{n}^2 = \mu\tilde{\epsilon}$, $\tilde{\epsilon} = \epsilon - i(4\pi\sigma/\omega)$. Таким чином, фазова швидкість хвилі визначається як

$\tilde{v} = c/\tilde{n} = c/\sqrt{\mu\tilde{\epsilon}}$, дійсна n та уявна κ частини комплексного показника заломлення $\tilde{n} = n - i\kappa$ визначаються із системи рівнянь

$$\begin{cases} n^2 - \kappa^2 = \mu\epsilon \\ 2n\kappa = \mu \frac{4\pi\sigma}{\omega} \end{cases}$$

$$n^2 = \mu \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\epsilon^2 + 4 \left(\frac{2\pi\sigma}{\omega} \right)^2} + \epsilon \right\}; \quad n^2 \kappa^2 = \mu \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\epsilon^2 + 4 \left(\frac{2\pi\sigma}{\omega} \right)^2} - \epsilon \right\};$$

10.9. Користуючись результатами рішення попередньої задачі, знайти скін-глибину в масивній міді в трьох діапазонах довжин хвиль: у НВЧ-діапазоні, $\lambda = 3$ см; в ІК-діапазоні, $\lambda = 5$ мкм та в видимій області, $\lambda = 0,5$ мкм.

Задача №10.9. В міді електропровідність $\sigma_{Cu} = (1/1,68 \cdot 10^{-8}) \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1} = 5,4 \cdot 10^{17} \text{ с}^{-1}$. Тоді $2\pi\sigma\omega^{-1} = 2,2 \cdot 10^7 \lambda$, і скін-глибина $\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\mu\omega\sigma}}$ дорівнює: для $\lambda = 3$ см $\delta = 1$ мкм, для $\lambda = 5$ мкм, $\delta = 0,03$ мкм і

для $\lambda = 0,5$ мкм; $\delta \sim 11,2$ нм.

10.10. Оцінити, при яких частотах починає грати роль аномальний скін-ефект у масивному натрію, у якого питомий опір $\rho = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ мк} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м}$ і енергія Фермі $E_F = 3,12 \text{ еВ}$.

Задача 10.10. Аномальний скін-ефект починає грати роль тоді, коли $\ell > \delta$, ℓ - довжина вільного пробігу носіїв, а $\delta = c/\sqrt{2\pi\mu\omega\sigma}$ - скін-глибина. Величина ℓ визначається як $\ell = v_F \tau$, де v_F - швидкість при енергії Фермі E_F , а час релаксації пов'язаний із провідністю співвідношенням $\sigma = ne^2\tau/m$.

Концентрація електронів у металі n визначається з $n = \frac{2}{(2\pi)^3} \int_{|k| \leq k_F} d^3k = \frac{2m^3}{3} \frac{v_F E_F}{\hbar^3 \pi^2}$. Таким чином,

$$\ell = \frac{3\pi^2 \hbar^3 \sigma}{2e^2 \pi m E_F} > \frac{c}{\sqrt{2\pi\mu\omega\sigma}}; \quad \text{звідки } \nu = \frac{\omega}{2\pi} \geq 1,5 \cdot 10^{12} \text{ Гц}.$$

Аномальний скін-ефект виявляється в Na при частотах $\nu > 100 \text{ ГГц}$, або при довжинах хвиль $\lambda < 0,2 \text{ мм}$.

10.11. Як змінюється частотна залежність поверхневого опору (активної частини поверхневого імпедансу) в умовах аномального скін-ефекту?

Задача 10.11. В умовах аномального скін-ефекту $\ell > \delta$. Це означає, що електричне поле діє на електрони лише в тонкому шарі товщиною δ_{ef} , і тому $\sigma_{ef} = \zeta \sigma (\delta_{ef}/\ell)$, де ℓ - довжина вільного пробігу електронів, ζ - множник, що визначає вплив поверхні, δ_{ef} - скін-глибина в умовах аномального скін-ефекту. Використовуючи вираз для скін-глибини із задачі 10.7, отримуємо

$\delta_{ef} = \sqrt{\frac{c^2 \ell}{2\pi\mu\omega\sigma_{ef}\zeta}}$, звідки $R_{an} = \frac{1}{\sigma_{ef}\delta_{ef}} = \left(\frac{\ell}{\sigma}\right)^{1/3} \left(\frac{2\pi\mu\zeta}{c^2}\right)^{2/3} \omega^{2/3}$. На відміну від нормального ефекту, для якого $R \sim \omega^{1/2}$, для аномального скін-ефекту $R_{an} \sim \omega^{2/3}$.

10.12. Skorиставшись результатами попередніх задач, знайти, як поверхневий опір залежить від енергії Фермі різних металів.

Задача 10.12. На підставі результатів розв'язку задачі 10.10 $\ell/\sigma = 3\pi^2 \hbar^3 / (2me^2 E_F)$, звідки, на підставі задачі 10.11, $R_{an} = \left(\frac{3\pi^2 \hbar^2}{2e^2 m}\right)^{1/3} \left(\frac{2\pi\mu\zeta}{c^2}\right)^{2/3} \frac{\omega^{2/3}}{E_F^{1/3}}$.

10.13. Знайти показник заломлення n та поверхневий опір $R = Re(Z)$ мідного зразка, якщо його коефіцієнт відбиття на частоті електромагнітних хвиль $\nu = 3 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ дорівнює $\mathfrak{R} = 0,98$.

Задача 10.13. Згідно формул Френеля коефіцієнт відбиття дорівнює

$$\mathfrak{R} = \frac{|\bar{n} - 1|^2}{|\bar{n} + 1|^2} = \frac{(n + i\kappa - 1)(n - i\kappa - 1)}{(n + i\kappa + 1)(n - i\kappa + 1)} = \frac{(n - 1)^2 + \kappa^2}{(n + 1)^2 + \kappa^2}$$

Користуючись результатами задачі №10.8, за умов, що $\mu = 1$ та $\epsilon\mu \ll 2\pi\sigma/\omega$, (це має місце в НВЧ і ІЧ діапазонах), запишемо $n = \kappa = \sqrt{2\pi\sigma/\omega} = \sqrt{\sigma/\nu} \gg 1$, звідки

$$\mathfrak{R} = \frac{2\frac{\sigma}{\nu} + 1 - 2\sqrt{\frac{\sigma}{\nu}}}{2\frac{\sigma}{\nu} + 1 + 2\sqrt{\frac{\sigma}{\nu}}} \approx 1 - 2\sqrt{\frac{\nu}{\sigma}} + \dots$$

Знаючи \mathfrak{R} , знайдемо $\sigma = \frac{4\nu}{(1 - \mathfrak{R})^2} = \nu \cdot 10^4 = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ $\sigma = \nu \cdot 10^4 = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ та поверхневий

опір $R = \frac{1}{\sigma\delta} = \frac{2\pi}{c} \sqrt{\frac{\nu}{\sigma}} = 2 \cdot 10^{-12} \text{ CGS} = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}$

10.14. Пояснити, чому поверхневий опір міді на частоті 1200 МГц при температурі $T < 80 \text{ К}$ перестає лінійно залежати від $\sigma(T)^{-1/2}$.

Задача 10.14. Поверхневий опір визначається за формулою $R = Re(Z) = (\delta\sigma)^{-1}$, де $\delta = c/2\pi(\nu\sigma)^{1/2}$. $\delta_{Cu}(290\text{K}) = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ см}$. $R_{Cu}(290 \text{ K}) = 9 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-1} \cdot \text{с} = 8,3 \cdot 10^{-3} \text{ Ом} = 8,1 \cdot 10^6 [\text{СГСМ}]$. До тих пір, поки довжина вільного пробігу електронів менша за δ , що, звичайно, має місце при кімнатних температурах, поверхневий опір обернено пропорційний кореню квадратному від питомої електропровідності σ . Дійсно,

$$\ell_{(290\text{ К})} \approx \frac{3\pi^2 \hbar^3 \sigma_{(290\text{ К})}}{2e^2 m E_F} = 26 \text{ нм}; \quad \delta_{(290\text{ К})} = 1900 \text{ нм}; \quad \delta_{(290\text{ К})} \gg \ell_{(290\text{ К})};$$

Зменшення T збільшує ρ міді і її довжини вільного пробігу електронів ℓ . Згідно формули Грюнаїзена (або згідно експериментальним даним¹²) при зниженні температури від 290 К до 80 К σ міді збільшується в 10 разів. Це означає, що довжина вільного пробігу електронів при зниженні температури до 80 К збільшується в 10 разів

$$\ell_{(80\text{ К})} = \ell_{(290\text{ К})} \cdot \sigma_{(80\text{ К})} / \sigma_{(290\text{ К})} = \ell_{(290\text{ К})} \cdot 10 = 260 \text{ нм}$$

а скін-глибина зменшується в $10^{1/2} = 0,32$ і стає $\delta = 600 \text{ нм}$. Коли δ стає сумірною з довжиною вільного пробігу, починається аномальний скін-ефект. В умовах аномального скін-ефекту R_{an} , згідно задачі 10.10, поверхневий опір $R_{an} \sim \sigma^{1/3}$, тобто на залежності $R^{-1} \sim \sigma^{1/2}$ з'явиться злам. Цей злам при збільшенні частоти зсувається в бік більших T і навпаки, при зменшенні частоти – в бік менших T .

10.15. Оцінити повздовжню й поперечну довжини когерентності напівпровідникового квантового генератора, що працює на довжині хвилі $0,8 \text{ мкм}$ із розкидом частот $\Delta\nu = 10^2 \text{ Гц}$. Діаметр дзеркал резонатора $2R = 1 \text{ мм}$, діаметр лазерного променя $D = 1 \text{ мкм}$.

Задача 10.15. $\ell_{\perp} = \lambda / \theta \approx 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ см}; \quad \ell_{\parallel} = c / \Delta\nu = 300 \text{ см}$

10.16. Знайти зв'язок між поверхневим імпедансом і показником заломлення світла.

Задача 10.16. Згідно формул Френеля коефіцієнт відбиття при нормальному падінні визначається через показник $\Re = |\tilde{n} - 1|^2 / |\tilde{n} + 1|^2$. Тоді

$$\Re = \frac{|R_{vac} - Z|^2}{|R_{vac} + Z|^2} = \frac{|R_{vac}/Z - 1|^2}{|R_{vac}/Z + 1|^2}; \quad R_{vac} = \frac{4\pi}{c}; \quad \Re = \left| \frac{4\pi/Z - 1}{4\pi/Z + 1} \right|^2.$$

Порівнюючи між собою першу й останню формули, знаходимо що

$$\tilde{n} = \frac{4\pi}{cZ} = \frac{4\pi}{c(R^2 + X^2)} \{R - iX\}$$

10.17. Які характерні риси мають світловоди і чим вони відрізняються від хвилеводів НВЧ діапазону?

10.18. Знайти просторовий розподіл у смужковому світловоді, зануреному в метал.

Задача 10.18. Згідно зі схематичним рис.10.3 у світловоді в напрямку осі x розповсюджується хвиля $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-i\omega t} e^{ik_z z} (e^{ik_x x} + r e^{-ik_x x})$, де $k = 2\pi n / \lambda$. На границях $x = \pm d$ вона відбивається, тобто $\mathcal{E}(x = \pm d) = 0$. Визначаючи звідси амплітудний коефіцієнт відбивання $r = -\exp(\pm 2ik_x d)$, отримуємо

$$k_x = \frac{\pi m}{2d}, \quad m = 1, 2, \dots \text{ На цій підставі для хвиль, що розповсюджуються вздовж осі } x, \text{ маємо такий вираз:}$$

$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-i\omega t} e^{ik_z z} [\exp(-i\pi m x / 2d) - (-1)^m \exp(i\pi m x / 2d)]$. Таким чином, вздовж осі z розповсюджується біжуча хвиля, а вздовж осі x устанавлюється стояча хвиля.

10.19. Чи можна створити світловод із кремнію, занурений у германій для $\lambda = 0,63 \text{ нм}$?

10.20. Доведіть формулу (10.27)

Задача 10.20. Нехай на границю розділу падає плоска хвиля $\mathcal{E}_0 \exp\{i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega_0 t)\}$ під кутом до нормалі φ . Для відбитої та заломленої хвиль маємо $\mathcal{E}_{01} \exp\{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega_1 t)\}$ та $\mathcal{E}_2 \exp\{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t)\}$. Для виконання граничних умов (10.24) у будь-який момент часу необхідно, щоб $\omega_0 = \omega_1 = \omega_2$ та $k_{1z} = k_{2z} = k_{0z} = (\omega/c) n_1 \sin \varphi$. Запишемо вирази для квадратів хвильових векторів $k_1^2 = k_{1z}^2 + k_{1x}^2 = (\omega/c)^2 n_1^2$ та $k_2^2 = k_{2z}^2 + k_{2x}^2 = (\omega/c)^2 n_2^2$. Комбінуючи ці вирази, знайдемо

¹² Г.Бете і А.Зомерфельд. Электронная теория металлов. ОНТИ НКТП СССР, Ленинград, Москва, 1938, - с.316.

$k_{1x} = (\omega/c)n_1(1 - \sin^2 \varphi)^{1/2}$ та $k_{2x} = (\omega/c)n_1((n_2/n_1)^2 - \sin^2 \varphi)^{1/2}$. Звідки стала розповсюдження хвилі, що пройшла у середовище з показником заломлення n_2 , описується виразом.

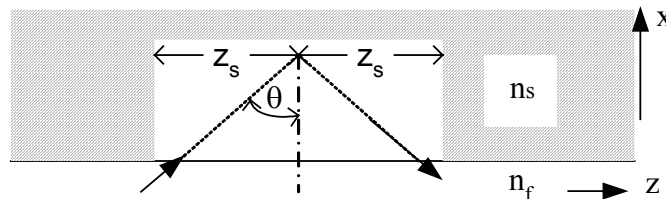
$$\beta_2 = ik_2 = (\omega/c)n_1 \left[\sin^2 \varphi - (n_2/n_1)^2 \right]^{1/2}.$$

10.21. Доведіть формулу $\cos \psi = -i(n_1/n_2) \left[\sin^2 \varphi - (n_2/n_1)^2 \right]^{1/2}$, де ψ - кут заломлення хвилі.

Задача 10.21. Указівка. Скористайтесь закон Снеліуса для визначення кута ψ та формулою для сталої розповсюдження у попередній задачі

10.22. Оцінити зсув світлового променя на границі світловоду із кремнію на підкладинці з оксиду кремнію ($n_{Si} = 3,45$; $n_{SiO_2} = 1,45$; $\lambda = 0,6$ мкм).

Задача 10.22. Зсув світлового променя z_s (див. рис.) пов'язаний із зміною сталої розповсюдження $\beta \rightarrow \beta + \Delta\beta$ внаслідок зміни кутів падіння при переході через границю, та із зміною



фази: падаюча хвиля має вигляд $E_0 = Ae^{i(\beta z + \varphi)}$, а відбита $E_1 = Ae^{i(\beta - \Delta\beta)z + i(\varphi + \Delta\varphi)} = Ae^{i(\beta z + i\varphi) - i\Delta\beta(z - \Delta\varphi/\Delta\beta)}$.

Таким чином, $z_s = \Delta\varphi/\Delta\beta$. Стала розповсюдження визначається виразом $\beta = k \sin \theta$, а фазовий зсув знаходиться за допомогою формул Френзеля (10.25) і для TE-хвилі дорівнює (див. зноску 7, глава 10)

$$\varphi = 2 \arctg \left(\frac{\sqrt{\sin^2 \theta - n^2}}{\cos \theta} \right), \text{ тут } n = n_s/n_f. \text{ Обчислення дає}$$

$$z_s = \frac{d\varphi}{d\beta} = \frac{d \arctg \xi}{d\xi} \frac{d\xi}{d\theta} \frac{d\theta}{d\beta} = \frac{1}{k} \frac{tg \theta}{\sqrt{n_f^2 \sin^2 \theta - n_s^2}} \approx 0,016 \text{ нм}.$$

10.23. Проаналізувати, при яких параметрах решіткового зв'язку забезпечується оптимальний зв'язок із світловодом з арсеніду галію на поверхні оксиду кремнію.

Задача 10.23. Оптимальний зв'язок має місце при умові (див. розділ 10.7) $\beta_0 = \beta$, або

$$\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} n_i \cos \theta + 2\varphi_s + 2\varphi_c + \frac{2\pi}{d} m, \text{ або } \sin \theta - n_i \cos \theta - \frac{(\varphi_s + \varphi_c)}{\pi} \lambda = \frac{\lambda}{d} m.$$

10.24. Відомо, що у твердих розчинах $Al_xGa_{1-x}As$ ширина забороненої зони при $x < 0,3$ майже лінійно збільшується при збільшенні молярної долі x ($E_g = E_{0g} + 1,042x$). За допомогою моделі Лоренца показати, що при цьому буде зменшуватися показник заломлення.

Задача 10.24. Згідно моделі Лоренца

$$\tilde{n}^2 = \tilde{\epsilon} = 1 - \frac{4\pi e^2 N}{m} \sum_j \frac{\rho_0 f_j}{\omega^2 - \omega_{j0}^2 + i\gamma_{0j}\omega}. \text{ При } \omega \ll \omega_0 \quad n^2 \approx 1 + \frac{4\pi e^2 N}{m} \sum_j \frac{\rho_0 f_j}{\omega_{j0}^2} \approx 1 + \left(\frac{\hbar \omega_p}{E_g} \right)^2, \text{ де } \omega_p$$

$= 4\pi n e^2 / m$ - власна частота електронної плазми, концентрація електронів $n = \rho_0 N$, $E_g \cong \hbar \omega_{j0}$. Після підстановки в цю формулу залежності E_g від x $E_g = E_{0g} + 1,042x$ маємо $n \approx n_0 - Bx$, $B = 1,4E_{0g}^2 / \hbar \omega_p^2$. Експеримент дає $n = 3,31 - 0,44x$.

10.25. Які фізичні явища змінюють оптичні характеристики острівцевих плівок?

10.26. Як впливає екситонне поглинання світла на оптичні властивості речовини в станах зниженої розмірності?

10.27. Оцініть найнижчі енергетичні рівні для легких та важких дірок у квантовій ямі з $GaAs$ шириною в 4 нм, яка оточена $Al_xGa_{1-x}As$. Потрібно також оцінити густину дірок у підзоні важких дірок, при якій при низьких температурах може початися заповнення підзони легких дірок.

10.28. Визначити енергетичний спектр електронів, локалізованих у прямокутній одновимірній потенціальній ямі шириною d з нескінченими стінками в присутності однорідного електричного поля з напруженістю $\vec{E} \parallel z$.

Задача 10.28. Енергетичний спектр визначається власними значеннями рівняння (10.52) із граничними умовами (10.52a). Перейдемо в рівнянні (10.52) до нової змінної

$$\xi = -\frac{E + eEz}{\alpha}, \quad \alpha = \left(\frac{eE\hbar}{\sqrt{2m}} \right)^{2/3}, \quad (1)$$

що приводить до рівняння
$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} - \xi\psi = 0 \quad (2)$$

із граничними умовами $\psi(\xi_0) = \psi(\xi_1) = 0$, $\xi_0 = -\frac{E}{\alpha}$, $\xi_1 = \xi_0 + \gamma$, $\gamma = -\frac{eEd}{\alpha}$. (3)

Загальний розв'язок (2) має вигляд $\psi(\xi) = C_1 Ai(\xi) + C_2 Bi(\xi)$, (4)

де $Ai(\xi)$, $Bi(\xi)$ – функції Ейрі. Граничні умови (3) ведуть до системи рівнянь для коефіцієнтів C_1 та C_2 :
$$\begin{cases} C_1 Ai(\xi_0) + C_2 Bi(\xi_0) = 0 \\ C_1 Ai(\xi_1) + C_2 Bi(\xi_1) = 0 \end{cases}$$

умова існування нетривіального розв'язку цієї системи рівнянь визначає дисперсійне рівняння

$$Ai(\xi_0)Bi(\xi_0 + \gamma) - Ai(\xi_0 + \gamma)Bi(\xi_0) = 0, \quad (5)$$

розв'язки якого і задають весь енергетичний спектр.

На Рис.1 наведені залежності $\xi_0(\gamma) + \gamma$ для двох найнижчих енергетичних рівнів. Пунктирними лініями позначені асимптотичні залежності $|\xi_0(\gamma)|$ при $\gamma \rightarrow 0$, а пунктирними – асимптотичні залежності $|\xi_0(\gamma)|$ при $\gamma \rightarrow \infty$. Ці асимптоти, на підставі відповідних розвинень функцій Ейрі, мають вигляд

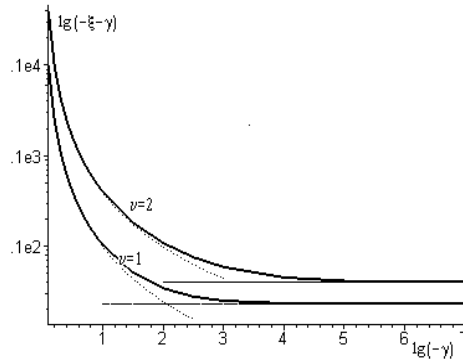


Рис.1

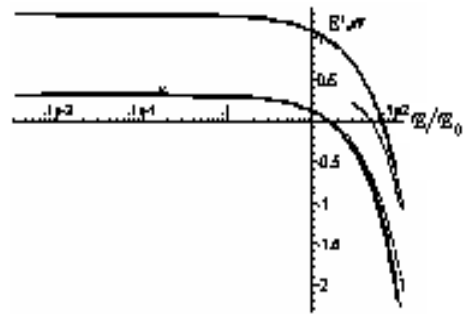


Рис.2

$$\xi_0(\gamma) = \begin{cases} \frac{\pi^2 \nu^2}{\gamma^2}, & \nu=1,2, \gamma \rightarrow 0 \\ \gamma + \xi_\nu, & \nu=1,2, \gamma \rightarrow \infty \end{cases}. \quad (6)$$

Тут ξ_ν – це нулі функції Ейрі $Ai(\xi)$, тобто корені рівняння $Ai(\xi) = 0$: $\xi_1 = -2.3381$, $\xi_2 = -4.0879$...

Для прикладу визначимо залежності E_i^1 та E_i^2 від E на підставі ф-ли (3) $E_i^\nu = -\alpha \xi_0$ для типових значень параметрів структури на основі $GaAs$: $m = 0.065m_0$, $d = 40$ Å; при цьому

$$\alpha = 0.1742 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{2/3}, \quad \gamma = 2.296 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{1/3}, \quad E_0 = 10^6 \text{ В/см}. \text{ Результати розрахунку на підставі даних із рис.1}$$

наведені на рис.2. Пунктирними та пунктирними лініями на цьому рис.2 показані наближені залежності E_i^ν на підставі формул (10.55) та (10.57).

ЛІТЕРАТУРА

1. М. Борн, Э. Вольф / Основы оптики // Наука, М.: - 1970, с. 855.
2. Интегральная оптика, под. ред. Т. Тамира // Мир, М.: - 1978, с. 344.
3. А.В. Соколов / Оптические свойства металлов // Гос. изд. физ. мат. лит. М.: - 1981, с. 464.
4. Физика тонких пленок / под. ред. М.Х.Франкомба и Р.У. Гофмана // Мир, М.: - 1973, с. 392.
5. В.Ф.Названов /Основы оптоэлектроники// Издательство Саратовского университета, - 1980, с. 230.
6. V.V. Mitin, V.A. Kochelap, M.A. Strocio / Quantum Heterostructures. Microelectronics and Optoelectronics. // Cambridge University Press 1999, -p.642.
7. А.Ф. Кравченко, В.Н. Овсяк / Электронные процессы в твердотельных системах пониженной размерности. // Новосибирск: Изд-во Новосиб. Ун-та, 2000, - 448 с.
8. Є.Ф. Венгер, А.В. Гончаренко, М.Л. Дмитрук / Оптика малих частинок і дисперсійних середовищ // Наукова думка, Київ: 1999, с.347.
9. J.H. Daves / The Physics of Low-Dimensional Semiconductors an Introduction // Cambridge University Press 1998, -p.438.
10. М.Г. Находкін, Ф.Ф. Сизов, Елементи функціональної електроніки: К.: ВПФ УкрІНТЕІ, 2002. – 324 с., 190 іл.
11. А.П. Шпак, Ю.А.Куницкий, О.О. Коротченко, С.Ю.Смик. Квантові низькорозмірні системи. К.:академперіодика, 2003. –310 с. іл.173. табл.1.

Глава 11. ПЛІВКОВА ЕЛЕКТРОНІКА

11.1. ВСТУП

Інтегральні мікросхеми (ІМС) можна виготовляти із плівок. ІМС, всі елементи яких виготовлені у вигляді розташованих на плоскій підкладинці двовимірних плівок, називаються **плівковими інтегральними мікросхемами, а галузь, у якій вивчаються, виготовляються та використовуються плівкові мікросхеми, називається плівковою мікроелектронікою**. Розрізняють *тонкоплівкові й товстоплівкові* ІМС. До першого класу умовно відносять ІМС із товщинами плівок меншими 1мкм, а до другого класу - із товщинами більшими 1мкм.

У залежності від того, який активний елемент використовується в плівкових ІМС, розрізняють такі різновиди плівкової електроніки:

- плівкова напівпровідникова електроніка, котра використовує здебільшого плівкові МДН транзистори,
- плівкова кріогенна електроніка, яка використовує кріотрони та джозефсонівські контакти,
- плівкова магнітоелектроніка, в якій використовуються магнітні властивості тонких феромагнітних плівок,
- плівкова діелектроніка, в якій використовуються властивості нелінійних діелектриків та особливості переносу носіїв струму в тонких діелектричних плівках.

Плівкові ІМС мають такі *позитивні якості*:

- дискретний характер плівкових елементів дозволяє використовувати для їх розрахунку методи, котрі застосовуються для аналізу електричних мереж із зосередженими параметрами, коли перехресні електричні впливи (наведення або втрати) зведені до мінімуму;
- існує можливість мінімізації кількості з'єднань схем за рахунок вільного вибору оптимальних умов монтажу;
- має місце свобода вибору розташування елементів для досягнення мінімального теплового перегріву, тобто напівпровідникові елементи можна розташовувати в таких місцях ІМС, котрі незайняті резисторами, в яких виділяється значна потужність при проходженні крізь них струму.

Ці методи розглядаються у першій частині курсу і тому ми не будемо розглядати їх більш детально.

11.2. ОСНОВИ ПЛІВКОВОЇ ТЕХНОЛОГІЇ

Плівки виготовляють різними способами, а саме:

- конденсацією парів на підкладинці,
- реактивним вакуумним напыленням, коли при конденсації додаються домішки реактивних компонентів при парціальних тисках менших тиску основного компонента,
- реактивним і не реактивним катодним розпорошуванням,
- іонно-плазмовим запыленням, в якому матеріал, що має осаджуватися, бомбардується іонами плазми газового розряду,
- магнетронним розпорошуванням, в якому плазма аномального тліючого газового розряду робочого газу, наприклад, аргону, локалізується за допомогою електричних і магнітних полів біля мішені, що має розпорошуватися,
- електролітичним осадженням,
- хімічним осадженням,
- термічним розкладом сполук,

- розбризуванням тощо.

Ці методи розглядались в першій частині курсу і тому ми не будемо розглядати їх більш детально.

11.3. ОСНОВНІ ЗАСАДИ ТЕХНОЛОГІЇ ПЛІВКОВИХ СТРУКТУР

Кожний елемент ІМС має певну конфігурацію, тому що його параметри залежать від форми й розмірів елементів. На рис.11.1 зображена схема п'яти етапів проектування і виготовлення ІМС, а саме:

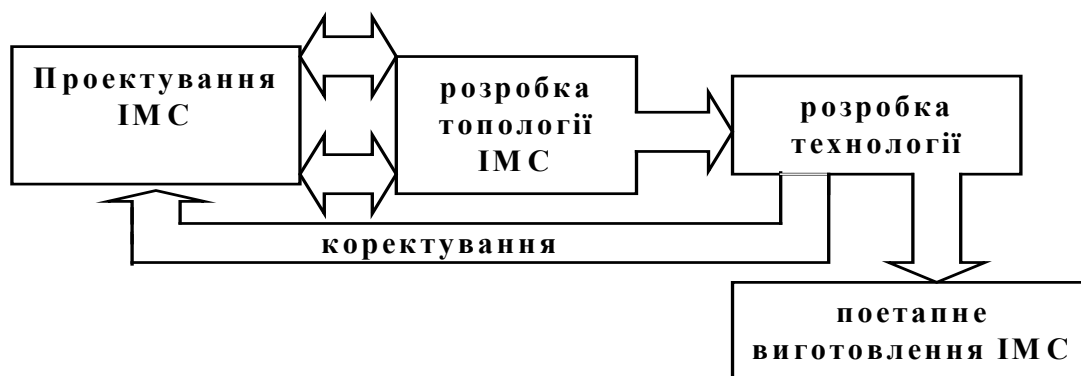


Рис.11.1. Схема проектування й виготовлення ІМС.

- проектування ІМС,
- розробка топології ІМС,
- розробка технології виготовлення ІМС,
- коректування проектування, топології й розробки технології виготовлення ІМС,
- поетапне виготовлення ІМС.

Як видно з рис.11.1, між етапами встановлені зворотні зв'язки, котрі дозволяють досягти на цьому шляху оптимальних результатів виготовлення ІМС. Цю схему виготовлення ІМС вдасться здійснити за допомогою ЕОМ і спеціальних фотонабірних машин.

Виготовлення плівкових структур заданої конфігурації здійснюється за допомогою трьох методів (рис.11.2):

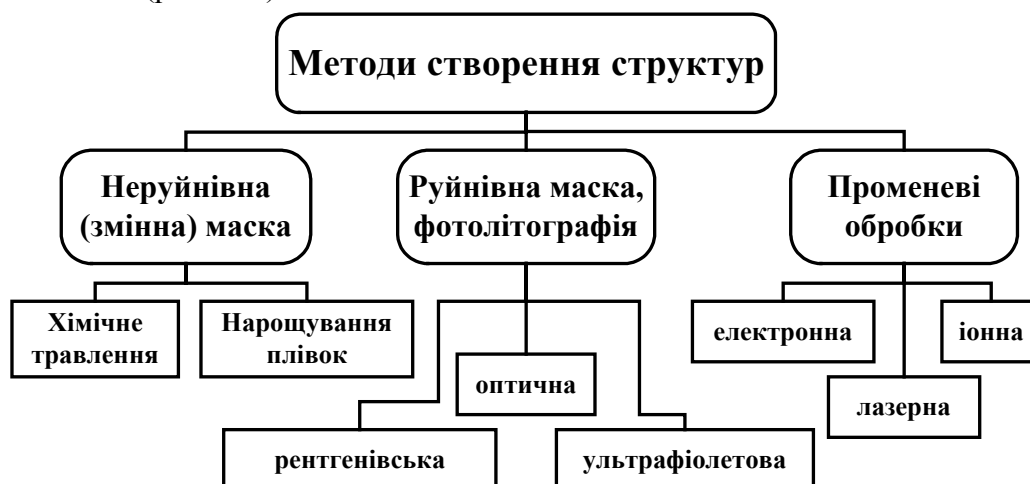


Рис.11.2. Методи створення конфігурацій плівкових структур.

- *неруйнівної або змінної маски,*
- *руйнівної (одноразової) або контактної маски,*
- *променевої обробки тонких шарів речовини по заданій програмі.*

В перших двох методах маска (трафарет) перекриває частину потоку атомів речовини, що повинна осідати на підкладинці, тобто маска дозволяє точно відтворювати спроектовану топологію тонкоплівкової структури або витравлювати частину попередньо нанесеної плівки. У третьому методі електронний, іонний або лазерний сфокусовані промені при скануванні поверхні попередньо нанесеної плівки витравлюють на ній позаданий програмі певний рисунок або стимулюють проведення певних реакцій.

Неруйнівна маска виготовляється заздалегідь окремо від підкладинки. Вона являє собою тонкий шар речовини (здебільшого - це нікельована фольга з берилієвої бронзи) товщиною $80 \div 100$ мкм з отворами, розміри форма й розташування яких визначається топологією ІМС, природою, функціональним призначенням і параметрами окремих її елементів. Неруйнівна маска накладається на підкладинку і крізь її отвори наноситься на підкладинку речовина, необхідна для створення даного елемента мікросхеми (метал, напівпровідник, діелектрик). Її позитивною рисою є те, що вона може використовуватись декілька разів. Проте вона має обмежену точність відтворення розмірів елементів ± 5 мкм, що не завжди задовольняє розробників ІМС. Тому для більш точного відтворення розмірів окремих елементів при виготовленні ІМС використовується метод руйнівної маски.

Метод руйнівної (контактної) маски полягає в тому, що на підкладинку наноситься допоміжний шар речовини, в якому утворюються отвори. Форма цих отворів визначається формою елементів ІМС, що виготовляються. Крізь ці отвори можна наносити шари певних речовин або витравлювати вікна (оголяти підкладинку) у суцільному заздалегідь нанесеному на підкладинці шарі речовини (рис.11.3). Після цього руйнівну маску розчиняють у спеціальних розчинниках, котрі не впливають на нанесені крізь маску або заздалегідь осаджені до створення маски матеріали. Формування руйнівної маски здійснюють за допомогою методу *фотолітографії*. В фотолітографії використовують світлочутливі матеріали - *фоторезисти*. Вони не тільки є світлочутливими матеріалами, але й стійкими до дії агресивних розчинників і розчиняються лише в спеціальних розчинниках. Під дією світла в матеріалі фоторезисту відбуваються перетворення,

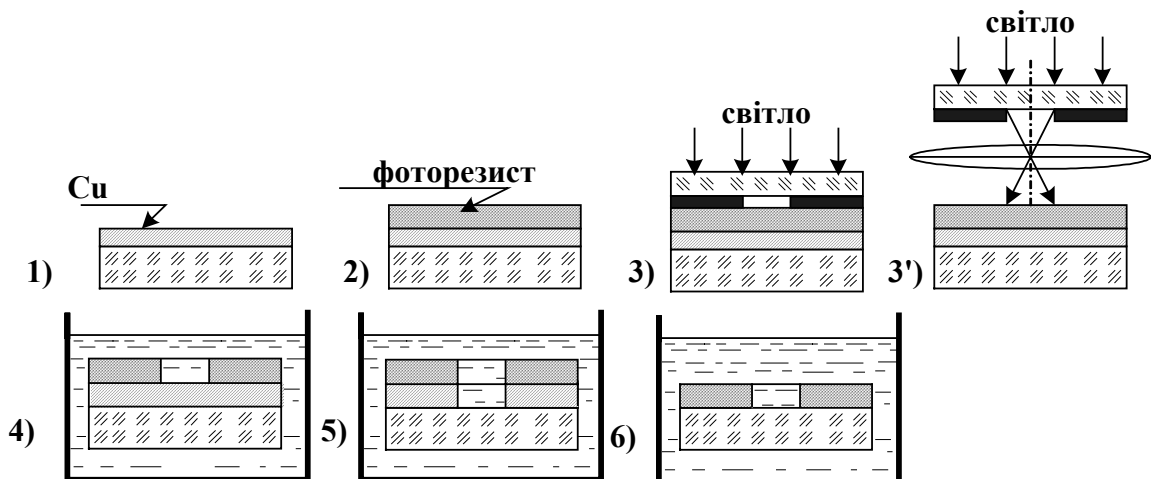


Рис.11.3. Технологія виготовлення плівкової структури за допомогою руйнівної маски: 1) - наплення міді, 2) - нанесення фоторезисту, 3) - контактний друк картини фотомаски на фоторезист, 3') - проекційний друк картини фотомаски на фоторезисті, 4) - витравлення отворів в освітлених місцях фоторезисту, тобто створення руйнівної маски, 5) - витравлення отворів у плівці Cu крізь отвори в масці, 6) - розчинення залишків резисту.

котрі змінюють в освітлений місцях його властивості, наприклад, розчинність. Спеціальні розчинники розчиняють в освітлених місцях речовину негативного фоторезисту або навпаки, в не освітлених місцях позитивного фоторезисту і створюють контактну маску. Відповідний світловий рисунок зображення створюється на фоторезисті за до

помогою фотошаблону, із якого його переносять на фоторезист контактним друком або за допомогою оптичного проектування зображення фотошаблону на поверхню фоторезисту. Фотошаблоном служить скляна плоскопаралельна пластинка, на одному боці якої нанесена тонка плівка непрозорої речовини з необхідним рисунком інтегральної схеми у вигляді прозорих отворів. Розміри цих отворів відповідають розмірам елементів інтегральної схеми, що має відтворюватися на поверхні фоторезисту. На рис.11.3 наведено приклад створення конфігурації плівкового елемента за допомогою руйнівної маски. Цей процес складається з таких етапів:

1. нанесення на очищену підкладинку суцільного шару (плівки) речовини, наприклад, міді,
2. нанесення шару фоторезисту, наприклад, за допомогою розтікання рідкого фоторезисту по поверхні скла під дією відцентрових сил, що створюються обертанням скляної підкладинки,
3. проектування зображення фотошаблону,
4. проявлення зображення на фоторезисті за допомогою розчинення освітлених його місць,
5. витравлення вікон у плівці міді,
6. розчинення залишків фоторезисту.

Метод контактної (руйнівної) маски забезпечує кращу за метод неруйнівної маски точність відтворення форм і якості країв структур. Наприклад, мінімальна ширина лінії, що забезпечується методом руйнівної маски ($\Delta r \sim \lambda / \sin \alpha$) при використанні видимого світла ($\lambda \sim 0.5 \mu\text{м}$), становить $\sim 2 \mu\text{м}$, при використанні ультрафіолетового випромінювання становить $\sim <1 \mu\text{м}$, а при використанні рентгенівських променів $\sim 0.03 \mu\text{м}$.

Для одержання конфігурацій елементів із тонких плівок використовуються також гравірування за допомогою лазерного або електронного променів. На порядку денному стоїть питання про гравірування також за допомогою іонних променів.

11.4. КОНСТРУКТИВНІ ЕЛЕМЕНТИ ПЛІВКОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ

Плівкові ІМС виготовляють на плоских підкладках із таких елементів:

- тонкоплівкових провідників,
- резисторів,
- ємностей,
- активних елементів.

Індуктивні елементи використовують у плівковій електроніці лише в спеціальних схемах.

11.4.а. Підкладинки

Підкладинки плівкових ІМС виконують три функції:

1. служать основою, на поверхні якої формуються за заданим топологічним рисунком плівкові елементи ІМС;
2. ізолюють окремі елементи один від одного;
3. служать несучим елементом конструкції, котра забезпечує практичне використання ІМС у корпусному або безкорпусному варіантах, і являються теплопровідними елементами ІМС для відводу тепла, що виділяється при їх роботі.

До підкладок висуваються такі *вимоги*:

- рівна плоска поверхня з висотою нерівностей меншою за 25 нм і вигином, меншим за довжину хвилі випромінювання, котре використовується при фотолітографії (краще четвертого класу точності),

- великий об'ємний та поверхневий опір ($\rho > 10^{14} \text{ Ом}\cdot\text{см}$),
- велика електрична міцність (напруженість електричного поля електричного пробую $E > 40 \text{ кВ}\cdot\text{мм}^{-1}$),
- велика теплопровідність ($\chi > 2 \cdot 10^{-3} \text{ кал}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{град}^{-1}$),
- хімічна інертність до речовин, що наносяться у вигляді плівок на підкладинку,
- механічна міцність,
- максимальна робоча температура не нижче 400 С (при цій температурі не повинно спостерігатись деформацій під дією власної ваги),
- можливість знегажування у високому вакуумі,
- низька вартість.

Здебільшого на практиці використовуються підкладинки таких *розмірів*: $10 \times 12 \times 0.6(1.6)$; $30 \times 48 \times 0.6$; $100 \times 100 \times 0.6 \text{ мм}$. Вони виготовляються з таких *матеріалів*:

- скло,
- ситал,
- фотоситал,
- кераміка,
- сапфір,
- SiO_2 на Si у системах кремній на ізоляторі (КНІ або англ SOI - *silicon on insulation* (§11.4ж)).

Не всяке скло придатне для виготовлення з нього підкладінок ІМС. Здебільшого для цього використовують боросилікатні та алюмосилікатні сорти стекол. Ситалом називається склоподібний керамічний матеріал, який отримують шляхом термообробітку (кристалізації) скла. За своїми властивостями ситал є кращим за звичайне скло. Він має такі властивості: може працювати при більших по зрівнянні зі склом температурах ($-60 \div +700 \text{ С}$), вдвічі міцніше скла, хімічно інертний до кислот, не має шпар, має малу усадку, газонепроникливий, добре знегажується, легко обробляється, $\varepsilon = 8,5$, $\text{tg}\delta = 2 \cdot 10^{-3}$ при $\nu = 10^6 \text{ Гц}$, великий коефіцієнт теплопровідності $3,4 \cdot 10^{-3} \text{ кал}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{град}^{-1}$. Ситал із добавками AgNO_3 і CeO_2 стає фоточутливим. Склад ситалу може бути різним, але здебільшого він такий: $\text{SiO}_2(75\%)$; $\text{Li}_2\text{O}(11,5\%)$; $\text{Al}_2\text{O}_3(10\%)$; $\text{K}_2\text{O}(3/5\%)$.

Поверхня підкладинки повинна бути вільною від забруднення. Тому використовуються *різноманітні методи її очистки*, а саме: механічне та ультразвукове очищення, хімічне, газове та іонне травлення, вакуумний прогрів тощо.

11.4.б. Тонкоплівкові провідники

Тонкоплівкові провідники призначені для здійснення гальванічного зв'язку між окремими елементами ІМС. До них пред'являються такі вимоги:

- значна електропровідність ($\sigma = \rho^{-1} > 10^5 \text{ Ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$);
- значна адгезія до поверхні підкладинки і здатність до зварювання або паяння з металевими виводами;
- хімічна інертність до інших речовин, котрі використовуються в ІМС.

Мінімальна ширина смужок в ІМС залежить від граничної роздільної здатності літографії. Для зменшення розкиду номіналів їх розмірів, відношення товщини до ширини вибирається здебільшого $d/w \sim 0,1$. Відстань між сусідніми смужками використовується не меншою $1,5 \text{ мкм}$, для того щоб зменшити паразитну ємність, що виникає між ними. При однорівневій розводці намагаються уникати перетинів шин. У складних ІМС використовується також багаторівнева розводка, яка здійснюється на різних "поверххах" схеми, котрі ізолюються один від іншого шарами діелектрика.

На практиці для формування тонкоплівкових провідників здебільшого використовують: золото, хром, мідь, алюміній, нікель, ніхром. Їх типові характеристики наведені в таблиці 11.1.

Таблиця 11.1. Електрофізичні властивості матеріалів для провідників та контактних площин ІМС.

№	Ма- тері- ал	проміжний шар	Товщина в <i>нм</i>	R Ом/□	ТКО ($1/\rho$) $\Delta\rho/\Delta T$ <i>град⁻¹</i>	Тплав- лен. <i>град С</i>	Твипа- ров. <i>град. С</i>
1	Al	Ніхром	40-60	0,1-0,2	4200	1395	-
			250-350			659	1082
		Ni	50			1455	1382
2	Cu	Ніхром	600-800 10-30	0,02-0,04	4300	1083	1132
3	Au	Ніхром	600-800 10-30	0,03-0,04	3900	1063 1395	1252

Для збільшення адгезії з поверхнею підкладки на її поверхню попередньо напилюють тонкі проміжні шари Ni, Cr, або ніхрому товщиною 20÷40 *нм*. Ці речовини утворюють на границі з підкладкою тонкі шари оксидів змінного складу, котрі краще узгоджують перехід від матеріалу підкладки до матеріалу речовини, що напилюється.

Граничні густини струмів, котрі протікають у шинах розводки, обмежуються механізмом перенесення речовини шляхом низькотемпературної дифузії по границях зерен у плівках.

На практиці для характеристики електрофізичних параметрів замість питомого опору використовують опір на квадрат R_{\square} , котрий є опором зразку, що має форму квадрата з довжиною $\ell = 1$ *см*, шириною $w = 1$ *см* і товщиною d , тоді

$$R = R_{\square} = \rho \frac{\ell}{wd} = \frac{\rho}{d} \quad (11.1)$$

Опір шин залежить від форми, розмірів провідника та опору на квадрат R_{\square} , який у свою чергу залежить від температури. На високих частотах крім активного опору починає впливати реактивний опір, котрий залежить від паразитних ємностей, індуктивностей та частоти. На частотах менших за 1 *ГГц* опір, здебільшого, визначається опором на постійному струмі, який залежить від R_{\square} , форми та розміру зразка (задача 11.13).

Конфігурації тонкоплівкових провідників, як і плівкових резисторів, можуть відрізнятися від прямокутників із розмірами $\ell \times w$. Вони можуть мати вигини, зміни поперечного перерізу тощо. Опір таких провідників знаходиться з урахуванням особливостей розподілу потенціалу та густини струму у плівці даної конфігурації. Тому в наступному підрозділі розглянемо проходження постійного струму в плівкових провідниках довільної форми.

11.4.в. Постійний струм у плівкових зразках

У слабких електричних полях, які за час релаксації носіїв заряду (τ) не суттєво змінюють кількість руху носіїв (коли $eE\tau \ll mv$, де v – середня швидкість хаотичного руху носіїв) густина струму (j) лінійно залежить від електричного поля (E), тобто має місце закон Ома

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \quad (11.2)$$

де ρ - питома електропровідність. Розподіл густини постійного струму не залежить від часу і задовольняє рівнянню

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad (11.2a)$$

Для постійного струму в однорідному провіднику, у якого $\rho = \text{const}$, із (11.2) та (11.2a) отримаємо умову соленоїдальності поля

$$\operatorname{div} \vec{E} = -\Delta U(x, y, z) = 0 \quad (11.3)$$

яка дозволяє визначити просторовий розподіл електричного поля у провіднику. Його прийнято характеризувати еквіпотенціальними поверхнями

$$U(x, y, z) = U_k = \text{const} \quad (11.4)$$

де індекс k - нумерує різні еквіпотенціальні поверхні ($k = 1, 2, 3, \dots$). Лінії, ортогональні до еквіпотенціальних поверхонь, називаються лініями струму. Дотичні до ліній струму збігаються з напрямком вектора

$$\vec{j}_n = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla}_n U \quad (11.5)$$

в точці дотику. Оператор $\vec{\nabla}_n$ означає похідну по нормалі до поверхні в даній точці.

Оскільки рівняння (11.2) відбиває той факт, що постійний струм не має джерел усередині провідника, тобто лінії струму завжди замкнені, то довільний постійний струм може бути розкладений на сукупність так званих *трубок струму*. Оберемо довільну площадку dS на будь-якій еквіпотенціальній поверхні й проведемо через усі точки контуру цієї площадки лінії струму. Сукупність цих ліній струму утворює циліндричну поверхню, котра виділяє з об'єму провідника трубку струму. Оскільки струм крізь бокову поверхню трубки рівний нулеві, то сила струму dI в усіх перерізах dS кожної трубки струму є сталою величиною

$$dI = \vec{j}_n \cdot d\vec{S} = J \cdot dS = \text{const}, \quad (11.6)$$

тому що $\vec{j}_n \parallel d\vec{S}$. Повний струм за допомогою (11.6) визначається як

$$I = \int_S \vec{j}_n \cdot d\vec{S} = - \int_S \frac{1}{\rho} \vec{\nabla}_n U \cdot d\vec{S}, \quad (11.7)$$

де інтегрування здійснюється по площі перерізу S провідника довільною еквіпотенціальною поверхнею, тому що провідник є трубкою струму.

У тривимірному випадку обчислення опору провідника на підставі (11.7) у більшості випадків є складною задачею, але у випадку двовимірної геометрії вона суттєво спрощується, тому що в цьому випадку можна скористатись апаратом функції комплексних змінних [В. Смайт, Электростатика и электродинамика, ИЛ, М.: 1954, с.604].

У двовимірному випадку розглядається однорідна ізотропна плівка товщиною d , обмежена ізолюючими поверхнями з $\rho \rightarrow \infty$. (Підкреслимо, що такої ситуації не існує в електростатиці, тому що в природі не існує середовища з нульовою діелектричною проникністю). У цьому випадку еквіпотенціалі задаються рівняннями $U(x, y) = U_k$. Вони є лініями на поверхні $z = 0$, а не поверхнями. У довільній точці $M(x, y)$ рівняння нормалі цієї лінії визначаються з

$$\frac{dy}{dx} = \frac{E_x}{E_y}, \text{ або } \frac{\partial U}{\partial x} dx - \frac{\partial U}{\partial y} dy = 0, \quad (11.8)$$

Аналогічно рівняння дотичної до еквіпотенціалі в точці $M(x, y)$ визначаються з

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{E_x}{E_y}, \text{ або } \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy = 0, \quad (11.9)$$

тобто з умови $dU(x,y) = 0$, як це повинно бути для сімейства екіпотенціальних ліній. Оскільки нормалі та дотичні в обраній точці ортогональні, то рівняння (11.9) повинно означати рівність нулеві повного диференціалу деякої функції $V(x,y)$, лінії сталого рівня якої ортогональні до екіпотенціальних ліній. Ці лінії сталого рівня функції $V(x,y)$ є лініями струму, а функція $V(x,y)$ називається силовою функцією. Таким чином, із (11.9) отримаємо

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy \equiv -\frac{\partial U}{\partial y} dx + \frac{\partial U}{\partial x} dy \quad (11.10)$$

звідки

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial V}{\partial x} \end{cases} \quad (11.11)$$

Ці співвідношення (11.11) відомі як умови Коші-Рімана, котрі визначають зв'язок між дійсною $U(x,y)$ та уявною $V(x,y)$ частинами аналітичної функції

$$W(z) = U(x,y) + iV(x,y) \quad (11.12a)$$

від комплексної змінної

$$z = x + iy \quad (11.12b)$$

Нехай ізотропний плівковий провідник із товщиною d розташований у площині (x,y) . Тоді він може розглядатися як трубка струму, котра обмежується двома лініями струму V_1 та V_2 та двома екіпотенціальними лініями U_1 та U_2 . З (11.7) для струму отримаємо

$$I = -\frac{d}{\rho} \int_{V_1}^{V_2} \frac{\partial U}{\partial n} dl \quad (11.13)$$

де $d/\rho = (R_{\square})^{-1}$ - двовимірна електропровідність, $\partial/\partial n$ означає похідну по напрямку, який є ортогональним до екіпотенціалів, а dl - елемент довжини вздовж екіпотенціалів. Використовуючи (11.11) та (11.13), отримаємо

$$I = \frac{1}{R_{\square}} \int_{V_1}^{V_2} \frac{\partial V}{\partial l} dl = \frac{(V_2 - V_1)}{R_{\square}} \quad (11.14)$$

За законом Ома опір такого провідника дорівнює

$$R = R_{\square} \frac{|U_2 - U_1|}{|V_2 - V_1|} \quad (11.15)$$

В багатьох випадках такий розрахунок вдається зробити, виходячи із симетрії задачі, що ми продемонструємо на двох найпростіших прикладах (дивись також задачі 11.12, 11.13)

По-перше, розглянемо найпростішу, досить часто вживану конфігурацію провідника у вигляді прямокутної смужки з розмірами $\ell \times w$ (рис.11.4а). В цьому випадку $W = z$, і екіпотенціалам відповідають лінії $x = \text{const}$, тобто $U_1 = 0$, $U_2 = \ell$. Лінії струму – це лінії $y = \text{const}$, тобто $V_1 = 0$, $V_2 = d$. Звідси, як і повинно бути, на підставі (11.15)

$$R = R_{\square} \frac{\ell}{w} \quad (11.16)$$

По-друге, розглянемо провідник у формі колового кільця із внутрішнім радіусом r_1 , зовнішнім радіусом r_2 та центральним кутом θ (рис.11.4б). Такої форми провідник

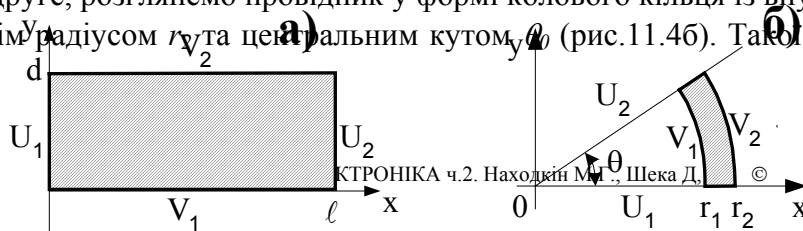


Рис.11.4.

може використовуватися для утворення вигинів у практичних ІМС. В цьому випадку функція $W(z)$ визначається як

$$z = e^{-iW} \quad (11.17)$$

Це є так зване конформне перетворення, що перетворює коло в площину. В цьому можна пересвідчитись, якщо за допомогою (11.17) переписати (11.12) у такому вигляді

$$x + iy = e^{-i(U+iV)} = e^V (\cos U - i \sin U) \quad (11.18)$$

та використати полярні координати

$$x = r \cos \theta$$

$$y = -r \sin \theta$$

звідки отримаємо $V = \ln r$ та $U = \theta$. Таким чином, еквіпотенціалі визначаються як $U_1 = 0$ та $U_2 = \theta_0$, а лінії струму – як $V_1 = \ln r_1$ та $V_2 = \ln r_2$. Підстановкою цих значень у (11.15) остаточно отримаємо

$$R = R_{\square} \frac{\theta_0}{\ln(r_2/r_1)} \quad (11.19)$$

тобто геометричний фактор для кільця рівний $K = \theta_0 / \ln(r_2/r_1)$. Розгляд інших більш складних для розгляду геометрій наведено у задачах 11.12, 11.13.

11.4.2. Плівкові резистори

Резистором (лат. *resisto* – опираюся) називається пристрій на основі провідника з нормованим сталим або регульованим опором, призначений для забезпечення необхідного розподілу струмів та напруг між окремими ділянками електричного кола. Вони бувають масивними та плівковими. В мікроелектроніці здебільшого використовують плівкові резистори. Плівкові резистори виготовляються з матеріалів із даними ρ або R_{\square} , котрі мають відносно малі значення температурні коефіцієнти опору із ТКО ($\Delta\rho/\rho\Delta T$). Їх величини залежать в основному від довжини ℓ та ширини w плівки резистора, тому що товщини d для даної ІМС зручно вибирати стандартними при груповій технології її виготовлення. Треба також пам'ятати, що товщини плівок вибирають такими, щоб не було впливу розмірних ефектів, тобто, щоб d було більшим за довжину вільного пробігу носіїв струму та довжини хвилі де Бройля. При цьому:

- легше визначається їх опір за формулою (11.16), в яку підставляють фактор форми $K = \ell/w$;
- спостерігається менша чутливість до міграції іонів, зокрема, іонів натрію, і менша ймовірність відмов при навантаженнях і під дією вологи;
- забезпечуються кращі частотні властивості.

Збільшення опору здійснюється створенням більших довжин плівки резистора ℓ . Для цього резистор виготовляється у вигляді меандру із закругленими або прямокутними кінцями зламів (рис.11.5 та 11.6). Опір такої форми резистора є сумою опорів його прямокутних частин та опорів зламів. Опір прямокутних части визначається за формулою (11.16), у яку підставляється повна довжина цієї частини резистора (ℓ_{Σ}) та

його ширина (w). Опір зломів обраховується за допомогою методу, описаного у попередньому розділі (11.4.3), чисельних методів або емпіричних формул. Декілька корис-

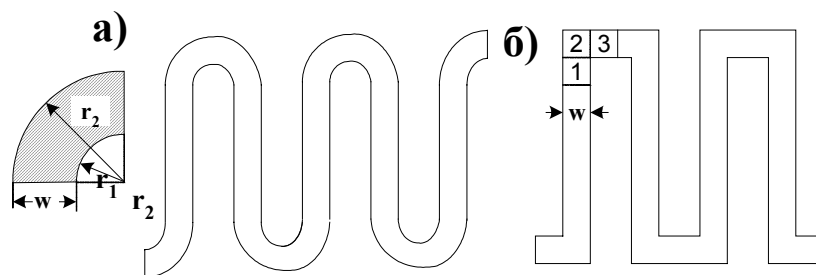


Рис.11.5. Меандри резисторів.

них формул для обчислення опору резистора наведено на рис.11.6. При виборі ширини резистора w потрібно враховувати дві обставини. По-перше, ширина w вибирається з урахуванням можливостей технологічного процесу так, щоб випадкові похибки при відтворенні резисторів були мінімальними. По-друге, резистор повинен бути здатним розсіяти енергію, котра виділяється при його роботі. Для цього користуються емпіричними значеннями максимальної для даного матеріалу питомої потужності P_{max} , при якій він ще не втрачає своєї працездатності. В цьому разі $P_{max} \geq P/\ell w$, де P - потужність, що виділяється при роботі резистора. Визначимо з цього співвідношення довжину ре-

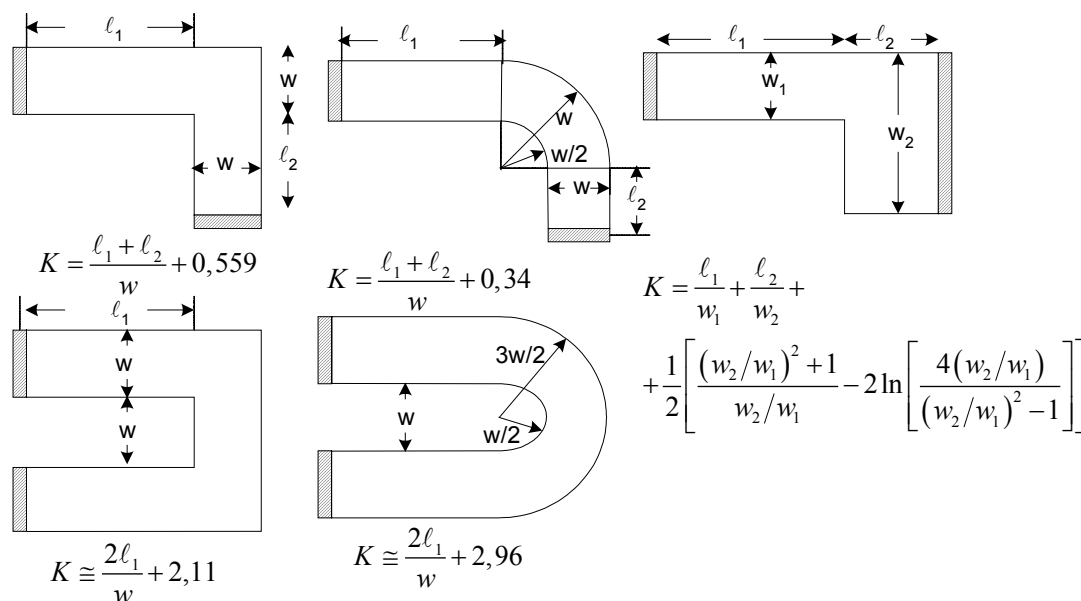


Рис.11.6. Деталі меандрів резисторів.

зистора ℓ і підставимо у формулу (11.16), тоді

$$w \geq \sqrt{\frac{P}{P_{max}} \frac{R_{\square}}{R}} \quad (11.20)$$

Номінальна питома потужність розсіяння P_{max} залежить від температури оточуючого середовища, умов використання резистора, а також допустимого температурного перегріву ΔT , яку наближено можна оцінити за допомогою такого співвідношення:

$$\alpha \Delta T = P_{max} \quad (11.21)$$

де α - коефіцієнт теплопередачі. При атмосферному тиску для нього можна використати значення $\alpha = 0,002 \text{ ват} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{град}^{-1}$.

Іноді при виготовленні ІМС виникає необхідність точної підгонки номіналів параметрів резисторів. Для цього виготовляють резистори з більшими від номінальних опорами і використовують методи коректування за допомогою зміни їх розмірів або атомного складу в приповерхневій області. При цьому зручно використовувати один із металевих контактів гребінцевої форми (рис.11.7), яка дозволяє послідовним руйнуван-

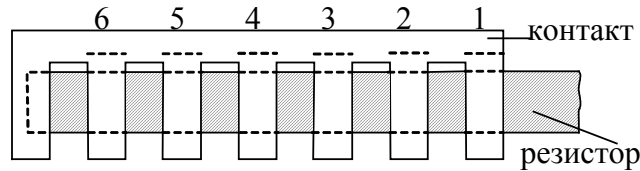


Рис.11.7. Гребінковий контактний електрод резистора.

ням металевієї плівки в точках 1, 2, 3 або 4 послідовно змінювати опір резистора. Для підгонки та перепалювання металевих контактів використовують лазерне або електронне фрезерування, котрі дають змогу змінювати розміри резисторів, або групове анодне окислення, яке змінює атомний склад і питомий опір матеріалу резистора.

Для виготовлення резисторів здебільшого використовують матеріали, параметри яких наведені в таблиці 11.3.

Таблиця 11.3. Параметри матеріалів для виготовлення резисторів.

№	Матеріал	R_{\square} Ом/□	ТКО $\Delta\rho/\rho\Delta T \cdot 10^6$ град ⁻¹	$\Delta R/R$ за 10^3 годин роб.	спосіб на- несення	Проміжний шар
1	Cr	50÷500	±100	0.5	Вакуумне напилення	Cu
2	Ніхром (10-15 нм) Ni80%,Cr20%	50÷400	±50÷500	0.5	“--”	Cu або Au+Cr
3	Ta (~50 нм)	50÷500	±10	1.0	“--”	Ta
4	нітрид танталу	200	±100	0.2	катодне розпор.	Ta
5	Ti	50÷100	~0	-	вак. напил.	
6	Кермет (~30 нм) Cr50%,SiO50%	~5000÷10 ⁴	±200	50÷250	іонно- плазм. на- пил.	Au+Cr
8	сплав РС-3710	300			вак. напил.	Au+Cr
9	Паста ПР-5, 100К	5÷10000				

Типові параметри плівкових резисторів такі: $R_{\square} = 10 \div 300$ Ом/□; $R_{max} \sim 10^6$ Ом; $R_{min} \sim 10$ Ом; $\Delta R/R = 0,0 \div 5\%$; ТКО $\sim 0,25 \cdot 10^{-4}$ 1/град С.

В режимі змінного струму потрібно також враховувати вплив зарядки провідника та поляризацію підкладинки. Унаслідок цього виникають паразитні ємності (C) та індуктивності (L) провідника і його опір стає комплексним. Комплексний опір залежить від частоти змінного струму (ω), конфігурації та розмірів резистора та розташування сусідніх елементів ІМС. На рис.11.8 наведена одна з можливих еквівалентних схем резистора. Її імпеданс має вигляд (задача 11.18)

$$Z = \frac{R}{1 + (\omega CR)^2} + j \left[(\omega L) - \frac{\omega CR^2}{1 + (\omega CR)^2} \right] \quad (11.22)$$

Аналіз формули (11.22) показує, що опір високоомних резисторів, коли $R > \sqrt{L/C}$, падає при зростанні частоти (рис.11.8б). Зменшення опору стає суттєвим, коли $\omega CR > 0,5$. Для оцінки частоти ω_m , при якій потрібно враховувати залежність опору резистора від

частоти змінного струму, потрібно знати його параметри R , C та L . Опір можна оцінити за допомогою співвідношення (11.16), а для власної індуктивності та ємності скористатись формулами

$$L = 2 \cdot 10^{-10} \left(\ln \frac{2\ell}{w} + 0,22 \frac{w}{\ell} + 0,5 \right) \left[\frac{\Gamma}{\text{см}} \right]$$

$$C = 0,024 \varepsilon' \frac{1}{\ln \frac{4\ell}{w}} \left[\frac{n\Phi}{\text{см}} \right] \quad (11.23)$$

де ℓ/w – відношення довжини до ширини прямокутного резистора, а ε' – середнє арифметична діелектрична проникність оточуючого середовища та підкладки. Оцінка показує, що високоомними є резистори з опорами $R > \sqrt{L/C} \sim 10^3 \text{ Ом}$, а частоти, при яких починає зменшуватися опір, є $\omega_m > (1/CR) \sim 10^7 \text{ Гц}$. Для зменшення паразитної ємності потрібно зменшувати відношення ширини до довжини та кількість вигинів.

На високих частотах розподіл струму у провідниках та резисторах через скін ефект стає неоднорідним. Цим ефектом можна знехтувати, коли скін-глибина δ_c значно більша за товщину плівки.

11.4.д. Плівкові конденсатори

Плівкові конденсатори¹ – це системи двох металевих електродів розділених діелектриком із товщиною d . Його будова зображена на рис. 11.9. Ємність конденсатора визначається його площею $S = (L \cdot w)$, товщиною d та діелектричною сталою ε діелектрика

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d} \quad (11.24)$$

$$C[\text{пФ}] = 0,0885 \frac{\varepsilon S[\text{см}^2]}{d[\text{см}]} \quad (11.25)$$

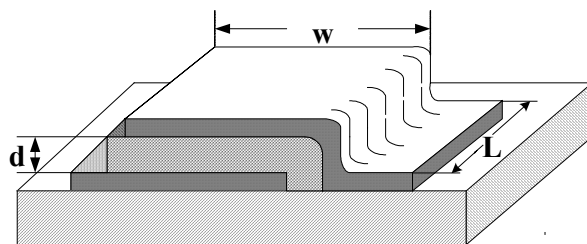


Рис. 11.9. Будова тонкоплівкового конденсатора довжиною L , шириною w і товщиною d .

Здебільшого всі конденсатори даної ІМС мають однакову товщину діелектрика $10 \div 100 \text{ нм}$, тому що його плівка виготовляються в єдиному процесі виготовлення ІМС. Тому конденсатори мають майже однакову питому ємність (ємність на одиницю площі конденсатора) в межах від $0,01$ до $0,5 \text{ мкФ} \cdot \text{см}^{-2}$. Крім ємності конденсатор характеризується тангенсом кута втрат ($\text{tg} \delta$), опором ізоляції, електричною міцністю (напруженістю електричного поля пробою $E_{\text{проб}}$), робочою напругою $V_{\text{роб}}$ ($V_{\text{роб}} \leq (0,2 \div 0,3) V_{\text{проб}} = E_{\text{проб}} \cdot d$), температурним коефіцієнтом ємності ($\text{ТКЕ} = \Delta C / C \Delta T$), залишковою поляризованістю $K = V_{\text{зал}} / V_{\text{роб}}$, експлуатаційними характеристиками (гігроскопічністю, міцністю, часом життя тощо).

¹ Конденсатор (лат. condensator – той, хто стискує) – пристрій, що складається з провідникових електродів, розділених діелектриком, призначений для використання його ємності в електричних колах.

Тангенс кута втрат визначається сумою втрат в діелектрику та втратами в обох електродах конденсатора. Складова $\operatorname{tg} \delta$, що визначається втратами в електродах, залежить від еквівалентної схеми конденсатора. Є два крайніх випадки: по-перше, коли переважають втрати в металевих електродах, тобто коли C і R з'єднані послідовно (рис.11.10), і, по-друге, коли переважають втрати в діелектрику, тобто, коли R і C з'єднані паралельно (рис.11.10).

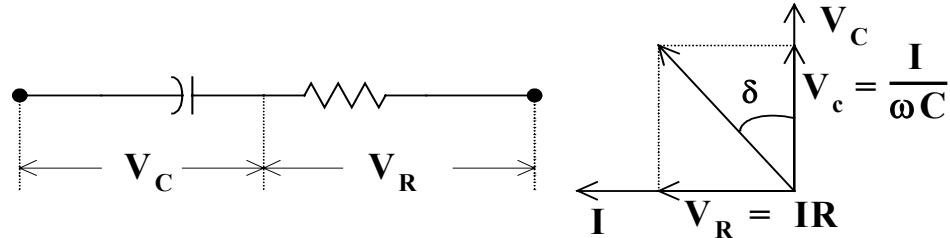


Рис.11.10.

В першому випадку, при послідовному з'єднанні, коли $I_R = I_C = I$, струм провідності випереджає напругу на конденсаторі і, як це видно з рис.11.11а,

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{V_R}{V_C} = \frac{IR}{I/\omega C} = RC\omega \quad (11.26)$$

У другому випадку, при паралельному з'єднанні C і R , як це видно на рис.11.б, $V_C = V_R = V$, падіння напруги на конденсаторі випереджає падіння напруги на опорі.

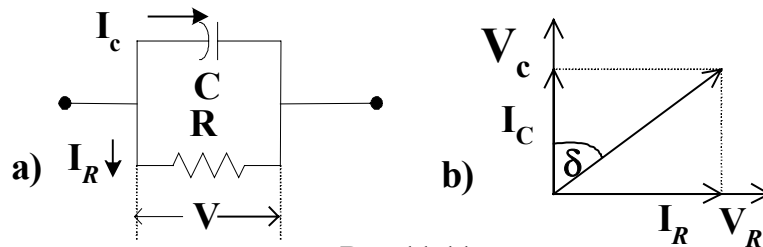


Рис.11.11.

В цьому випадку з векторної діаграми видно, що

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{1}{RC\omega} \quad (11.27)$$

До цих тангенсів кутів утрат потрібно додати ще тангенс кута втрат у самому діелектрику $\operatorname{tg} \delta_D$. Тому повний тангенс кута втрат буде визначатись за формулою

$$\operatorname{tg} \delta_{ef} = \operatorname{tg} \delta_D + \operatorname{tg} \delta \quad (11.28)$$

Для діелектричних шарів плівкових конденсаторів використовують такі матеріали: SiO , SiO_2 , GeO , Sb_2S_3 , Al_2O_3 , Ta_2O_5 , боросилікатне скло, алюмосилікатне скло, різноманітні пасти. Якщо використовувати анодно окислені плівки Ta , то вдається отримувати питомі ємності до $C \sim 10^5 \text{ нФ} \cdot \text{мм}^{-2}$ при товщинах цих оксидів $d < 10 \text{ нм}$.

Електрофізичні параметри речовин, що використовуються для діелектриків у плівкових конденсаторах ІМС, наведені в таблиці 11.4.

Таблиця 11.4. Параметри матеріалів плівкових конденсаторів.

№	Матеріал	ε	Питома ємність $\text{нФ} \cdot \text{мм}^{-2}$ 10^{-4}	$\operatorname{tg} \delta \cdot 10^2$ при $\nu = 1 \text{ кГц}$	$E_{\max} \text{ кВ/мм}$	$\Delta C / C \Delta T \cdot 10^4 \text{ град}^{-1}$	Матер. Обкладок
1	SiO	5÷6	5÷10	0.5÷1	10÷100	2÷5	Al

2	SiO ₂	4	5÷20	0.5	<10 ³	2	Al
3	GeO	10÷12	2	0.2÷0.5	10÷50	4	Al
4	Sb ₂ O ₃	20	2	1	200	4	Al
5	Al ₂ O ₃	8	2	0.3÷1	<500	4	Al+Ni
6	Ta ₂ O ₃	20÷22	5÷10	0.3÷1	<100	100	Ta+Ni

11.4.е. Котушки індуктивності

Котушки індуктивності ІМС виготовляються у вигляді плоских спіралей (рис.11.12). Їх пересічна питома індуктивність становить $\sim 10 \div 20 \text{ нГн} \cdot \text{м}^{-2}$, що дозволяє на площі 25 мм^2 виготовляти індуктивності до $250 \div 500 \text{ нГн}$. Для оцінки індуктивності плоскої спіральної котушки можна скористатися наближеною формулою

$$L = \frac{25N^2d}{1+3(h/d)} [\text{нГн}] \quad (11.29)$$

де N – число витків котушки, d – середній діаметр її витка ($d = 0,5(d_{\max} - d_{\min})$) у см, h – повна ширина провідників ($h = 0,5(d_{\max} - d_{\min})$). Цю формулу можна застосовувати при таких габаритах котушки $h \gg$ кроку провідників, $D > 4d$.

Добротність котушок на високих частотах збільшується при збільшенні частоти за формулою

$$Q = \omega L / r$$

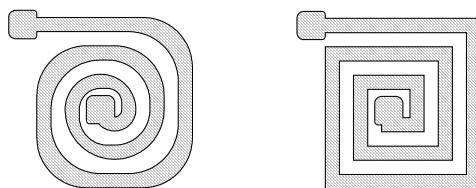


Рис.11.12. Котушки індуктивності.

де r – опір високочастотних утрат. На високих частотах потрібно враховувати скін-ефект. Здебільшого індуктивності у вигляді плоских котушок виготовляють для роботи в області частот більших 10 МГц . В області менших частот використовують навісні котушки індуктивності.

11.4.ж. Активні елементи

У плівковій мікроелектроніці використовують різні активні плівкові елементи:

1. *напівпровідникові*, наприклад, уніполярні плівкові МОН транзистори,
2. *магнітні* (феромагнітні плівки),
3. *кріогенні*, наприклад, кріотрони або джозефсонівські переходи,
4. *діелектричні* тощо.

Плівкові варіанти уніполярних транзисторів за своєю будовою схожі на МОН транзистори, створені на основі монокристалічного кремнію (див. 3-тю главу) рис.11.13 і відрізняються від них тим, що їх підкладкою слугує поверхня діелектрика. У зв'язку з цим кремнієві плівкові уніполярні транзистори отримали загальну назву структур типу “кремній на ізоляторі” (КНІ) (англійська назва *silicon on insulation (SOI)*). У залежності від матеріалу діелектричної підкладки розрізняють такі різновиди структур: кремній на сапфірі, кремній на шпінелі, кремній на нітриді² та кремній на оксиді кремнію. Фізичні властивості та основи роботи уніполярних плівкових транзисторів майже не відрізняються від фізичних властивостей МОН транзисторів на основі монокристалічного кремнію. Вони розглядаються у 3-й, 6-й та 12-й главах. Відмінною позитивною

² Сапфір - Al₂O₃, нітрид - Si₃N₄, шпінелі – хімічно складні оксиди типу R²⁺R³⁺O.

рисою плівкових транзисторів є значно краща ізоляція окремих приладів у ІМС завдяки

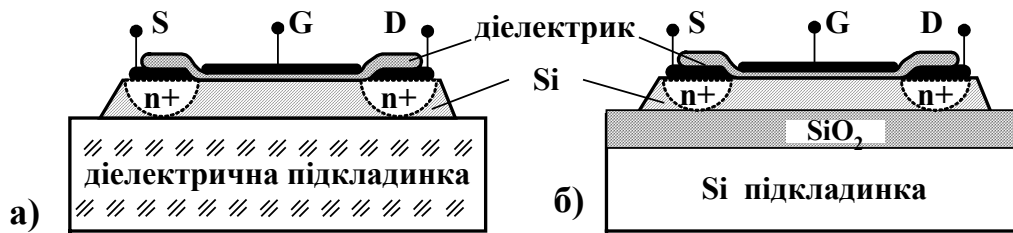


Рис.11.13. Тонкоплівкові уніполярні транзистори: а) - кремній на ізоляторі, б) - кремній на оксиді кремнію.

діелектричній підкладці, яка має кращі ізолюючі властивості по відношенню до кремнієвої підкладки звичайних МОН транзисторів. Внаслідок недосконалості виготовлення бездефектних напівпровідникових плівок рухливість носіїв у них є меншою, ніж у кристалічних зразках. Тому плівкові активні елементи поступаються за своїми параметрами елементам, що виконуються на кристалах. Проте структури типу КНІ (SOI) дозволяють:

- використовувати досить досконалі епітаксійні плівки,
- здійснювати перекристалізацію верхнього шару кремнієвих плівок,
- використовувати напружені шари SiGe з рухливостями носіїв заряду достатніми для ефективної роботи МОН та КМОН транзисторів,
- зменшувати паразитні ємності областей витоку та стоку, тому що виключається ємність n-p переходів, котрі є у звичайних МОН транзисторів,
- збільшувати термічний опір підкладки.
- конструювати транзистори з короткими каналами провідності ($\sim 15\text{--}40$ нм) тощо.

Зменшення негативного впливу ефектів короткого каналу (§3.8.6.1) здійснюється у таких транзисторах за допомогою таких трьох способів:

- сильного легування областей витоку та стоку,
- використання збіднених коротких та вузьких каналів, що утворюються за допомогою електричного поля,
- використання вузьких ізольованих каналів із нелегованого шару напівпровідника між витоком та стоком.

У першому випадку сильне легування областей с витоку та стоку ($\sim 10^{20} \text{ см}^{-3}$) згідно (3.4а) суттєво зменшує протяжність збіднених областей витоку та стоку, тобто зменшує ширини збіднених областей стоку та витоку (w_S та w_D), від яких згідно (3.49) залежить мінімальна довжина каналу, при якій можна знехтувати ефектами короткого каналу, при якій можна знехтувати ефектами короткого каналу. Схематично поперечний переріз такого МОН транзистору типу КНІ з V-подібний канавкою наведений на рис.11.14. Його канал має довжину $\sim 15\text{--}40$ нм. Він утворюється між областями n++ витоку та стоку у тонкій плівці власного напівпровідника з концентрацією донорних домішок $\sim 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

У другому випадку канал провідності формує просторовий розподіл потенціалу, що створюється керуючими потенціалами на спеціальній формі затворів. Приклад просторового сідлоподібного потенціалу, що створюється у двохзатворній системі, наведений на рис.7.15. Цей розподіл потенціалу формує дуже вузький та короткий канал, у якому може навіть відбуватись балістичний транспорт носіїв заряду. Найпростіша схема двохзатворного МОН транзистора наведена на рис.11.15а. На рис.11.15б зображений другий різновид двохзатворного вертикального транзистора. Його канал провідності

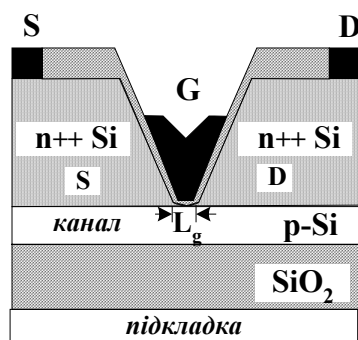


Рис.11.14. Схема МОН транзистора з V-канавкою типу КНІ (SOI).

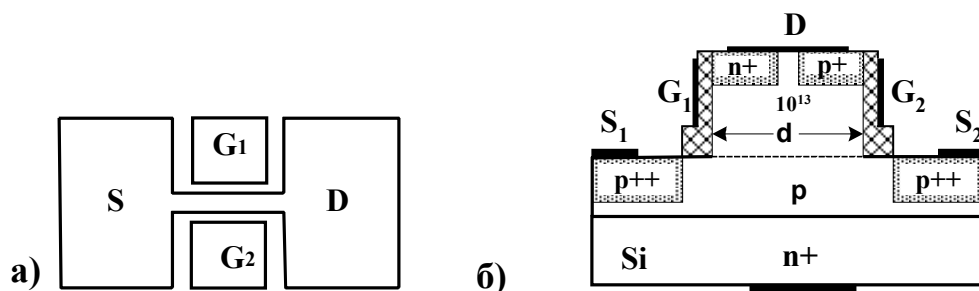


Рис.11.15. Двохзатворні трнзистори: (а) - МОН КНІ, (б) - вертикальний польовий.

утворюється у нелегованій плівці напівпровідника затворами G_1 та G_2 . У залежності від потенціалів на затворах у каналі провідності можуть рухатися або електрони або дірки. Джерелом носіїв заряду служить загальний для всіх вертикально суміщених МОН транзисторів р-п перехід, на який подається пряме зміщення.

У третьому випадку, так званого, “кілевого” МОН транзистора між його витоком та стоком виготовляється тонкий напівпровідниковий кіл, ізольований з чотирьох сторін шарами оксиду та оксинітриду. Ізоляція перешкоджає повному збідненню каналу, тобто зменшує негативний вплив ефектів короткого каналу. Приклад такого типу транзистора наведений на рис. 11.15.б.

Фізичні властивості магнітних та діелектричних плівок та відповідних магнітних та діелектричних активних елементів уже обговорювалися у першій частині курсу, до якої ми відсилаємо читача. Основи роботи та властивості кріогенних активних елементів викладені у 9-й главі. Одноелектронні явища та особливості балістичного транспорту, які також можна використати для створення активних елементів, описані у 7-й глав. Тому не виникає необхідності повторного розгляду цих питань. Проте слід зауважити, що до цього часу практичне застосування знайшли лише магнітні та кріогенні активні елементи. Всі останні плівкові активні елементи, хоча і можуть бути використані, проте внаслідок недосконалості технології виготовлення бездефектних плівок поки що поступаються за своїми параметрами твердотільним активним елементам ІМС, що виготовляються на основі монокристалічних підкладок.

Широке використання напівпровідникових МОН транзисторів та необхідність подальшого збільшення ступеня інтеграції та швидкодії викликало значний інтерес до подальшого вдосконалення існуючих та розробки нових плівкових напівпровідникових

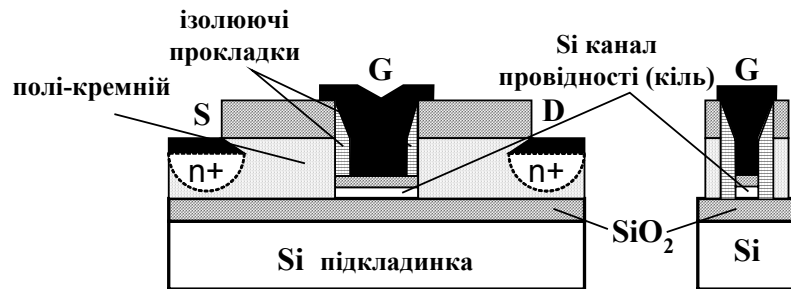


Рис.11.16. Тонкоплівковий кілевий транзистор типу кремній на ізоляторі з ізолюючим каналом нанометрових розмірів.

активних елементів, зокрема, уніполярних транзисторів. Виявилося, що плівкові різновиди МОН транзисторів, що належать до типу структур кремній на ізоляторі, мають такі позитивні риси:

- простий та більш досконалий спосіб ізоляції окремих приладів завдяки заміні напівпровідникової підкладки діелектриком, який на відміну від звичайних МОН структур (див. розділ 12.6) не потребує використання додаткових об'ємів підкладки,
- більшу термічну стійкість завдяки використанню діелектриків для підкладок із більшою шириною забороненої зони, ніж у кремнії,
- меншу ємність переходів областей витоку та стоку через відсутність р-п переходів, які є у звичайних МОН транзисторів,
- більшу керованість порогових потенціалів за допомогою потенціалів підкладки,
- можливість досить простого виготовлення двохзатворних транзисторів (рис.11.16.а) та використання каналів малих (нанометрових) розмірів у V - подібних у транзисторах (рис.11.15) або у "кілевих" транзисторах з ізолюваним коротким каналом (рис.11.16.б), що дозволяє зменшує ефекти короткого каналу,
- можливість виготовлення транзисторів із плаваючим затвором, що дозволяє на їх основі створювати комірки пам'яті (МОН-ЗП),
- функціональну та технологічну сумісність із іншими елементами кремнієвих ІМС та можливості, що відкриваються завдяки використанню новітніх технологій виготовлення досконалих напівпровідникових плівок (зокрема, кремнію) та локального іонного легування та травлення для їх обробки.

Усе це забезпечує збільшення ступеня інтеграції, швидкодії та відкриває можливість переходу від плоских ІМС, які розміщуються переважно у приповерхневому шарі напівпровідника, до багатошарових ІМС, тобто до наступного тривимірного (об'ємного) рівня інтеграції.

11.5. ТЕХНОЛОГІЧНІ ЕТАПИ ВИГОТОВЛЕННЯ ПЛІВКОВИХ ІМС

Виготовлення плівкових ІМС, як уже вказувалось (рис.11.1), ділять на шість етапів:

1. вибір функціональної схеми та її проектування;
2. розробка топології ІМС на підкладках стандартного розміру;
3. розробка технології виготовлення, котра передбачає коректування проекту ІМС і її топології;
4. поетапне виготовлення ІМС, котре у свою чергу складається з таких етапів:

- очистка підкладинок,
 - вибору матеріалів,
 - виготовлення фотошаблонів (масок),
 - мультиплікація (тиражування) фотошаблонів,
 - виготовлення незмінних масок у тих випадках, коли це доцільно,
 - виготовлення елементів ІМС;
5. *монтаж вивідних контактів і розміщення ІМС у спеціальних захисних корпусах.* Ця операція досить складна. Вона полягає в тому, що до контактних полів на підкладинках ІМС приєднують дріт'яні контакти, діаметр яких більший за товщину плівок на контактних полях. Контакти приєднуються різними способами:
- паянням,
 - термокомпресійним зварюванням,
 - ультразвуковим зварюванням тощо;
6. *випробовування ІМС.*

Наведемо приклад формування найпростішої схеми RC -чарунки (рис.11.16). На-

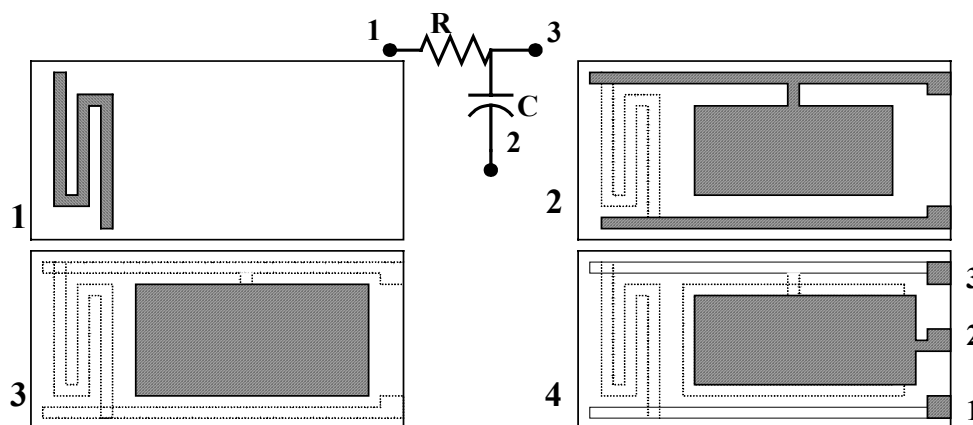


Рис.11.16. Електрична схема та схема послідовного використання масок при виготовленні RC -ланцюжка: 1 - для R , 2 - для нижнього електроду C , 3 - для діелектрика C , 4 - для верхнього електроду C і контактів 1, 2, 3.

віть для такої досить простої схеми потрібно використати біля п'яти масок, щоб утворити на підкладинці структуру RC -ланцюжка. Послідовність операцій створення масок зображена на схематичному рис.11.16 і не потребує додаткових пояснень. З цього рис.11.16 бачимо, що для виготовлення окремих елементів цієї схеми потрібно використати 5 масок, а саме:

1. для резистора R , що має форму меандру;
2. для одного з електродів конденсатора C ;
3. для шару діелектрика конденсатора;
4. для шини та другого електрода конденсатора;
5. для контактних полів.

Технологія виготовлення транзисторів типу кремній на оксиді включає як плівкові методи, так і методи, котрі використовуються у твердотільній мікроелектроніці (глава 12). На рис.11.17 наведена спрощена схема технології виготовлення КМОН структури типу КНІ. Його підкладинкою слугує грань монокристалу (100) Si із поверхневим або захороненим шаром оксиду кремнію (SiO_2). Поверхневий оксид утворюється термічним окисненням підкладинки, а захоронений шар SiO_2 виготовляється глибокою імплантацією іонів O^+ з енергією 150 keV . Високоенергетичні іони O^+ проникають у підкладинку майже не порушуючи кристалічності її поверхневого шару. Внаслідок цього на глибині $\sim 0,2 \mu m$ утворюється скритий шар SiO_2 . Після відпалу при температурі

1200°C відновлюються можливі незначні зміни кристалічної будови приповерхневого шару Si підкладинки. Відпал підкладинки можна здійснювати одночасно з епітаксialним нарощуванням поверхневої плівки Si. Цей етап на рис.11.17.1 названий першим етапом технологічного процесу. На другому етапі (рис.11.17.2) за допомогою руйнівної маски та фотолітографії відкривають у масці вікна для легування р-кишеної КМОН структури. Легування здійснюють за допомогою термодифузії донорних домі-

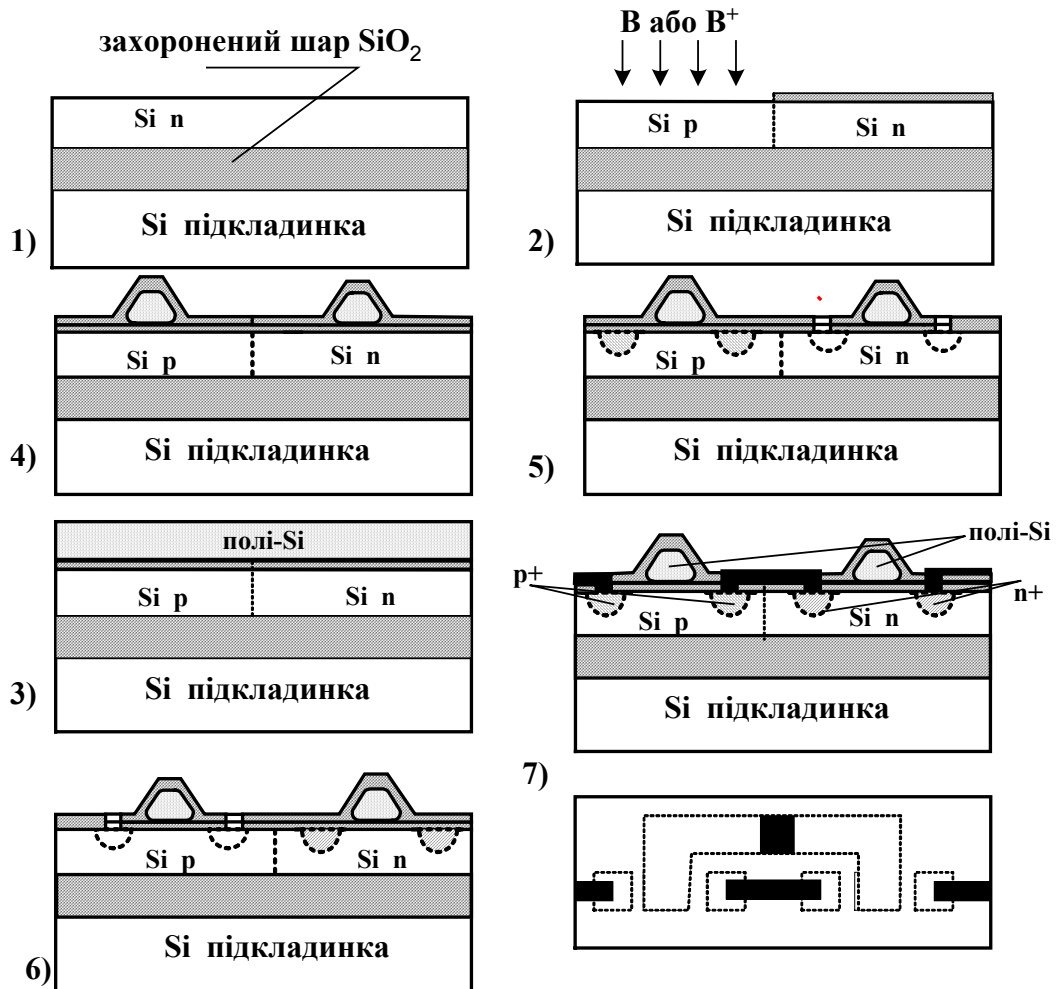


Рис.11.17. Технологія КМОН КНІ транзисторів: 1) - підкладка з захороненим шаром SiO₂ та епітаксialним шаром Si, 2) - створення кишені р-типу, 3) - нанесення полі-Si, 4) -формування полі-Si затворів, 5) - p⁺ області під стоком та витоком п-канального транзистора, 6) - n⁺ області під стоком та витоком р-канального транзистора, 7) - металізація.

шок атомів бору або імплантацією іонів B⁺. На третьому етапі (рис.11.17.3) на поверхні створюють тонкий шар SiO₂, на який наносять шар полікристалічного кремнію (полі - Si). На четвертому етапі за допомогою руйнівної маски та фотолітографії формують затвори із полі - Si і окислюють сформовану поверхню. На п'ятому та шостому етапах крізь спеціально відкриті у руйнівних масках вікна іонною імплантацією послідовно створюють області p⁺ та n⁺ для витоку та стоку транзисторів КМОН структури. На сьомому етапі (рис.11.17.7) здійснюють металізацію системи і отримують готовий прилад.

Звичайно, що реальні технологічні схеми виготовлення КМОН структур більш складні й різноманітні. В них крім SiO₂ використовують і інші діелектричні матеріали, зокрема, нітрид кремнію (Si₃N₄) як маску, котра перешкоджає окисленню Si під нітридом. Досить широко використовується додаткове легування каналів провідності тощо.

Проте наведена схема дає в цілому вірне уявлення про складність технологічних процесів типу КНІ. Вона також дозволяє уявити процес створення багатошарових структур. На рис. 11.18 наведено поперечний переріз однієї із найпростіших багатошарових структур КМОН КНІ з загальним затвором, який на потребує додаткових коментарів. Перехід до виготовлення багатошарових тривимірних ІМС є вигідним. Дійсно, вартість плоских ІМС залежить від вартості використаної чистої площі кремнію або іншого напівпровідника. При переході до багатошарових об'ємних ІМС витрати на їх

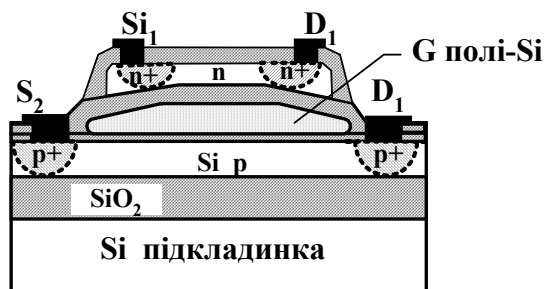


Рис.11.18. Багатошаровий КМОН КНІ транзистор із спільним затвором.

виготовлення можна зменшити ~ 10 разів. Однак при цьому виникають дві проблеми: *по-перше*, необхідність ліквідації нерівностей кожного шару, що входить до складу об'ємної ІМС та, *по-друге*, необхідність більш інтенсивного охолодження об'ємних ІМС, бо вони мають набагато меншу площу, що охолоджується, при однаковій споживній потужності. (Для прикладу нагадаємо, що процесор Pentium 4 з площею $2,2 \text{ см}^3$

а)



б)

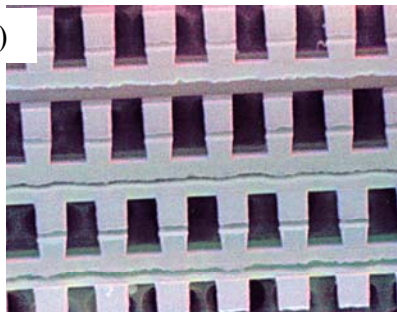


Рис.11.19. Приклади: а) – багатошарової ІМС, б) – об'ємної схеми пам'яті.

споживає близько 80 ватів. Перша проблема частково розв'язується за допомогою полірування проміжних шарів об'ємних ІМС за допомогою мікроабразивів. Така методика успішно використовується, наприклад, при виготовленні процесора Intel 80 486, до складу якого входять 7 шарів, розміщених в діелектричному матеріалі. Друга проблема – охолодження об'ємних ІМС потребує додаткових зусиль для свого оптимального розв'язку.

Наведені приклади показали, що технологія створення ІМС досить складна і без оптимальних методів проектування схем, оптимальної топології й технології виробництва ІМС може бути досить великої вартості, котра зменшується лише при гігантському їх тиражуванні. На рис.11.19 наведено два приклади багатошарових ІМС.

Необхідно звернути увагу ще на одну особливість використання плівок. Вони утворюються із атомів (молекул), що осідають на підкладинці. Центри конденсації, утворення острівців, їх еволюція та формування суцільних епітаксialьних плівок залежить від природи речовини плівки та підкладинки та умов виготовлення плівок. Їх змі

ною можна курувати на атомному рівні структурою плівок, їх формою, атомною будовою й розподілом острівців (атомних або молекулярних кластерів), областями імовірного осадження тощо. Це відкриває шлях до розробки методів *самоорганізації наноструктур* з тим щоб зберегти у наноелектроніці переваги групового методу технології їх виготовлення. Й підійти до ключової проблеми *самозбирання наноелектронних систем*. Прикладом використання такого підходу є розробка методів виготовлення систем квантових точок із нанокластерів на підкладинці. Для керування їх розподілом за формою, взаємним розташуванням, відстанню між ними та пошаровими властивостями вздовж нормалі до поверхні підкладинки використовуються такі чинники:

- адсорбцію спеціальних допоміжних шарів інших речовин (сурфактантів), котрі модифікують поверхню, змінюючи поверхневу енергію, швидкість поверхневої дифузії, хімічну реактивність тощо,
- попередній контрольований просторовий розподіл напружень або сходинок на підкладинці, що сильно впливає на розподіл центрів конденсації або на швидкість поверхневих реконструкцій.
- Нові матеріали, наприклад, вуглецеві мікротрубки тощо.

Перші вдалі спроби в цьому напрямку дозволяють сподіватись на подальший розвиток цього використання плівкової технології.

11.6. ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ

Плівкова електроніка приваблює дослідників та технологів тим, що вона принципово дозволяє створювати системи будь-якої складності, а окремі етапи створення її елементів прості й зрозумілі. Тому був запропонований і почав здійснюватись проект розробки універсальної системи, що дозволяє створювати будь-які твердотільні ІМС за допомогою плівкової технології. В цьому проекті електронні, іонні та світлові промені за спеціальною програмою розшукують потрібну речовину в сховищі речовин, випаровують її, іонізують її атоми або молекули і за допомогою електричних і магнітних полів направляють у певні точки поверхні підкладинки. Іони нейтралізуються й осаджуються в цих точках підкладинки. На підкладинці утворюється просторовий розподіл речовини необхідної форми і складу. В ідеалі це дає змогу побудувати проект автоматизованої системи виготовлення окладної плівкової ІМС. Окремі складові цього проекту були здійснені і використовуються на практиці, проте в цілому проект ще не завершено.

Поки що плівкова електроніка знайшла широке практичне застосування для виготовлення в основному пасивних елементів напівпровідникових ІМС, гібридних та суміщених твердотільних напівпровідникових ІМС, магнітних або надпровідних елементів. Основною причиною, чому до цього часу плівкова мікроелектроніка менш широко використовується для виготовлення активних напівпровідникових елементів полягає в тому, що технологія виготовлення плівок ще не зовсім досконала. У плівках виникає значно більша концентрація дефектів та домішок по зрівнянню з тим, що має місце у твердих тілах. Дефектність плівок призводить до розсіяння носіїв струму, зменшення їх рухливості й погіршення параметрів активних елементів, виготовлених за допомогою плівкової технології. Проте надія створення досконалих плівок і плівкових ІМС не згасла. Зокрема, з'ясувалось, що використання активних напівпровідникових елементів типу КМОН КНІ (англійська назва SOI) дозволяє створювати елементи з дуже короткими нанометрових розмірів та тонкими ізольованими каналами провідності, зменшення довжини каналів яких частково компенсує зменшення робочих частот через зменшення рухливості носіїв у плівкових зразках, та дозволяє здійснювати перехід до виготовлення трьохвимірних ІМС. Тому в багатьох країнах досить інтенсивно досліджу

ються особливості явищ, що відбуваються в плівках, структура плівок та інтенсивно вдосконалюється технологія виготовлення плівкових елементів і систем із них.

11.7. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

11.1. Знайти падіння потенціалів на контакті, що утворюється силіцидом кремнію з Si , при кімнатній температурі, якщо пропускати крізь контакт імпульс струму з густиною $I = 10^3 \text{ А/см}^2$. Висота бар'єра на границі із силіцидом кремнію становить $e\varphi_B \sim 0,35 \text{ еВ}$.

Задача 11.1. В області Si (область $z \geq 0$) із концентрацією домішок N_a утворюється параболічний потенціальний бар'єр (бар'єр Шотткі)

$$e\varphi(z) = e\varphi(0) \left(1 - \frac{z}{L}\right)^2 \theta(L - z), \quad (1)$$

де $\varphi(0) = \varphi_B - V$, V - прикладена зовнішня напруга, а L - товщина шару Шотткі

$$L = \sqrt{\frac{\varepsilon e \varphi(0)}{2\pi e^2 N_a}} \quad (1a)$$

Густина струму крізь контакт визначається як

$$j_T = A * T^2 \int_0^\infty e^{-\frac{E}{k_B T}} T(E) \frac{dE}{k_B T} \quad (2)$$

коефіцієнт

$$T(E) = \begin{cases} 1 & \text{для } E > e\varphi(0) \\ T_0(E) & \text{для } E \leq e\varphi(0) \end{cases} \quad (3)$$

$$T_0(E) = \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int_0^{z_0} \sqrt{2m[e\varphi(z) - E]} dz \right\}$$

Тут 0 та z_0 - класичні точки повороту, що обмежують область координати z , де $e\varphi(z) \geq E$. Обчислення інтеграла в (3) з урахування (1) та підстановка його в (2) дає

$$j = A * T^2 \int_0^\infty e^{-\Phi(E)} \frac{dE}{k_B T} \quad (4)$$

де $\Phi(E) = \frac{e\varphi(0)}{k_B T} \left\{ \frac{1}{\xi^2} + \frac{k_B T}{E_0} \frac{1}{\xi} \left[\sqrt{\xi^2 - 1} - \frac{1}{\xi} \ln \left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \right] \right\}$, а $E_0 = \hbar \sqrt{\frac{\pi e^2 N_a}{m \varepsilon}}$, $\xi = \sqrt{\frac{e\varphi(0)}{E}}$. Фун-

кція $\Phi(E)$ має гострий екстремум, коли $E = E_m = \frac{e\varphi(0)}{ch^2(E_0/k_B T)}$. Тоді інтеграл у (4) зручно оцінити за

допомогою методу перевалу. Для цього запишемо наближений вираз для $\Phi(E)$ у вигляді

$$\Phi(E) \approx \Phi(E_m) - \frac{1}{2} \frac{d^2 \Phi}{dE^2} \Big|_{E_m} \cdot (E - E_m)^2$$

та розширимо границі інтегрування до $\pm \infty$. Результат такого обчислення має вигляд

$$j = A * T^2 \frac{\sqrt{2\pi e \varphi(0) E_0} \text{th}(E_0/k_B T)}{k_B T \text{ch}(E_0/k_B T)} \exp \left\{ -\frac{e\varphi(0)}{E_0} \text{th}(E_0/k_B T) \right\} \quad (5)$$

З аналізу (5) видно, що при високих температурах, коли $(E_0/k_B T) \ll 1$, $j \propto \exp \{-e\varphi(0)/k_B T\}$. Це є випадком термоелектронної (надбар'єрної) емісії. При низьких температурах, коли $k_B T \gg E_0$, то $j \propto \exp \{-e\varphi(0)/E_0\}$ і не залежить від температури. Цей випадок є випадком польової емісії.

За допомогою формули (5) визначимо падіння напруги на контакті $U = jR$, де $R = dV/dj$. Звідки, якщо знехтувати слабкою залежністю від напруги множника перед експонентою в (5), маємо

$$U = \frac{1}{d \ln j / dV} \cong \frac{E_0}{e \cdot th(E_0 / k_B T)}. \quad (6)$$

З формул (5) та (6) видно, що при збільшенні ступеня легування струм збільшується.

11.2. Опишіть технологію виготовлення мікросхеми, що складається з ніхромового резистора з опором 60 кОм і ємності 10 пФ .

11.3. Опишіть технологію виготовлення мікросхеми, котра є ланцюжком із двох конденсаторів ємністю $0,005 \text{ мкФ}$ кожний та трьох резисторів з опорами 50 кОм кожний.

11.4. У мікросхемі потрібно виготовити провідник із розмірами $1 \times 0,001 \times 0,0005 \text{ мм}$. У процесі роботи він повинен пропускати струм густиною $5 \cdot 10^5 \text{ А} \cdot \text{см}^{-2}$. Схема спроектована так, що 10% довжини провідника розташована на сходінках, де його товщина складає 0,5 від номінальної. Яке падіння напруги має місце на цьому провідникові, якщо його поверхневий опір $R_{\square} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}/\square$? Зменшення надійності провідника такої конструкції можна знехтувати.

11.5. Чому до цього часу не використовується повністю плівкова технологія створення ІМС?

11.6. Знайдіть тангенс пута втрат у випадку ланцюжка послідовно з'єднаних C та R , коли $\nu = 100 \text{ МГц}$, $C = 100 \text{ пФ}$, $R = 10 \text{ Ом}$.

11.7. Яким вимогам повинна задовольняти підкладинка для створення на ній плівкової ІМС?

11.8. Проаналізуйте можливі причини впливу термообробки ІМС на властивості тонкоплівкових резисторів.

11.9. Якими параметрами характеризуються тонкоплівкові резистори? Які матеріали використовуються для цього?

11.10. Яким вимогам повинні задовольняти діелектрики, котрі використовуються для створення тонкоплівкових конденсаторів? Які номінали притаманні плівковим конденсаторам?

11.11. Потрібно визначити конфігурацію й розміри плівкового резистора з номінальним значенням опору 4 кОм , потужністю розсіювання $P_M = 30 \text{ мВт}$ і можливістю отримання номінального значення з відносною похибкою $\Delta R/R \approx 10\%$, якщо технологія забезпечує $\Delta \rho/\rho = 5\%$, $\Delta w/w = 10\%$, $\Delta l/l = 10\%$.

11.12. Визначити опір $2D$ -провідника зі стрибкоподібною зміною ширини, як це зображено на рис. 11.14. Використати при цьому конформне перетворення

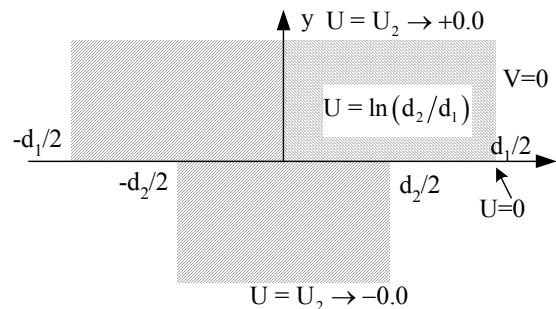


Рис. 11.14.

$$z = \frac{1}{\pi} (d_1 f_1(W) - d_2 f_2(W)), \quad (1a) \quad \text{де}$$

$$f_1 = d_1 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{e^{2W} - (d_2/d_1)^2}{1 - e^{2W}}}, \quad f_2 = d_2 \operatorname{arctg} \left\{ \frac{d_2}{d_1} \sqrt{\frac{1 - e^{2W}}{e^{2W} - (d_2/d_1)^2}} \right\}, \quad (1b)$$

$$z = x + iy, \quad W = U + iV$$

Задача 11.12. Наведене конформне перетворення переводить площину z у площину W так, що лінії струму $V=0$ відповідає права границя стрічки, а лінії струму $V=\pi$ – ліва границя стрічки. В цьому можна безпосередньо пересвідчитись. Дійсно, при $V=0$ $e^{2W} = e^{2U}$, $-\infty \leq U \leq \infty$, і в залежності від значення U функції $f_{1,2}$ (1b) поведуть себе таким чином ($\operatorname{arctg} i\xi = i \operatorname{Arth} \xi$):

при $U > 0$, тобто $e^U > 1$, $\operatorname{Re} f_1 = \pi/2$, $\operatorname{Re} f_2 = 0$, $0 \leq \operatorname{Im}(f_1, f_2) \leq +\infty$;

при $\ln \frac{d_2}{d_1} < U < 0$, тобто $\frac{d_2}{d_1} < e^U < 1$, $0 < \operatorname{Re}(f_1, f_2) \leq \pi/2$, $\operatorname{Im}(f_1, f_2) = 0$

та при $U < \ln \frac{d_2}{d_1}$, тобто $e^U < \frac{d_2}{d_1}$, $\operatorname{Re} f_1 = 0$, $\operatorname{Re} f_2 = \pi/2$, $-\infty \leq \operatorname{Im}(f_1, f_2) = 0$.

Відповідно до цього, функція z (1b) у випадку $V=0$ (тобто $e^W = e^U$) дійсно описує праву границю стрічки. Аналогічно розглядається і випадок $V=\pi$, враховуючи, що при цьому $e^W = -e^U$ та використовуючи відомі співвідношення

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy} + \begin{cases} 0 & \text{для } xy < 1 \\ \pi & \text{для } xy > 1, x > 0 \\ -\pi & \text{для } xy > 1, x < 0 \end{cases}$$

(2)

та

$$\operatorname{Arth} x \pm \operatorname{Arth} y = \operatorname{Arth} x \frac{x \pm y}{1 \pm xy}.$$

Таким чином, повний струм у стрічці, згідно з формулами (11.13), (11.14) дорівнює $J = \pi/\rho$. Для визначення різниці потенціалів $U_2 - U_1$ зазначимо, що на великій відстані від області з'єднання еквіпотенціальні лінії паралельні вісі x , тобто визначаються як $y=y_1$ при $U=U_1 \rightarrow +\infty$ та $y=y_2$ при $U=U_2 \rightarrow -\infty$. Без посередніх обчислень значень y_1 та y_2 зручно провести при $V = \frac{1}{2}\pi$ (центральна вісь стрічки), коли

$$e^{2W} = -e^{2U}, \quad x=0$$

$$\text{та } y = \frac{1}{\pi} \left\{ d_1 \operatorname{Arth} \sqrt{\frac{e^{2U} + (d_2/d_1)^2}{1 + e^{2U}}} - d_2 \operatorname{arctg} \left[\frac{d_2}{d_1} \sqrt{\frac{1 + e^{2U}}{e^{2U} + (d_2/d_1)^2}} \right] \right\}. \text{ Використовуючи}$$

$$\operatorname{Arth} \xi = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\xi}{1-\xi}, \text{ при } U=U_1 \rightarrow +\infty \text{ із цього виразу отримуємо}$$

$$y_1 = \frac{d_1 u_1}{\pi} + \frac{1}{\pi} \left(d_1 \ln \frac{4d_1^2}{d_1^2 - d_2^2} - d_2 \ln \frac{d_1 + d_2}{d_1 - d_2} \right), \quad (4)$$

а при $U=U_2 \rightarrow -\infty$

$$y_2 = \frac{d_2 u_2}{\pi} + \frac{1}{\pi} \left(d_1 \ln \frac{d_1 + d_2}{d_1 - d_2} - d_2 \ln \frac{4d_2^2}{d_1^2 - d_2^2} \right). \quad (5)$$

З виразів (4) та (5) можна виразити різницю потенціалів $U_1 - U_2$ і, використовуючи (3), отримати повний опір стрічки $R = \rho(U_1 - U_2)/\pi = R_1 + R_2 + \Delta R$. В цьому виразі

$$R_1 = \frac{\rho y_1}{d_1}, \quad R_2 = \frac{\rho |y_2|}{d_2}, \quad \text{та } \Delta R = \frac{\rho}{\pi} \left(\frac{d_1^2 + d_2^2}{d_1 d_2} \ln \frac{d_1 + d_2}{d_1 - d_2} + 2 \ln \frac{d_1^2 - d_2^2}{4d_1 d_2} \right) \quad (6) -$$

це додатковий опір у порівнянні з опорами R_1 та R_2 прямокутних стрічок шириною d_1 та d_2 і довжинами y_1 та $|y_2|$, обумовлений деформацією ліній струму поблизу місця з'єднання.

При $d_2 \rightarrow d_1$, як видно з виразу (6), $\Delta R \rightarrow 0$, а при $d_1 \gg d_2$

$$\Delta R \rightarrow \frac{\rho}{\pi} \left(1 + \ln \frac{d_1}{4d_2} \right).$$

11.13. Визначити опір $2D$ -провідника у формі прямокутного “колiна”, див. рис.:

Використати при цьому конформне перетворення

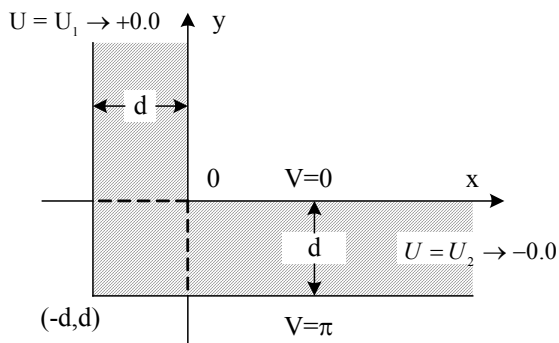


Рис11.15.

$$z = \frac{2d}{\pi} (g_1(W) - g_2(W)), \quad (1a)$$

$$g_1(W) = \operatorname{Arth} \sqrt{\frac{1-e^W}{1+e^W}}, \quad g_2(W) = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-e^W}{1+e^W}}, \quad (1b)$$

$$z = x + iy, \quad W = U + iV.$$

Задача 11.13. Наведене конформне перетворення переводить площину z у площину W так, що лінії струму $V=0$ відповідає “верхня” границя “коліна” ($x=0, y>0$ та $y=0, x\geq 0$), а лінії струму $V=\pi$ – “нижня” границя “коліна”. Дійсно, при $V=0$ $e^W = e^U$ і функції $g_{1,2}$ (1b) поведуть себе так: при $U > 0$, коли $e^U > 1$, $\operatorname{Re}(g_1, g_2) = 0$, $0 \leq \operatorname{Im}(g_1) < \pi/2$, $-\infty < \operatorname{Im}(g_2) < 0$; та при $U < 0$, коли $e^U < 1$, $0 \leq \operatorname{Re} g_1 < \infty$, $0 \leq \operatorname{Re} g_2 < \pi/2$, $\operatorname{Im}(g_1, g_2) = 0$.

Тому функція (1a) описує “верхню” границю. У випадку ж $V = \pi$, коли $e^W = -e^U$, із (1a,b) витікає

$$z = \frac{2d}{\pi} \left(\operatorname{Arth} \sqrt{\frac{1+e^W}{1-e^W}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1+e^W}{1-e^W}} \right). \quad \text{Використовуючи формули (2) із задачі 11.12, в результаті}$$

$$\text{отримуємо} \quad z|_{V=\pi} = z|_{V=0} - \frac{2d}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} (1+i).$$

Ця залежність описує “нижню” границя “коліна”.

Як і в попередній задачі, повний струм у “коліні” дорівнює $J = \pi/\rho$.

Еквіпотенціальні лінії при $x \rightarrow +\infty$ паралельні вісі y , тобто визначаються значеннями $x=x_2$ при $U=U_2 \rightarrow -\infty$; при $y \rightarrow +\infty$ еквіпотенціальні лінії паралельні вісі x і визначаються як $y=y_1$ при $U=U_1 \rightarrow +\infty$.

Покладаючи $V=0$ та використовуючи асимптотичні розклади

$$\operatorname{Arth} \sqrt{\frac{1-e^U}{1+e^U}} \bigg|_{U \rightarrow -\infty} \approx \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} U + \dots \text{ та } \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-e^U}{1+e^U}} \bigg|_{U \rightarrow -\infty} \approx \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} e^U + \dots,$$

отримуємо

$$x_2 = \frac{2d}{\pi} \left(\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} U_2 - \frac{\pi}{4} \right) \quad (2a)$$

$$\text{та цілком аналогічно} \quad y_1 = \frac{2d}{\pi} \left(\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} U_1 - \frac{\pi}{4} \right). \quad (2b)$$

Комбінуючи (2a) та (2b), визначимо різницю потенціалів $U_1 - U_2$:

$$U_1 - U_2 = \frac{\pi}{d} (y_1 + x_2) + \pi - 2 \ln 2$$

На цій підставі визначимо повний опір “коліна”:

$R = (U_1 - U_2)/J = R_1 + R_2 + \Delta R$, де $R_1 = \rho y_1/d$, $R_2 = \rho x_2/d$ – опори прямокутних смуг шириною d та довжиною y_1 та x_2 , а $\Delta R = \rho(1 - 2 \ln 2/\pi) = 0.441\rho$ – це додатковий опір, зв’язаний з деформацією ліній струму в “коліні”.

11.14. Оцінити можливість використання плівки товщиною $d=50$ нм на високих частотах при $T = 300$ К. При яких частотах можна користуватися питомим опором, котрий вимірювався в режимі постійного струму?

Задача 11.14. Дійсна частина високочастотної провідності визначається виразом

$$g = \frac{ne^2}{3k_B T} \left(\frac{\tau v^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \right). \quad \text{Якщо швидкість носіїв } v \text{ не залежить від часу, то } g = \sigma \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}, \text{ де}$$

$$\sigma = \frac{ne^2 \tau}{m} \text{ – низькочастотна провідність. Звідси визначається верхня границя для дозволених}$$

умовою задачі частот: $\omega < \frac{ne^2}{\sigma m} = \omega_i$. Нижня границя визначається з умови $d > 2\delta$, де

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\mu_n\sigma\omega}}, \text{ де } \mu_n - \text{магнітна проникність. Звідси визначається нижня границя: } \omega > \omega_b = \frac{2c^2}{\pi\mu_n\sigma d^2}.$$

11.15. Які фізичні властивості обмежують вибір мінімальної відстані між сусідніми провідниками ІМС?

11.16. Які фізичні явища обмежують максимально можливий струм у провідниках ІМС?

11.17. Оцініть рухливість та час релаксації носіїв у міді при кімнатній температурі, а також напруженість електричного поля й густини струму, при яких повинна порушитися лінійна залежність густини струму від напруженості електричного поля (закон Ома).

Відповідь: $\tau \sim 2.5 \cdot 10^{-14} \text{ с}^{-1}$; $\mu \sim 44 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{В}^{-1}$; $E \ll mv_F/e \tau \sim 10^7 \text{ В/см}$, $j_m \sim 10^{13} \text{ А/см}$.

11.18. Визначити, як змінюється опір, коли ширина прямокутної плівки резистора шириною w збільшується вдвічі.

Відповідь. $\Delta R = \frac{R_0}{\pi} \left(1 + \ln \frac{w_1}{4w_2} \right) = \frac{R_0}{\pi} \left(1 + \ln \frac{1}{2} \right) = 0,4 / \pi$.

11.19. При яких частотах опір ніхромового плівкового резистора на кремнієвій підкладинці з розмірами $\ell \times w = 10 \times 0,05 \text{ мм}$ починає залежати від температури.

Задача 11.19. $Z = \frac{R}{1 + (\omega CR)^2} + j \left[(\omega L) - \frac{\omega CR^2}{1 + (\omega CR)^2} \right]$, звідки

$$\frac{|Z|}{R} = \frac{1}{(1 + (\omega CR)^2)^{1/2}} \left[\left(1 - \omega^2 LC \right)^2 + \frac{(\omega L)^2}{R^2} \right]^{1/2}. \text{ Користуючись (11.23) та (11.16), отримуємо оцінку}$$

$R > \sqrt{L/C} > 10 \text{ кОм}$. Опір починає залежати від частоти при частотах

$$f_m = \omega / 2\pi > 0,5 / 2\pi CR \approx 100 \text{ МГц}.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. И.Е. Ефимов, И.Я. Козырь, Ю.И. Горбунов, Микроэлектроника. Физические и технологические основы, надежность: Учебное пособие для приборостроительных специальных вузов. 2-е изд. - М.: "Высшая школа", 1986. - 464 с.: ил.
2. Л.Н. Колесов, Введение в инженерную микроэлектронику. М.: Сов. Радио, 1974, - 280 с., ил.
3. В.Д. Гимпельсон, Ю.А. Радионов, Тонкопленочные микросхемы для приборостроения и вычислительной техники. М., "Машиностроение", 1976, -с.328.
4. И.П. Степаненко, Основы микроэлектроники, М: Учебн. пособие для вузов. - 2-е изд. Перераб. и доп. М.: Лаборатория Базовых знаний 2001, - 488с.; ил.

Глава 12. НАПІВПРОВІДНИКОВІ ІМС

12.1. ВСТУП

Основною особливістю інтегральних напівпровідникових мікросхем (ІМС) є те, що їхні елементи виготовляються *в об'ємі* та на поверхні напівпровідникової підкладки або в напівпровідниковому шарі, розташованому на діелектричній підкладці. Вони утворюються з напівпровідникового матеріалу, в якому методами локальної дифузії, окислення, іонної імплантації та іншими технологічними засобами контролювано вносяться домішки, здійснюється окислення, створюються різні сполуки або епітаксialним вирощуванням наносяться шари інших речовин.

Конструктивною ознакою ІМС є те, що її елементи, створені в напівпровідниковому матеріалі або розташовані на ньому, електрично з'єднані й розміщені в єдиному корпусі, є неподільною системою. Усі або частина елементів ІМС створюються в єдиному технологічному процесі з використанням групових методів виготовлення елементів і міжелементних з'єднань.

ІМС використовуються для реалізації більшості апаратурних функцій. *За функціональними ознаками* вони є: мультівібраторами, тригерами, логічними елементами, підсилювачами, дешифраторами, змішувачами, дискримінаторами тощо.

ІМС мають такі *позитивні якості*:

- високу густину монтажу ($> 10^6$ на чіп¹) або високу ступінь інтеграції;
- інтеграцію технологічних процесів виготовлення ІМС, яка полягає в груповій технології їх виготовлення, що збільшує їх відтворюваність та надійність (зменшується кількість бракованих ІМС) при зменшенні собівартості;
- широкий діапазон функціональних можливостей;
- подібність технологічних засобів виготовлення дискретних і інтегральних елементів.

Звичайно, що ІМС мають також і *свої недоліки*, серед яких найголовніші є:

- труднощі контролю за допусками на параметри ІМС;
- залежність параметрів ІМС від температури, проникаючих частинок та випромінювання;
- наявність в об'ємі напівпровідників паразитних гальванічних зв'язків тощо.

Подібність основних технологічних процесів виготовлення дискретних та інтегральних елементів прискорив розвиток технології виготовлення ІМС. Ця обставина була однією із причин того, що напівпровідникові ІМС та великі ІМС стали найбільш широко застосовуватись на практиці.

12.2. КЛАСИФІКАЦІЯ ІМС

Для класифікації напівпровідникових ІМС використовуються різні ознаки, а саме: конструктивні, технологічні, ступінь інтеграції, фізичні принципи роботи активних елементів, функціональне призначення, швидкодія, потужність, застосування в апаратурі.

А. За конструктивними ознаками ІМС поділяються на *чотири класи*:

- *схеми з активною підкладкою*,
- *схеми з пасивною підкладкою*,

¹ Чіп (англ. chip – уламок, скалка, шматок) відрізана частина підкладки, в об'ємі або на поверхні якої сформовані елементи ІМС.

- корпусні ІМС,
- безкорпусні ІМС.

Прикладом ІМС з активною підкладкою є ІМС на кремнієвій підкладці. При виготовленні цього класу ІМС потрібно докласти додаткових зусиль для забезпечення ізоляції окремих елементів ІМС. Прикладом схем із пасивною підкладкою є ІМС на діелектричних підкладках із сафіру або ситалу. При їх виготовленні виникають менші труднощі, пов'язані з ізоляцією окремих елементів схеми, тому що діелектрична підкладка служить ізолятором цих елементів.

Б. За технологічними ознаками ІМС поділяються на чотири групи:

- планарно-дифузійні,
- сумісні або поєднані (із тонкоплівковими пасивними елементами),
- на МДН - структурах,
- багатокристалльні.

Планарно-дифузійні ІМС виготовляються за допомогою локального легування напівпровідника донорами або акцепторами. Утворюються системи $p-n$ переходів, на основі яких створюються активні елементи, резистори, ємності та ізолюючі ділянки.

В сумісних або поєднаних ІМС використовуються напівпровідникові активні елементи і плівкові пасивні елементи на поверхні підкладки.

В ІМС на МОН- структурах (МОН – метал-оксид-напівпровідник або англ. MOS – metal-oxide-semiconductor) активними елементами служать уніполярні МОН-транзистори. Ці схеми мають досить високий ступінь інтеграції і потребують менше технологічних операцій при виготовленні по відношенню до ІМС із біполярними транзисторами.

Багатокристалльні ІМС складаються з декількох ІМС на окремих кристалах, які монтуються в одному корпусі і з'єднуються між собою зовнішніми дрітцями з'єднаннями. Вони значно дорожчі за інші ІМС, проте в них значно простіше зменшити паразитні гальванічні зв'язки між окремими деталями ІМС.

В. За ступенем інтеграції умовно розрізняють декілька груп ІМС:

- 1-ша ступінь (ІМС-1) 10 ел./крист., $\lg N = \lg 10 = 1$;
- 2-га ступінь (ІМС-2) 10÷100 ел./крист., $\lg N \sim 2$;
- 3-тя ступінь (ІМС-3), великі ІМС (ВІМС), 1000 ел./крист., $\lg N \sim 3$;
- 4-та ступінь (ІМС-4), надвеликі ІМС (НІМС), 10^4 ел./крист., $\lg N \sim 4$;
- 5-та ступінь (ІМС-5), $>10^4$ ел./крист., $\lg N > 5$.

Крім ступеня інтеграції, ІМС характеризуються також густиною упаковки або густиною монтажу, котра визначає кількість елементів на одиниці площі кристала. Сучасна технологія дозволяє досягати густину монтажу $> 10^6$ елементів на чіпі (кристалі).

Г. За фізичними принципами роботи напівпровідникові ІМС поділяються на дві групи:

- схеми на біполярних транзисторах, в яких використовується рух неосновних носіїв заряду,
- схеми на уніполярних транзисторах, в яких використовується рух основних носіїв заряду.

Д. За швидкістю всі ІМС поділяються на дві групи:

- звичайні ІМС, котрі працюють при частотах до $\nu < 3$ ГГц ($\lambda > 10$ см),
- НВЧ ІМС, котрі працюють при частотах $\nu > 3$ ГГц ($\lambda < 10$ см).

НВЧ ІМС відрізняються від звичайних ІМС розмірами, меншим ступенем інтеграції ($\lg N < 2$, $N < 20$ ел./крист.) та більшою точністю виготовлення окремих елементів. Лінійні розміри елементів НВЧ ІМС повинні бути сумірними з довжиною хвилі. Для зме

ншення розмірів НВЧ ІМС використовують підкладинки з великими діелектричними сталими (ϵ). Однією з характерних ознак НВЧ ІМС є використання в них мікросмужкових ліній передач.

Е. За функціональними ознаками ІМС поділяють на такі групи:

- генератори (Г),
- детектори (Д),
- комутатори (К),
- логічні елементи (Л),
- багатофункціональні (Х),
- модулятори (М),
- перетворювачі (П),
- схеми затримки (Б),
- тригери (Т),
- підсилювачі (У),
- фільтри (Ф),
- елементи пам'яті (Р),
- елементи арифметичних та дискретних пристроїв (І) тощо.

12.3. ПІДКЛАДИНКИ ІМС

Підкладинка ІМС є основою, на поверхні якої або в їх приповерхневому шарі формуються елементи ІМС. Вони, як уже вказувалось у главі 11, поділяються на *пасивні й активні*.

Пасивні підкладинки здебільшого виготовляються зі скла, сапфіру, ситалу, шару SiO_2 на Si у випадку (SOI) або інших діелектриків у технології КНІ й виконують дві функції: служать основою для формування на ній ІМС та створення ізолюючих проміжків між окремими її елементами. До пасивних підкладок висувають ті ж самі вимоги, що і до підкладок плівкових ІМС, а саме: відсутність шорсткості ($< 25 \text{ нм}$), плоскопаралельність (вигини менші за довжину хвилі випромінювання, що використовується при фотолітографії), великий об'ємний та поверхневий питомі опори ($> 10^{14} \text{ Ом}\cdot\text{см}$), електрична міцність $E > 40 \text{ кВ}\cdot\text{мм}^{-1}$, велика теплопровідність ($> 2\cdot 10^{-3} \text{ кал}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{град}^{-1}$), хімічна інертність, механічна міцність, робочі температури без деформацій під дією власної ваги на рівні 400°C , можливість знегажування, низька вартість.

Активні підкладинки служать напівпровідниковим матеріалом для формування ІМС у їх приповерхневих шарах. Здебільшого активні підкладинки виготовляють із кремнію. Він має такі *позитивні якості*:

- велику ширину забороненої зони ($\sim 1,1 \text{ eB}$), що забезпечує малі зворотні струми в р-п переходах, малі паразитні зв'язки, значний інтервал робочих температур $-70\div 120^\circ \text{C}$;
- досить велику теплопровідність, що дозволяє розсіювати значну потужність на рівні до $1,45 \text{ Вт}\cdot\text{град}^{-1}\cdot\text{см}^{-2}$, котра виділяється під час роботи схеми;
- унікальні хімічні та діелектричні властивості насиченого оксиду кремнію (SiO_2), що дозволяє використовувати його як маску при металізації та формуванні елементів ІМС за допомогою термодифузії і як ізолятор у МДН-структурах тощо.

Здебільшого використовують тонкі монокристалльні пластинки кремнію з питомим опором $\rho = 5\div 10 \text{ Ом}\cdot\text{см}$, вирізані перпендикулярно осі [111] або [001] із точністю орієнтації $\pm(1\div 2)^\circ$. Їх товщина коливається між $0,057 \pm 0,003$ та $0,2 \pm 0,02 \text{ мм}$, а діаметри від 40 до 120 мм.

Підкладинки шліфуються, механічно й хімічно поліруються. Нерівності їх поверхні повинні бути меншими 0,1 мкм. Потім вони промиваються, очищуються ультразвуком в активних рідинах, травляться іонним бомбардуванням і знегажуються у вакуумі. Лише після такої складної обробки підкладинки використовуються для створення на ній ІМС.

12.4. АКТИВНІ ЕЛЕМЕНТИ НАПІВПРОВІДНИКОВИХ ІМС

В напівпровідникових ІМС використовуються такі активні елементи:

- біполярні $n^+ - p - n$ транзистори,
- швидкодіючі транзистори з бар'єром Шотткі,
- багатоемітерні транзистори,
- уніполярні транзистори на основі МДН або МОН структур.

12.4.а. Біполярні транзистори

Біполярні транзистори (від англ. transfer – переносити і лат. resisto – опір) були винайдені американськими вченими Джоном Бардінім та Уолтером Бреттейном у 1948 році; їх теорія була створена Уільямом Шоклі в 1951р. Всім цим трьом американським фізикам у 1956 році була присуджена Нобелівська премія з фізики за дослідження напівпровідників та відкриття транзисторного ефекту. Вони складаються із двох включених назустріч один одному взаємодіючих $n - p$ переходів (рис.12.1.1). Його середня частина шириною w_b , що утворюється між двома $n - p$ переходами називається базою. У транзисторів $n - p - n$ базою є тонкий шар напівпровідника p - типу, а для транзисторів $p - n - p$ – шар n -типу. Взаємодія між $p - n$ переходами транзистора забезпечується тим, що ширина бази є меншою дифузійної довжини неосновних носіїв заряду у базі ($w_b < L_{Dn,p}$). За цих обставин неосновні носії струму (електрони у $n^+ - p - n$ транзисторах) при напругах прямого зміщення одного з переходів інжектують у базу, дифундують крізь базу до другого зворотно зміщеного переходу й витягуються (екстрагуються) у цей перехід. Перехід, призначений для інжекції неосновних носіїв у базу, називається *емітером*, а перехід, призначений для екстракції неосновних носіїв із бази, називається *колектором*. У принципі колекторний та емітерний переходи поводяться однаково, й при зворотному (інверсному) включенні можуть помінятися ролями. Але через неповну симетрію будови транзистора, наприклад, через різну ступінь легування емітера та колектора, як це має місце в $n^+ - p - n$ транзисторі, струми будуть меншими, аніж у нормальному режимі. Таким чином, принцип дії біполярних транзисторів заснований на керуванні транспортом неосновних носіїв заряду у базі, яка резистивно зв'язана з активною частиною транзистора. При цьому використовуються такі явища:

- *інжекція неосновних носіїв* крізь прямо зміщений емітерний $p - n$ перехід у середню базову область транзистора,
- *транспорт неосновних носіїв у базі* (дифузія в однорідно легованій та дрейф у не однорідно легованій базі, оскільки в ній виникає електричне поле),
- *витягування (екстракція) носіїв* із бази в колектор електричним полем зворотно зміщеного $p - n$ колекторного переходу.

На рис.12.1 зображені схеми: будови $n^+p\text{-}n$ транзистора, електричного кола його включення за схемою із спільною базою (ССБ), струмів, що йдуть у різних його ділян-

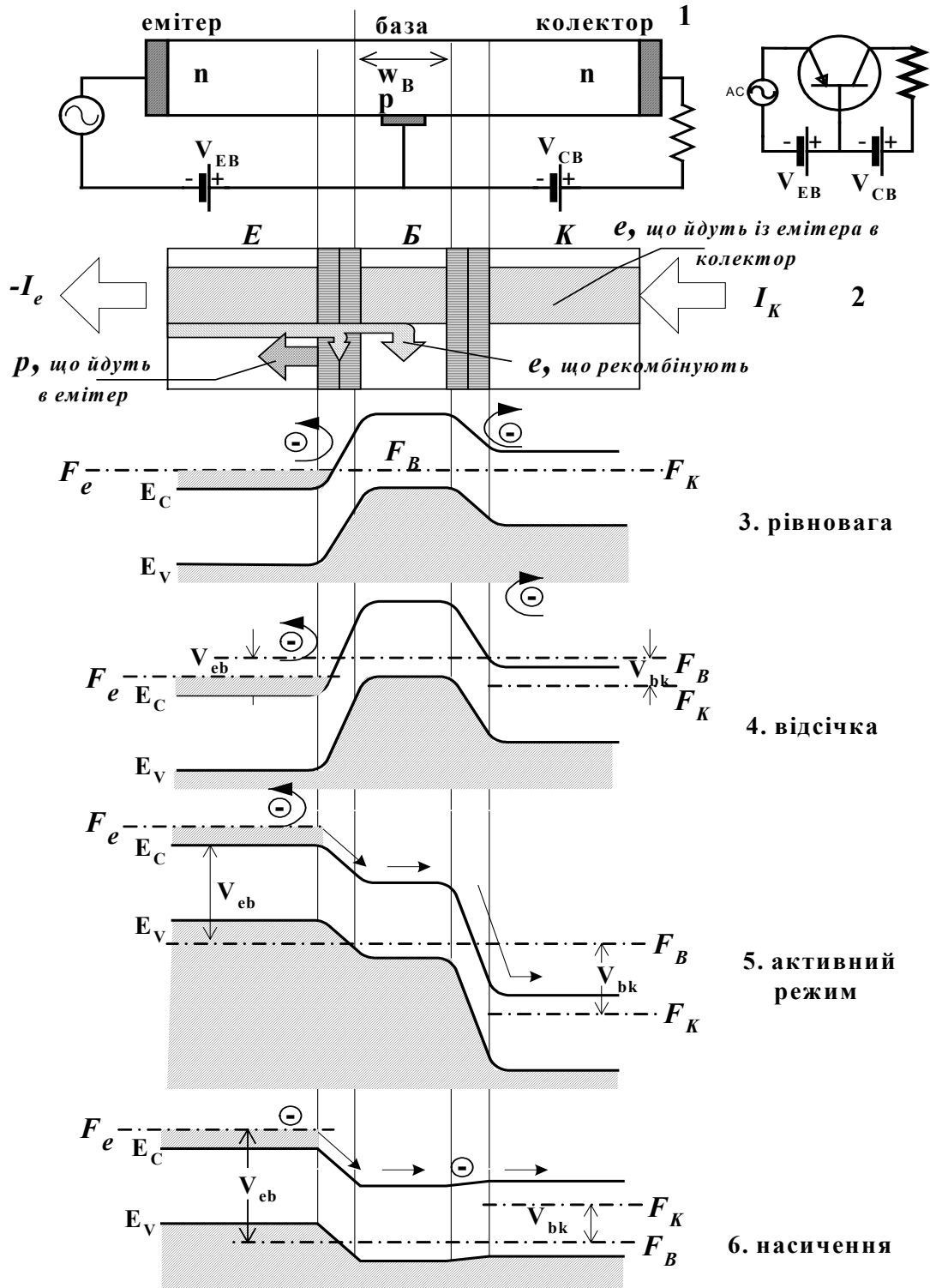


Рис.12.1. Схеми будови (1), струмів (2) $n^+p\text{-}n$ транзистора при його включенні за схемою зі спільною базою (ССБ) та його енергетичні діаграми у різних режимах:

- (3) - рівноважний режим $V_{EB} = V_{BK} = 0$;
- (4) - режим відсічки $V_{EB} < 0$; $V_{BK} < 0$;
- (5) - активний режим $V_{EB} > 0$; $V_{BK} > 0$;
- (6) - режим насичення $V_{EB} > 0$; $V_{BK} < 0$.

ках, та енергетичні діаграми при різних напругах на його електродах. При нульових зо

вншніх напругах емітер – база ($V_{EB}=0$) та база – колектор ($V_{BC}=0$), коли в умовах рівноваги вирівнюються електрохімічні потенціали ($F_E=F_B=F_C$), контактні поля на обох переходах утворюють вбудований потенціальний бар'єр у базі (рис.12.1.3). При цьому обидва переходи виявляються зворотно зміщеними, що зменшує ймовірність інжекції неосновних носіїв (електронів у n^+-p-n транзисторі) у базу та інжекцію дірок із бази в емітер та колектор. Унаслідок цього колекторний та емітерний струми транзистора стають малими й залишаються малими або подальші зменшуються при збільшенні зворотних зміщень. Режим роботи транзистора при зворотно зміщених емітерному та колекторному переходах (рис.12.1.4), коли у ньому йдуть малі або майже нульові струми називається *режимом відсічки*.

Коли обидва (емітерний та колекторний) переходи зміщені у прямому напрямку (рис.12.6), база збагачується (“насичується”) неосновними носіями й крізь транзистор йде відносно великий струм, який залежить від напруги колектора, котра змінює ймовірність екстракції неосновних носіїв із бази в колектор. Цей режим роботи транзистора називається *режимом насичення*.

Коли до емітерного переходу прикладається напруга V_{EB} , яка зміщує його у прохідному напрямку, а до колекторного переходу напруга V_{CB} , яка зміщує його у зворотному напрямку (рис.12.1.5), електрони з емітера інжектують у базу, дифундують у ній до колекторного переходу й екстрагуються колектором. При таких напругах в електричному колі транзистора виникає майже незалежний від колекторної напруги струм. Такий режим здебільшого використовується в транзисторних електронних схемах й називається *активним режимом роботи транзистора*.

Таким чином, у біполярному транзисторі за допомогою напруги здійснюються зміни просторового розподілу потенціалу в області бази, що призводить до відповідних змін інтенсивності інжекції нерівноважних носіїв заряду в базу. Частина цих носіїв проходять крізь базу і створюють керований цими потенціалами колекторний струм.

12.4.а.1. Модель Еберса - Молла

Розглянемо найпростішу і найбільш популярну статичну модель $n-p-n$ транзистора Еберса-Молла. Її еквівалентна схема наведена на рис.12.2. На ній стрілками зо-

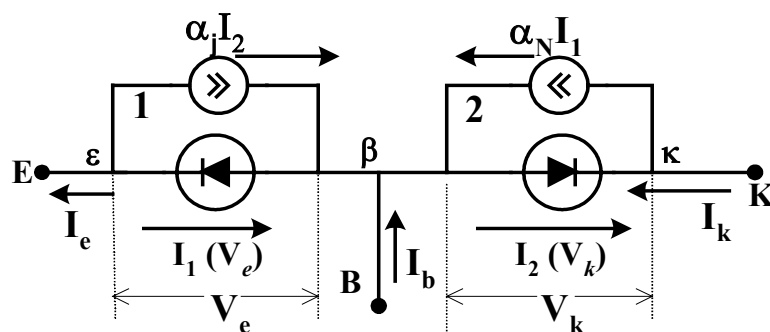


Рис.12.2. Модель транзистора Еберса-Молла.

бражені струми емітера I_E , колектора I_C , бази I_B , інжектованих носіїв з колектора в базу I_2 та інжектованих електронів з емітера в базу I_1 . Взаємодія $n-p$ переходів транзистора враховується за допомогою нормального й інверсного коефіцієнтів передачі струмів α_N і α_i , які визначають відповідні частини струмів I_1 та I_2 , (тобто ті частини струму, який протікає в одному переході, що передаються в другий перехід). Зовнішнє джерело напруги зміщує $n-p$ перехід у прямому або зворотному напрямках. Пряма напруга зменшує висоту бар'єра на p -шарі, що сприяє інжекції електронів у p -шар, тоді як зворотна напруга зменшує ймовірність їх інжекції. Розглянемо випадок активного режиму робо-

ти транзистора, коли емітерний перехід зміщений у прямому напрямку, а колекторний у зворотному напрямку, як показано на рис.12.1.3 та рис.12.2. При зміні полярності напруги на переході від прямого до зворотного напрямку у всіх формулах, котрі описують струми крізь перехід, потрібно змінити знак напруги V .

Скористаємося тепер законами Кірхгофа для електричного кола. За законом Кірхгофа для вузлів ε , β і κ можна записати такі співвідношення для струмів, що позначені на рис.12.2

$$I_E = I_1 - \alpha_i I_2 \quad (12.1)$$

$$I_C = -I_2 + \alpha_N I_1 \quad (12.2)$$

$$I_B = I_E - I_C = I_1(1 - \alpha_N) + I_2(1 - \alpha_i) \quad (12.3)$$

В цих формулах I_1 та I_2 - струми, що протікають у діодах, створених емітерним та колекторним переходами відповідно

$$I_{1,2} = I_{E0,C0} (e^{u_{E,C}} - 1) \quad (12.4)$$

де $I_{E0,C0}$ - теплові струми n - p переходів емітерної й колекторної частин транзистора, $u_{E,C} = eV_{E,C}/k_B T$, а $V_{E,C}$ - емітерна та колекторна напруга відповідно. При прямих напругах у формулах (12.4) $V_{E,C} > 0$, а при зворотних $V_{E,C} < 0$. Теплові струми $I_{E0,C0}$ можна вимірювати, задаючи на переході, що досліджується, зворотну напругу $|V_{EC}| > 3k_B T$, а другий перехід закоротити.

Формули (12.1 - 12.4) описують *вихідні (колекторні) та вхідні (емітерні) вольтамперні характеристики n - p - n транзистора в моделі Еберса-Молла, включеного зі спільною базою (ССБ), в якій задається струм емітера I_E* . Комбінуючи вирази (12.1), (12.2) і (12.3) і використавши вираз (12.4) для $I_{1,2}$, остаточно отримаємо вирази для струмів $I_{C,E}$

$$I_C = \alpha_N I_{E,0} \{ \exp(u_E) - 1 \} - I_{C,0} \{ \exp(u_C) - 1 \} \quad (12.5)$$

$$I_E = -\alpha_i I_{C,0} \{ \exp(u_C) - 1 \} + I_{E,0} \{ \exp(u_E) - 1 \} \quad (12.6)$$

Для p - n - p транзистора у формулах (12.5) і (12.6) зміняться напрямки струмів, що забезпечується зміною полярності n - p переходів.

Вихідні, або колекторні, та вхідні, або емітерні, вольтамперні характеристики p - n - p транзистора в схемі із спільною базою (ССБ) зображені на схематичних рис.12.3.а і б. У режимі *нормальної роботи транзистора* (область 1 на рис.12.3.а) емітерний пере-

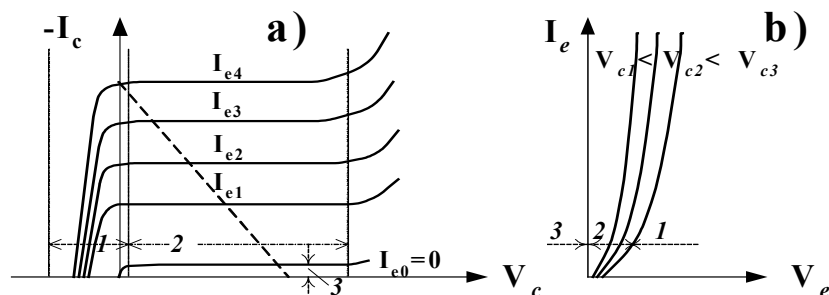


Рис.12.3. Вихідні (колекторні) (а) та вхідні (емітерні) (б) вольтамперні характеристики транзистора в схемі зі спільною базою (ССБ) ($I_{e1} < I_{e2} < I_{e3} < I_{e4}$): 1 – нормальний (насичення) режим, 2 – активний режим, 3 – режим відсічки. Пунктир – крива навантаження $I_c = -V_c/R_c + V/R_c$, де V – напруга зовнішнього джерела, R_c – колекторний опір.

хід є прямозміщеним, а до колекторного переходу прикладена мала зворотна напруга $eV_C < 0$. Унаслідок цього виникають сприятливі умови для інжекції неосновних носіїв (електронів у n - p - n транзисторі) у базу й вона насичується неосновними носіями. Тому

нормальний режим роботи транзистора називають також *режимом насичення*. При зменшенні зворотної напруги на колекторному переході, коли $|eV_C| < k_B T$, частина неосновних носіїв бази починають надходити до колектора. Унаслідок цього виникає колекторний струм, який згідно (12.5) зростає при збільшенні V_C .

При подальшому зростанні V_C , коли напруга на колекторному переході $|V_C|$ стає більшою за $3k_B T/e$ й експонентами $\exp\{-eV_C/k_B T\}$ можна знехтувати, більшість неосновних носіїв, що насичують базу, екстрагуються (витягуються) колектором, колекторний струм насичується. Цей режим роботи називається *активним режимом* (область 2 вольт-амперних кривих на рис.12.3). Колекторний струм у нормальному режимі визначається, головним чином, лише величиною емітерного струму, який залежить від напруги на емітерному переході. Колекторна напруга V_C майже не впливає на вихідні вольт-амперні характеристики.

$$I_C = \alpha_N I_E + I_{C0} \quad (12.7)$$

Для обмеження граничних струмів транзистора, котрі можуть його пошкодити, до колекторної (або емітерної) частин приєднується опір навантаження R_C . Він повинен обмежувати колекторний струм на рівні $I_{C\max} = V/R_C$, де V – напруга зовнішнього джерела живлення. Падіння напруги $I_C R_C$ зменшує напругу на колекторному переході до величини $V_C = V - I_C R_C$. Унаслідок цього *робоча точка транзистора* знаходиться на перетині вихідної вольт-амперної характеристики та прямої навантаження $I_C = -V_C/R_C + V/R_C$ (перетин пунктиру з вольт-амперними кривими на рис.12.3).

Крім активного та режиму насичення існує режим малих струмів транзистора, який називається *режимом відсічки*. Він має місце при зворотних зміщеннях колекторного переходу, коли колекторний струм прямує до нуля (або стає меншим певної величини). На практиці він умовно визначається напругами, при яких колекторний струм зменшується у 100÷200 разів відносно $I_{C\max}$. *Граничною напругою відсічки* називають зворотну напругу емітер-база, при якій емітерний струм прямує до нуля ($I_C \rightarrow 0$). Її значення визначають за допомогою використання конкретних моделей роботи транзистора, наприклад, моделі Еберса-Молла.

В моделі Еберса-Молла можна також отримати статичні *вхідні* або *емітерні* вольт-амперні характеристики транзистора при включення його в схемі зі спільним емітером (ССЕ), коли задається струм бази I_B (рис.12.4). В цій схемі реалізується вели-

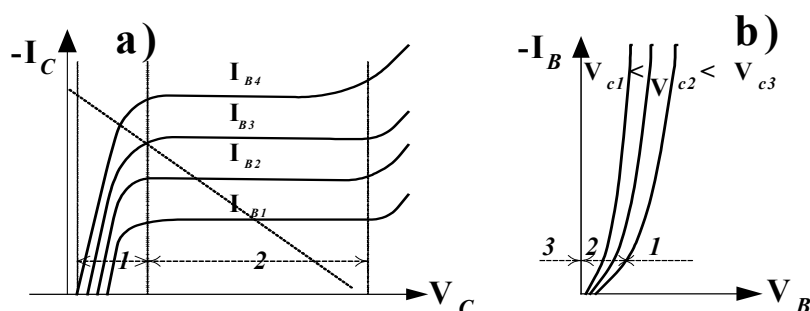


Рис.12.4. Вихідні (колекторні) (а) та вхідні (емітерні) (b) вольт-амперні характеристики транзистора в схемі зі спільним емітером (ССЕ)
($I_{B1} < I_{B2} < I_{B3} < I_{B4}$): 1 - режим насичення, 2 - активний режим.

кий вхідний опір транзистора і значний коефіцієнт підсилення вхідного струму

$$I_C = \alpha_N I_E; \quad I_E = I_C + I_B \quad (12.8)$$

$$I_C = \frac{\alpha_N}{1 - \alpha_N} I_B = B I_B \quad (12.8a)$$

$$I_B = I_{E0} \{ \exp(u_E) - 1 \} - (1 - \alpha_i) I_{C0} \{ \exp(u_C) - 1 \}$$

де $B = \alpha / (1 - \alpha)$ - коефіцієнт підсилення струму бази. Вхідні й вихідні характеристики транзистора в схемі ССЕ зображені на рис.12.4.а і б. Вони також мають такі режими: активний (область 2 на рис.12.4.а), нормальний (або насичення) (область 1 на рис.12.4.а) та відсічки (область дуже малих струмів 3). На відміну від аналогічних характеристик у схемі зі спільною базою (ССБ) вольт-амперні характеристики транзистора у схемі зі спільним емітером (ССЕ) знаходяться в першому квадранті при позитивних напругах на колекторі. При $|eV_C| > 3k_B T$ струм насичується і не залежить від V_C

$$\begin{aligned} I_B &= I_{E0} (\exp\{u_E\} - 1) + (1 - \alpha_i) I_{C0} \\ I_C &= g V_{BC} \\ I_C &= B I_B \end{aligned} \quad (12.9)$$

де $g = \partial I_C / \partial V_{BC} \approx I_C / u_T$ - крутизна вхідної або передаточної характеристики. У схемі ССЕ, як і у попередньому випадку ССБ, за допомогою перетину лінійної залежності навантаження $I_C = -V_C / R_C + V / R_C$ із вольт-амперними кривими знаходять робочі точки нормального (активного) режиму роботи транзистора.

Таким чином, робота біполярного транзистора описується за допомогою коефіцієнтів α_N та α_i (або в найпростішому випадку за допомогою одного коефіцієнта α_N) передачі струму або коефіцієнта підсилення струму бази $B = \alpha / (1 - \alpha)$, які є його основними зовнішніми параметрами (або параметром) роботи. Коефіцієнт α називається коефіцієнтом передачі або підсилення емітерного струму транзистора і залежить від його внутрішніх параметрів.

12.4.а.2. Параметри транзистора

Розглянемо тепер параметри біполярних транзисторів. Вони умовно розділяються на зовнішні, до яких відносяться основний коефіцієнт передачі емітерного струму або коефіцієнт підсилення струму α , і три внутрішніх, а саме: ефективність емітера γ , коефіцієнт переносу β і ефективність колектора α^* .

$$\alpha \equiv \left| \partial I_C / \partial I_E \right|_{V_C} \quad (12.10)$$

За допомогою формули (12.7), можна показати, що в моделі Еберса-Молла коефіцієнт підсилення α збігається з коефіцієнтом передачі струму з емітерного переходу в колекторний у нормальному режимі роботи

$$\alpha = \alpha_N \quad (12.11)$$

Ефективність емітера γ або **коефіцієнт передачі інжекції** визначається

$$\gamma \equiv \left| \partial I_{nE} / \partial I_E \right|_{V_C} \quad (12.12)$$

Коефіцієнт переносу струму крізь базу β визначається

$$\beta \equiv \left| \partial I_{nC} / \partial I_{nE} \right|_{V_C} \quad (12.13)$$

Ефективність колектора або коефіцієнт множення струму колектора α^* визначається

$$\alpha^* \equiv \left| \partial I_C / \partial I_{nC} \right|_{V_C} \quad (12.14)$$

В формулах (12.12 ÷ 12.14) індексом n позначено електронний компонент струму у випадку n^+ - p - n транзистора. Для p - n - p транзистора індекс n потрібно замінити індексом p .

Оскільки $|I_{nC}| < |I_{nE}| < |I_{nC} + I_{nE}|$, завжди $\alpha < 1$. Для типових транзисторів $\alpha = 0,990 \div 0,998$.

Оцінимо, як залежать параметри транзистора від параметрів напівпровідників, котрі використовуються в транзисторах.

Коефіцієнт інжекції або ефективність емітера γ визначає, яка частина струму носіїв, що інjektують у базу, бере участь у емітерному струмі. Його можна оцінити за допомогою співвідношення:

$$\gamma \equiv (\partial I_{nE} / \partial I_E) \Big|_{V_C} \cong I_{nE} / (I_{nE} + I_{pE}), \quad (12.15)$$

де індексами n і p позначають електронну та діркову складові струму. Електронний струм у базі і дірковий в емітерній частині в дифузійному наближенні теорії транзистора мають такий вигляд

$$I_{nE} \propto S_E e D_n \frac{\Delta n}{\Delta x} \approx (e S_E D_n / w) n_0 e^{\frac{eV_E}{k_B T}} \quad (12.16)$$

$$I_{pE} \propto S_E e D_p \frac{\Delta p}{\Delta x} \approx (e S_E D_p / L_p) p_0 e^{\frac{eV_E}{k_B T}} \quad (12.17)$$

де S_E - площа емітерного переходу. Підставимо (12.16) і (12.17) у (12.15), тоді

$$\gamma = \frac{1}{(1 + D_p p_0 w_B / D_n n_0 L_p)} = \frac{1}{(1 + \sigma_p w_B / \sigma_n L_p)} \cong 1 - \frac{\sigma_p w_B}{\sigma_n L_p} \quad (12.18)$$

В формулі (12.18) використані такі позначення: $D_{n,p}$ - коефіцієнти дифузії носіїв, w_B - ширина бази, L_p - довжина дифузії дірок, n_0, p_0 - концентрації рівноважних носіїв, а також використано співвідношення Ейнштейна для термодинамічно рівноважного стану (4.32) $\mu_{n,p} / D_{n,p} = e / k_B T$.

Аналізуючи вираз (12.18) для коефіцієнта інжекції γ , можна стверджувати, що для збільшення γ потрібно:

- *забезпечити* більшу електропровідність емітерної частини σ_n по відношенню до електропровідності бази σ_p ($\sigma_n > \sigma_p$), тому емітерна частина транзистора сильно легується і на практиці здебільшого використовують $n^+ - p - n$ транзистор, тим більше, що донорна домішка - фосфор значно краще розчиняється в кремнії, що полегшує виготовлення n^+ емітера;
- *зменшувати ширину бази*, щоб виконувалась необхідна умова $w_B / L_p \ll 1$;
- *зменшувати час прольоту неосновних носіїв у базі*, який обернено пропорційний їх рухливості; оскільки $\mu_n > \mu_p$, то $t_n = w_B / \mu_n E < t_p = w_B / \mu_p E$, і тому базу бажано робити із кремнію р-типу;

За цих обставин на практиці при виготовленні транзисторів перевагу віддають $n^+ - p - n$ транзисторам, у яких γ має значення близьке до одиниці.

Коефіцієнт переносу носіїв струму крізь базу β визначає, яка частина інжектіваних у базу носіїв досягає колекторного переходу:

$$\beta \equiv (\partial I_{nC} / \partial I_{nE}) \Big|_{V_C} \cong (I_{nE} - I_r / I_{nE}), \quad (12.19)$$

де I_{nE} - струм неосновних носіїв, що інjektують у базу, I_r - струм їх рекомбінації. Струми знаходять із розв'язку задачі про перенесення нерівноважних носіїв у напівпровідниках (глава 5) з урахуванням рекомбінації надлишкових носіїв у базі. Наближено їх можна записати так

$$I_{nE} \cong (e S_E D_n / w_B) n_0 \exp(eV_E / k_B T) \quad (12.20)$$

$$I_r \approx (e S_E w_B / 2 \tau_n) n_0 \exp(eV_E / k_B T) \quad (12.21)$$

Підставимо (12.20) і (12.21) у формулу (12.19), тоді

$$\beta = 1 - \frac{I_r}{I_{nE}} = 1 - \frac{w_B^2}{2L_n^2} \quad (12.22)^2$$

Для врахування поверхневої рекомбінації потрібно підставити у формулу (12.22) замість τ_n ефективний час рекомбінації τ_{ef}

$$\frac{1}{\tau_{ef}} = \frac{1}{\tau_n} + \frac{s}{d} = \frac{1}{\tau_n} \left(1 + \frac{s\tau_n}{d} \frac{\Sigma}{S_E} \right) \quad (12.23)$$

де s - швидкість поверхневої рекомбінації, а Σ/S_E - відношення площ, на якій відбувається поверхнева рекомбінація, та емітерного переходу. Це означає, що L_n^2 у (12.22) потрібно замінити на $L_{nef}^2 = D_n \tau_{ef}$; це дає

$$\beta = 1 - \frac{w_B^2}{2L_n^2} - \frac{w_B^2 s \tau_n}{2L_n^2 d} \frac{\Sigma}{S_E} \quad (12.22a)$$

Для того, щоб реальний транзистор наближався до ідеального, потрібно, щоб коефіцієнт передачі струму β наближався до 1. Для цього з аналізу виразу (12.22a) потрібно:

- використовувати *великі рухливості носіїв у базі*, тому, зокрема, у кремнієвих транзисторах вигідно використовувати базу p - типу, в якій $\mu_n > \mu_p$ ($D_n > D_p$ і $L_n > L_p$) і коефіцієнт переносу електронів крізь базу $\beta_n > \beta_p$;
- *зменшувати швидкість поверхневої рекомбінації s* ;
- *вибирати оптимальні геометричні розміри транзистора*, при яких відношення площі поверхні, на якій відбувається поверхнева рекомбінація, до площі емітера були меншими за одиницю ($\Sigma/S_E < 1$);
- *зменшувати ширину бази*. Насамперед вона повинна бути меншою за дифузійну довжину неосновних носіїв у базі ($w_B < L_{Dn}$) та більшою ширини збіднених областей

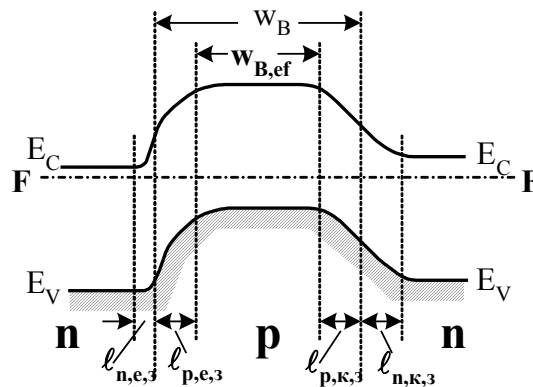


Рис.12.5. Енергетична схема n - p - n гомопереходу, із якої видно визначення $w_{B,ef}$

емітерного (ℓ_E) та колекторного (ℓ_C) переходів ($w_B > \ell_E + \ell_C$), тому що поле просторових зарядів збіднених областей впливає на просторовий розподіл потенціалу в області бази і замість w_B потрібно використовувати ефективну ширину бази w_{Bef} (рис.12.5)

$$w_{B,ef} = w_B - \ell_E - \ell_C \quad (12.24)$$

де

² Більш точно I_r знаходять із розв'язку рівняння $\frac{d^2(n - n_0)}{dx^2} - \frac{(n - n_0)}{D_n \tau_n} = 0$ з граничними умовами при $x=0$ $(n - n_0) = (n - n_0)_0 \exp\{eV_e/k_B T\}$ та при $x=w_B$ $n - n_0 = 0$; тоді $\beta = \{\text{Ch}(w_B/L_n)\}^{-1}$.

$$\ell_{E,C} = \sqrt{\frac{\varepsilon_s |V_{E,C}| (N_D + N_A)}{2\pi e N_D N_A}} \quad (12.24a)$$

Згідно (12.22a), (12.24) та (12.25) коефіцієнт β збільшується при збільшенні колекторної напруги, тому що при цьому зменшується ефективна ширина бази ($w_{B,ef}$). Залежність ефективної ширини бази від колекторної напруги називається *ефектом Ерлі*. Однак при певних колекторних напругах ефективна ширина бази $w_{B,ef}$ прямує до нуля, тобто відбувається *прокол бази* – змикання емітерного та колекторного переходів. При *напругах змикання (проколу бази)*, коли $V_C = 2\pi e N_A N_D / (\varepsilon_s (N_A + N_D))$, струм між переходами транзистора йде без перешкод.

Ефективність колектора α^* залежить від внеску електронно-діркових пар у формування струму колектора. Іноді це призводить до $\alpha^* > 1$ за таких причин:

- по-перше, електрони, котрі надходять до області колектору, через умову збереження нейтральності збільшують потік дірок із нього в базу, тому
- по-друге, при прискоренні електронів в електричному полі колектора може відбуватися ударна іонізація, розмноження носіїв та збільшення струму колектора і α_2^*

$$\alpha_1^* = (j_{nC} + j_{pC}) / j_{pC} = 1 + p_C \mu_p / n_C \mu_n \quad (12.25)$$

$$\alpha_2^* = \frac{1}{1 - (V_C / V_p)^m} \quad (12.26)$$

де V_p - пробивна напруга, при якій виникає лавинне розмноження носіїв, прискорених електричним полем у колекторній частині транзистора, $m < 2$. Тоді

$$\alpha^* = \alpha_1^* \alpha_2^* = \left(1 + \frac{p_C \mu_p}{n_C \mu_n}\right) \frac{1}{1 - (V_C / V_p)^m} \quad (12.26^*)$$

Повний (основний) коефіцієнт підсилення, або повний коефіцієнт передачі згідно (12.13) рівний добутку співмножників γ , β та α^* .

$$\alpha = \gamma \beta \alpha^*$$

Він залежить від струму емітера, напруги колектора та температури. Зміни повного коефіцієнта підсилення або коефіцієнта передачі α не дуже значні. Він, здебільшого, в робочих режимах транзисторів досягає значень $0,98 \div 0,998$, хоча коефіцієнт передачі струму бази або підсилення струму бази $B = \alpha / (1 - \alpha)$ змінюється при цьому значно більше – від 49 до 249, як показано на рис. 12.6.

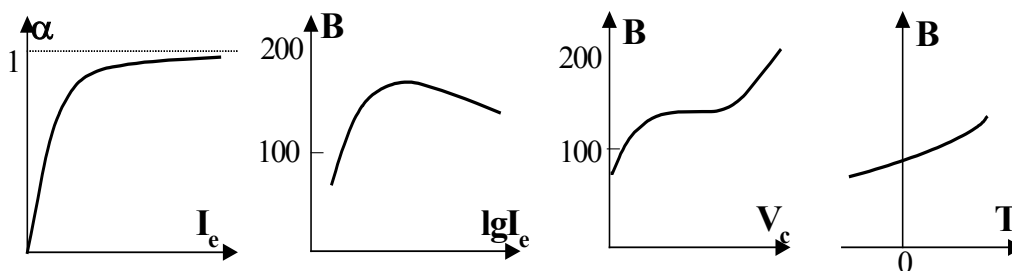


Рис.12.6. Залежності: $\alpha(I_e)$, $B(I_e)$, $B(V_c)$ та $B(T)$.

Залежності $\alpha(I_E, V_C, T)$ та $\beta(I_E, V_C, T)$ обумовлені впливом I_E, V_C, T на ефективність інжекції (γ), коефіцієнт переносу бази (β) та ефективність колектора (α^*). Так, наприклад, зростання α та β при збільшенні I_E визначається згідно (12.15) відповідним збільшенням ефективності інжекції γ , а подальше їх зменшення (див. рис.12.6) зв'язано з збільшенням провідності бази при великих рівнях інжекції.

Початковий ріст коефіцієнта передачі струму бази β при збільшенні V_C пояснюється відповідним збільшенням коефіцієнта переносу струму крізь базу β унаслідок дії ефекту Ерлі, тобто внаслідок зменшення ефективної ширини бази $w_{\text{Bef}}(V_C)$ (12.24) та (12.24а), а наступне зростання β при ще більших V_C – збільшенням ефективності колектора α^* внаслідок розмноження носіїв (12.26), коли $V_C/V_p \rightarrow 1$. Температурна залежність β обумовлена збільшенням швидкості дифузії носіїв у базі, що збільшує глибину дифузії нерівноважних носіїв й згідно (12.22а) збільшує коефіцієнт переносу їх крізь базу β .

12.4.а.3. Схеми включення

Здебільшого, використовують три схеми включення *n-p-n* транзисторів:

- зі спільною базою (ССБ),
- зі спільним емітером (ССЕ),
- зі спільним колектором (ССК).

Ці схеми зображені на рис.12.7 й потребують додаткових пояснень. Їх параметри наведені в таблиці 12.1.

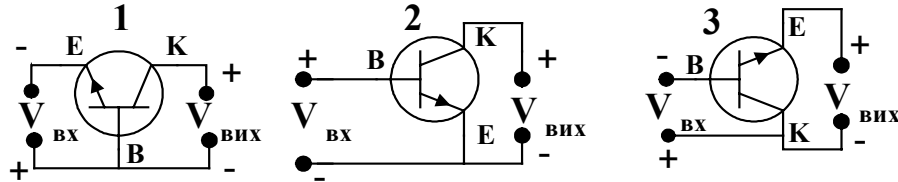


Рис.12.7. Схеми включення *n-p-n* транзистора:

- 1 - (ССБ) $V_{\text{вх}} = V_{EB} < 0$, $V_{\text{вих}} = V_{KB} > 0$; $\alpha = I_C/I_E = \gamma\beta\alpha_c \leq 1$;
 2 - (ССЕ) $V_{\text{вх}} = V_{BE} > 0$, $V_{\text{вих}} = V_{CE} < 0$; $I_B = I_e - I_C$, $\beta = I_C/I_B = I_C/(I_e - I_C) = \alpha/(1-\alpha) > 1$;
 3 - (ССК) $V_{\text{вх}} = V_{BC} < 0$, $V_{\text{вих}} = V_{EC} < 0$; $\beta = I_C/I_B = I_C/(I_e - I_C) = 1/(1-\alpha) = 1/(1-\alpha) > 1$.

Для аналізу роботи транзистора зручно розділити струми та напруги на сталі складові

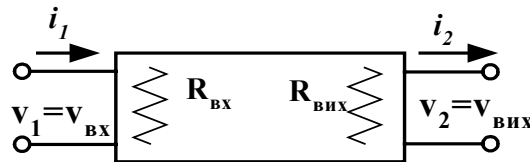


Рис.12.8. Схема чотирьохполюсника.

(I^0) та (V^0) та значно менші змінні складові i та v , що знаходяться на тлі сталих складових ($I = I^0 + \Delta I = I^0 + i$ та $V = V^0 + \Delta V = V^0 + v$). Малі змінні складові i та v аналізуються за допомогою розгляду транзистора як активного чотирьохполюсника, наведеного на рис.12.8. Робочі ділянки характеристик транзистора вважаються лінійними, а його параметри залежать лише від вибору робочої точки транзистора й не залежать від рівня змінних сигналів. Вхідний ($R_{\text{вх}}$) та вихідний ($R_{\text{вих}}$) опори транзистора залежать від його параметрів, схем включення та зовнішніх вхідних та вихідних опорів навантаження.

Позначимо через $M_P = P_{\text{вих}}/P_{\text{вх}}$, $M_V = v_{\text{вих}}/v_{\text{вх}}$, $M_I = i_{\text{вих}}/i_{\text{вх}} = i_2/i_1$ - коефіцієнти підсилення потужності, напруги та струму відповідно. Тоді

$$M_P = \frac{P_{\text{вих}}}{P_{\text{вх}}} = \frac{i_{\text{вих}}^2 R_{\text{вих}}}{i_{\text{вх}}^2 R_{\text{вх}}} = M_I^2 \frac{R_{\text{вих}}}{R_{\text{вх}}} = M_V^2 \frac{R_{\text{вих}}}{R_{\text{вх}}} = M_I \cdot M_V \quad (12.27)$$

У схемі зі спільною базою (ССБ) задається струм емітера ($i_1 = i_e$), який лише частково передається до колекторної частини транзистора ($i_c = \alpha i_e$ або $i_2 = \alpha i_1$), тому що $\alpha \leq 1$ і частина носіїв рекомбінує в базі. Згідно (12.10) коефіцієнт передачі струму α рівний M_I

$$\alpha = i_{\text{вих}}/i_{\text{вх}} \cong \mathcal{A}_k/\mathcal{A}_e|_{V_k=\text{Const}} = M_I \quad (12.28)$$

Комбінуючи (12.27) та (12.28) знайдемо для ССБ

$$M_P = M_I^2 \frac{R_{\text{вих}}}{R_{\text{вх}}} = \alpha^2 \frac{R_{\text{вих}}}{R_{\text{вх}}} \quad (12.29)$$

$$M_V = M_P / M_I = \alpha \frac{R_{\text{вих}}}{R_{\text{вх}}}$$

Емітерний перехід транзистора, що працює в нормальному (активному) режимі в схемі ССБ, є прямозміщеним, а колекторний перехід – інверсно (зворотно) зміщений, тому його $R_{\text{вих}}/R_{\text{вх}} > 1$. Унаслідок цього його коефіцієнт підсилення потужності (M_P) та напруги (M_V) будуть згідно (12.29) більші за одиницю (таблиця 12.1).

У схемі включення транзистора зі спільним емітером (ССЕ) задається струм бази $i_b = i_1$. Ця схема згідно (12.8а) має великі значення коефіцієнта передачі струму бази $B = \alpha/(1-\alpha) > 1$ та відношення опорів $R_{\text{вих}}/R_{\text{вх}} > 100$ (таблиця 12.1). Тому схема ССЕ має великі значення всіх трьох коефіцієнтів підсилення $M_P, M_I, M_V > 1$, що забезпечує їй широке використання у різноманітних підсилювачах.

Таблиця 12.1. Параметри різних випадків включення транзистора

Параметри	схема ССБ	схема ССЕ	Схема ССК
M_I – коефіцієнт передачі (підсилення) струму	$I_K/I_E = \alpha < 1$	$I_K/I_B = B = \alpha/(1-\alpha) \sim 10 \div 100$	$I_C/I_B = B' = 1/(1-\alpha) \sim 10 \div 100$
M_V – коефіцієнт передачі (підсилення) напруги	$\alpha R_{\text{вих}}/R_{\text{вх}} \sim 10 \div \dots 1000$	$B(R_{\text{вих}}/R_{\text{вх}}) \sim 10 \div$	$B'(R_{\text{вих}}/R_{\text{вх}}) < 1$
M_P – коефіцієнт підсилення потужності	$M_P = \alpha^2 R_{\text{вих}}/R_{\text{вх}} \sim 10 \div 10^3$	$B^2(R_{\text{вих}}/R_{\text{вх}}) > 10^3 \div 10^4$	$(B')^2(R_{\text{вих}}/R_{\text{вх}}) > 10^3$
$R_{\text{вх}}$ Ом	$10 \div 100$	> 100	$> 10^4$
$R_{\text{вих}}$ Ом	$> 10^5$	$> 10^4$	$10^4 \div 10^5$

У схемі включення транзистора зі спільним колектором (ССК) задається величина струму в базі $i_b = i_1$. Вона, як і схема ССЕ, має згідно моделі Еберса-Молла значний коефіцієнт передачі (підсилення) струму бази $B = i_c/i_b = \alpha/(1-\alpha) > 1$, що забезпечує стабільні значні коефіцієнти підсилення підсиленні напруги та потужності. Схема ССК відрізняється від схеми ССЕ невеликим вхідним та великим опором ($R_{\text{вих}}/R_{\text{вх}} < 1$), що використовується на практиці для узгодження каскадів радіоелектронних схем.

12.4.а.4. Еквівалентні схеми

Аналіз роботи транзисторів зручно здійснювати за допомогою еквівалентних схем. Вони складаються з лінійних елементів схем (R, C та L) й повинні вірно відображати похідні від залежностей $I(V)$, котрі зв'язують між собою малі зміни струмів і

напруг. Таким чином, еквівалентна схема є моделлю схеми, яка за своїми властивостями передачі змінного сигналу повинна не відрізнятися від реального транзистора. В залежності від величини та частотного діапазону сигналу та схеми включення транзистора розрізняють декілька еквівалентних схем. Наведемо два приклади *низькочастотних малосигнальних* еквівалентних схем транзистора при включенні його зі спільною базою (ССБ) (рис.12.9) та спільним емітером (ССЕ) (рис.12.10).

Еквівалентну схему транзистора зі *спільною базою* (ССБ) (рис.12.9) легко отримати з моделі Еберса-Молла, зображеної на рис.12.2, заміною емітерного і колекторного переходів їх диференціальними опорами $z_e = \partial V_e / \partial I_{e|V_c} = r_e / (1 + j\omega C_e r_e)$ та

$z_c = \partial V_c / \partial I_{c|V_e} = r_c / (1 + j\omega C_c r_c^*)$ та знехтувавши джерелом $\alpha_f I_2$, тому що у нормально-

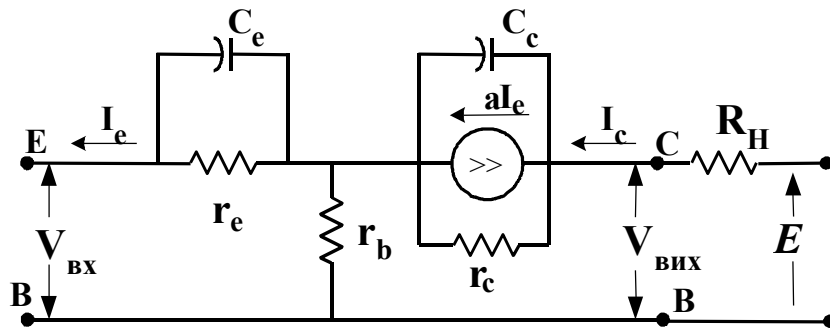


Рис.12.9. Еквівалентна малосигнальна схема транзистора зі спільною базою (ССБ).

му робочому режимі можна знехтувати струмом носіїв I_2 , що інjektують із колектора в базу. При малих частотах, коли $\omega C_{e,c} r_{e,c} < 1$, диференціальні опори z_e та z_c можна роз-

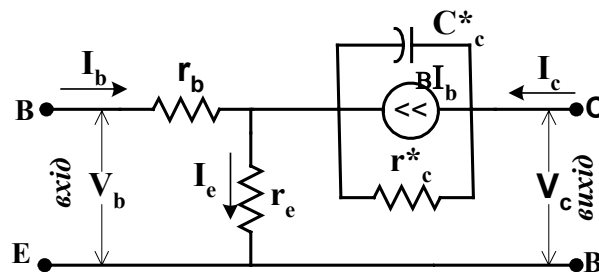


Рис.12.10. Еквівалентна схема включення транзистора зі спільним емітером, $\beta = \alpha / (1 - \alpha)$.

глядати як активні опори. В цій схемі задається струм емітера I_e і обраховуються або вимірюються всі останні її параметри. Коефіцієнт підсилення струму в схемі ССБ визначається прямим коефіцієнтом передачі $\alpha = \alpha_N$ ($M_1 = i_2 / i_1 = i_c / i_e = \alpha$), а його вхідний та вихідний опори рівні $R_{вх} = r_{be} = r_e + r_b$, $R_{вих}^{-1} \cong r_c^{-1} + R_H^{-1}$, де R_H – опір навантаження колектора. При визначенні вихідного опору ми знехтували впливом на нього опору r_b , котрий менший за r_c ($r_b < r_c$).

Еквівалентна малосигнальна схема транзистора в схемі зі *спільним емітером* зображена на рис. 12.10. В цій схемі задається струм бази I_b та нехтується, як і в попередній схемі ССЕ, впливом колекторного переходу на емітерний перехід, тобто нехтуємо членом $\alpha_f I_2$ моделі Еберса-Молла. Коефіцієнт передачі струму β бази згідно (12.8а) залежить від α й, коли $\alpha = 0.99$, то $\beta = \alpha / (1 - \alpha) = 99$. Опір колекторного переходу r_c^* цієї схеми відрізняється від опору r_e схеми ССЕ ($r_c^* \neq r_e$), тому що ці еквівалентні

схеми мають різні джерела струму Bi_b та αi_e відповідно. Співвідношення, що зв'язує ці опори, можна отримати з умови еквівалентності схем ССБ та ССЕ. Вони рівноцінні тоді, коли в режимі холостого ходу $i_e = i_b$ та $Bi_b r_c^* = \alpha i_e r_c$, тобто, коли

$$r_c^* = (1 - \alpha) r_c \quad (12.30)$$

Оскільки $\alpha \leq 1$, то $r_c^* < r_c$.

При високих частотах сигналів потрібно враховувати вплив опору базової області та відповідних реактивних складових елементів схем. Одна з еквівалентних схем

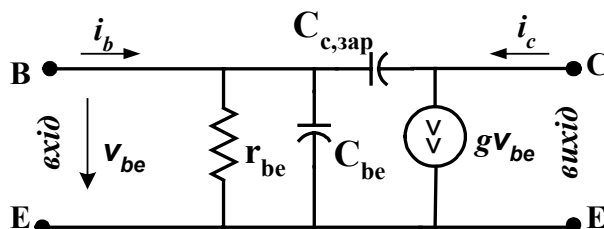


Рис.12.11. Еквівалентна ССЕ схема транзистора для області високих частот.

біполярного транзистора для області високих частот зображена на рис.12.11. В цій схемі C_{Cq} - зарядна (бар'єрна) ємність колекторного переходу, C_{Cdif} - дифузійна ємність колекторного переходу, зв'язана із інжекцією носіїв (12.40), $C_{BE} = C_{BEDif} + C_{BEq}$ - ємність база-емітер, $g = \partial I_C / \partial V_{BE} \approx i_c / |v_T|$ - крутизна, $r_{BE} = \partial V_{BE} / \partial I_B = gB$ - опір база-емітер, $C_{Bef} \approx C_{BEDif} \approx w_B^2 I_E / 2D_n V_T$, а гранична частота $\omega_m \approx [r_{be} (C_{be,dif} + C_{c,зар})]^{-1}$.

12.4.а.5. Параметри еквівалентних схем транзистора

Звернемося до аналізу зображеної на рис.12.9 еквівалентної схеми n^+-p-n транзистора, включеною за схемою ССБ, і за її допомогою оцінимо опори і ємності. Цю схему можна аналізувати за допомогою теорії електричних кіл. Для цього потрібно лише вдало вибрати її параметри r_E , r_C , r_B , c_E і c_C .

$$r_E = \frac{\partial V_E}{\partial I_E} \quad (12.31)$$

Скориставшись формулою (12.7) для емітерного струму, знайдемо

$$r_E = \frac{1}{\frac{\partial I_E}{\partial V_E}} = \frac{1}{\frac{\partial}{\partial V_E} \left(\alpha_i I_C + I_{E0} \left(\exp \left\{ \frac{eV_E}{k_B T} \right\} - 1 \right) \right)} \approx \frac{k_B T}{e I_E} \quad (12.32)$$

Величини r_E здебільшого за порядком величини рівні 20÷30 Ом.

Для оцінки колекторного опору r_c скористаємося тим, що $I_C \approx \alpha I_E$, і підставимо в нього повний коефіцієнт передачі $\alpha = \gamma \beta \alpha^*$. Обмежимося розглядом випадку, коли $\beta \gamma \rightarrow 1$ і $\alpha \approx \beta$. Тоді

$$r_c = \frac{1}{\frac{\partial I_C}{\partial V_C}} = \frac{1}{I_E \frac{d\alpha}{dV_C}} = \frac{-1}{I_E \frac{w_B}{L_n^2} \frac{dw_B}{dV_C}} \quad (12.33)$$

Ефективна ширина бази залежить від ширини області легування (у нашому випадку p -типу) та від колекторного потенціалу V_c , тому що потенціал колектора змінює розмір області просторового заряду колекторного $p-n$ переходу:

$$w_B = w_{B1} + \Lambda_C = w_B + \sqrt{\frac{\varepsilon_s (\varphi_C - V_C)(N_a + N_d)}{2\pi e N_a N_d}} \quad (12.34)$$

де Λ_C – протяжність просторового заряду в області колекторного p - n переходу. Тоді

$$\frac{dw_B}{dV_C} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_s (N_d + N_a)}{2\pi e N_a N_d (\varphi_C - V_C)}} = -\frac{1}{2} \frac{\Lambda_C}{(\varphi_C - V_C)} \propto -\frac{1}{2} \frac{\Lambda_C}{|V_C|} \quad (12.35)$$

де N_d , N_a – концентрація донорів у колекторній частині й акцепторів у базовій області, φ_C – контактна різниця потенціалів, $|V_C|$ – модуль зворотної напруги на колекторі. Підставляючи (12.35) у (12.33), отримуємо вираз для опору колекторної частини транзистора, обумовленою ефектом Ерлі

$$r_C = 2 \frac{|V_C| L_n^2}{I_E w_B \Lambda_C} = \frac{|V_C|}{I_E (1 - \beta)} \frac{w_B}{\Lambda_C} \quad (12.36)$$

Підставимо у формулу (12.36) вираз для I_E із формули для r_e (12.33), тоді

$$\frac{r_C}{r_E} = \frac{e V_C}{k_B T} \frac{w_B}{\Lambda_C} \frac{1}{(1 - \beta)} \quad (12.36^*)$$

який дає для цього опору значення $r_C > 10^4 \text{ Ом}$.

Опір бази складається із двох частин: з опору матеріалу бази r_{B0} та дифузного опору r_{bB} , обумовленого зміною концентрації неосновних носіїв у базі при зміні напруги на колекторі. Складова опору бази r_{B0} залежить від геометричних розмірів бази й ступені легування матеріалу бази. Складова r_B оцінюється таким самим чином, як і опір колекторної частини, проте вирази при цьому більш складні, тому що потрібно враховувати опір активної й пасивної частин бази і складний характер траєкторій базового струму. Типові параметри для опору бази такі: $r_B = 50 \div 200 \text{ Ом}$.

Ємності C_{eE} і C_C виникають тому, що на n - p переходах з'являються просторові заряди. Для грубої оцінки ємностей можна використати час зарядки цих конденсаторів

$$\tau_E = r_E C_E \quad (12.37)$$

та

$$\tau_B = r_B C_C \quad (12.38)$$

Величини часу зарядки цих конденсаторів становлять $\tau_E \sim 0,1 \text{ нс}$; $\tau_B \sim 1,0 \text{ нс}$, тоді $C_E \sim 20 \div 100 \text{ пФ}$; $C_C \sim 1 \text{ пФ}$.

Для більш точного розгляду ємностей потрібно взяти до уваги, що колекторно-му й емітерному переходам притаманні ємності, котрі умовно можна розділити на *зарядну ємність*, зв'язану з наявністю зарядних струмів, і *дифузійну ємність*, зв'язану з інжекцією носіїв струму.

Розглянемо спочатку ємність емітерного переходу. Його *зарядна ємність* C_{Eq} наближено визначається таким чином

$$C_{Eq} = \frac{\varepsilon_s S}{4\pi \Lambda_{Ee, \text{екр}}} = \frac{\varepsilon_s S}{4\pi} \sqrt{\frac{2\pi e N_a N_d}{\varepsilon_s (N_a + N_d)(V_E \pm \varphi_C)}} = S \sqrt{\frac{e N_a \varepsilon_s}{8\pi (V_E \pm \varphi_C)}} \quad (12.39)$$

Для емітерної області $N_d > N_a$, тому $\frac{N_a N_d}{N_a + N_d} \approx N_a$. Контактна різниця потенціалів φ_K

визначається матеріалами і становить за порядком величини $0,3 \div 0,4 \text{ В}$.

Крім зарядної ємності емітерний перехід має ще *дифузійну ємність* C_{Edif} . Вона виникає тому, що при зміні напруги на переході змінюється кількість нерівноважних носіїв заряду, котрі інjektують у базу. Дифузійна ємність прямо пропорційна струму емітера і середньому часові існування нерівноважних зарядів у базі τ . Значення τ ви

значається середнім часом дифузії носіїв струму від емітера до колектора крізь базу $\tau = w_B^2 / 2D_n$. За цей час на ємності накопичується заряд $Q = I_{E0} \tau$. Величина дифузійної ємності визначиться за формулою $C_{Edif} = Q / (k_B T / e)$. Скориставшись виразом для Q , а також формулою (12.32) остаточно маємо

$$C_{Edif} = \frac{e}{k_B T} I_{E0} \tau = \frac{1}{r_E} \frac{w_B^2}{2D_n} \quad (12.40)$$

Емітерний перехід зміщений у прямому напрямі, тому його ємність визначається, головним чином, дифузною ємністю $C_{Edif} > C_{Eq}$, тобто $C_E \sim C_{Edif}$. При $I_{E0} = 1 \text{ мА}$ вона за порядком величини становить $C_{Edif} = 200 \text{ пФ}$. Колекторний перехід також має зарядову й дифузійну ємність³. Проте він зміщений у зворотному напрямку і його дифузійна ємність менша за зарядову ($C_{cdif} < C_{cq}$), тому сумарна ємність визначатиметься зарядовою ємністю колектора, яка визначається формулою

$$C_{cqzap} = S \sqrt{\frac{\varepsilon_s e N_a N_d}{8\pi(N_a + N_d) |V_C|}} \cong S \sqrt{\frac{\varepsilon_s e N_a}{16\pi |V_C|}} \quad (12.41)$$

де використано, що $\varphi_c < V_C$ та $N_a \sim N_d$. В формулі (12.43) N_a – концентрація домішок у базі. Ця ємність менша емітерної і становить $\sim 1 \div 50 \text{ пФ}$.

12.4.а.6. Частотні характеристики

Одним з основних факторів, котрий визначає придатність транзисторів для роботи зі змінними сигналами є залежність його параметрів від частоти сигналів. Розгляд еквівалентних схем показує, що в ній можна розрізнити емітерний, базовий та колекторний RC-ланцюжки. Кожний ланцюжок має свій характерний час зарядки конденсатора $\tau = Q/I = CV/I = CR$. Передаточна характеристика струму двополюсника⁴, що складається з паралельно включених ємності C та опору R , залежить від часу релаксації τ (див. задачу 12.11)

$$\frac{i_{\text{вих}}(\omega)}{i_{\text{вх}}(\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \quad (12.42)$$

Транзистор більш складна система за CR –двополюсник. Проте в лінійному наближенні при малих сигналах його коефіцієнт передачі струму α можна апроксимувати функцією, схожою на (12.42), використавши при цьому час затримки τ або граничну частоту $\omega_\alpha = \tau^{-1}$, як підганяльний параметр. Здебільшого для цього коефіцієнт передачі має такий вигляд:

$$\dot{\alpha} = \frac{\alpha_0 \exp\{-j\omega t\}}{1 + j(\omega/\omega_\alpha)} \quad (12.43)$$

$$\alpha(\omega) = |\alpha| \frac{\alpha_0}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_\alpha)^2}} \quad (12.44)$$

з двома підганяльними параметрами граничною частотою $\omega_\alpha = \tau_{ef}^{-1}$ і часом затримки t_3 .

Гранична частота визначається ефективним часом зарядки емітерної τ_{qE} та колекторної τ_{qC} ємностей транзистора, а також часом прольоту носіїв крізь базу τ_B і область

³ Дифузійна ємність колектора рівна $C_{cdif} = I_C \frac{w_B \Delta w_B}{D \Delta V_C}$. Комбінуючи цю формулу з (12.35) та (12.37),

отримаємо $C_{cdif} = I_C (w_B / D) \sqrt{\varepsilon_s (8\pi e N_d |V_C|)^{-1}} = \tau_c / r_c$

⁴ $i_{\text{вих}} / i_{\text{вх}} = Y_{\text{вих}} / Y_{\text{вх}} = (1/R)(1/R + j\omega C)^{-1} = (1 + j\omega RC)^{-1}$, де Y – електропровідність.

просторового заряду колекторного переходу τ_C . Ефективний час τ_{ef} затримки переносу носіїв струму від емітера до колектора наближено визначається сумою

$$\tau_{ef} = \tau_{qE} + \tau_B + \tau_C + \tau_{qC} \quad (12.45)$$

де

$$\tau_{qE} = C_E r_E; \quad \tau_B > w_B^2 (2D_n)^{-1}; \quad \tau_{qC} = C_C r_B \quad (12.46)$$

Здебільшого $\tau_{qE} < \tau_C < \tau_{qC} < \tau_B$, тому найбільш впливає на τ_{ef} і граничну частоту ω_α час зарядки колекторної ємності τ_{qC} та час прольоту носіїв крізь базу τ_B . Зокрема, при $\tau_{qC} < \tau_B$

$$\tau > \frac{w_B^2}{2D_n}; \quad \omega_\alpha = \frac{1}{\tau} < \frac{2D_n}{w_B^2} = \frac{2\mu_n k_B T}{w_B^2 e} \quad (12.47)$$

Вплив усіх останніх ємностей збільшує ефективний час затримки t_3 і τ_{ef} і зменшує граничну частоту ω_α . Типові значення величини $\omega_\alpha \sim 6 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$, $\nu_\alpha \sim 10 \text{ МГц}$.

Для збільшення граничної частоти необхідно вибирати матеріали бази з великою рухливістю неосновних носіїв заряду в ній та зменшують товщину бази (w_B), що одночасно поліпшує інші параметри транзистора, тому що згідно формул (12.22а) та (12.34) збільшується його коефіцієнт передачі носіїв крізь базу (β) та зменшується колекторний опір (r_C). Однак, як уже вказувалось у розділі 12.4.1.б, ширина бази не повинна бути меншою ширини збіднених областей в околі бази, тому що вони зменшують ефективну ширину бази (12.24). Суттєве зменшення ефективної ширини бази (w_{ef}), наприклад, за допомогою колекторних напруг (12.24а), котрі зворотно зміщують колекторний перехід, призводить до змикання колекторного та емітерного просторових розподілів потенціалів. Унаслідок цього відбувається зменшення її опору, збільшення емітерного та колекторного струмів та полегшення електричного пробію транзистора. Для компенсації цього недоліку між базою й колектором створюють додатковий тонкий шар високоомного власного напівпровідникового шару i -типу. В таких транзисторах гранична частота збільшується до сотень мегагерц ($< 300 \text{ МГц} = 3 \cdot 10^8 \text{ Гц}$).

12.4.а.7. Шуми біполярних транзисторів

Біполярний транзистор має **власні шуми**, завдяки яким на його виході виникають хаотичні коливання струму та напруги навіть у відсутності вхідного сигналу. Основними фізичними причинами появи власних шумів транзистора є:

- дискретність носіїв заряду, внаслідок чого виникає *дробовий шум*;
- хаотичність теплового руху носіїв, яка створює *тепловий шум*;
- флуктуації процесів генерації та рекомбінації носіїв, що впливає на час життя нерівноважних носіїв й створює, так званий, *надлишковий шум*.

Дробовий шум біполярного транзистора виникає завдяки випадковим процесам інжекції та екстракції нерівноважних носіїв із зарядом e на його p - n переходах, що викликає появу флуктуацій струму. Спектральна густина потужності дробового шуму⁵ прямо пропорційна величині струму I та елементарного заряду e

$$s_{dr}(\omega) = \xi 2eI \quad (2.48)$$

⁵ Спектральною густиною потужності випадкових процесів називають модуль квадрату амплітуди еквівалентного коливання шумового генератора, віднесено до одиничного інтервалу частоти $s_i(\omega) = |\bar{i}|^2 / \Delta\omega = I^2(j\omega)$

де ξ - коефіцієнт, що визначає ступінь хаотичності процесів інжекції та екстракції носіїв у напівпровідниках. Для повністю хаотичних процесів $\xi = 1$.

Тепловий шум викликається тепловими флуктуаціями носіїв заряду в напівпровіднику транзистора в умовах теплової рівноваги. Спектральна густина потужного теплового шуму визначається за формулою Х. Найквіста

$$s_T(\omega) = 4k_B T G \quad (12.49)$$

де G – електропровідність напівпровідника, T – температура, k_B – стала Больцмана. Спектральна густина $s_T(\omega)$ не залежить від прикладеної напруги, струму та частоти, тому що швидкості хаотичного теплового руху носіїв більші за їх теплову та дрейфову швидкості.

Надлишковий шум створюється флуктуаціями часу життя нерівноважних носіїв заряду. Тому спектральна потужність надлишкового шуму залежить від концентрації пасток, швидкості поверхневої рекомбінації надлишкових носіїв та частоти. Вона зменшується приблизно обернено пропорційно до квадрата частоти ω . Оскільки спектральна густина потужності надлишкового шуму, віднесена до одиничного інтервалу частоти, обернено пропорційна квадрату частоти

$$s_I(\omega) = A \frac{1}{\omega^2}, \quad (12.50)$$

то амплітуда флуктуацій обернено пропорційна до частоти f . Тому надлишкові шуми називають також шумами $1/f$.⁶

Шумові властивості транзистора для даної частоти характеризують *коефіцієнтом шуму* F , який визначається відношенням повних потужностей шуму на виході та вході транзистора, віднесених до одиниці ширини частотної смуги, при даній температурі T .

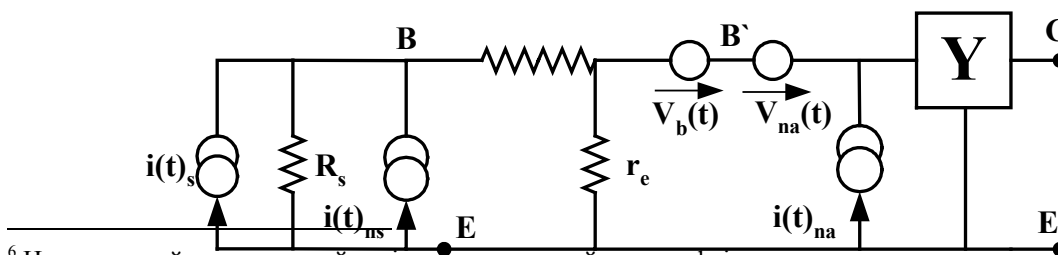
$$F = \frac{\sum_j s_{n,j,вых}}{s_{n,вх}}. \quad (12.51)$$

Він показує, у скільки разів збільшиться потужність шуму транзистора. Коефіцієнт шуму може відрізнитись від коефіцієнта підсилення потужності сигналу $M_p = P_{s,вых} / P_{s,вх}$, і F/M_p може бути більшим за одиницю. Запишемо це відношення

$$\frac{F}{M_p} = \frac{\sum_j s_{n,j,вых} \cdot P_{s,вх}}{s_{n,вх} \cdot P_{s,вых}} = \frac{(P_s / s_n)_{вх}}{\left(P_s / \sum_j s_{n,j,вых} \right)_{вых}} \quad (12.52)$$

Таким чином, коефіцієнт шуму показує у скільки разів змінюється відношення сигнал-шум на виході транзистора внаслідок впливу власних шумів транзистора. Для ідеального транзистора $F = 1$.

Коефіцієнт шуму аналізують за допомогою еквівалентних схем транзистора, до складу яких входить нешумлячий чотирьохполюсник із відповідно приєднаними до його входу та виходу генераторів шумів. На рис.12.12 наведена спрощена низькочастотна



⁶ Надлишковий шум має ще й такі назви: струмовий шум та фліккер-шум.

Рис.12.12. Еквівалентна схема біполярного транзистора (CCE).

еквівалентна схема включення біполярного транзистора зі спільним емітером, у якій включені шумові генератори струму та напруги некорельованого “білого” шуму. На вхідному опорі R_s виникає тепловий шум $i_{i,T}(t)$ із спектральною потужністю

$$s_{i,T}(\omega) = 4k_B T G_s \quad (12.53)$$

де $G_s = R_s^{-1}$ - вхідна провідність. Вихідний струм $i_2(t)$ створює падіння напруги $V_{na}(t) = i_2(t)r_E$, із якою пов'язаний генератор шумового струму $i_{na} = V_{na}(t)/R_s = i_2(t)r_E/R_s$. Спектральна потужність цього генератора шуму є

$$s_{na}(\omega) = \left(\frac{i_2 \cdot r_E}{R_s} \right)^2 \frac{1}{\Delta\omega} = (\overline{i_2})^2 \cdot \frac{r_E^2}{R_s^2} \frac{1}{\Delta\omega} \quad (12.54)$$

Шум, що викликається флуктуаціями вихідного струму $i_2(t)$, є дробовим шумом із спектральною потужністю

$$s_{dr,2}(\omega) = 2eI_c \quad (12.55)$$

Комбінуючи (12.54) та (12.55), отримаємо вираз для спектральної потужності шуму, що створюється флуктуаціями струму $i_2(t)$,

$$s_{na}(\omega) = \frac{2eI_c r_E^2}{R_s^2} \quad (12.56)$$

Генератор шумової напруги $V_B(t)$ утворюється тепловим та дробовим шумом бази: $V_B(t) = V_{BT}(t) + V_{Bdr}(t)$. Ці генератори шумів крос-некорельовані, тому $(\overline{V_{BT}(t) + V_{Bdr}})^2 \cong (\overline{V_{BT}})^2 + (\overline{V_{Bdr}})^2$. Вони утворюють шум із спектральною потужністю на вході

$$s_{nB} = \left(\frac{\overline{V_{BT}}}{R_s} \right)^2 \frac{1}{\Delta\omega} + \left(\frac{\overline{V_{Bdr}}}{R_s} \right)^2 \frac{1}{\Delta\omega} = \frac{2eI_B r_E^2}{R_s^2} + \frac{4k_B T r_B}{R_s^2} \quad (12.57)$$

Після підстановки (12.51), (12.52), (12.53), (12.54) та (12.55) у (12.551) отримаємо вираз для коефіцієнта шуму

$$F \approx 1 + \frac{r_E}{2R_s} + \frac{r_B}{R_s} + \frac{R_s}{2\beta r_E} + A \frac{1}{\omega^2} \quad (12.58)$$

де використано, що $I_C = \beta I_B$, $I_C = \alpha I_E$, $r_E = k_B T / eI_E$, та добавлені надлишкові шуми. З (12.58) видно, що коефіцієнт шуму залежить від вхідного опору R_s , й при $R_s = R_{sm} = \sqrt{2\beta r_E (r_E/2 + r_B)}$ він є мінімальним

$$F_m \approx 1 + 2 \left(\frac{r_E/2 + r_B}{2\beta r_E} \right) \quad (12.59)$$

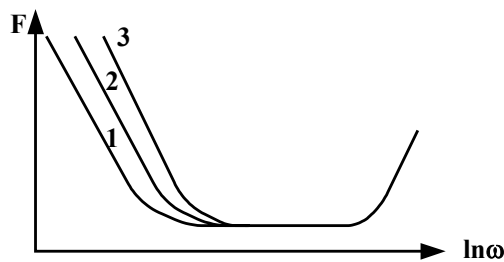


Рис.12.13 Залежність коефіцієнту шуму біполярного транзистора від частоти: 1, 2, 3 – область шуму 1/f при різних швидкостях поверхневої рекомбінації носіїв.

де не враховані надлишкові шуми, котрі грають суттєву роль при низьких частотах, а при частотах більших 10 кГц ними можна знехтувати. Видно також, що коефіцієнт шуму не залежить від напруги та струму. Залежність F_m від струмів та напруг починається тоді, коли дробові шуми стають значно більшими за теплові. При високих частотах F_m починає зростати (рис.12.13), тому що при високих частотах зменшується коефіцієнт підсилення β , а також починають впливати ємності p - n переходів. В цілому мінімальний коефіцієнт шуму біполярних транзисторів досить малий і становить $F_m \approx 0,5 \div 0,7 \text{ дБ}$.

12.4.а.8. Технологія виготовлення біполярних транзисторів

ІМС із біполярними транзисторами виготовляються, здебільшого, за допомогою двох різновидів технологій: *планарно-дифузійної та планарно-епітаксіальної*. В першому випадку планарно-дифузійної технології (рис.12.14) області n - і p - типів у приповерхневому шарі напівпровідникової підкладки створюються за допомогою локальної термодифузії донорів та акцепторів у кремнієву підкладку. У другому випадку

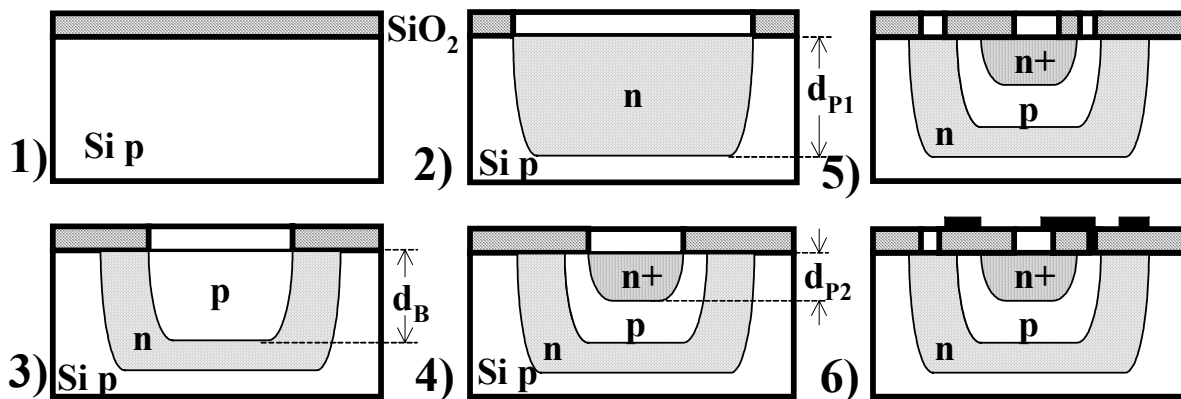


Рис.12.14. Етапи планарно-дифузійної технології виготовлення n^+ - p - n транзисторів:

1 - окислення 2 - дифузія донорів (P), 3 - окислення та дифузія акцепторів (B),
4 - окислення та дифузія донорів (P), 5 - окислення та виготовлення отворів для металізації, 6 - металізація.

планарно-епітаксіальної технології області n - і p - створюються за допомогою епітаксiального нарощування кремнієвих шарів n - і p -типів.

Планарно-дифузійна технологія складається з таких технологічних етапів.

На першому її етапі ретельно очищену кремнієву підкладку рівномірно окислюють у сухому кисні (рис.12.14.1).

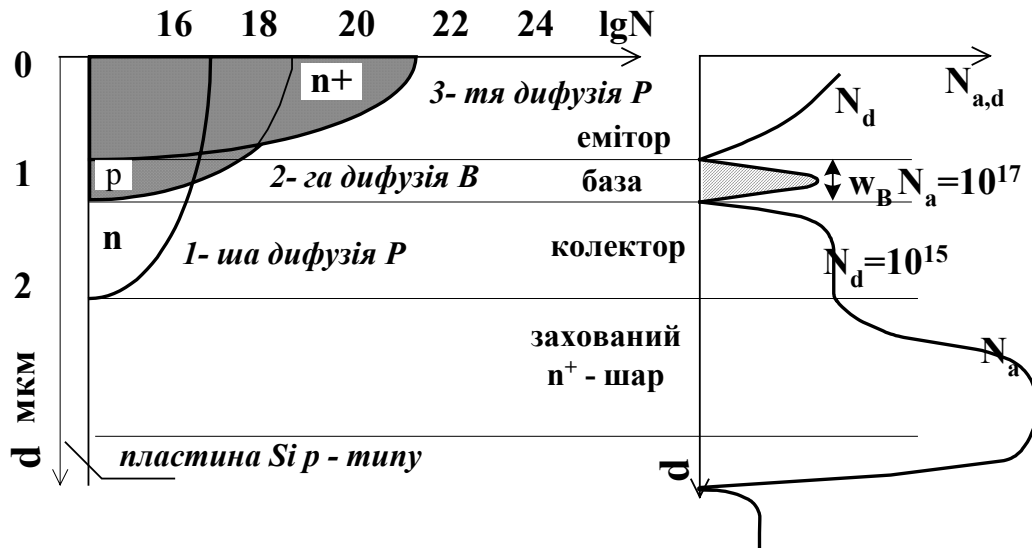


Рис.12.15. Розподіл концентрації домішок у транзисторі.

На другому етапі за допомогою незмінної (руйнівної) маски методом фотолітографії створюються вікна в оксиді кремнію, крізь які відкривається вільний доступ до не окисленої поверхні підкладки. Розмір та форма вікон визначається топологією ІМС. Крізь вікна здійснюється термодифузія донорних домішок *фосфору* на глибину $\langle d_p \rangle \sim (D_p t)^{1/2}$, де D_p - коефіцієнт дифузії фосфору, t - час проведення процесу дифузії. Після закінчення цієї операції в об'ємі підкладки утворюється область, в якій переважають донорні домішки. Її глибина визначається глибиною дифузії фосфору $\langle d_{p1} \rangle$, а поперечні розміри - розмірами вікна в шарі SiO_2 , який служить руйнівною маскою для дифузії фосфору. Так створюється *колекторна область* *n*-типу n^+ -*p*-*n* транзистора (рис.12.14.2). Розподіл концентрації домішок фосфору в цій області наводиться на рис.12.15 (крива 1).

На третьому етапі підкладку знову окислюють. В новому шарі SiO_2 за допомогою фотолітографії витравлюють нові вікна меншого розміру. Крізь ці вікна здійснюється дифузія акцепторних домішок *бору* на глибину $\langle d_B \rangle = (D_B t)^{1/2}$ меншу за глибину попередньо проведеної дифузії бору ($\langle d_{p1} \rangle < \langle d_B \rangle$). Бор компенсує донорні домішки фосфору й при $N_B > N_p$ утворюється *p*-область, котра може виконувати функції *бази транзистора* (рис.12.14.3).

На четвертому етапі знову ще раз окислюють підкладку. В шарі нового SiO_2 витравлюють вікна ще меншого розміру. Крізь нові вікна здійснюють термодифузії акцепторної домішки - *фосфору* на глибину $\langle d_{p2} \rangle$ меншу глибину дифузії донорної домішки - бору, дифузія якої здійснювалась на попередньому етапі технології ($\langle d_B \rangle > \langle d_{p2} \rangle$). За допомогою цієї операції створюється область із великою концентрацією акцепторів (рис.12.14.4). Концентрація акцепторів у цій області більша за концентрацію донорів ($N_a = N_{p2} \gg N_B = N_d$). Акцептори не тільки компенсують, але й "перекомпенсують" донори. Унаслідок "перекомпенсації" донорів утворюється область n^+ -типу, котра є *емітерною частиною* транзистора n^+ -*p*-*n* типу. Просторовий розподіл домішок у цій області транзистора наведений на рис.12.15.

На п'ятому етапі поверхня знову окислюється. В шарі SiO_2 витравлюються нові отвори, крізь які наносяться металеві контакти до різних областей транзистора, як це показано на рис.12.14. Після цієї технологічної операції утворюється транзистор n^+ -*p*-*n* типу.

Іноді під колекторним шаром додатково виготовляють *скритий (або захований) шар n^+ -типу* з концентрацією домішок $\sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Поперечний переріз біполярного транзистора із захованим шаром n^+ -типу наведений на рис.12.16. Скритий шар n^+ -типу виконує такі функції:

- сповільнює рух неосновних носіїв струму в колекторі (у даному випадку дірок), що інжектують із бази, бо сильно легований шар призводить до появи внутрішнього електричного поля, направлено в напрямку від скритого шару до бази,

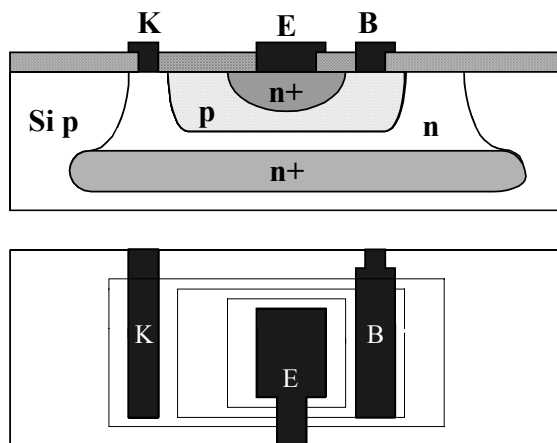


Рис.12.16. Поперечний переріз і план транзистора із захованим n^+ шаром.

- вирівнює потенціал колекторної частини транзистора, тому що сильно легований захований (скритий) шар зменшує електричний опір колекторної частини від декількох кілоомів до сотень омів,
- збільшує коефіцієнт передачі α_i , тому що, коли колектор зміщений у прямому напрямку, то скритий шар n^+ -типу сприяє рекомбінації дірок, що інжектують із бази, і тим самим зменшує шкідливу складову струму колектора при інверсному включенні.

У випадку *планарно-епітаксіального виготовлення транзисторів ІМС* у шарі SiO_2 на Si підкладинці методом фотолітографії і хімічного травлення, як і в попередньому випадку, створюються відповідної форми й розмірів вікна, крізь які відкривається Si підкладинка (Рис.14). Крізь вікна в шарі SiO_2 у кремнії витравлюються заглибини, які заповнюються методом епітаксіального нарощування шарами n - або p -типів відповідно.

У практиці виготовлення біполярних транзисторів використовується також *поєднання планарно- дифузійної та епітаксіальної технологій*. Наприклад, на першому її етапі здійснюється дифузія донорів для утворення колекторного шару n -типу. На другому етапі крізь спеціально створені вікна епітаксіально вирощують шар напівпровідника p -типу для бази транзистора. На третьому етапі за допомогою термодифузії донорів крізь спеціально виготовлені вікна у новому шарі SiO_2 створюють колекторний шар n^+ -типу. На четвертому етапі, як і раніше, наносять металеві контакти до емітера, бази та колектора.

Розглянуті приклади створення активних елементів ІМС не вичерпують різновидів існуючих технологій їх виготовлення - існує більше 1000 різноманітних технологій і виникають нові. Кожний різновид технології складається з десятків або сотень окремих технологічних операцій. Ці операції можна розділити на 8 великих груп:

1. вилучення матеріалу підкладинки або нанесеного шару (механічна обробка, хімічне, плазмохімічне та іонне травлення тощо);
2. нанесення матеріалу (створення плівок на підкладинці, епітаксіальне нарощування шарів речовини тощо);
3. формування геометричних конфігурацій плівкових елементів та вікон у плівках, інші обробки);
4. формування на підкладинці областей з різними електрофізичними характеристиками (дифузія, іонне легування тощо);
5. термообробка для зміни властивостей матеріалу (відпал плівок, перекристалізація, впікання контактів тощо);
6. заварка, пайка, герметизація корпусів тощо;
7. контрольні та підганяльні операції;
8. допоміжні операції.

12.4.а.9. Паразитні параметри транзистора

До складу структури $n^+ - p - n$ транзистора ІМС, зображеної на рис.12.17, входить

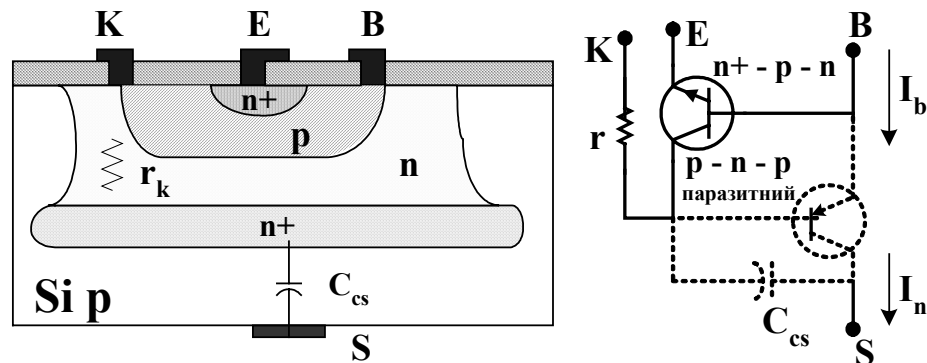


Рис.12.17. Поперечний розріз і схема транзистора $n^+ - p - n$, на якій зображено паразитний $p - n - p$ транзистор, утворений базою, колектором і підкладинкою.

ще й паразитний транзистор $p - n - p$ між базою (B), колектором (C) та підкладинкою основного транзистора (S). Коли $n^+ - p - n$ транзистор працює в нормальному активному режимі ($V_C < 0$), то паразитний $p - n - p$ транзистор працює в режимі відсічки ($V_E < 0$) і струм крізь паразитний транзистор наближається до нуля. В цьому разі основну роль грає паразитна ємність C_{Cs} та послідовно включений опір колекторної частини r_C , які складаються із зовнішнім опором навантаження (вихідним опором) і ємністю колектора C_C . Ефективна стала часу визначиться

$$\tau_{\alpha ef} = \tau_{\alpha} + (C_C + C_{Cs})(r_C + R_{вих}) \quad (12.60)$$

Навіть при $\tau_{\alpha} = C_C = R_{вих} = 0$, $\tau_{\alpha ef} = C_{Cs}r_C$. Наявність захованого шару суттєво зменшує r_C від $\sim 10^3$ до ~ 10 Ом, що зменшує $\tau_{\alpha ef}$.

При роботі основного $n^+ - p - n$ транзистора в інверсному режимі ($V_E > 0$) паразитний транзистор знаходиться в активному режимі роботи ($V_{Епар} < 0$). За цих обставин крізь нього в підкладинку йде струм

$$I_n = \alpha_{p-n-p} I_1 \quad (12.61)$$

де I_1 - частина базового струму. Наявність цього струму погіршує параметри основного транзистора. Для зменшення коефіцієнта передачі α_{p-n-p} паразитного транзистора колекторну частину легують домішками золота. Атоми золота служать пастками для дірок у колекторній частині транзистора, що збільшує швидкість рекомбінації дірок, тобто

зменшує їх час життя. Зменшення часу життя дірок у базовій області паразитного транзистора зменшує його коефіцієнт передачі $\alpha_{p-p-p} = \gamma\beta\alpha^*$, тому що коефіцієнт переносу носіїв крізь базу ($\beta_{n-p-n} = 1 - w_B^2/2L_p^2 = 1 - w_B^2/2D_p\tau_p$) зменшується при збільшенні τ_p . Паразитні параметри транзистора залежать від типу його ізоляції (див. розділ 12.6). У випадку діелектричної ізоляції (рис.12.32-12.35) паразитний транзистор відсутній, але паразитна ємність C_{CS} залишається. Вона залежить від товщини діелектрика, що ізолює, й може бути меншою, ніж у паразитного транзистора. Наприклад, коли для ізоляції використовується оксид кремнію товщиною ~ 1 мкм, то паразитна ємність одиниці площі становить ~ 30 нФ/мм².

12.4.6. Транзистори інших типів

Крім широко вживаних транзисторів на основі гомопереходів використовуються інші різновиди біполярних транзисторів:

- транзистори з використанням гетеропереходів, наприклад, з емітерним переходом, створеним широкозонним напівпровідником n -типу в якості емітера та вузькозонним p -типу для бази (§6.7);
- транзистори з перенесенням гарячих електронів крізь базу (§6.9);
- тунельно-резонансні структури (§6.9);
- одноелектронні транзистори (§7.8).

Використання напівпровідникових сполук, наприклад, $A_{III}B_V$, сплавів GeSi та новітніх технологій виготовлення напівпровідникових структур дозволяє створювати такі пристрої. Деякі з них мають кращі параметри по зрівнянні із транзисторами з гомопереходами. Зокрема, транзистори з емітерними гетеропереходами мають більші значення ефективності емісії (більші коефіцієнти інжекції). Інші транзистори дозволяють реалізувати більші рухливості неосновних носіїв у базі, а також зменшити її розміри, що зменшує час прольоту носіїв й збільшує граничні частоти. У транзисторах малих розмірів використовуються особливості розмірного квантування, резонансне тунелювання, одноелектронні явища, тобто використовуються нові явища, котрі дозволяють здійснювати перехід від мікроелектроніки до наноелектроніки. Фізичні засади роботи деяких нових різновидів таких транзисторів ми розглядали в 6-й та 7-й главах, до яких ми відсилаємо читача.

12.4.6.1. Транзистор із бар'єром Шотткі

Цей різновид n^+p -транзистора відрізняється від планарно-дифузійного n^+p -транзистора тим, що металевий контакт бази частково перекриває колекторну область, як це показано на рис.12.18. На границі Si n -типу із шаром алюмінію утворюється збіднений носіями приповерхневий шар, тобто утворюється бар'єр Шотткі. Це означає, що частина електричного кола колектор - база буде шунтована діодом Шотткі, зображеним на електричній схемі на рис.12.18. Такий транзистор називається біполярним транзистором з бар'єром Шотткі.

В активному робочому стані й у режимі відсічки, коли $V_{CB} < V_{dSh}$, діод Шотткі закритий, тому що він зворотно зміщений напругою $V_{CB} > 0$, і не впливає на роботу транзистора. У процесі формування імпульсу, коли на базовий електрод подається імпульс базового струму $I_B > I(1-\alpha_N)/\alpha_N$, крізь транзистор починає йти струм і потенціал колектора відносно бази зменшується й стає від'ємним $V_{CB} < 0$. На діоді Шотткі виникає пряме зміщення, при якому він стає провідним. Унаслідок цього більша частина базового струму йде тепер крізь діод Шотткі й він шунтує електричне коло база-колектор. Наявність діоду з бар'єром Шотткі прискорює розсмоктування просторового заряду в області колектора і тому інерційність транзистора зменшується. Це зменшення можна оцінити за допомогою співвідношення

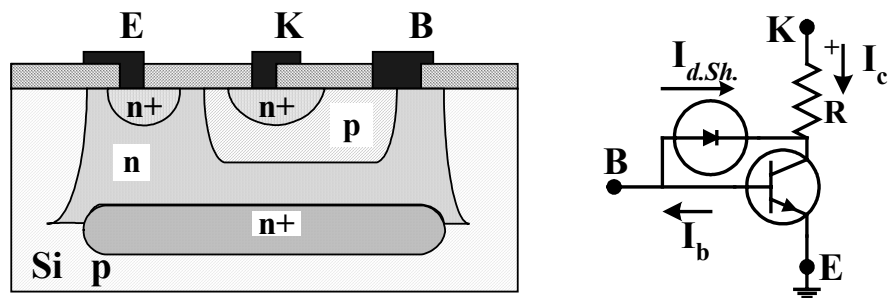


Рис.12.18. Поперечний переріз і схема транзистора з бар'єром Шотткі.

$$\tau_{dSh}/\tau \sim I_B/I_C = (1-\alpha_N)/\alpha_N < 1$$

У сучасних транзисторах значення $\tau_{dSh} \sim 0,5$ нс.

12.4.6.2. Багатоемітерні транзистори

Багатоемітерний транзистор має декілька емітерів із своїми контактами, як це видно на рис.12.19. Він виготовляється в єдиному

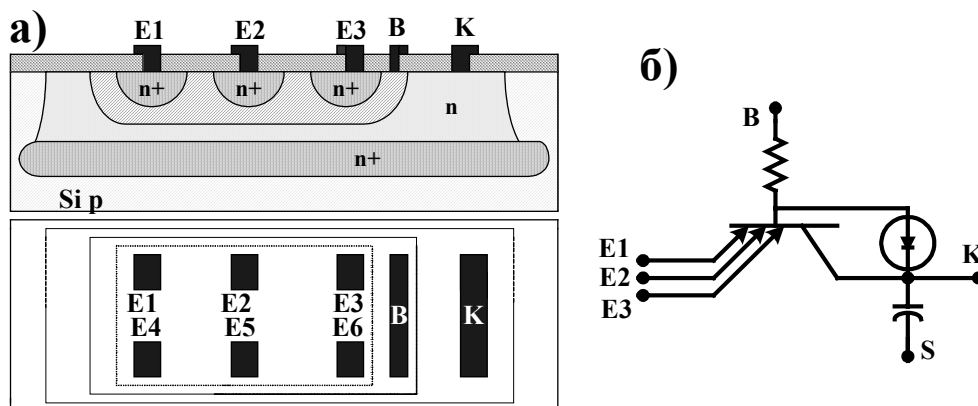


Рис.12.19. Зображення (а) та електрична схема (б) багатоемітерного транзистора.

технологічному циклі. Зв'язок кожного із транзисторів Е1-В-С, Е2-В-С тощо здійснюється за допомогою основних носіїв струму в базі. Тому коефіцієнт передачі струму між сусідніми емітерами малий і не залежить від відстані між сусідніми емітерами. Для подальшого зменшення цього зв'язку ширина активної частини бази w_B робиться меншою відстані між емітерами. В залежності від форми емітера розрізняють три різновиди багатоемітерних транзисторів, а саме: смугасті, коміркові і сіткові. Коміркові багатоемітерні транзистори мають найбільше по відношенню до інших багатоемітерних транзисторів відношення периметра емітера до його площі, що забезпечує максимальний коефіцієнт підсилення потужності. Зменшенням площі емітерних областей досягається збільшення швидкості переключення.

Для зменшення інверсного коефіцієнта передачі (підсилення) α_i намагаються збільшувати відстань між контактами бази й емітерів і створюють діод Шотткі в області базового електрода. Це призводить до того, що α_i стає меншим за 0,001. Швидкість перезарядки емітерних n^+-p переходів визначається ємностями C_E і C_{Cs} . Електрична схема багатоемітерного транзистора зображена на рис.12.19.6 і не потребує додаткових пояснень.

12.4.6.3. Уніполярні МОН транзистори

Уніполярні МОН транзистори є активними елементами ІМС, у яких поперечне електричне поле затвора керує провідністю основних носіїв струму між витоком та стоком. У 3-й главі було показано, що МОН транзистори мають велике відношення вхідного та вихідного опорів ($R_{ex}/R_{eux} > 1$) у схемах включення з загальним витоком та з загальним стоком. Тому вони забезпечують підсилення потужності слабких сигналів

$$M_p = (V_{вых}^2 / V_{ex}^2) (R_{ex} / R_{eux}) \quad (12.62)$$

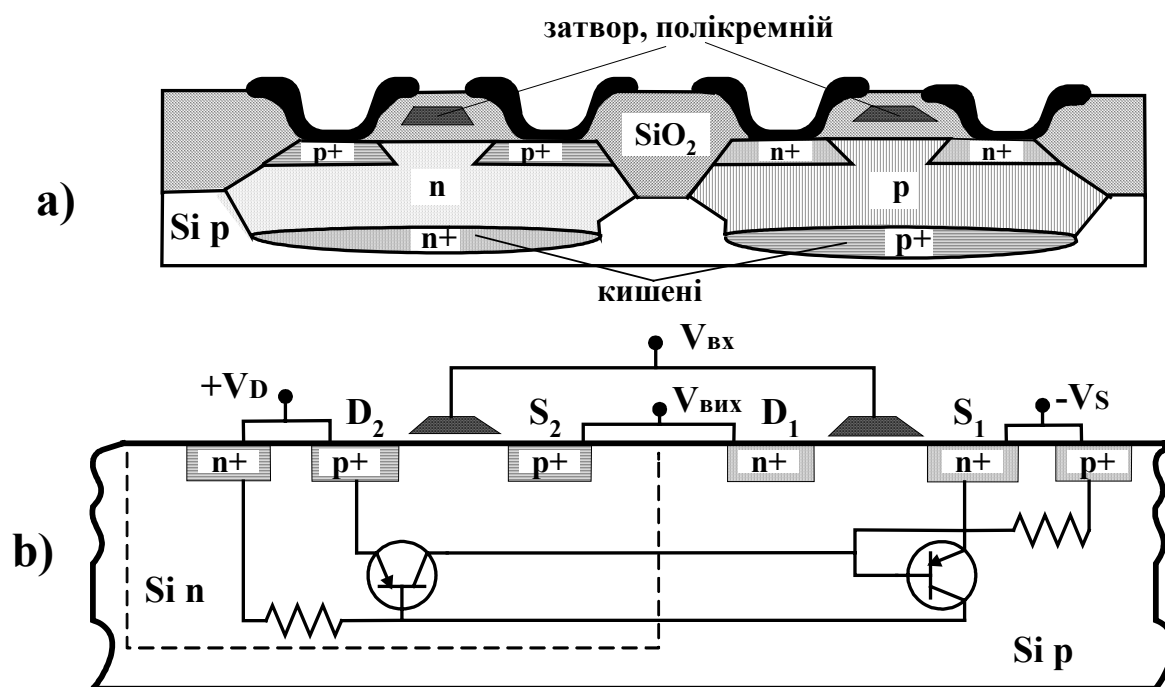


Рис.12.21. КМОН транзистора із зануреним полі - Si затвором: а) - поперечний переріз, б) - еквівалентна схема паразитних транзисторів.

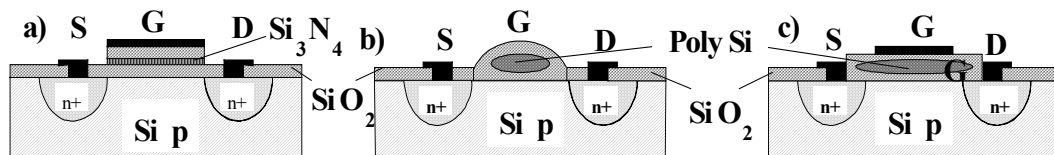
Коефіцієнт підсилення менший за коефіцієнт підсилення біполярних транзисторів, але МОН транзистори мають переваги по зрівнянні з біполярними транзисторами, а саме:

- дуже великий вхідний опір,
- низький коефіцієнт шуму,
- використовують при переключенні меншу потужність,
- займають меншу площу на підкладинці,
- технологічно більш прості, бо використовують у три рази меншу кількість технологічних операцій при виготовленні по зрівнянні з біполярними транзисторами,
- дозволяють використовувати короткі та вузькі канали нанометрових розмірів, тобто дозволяють конструювати прилади наноелектроніки,
- технологічно сумісні з біполярними транзисторами, що дозволяє, коли виникає необхідність використовувати більші коефіцієнти підсилення, створювати ІМС, до складу яких входять як МОН транзистори, так і біполярні транзистори.

Все це обумовлює широке практичне використання МОН транзисторів у цифрових ІМС, особливо у великих ІМС з пристроями пам'яті. Найбільш економний режим роботи має місце при використанні систем із двох об'єднаних МОН транзисторів в КМОН системі. На рис.12.20 зображена типова структура КМОН транзистора із зануреним затвором, виготовленим із полікристалічного кремнію (полі-Si). Принцип роботи та основні особливості МОН та КМОН транзисторів уже розглядався в 3-тій главі. Зауважимо, що для МОН транзисторів, особливе значення має підзатворний діелектрик. Ізоляція між окремими МОН транзисторами має менше значення тому що витік та стік є самоізолюваними від напівпровідникової підкладинки зворотно зміщеними р-n переходами (глава 3). Ця обставина є позитивною рисою МОН транзисторів. Вона забезпечує більшу ступень інтеграції ІМС на КМОН транзисторах по відношенню до схем на біполярних транзисторах. Потрібно лише ретельно зменшити поверхневі гальванічні зв'язки. Для цього, як показано на рис.12.21, створюють додаткові ізолюючі області із SiO_2 .

Негативною рисою КМОН транзисторів є «ефект заскакування». Він полягає в тому, що паразитні рnp та рnp транзистори утворюють паразитний рnpnp - тиристор, який при певних напругах між S_1 та D_2 пропускає значний струм (§3.5.а). Вивести транзистор із цього стану вже неможливо до тих пір, поки не вимкнуті джерело живлення КМОН транзистора (тобто поки $V_{D_2} - V_{S_1}$ не стане рівним нулеві). Для усунення ефекту «заскакування» зменшують паразитні опори підкладинки, наприклад, за допомогою високолегованих областей n^+ та p^+ , зображених на рис.12.20.б, або навпаки використовують КМОН транзистори типу кремній на ізоляторі, які розглядалися у 11-й главі.

Крім МОН транзисторів із полікремнієвим затвором використовуються МОН транзистори з керованою пороговою напругою. Зміна порогової напруги затвора (V_{Tef}) здійснюється за допомогою величини накопиченого заряду в діелектричній плівці за-



**Рис.12.21. Транзистори з керованою пороговою напругою а) МНОП - структура
б) МОН транзистор з плаваючим затвором в) МОН транзистор із самозміщеним
плаваючим затвором.**

твору. Типові приклади структур із змінною (керованою) величиною V_{Tef} представлені

на рис.12.22. У транзисторі, зображеному на рис.12.22.а, порогову напругу затвора регулюють за допомогою тунельної інжекції носіїв заряду на границі розділу $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$ крізь тонку плівку SiO_2 . Оксинітрид кремнію використовується для накопичення заряду. Цей різновид транзистора називається метал-нітрид-оксид-напівпровідниковою структурою (МНОН). У двох інших модифікаціях транзисторів, зображених на рис.12.21.б і с, використовується ізольований діелектричною плівкою затвор. Він може довгий час утримувати заряд і називається плаваючим затвором. Порогова напруга керується за допомогою зворотної напруги, що прикладається до p - n переходу між стоком та підкладинкою. Її величина вибирається достатньою для лавинного розмноження електронно-діркових пар. Частина високо енергетичних носіїв інжектує в плаваючий затвор, що змінює його порогову напругу. Зміна $V_{T,ef}$ дозволяє створювати програмовані постійні запам'ятовуючі пристрої на основі нормально відкритих і нормально закритих транзисторів. Вони знаходять застосування, насамперед, при конструюванні складних об'ємних мікросхем статичної оперативної пам'яті, логічних вентилів та перепишувачів. Позитивні риси затворного конденсатора знайшли також широке практичне застосування для конструювання та виготовлення спеціальних приладів функціональної електроніки, так званих, приладів із зарядовим зв'язком (ПЗЗ – структури) (див. [9]). Вони будуються у вигляді послідовності близько розташованих МОН структур. Напругами на їх затворах можна передавати зарядовий пакет із однієї потенціальної ями під затвором у сусідню яму. ПЗЗ структури знайшли широке застосування як цифрові пристрої (реєстри зсуву, динамічні пристрої пам'яті), як аналого-цифрові пристрої (лінії затримки та смугові фільтри), як оптоелектронні прилади (передаючі телекамери, томографи, детектори слабких світлових сигналів) тощо [9].

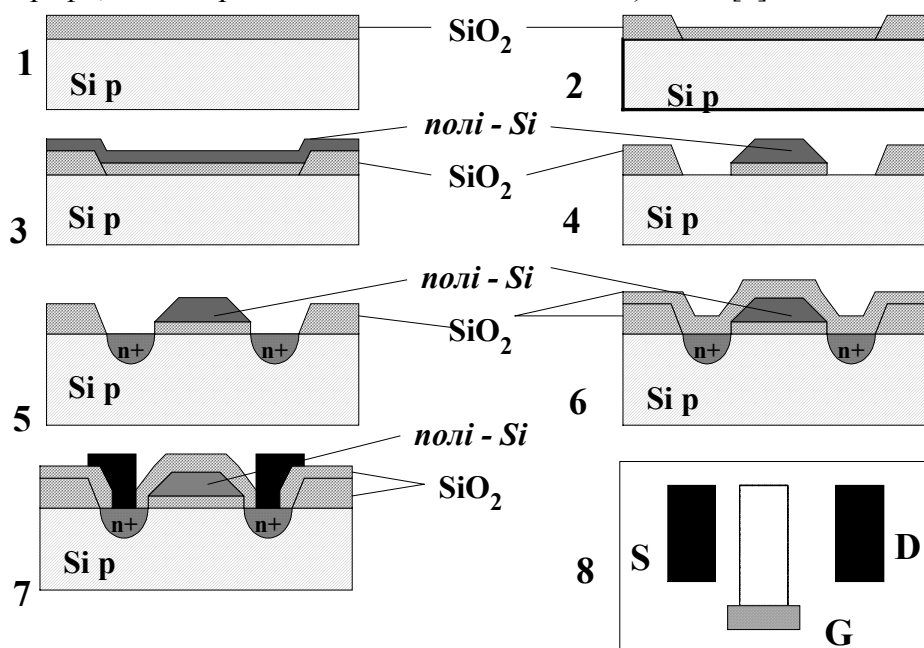


Рис. 12.22. Етапи виготовлення МОН транзистора 1 - окислення Si, 2 - створення вікна в SiO_2 за допомогою фотолітографії та хімічного травлення, нанесення підзатворного шару SiO_2 , 3 - нанесення шару полікремнію, 4 - створення вікон у полі-Si, 5 - легування іонами P^+ областей витоку та стоку, 6 - окислення, 7 - створення вікон й нанесення металевих контактів витоку й стоку, 8 - план розташування електродів.

На рис.12.23 наведена спрощена технологічна схема виготовлення КМОН структур на основі Si з полікристалічним затвором. Вона подібна до технології виготовлення МОН транзисторів типу кремній на ізоляторі, яка розглядалась у попередній главі.

На першому та другому етапах (рис.12.22.1 та 2) після окислення ретельно очищеної поверхні Si (100) на ній утворюють тонкі шари підзатворного оксиду. На третьому етапі наносять шар полікристалічного кремнію, який використовується в технології, як маска для створення областей витоку й стоку. На четвертому етапі формують полі-Si затвори й покривають поверхню оксидом. На п'ятому етапі легують області під стоком та витоком за допомогою іонної імплантації крізь тонких шар оксиду відповідних іонів, наприклад, іонів фосфору. Такий метод виготовлення, коли роль маски виконує сам затворний шар полікристалічного кремнію, називається *самоузгодженням*, тому що дозволяє більш точно виготовляти ці області. Шар полікремнію може використовуватися як міжз'єднання. Канал провідності можна змінювати іонною імплантацією. На шостому та сьомому етапах виготовляють контакти до областей витоку, стоку та затвору. Видно, що для виготовлення МОН транзисторів потрібно використовувати меншу кількість технологічних операцій, ніж при виготовленні біполярних транзисторів, а також можна не використовувати процеси дифузії, що відбуваються при температурах ~ 1000 С, тоді як при виготовленні біполярних транзисторів використовується не менше 4-х процесів термодифузії.

Таким чином МОН транзистор технологічно простіший біполярного транзистора, потребує для роботи значно менше енергії та дозволяє збільшувати ступень інтеграції ІМС. Крім того, на відміну від біполярних транзисторів, котрі забезпечують точне перетворення аналогових сигналів та мають значні керуючі струми, КМОН транзистори мають низьку енергію, що витрачається, керуються напругою та ефективно використовуються в запам'ятовуючих пристроях.

12.4.8. Діоди

В ІМС діоди, як правило, формують із транзисторних структур. Їх схеми зображені на рис.12.23.

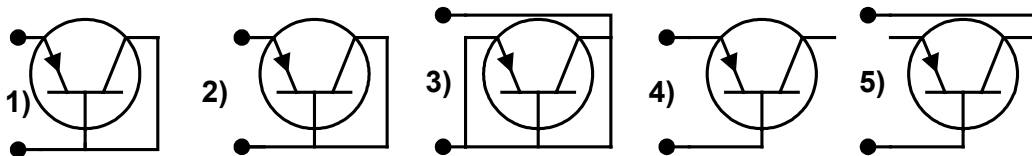


Рис. 12.23 Схеми включення транзисторів у діодному режимі.

12.5. ПАСИВНІ ЕЛЕМЕНТИ

В ІМС пасивні елементи виготовляються в приповерхневому шарі активної підкладки або в об'єднаних (сумісних) ІМС за плівковою технологією. Здебільшого використовують дифузійні або об'ємні резистори й об'ємні і тонкоплівкові конденсатори. Індуктивності, як правило, в ІМС не використовуються або використовуються n-p-n транзистори в особливому режимі роботи, коли їх імпеданс має індуктивний характер, або використовуються плівкові "котушки" індуктивності, які здебільшого мають вигляд металевих спіралей.

12.5.а. Дифузійні резистори

Дифузійні резистори складаються з тонкої приповерхневої області напівпровідникової підкладки певної форми й розмірів. Схема такого резистора зображена на рис.12.24. Резистором є дифузійний шар між контактами А і В. Його опір є рівним

$$R = \rho \frac{\ell_1}{\ell_2 d} = R_{\square} \frac{\ell_1}{\ell_2} \quad (12.63)$$

де ℓ_1 і ℓ_2 - довжина й ширина, $\rho/d = R_{\square}$. Величини опору $R_{\square} = 5 \div 200 \text{ Ом}/\square$, тому $R = 50 \div 50000 \text{ Ом}$.

Як видно з рис.12.24, еквівалентна схема резистора досить складна, він узагалі є нелінійним елементом. Його позитивною рисою є те, що він виготовляється за допомо-

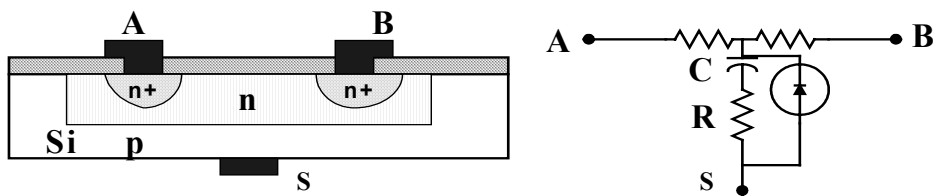


Рис.12.24. Схема дифузійного резистора.

гою тієї самої технології, що і транзистори. Ця обставина є причиною, чому він досить широко застосовується при виготовленні ІМС. Проте треба мати на увазі і його недоліки, а саме:

- нелінійність,
- залежність від температури,
- великий розкид значень опорів - 30%.

12.5.6. Об'ємні резистори

На відміну від дифузійних резисторів, об'ємні резистори занурюють на глибину підкладки й ізолюють від інших елементів обернено зміщеними p - n переходами. Поперечний переріз та еквівалентна схема об'ємного резистора зображена на рис.12.25. По зрівнянні з дифузійними резисторами об'ємні резистори краще ізольовані один від

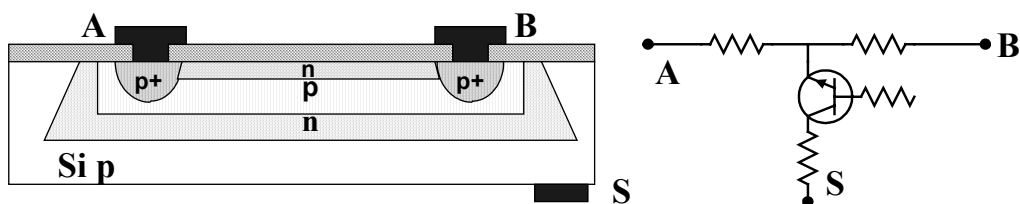


Рис.12.25. Схема об'ємного резистора.

одного та від інших елементів ІМС. Об'ємні резистори виготовляються за технологією, котра використовується для виготовлення транзисторів. Ці обставини визначають широке їх застосування при виготовленні ІМС. Проте слід пам'ятати, що вони мають ті ж самі недоліки, що і дифузійні резистори.

12.5.в. Об'ємні конденсатори

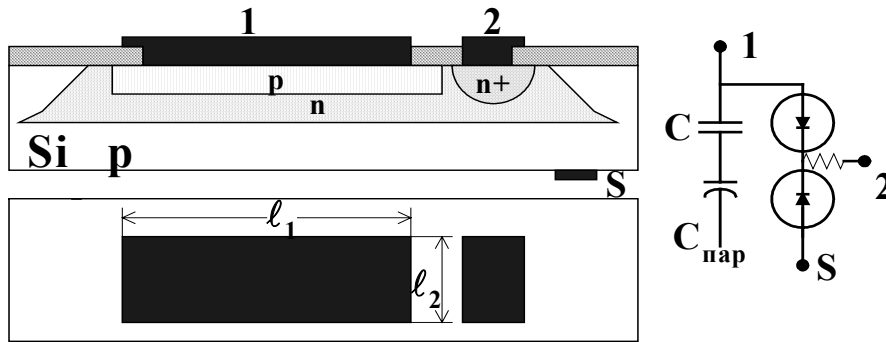


Рис.12.26. Схема об'ємного конденсатора.

Об'ємними або дифузійними конденсаторами ІМС служать зворотно-зміщені p - n переходи. Типова структура такого конденсатора зображена на рис.12.27.

Ємність такого конденсатора визначається ємністю одиниці площі планарного зворотно зміщеного p - n переходу C_0 , помноженій на площу конденсатора $\ell_1 \ell_2$.

$$C = C_0 \ell_1 \ell_2 \quad (12.64)$$

Ємність C_0 залежить від концентрації домішок у p - n переході та напруги на обкладинках конденсатора.

$$C_0 = \frac{\varepsilon_s}{4\pi L_e} \quad (12.65)$$

де L_e - протяжність області просторового заряду в p - n переході (див задачу 12.4)

$$L_e = \left(\frac{\varepsilon_s (V_d - V_a) (N_a + N_d)}{2\pi e N_a N_d} \right)^{1/2} \quad (12.66)$$

де $V_d - V_a$ - різниця потенціалів на p - n переході, N_a , N_d - концентрації акцепторів і донорів:

$$C_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_s e N_a N_d}{8\pi (N_a + N_d) (V_d - V_a)}} \quad (12.67)$$

Типові значення емітерних p - n переходів $C_{0e} \sim 1000$ ПФ/мм² і $C_{0\kappa} \sim 150$ ПФ/мм² для колекторних переходів.

Позитивною рисою цих конденсаторів є те, що вони виготовляються за стандартною для ІМС технологією. Проте треба пам'ятати, що вони мають певні недоліки, а саме:

- нелінійність,
- складна еквівалентна схема,
- мала добротність $Q = X_C/r_B = 1/\omega C r_B$,
- залежність номіналів від напруги та температури на переході $\Delta C/C \sim 20\%$.

12.5.2. Тонкоплівкові (або МОН) конденсатори

Поперечний переріз та еквівалентна схема плівкового конденсатора наведена на рис.12.27. Вони утворюються між границею окисленого кремнію й металом, як це видно на рис.12.27. Важливою властивістю МОН конденсаторів є те, що вони працюють при будь-якій прикладеній напруги. Проте ці конденсатори, як і об'ємні, також нелінійні. Їх ємність залежить від напруги, бо крім зарядної ємності C_{ox} , що утворюється оксидним шаром товщиною d_{ox} , існує ємність зв'язана з утворенням просторового заряду C_D . Тому повна ємність рівна

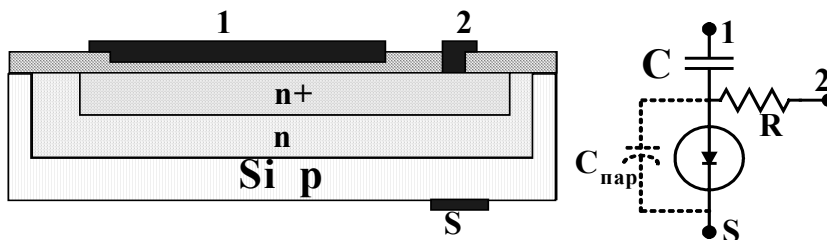


Рис.12.28. Схема МОН конденсатора.

зв'язана з утворенням просторового заряду C_D . Тому повна ємність рівна

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_D} = \frac{4\pi d_{ox}}{\epsilon_{ox}} + \frac{4\pi L_D}{\epsilon_s} \quad (12.68)$$

де ϵ_{ox} і ϵ_s - діелектричні сталі оксиду й напівпровідника, L_D - ширина поверхневого збідненого шару в напівпровіднику, котра залежить від концентрації домішок і від напруги на обкладинках конденсатора.

Залежність $C(V)$ зображена на рис.12.28. При збільшенні напруги, котра призводить до збагачення приповерхневого шару напівпровідника носіями, відбувається зменшення L_D^2 ⁷, що призводить, згідно формули (12.68), до збільшення повної ємності C . При збільшенні напруги зворотного напрямку відбувається збіднення приповерхневого шару носіями і збільшується L_D , відповідно зменшується ємність C і її величина наближається до ємності оксидного шару (крива 1 рис.12.28).

Проте при певних напругах починається утворення інверсного шару з товщиною меншою L_D . В ньому йде накопичення носіїв, що еквівалентно появі значної додаткової ємності, тому що товщина інверсного шару мала. Повна ємність МОН конденсатора зростає (крива 2 на рис.12.28). Темп її зростання залежить від частоти прикладеної напруги. При високих частотах, коли швидкість генерації носіїв струму в інверсній області стає меншою швидкості зміни напруги V , інверсний шар не встигає заповнюватись і, як це видно на рис.12.28 (крива 3), ємність майже не змінюється із зростанням V , що зменшує протяжність інверсного шару.

МОН конденсатори мають послідовно з'єднану паразитну ємність $C_{пар}$, котра зображена на еквівалентній схемі конденсатора (рис.12.27). Тому вхідна напруга на його виводах 1S та вихідна на виводах 2S зв'язана співвідношенням

$$V_{вх} C_{ef} = V_{вих} C_{пар} \quad (12.69)$$

$$C_{ef} = CC_{пар} / (C + C_{пар}) \quad (12.70)$$

Комбінуючи ці формули, отримаємо коефіцієнт передачі напруги на МОН конденсато

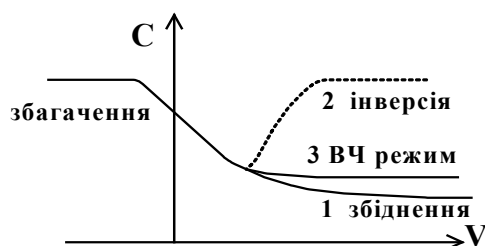


Рис.12.28. Залежність ємності МОН конденсатора від напруги.

⁷ $L_D^2 = \epsilon_s V N_d / 2\pi e$

рах

$$\frac{V_{вих}}{V_{вх}} = \frac{C}{C + C_{пар}}, \quad (12.71)$$

котрий завжди менший за одиницю.

Ємність МОН конденсатора зменшується із зростанням частоти ω . Проте попри всі недоліки МОН конденсатор знайшов широке застосування у виробництві ІМС, оскільки він виготовляється за допомогою стандартної технології ІМС.

12.6. МЕТОДИ ІЗОЛЯЦІЇ ЕЛЕМЕНТІВ ІМС

Існують 4 типи ізоляції ІМС, а саме:

- за допомогою зворотно зміщених p-n переходів,
- за допомогою тонких плівок SiO_2 ,
- за допомогою діелектричних, шарів відмінних від SiO_2 ,
- за допомогою повітряних проміжків.

12.6.a. Ізоляція за допомогою зворотно зміщених p-n переходів

На рис 12.29 зображений поперечний переріз ІМС з ізоляцією за допомогою

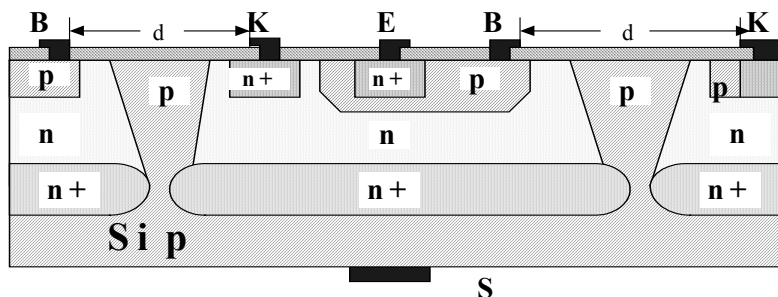


Рис.12.29. Поперечний розріз ІМС з ізоляцією за допомогою зворотно зміщених p-n переходів.

зворотно зміщених p-n переходів. Цей різновид ізоляції називають також *діодною ізоляцією*. Видно, що між окремими елементами ІМС знаходяться p-n переходи. Якщо за допомогою зовнішнього джерела напруги зворотно змістити всі p-n переходи, то між ними не буде йти струм і вони служитимуть ізолюючими прошарками між окремими елементами ІМС. Для створення такої ізоляції, як це видно з рис.12.29, витрачається частина простору підкладки протяжністю $d \times d$, що зменшує густину монтажу.

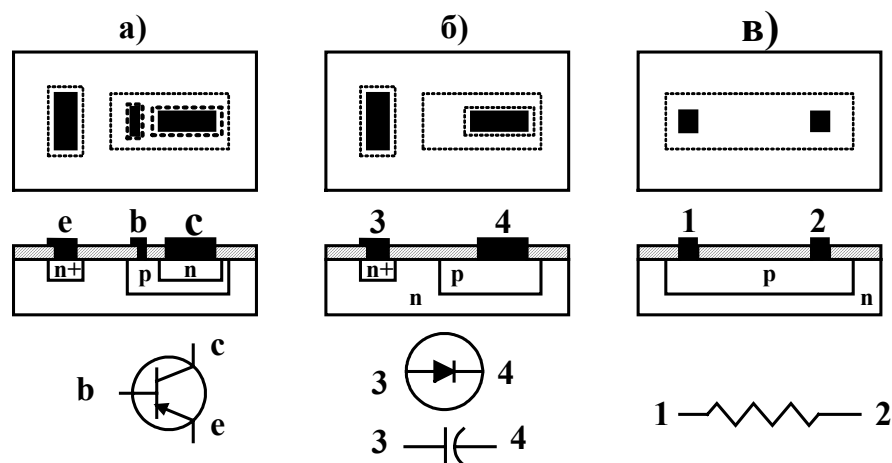


Рис.12.30. Типові елементи твердотільних напівпровідникових ІМС: а) – транзистор, б) – діод або ємність, в) – резистор.

Цей спосіб ізоляції приваблює тим, що не виникає потреби вводити додаткові технологічні операції. Дійсно, всі елементи ІМС транзистори, діоди, ємності, резистори та діодна ізоляція виготовляються у приповерхневій частині напівпровідникової підкладки у за допомогою однакової технології. Усе це разом із позитивними схмотехнічними якостями напівпровідникових елементів забезпечує широке практичне використання твердотільних напівпровідникових схем у мікроелектроніці. Проте метод діодної ізоляції має також свої недоліки, а саме:

- необхідність використання зовнішнього джерела напруги для створення зворотного зміщення на p - n переходах між елементами ІМС;
- складність еквівалентних схем, тому що потрібно додатково враховувати ємності зворотно зміщених p - n переходів;
- наявність гальванічних зв'язків між зворотно зміщеними p - n переходами тощо.

12.6.б. Ізоляція за допомогою тонких плівок SiO_2

Один із прикладів ізоляції за допомогою SiO_2 , зображений на рис.12.31. Елементи схеми розміщуються в окремих комірках, ізольованих одна від одної шарами SiO_2 . Технологія виготовлення ІМС з ізоляцією шарами SiO_2 відрізняється від технології ІМС із діодною ізоляцією. Наведемо приклад створення такої системи. Вона складається з 6-тих етапів.

На *першому етапі* легують захований n^+ шар і окислюють кремній.

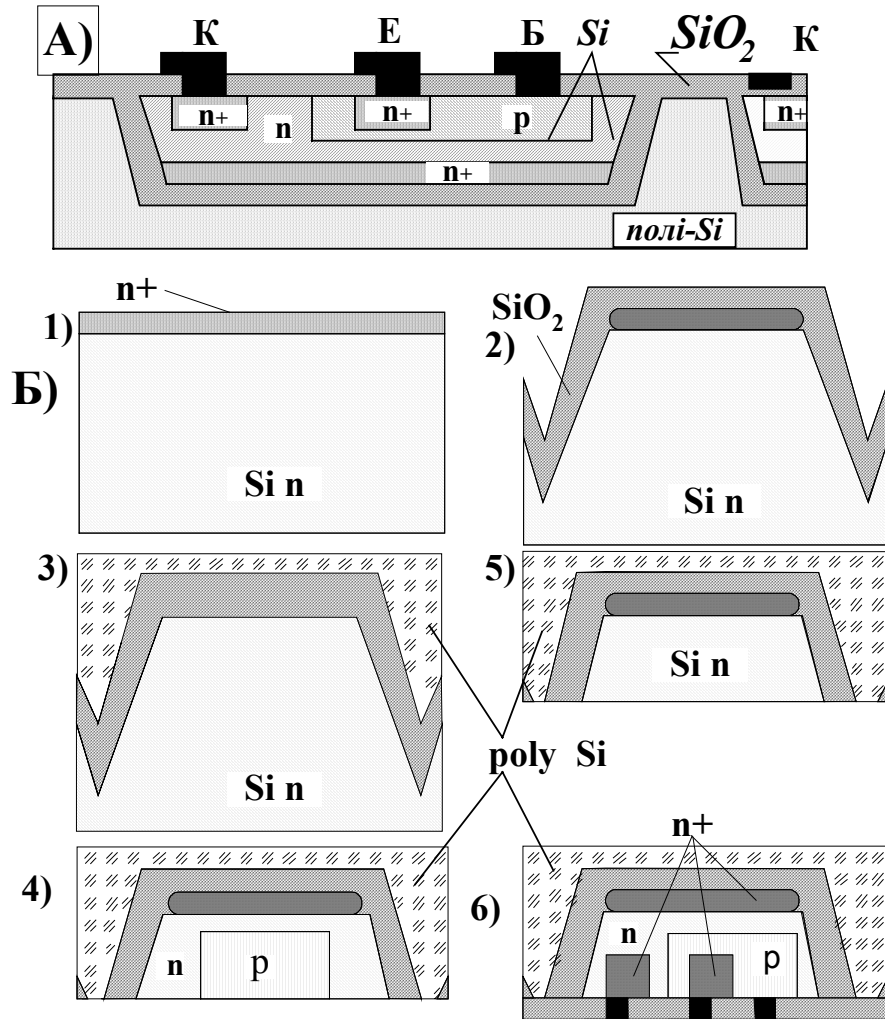


Рис.12.31. Поперечний переріз А) та етапи виготовлення SiO_2 ізоляції ІМС Б)Б) захованого шару (дифузія донорів); 2) заглибин та їх окислення; 3) нанесення полікремнію; 4) витравлення фасадної сторони пластинки Si; 5) створення базового шару; 6) створення колекторної та емісійної частин транзистора.

На *другому етапі* за допомогою фотолітографії і хімічного травлення витравлюють у Si пластинці заглибини, котрі потім окислюють. Вони ізолюють окремі частини ІМС.

На *третьому етапі* усувають зайвий шар Si на фронтальному боці кристала.

На *четвертому етапі* на тильну сторону полікремнієвої підкладки наносять масивний шар полікристалічного кремнію. Цей шар підвищує механічну міцність ІМС. На *п'ятому етапі* крізь отвори в спеціальній руйнівній масці на фронтальній поверхні методом термодифузії легують області Si для створення бази n^+ - p - n транзистора.

На шостому етапі поверхню знову окислюють, наносять фоторезист та переносять на нього з фотошаблону малюнок необхідних отворів. Після експонування витравлюють

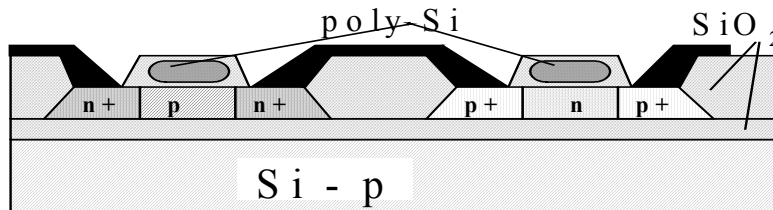


Рис.12.32. КМОН структура з ізоляцією за допомогою шарів SiO_2 .

ці отвори. Крізь отвори здійснюють легування емітерної та колекторної областей транзистора та приєднують до них металеві контакти.

Другий приклад використання SiO_2 для ізоляції КМОН структури наведений на рис.12.32. Хоча треба нагадати, що МОН транзистори є самоізолюваними й додаткова ізоляція використовується у спеціальних випадках.

12.6.в. Ізоляція за допомогою діелектриків відмінних від SiO_2

Замість SiO_2 для ізоляції можна використовувати й інші діелектрики, наприклад, ситал. Щоб у системі не виникало додаткових напружень й ці діелектрики не тріскались й не відшаровувались, вони повинні мати близькі за величиною температурні коефі-

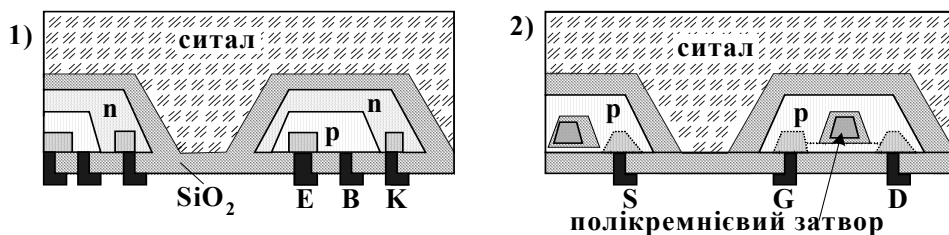


Рис.12.33. Ізоляцією ІМС за допомогою ситалу: 1) із n^+ -p-n транзисторами і 2) із МОН транзисторами.

цієнти лінійного розширення до відповідних коефіцієнтів α_i . Ситал відповідає таким вимогам й має значний коефіцієнт теплопровідності, що полегшує охолодження ІМС. На рис.12.33 зображено переріз n^+ -p-n і МОН транзисторів ІМС ізолюваних ситалом.

12.6.г. Ізоляція повітряними проміжками

Іноді для ізоляції використовують повітряні проміжки між окремими елемента-

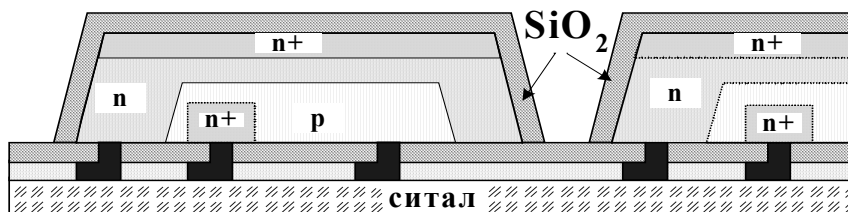


Рис.12.34. Мезоструктура з ізоляцією повітряними проміжками.

ми ІМС. Приклад такої ізоляції зображений на рис.12.34. Вона виготовляється так. Спочатку виготовляють ІМС на Si підкладці і захищають за допомогою SiO_2 . Потім їх припаюють до скляної або ситалової пластинки. Після цього за допомогою фотолітографії створюють вікна на тильному боці в руйнівній масці і крізь ці вікна витравлюють необхідний профіль мезоструктури з повітряними проміжками, показаний на рис.12.34.

Найчастіше метод повітряної ізоляції застосовують при виготовленні ІМС на основі Si на ситалі або на сапфірі. Спочатку на сапфіровій підкладці формують ізо-

льовані за допомогою SiO_2 острівці Si . Для їх формування застосовують методи епітаксiального вирощування монокристальних плівок. Потім на цих острівцях Si виготовляють окремі ІМС груповим методом і здійснюють їх з'єднання.

Проте найбільш перспективними з точки зору збільшення густини монтажу є комбіновані методи ізоляції елементів ІМС.

12.7. ВЕЛИКІ ІНТЕГРАЛЬНІ МІКРОСХЕМИ

Великими інтегральними мікросхемами (ВІМС) називають мікросхеми більш за 3-тю ступінь інтеграції, котрі мають у своєму складі декілька блоків, вузлів та радіоелектронних пристроїв або функціональних систем. При ще більшому ступені інтеграції вони називаються надвеликими інтегральними мікросхемами (НВІМС). За функціональним призначенням ВІМС використовуються у запам'ятовуючих пристроях, аналогово-цифрових та цифро-аналогових перетворювачів, цифрових фільтрів, процесорів тощо. Вони виготовляються як аналоговими, так і цифровими, але більшість їх використовується для обробки цифрових сигналів. На рис.12.35 наведена схема класифікації цифрових ВІМС за схемотехнічними та технологічними методами їх реалізації. Цифрові ВІМС мають переваги, до складу яких входять:

- можливість створення схем з універсальними функціями;
- можливість створення їх на однотипних пристроях;
- простий спосіб здійснення запам'ятовуючих пристроїв.

Але цифрові системи потребують використання більшої кількості функціональних вузлів та білої смуги пропускання по відношенню до аналогових систем. Перехід від ІМС до ВІМС був стимульований необхідністю розв'язувати більш складні функціональні проблеми та задачі. Він можливість:

- виконувати більш складні функції;
- збільшити надійність ВІМС за рахунок зменшення кількості зовнішніх з'єднань і збільшення ступеня групового виготовлення елементів;
- зменшення вартості завдяки технологічній інтеграції;
- збільшення швидкодії завдяки зменшенню шляхів проходження сигналу у ВІМС.

Уже зараз рівень інтеграції перевищує $10^6 \div 10^7$ елементів на кристал. При розробці й виготовленні ВІМС виникає протиріччя між складністю й універсальністю ВІМС. Складні ІМС більш спеціалізовані, ніж прості. Ця обставина зменшує широту області їх застосування і сприяє розширенню номенклатури ВІМС, що виготовляються. Проте практика показала, що при розробці ВІМС можна частково уникнути звуження їх спеціалізації двома шляхами, а саме:

- забезпеченням елементної надлишковості та багатфункціональності,
- зміною комутації готових ВІМС і пристосування їх до виконання певних визначених функцій.

Перехід до ВІМС потребує нових якісних змін у конструюванні радіоелектронної апаратури. При проектуванні ВІМС необхідно виконувати три умови:

1. організацію швидкого машинного проектування, розрахунку топології мікросхем і внутрішньо схемних з'єднань;
2. автоматизованого виготовлення фотошаблонів, масок, схем;
3. максимальної стандартизації матеріалів і технологічних процесів, машинного контролю за процесом виготовлення ВІМС.

У ВІМС та НВІМС здебільшого використовуються КМОН структури, котрі при високому ступені інтеграції ($>10^3$) мають малі енерговитрати ($>10^{-13}$ Дж = Рτ), керуються напругою, а не струмами, виявилися придатними для створення запам'ятовуючих при

ладів та більш технологічно прості по відношенню до біполярних транзисторів. Виготовлення ВІМС стикається із проблемою створення міжелементних з'єднань. Для ВІМС використовують не тільки одношарові, але й двох- і трьох- шарові розводки з'єднань. *Першим прикладом* (рис.12.36) ВІМС є мікросхеми на окремих

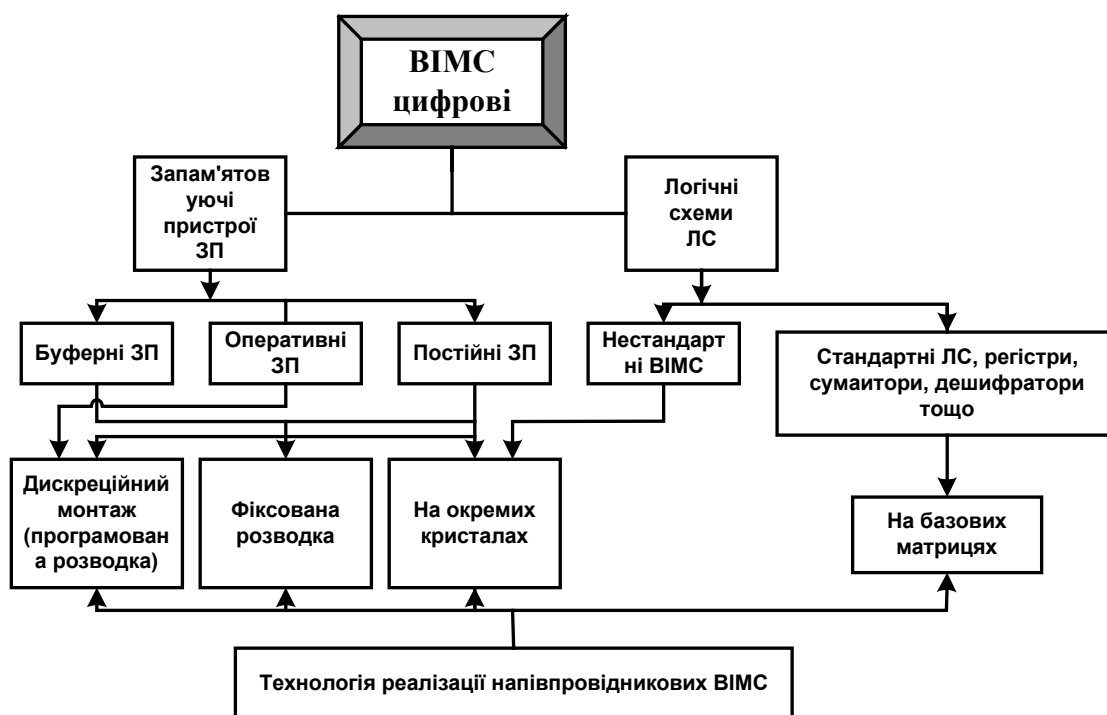


Рис.12.35. Класифікація цифрових ВІМС за схмотехнічними та технологічними методами реалізації.

кристалах, котрі після випробовування з'єднуються у ВІМС. Цей напрямок є розвитком та вдосконаленням технології виготовлення напівпровідникових ІМС. Другим напрямком є ВІМС із фіксованою розводкою. У цьому класі ВІМС проектують оп

тимальну розводку з найменшим впливом паразитних параметрів та взаємним впливом елементів схеми, яка проектується й виготовляється зі стандартних елементів. Однак 100% виходу придатних елементів досягти на практиці не вдається. Унаслідок цього конструктори вимушені вводити надлишкові елементи, проводити додаткове тестування системи та додаткову металізацію для вилучення бракованих ділянок схеми. Перший та другий методи виготовлення ВІМС є перехідними. *Найбільш* часто при виготовленні ВІМС застосовують два таких способи монтажу:

1. *дискреційного монтажу або монтажу із програмною розводкою,*
2. *поліелементного монтажу або монтажу з використанням базової матриці.*

В першому методі *дискреційного монтажу або монтажу із програмною розводкою*, виконуються такі операції:

- виготовлення простих елементів ВІМС (тригерів, регістрів, логічних елементів тощо),
- аналіз якості елементів із занесенням його результатів у пам'ять ЕОМ,
- розрахунок трасування міжелементних з'єднань та доброякісних елементів за допомогою ЕОМ,
- виготовлення за допомогою фотонабірних машин і даних аналізу якості елементів спеціальних фотошаблонів для оптимального з'єднання елементів ВІМС,
- трасування міжелементних з'єднань,
- розміщення ВІМС у корпусах та їх випробовування.

Цей метод досить часто застосовується у виробництві ВІМС, бо збільшує вихід придатних схем. Проте він не позбавлений недоліків, серед яких слід назвати такі:

- неминучий брак при металізації та виготовленні міжелементних з'єднань,
- зменшення густини монтажу, тому що при відбракуванні елементів ВІМС необхідно виділяти частину площі підкладинки для випробовування елементів перед трасуванням міжелементних з'єднань.

У другому *поліелементному методі або методі монтажу за допомогою базової матриці*, одиницею будови ВІМС служить група елементів, з'єднаних між собою міжз'єднаннями. Такий базовий елемент називається *поліелементом*. Він може складатись з декількох тригерів або інших простих ІМС. Кожний поліелемент випробовується на придатність до роботи. З придатних поліелементів, які з'єднуються між собою за допомогою певної програми, створюють ВІМС.

Звичайно, що побудова ВІМС стає більш простою при використанні для цього *однорідних структур*. Пристрої з більш складними функціональними можливостями вдається будувати за допомогою збільшення кількості однакових комірок, тобто методом створення *однорідних структур*. Такий спосіб дозволяє досягати *універсалізації структури й уніфікації технології виготовлення ВІМС*. В ідеалі *однорідна структура* являє собою геометричну ґратку, котра має дві або більше осей симетрії. В вузлах такої решітки знаходяться однотипні функціональні чарунки. Кожна чарунка з'єднується майже однаковим способом із сусідніми чарунками, що дає змогу передавати сигнал від однієї чарунки до іншої. Команди на перебудову (функціональну зміну) чарунки вона одержує від адресної шини. Прикладом такої однорідної структури може бути система кріотронів, котру ми вже розглядали раніше.

12.8. ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ

Традиційна твердотільна мікроелектроніка (традиційні ІМС) у своєму розвитку доходить до своїх граничних параметрів. Навіть субмікронна мікроелектроніка, яка ви

никла у 80 роках, вже в 90 роках ХХ століття не задовольняє вимогам подальшого розвитку інформаційних технологій. Про це свідчить хоча б сповільнення швидкості розвитку ступеня інтеграції, котре почалося в 90-х роках. Граничні можливості сучасних ВІМС обмежуються такими факторами:

- конструктивною складністю,
- бар'єром пропускну здатності,
- дефектністю матеріалів у структурних елементах ІМС,
- зростаючим впливом статистичних флуктуацій розмірів, потенціалів, концентрації домішок та носіїв заряду та їх швидкостей,
- впливом розмірних ефектів, тощо.

Для подолання цих бар'єрів, крім розв'язку складних технологічних проблем, потрібно подолати принциповий фізичний бар'єр, зв'язаного з необхідністю врахування квантово-механічних властивостей речовини, зокрема, нових особливостей квантового транспорту носіїв. Тому на зміну традиційній мікроелектроніці почали розвиватися два нових напрямки мікроелектроніки: *наноелектроніка та функціональна електроніка*.

Функціональна електроніка використовує *функціональну інтеграцію*, яка дозволяє більш повно використати об'єм речовини. Вона полягає в тому, що одна і та ж сама ділянка кристала використовується для виконання декількох функцій. Використання динамічних неоднорідностей сумісно зі статичними неоднорідностями розширює діапазон можливостей електроніки. Створюється спеціальне середовище з розподіленими параметрами, зникає необхідність формування множини структурних елементів і їх міжелементних з'єднань, що забезпечує суттєве збільшення ефективного ступеня інтеграції й продуктивність системи обробки інформації. У цьому середовищі можна використовувати різноманітні фізичні явища та несучі хвилі різної природи – електромагнітні, акустичні, спінові або потоки частинок. Усе це призводить до появи та інтенсивного розвитку нових напрямків функціональної електроніки – оптоелектроніки та інтегральної оптики, акустооптики та акустоелектроніки, спінелектроніки тощо. Для більш детального ознайомлення з цим напрямком відсилаємо читача до нашого спеціального посібника [10].

Наноелектроніка є наступним етапом у розв'язку проблем, що виникли в процесі розвитку мікроелектроніки. Тому вона є природним продовженням, правонаступницею мікроелектроніки. Вона стимулює дослідження низьковимірних структур, особливостей квантово-розмірних та одноелектронних явищ у низькорозмірних структурах, які обмежують працездатність класичних мікроелектронних приладів. Виявилось, що нові властивості речовини у низькорозмірних станах (квантові ями, дроти та точки) та квантові особливості транспорту носіїв можна використати для створення на їх основі нової нанорозмірної елементної бази електроніки. З її появою виникла наноелектроніка. З'ясувалось, що для виготовлення наноелектронних елементів ВІМС придатними виявилися різноманітні гетропереходи. На їх основі вдається розробляти та виготовляти електронні прилади, що працюють в області частот 200-300 ГГц, а резонансно-тунельні до частот 500-700 ГГц. Виник також новий технологічний напрямок – нанотехнологія, котра намагається оволодіти новими методами створення структур нанометрових розмірів. Перші успіхи у цьому напрямку дають надію, що рубіж нанометрової технології навіть у широкомасштабному виробництві буде подоланий.

Але залишається ще одна нерозв'язана проблема технології *самозбирання наноелектронних систем*. У сучасній науці є два напрямки створення нанометрових структур: по-перше, фізичні методи та, по-друге, фізико-хімічні та біохімічні методи, що використовуються при керованому створенні та вивченні дуже великих молекул та нанометрових кластерів. Спостерігається наближення та змикання цих двох напрямків. То

му можна сподіватись, що їх змикання прискорить появу наукових основ нової прогресивної технології самозбирання надійних та працездатних електронних пристроїв із окремих атомів та молекул, котрі дозволять подолати бар'єри, що зустрілися у мікроелектроніці, й отримати елементну базу зі значно кращими параметрами.

12.9. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

12.1. Опишіть поетапно способи виготовлення мікросхеми, що складається із транзистора на p - n переходах, ємності та опору й ізольована від інших елементів ІМС зворотно зміщеними p - n переходами.

12.2. Чому емітерну область біполярного транзистора легують сильніше по відношенню до області бази та колектора?

12.3. Оцініть електричне поле у неоднорідно легованій базі шириною 1 мкм.

Задача 12.3. $j = e\mu_n n_0 E + eD_n \nabla n \approx 0$; звідси

$$E = -(k_B T / e) (\nabla n / n_0) \approx -k_B T / e \frac{1}{w_B} \sim 200 \text{ В/см}.$$

12.4. Опишіть поетапно спосіб виготовлення мікросхеми, що складається з МОН транзистора із зануреним затвором, плівкового конденсатора та плівкового резистора і порівняйте кількість цих операцій з кількістю операцій задачі 12.1.

12.5. Розробіть технологічний маршрут при виготовленні ізоляції ІМС SiO_2 .

12.6. Оцінити ємність планарного симетричного різкого p - n переходу в Si при зворотному зміщенні.

$V=1,5 \text{ В}$; $\epsilon_{\text{Si}}=11,7$; $N_a=N_d=2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$, розмір вікна $2 \times 20 \text{ мкм}^2$.

Задача 12.6. Рівняння Пуассона для донорної (індекс 1) та акцепторної (індекс 2) областей p - n переходу мають вигляд

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{4\pi e N_d}{\epsilon_s} \text{ для } 0 < x \leq L_d, \text{ та } \frac{d^2 V}{dx^2} = \frac{4\pi e N_a}{\epsilon_s} \text{ для } -L_a < x \leq 0, \text{ де } N_a \text{ та } N_d - \text{концентрації ак-}$$

цепторів та донорів відповідно. Інтегрування цих рівнянь дає

$$V_1 = -(2\pi e N_d / \epsilon) x^2 + A_1 x + A_2, \quad V_2 = (2\pi e N_a / \epsilon) x^2 + B_1 x + B_2.$$

Сталі інтегрування $A_{1,2}$ та $B_{1,2}$ визначаються із граничних умов:

при $x = L_d$ $V_1 = V_d$, $dV_1/dx = 0$; при $x = -L_a$ $V_2 = -V_a$,

$x = 0_d$ $V_1 = V_2$, та $dV_1/dx = dV_2/dx$.

Розрахунок дає

$$L_a = \sqrt{\frac{\epsilon_s (V_d - V_a)}{2\pi e} \frac{N_d}{N_a (N_d + N_a)}}, \quad L_d = \sqrt{\frac{\epsilon_s (V_d - V_a)}{2\pi e} \frac{N_a}{N_d (N_d + N_a)}}.$$

Звідси можна визначити протяжність області просторового заряду

$$L_e = L_a + L_d = \sqrt{\frac{\epsilon_s (V_d - V_a)}{2\pi e} \frac{(N_d + N_a)}{N_a N_d}} \text{ та ємність } p\text{-}n \text{ переходу}$$

$$C = S \left[\frac{e\epsilon_s}{8\pi(V_d - V_a)} \frac{N_a N_d}{N_a + N_d} \right]^{1/2} \approx 0,3 \text{ см}$$

12.7. Як зміниться відношення струму колектора до струму бази в n - p - n транзисторі, включеному в схемі зі спільним емітером, якщо ширина бази w_B збільшиться вдвічі, а $\alpha_N=0,9$.

Задача 12.7. В n^+ - p - n транзисторі включеним у схемі зі спільним емітером відношення струму колектора до струму бази має такий вигляд

$$\frac{I_c}{I_b} = \frac{\alpha_N}{1 - \alpha_N}, \text{ де } \alpha_N = \gamma\beta\alpha^* \approx 1 - Aw; \quad \alpha_{N1} = 1 - Aw_1 = 0,9; \quad \alpha_{N2} = 1 - A2w_1 = 0,8;$$

$$\frac{I_{c1}/I_{b1}}{I_{c2}/I_{b2}} = \frac{\alpha_{N1}(1 - \alpha_{N2})}{\alpha_{N2}(1 - \alpha_{N1})} = 2,25$$

12.8. Розрахувати зворотну напругу зміщення, що діє на емітерному переході біполярного транзистора при розімкненому емітері і зворотному зміщенні на колекторному переході. При розрахунку прийняти $\alpha_N=0,98$, $\alpha_i=0,70$, $I_{C0}=10^{-13} \text{ А}$, $I_{E0}=7,14 \cdot 10^{-14} \text{ А}$.

Задача 12.8. Розглянемо модель Еберса-Мола і скористаємося співвідношеннями Кірхгофа (див. Рис.).

$$I_E = I_1 - \alpha_1 I_2 \quad (1)$$

$$I_C = \alpha_N I_1 - I_2 \quad (2)$$

При розімкненому емітері $I_E = 0$, а для зворотно-

зміщеного колектора $I_2 \approx -I_{C0}$. Використовуючи (12.4)–(12.6), на підставі (1) та (2) отримуємо

$$V_E = \frac{k_B T}{e} \ln \left(1 - \frac{\alpha_1 I_{C0}}{I_{E0}} \right) \approx -0.1B$$

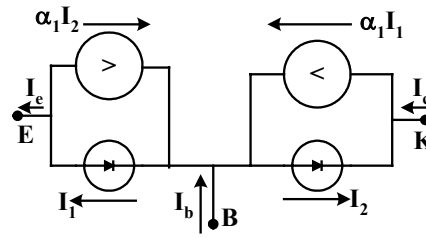


Рис.12.37.

12.9. Проаналізуйте, в яких випадках вигідно використовувати схеми включення транзистора на p - n переходах ССБ, ССЕ та ССК. Які у них коефіцієнти підсилення та входні опори?

12.10. Оцініть, як відносяться емітерний та базовий опори.

12.11. Доведіть співвідношення (12.42) для передаточної характеристики біполярного транзистора.

Задача 12.11. *Перший розв'язок.* Розглянемо найпростішу модель двополусника, що складається з паралельно включених ємності C та опору R . Напруга на його вході та виході однакова, тому $i_{\text{вх}}(\omega)/(Y_R + Y_C) = i_{\text{вих}}/Y_C$, де Y_R та Y_C – відповідні провідності активного та ємностного опорів. Звідси отримаємо

$$\frac{i_{\text{вих}}(\omega)}{i_{\text{вх}}(\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega RC}.$$

Другий розв'язок. Зміна заряду на ємності визначається швидкістю рекомбінації нерівноважних носіїв із характерним середнім часом життя носіїв τ_f та зарядкою ємності, що пов'язана з різницею струмів i_E та i_C :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{Q}{\tau_f} + i_E - i_C = -\frac{Q}{\tau_f + \tau_c} + i_E$$

Застосувавши до обох частин цього рівняння перетворення Фур'є та групуючи члени, маємо

$$\frac{Q(\omega)}{\tau_{ef} i_E(\omega)} = \frac{i_{\text{вих}}(\omega)}{i_{\text{вх}}(\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega \tau_{ef}}, \quad \frac{1}{\tau_{ef}} = \frac{1}{\tau_f} + \frac{1}{\tau_c}.$$

12.12. Оцініть, як змінюється гранична частота n - p - n транзистора, якщо при його виготовленні замість кремнію з $\mu_{n1} = 50 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ використати кремній з $\mu_{n2} = 500 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$.

Задача 12.12. Гранична частота транзистора визначається часом прольоту неосновних носіїв заряду крізь базу. Тому

$$\frac{\omega_{a2}}{\omega_{a1}} = \frac{\mu_{n2}}{\mu_{n1}} = \frac{500}{50} = 10.$$

12.13. Проаналізувати, що буде обмежувати граничну частоту Si транзистора при $\mu_n = 500 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$. Ширина бази 1 мкм , $N_a = 10^{17} \text{ см}^{-3}$.

Задача 12.13. Потрібно порівняти час прольоту неосновних носіїв крізь базу τ_a і час зарядки ємностей транзистора τ_c , тому що обмежувати буде найменший час: $\tau_{ef}^{-1} = \tau_a^{-1} + \tau_c^{-1}$.

$$\tau_a = \frac{w_B^2}{2D_n} = \frac{w_B^2 e}{2\mu_n k_B T}; \quad \tau_c = C_{ef} \cdot r_c \cong \frac{\epsilon_s S}{4\pi\Lambda_c} r_E \frac{w_B e V_c}{(1 - \beta) k_B T \Lambda_c};$$

$$\frac{\tau_c}{\tau_a} = \frac{\epsilon_s S r_E V_c}{2\pi(1 - \beta) \Lambda_c^2} \cdot \frac{\mu_n}{w_B} \propto 1000$$

12.14. Чи залежить гранична частота біполярного транзистора від площі емітерного контакту?

12.15. Чим обмежується зменшення розмірів базової області транзисторів?

12.16. Які напівпровідникові матеріали найбільш часто використовуються у твердотільній мікроелектроніці?

12.17. Які методи ізоляції використовують у напівпровідникових ІМС?

12.18. Які фізико-хімічні методи використовують у технології створення ІМС?

12.19. Як виготовляються та які оптимальні параметри мають напівпровідникові конденсатори?

12.20. Які призначення й застосування SiO_2 у конструкції й технології ІМС? Які функції виконують ЕОМ при проектуванні й виготовленні ІМС?

12.21. Проаналізуйте основні особливості ІМС на МОН транзисторах. Чим викликаний перехід від ІМС до ВІМС?

12.22. Схематично зобразити зонні діаграми для МОН структури із затвором із полікремнію. При розгляді вважати, що зонна структура полікремнію аналогічна монокристалічному Si , проте затвор із полікристалічного кремнію на Si n -типу легується акцепторами до рівня виродження, а затвор із полікремнію на Si p -типу легується донорами також до рівня виродження.

12.23. Які фактори впливають на параметри дифузійних шарів, що використовуються в ІМС?

12.24. Проаналізуйте будову та властивості внутрішньо-схемних з'єднань.

12.25. Проаналізуйте, чим визначається інтервал номіналів опорів резисторів ІМС.

12.26. Проаналізуйте, чим визначається раціональний інтервал номіналів ємностей ІМС. Як вони залежать від напруг? Чи залежать втрати від схеми включення ємностей?

12.27. Знайти вплив коливань товщини шару SiO_2 на Si від середнього значення $d = 125 \text{ мкм}$ з амплітудою $\delta = \pm 25 \text{ мкм}$ на формування зображення на фоторезисті світлом із $\lambda = 320 \text{ мкм}$. Вважати, що дійсна частина показника заломлення n у фоторезисті і в SiO_2 однакові і дорівнюють $n = 1,6$.

Задача 12.27. Коливання товщини SiO_2 спричиняються до інтерференції світла, що використовується при експонуванні фоторезисту для створення в ньому скритого зображення. Розглянемо в першому наближенні інтерференцію падаючої та відбитої від Si плоских хвиль. Сумарна амплітуда цих хвиль дорівнює

$$\begin{aligned}\tilde{E} &= \tilde{E}_1 + \tilde{E}_2 = E_0 \sin(\omega t \pm k\delta + u) + E_0 \sin(u\mp k(2d \pm \delta) + u + p) = \\ &= 2E_0 \sin[(d \pm \delta)k] \cdot \cos(\omega t - kd + u); \quad \langle E^2 \rangle_T = 2E_0^2 \sin^2(d \pm \delta)k; \quad k = \frac{2\pi n}{\lambda}.\end{aligned}$$

Розподіл інтенсивностей світла характеризується величиною

$$\frac{\langle E^2 \rangle_{T+}}{\langle E^2 \rangle_{T-}} = \sin^2[k(d - \delta)] / \sin^2[k(d + \delta)] \approx 1, 4.$$

12.28. Проаналізуйте, які функції виконують ЕОМ при проектуванні та виготовленні ІМС?

12.29. Чим викликаний перехід від ІМС до ВІМС?

12.30. Розгляньте схему створення ІМС із КМОН транзисторами при використанні ситалової ізоляції. Які позитивні риси для цього має ситал?

12.31. Оцініть опір бази біполярного транзистора, який має граничну частоту $\nu_m = 40 \text{ ГГц}$. Площа колектора $S = 20 \times 10 \text{ мкм}^2$, $N_a = 5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$; $\epsilon_{\text{Si}} = 11,9$, $|V_c| \approx 1 \text{ В}$.

Задача 12.31. Опір бази можна наближено оцінити з нерівності $\tau_m = (\nu_m)^{-1} > C_K r_B$. Звідси.

$$r_B < \nu_m^{-1} C_K^{-1} = \nu_m^{-1} \left(S \sqrt{\epsilon_{\text{Si}} N_a e / 8\pi |V_c|} \right)^{-1} \approx 350 \text{ Ом для } |V_c| = 1 \text{ В}.$$

12.32. Які основні особливості НВЧ-ІМС?

12.33. Проаналізуйте, які явища обмежують зменшення розмірів напівпровідникових ІМС.

12.34. Які позитивні якості мають транзистори, сконструйовані на основі гетеропереходів?

12.35. Проаналізуйте нові особливості транзисторів на гетеропереходах, в яких використовуються області зниженої розмірності. Як зміниться коефіцієнт шуму при зменшенні коефіцієнта передачі α від 0,993 до 0,98 у схемі включення ССЕ?

ЛІТЕРАТУРА

1. Малер Р., Кеймингс Т./ Элементы интегральных микросхем: Пер. с англ. - М.: Мир, 1989. - 630с., ил.
2. Зи С. /Физика полупроводниковых приборов: В 2-х книгах. Пер с англ. - 2-е перераб. и доп. изд. - Мир., 1984. - 456с.,ил.,456с.,ил.
3. Сугано Т., Икома Т., Такэиси Е. / Введение в микроэлектронику: Пер. с яп. - М.: Мир, 1988, - 32с., ил.
4. Ефимов И.Е., Козырь И.Я., Горбунов Ю.И. : Микроэлектроника. Физические и технологические основы, надежность: Учеб. пособие для приборостроит. спец. вузов. - 2-е изд. перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 1986. - 464 с.: ил.
5. Степаненко И.П. : Основы микроэлектроники: Учебное пособие для вузов. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. - 488 с., ил.
6. Ватанабэ М., Асада К., Кани К., Оцуки Т. : Проектирование СБИС :Пер. с яп. -М.: Мир, 1988. - 304 с., ил.
7. V.V. Mitin, V.A. Kochelap, M.A. Strosio : Quantum Heterostructures: Microelectronics and Optoelectronics. Cambridg University Press, 1999. - 642 p. il.
8. Ю. Пожела : Физика быстродействующих транзисторов: Вильнюс: Моксласю 1989. - 262 с. ил.
9. М.Г. Находкін, Ф.Ф. Сизов, Елементи функціональної електроніки: К.: ВПФ УкрІНТЕІ, 2002. – 324 с., 190 іл.

ОСНОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

- \vec{A} ; $\text{rot } \vec{A} = \vec{B}$ - векторний потенціал;
 a - стала ґратки;
 a_B - борівський радіус у кристалі;
 \vec{B} - вектор магнітної індукції;
 c - швидкість світла у вакуумі;
 C - ємність;
 d - лінійний розмір, товщина зразка;
 \vec{D} - вектор електростатичної індукції;
 D - коефіцієнт дифузії;
 D_a - коефіцієнт амбіполярної дифузії;
 \vec{E} - вектор напруженості електричного поля;
 $E(\vec{p}, n)$ - енергія носія заряду, яка залежить від квазіімпульсу \vec{p} та номера зони або розмірної підзони;
 E_c - енергія дна зони провідності;
 E_v - енергія стелі валентної зони;
 E_g - ширина забороненої зони;
 E - власна енергія електрона;
 E_t - енергетичний рівень пасток;
 e - заряд електрона;
 F - енергія Фермі ($F = \xi - e\varphi$) - електрохімічний потенціал;
 F_i - енергія Фермі власного напівпровідника;
 $F_{n(p)}$ - квазірівень Фермі для електронів (дірок);
 \vec{F} - сила;
 f - функція розподілу електронів;
 $g_{n(p)}$ - темп зовнішньої генерації електронів (дірок);
 $g_{n(p)}(E)$ - густина станів електронів (дірок);
 \vec{H} - вектор напруженості магнітного поля;
 \hat{H} - оператор енергії (гамільтона);
 h , ($\hbar = h/2\pi$) - стала Планка;
 \vec{j} - густина конвекційного струму;
 \vec{j}_s - густина надпровідного струму;
 $\vec{k}\{k_x, k_y, k_z\}$ - квазіхвильовий вектор електрона;
 k_B - стала Больцмана;
 L - лінійний розмір системи;
 L_{Db} - довжина екранування Дебая;
 L_e - довжина екранування у загальному випадку;
 $L_D = \sqrt{D\tau}$ - довжина дифузії;
 ℓ - довжина вільного пробігу носія заряду, середня відстань між послідовними зіткненнями;

M_i – маса i -го атома ґратки;
 m_0 – маса ізольованого електрона;
 $m_{n(p)}$ – скалярна ефективна маса електрона (дірки);
 $N_{c(v)}$ – ефективна густина станів у зоні провідності (валентній зоні);
 N_t – концентрація пасток;
 n – концентрації вільних електронів;
 n_i – концентрація електронів у власному напівпровіднику;
 $\tilde{n} = n + i\kappa$ – комплексний показник заломлення;
 $\vec{\Phi}$ – вектор поляризації;
 $\vec{p}\{p_x, p_y, p_z\}$ – квазіімпульс електрона;
 p – концентрація вільних дірок;
 $\vec{q}\{x, y, z\}$ – хвильовий вектор фонона;
 R – опір;
 \Re – коефіцієнт відбиття;
 $\vec{r}\{x, y, z\}$ – декартові координати;
 S – ентропія; площа поверхні;
 s – швидкість поверхневої рекомбінації;
 T – температура;
 T_c – критичні температури;
 t – час;
 V – різниця потенціалів, об'єм;
 v – швидкість;
 v_a – фазова швидкість звукових хвиль;
 $\tilde{\epsilon} = \epsilon_1 + i\epsilon_2$ – комплексна діелектрична проникність;
 λ – довжина електромагнітної хвилі;
 λ_a – довжина акустичної хвилі;
 λ_D – довжина хвилі де Бройля;
 λ_j – джозефсонівська глибина екранування;
 λ_L – лондонівська глибина екранування магнітного поля в надпровідниках;
 λ_T – коефіцієнт теплопровідності;
 $\mu_{n(p)}$ – рухливість електронів (дірок);
 ν – частота;
 ξ – кореляційна довжина;
 ρ – питомий опір;
 σ – питома електропровідність;
 $\tau(E)$ – час релаксації;
 $\tau_M = \frac{\epsilon}{4\pi\sigma}$ – максвелівський час релаксації;
 $\tau_{f,n(p)}$ – середній час життя нерівноважних електронів (дірок);
 $e\phi$ – термоелектронна робота виходу;
 $\phi(\vec{r})$ – електростатичний потенціал;
 U – висота потенціального бар'єру;
 Φ – потік магнітної індукції;
 $\Phi_0 = hc/2e$ – квант магнітного потоку – флюксойд;
 Φ_T – термодинамічний потенціал, $\Phi_0 = U - TS + pV$;
 ψ – хвильова функція;
 ω – кругова частота електромагнітної або ω_a звукової хвилі.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК 1

ДЕЯКІ ФІЗИЧНІ СТАЛІ

Назва	Символ	CGS числове значення	СІ числове значення
Швидкість світла у вакуумі	c	2.998×10^{10} см/с	2.998×10^8 м/с
Заряд електрона	e	4.	1.602×10^{-19} Кл
Маса електрона	m_0	9.109×10^{-28} г	9.109×10^{-31} кг
Відношення заряду та маси електрона	e/m_0		1.759×10^{11} Кл/кг
Маса протона	m_p	1.673×10^{-24} г	1.673×10^{-27} кг
Відношення мас	m_p/m_0	1.837×10^3	1.837×10^3
Атом. од.маси ^{12}C		1.660×10^{-23} г	1.660×10^{-27} кг
Стала Планка	h $\hbar = h/2\pi$	6.6262×10^{-27} ерг·с 1.05459×10^{-27} ерг·с	6.626×10^{-34} Дж·с 1.05459×10^{-34} Дж·с
Стала Больцмана	k_B	1.3807×10^{-16} ерг/К	1.381×10^{-23} Дж/К
Число Авагadro	N_A	6.0221×10^{23} 1/моль	6.0221×10^{23} 1/моль
Молярний об'єм (стандартні умови)	$V_m = RT_0/p_0$	2.2414×10^4 см ³ /моль	2.2414×10^{-2} м ³ /моль
Магнітна стала вакууму	μ_0	1	1.257×10^{-6} Гн/м
Електрична стала вакууму	ϵ_0	1	8.89×10^{-12} Ф/м
Універсальна газова стала	R	- -	8.3145 Дж/(моль·К) 1.9859 кал/(моль·К)
Радіус Бора	a_0	5.2917×10^{-9} см	5.2917×10^{-11} м
Стала Рідберга	R_∞	1.0973×10^5 1/см	1.0973×10^3 1/см 2.180×10^{-18} Дж 13.61 еВ
Магнетон Бора	$\mu_0 = e\hbar/2m(c)$	9.2848×10^{-21} ерг/Гс	9.2848×10^{-24} Дж/Тл
Квант магнітного потоку (флюксоїд)	$\Phi_0 = h/2e$	2.0678×10^{-7} Мкс	2.0678×10^{-15} Вб
Стала тонкої структури	$\alpha = e^2/\hbar c$ $1/\alpha$	7.2973×10^{-3} 137.035	7.2973×10^{-3} 137.035
Квантовий опір	$R_k = h/(2e)^2$		6.4532×10^3 Ом
Квантова провідність Холла	$\sigma_k = e^2/h$		3.874×10^{-5} см
Відношення Джозефсона	$2e/h$		4.8359×10^{14} Гц/В

ДОДАТОК 2

ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМУ В СИСТЕМІ СІ ТА В ГАУССОВІЙ СИСТЕМІ ОДИНИЦЬ

Назва	СІ	Гаусса система
Закон Кулона	$F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$	$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$
Напруженість електричного поля	$E = \frac{F}{q}$	
Потенціал (визначення)	$\varphi = \frac{W_P}{q}$	
Потенціал точкового заряду	$\varphi = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r}$	$\varphi = \frac{q}{\epsilon r}$
Зв'язок між полем та зарядом	$E = -\nabla \varphi$	
	$\varphi = \frac{W_P}{q}$	
Електричне зміщення (електростатична індукція) (визначення)	$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$	$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + 4\pi \vec{P}$
Дивергенція вектора \vec{D}	$\nabla \vec{D} = \rho$	$\nabla \vec{D} = 4\pi \rho$
Зв'язок D з E	$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$	$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$
Зв'язок між діелектричною проникністю та сприятливістю	$\epsilon = 1 + \chi$	$\epsilon = 1 + 4\pi \chi$
Поляризованість	$\vec{P} = \sum \vec{p} / \Delta V = \chi \epsilon_0 \vec{E}$	$\vec{P} = \sum \vec{p} / \Delta V = \chi \vec{E}$
Ємність плоского конденсатора	$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}$	$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{4\pi d}$
Густина енергії електричного поля	$w = \frac{\epsilon E^2}{8\pi}$	$w = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2}$
Закон Біо-Савара	$d\vec{B} = \frac{1}{c} \frac{I [d\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3}$	$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3}$
Сила між двома паралельними провідниками зі струмом у вакуумі	$F = \frac{1}{c^2} \frac{2I_1 I_2}{b}$	$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b}$
Закон Ампера	$d\vec{F} = \frac{1}{c} I [d\vec{\ell}, \vec{B}]$	$d\vec{F} = I [d\vec{\ell}, \vec{B}]$

Сила Лоренца	$d\vec{F} = q\vec{E} + \frac{q}{c}[\vec{v}, \vec{B}]$	$d\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$
Напруженість магнітного поля	$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{j}$	$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{j}$
Зв'язок між намагніченістю \vec{j} та \vec{H}	$\vec{j} = \chi\vec{H}$	$\vec{j} = \chi\vec{H}$
Зв'язок між \vec{B} та \vec{H}	$\vec{B} = \mu\vec{H}$	$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$
Ротор вектора \vec{H}	$\text{rot}\vec{H} = [\nabla\vec{H}] = \frac{c}{4\pi}\vec{I}$	$\text{rot}\vec{H} = [\nabla\vec{H}] = \vec{I}$
Циркуляція вектора \vec{H}	$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} \sum \vec{I}$	$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \sum \vec{I}$
Потік магнітної індукції	$\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S}$	$\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S}$
Повний потік магнітної індукції (потокозчеплення)	$\Psi = \sum \Phi$	$\Psi = \sum \Phi$
Е.р.с. індукції	$\Sigma_i = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Psi}{\partial t}$	$\Sigma_i = -\frac{\partial \Psi}{\partial t}$
Індуктивність	$L = c \frac{\Psi}{I}$	$L = \frac{\Psi}{I}$
Енергія магнітного поля	$W = \frac{1}{c^2} \frac{LI^2}{2}$	$W = \frac{1}{c^2} \frac{LI^2}{2}$
Густина енергії магнітного поля	$w = \frac{\mu\vec{H}^2}{8\pi}$	$w = \frac{\mu_0\mu\vec{H}^2}{8\pi}$
Густина струму зміщення	$\vec{j}_{zm} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\vec{j}_{zm} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
Рівняння Максвелла у диференціальній формі	$[\nabla\vec{E}] = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\nabla\vec{B} = 0$ $[\nabla\vec{H}] = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ $\nabla\vec{D} = 4\pi\rho$	$[\nabla\vec{E}] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\nabla\vec{B} = 0$ $[\nabla\vec{H}] = \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ $\nabla\vec{D} = \rho$

Рівняння Максвелла у інтегральній формі	$\oint_{\Gamma} \vec{E} d\vec{\ell} = -\frac{1}{c} \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\iint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$ $\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{\ell} = \iint_S \vec{J} d\vec{S} + \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$ $\iint_S \vec{D} d\vec{S} = \iiint_V \rho dV$	$\oint_{\Gamma} \vec{E} d\vec{\ell} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\iint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$ $\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{\ell} = \iint_S \vec{J} d\vec{S} + \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$ $\iint_S \vec{D} d\vec{S} = \iiint_V \rho dV$
Швидкість електромагнітних хвиль	$\vec{v} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$	$\vec{v} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$
Вектор Пойтінга	$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E} \vec{H}]$	$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}]$
Густина імпульсу електромагнітного поля	$\vec{K} = \frac{1}{4\pi c} [\vec{E} \vec{H}]$	$\vec{K} = \frac{1}{c^2} [\vec{E} \vec{H}]$

ДОДАТОК 3**ОДИНИЦІ ЕЛЕКТРИЧНИ ТА МАГНІТНИХ ВЕЛИЧИН В СІ ТА В СИСТЕМІ ГАУССА**

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi c} \simeq \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ Ф/м} = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} = 1.256637 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$$

Величини та їх позначення	Одиниці та їх позначення		Співвідношення між одиницями
	СІ	Система Гаусса	
Сила F	Ньютон (Н)	Дина (дин) $[g \cdot cm \cdot c^{-2}]$	1 Н = 10^5 дін
Робота A та енергія W	Джоуль (Дж)	Ерг (ерг) $[g \cdot cm^2 \cdot c^{-2}]$	1 Дж = 10^7 ерг
Заряд q	Кулон (Кл)	СГСЕ-од. $[e^{1/2} \cdot cm^{3/2} \cdot c^{-1}]$	1 Кл = 3×10^9 СГСЕ-од.

Величини та їх позначення	Одиниці та їх позначення		Співвідношення між одиницями
	СІ	Система Гаусса	
Напруженість електричного поля E	Вольт на метр (В/м)	СГСЕ-од. $[e^{1/2} \cdot cm^{-1/2} \cdot c^{-1}]$	1 В/м = 3×10^4 СГСЕ-од.
Потенціал ϕ , напруга V та е.р.с. E	Вольт (В)	СГСЕ-од. $[e^{1/2} \cdot cm^{1/2} \cdot c^{-1}]$	1 СГСЕ-од. = 300 В
Електричний діпольний момент p	Кл·м	СГСЕ-од. $[e^{1/2} \cdot cm^{5/2} \cdot c^{-1}]$	1 Кл·м = 3×10^{11} СГСЕ-од.
Поляризованість		СГСЕ-од. $[e^{1/2} \cdot cm^{-1/2} \cdot c^{-1}]$	1 Кл/м ² = 3×10^5 СГСЕ-од.
Діелектрична сприйнятливість χ	СІ-од.	СГСЕ-од.	1 СГСЕ-од. = 4π СІ-од.
Електрична ємність C	Фарад (Ф)	СГСЕ-од. $[cm]$	1 Ф = 9×10^{13} СГСЕ-од.
Сила струму I	Ампер (А)	СГСЕ-од. $[e^{1/2} \cdot cm^{3/2} \cdot c^{-2}]$	1 А = 3×10^9 СГСЕ-од.
Густина струму J	Ампер на кв. метр (А/м ²)	СГСЕ-од. $[e^{1/2} \cdot cm^{-1/2} \cdot c^{-2}]$	1 А/м ² = 3×10^5 СГСЕ-од.
Опір R	ом (Ом)	СГСЕ-од. $[cm^{-1} \cdot c]$	1 СГСЕ-од. = 9×10^{11} Ом
Питомий опір ρ	ом-метр (Ом/м)	СГСЕ-од. $[c]$	1 СГСЕ-од. = 9×10^9 Ом/м
Питома провідність σ	Сіменс на метр	СГСЕ-од. $[c^{-1}]$	1 См/м = 9×10^9 СГСЕ-од.
Магнітна індукція B	Тесла (Тл)	Гаусс (Гс)	1 Тл = 10^4 Гс
Магнітний потік Φ	Вебер (Вб)	Максвелл (Мкс)	1 Вб = 10^8 Мкс
Магнітний момент p_m	Ампер-квадратний метр (А·м ²)	СГСЕ-од.	1 А·м ² = 10^3 СГСЕ-од.
Напруженість магнітного поля H	Ампер на метр (А/м)	Ерстед (Е)	1 Е = 1 СГСЕ-од.
Магнітна сприйнятливість χ	СІ-од.	СГСЕ-од.	1 СГСЕ-од. = 4π СІ-од.
Індуктивність L	Генрі (Гн)	Сантиметр (см)	1 Гн = 10^9 см

Позасистемні одиниці

$$\begin{aligned}
 1 \text{ електрон-вольт} &= 1.602 \times 10^{-19} \text{ Дж} = 1.602 \times 10^{-12} \text{ ерг} = 11605.4 \text{ К} = 8065.48 \text{ см}^{-1} = \\
 &= 2.418 \times 10^{14} \text{ Гц} \cdot c^{-1} = 3.8276 \times 10^{-20} \\
 &= 1 \text{ калорія} = 4.1868 \text{ Дж}
 \end{aligned}$$

ДОДАТОК 4

ПАРАМЕТРИ ДЕЯКИХ НАЙВАЖЛИВИШИХ НАПІВПРОВІДНИКІВ

Параметр	Ge	Si	GaAs	AlAs	GaP
Атомна (молекулярна) маса у А.о.м.	72.6	28.1	144.6		
Атомний номер	32	14	5.32		
Густина g/cm^3	5.32	2.33	5.32	3.76	4.138
Стала кристалічної ґратки, нм	0.566	0.543	0.565	0.566	0.545
Відносна діелектрична проникність ϵ	16	12	13	10.1	11
Тип зони	непряма	непряма	пряма	пряма	пряма
E_g^{1K}	0.74	1.17	1.52	2.23	2.35
E_g^{300K} eV	0.66	1.12	1.42	2.15	2.27
Ефективні густини станів у зоні провідності cm^{-3}	1.04×10^{19}	2.28×10^{19}	4.7×10		
Ефективна маса електронів: Поздовжня m_{\parallel}/m_0 Поперечна m_{\perp}/m_0	1.64 0.082	0.98 0.19	1.3 0.23	0.25 4.8	0.25 4.8
Ефективна маса дірок: m_{ch}/m_0 m_{hh}/m_0	0.044 0.28	0.16 0.54	0.12 0.5	0.15 0.5	0.64 0.17
Рухливість μ_e м ² /В·с	0.39	0.15	0.92		0.02
Рухливість μ_p м ² /В·с	0.19	0.045	0.04		0.012

ДОДАТОК 5

ВЛАСТИВОСТІ СПЛАВІВ GaAs-AlAs ПРИ КІМНАТНІЙ ТЕМПЕРАТУРІ

Величина	GaAs	AlAs	Інтерполяція	Інтервал
Параметр ґратки а [нм]	0.565	0.566	$0.565 + 0.00078x$	
E_g^{Γ} [eV]	1.424	3.018	$1.424 + 1.247x$ $1.656 + 1.255x + 0.14x^2$	$x < 0.45$ $x > 0.45$
E_g^X [eV]	1.900	2.168	$1.900 + 0.125x + 0.14x^2$	
E_g^L [eV]		1.708	2.350	$1.708 + 0.642x$
ΔE_c^{Γ} [eV]	0	1.120	$0.773x$	$x < 0.45$

			$0.231 - 0.259x + 1.14x^2$	$x > 0.45$
$\Delta E_C^x [eB]$	0.476	0.270	$0.476 - 0.349x + 0.14x^2$	
$\Delta E_C^L [eB]$	0.284	0.452	$0.284 + 0.168x$	
$\Delta E_V [eB]$	0	0.474	$0.474x$	
$\chi [eB]$	4.07	3.5	$4.07 - 1.1x$ $3.65 - 0.14x$	$x < 0.45$ $x > 0.45$
$\epsilon_b (\omega = 0)$	13.18	10.06	$13.18 - 3.12x$	

ДОДАТОК 6

ВЛАСТИВОСТІ ДЕЯКИХ НАДПРОВІДНИКІВ

речовина	T_K K	\mathcal{H}_K [E]	$\lambda_L(0)$ [Å]	ξ_0 [Å]	$2\Delta/k_B T$	j_K [A/cm ²]
Zn	0.85	54			3.2	
Al	1.18	99	500	1500	3.1-3.4	
In	3.40	178	640	2600	3.6-3.9	
α Hg	4.15	411	480	3000	4.3-4.6	
Ta	4.5	6.6				
β Sn (cipe)	5.33	305	510	2500	3.5	
Pb	7.23	803	390	830	4.3-4.5	
Nb	9.25	1980	470	600	3.0-3.6	
Nb ₃ Sn	18.5	2.8×10^5		120		8×10^5
V ₃ Si	17.0	2.3×10^5				$\sim 10^5$
Yba ₂ Cu ₃ O _{7-δ} 1-2-3	92					
HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃) _{8+δ}	133					