

1) Оптична голографія.	1	
2) Схема практичної реалізації голографії.	2	
3) Вимоги отримання голографії.	3-4	
4) Властивості голографії.	4-7	
5) Оптика анізотропних середовищ.	8	
6) Експериментальні факти.	8	
7) Кристалооптика.	11	
8) Структура світлової хвилі.	11	
9) Оптичні властивості анізотропних кристалів.	12	
10) В принципі типи кристалів.	13	
11) Власні стани поляризації світлової хвилі.	14	
12) Головна площина, висновки.	15	
13) Швидкість розповсюдження незвичайної хвилі. Еліпсоїд показника заломлення.	16	
14) Подвійне променезаломлення світла на границі з анізотропним середовищем.	17	
15) Шось про «е» та «о» промені.	18	
16) Заломлення світла в анізотропному кристалі.	19	
17) Побудова Гюйгенса.	20	
18) Знаходження поляризації хвиль в анізотропному кристалі.	20	
19) Зауваження до побудови Гюйгенса.	21	
20) Поляризоване світло: отримання, властивості, аналіз, використання.	22	
21) Поляризаційні призми (Воластона, Томсона, Рошона)	22	
22) Матеріали для поляризаційних призм.	24	
23) Характеристики поляризаційних призм.	24	
24) Закон Малюса.	24	
25) Взаємодія ортогонально поляризованих променів.	25	
26) Робота тіпа з фазовою платівкою.	25-26	
27) Аналіз стану поляризації.	27	
28) Компенсатор Бабіне.	27	
29) Інтерференція лінійно поляризованих хвиль.	28	
30) Тіпа напрямок і схема спостереження поляризованих хвиль.	28	
31) Оптична активність (про речовини, розчини)	30	
32) Оптична активність як особливий випадок двопроменезаломлення (Теорія Френля)	31	
33) Штучна оптична анізотропія. Анізотропія при механічній напрузі (фотопружність)	33	
34) Анізотропія в електричному полі (ефект Козра)	33	
35) Анізотропія в магнітному полі (ефект Коттона-Мутона)	34	
36) Ефект Фарадея.	34	
37) Схема аналізу стану поляризації світлового променя.	35	
38) Розсіювання світла.	36	
39) Види макроскопічних неоднорідностей.	36	
40) Ефекти розсіювання.	37	
41) Індикатриса розсіювання.	37	
42) Молекулярне розсіювання світла.	38	
43) Тіпа розсіювання в газі і тому подібне.	40	
44) Полярна діаграма для природного світла.	40	
45) Висновки (тіпа колір неба.....)	41	

46)	<u>Розсіювання Мандельштама-Бріллюсна.</u>	42	
47)	Акустичні та світлові хвилі.	42	
48)	Тонка структура релейівської лінії.	42	
49)	<u>Зауваження до попереднього.</u>	43	
50)	<u>Комбінаційне розсіювання світла (ефект Романа)</u>	44	
51)	Експеримент, властивості попереднього.	44	
52)	<u>Про модуляцію за рахунок коливань молекул.</u>	45	
53)	Стоксова та анистоксова компоненти.	45-46	
54)	<u>Спектри цих компонент.</u>	46	
55)	<u>Оптичні явища зумовлені розсіянням світла в атмосфері(денне, рай</u>	47	дуга, гало, вінці)
56)	<u>Теплове випромінювання.</u>	51	
57)	Основні експериментальні факти.	51	
58)	<u>Поглинальна здатність хвиль.</u>	52	
59)	Абсолютно чорне тіло.	52	
60)	<u>Випромінювальна здатність хвиль.</u>	53	
61)	Рівноважне теплове випромінювання.	53	
62)	Закон Кіргофа.	53-54	
63)	<u>Уявний експеримент що демонструє справедливість закону Кіргофа.</u>	54	
64)	<u>Експеримент, що демонструє зв'язок між випромінювальною та поглинальною здатністю.</u>	55	
65)	Закон Стефана-Больцмана.	55	
66)	<u>Формула Віна і закон зміщення Віна.</u>	56	
67)	Висновки до попереднього.	56	
68)	<u>Графік максимального значення випромінювальної здатності.</u>	57	
69)	Спектральна густина рівноважного теплового випромінювання.	57	
70)	<u>Закон випромінювання Релея-Джанса.</u>	58	
71)	Закон випромінювання Віна.	58	
72)	<u>Ультрафіолетова катастрофа.</u>	59	
73)	Формула Планка.	59	
74)	<u>Висновки з формули Планка.</u>	60	
75)	<u>Світловий квант.</u>	62	
76)	Оптичні переходи . Квантова модель атома.	62	
77)	<u>Енергетичні рівні атома.</u>	63	
78)	Спонтанне та вимушене випромінювання, поглинання.	63	
79)	Спонтанне випромінювання, детально.	63	
80)	<u>Спонтанний перехід, випадкова подія.</u>	64	
81)	Вимушене поглинання.	64	
82)	<u>Вимушене індуковане випромінювання.</u>	65	
83)	<u>Граничні випадки для якогось там коефіцієнта Енштейна.</u>	66	
84)	Формула Планка.	66	
85)	<u>Лазер, диференціали.</u>	67	
86)	Повна потужність лазера.	67	
87)	Взаємодія світла з атомами в лазері.	67	
88)	<u>Висновок інтенсивності.</u>	68	
89)	Закон Бугера-Ламберта.	68	

90) <u>Про інверсійний стан.</u>	69	
91) Лавиноподібне зростання фотонів.	69	
92) Режим підсилення-→>>> Генерація світла.	69	
93) <u>Умови самозбудження лазера.</u>	70	
94) Типи лазерів.	70	
95) Конструкція лазера Меймана.	70	
96) Дослід з люмінесценцією.	70	
97) <u>Потужність імпульсної лампи накачки(оцінка).</u>	71	
98) Гелій неоновий лазер.	71	
99) <u>Спектральний склад лазерного випромінювання, графік.</u>		72
100) <u>Одномодовий лазер.</u>	73	
101) Його конструкція.	73	

1

Оптична голографія

Нольс (грецьк.) - весь, повний;
диархо (грецьк.) - щипу, малою.

1

Удєє Г. належить
Д. Габєру (1948 р.)

Фотографія - плоске зображення предмета на ФПл.

Рєєструєтьєя та відтворєтьєя амплітуда світлової хвилі, за допомогою якої записувалась або відтворєтьєся інф. про тривимірний предмет, спроектована на площинку.

Голографія (Г.) базуєтьєся на використанні хвилових властивостєй світла - законах інтєрференції та дифракції:

Г. дозволяє рєєстр. та відтворювати амплітуду та фазу (+ поляризацію) світлової хвилі:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01} \cdot E_{02} \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

Розноріл інтєнсивності в інтєрф. картині визначаєтьєся і амплітудою, і різницею фаз хвиль, що інтєрфєрують.

Для рєалізації Г. потрібко дві хвилі: сигнальна (предметна) та опорна, які когерентні між собою.

Два етапи: рєєстрація (запис) Г. та відтворєння (відбудова, реконструкція) Г.

- 1) Хвиля (предметна) відбиваєтьєся, а також дифрагує на деталях предмета (модулюєтьєся по ампл. та по фазі).
- 2) Предметну хвилю складають (заставляють проінтєрфєрувати) із когерентною опорною хвилею.
- 3) За допомогою вже тільки опорної хвилі відтворюють із інтєрфєр. картини предметну хвилю.

Г. - зарєєстрована (записана) інтєрфєренц. картина, отримана при накладанні опорної та предметної хвиль.

1

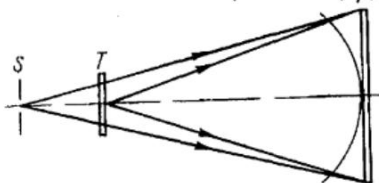
Схеми практичної реалізації голографії

2.

Схема Д. Габора

1) для голографування тілочки прозорих

предметів; 2) опорний та предметний промені розходяться в одному напрямі.



Згадайте метод поділу фронту хвилі для створення інтерфер. методом Вінника.

Схема Е. Лейта та Ю. Упатнієкса

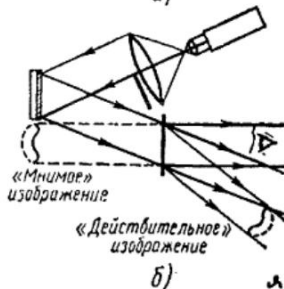
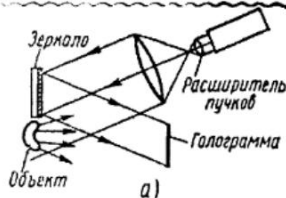
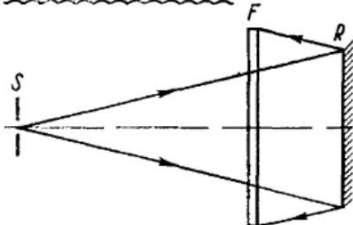


Схема Ю. Денисюка



менем "білого" світла: багатопроменева інтерференція.

1) застосовується розсіяне світло (дифузне); 2) метод:

- 2-х променів;
- нахиленого опорного променя;
- позаосновний.

- відтворення предметної хвилі: відбувається дифракція опорної хвилі на Г;

- дійсне зображ. має протилежний рел'єф ніж предмет;

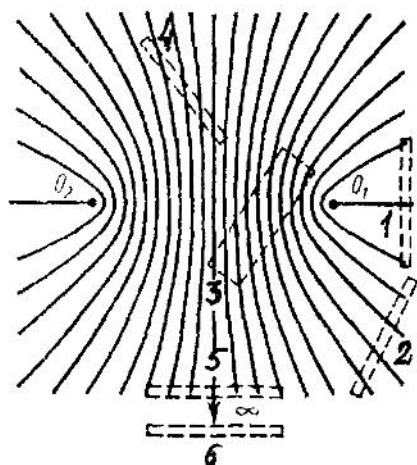
- і "дійсне", і "уявне" зображ. спостерігаються неозброєн. оком;

- Г. відтворює ту із хвиль (будь-яку з 2-х!), яка приймана угасть у запису Г.

Г. на ФПл з товстотою емульсією: $d \sim 15 \div 20$ мкм (або $\sim 30 - 40$ довж. хв. зеленого світла).

Фотошар (F) прозорий. R - дзеркало. Відтворення предметної хвилі відбувається розбіжним про-

Положення ФІл при голографуванні.



ФІл можна розмістити в будь-якому місці стоячої хвилі Г. На прикладі інтерн. картини, яка створена від двох когерентних джерел: 1- по Габору; 2- по Лейту і Упатнікесу; 3- по Денисюку; 4- з оберненим хвильовим фронтом; 5- Фур'є Г.; 6 – Г. Фраунгофера.

Г. записується, як правило, на звичайну ФІл, або ресетрується будь-яким іншим методом, який дозволяє заресетрувати амплітуду хвилі.

Зовнішній вигляд Г. в мікроскоп в некогерентному світлі при



а.



б.

великому збільшенні:

а- найпростішого предмета.

Відстань між сусідніми смугами 5-20 мкм; б- складної сцени (зернистість фотоемульсії при такому збільшенні мікроскопу ще не спостерігається)

Розсіяна предметом хвиля виникає при відбитті від поверхні предмета і дифракції на її деталях. Реальна Г. являє собою дуже складну і запутану інтерфер. картину з дуже мілкими деталями без будь-якої помітної під мікроскопом або неозброєним оком закономірності, хоча в закодованій формі Г. містить повну інформацію про амплітуду та фазу розсіяної хвилі.

Відтворення (реконструкція, відбудова) предметної хвилі: тим же лазером та під тим же кутом освітлення Г., що і ФІл при її експонуванні. Відбувається дифракція опорної хвилі на Г.

Вимоги до умов отримання Г.

1) *перухомість* (\sim долей λ) всіх деталей установки (мех. жорсткість, інакше не буде високої контрастності ("розмитість" злогр. зображення).

2) Для Г. потрібні ФПл з високою розд. здатністю. Сучасні мікрозернисті ФПл – 10^3 - 10^4 ліній/мм. Коли розд. здатність \uparrow , чутливість \downarrow .

3) Роль когерентності. Різниця ходу між опорною та предм. хвилями дуже велика (до декількох метрів). Тому час когерентн. $\tau_k > 10^{-5} - 10^{-7}$ с, а $L_k \sim 1-10$ м.

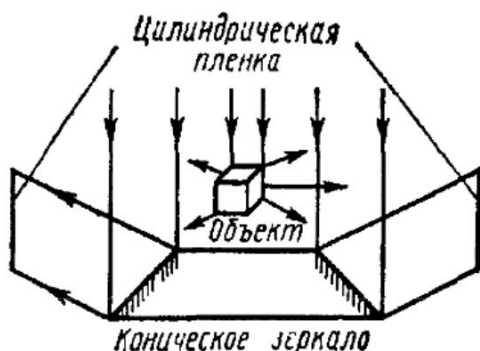
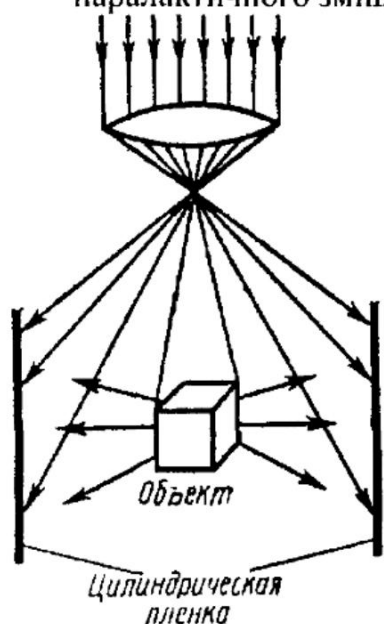
$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} \geq m_{\max}, \text{ де } m_{\max} \sim \frac{L}{\lambda}, \quad L - \text{лін. розмір предмету.}$$

$\delta\lambda < \lambda^2 / L$. Якщо $L \sim 10$ см, а $\lambda = 500$ нм, то $\delta\lambda < 10^{-3}$ нм.

Для ртутної лампи $\delta\lambda \sim 30$ нм. Тільки лазер!

Властивості голографії

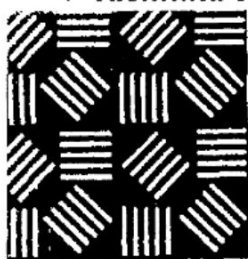
1. Г. – без лінзовий спосіб отримання опт. зображення.
2. Зображення, яке дає Г., - **тривимірне і панорамне** (з ефектом паралактичного зміщення)



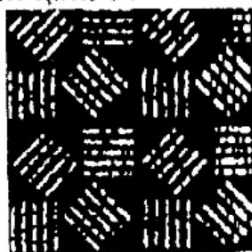
3. На одній ФПл можна зареєструвати **декілька** (реально до 100). **накладених одне на друге зображень** без помітного взаємного впливу.

4. Можна отримати **кольорове зображення**, освітлюючи Г. трьома різними лазерами (Г. на чорно-білій ФПл.!).

5. Частина Г, діє як ціла Г.



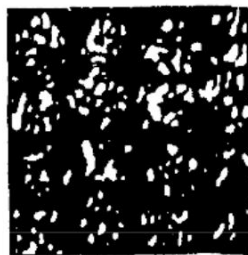
$5 \times 5 \text{ мм}^2$



$2,5 \times 2,5 \text{ мм}^2$



$1,25 \times 1,25 \text{ мм}^2$



$0,5 \times 0,5 \text{ мм}^2$

6. Г. має *асоціативний характер* Г. При ресстрації об'єкту O_1 об'ємної Г. випромінювання кожної його точки можна розглядати, як опорне відносно до всіх інших точок O_1 . Якщо отриману таким способом голограму відтворити випромінюванням *частини* точок записаного на ній об'єкту (наприклад, випромінюванням вістря об'єкта O_1), то це випромінювання відтворить зображення *всіх* точок об'єкта, відносно яких воно було опорним, тобто зображення об'єкта в цілому. Таким чином, тривимірна голограма за фрагментом записаної на ній інформації здатна "згадати за асоціацією" всю інформацію про об'єкт у цілому.

7. *Поляризаційна Г.* Г. здатна ресструвати та відтворювати не лише амплітуду, фазу і довжину хвилі, а і стан поляризації об'єктної хвилі. При запису Г. поляризації опорної та об'єктної хвиль можуть бути різними аж до їх взаємної ортогональності. Інтерференційна картина в такому випадку характеризується модуляцією стану поляризації поля, голограму якого записують. Неозброєне людське око не розрізняє ці стани. Але якщо таку картину заресструвати на світлочутливому середовищі, яке реагує на стан поляризації випромінювання, наприклад, ²анізотропією коефіцієнта поглинання,

50 можна записати поляризаційну Г. На ній одночасно записуються 5

дві періодичні структури, які зсунуті на $1/2$ періоду інтерференційної картини і відповідають взаємно ортогональним лінійним станам поляризації. Це неначе дві голограми, записані на одному носіїві. Відповідно при реконструкції поляризаційної Г. відтворюються дві об'єктні хвилі, які зсунуті на $1/2$ періоду і поляризовані ортогонально одна до одної і під кутом 45^0 відносно до поляризації опорної хвилі. У поляризаційній Г. відтворюється повна інформація про об'єкт, включаючи стан поляризації розсіяного ним поля. Тим самим практично завершилась побудова основ голографії, як метода запису та відтворення всіх без виключення характеристик хвильового поля.

8. *Динамічна Г.* на відміну від статичної Г. існує лише на момент дії опорного та предметного променів, вона не потребує процедури фіксації зображення. Динамічну Г. формують у нелінійному світлочутливому середовищі безпосередньо в момент, коли на нього діє хвильове поле. При цьому використовується зворотний зв'язок між хвилями, що записуються, та голограмою, що ними записується. Іншими словами, у процесі запису відбувається і зчитування інформації. Записана інформація зразу ж, спонтанно починає стиратись, що дозволяє записувати і зчитувати нову інформацію. Суттєвим у динамічній Г. є запізнення в ній зворотного зв'язку між променем запису та записаною голограмою. Інформація, яка міститься у деякій момент часу в промені, визначає характеристики середовища, які в свою чергу впливають на параметри наступної у часі частини променя. Це створює можливість динамічного, в реальному часі управління параметрами як світлових променів, так і інформації, яку вони несуть. На основі динамічних голографічних перетворень розробляються логічні елементи комп'ютерів з швидкодією до 10^{-12} с, що наближається до граничного значення цієї характеристики, яке пов'язане з порядком періоду світлової хвилі (10^{-14} - 10^{-15} с).

9. *"Хвильоводна Г."* пов'язаний з безпосереднім використанням хвильоводних мод тонкоплівкових хвильоводів як опорного, сигнального та відтворюючого пучків. При цьому взаємодія мод з реєструючим середовищем відбувається безпосередньо, без етапу перетворення їх у випромінювання вільного простору. Саме реєструюче середовище є елементом тонкоплівкового хвильоводу,

воно розташоване вздовж напрямку розповсюдження хвильоводних мод.

10. І. принципово *менш чутливі до дефектів* порівняно із петлографічним побітовим або аналоговим записом інформації. Це пов'язане з однією з основних властивостей Г., яка характеризує тільки цей спосіб запису - не тільки вся субголограма, але і кожний її фрагмент має властивість відтворювати записану на ній інформацію. Однак при цьому, слід мати на увазі, що, чим більша частина субголограми використовується для відтворення, тим вища точність відтворення. Обмеження Г. за площею призводить до зменшення розділення мілких деталей, а обмеження за глибиною знижує точність спектрального (кольорового) відтворення. При наявності на Г. пилу, подрипин, інших дефектів інформаційні втрати проявляються у вигляді зменшення чіткості границь та кількості градацій якравості між окремими елементами зображення. Це дозволяє казати про надзвичайно високу *перешкодостійкість та надійність* голографічного запису;

11. Виконуються не послідовні, а *паралельні процеси запису та читання інформації* у вигляді окремих субголограм розміром $\sim 10^4 \cdot 10^5$ біт;

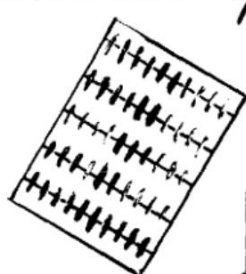
12. *Час звертання* до будь-якої з субголограм складає ~ 1 мкс;

Оптика анізотропних середовищ.

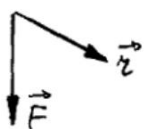
І. Експеримент

В природі існують речовини, розповсюдження хвиль в яких відбувається за законами, відмінними від тих, якими описується поведінка ізотропних середовищ: формулами Френеля і законом Снелліуса.

Це - анізотропні середовища. Їх властивості обумовлені: - особливостями їх молекул (атомів); - особливостями їх кристалічної ґратки.



Рухівниця - модель анізотр. середовища

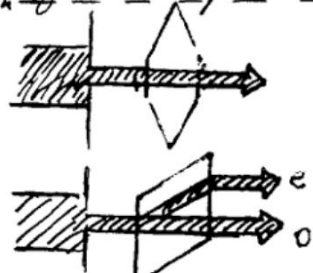


Модель, яка пояснює анізотропні властивості електрона в кристалі

Основні експериментальні факти

1670 р. - Бартаїні, 1690 р. - Гюйгенс "Трактат про світло."

1) Незвичайне заломлення в кристалах
"із Уеландії" - CaCO_3



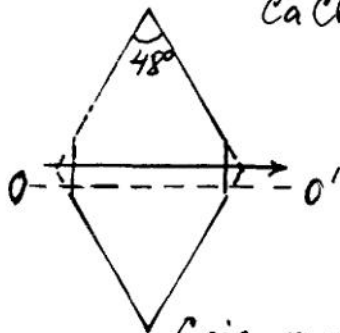
2) Навіть при нормальному падінні світла на межі відбувається заломлення - незвичайний ("e") промінь.

В кристалах з кубічною симетрією кристал. ґратки дифракц. не відбув.

3) "e" промінь може не лежати в площині падіння

4) В кристалі існує оптична вісь (OO'), вздовж якої двопронизальнення відсутнє.

Площина, в якій лежить OO' і падаючий промінь, називається головною площинною (або головним перерізом).



В природі існують кристали з однією та з двома OO' : одновісні та двовісні кристали. Слюда - двовісний кристал. Усландський шпат ($CaCO_3$) - одновісний кристал.

Лікві!

Слід казати про OO' як про напрямок, а не як про

5) Для „о“ променя показник заломл. $n_o \neq n_o(i)$ де i - кут падіння.

Для „е“ променя $n_e = n_e(i)$.

Для $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ (жовтий дублет Na) в $CaCO_3$:

$n_o = 1.658$; $1.486 < n_e < 1.658$ (верхня межа n_e дорівнює значенню n_o).

6) Обидва промені („о“ і „е“) повністю поляризовані. Їх поляризації ортогональні.



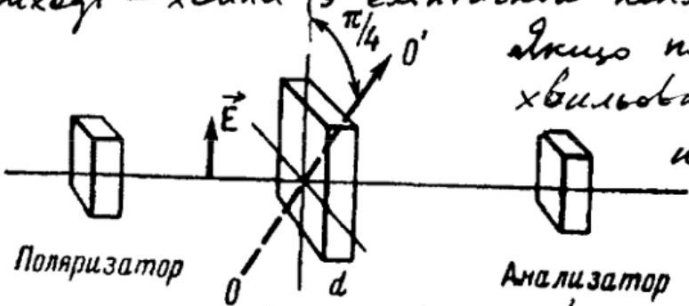
Коливання вектора \vec{E} в „о“ промені перпендикулярні до площ. головного перерізу.

7) „е“-промінь поляризований в головній площині

8) При розповсюдженні променя в напрямку, перпендик. до OO' , двопронизальнення відсутнє (як і для напрямку $\parallel OO'$), хоча $|n_e - n_o|$ набуває тих знач.

Це означає, що в одному напрямку розповсюд-
жуються дві лін. поляризовані хвилі ($\vec{E}_o \perp \vec{E}_e$) з
різними фазовими швидкостями: $u_o = \frac{c}{n_o}$ та
 $u_e = \frac{c}{n_e} \Rightarrow u_o \neq u_e$. В залежності від товщини
(d) пластівки промені вийдуть із неї з деякою різ-
ницею фаз (δ).

Якщо $\delta = 0, \pi, \dots$, то результуюча хвиля буде
лінійно поляризованою. Для інших значень δ на
виході - хвиля з еліптичною поляризацією.

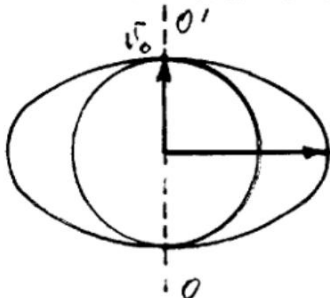
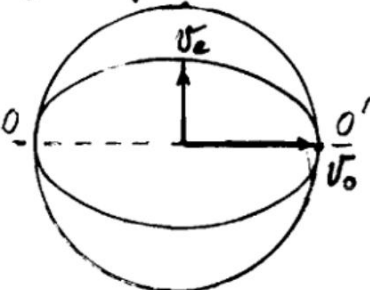


Якщо пластівка - "квартз-
хвилявка" ($\lambda/4$) - така,
що $\Delta = d(n_o - n_e) =$
 $= (m + \frac{1}{4}) \cdot \lambda$, то

$\Delta = d(n_o - n_e) = (4m+1)\lambda/4$ } $= (4m+1) \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} =$
 $\vec{E}, 00' = 45^\circ$, щоб $|\vec{E}_o| = |\vec{E}_e|$ } $= (4m+1) \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi m$

Лінійно поляриз. світло на вході \rightarrow циркулярно
поляризоване світло на виході.

8) Є кристали, в яких $n_o > n_e$ і в яких $n_o < n_e$



$v = \frac{c}{n}$! Не плутати
 n_o та v_e !
 $v_o \neq v_o(\varphi)$
 $v_e = v_e(\varphi)$
 $\varphi = \vec{k} \cdot \vec{00'}$

Додатний аніз.
кристал: $v_o > v_e$
Кварц, TiO_2 , HgS

Від'ємний анізотропний
кристал: $v_o < v_e$ ($n_o > n_e$)
 $CaCO_3$, турмалін, анатит

Оптика анізотропних середовищ.

(Кристалоптика). (II). Теорія.

Структура світлової хвилі в анізотропному середовищі.

В лінійному середовищі (незалежно від того - ізоотропно воно чи анізотропно) визначається рівняннями Максвелла:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{H} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Для плоскої хвилі: $\vec{E} = \frac{1}{2} \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} + \text{к.с.}$

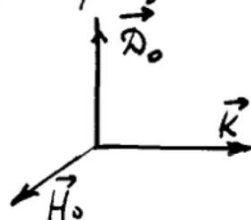
$$\left. \begin{aligned} \vec{H} &= \frac{1}{2} \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} + \text{к.с.} \\ \vec{D} &= \frac{1}{2} \vec{D}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} + \text{к.с.} \end{aligned} \right\} \quad (2) \quad \text{де } \vec{E}_0, \vec{H}_0, \vec{D}_0 - \text{комплексні ампліт.}$$

$$(2) \rightarrow (1): [\vec{k}, \vec{E}_0] = \frac{\omega}{c} \vec{H}_0; \quad (3)$$

$$[\vec{k}, \vec{H}_0] = -\frac{\omega}{c} \vec{D}_0 \quad (4)$$

$$(\vec{k}, \vec{D}_0) = 0 \quad (5) \quad (\vec{k}, \vec{H}_0) = 0 \quad (6)$$

З (4)-(6) видно, що $\vec{D}_0, \vec{H}_0, \vec{k}$ утворюють праву трійку взаємно перпендикулярних векторів:



Залишається вектор \vec{E}_0 , який фігурує тільки в (3).

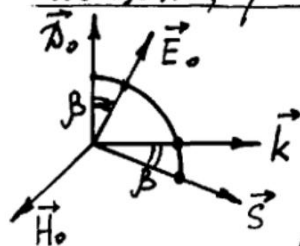
$$\vec{E}_0 \perp \vec{H}_0 \Rightarrow \text{вектор } \vec{E}_0 \text{ лежить}$$

в площині векторів \vec{D}_0 і \vec{k} ,

але, взагалі кажучи, $\vec{E}_0 \nparallel \vec{D}_0$!

Примітка: відомо, що \vec{E} входить в вектор Умова-Пойнтінга $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}]$.

Всі 4 вектори: $\vec{D}_0, \vec{E}_0, \vec{k}, \vec{S}$ лежать в одній площині, до якої вектор \vec{H}_0 перпендикулярний.



Кут $\beta = \angle(\vec{D}_0, \vec{E}_0) = \angle(\vec{k}, \vec{S})$ - кут анізотропії;

\vec{k} - нормаль до хвильового фронту;

\vec{S} - напрям світлового променя.

Непаралельність векторів \vec{E}_0 та \vec{D}_0

світлової хвилі обумовлює специфічні оптичні властивості анізотропних кристалів.

В анізотропному середовищі при розповсюдженні в ньому світл. хвилі на електрони діють зовн. сили, напружені вздовж \vec{E} хвилі. Однак електрони зміщуються в іншому напрямку, який визначається структурою кристалу - вздовж $\vec{D} \parallel \vec{P}$

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} = \vec{E} + 4\pi\chi_{ij}(\omega) \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{D} = \epsilon_{ij}(\omega) \cdot \vec{E}$$

$\epsilon_{ij}(\omega)$ - тензор діел. проникності лінійного анізотр. середовища.

Якщо декартову СК обрати не довільно, а спеціально (така СК існує завжди), то тензор ϵ_{ij} можна діагоналізувати.

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

Такі осі x, y, z назив.

головними осями координат.

Одна з головних осей

направлена вздовж \vec{P} , а

напрямок 2-х інших - довільний.

В головних осях співвідношення такі:

$$\vec{D}_x = \epsilon_{xx} \vec{E}_x; \quad \vec{D}_y = \epsilon_{yy} \vec{E}_y; \quad \vec{D}_z = \epsilon_{zz} \vec{E}_z$$

В залежності від співвідношень між ϵ_{ii} кри-

тали діляться: - ізотропні ($\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz}$);

- одновісні ($\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz}$); - двовісні ($\epsilon_{xx} \neq \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz}$)

В обл. прозорості кристали характеризуються тим, що $n = \sqrt{\epsilon}$.

Одновісний кристал має 2 головних показника заломл. $n_o = \sqrt{\epsilon_{xx}} = \sqrt{\epsilon_{yy}}$; $n_e = \sqrt{\epsilon_{zz}}$

Двовісний кристал має 3 головних показника заломл.: $n_x = \sqrt{\epsilon_{xx}}$; $n_y = \sqrt{\epsilon_{yy}}$; $n_z = \sqrt{\epsilon_{zz}}$

В одновісному кристалі, якщо $n_o < n_e$ - кристал додат. кий; якщо $n_o > n_e$ - кристал від'ємний.

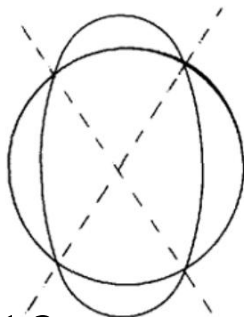
Наприклад: 1) Одновісні кристали

<u>Додатні:</u> n_o n_e			<u>Від'ємні:</u> n_o n_e		
Льоз	1.309	1.310	LiNiO ₃	2.300	2.208
Кварц	1.544	1.553	NaN ₃	1.587	1.336
Рутил	2.616	2.903	Престит	3.019	2.739

2) Ізотропні кристали: CdTe $n = 2.69$

NaCl $n = 1.544$; Алмаз $n = 2.417$; GaAs $n = 3.40$

<u>3) Двовісні кристали</u>	n_x	n_y	n_z
Гіпс	1.520	1.523	1.530
Пальовий шпат	1.522	1.526	1.530
Слюда	1.552	1.582	1.588
Топаз	1.619	1.620	1.627

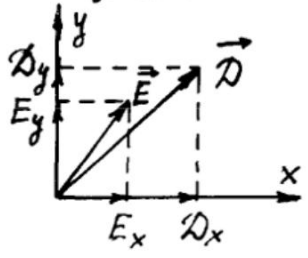


Про двовісні кристали можна прочитати: Білий... с. 249-251
Тагжаєв... с. 259

Власні стани поляризації світлової хвилі в анізотропному середовищі

Можна показати, що світлова хвиля з довільним станом поляризації (\vec{D} не направлений вздовж ні однієї з головних осей) в анізотропному кристалі нестійка: вона розпадається на дві лінійно поляризовані, ортогональні хвилі, які розповсюджуються із різними фазовими швидкостями.

Ці стани поляризації назив. власними станами поп.



$$\vec{D} = \vec{x}_0 D_x + \vec{y}_0 D_y$$

По мірі розповсюдження хвилі в кристалі різниця фаз між ортогональними компонентами поля буде змінюватись. Тобто:

хвиля буде поляризована по еліпсу і параметри еліпсу будуть змінюватись.

Як аналітично описати цю залежність? Для однобісного кристалу:

Якщо $\vec{k} \parallel OO' \text{ (онт. вісь)} \parallel OZ$ (головна вісь кристалу), то хвиля зберігає свою поляризацію і розповсюджується з однією швидкістю; $\vec{D} \parallel \vec{E}$; вектори $\vec{E}, \vec{D}, \vec{k}$ лежать в одній площині (в силу рівнянь Максвелла).

Якщо $\vec{k} \nparallel OO' \parallel OZ$, то:

1) $D_x = \epsilon_{xx} E_x$; $D_y = \epsilon_{yy} E_y$; $D_z = \epsilon_{zz} E_z$, або $D_x = \epsilon_o^2 \cdot E_x$; $D_y = \epsilon_o^2 E_y$; $D_z = \epsilon_e^2 \cdot E_z$ (1)

2) змішаний добуток $(\vec{k} [\vec{E} \vec{D}]) = 0$ (2) - витікає з рівнянь Максв.

Обидва ці рівняння виконуються не для будь-яких хвиль, а лише для вибраних поляризацій, які наз. власними

$$[\vec{E}, \vec{D}] = \begin{vmatrix} \vec{x}_0 & \vec{y}_0 & \vec{z}_0 \\ E_x & E_y & E_z \\ n_o^2 E_x & n_o^2 E_y & n_e^2 E_z \end{vmatrix}$$

$$OO' \parallel OZ \Rightarrow [\vec{E}, \vec{D}] \perp OZ \Rightarrow (\vec{z}_0 [\vec{E}, \vec{D}]) = 0 \Rightarrow \vec{z}_0, \vec{E}, \vec{D} \text{ - колинеарні.}$$

Умови (1) та (2) виконуються у двох випадках:

- 1) якщо $\vec{D} \parallel \vec{E} \Rightarrow [\vec{E}, \vec{D}] = 0$ (3)
- 2) якщо \vec{D} лежить в пл. векторів \vec{z}_0 та \vec{k} , що математично можна записати у вигляді $(\vec{z}_0 [\vec{k}, \vec{D}]) = 0$.

Вводять поняття головної площини - пл., в якій лежать вектори \vec{z}_0 та \vec{k} (опт. вісь та хвильовий вектор).

Висновки (підсумки):

- 1) для будь-якого \vec{k} в одновісному анізотропному кристалі існує 2 дозволені ("власні") напрямки світлової хвилі. Один з них \perp головній пл., другий - їй паралельний;
- 2) хвиля з довільним станом поляризації розпадається в кристалі на 2 лінійно поляриз. хвилі із взаємно ортогональними поляризаціями ("власними" полар.);
- 3) швидкості розповсюдження цих ("власних") хвиль різні;
- 4) швидкість збигайної хвилі не залежить від напрямку розповсюдження і дорівнює $v_o = c/n_o$

5) швидкість незвигайної хвилі залежить від напрямку розповсюдження в кристалі і лежить у межах між c/n_o та c/n_e .

Швидкість розповсюдження незвигайної хвилі.

Еліпсоїд показника заломлення

сферич. хвил. розповсюдж. вздовж \vec{k} . Вектор \vec{k} не співпадає ні з одним з напрямків головних осей.

Задача: визначити $v = v(\vec{k})$.

Без доведення: 1) Для звигайної хвилі $\vec{D} = \epsilon \vec{E} = n_o^2 \vec{E}$

$$n_o = c \cdot \frac{k}{\omega} = c \frac{1}{v_o} \Rightarrow v_o = \frac{c}{n_o}$$

Для звигайної хвилі фазова шв. не залежить від напрямку.

2) Для незвигайної хвилі: $\vec{D} \neq \epsilon \vec{E}$; $(\vec{E}, \vec{k}) \neq 0$

Якщо напрямок розповсюдження хвилі х-ти кутом φ , де φ - кут між \vec{k} та OO' кристалу, то

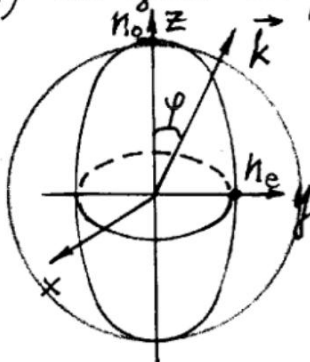
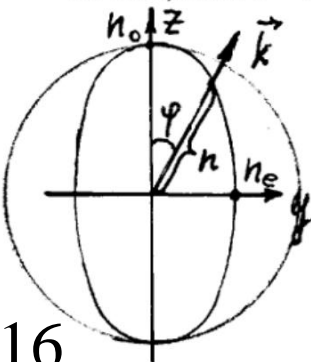
$$\frac{\sin^2 \varphi}{n_e^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{n_o^2} = \frac{1}{n^2(\varphi)}$$

Значення n_o та n_e визначаються вздовж головних осей.

$$(A) \quad n(\varphi) = \frac{n_o \cdot n_e}{\sqrt{n_e^2 \cdot \cos^2 \varphi + n_o^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$$

Знаючи $n(\varphi)$, розрахують $v(\varphi) = \frac{c}{n(\varphi)}$

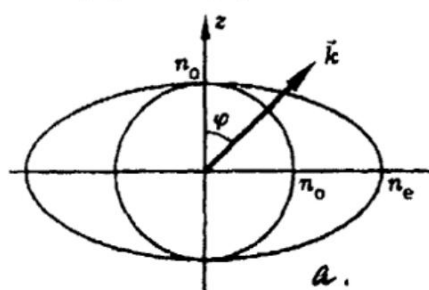
Залежність $n(\varphi)$ показана на рис.



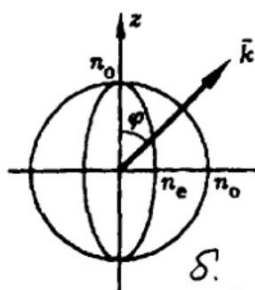
Еліпс і еліпсоїд показника заломл. Напівосі - n_o та n_e від'ємний анізотр. кристал

Подвійне променезаломлення світла
на границі з анізотропним середовищем

Перерізи сфери і еліпсоїду показників заломлення для додатного



а.



б.

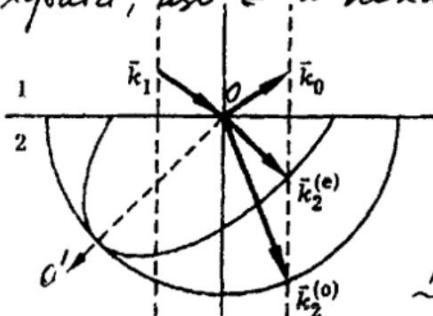
(а) і від'ємного
(б) одновісного
анізотропного
кристалу

Граничні умови для ел.м. поля вимагають неперервності t_z - (тобто паралельних границі поділу) компонент ел.м. поля: $E_{t1} = E_{t2}$; $H_{t1} = H_{t2}$ (1)

Як і у випадку з ізоїрочисним середовищем, з (1) витікає рівність t_z -компонент хвильових векторів відбитої та заломленої хвиль: $k_{1x} = k_{0x} = k_{2x}$ (2)

Закон відбиття залишається в силі: $\theta_1 = \theta_0$.

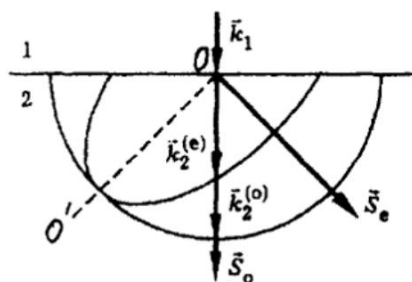
Закон заломлення теж залишається, але треба врахувати, що є 2 показника заломлення n_o та n_e :



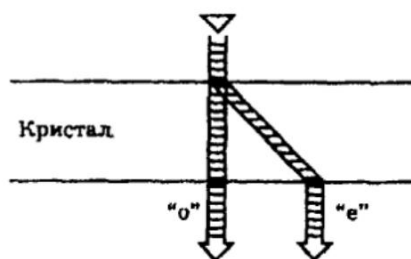
$$\begin{cases} n_1 \sin \theta_1 = n_2^{(o)} \sin \theta_2^{(o)} \\ n_1 \sin \theta_1 = n_2^{(e)} \sin \theta_2^{(e)} \end{cases}$$

Опт. вісь OO' лежить в пл. падіння.

Аналіз: 1) Як видно з рис., кути заломлення для "о" та "е" променів різні. 2) Вектор Умова-П. $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}]$ не співпадає за напрямком з \vec{k} . Саме цим пояснюється ефект заломлення в анізотр. крист. при нормальній падінці (див. наступний рис.).



для нормального падіння
 $k_{1x} = k_{0x} = k_{2x} = 0$ — із (1)
 Тобто: хвильові вектори в кристалі, як і хв. вектор падаючої хвилі, направлені перпендикулярно до межі.



3) Як знайти напрямки "о" та "е" променів? :

Напрямок "е" променя співпадає з малою напів-оссю еліпса показника заломлення $n(\varphi)$, а останній будується за законом (А). Цей напрямок — перпендикулярний до OO' .

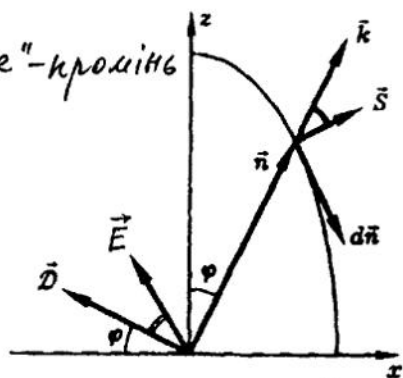
Напрямок "о" променя визначається за законом Снелліуса

4) Попередній розгляд проводиться у припущенні, що OO' лежить в пл. падіння. В цьому випадку заломлений промінь теж лежить у пл. падіння. А якщо OO' не лежить в пл. падіння? Тоді заломлений "е" промінь не буде лежати в пл. падіння, через те, що він завжди повинен знаходитись в головній площині.

Тобто: заломлення світла в анізотропному кристалі відбувається не завжди в пл. падіння.

9.

5) Як визначити напрямок "е"-променя при довільному куті нахилу променя (φ) на межу розділу? (п. 3 стосувався нормального нахилу).



Відповідь: В одновісному анізотропному кристалі "е"-промінь направлений по

нормалі до еліпсоїду показника заломлення: вектор $\vec{S} = 4\pi/c [\vec{E}, \vec{H}] \perp$ до дотигної в точці $n(\varphi)$ (див. рис.).

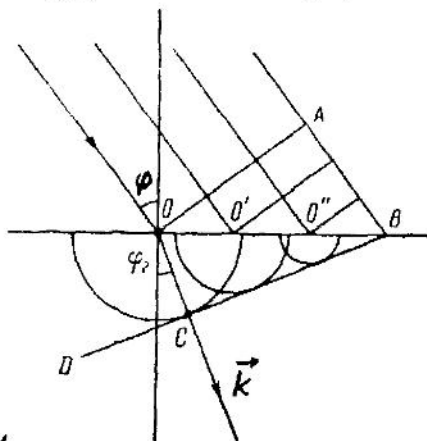
З рис., крім того, видно, що:

- кут $\vec{k} \hat{=} \vec{S} =$ кут $\vec{D} \hat{=} \vec{E}$ - кут анізотропії;
- $\vec{S} \perp \vec{E}$; $\vec{k} \perp \vec{D}$;

- $\vec{E} \parallel d\vec{n}$ ($\vec{S} \perp d\vec{n}$), де $d\vec{n}$ - дотигна до еліпсоїду показника заломлення в точці $n(\varphi)$. Фізичний зміст $d\vec{n}$ пов'язаний із приращенням вектора \vec{n} , яке виникає при збільшенні кута φ на величину $d\varphi$.

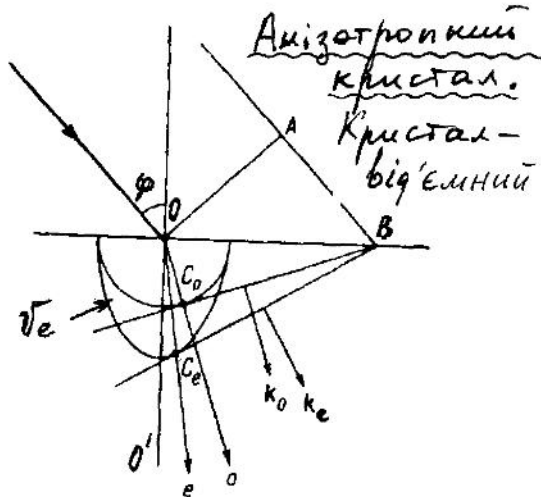
Побудова Гюйгенса

Гюйгенс постулював, що кожна точка, до якої доходить світлове збудження, може розглядатись, як центр відповідних вторинних хвиль. Для побудови хвильового фронту в наступні моменти часу слід побудувати огинаючу цих вторинних хвиль.



Ізотропний кристал

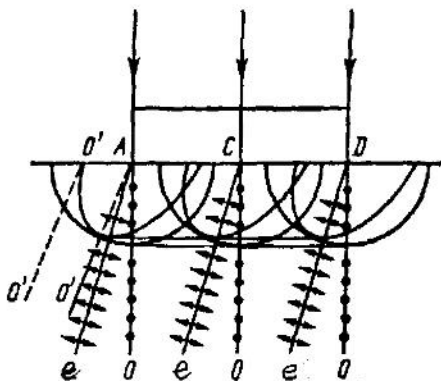
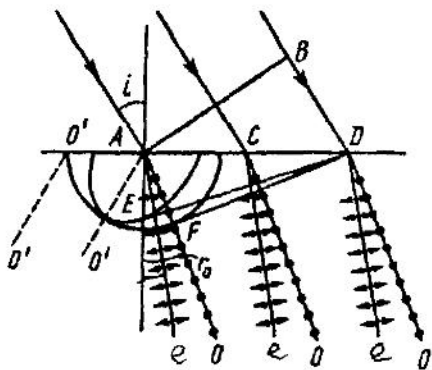
Головна площина співпадає з площиною малюнку



Анізотропний кристал.

Кристал-біг'ємний

Як знайти поляризацію хвиль в анізотропному кристалі? Вектор \vec{E} для "e"-хвилі завжди лежить в головній площині. Вектор \vec{E} для "o"-хвилі — перпендикулярний до головної площини.



"e"-промінь не перпендикулярний до хвильового фронту!

Поларизатори - пристрої для перетворення природного або частково поларизованого світла в лінійно поларизоване.

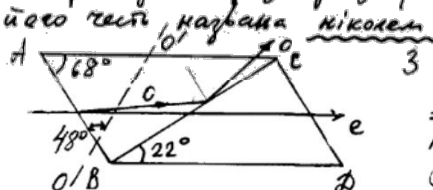
Поларизатори і аналізатори.

За принципом дії: 1) відбивання під кутом Брюстера; 2) зашліфене світло - частково поларизоване \Rightarrow Стопа Столетова; 3) явище дихроїзму в деяких анізотропних середовищах (квітках) - коляріди; 4) поларизаційні призми, основані на явищі двопроменевого заломлення.

Поларизаційні призми

а) однопроменеві:

Першу полариз. призму винайшов Ніколь (1828р.). На його честь названа Ніколем.



З ісландського шпату: CaCO_3

$$\frac{AB}{AC} = 3.65$$

Склейка по ВС ізотропним

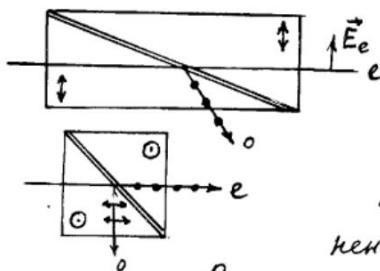
канадським бальзамом $n = 1.550$

де $\lambda = 589\text{nm}$

Для "o" променя виконуються умови повного відбиття ($n_o > n$)

Для "e" променя ($n_e < n$) - ПВВ немає.

Призма Глана (Глана-Фуко)



$$n_o < n_{\text{склей}} < n_e$$

В якості склейки - гліцерин (4ф),

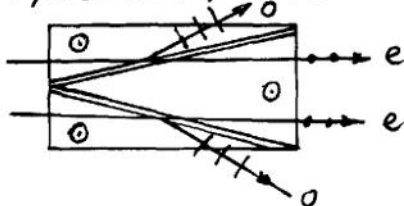
Канадський бальзам (видиме світло),

Масло, повітря.

Кут нахилу на поверхню розділу повинен бути більшим за граничний кут ПВВ.

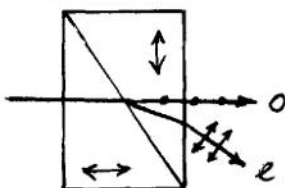
Різниця кутів нахилу між крайніми променями падаючого пучка, які задовольняють такі умови, визначає апертуру повної поларизації призми.

Для призми Фуко умови ПВВ виконуються для "o" і для "e" променів: $n_{\text{склей}} < n_e < n_o$. Тому призму Фуко радять катодити для того, щоб кут нахилу "e" променя на поверхню розділу був меншим від граничного кута ПВВ, а для "o" променя - більшим за нього. При цьому апертура повної поларизації становить всього 8°.

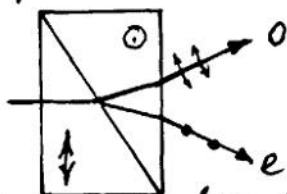
Призма Аренса

Використовується для підсвітки в поляризу. мікроскопах: дає широкий промінь.

б) двопробеневі поляризаційні призми:

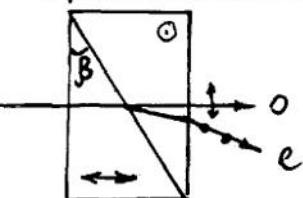
Призма Томсона

"o" промінь - ахроматичний
Кут відхилення "e" променя залежить від кольору світла.

Призма Волластона

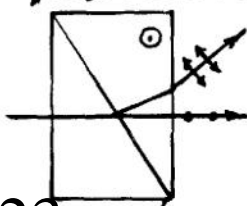
Промені на виході симетричні

Через те, що OO' в різних половинах призми перпендикулярні, промінь збігається в I половині стає незбігаючим в II половині призми.

Призма Рошона

"e" промінь виходить під кутом

$$\theta = (n_o - n_e) \cdot \operatorname{tg} \beta$$

Призма, яка виготовлена із скла та ісландськ. шпату

Близькість показників заломлення скла (1.49) та $n_e = 1.486 \Rightarrow$ промінь проходить через призму практично не заломлюючись; $n_{\text{склей}} \approx n_e$

Матеріали для поляризаційних призм:

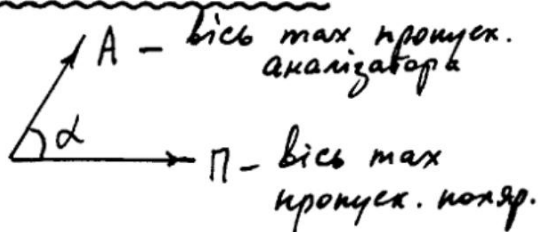
ісландський шпат, кварц, турмалін

Турмалін: - біг'єний кристал, одновісний;
- має сильне селективне поглинання одного з променів (звичайного). Для $d \sim 1$ мм з кристалу виходить практично один (незвичайний) промінь - дихроїзм.

Характеристики поляризаційних призм

- 1) з якого матеріалу зроблена (це визначає спектр. область);
- 2) коеф. пропускання ($T \sim 40\%$; $T_{\max} = 50\%$);
- 3) ступінь поляризації ($p \sim 98\%$);
- 4) апертура - max кут розходження падаючого променя, коли призма дає 100% теоретичну ступінь поляризації.

Закон Малюса

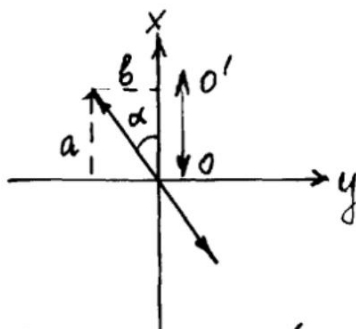
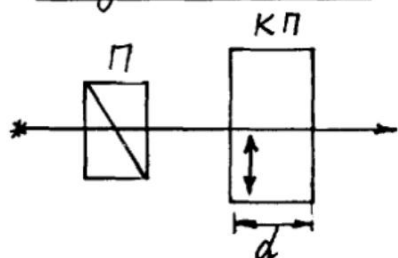


$$I_{pr} = I_0 \cos^2 \alpha$$

I_0 - інтенс. лін. поляр. світла, що виходить з поляризатора;
 I_{pr} - інтенс. світла, що виходить з акаліз.

Якщо на поляризатор падає природне світло з інтенс. $I_{вх}$, то після акалізатора $I_{pr} = \frac{1}{2} I_{вх} \cos^2 \alpha$

Взаємодія ортогонально поляризованих променів. Фазові платівки



В КП "о" і "е" промені проходять в одному напрямку, але з різними швидкостями.

Після П площина коливань \vec{E} утворює кут α з OO' .
Ампл. збиг. хвилі $a = A \cdot \cos \alpha$ де A - ампл. коливань хвилі, що падає на КП
Ампл. незбиг. хвилі $b = A \cdot \sin \alpha$

$$\Delta = (n_o - n_e) \cdot d$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) \cdot d$$

На виході з КП: $x = a \cdot \cos \omega t$; $y = b \cdot \cos(\omega t - \varphi)$

$$y = b(\cos \omega t \cdot \cos \varphi + \sin \omega t \cdot \sin \varphi) \quad \text{та} \quad \cos \omega t = \frac{x}{a} \quad (1)$$

$$y = b\left(\frac{x}{a} \cos \varphi + \sin \omega t \cdot \sin \varphi\right)$$

$$\sin \omega t \cdot \sin \varphi = \frac{y}{b} - \frac{x}{a} \cos \varphi \quad (2)$$

Підносячи до квадрата (1) та (2) та додаючи їх:

$$\cos^2 \omega t \cdot \sin^2 \varphi = \frac{x^2}{a^2} \cdot \sin^2 \varphi$$

$$\left[\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cdot \cos \varphi = \sin^2 \varphi \right]$$

Результуюче коливання після КП буде еліптичним.

Форма і орієнтація еліпсу залежить від α і φ .

Світло після КП - еліптично поляризоване.

$\lambda/4$ - фазова плівка

Якщо товщина d плівки задовольняє умові
 $(n_o - n_e) \cdot d = \lambda/4$ або $(n_o - n_e) d = (m + \frac{1}{4}) \lambda$

де m - ціле число, то $\varphi = \frac{\pi}{2} + 2m \cdot \pi$

Тоді рівняння еліпсу набуває вигляду

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{табто воно зведене.}$$

Якщо при цьому $\alpha = 45^\circ$, то $a = b$ і $x^2 + y^2 = a^2$.

В цьому випадку світло поляризоване по колу (колу).

Потрібно, щоб додавались дві когерентні хвилі з однаковими амплітудами, поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах з різницею фаз, що дорівнює $\frac{\pi}{2}$.

В залежності від того, компонент o_x випереджає компоненту o_y або відстає від неї на $\frac{\pi}{2}$ за фазою, кажуть про обертання результуючого вектора проти годинникової стрілки або за нею. Розрізняють ліву і праву кругову (еліптичну) поляризацію.

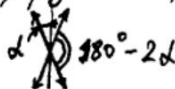
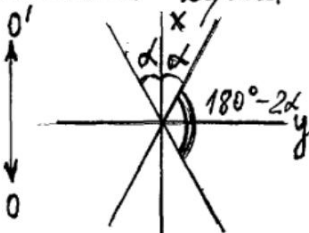
 $\lambda/2$ - фазова плівка

Товщину d підбирають так, що $(n_o - n_e) \cdot d = \frac{\lambda}{2}$ або
 $(n_o - n_e) \cdot d = (m + \frac{1}{2}) \lambda \Rightarrow \varphi = \pi$.

При умові, що $\varphi = \pi$ еліпс вироджується в дві прями, що збігаються: $(\frac{x}{a} + \frac{y}{b})^2 = 0$

$$y = -\frac{b}{a} \cdot x$$

Світло залишається лінійно поляризованим, але орієнтація площини коливань \vec{E} змінюється від такої, яка визначається кутом α , до такої, що визначається кутом $180^\circ - 2\alpha$



Фазова плівка у цілу довжину хвилі задовольняє умову $(n_o - n_e)d = \lambda$ або $(n_o - n_e)d = m\lambda$, що дає $\varphi = 2\pi$. При цьому еліпс вироджується у пряму

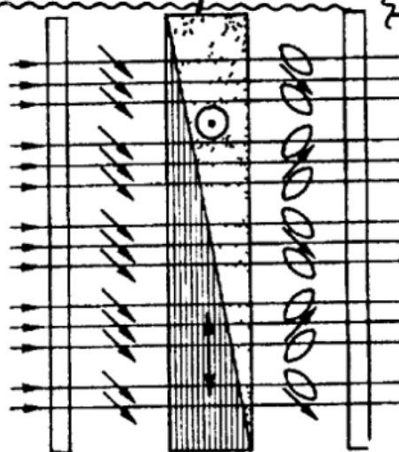
$$\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)^2 = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{a} \cdot x$$

Світло залишається лінійно поляризованим без зміни площини поляризації.

Аналіз стану поляризації

Треба вміти розрізнити і виміряти параметри: лінійно поляризованого світла, циркулярно- та еліптично поляризованого, світла природного та циркулярно поляр., еліптично- та частково-поляр.

Компенсація Бабіне



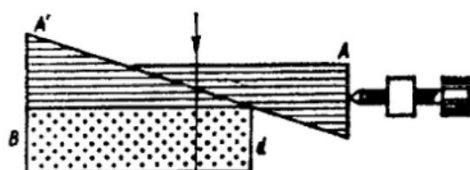
2 клина, виготовлені із кварцу із взаємно перпендикул. OO' .

Промінь світла проходить в клинах різні шляхи: d_1 та d_2 . Звизгаючий промінь в I клину стає незвизгаючим променем в II клину і навпаки. Додаткова різниця ходу $\Delta = (n_o - n_e)d_1 + (n_e - n_o)d_2 = (n_o - n_e)(d_1 - d_2)$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)(d_1 - d_2)$$

$(n_o - n_e)$ - табульовано;

$(d_1 - d_2)$ - вимірюємо; $\Delta\varphi$ - знаходимо



Компенсація Солейля

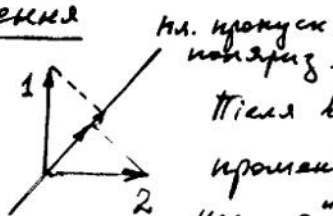
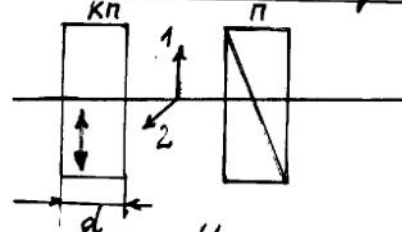
Інтерференція лінійно поляризованих хвиль

Якщо хвилі поляризовані ортогонально, то вони ніколи не можуть утворити інтерференційну картину.

Тобто: „е“ та „о“ промені, між якими виникає різниця фаз, не можуть інтерферувати між собою через те, що $\vec{E}_o \perp \vec{E}_e$, хожа $\Delta\varphi = \text{const}$.

Але набіг фаз між „е“ та „о“ променями в анізотр. кристалі, не змінюючи інтенсивності, впливає на поляризацію променя на виході. Зміну поляризації за допомогою аналізатора можна трансформувати в зміну інтенсивності.

Схема спостереження



Після виходу із КП промені втратили право наз. „е“ та „о“: стали 1 та 2

Напрямок коливань в двох променях, спочатку поляризованих у взаємно перпендикулярних напрямках, можна звести в одну площину за допомогою поляризатора, площина пропускання якого не співпадає з площиною коливань ні одного із променів.

Дослід показав, що: 1) якщо на КП падає циркулярне світло, то вони на виході КП дають не когерентні промені (інтерферувати вони не можуть);

2) якщо на КП падає лін. копер. світло, то промені 1 та 2 - когерентні.

Пояснення: ... див. Савельєв... § 31 (с. 172)

29 Після КП світло буде еліптично-поляризованим. 29
Форма і орієнтація еліпса залежить від товщини (d).
Якщо КП в різних місцях має різну товщину, то
для кожної з цих товщин (d_i) буде своя форма еліпсу.
При цьому інтенсивність світла, що пройшло через
КП в різних її місцях, — однакова. Але такий
розподіл різко зміниться після проходження світлом
поляризатора П. Цей поляризатор пропускає тільки
ті складові променів 1 та 2, які співпадають з на-
прямком пропускання П.

Якщо світло, яке падає на КП, монохроматичне,
то інтерф. картина після П складається із світлих
і темних плям, які відновлюють різним товщинам
КП.

При обертанні П на 90° місце мінімумів займають
тах, і навпаки.

У білому світлі інтерф. картина буде кольоровою ($n(\lambda)$).
При обертанні П на 90° кольори картини переходять
у додаткові: черв. \rightarrow голубе; зелен. \rightarrow фіол.; синь \rightarrow жовт.

Інтерференції не буде, якщо поляризації одного
з променів (1 або 2) співпадає з плоскою про-
пускання поляризатора П.

Якщо на КП направити неполяризоване світло
або зворотний поляризатор (аналізатор), то інтерф. карт.
зникає.

Якщо у зкасі екрана використати не амплітудно
чутливу фотоплівку, а середовище, чутливе до поля-
ризації (ще краще до фази) хвилі, то інтерф. — без П. 29

Оптична активність

О. а. — природка (не штучка).

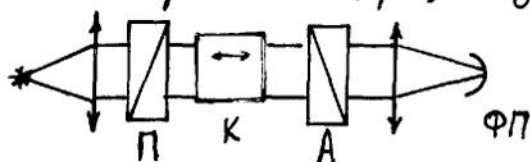
О. а. \equiv гіротропія.

О. а. \equiv обертання площини поляризації світла при проходженні світла крізь певні речовини.

Такі речовини наз. гіротропними, або природно активними. Їх гіротропні властивості пов'язані (визначаються) із структурою молекули або кристалічною структурою.

О. активними н.б. рідини, розчини і кристали.

Водний розчин цукру та кварц. Кварц — кристалічний (не плавлений). Кварц — анізотропний оптичний кристал і, разом з тим, оптично акт. кристал.



К — кварцева плівка

$\Pi \perp A$

Без К на ФП — нуль.

Якщо в схемі вставити К, то на ФП з'явиться сигнал, який можна компенсувати (виміряти) аналізатором А.

$$\Delta\varphi = \alpha_0 \cdot d \quad \alpha_0 - \text{оберталька здатність.}$$

Для кварцу $\alpha_0 = 21,7^\circ/\text{мм}$ для $\lambda = 560 \text{ нм}$

$$\alpha_0 \sim \frac{1}{\lambda^2} - \text{сильна залежність: } \Delta\varphi_{\text{жовт}} = 20^\circ$$

$$\text{Кварц має дві модифікації: } \Delta\varphi_{\text{фіол.}} = 50^\circ$$

"правий кварц" та "лівий кварц"

О. а. рідини. Біо везандовив, що $\varphi = [\alpha] \cdot d \cdot c$

$[\alpha]$ — стала обертання; c — концентрація розчину.

Для водних розчинів цукру при $t = 20^\circ\text{C}$; $\lambda = 5893 \text{ Å}$

$$[\alpha] = 66.46^\circ$$

двопроменезаломлення. (Теорія Френеля)

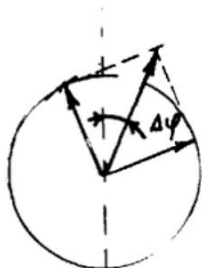
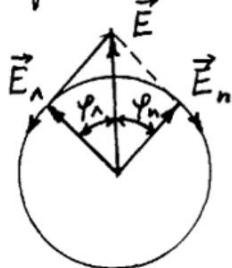
За Френелем існує n_o та n_e (n_a та n_n)

$\Delta n = n_n - n_a$ - різниця пох. заломлення для кругового (циркулярного) двопроменезаломлення.

Будь-яке лін. коливання можна представити у вигляді суми 2-х кругових коливань:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_o \cos \omega t \\ E_y &= E_o \sin \omega t \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_a = E_x + i E_y \quad \text{ліве обертання}$$

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_o \cos \omega t \\ E_y &= -E_o \sin \omega t \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_n = E_x - i E_y \quad \text{праве обертання}$$



$|\vec{E}| = \text{const}$ - середовище не поглинає

$$\begin{cases} E_a = E_o e^{i\omega t} \\ E_n = E_o e^{-i(\omega t - \Delta\varphi)} \end{cases}$$

$$n_a = n_n$$

$$v_a = v_n$$

$$\varphi_a = \varphi_n$$

$$n_a \neq n_n \quad (n_n < n_a)$$

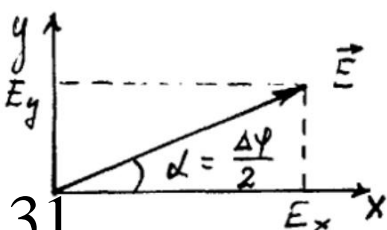
$$v_n > v_a$$

$$\Delta\varphi = \varphi_n - \varphi_a$$

$$E_a + E_n = E_o e^{i\omega t} + E_o e^{-i(\omega t - \Delta\varphi)} =$$

$$= e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}} \cdot E_o \left[e^{i(\omega t - \Delta\varphi/2)} + e^{-i(\omega t - \Delta\varphi/2)} \right] =$$

$$= 2E_o e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$



$$\begin{cases} E_x = 2E_o \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \\ E_y = 2E_o \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \end{cases}$$

Кут повороту (α) залежить від різни-
ци фаз ($\Delta\varphi$)

Фаза "правій" хвилі $\varphi_n = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n_n \cdot d$

Фаза "лівої" хвилі $\varphi_\lambda = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n_\lambda \cdot d$

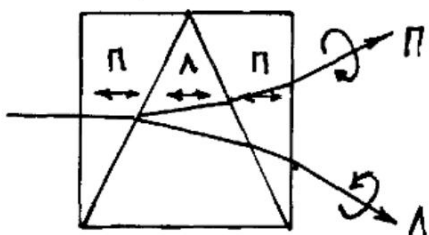
$$\Delta\varphi = \varphi_n - \varphi_\lambda = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_\lambda - n_n) d = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot c \left(\frac{1}{v_\lambda} - \frac{1}{v_n} \right) \cdot d$$

$$\alpha = \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{\lambda_0} (n_\lambda - n_n) \cdot d$$

Якщо $n_\lambda > n_n \Rightarrow v_\lambda < v_n$ — правий кристал

Якщо $n_\lambda < n_n \Rightarrow v_\lambda > v_n$ — лівий кристал

Френель перевіряв своє припущення за допомогою досліду з призмою Френеля:



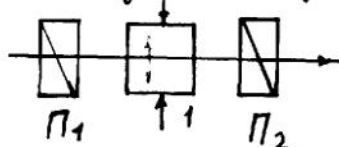
Складна призма із 3-х кусків кварцу (n-I-n).

Всіх 3-х кусків || осівої призми, щоб не було природк. двопронизаючл.

На границі I і II призм промінь розділяється через те, що $n_\lambda \neq n_n$. Те ж саме на границі II і III призм.

На виході — 2 променя з лівою та правою циркуляризациєю.

Анізотропія при механічній нарузі (фотопружність)



1 - зразок (куб) з наклеєного кварцу, оргскла, ...

$$n_o - n_e = K \cdot P$$

K - стала Брюстера (константа ретровини)

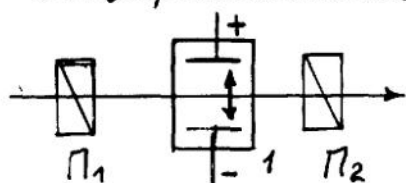
$P = F/S$ - тиск

Тиск (стискання або розтяг) м.б. двохстороннім \Rightarrow зразок стає оптично двовісним

Використовується для виявлення залишкових мех. напруг в прозорих тілах (кінескопи, лампи тощо).

Для непрозорих конструкцій - моделювання з певним коефіцієнтом подібності.

Анізотропія в електричному полі (ефект Керра)



1 - Кубета з рідиною та ел. конденс.

Вкл. ел. поля призводить до появи сигналу в системі

$$P_1 \perp P_2$$

Оптична вісь направлена вздовж силових ліній ел. поля.

Є рідини з $n_e > n_o$; $n_e < n_o$; $n_e = n_o$ (ефекту Керра немає) - експеримент.

$$\Delta n = B \cdot \lambda \cdot E^2 \Rightarrow \Delta = l \cdot \Delta n \Rightarrow \Delta \varphi = k \cdot \Delta$$

Через те, що $\Delta n \sim E^2$, знак різниці фаз не залежить від напрямку ел. поля.

а) Для неполярних рідин (теорія Ланжевена)

Величина коеф. Керра $B > 0$. - додатний «квазі-кристал».

б) Для полярних рідин (теорія Борна, 1915 р.):

Диполі орієнтуються по полю: $\vec{P} = \alpha \vec{E}$

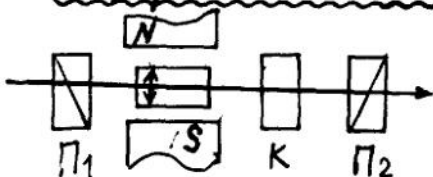
Для нітробензолу $\epsilon = 2.2 \cdot 10^{-5} \text{ CGSE}$ ($\epsilon > 0$)

Для кубети з $l = 5 \text{ см}$, $d = 1 \text{ мм}$, $U = 1500 \text{ В} \Rightarrow$

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} ! \left(\frac{1}{4} \text{ півобертка!} \right)$$

Час переміщення для нітробензолу $\tau \sim 0.5 \cdot 10^{-11} \text{ с}$

Анізотропія в магнітному полі (ефект Коттока - Мутона)



К - компенсатор (для роз-
лізнення зсуву фаз)

$$\Delta n = D \cdot B^2$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta n \cdot l = 2\pi C'_0 \cdot l \cdot B^2$$

B - м. індукція; C'_0 - стала Коттока -

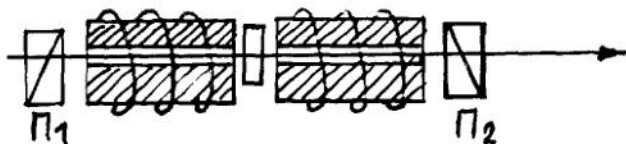
Мутона, яка залежить від природи речовини.

Для нітробензолу $C'_0 = 2.25 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1} \cdot \text{Тл}^{-2}$.

Для $B = 1 \text{ Тл}$ та $l = 1 \text{ м} \Rightarrow \Delta\varphi = 0.14 \text{ рад.}$

Ефект Фарадея (1846 р.)

В попередніх ефектах був індукований зсув фаз (ефект двопрямозаломлення). В ЕФ - обер-
тання площини поляризації: $\Delta\theta = V \cdot l \cdot B$



V - стала Верде;
 l - довжина зразка;
 B - індукція магніт-
ного поля.

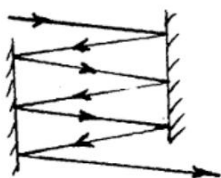
Є речовини з $V > 0$ (правообертаючі, або позитивні). Речовини з $V < 0$ - лівообертаючі (негативні, від'ємні).

14.
Напрям обертання площини поляризації в ЕФ для кожної ребовини визначається лише напрямом магнітного поля і не залежить від напрямку світла.

Час записнення (інерція ЕФ) - $\sim 10^{-9}$ с.

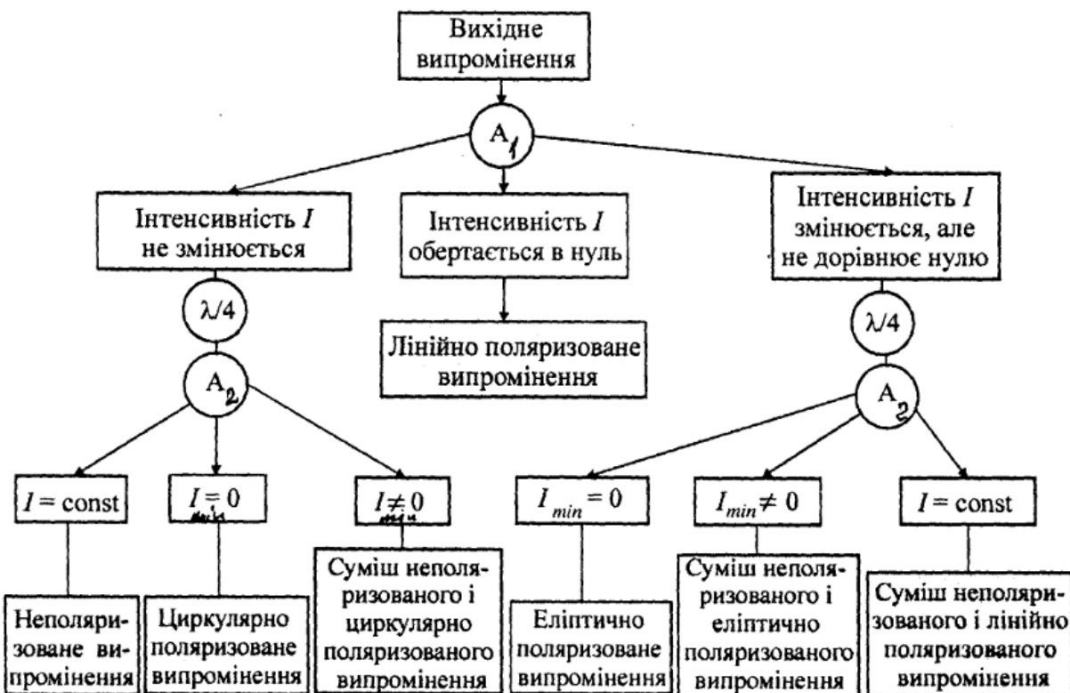
Підсилення ЕФ шляхом багаторазового проходження світлом робочого зразку:

Стала Верде $V \sim \frac{1}{\lambda^2}$



Для спец. сорту скла - важкого флінту $V = 0.08 \text{ см}^{-1} \cdot \text{Ерст}$

15
Схема аналізу стану поляризації світлового променя




Розсіювання світла

Розсіювання світла в оптично неоднорідному середовищі
Оптично однорідне середовище - таке, для якого $n = \text{const}$ як у просторі, так і у часі. Для такого середовища р.с. не спостерігається.

При поширенні світла в опт. середовищі електр. поле хвилі викликає вимушені коливання оптичних електронів. \Rightarrow Ці

 електрони випромінюють ел.м. хвилі тієї

 ж частоти, що і частота падаючої хвилі.

Ці хвилі - вторинні. Якщо вони когерентні, то вони інтерферують. Єдиний напрям, в якому немає гасіння, це напрям падаючої хвилі. В цьому напрямі буде перевищуватись вторинна хвиля без гасіння і буде поширюватись хвиля.

Якщо в середовищі є неоднорідності (середовище - не гомогенне), то світло буде поширюватись у напрямках, відмінних від напрямку поширення падаючої хвилі. Це і є розсіювання світла.

Неоднорідності середовища пов'язані із змінним показником заломлення.

Розподіл неоднорідностей розглядається як неупорядкований (неузгоджений) види макроскопічних неоднорідностей: 1) тверді частинки

в газі (дим); 2) рідина, в якій наявні краплинки іншої нерозчиненої рідини (емульсія); 3) тверді частинки в рідині (супензії).

Такі середовища наз. калутними (рос. і "мутне середовище").

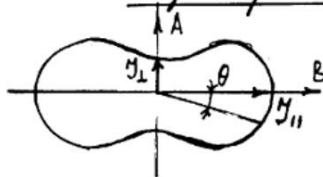
В цьому випадку відбувається дифракція на опт. неоднорідностях.

Ефекти розсіювання залежать від розмірів частинок:

I. Для $d \leq \lambda$ ($d \sim 0.1 \lambda$) - релєївське розсіювання (Експериментальні дослідження Тіндала (1869 р.) та Релєя (1899 р.)).

Властивості: 1) інтенс. розс. світла $I_{\text{розс}} \sim 1/\lambda^4$ - закон Релєя; 2) $I_{\text{розс}} \sim N$; 3) $I_{\text{розс}} \sim V_{\text{част.}}$; 4) $I_{\text{розс}} = f(T, ^\circ\text{C})$.

Індикатриса розсіювання 5) розс. світло частково або повністю поляризу.



$$I_\theta = I_\perp (1 + \cos^2 \theta)$$

Унт. світла, що пройшло через середовище з розсіюванням, в напрямку поширення падаючої хвилі в 2 рази більша за I_\perp :

$$2I_\perp = I_\parallel$$

II. Для $d \gg \lambda$. Таке розсіювання пояснюється відбиттям, заломленням та дифракцією світла на цих частинках.

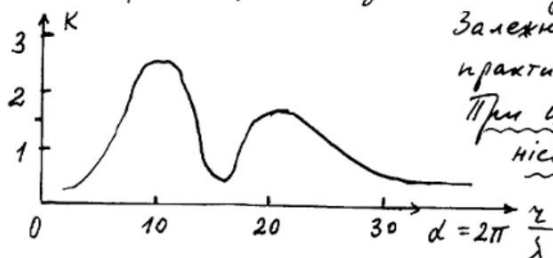
Властивості: 1) $I_{\text{розс}} \neq f(T, ^\circ\text{C})$; 2) $I_{\text{розс}} \neq f(\lambda)$;

Тому туман має білий колір; 3) $I_{\text{розс}} \neq f(d)$

Внаслідок розсіювання світла оптично каламутними середовищами з такими частинками ($d \gg \lambda$) інтенсивність $I_{\text{розс.}}$ зменшується за законом поглинання світла: $I_{\text{розс}} = I_0 \cdot e^{-2\pi n^2 \cdot K \cdot x}$

N - кількість частинок в 1 см^3 ; r - радіус частинки;

K - коефіцієнт, який залежить від відношення r/λ .



Залежність коєр. K від $d = 2\pi \frac{r}{\lambda}$

практично зникає для $d > 40$.

При цьому зникає і залежність $I_{\text{розс}}$ від λ .

III. Для $d \sim \lambda$ - розсіювання Мі (дифракційне розсіюв.).^{3.}

$\mu_{\text{розс}} = f(\lambda)$; $\mu_{\text{розс}} \neq f(T, ^\circ\text{C})$; $\mu_{\text{розс}}$ - частково поляриз.

Молекулярне розсіювання світла

Р.с. спостерігається і в середовищах, в яких відсутні сторонні частинки.

Спочатку думали, що справа у забрудненості атмосфери. Але в горах небо ще синіше!?

Тоді таке Р.с. пояснили оптичними неоднорідностями, пов'язаними із флуктуаціями. Останні пов'язані із тепловим рухом молекул і їх нерівномірним розподілом у просторі.

В малому об'ємі V_0 випадково (завдяки тепл. руху молекул) зібралась $N_0 + \Delta N$ частинок, де N_0 - число частинок в тому ж об'ємі V_0 при ідеально рівномірному розподілі молекул в об'ємі V_0 . В результаті такого накопичення частинок об'єм V_0 випромінює хвилю амплітуди $\vec{E}_0 + \vec{E}'$, де \vec{E}_0 - ампл. хвилі, що випромінює об'єм V_0 з числом частинок N_0 . На відміну від випадку абс. рівномірного розподілу частинок, в цьому випадку розсіювання не буде ^{гаситись} зникати інтерференцією ні в одному з напрямків. Напруженість поля світлової хвилі, розсіяної нашим об'ємом V_0 , буде обумовлена полем \vec{E}' .

Об'єм, де відбуваються флуктуації, $V_0 \ll \lambda^3$. Тобто цей вид Р.с. відбувається за законами релєївського розсіювання.

В результаті теплової флуктуації призводить до того, що в деякому малому об'ємі V_0 зібралась $N_0 + \Delta N$ частинок.

Відповідно до цього густина речовини $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$

$$\overline{\Delta\rho^2} = \frac{m^2 N_0}{V_0} \quad \text{— це відомо з молек. фізики.}$$

$\Delta\rho^2$ — абс. величина середнього значення квадрата флуктуації густини;

m — маса молекули; N_0 — середнє число молекул в одиниці об'єму речовини; V_0 — об'єм флуктуації.

$\Delta\rho \Rightarrow$ викликає ΔP — додатковий динамічний момент

$$\Delta P = \Delta E \cdot E \cdot V_0 \cdot \frac{1}{4\pi} \quad (1) \quad \text{Це є джерелом випромінювання вторинних хвиль.}$$

У класичній теорії ел.м. випромінювання доведено, що ампл. напруж. ел. поля E_0 , яке випромінюється диполем, в точці, що знаходиться на відстані r від диполя, дорівнює:

$$(2) \quad E_0 = \frac{\omega^2 P_0}{c^2 r} \cdot \sin \theta \quad \text{де } P_0 \text{ — ампл. коливань дип. момента}$$

θ — кут між \vec{P} та \vec{r} E_θ — ампл. розсіяної

$$(1) \rightarrow (2) : E_\theta = \frac{\omega^2 \Delta E \cdot E_0 \cdot V_0}{c^2 r \cdot 4\pi} \cdot \sin \theta \quad \text{хвилі, яка випромінюється об'ємом } V_0$$

Інтенс. розсіяної світла: з флуктуацією ΔE в напрямку θ .

$$J_\theta = \frac{1}{2} \frac{c}{4\pi} E_\theta^2 \Rightarrow J_\theta = \frac{c \omega^4 \Delta E^2 \cdot E_0^2 \cdot V_0^2}{8\pi c^4 r^2 \cdot (4\pi)^2} \sin^2 \theta =$$

E_0 — ампл. падаючої хвилі

$$= \frac{c}{8\pi} E_0^2 \frac{V_0^2}{(4\pi r)^2} \cdot \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 \cdot \Delta E^2 \cdot \sin^2 \theta = J_0 \frac{\pi^2}{\lambda^4} \cdot \frac{1}{r^2} V_0^2 \Delta E^2 \sin^2 \theta$$

Інтенс. розсіяного світла в об'ємі V дорівнює

$$J_{\text{розс}} = \frac{V}{V_0} \cdot J_\theta = J_0 \frac{\pi^2}{\lambda^4} \cdot \frac{1}{r^2} V_0 \cdot V \cdot \Delta E^2 \cdot \sin^2 \theta$$

$$\text{Через те, що } \epsilon - 1 = c \cdot \rho \Rightarrow \Delta E = c \cdot \Delta\rho = c \cdot \rho \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho} = (\epsilon - 1) \delta$$

$$\delta = \frac{\Delta\rho}{\rho}$$

$$\Delta E^2 = (E-1)^2 \cdot \delta^2$$

Для ідеального газу $\delta^2 = \frac{1}{N \cdot v_0}$

$$\text{Тоді } J_{\text{розс.}} = J_0 \frac{\pi^2}{\lambda^4} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot v_0^2 (E-1)^2 \frac{1}{N \cdot v_0} \cdot \sin^2 \theta =$$

$$= J_0 \frac{\pi^2}{\lambda^4} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{v_0}{N} (E-1)^2 \sin^2 \theta \quad \text{формула Релея}$$

$$E-1 = n^2 - 1 = (n-1)(n+1) = 2(n-1)$$

$$\text{Тоді } J_{\text{розс.}} = J_0 \frac{4\pi^2}{\lambda^4} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{(n-1)^2 v_0}{N} \sin^2 \theta \quad \text{формула Релея}$$

↑
n-1 для газу

Для ідеального газу $\Delta N^2 = N$

Через те, що $E-1 = n^2 - 1 \sim N$, то $J_{\text{розс.}} \sim \frac{N^2}{N} = N$

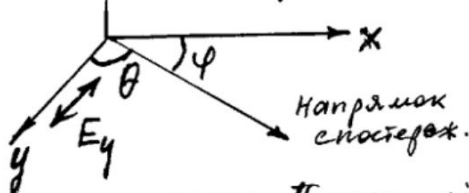
Для природного світла:

Розкладемо на 2 компоненти із ортогональними складовими: E_z (\perp пл. нахвн.) та E_y (в пл. нахвн.):

$$J_{\text{прир}} = J_z + J_y \quad (J_z = J_y = J_{\text{прир}} \cdot \frac{1}{2})$$



X-напрямок розповсюдх. падаючої хвилі



$$J_\varphi = J_0 \frac{2\pi^2}{r^2 \lambda^4} (n-1)^2 \frac{v_0}{N} (1 + \cos^2 \varphi)$$

Полярна діаграма розподілу інтенсив. розсіяного світла

φ - кут розсіювання (кут між напрямом спостереження і напрямом розповсюдження).

Висновки :

- 1) Колір неба пояснюється тільки молекул. Р.с.
- 2) Вимірювання Уроз. дало можливість за формулою Релея визначити число молекул в од. об'єму:

$$N_1 = \frac{N}{\delta_0}$$
 та число Авогадро.
- 3) Формула Релея перестає бути справедливою, якщо розміри розсіюючих частинок стають $> \frac{\lambda}{20}$. В цьому випадку : а) $\mu_{розс} \sim \frac{1}{\lambda^2}$; б) розс. світло-частково поляриз.; в) індексація стає несиметричною відносно ОХ; г) індексація стає \perp до ОХ.
- 4) Розглянута теорія справедлива для ізотропних середовищ. Анізотропія молекул призводить до того, що в ретровисхіді виникають флуктуації орієнтації, які викликають деполаризацію розсіюваного світла.
- 5) В критичному стані спостерігається тах флуктуації. Величина δ_0 при цьому сильно збільшується і стає більшою за λ : $\delta_0 \text{кр} > \lambda$. Таке середовище стає каламутним і непрозорим для наданого світла, дуже сильно розсіює світло всього діапазону спектра. Це розсіювання наз. опалесценцією.

Розсіювання Мандельштама-Бріллюена

При релєйському і при молекулярному Р.с. частота розсіяного світла не змінюється. Але є такі види Р.с., за яких ω змінюється. До них належить Р.М.-Б. Воно спостерігається в оптичному середовищі, в якому поширюються акустичні хвилі - відбувається так зване розсіювання на фононах. Акуст. хвилі створюють неоднорідності густини, на яких і відбувається розсіювання світла.

Акуст. хвилі: $A = A_0 \cos(\Omega t - q x)$, де $q = \frac{2\pi}{\Lambda}$
Зміна числа молекул в од. об'єму $\Delta N = N_0 \cos(\Omega t - q x)$

Світлові хвилі: $E = E_0 \cos(\omega t - k x)$, де $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\vec{P} \sim N \cdot \vec{E} = (N_0 + \Delta N) \vec{E} = \underbrace{N_0 E_0 \cos(\omega t - k x)}_{\text{релєйська хв.}} + \frac{1}{2} E_0 \cdot \Delta N \cdot \cos(\omega_1 t - k_1 x) + \frac{1}{2} E_0 \cdot \Delta N \cos(\omega_2 t - k_2 x)$$

$$\text{де } \omega_1 = \omega + \Omega \quad \omega_2 = \omega - \Omega$$

$$k_1 = k + q \quad k_2 = k - q$$

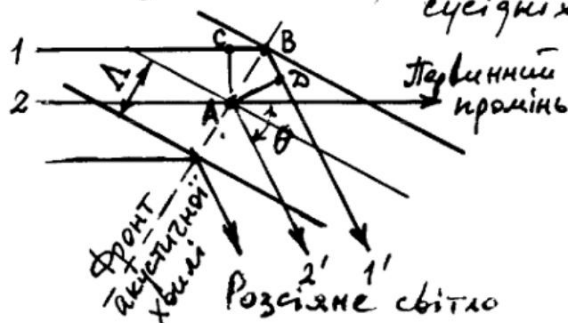
Тонка структура релєйської лінії

Для того, щоб розсіяні хвилі інтерферували і давали так інтенсивності в напрямі, який утворює кут θ з напрямом падаючої хвилі, необхідно, щоб опт. різниця ходу $\Delta = CB + BD$

сусідніх падаючих (1,2) і розсіяних (1',2') променів дорівнювала би

$$\Delta = 2n \cdot \Lambda \sin \frac{\theta}{2} = \lambda$$

де $\Lambda = AB$ - довжина розсіяної пружкої хвилі.



Розсіювання М.-Б. еквівалентне модуляції світла падаючого променя з частотою пружної хвилі

$$\Delta = \nu \frac{1}{\Delta \nu} ; \quad \lambda = c \frac{1}{\nu}$$

$$\Delta = 2n \frac{\nu}{\Delta \nu} \cdot \sin \frac{\theta}{2} = c \frac{1}{\nu} \Rightarrow \frac{\Delta \nu}{\nu} = 2n \frac{\nu}{c} \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\Omega}{\omega} ;$$

$$\boxed{\frac{\Omega}{\omega} = 2n \frac{\nu}{c} \sin \frac{\theta}{2}}$$

Формула
Мандельштама-
Бріллюєна

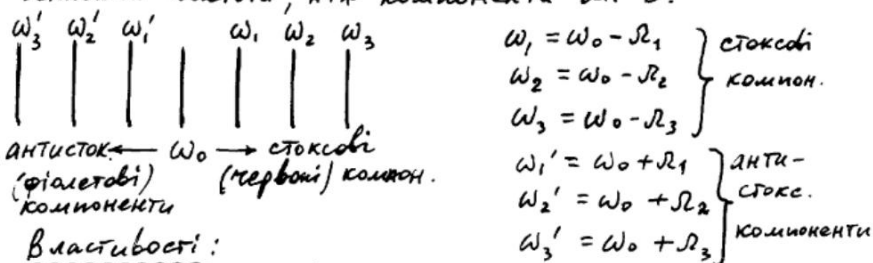
Зауваження:

- ① Ситуація ускладнюється тим, що в кристалах у кожному напрямку може розповсюджуватись три акустичних хвилі (1-поздовжня і 2-поперечних). У тому ж напрямку може поширюватись дві світл. хвилі, поляризовані в перпендик. напрямках. Тому в розсіяному світлі — 24 компоненти (6 груп по 4 лінії), але роздільної сили спектр. приладів вистає, щоб розрізнити тільки 6 зміщених компонент.
- ② Р.с. М.-Б. можливо також і на інших колективних збудженнях: магнонах, екситонах, дефектах крист. ґратки, поляронах, плазмонах тощо.
- ③ Р.с. М.-Б. відноситься до ефектів лінійної оптики.
- ④ Під дією потужного лазерного випром. на середовище в ньому може виникнути випромінене М.-Б. розс. світла, яке використовується для генерації потужних гіперзвук. хвиль у кристалах. Інтенс. розсіяного світла в цьому випадку може бути рівною інтенс. падаючого світла.
- ⑤ Якщо частота падаючого світла \approx власній частоті поглинання речовини, то спектр. резонансне Р.с. М.-Б.

9.
Комбінаційне розсіювання світла (Ефект Рамана).
 КР виникає в результаті модуляції світ. хвилі власними коливаннями молекул.

1928 р. : Мандельштам та Ландсберг на CaSO_3 та кварці, Раман та Кришнан - на рідинах (бензол, толуол).

Експеримент: кожна спектр. лінія супроводжується виникненням системи додаткових ліній, які називаються супутниками (сателітами) із значно більшими значеннями частоти, ніж компоненти М.-Б.



Властивості:

① Супутники супроводжують кожну лінію первинного світла. При переході від однієї спектр. лінії первинного променя до другої сукупність значень $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots$ залишається для певної величини незмінною.

② Кожному сателіту з частотою ω_i^s відповідає сателіт із частотою ω_i^{as} ; $\Omega_i = \omega_0 - \omega_i^s = \omega_i^{as} - \omega_0$.

Механізм КР → ③ Частоти Ω_i лежать в ІЧ діапазоні і відповідають частотам коливань молекул.

КР виникає в результаті модуляції світ. хвилі власними коливаннями молекул.

На молекулу, яка має власну частоту коливань (ν) падає світ. хвиля $E = E_0 e^{i\omega t}$. У молекули

виникає дип. момент $p(\omega') = \alpha \cdot E(\omega)$, де α - квер. поляризації молекули.

Вважаємо, що ω попадає в обл. прозорості середовища. Тоді α - дійсна величина.

Зв'язок між атомами, які складають молекулу, зумовлений електронами. Електронна поляризація спричиняє збурення сил зв'язку, в результаті чого відбувається збудження коливань атомів молекули. Будемо вважати, що $\alpha = \alpha_0(1 + A \cos \Omega t)$

$$p(\omega') = \alpha_0(1 + A \cos \Omega t) \cdot E_0 e^{i\omega t} =$$

$$= \alpha_0 E_0 e^{i\omega t} + \frac{1}{2} \alpha_0 A E_0 e^{i(\omega + \Omega)t} + \frac{1}{2} \alpha_0 A E_0 e^{i(\omega - \Omega)t}$$

↑ скористалися формулою Ейлера: $\cos \Omega t = \frac{1}{2}(e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t})$

I доданок описує релєївське Р.с;

II та III доданки описують КР.

Модуляція за рахунок коливань молекул.

Якщо падає на середовище монохром. світло, то в спектрі розсіяного світла спостер. три лінії:

- 1) основна (на частоті ω первинного світла);
- 2) стоксова компонента (на частоті $\omega - \Omega$, утворюється за рахунок втрати енергії ^{кванта} падаючої хвилі);
- 3) антистоксова компонента (утворюється за рахунок збільшення енергії кванта падаючого випром.).

Стоксова і антистоксова компоненти мають різкі інтенсивності. Різниця в інтенсивностях залежить від температури. Поляскення - квантовомеханічне.

4. Спектр КР - характеристика вещества. За
сметанам КР можна пробогнати структурни і аналі-
тичні дослідження.

5. Інтенсивності еталоної і аналітич. компонент у
спектрі КР становлять 10^{-5} - 10^{-6} від інтенсивності
збудженої лінії. Крім того, вони є специфічними
на повільно сукцесиву суцільному (не інтерпретують)
фони раєйвського Р.с. та помікаєності.

6. При гії на середовище потужного оптичного випро-
мінювання (визначено лагуюно існують) виникає
нависітке збавсе - випромінене КР (ВКР).

Питання збавсе, змодельовані розробленими стіт...
випромінені (генер стіт..., рагугта, тако, бітати

Така вивчається на самостійну програму
Курчак, Тобачук... с. 219 - 222.

Внаслідок розсіяння світла атмосфера світиться в усіх напрямках, створюючи денне світло, яке освітлює земну поверхню і всі предмети. Оскільки інтенсивність розсіяного світла чистою атмосферою обернено пропорційна четвертому степеню довжини світлових хвиль, то небо має голубий колір. За наявності в атмосфері завислих водних краплин та пилу розсіяння світла відбувається рівномірніше в усіх частинах спектра і колір неба стає менш голубим, тобто білястим. Розсіяння світла атмосферою є причиною плавного переходу від дня до ночі і навпаки. При опусканні Сонця за горизонт атмосфера освітлюється все менше і настає момент, коли вона зовсім не освітлюється. Проміжок часу між цим моментом і заходом Сонця являє собою присмерки.

До оптичних явищ, зумовлених розсіянням світла в атмосфері, належить райдуга. Це кольорова смуга у вигляді дуги, що спостерігається на фоні дощових хмар або дощу, коли дощова хмара знаходиться попереду спостерігача, а Сонце – позаду. Центр дуги райдуги знаходиться на продовженні прямої, що проходить через око спостерігача і Сонце. Кут між цією прямою і напрямом від спостерігача до дуги райдуги має значення $41\text{--}42^\circ$ (приклад 7.1). Різнокольорова дуга знаходиться від спостерігача на відстані 1–2 км, її можна також спостерігати на відстані 2–3 м на фоні водяних краплин фонтанів. Часто виникає побічна райдуга, концентрична до першої, із оберненим розміщенням кольорів. Її кутовий радіус має значення близько 52° . Вигляд дуги, яскравість кольорів та ширина смуг залежать від розмірів краплин води та їхньої кількості: більші краплини створюють вужчу райдугу з різко виділеними кольорами.

Виникнення райдуги Р. Декарт у 1637 р. пояснював заломленням і відбиванням світла в дощових краплинах. Утворення кольорів та їх послідовність пояснено після встановлення складної природи білого світла та його дисперсії в середовищах. Іноді одночасно спостерігається три, чотири і навіть п'ять райдуг. Вони можуть виникати не тільки від прямих сонячних променів, але й внаслідок дії відбитих. Райдугу можна спостерігати також і вночі після дощу, коли із-за хмар виходить Місяць. У цьому випадку вона буде білою, оскільки нічним зором кольори не розрізняються.

Нерідко спостерігають оптичне явище, яке називається гало. Ця назва об'єднує групу складних оптичних явищ в атмосфері, зумовлених заломленням і відбиванням світла в кристалах льоду пір'ястих хмар. Кристали, з яких складаються хмари, являють собою тонкі шестигранні пластинки-сніжинки або правильні шестигранні призми. Іноді пластинки та призми з'єднуються, тоді кристали мають форму парашутиків.

Оскільки кут між двома гранями шестигранної призми дорівнює 60° , показник заломлення льоду для світлових хвиль, яким відповідає зе

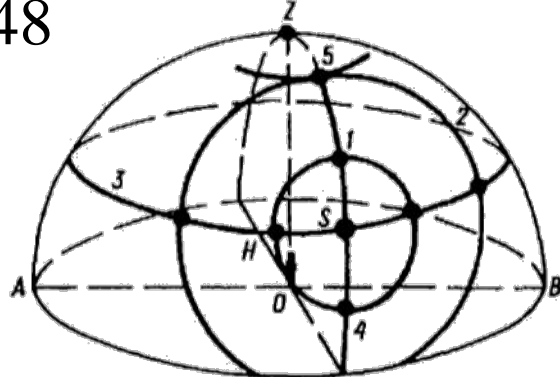


Рис. 7.5

ний колір, $n = 1,31$, то за до-
могою формули (2.11) знаходи-
мо, що кут найменшого відхи-
лення променя дорівнює 22° .

На рис. 7.5 показано загальну картину гало. У центрі небосхилу O , який зображено у вигляді півсфери, знаходиться спостерігач. Точки Z і S вказують розміщення відповідно зеніту і Сонця для спостерігача, відрізок AB — лінію горизонту. В загальному випадку можна спостерігати

такі явища. Малий круг гало 1, центр якого збігається з центром видимого розміщення Сонця; його кутовий радіус дорівнює 22° . Великий круг гало 2 і круг 1 концентричні, круг гало 2 має кутовий радіус 46° . Світлий круг 3 паралельний горизонту і проходить через видиме розташування Сонця. Кільце 4 розміщене у вертикальній площині й також проходить через видиме розташування Сонця. Круги 3 і 4 утворюють стовпи, які за формою подібні до хрестів. Вертикальні стовпи утворюються внаслідок відбивання і заломлення світла в горизонтально розміщених кристалах, які повільно падають і обертаються навколо горизонтальної осі.

Коли значна кількість кристаликів льоду у вигляді парашутиків повільно опускається, то у разі низького розміщення Сонця над горизонтом сонячні промені, заломлені гранями шестигранних призм, потрапляють в око під кутом 22° до напрямку на Сонце і створюють вертикальні стовпи з обох боків від Сонця. Ці стовпи в перетині з кругом 3 з обох боків Сонця утворюють два несправжніх Сонця.

Іноді тихим морозним ранком можна спостерігати над яскравим Сонцем, що піднімається над горизонтом, льодяні голки, що поблискують в його промінні, а зверху і знизу від Сонця — світні стовпи. Ці стовпи самі по собі кольору не мають, але коли Сонце стає жовтим, оранжевим або червоним, вони набирають того самого відтінку.

Навколо Сонця або Місяця можна спостерігати одне або кілька райдужних кілець, які називаються вінцями. Центр вінців збігається з центром світила, навколо якого вони виникають. Утворення вінців зумовлене дифракцією світла на водяних краплинах прозорих хмар, які знаходяться між світилом і спостерігачем. Не слід змішувати вінці з гало. Кутовий діаметр вінців значно менший від діаметра гало і становить $1-6^\circ$.

До оптичних явищ належить також мерехтіння зірок. Воно зумовлене випадковими змінами густини середовища, що приводить до зміни його показника заломлення.

Від зірки до Землі поширюється плоска світлова хвиля (промені пара-
лельні). Внаслідок випадкових змін густини атмосфери Землі відбуваються

відповідні зміни її показника заломлення. Це приводить до зміни форми фронту хвилі (рис. 7.6). Оскільки промені нормальні до фронту, то в місцях виступів вони розходяться й яскравість цих ділянок зменшується, а в місцях впадин промені сходяться і яскравість відповідно збільшується. Оскільки зміни показника заломлення в атмосфері мають випадковий характер, то спостерігається мерехтіння зірок. Це явище характерне тільки для зірок, оскільки їх можна побачити у вигляді світних точок під кутом не більшим $0,05''$. Планети не мерехтять, так як видно їх під кутом десятків кутових секунд. Тому світло від ділянок хвильового фронту, яким відповідає менша інтенсивність світла, буде перекриватись світловим потоком від ділянок хвильового фронту, яким відповідає більша інтенсивність світла.

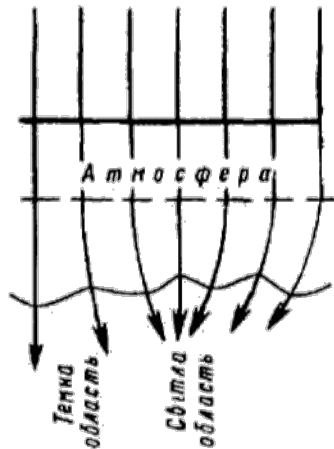


Рис. 7.6

Приклад 7.1. Показати, що кут між прямою, яка проходить через око спостерігача і Сонце, та напрямом від спостерігача до зовнішньої поверхні дуги райдуги має значення 42° .

Розв'язання. Розглянемо хід променів від Сонця через краплину води. Сонячний промінь, який падає на краплину в точці A під кутом i , заломлюється на поверхні краплини під кутом r , потім відбивається в точці B і знову заломлюється в точці D , виходячи з краплини під кутом i (рис. 7.7). Із трикутника ABC можна записати $r = (i - r) + \gamma/2$, звідки

$$\gamma = 4r - 2i. \quad (1)$$

Тоді кут відхилення променя ε дошового краплиною дорівнює

$$\varepsilon = \pi - \gamma = \pi - 4r + 2i. \quad (2)$$

Проведемо дослідження (2) на екстремум

$$\frac{d\varepsilon}{di} = 4 \frac{dr}{di} + 2 = 0. \quad (3)$$

Шляхом диференціювання співвідношення $\sin i = n \sin r$ одержимо

$$\frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{n \cos r} = \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i}} \quad (4)$$

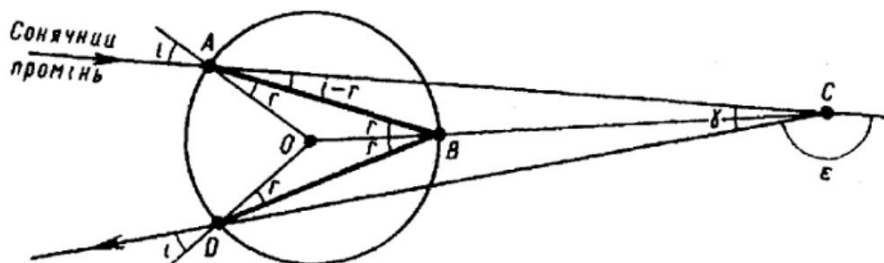


Рис. 7.7

Підставимо (4) у (3)

$$\frac{dc}{di} = -4 \sqrt{\frac{1 - \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i}} + 2 = 0.$$

Для $n = 1,33$ маємо

$$\sin i = \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}} = 0,86; \quad i \approx 60^\circ, \quad \text{а } r \approx 40^\circ 30'.$$

Підставимо ці значення в рівняння (2). Тоді

$$\epsilon = 180^\circ - 162^\circ + 120^\circ = 138^\circ, \quad \text{а } \gamma = 42^\circ.$$

Під кутом 42° промені знають, найменшого відхилення, тому найбільша інтенсивність буде спостерігатись для цього кута. Оскільки, кут між лінією, яка проходить від Сонця через око спостерігача, і променем, що виходить, із крапинки і потрапляє в око, дорівнює 42° .

Внаслідок дисперсії показника заломлення води червоні промені будуть відхилятися менше ніж фіолетові. Тому райдуга є дугою, розкладеною в спектр, внутрішня сторона якої має фіолетовий колір, а зовнішня — червоний.

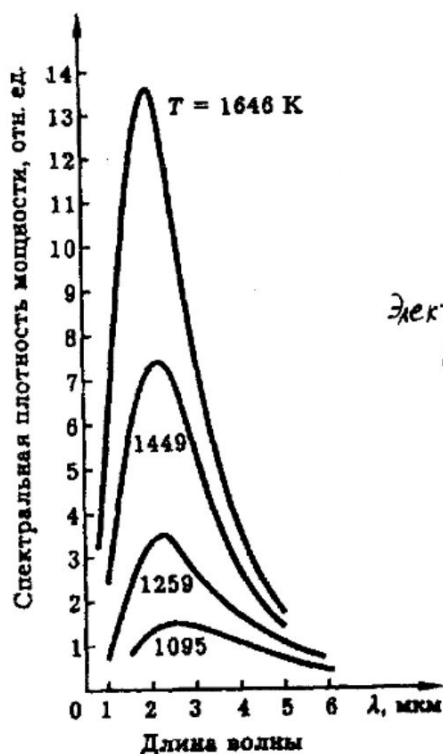
Теплове випромінювання

Т.в. – це світло (не обов'язково – видиме, і в основному – невидиме людським оком), яке випромінюється нагрітим тілом (сонячне світло, полум'я свічки, ІЧ випромінювання тіла людини, паяльника, світло і тепло від лампи розжарювання, ел. дуги тощо).

Основні експериментальні факти:

1) Нагріті тіла світяться. Яскравість світіння збільшується із збільшенням температури (T). Від T залежить і колір світла, що випромінюється.

2) Світло від нагрітого тіла має широкий, суцільний спектр.



Люммер та Прингсгейм, 1899 р.

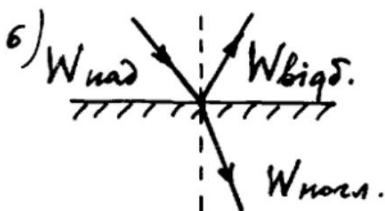
Потужність теплового випромінювання вимірюють, наприклад, за допомогою термонари або болометра

52 Поглинальна здатність тіл

Поглин.
здатність $\alpha = \frac{dW_{\text{погл.}}(\nu, \nu + d\nu)}{dW_{\text{пад.}}(\nu, \nu + d\nu)}$

W - енергія
світл. потоку

- 1) α - безрозмірна величина
- 2) $0 \leq \alpha \leq 1$
- 3) $\alpha = \alpha(\nu, T)$
- 4) У різних тіл функції $\alpha(\nu, T)$ - різні
- 5) Коли $\alpha = 0$ - "абс. біле тіло"
- Коли $\alpha = 1$ - "абс. чорне тіло" (а.ч.т.)



$$W_{\text{пад.}} = W_{\text{погл.}} + W_{\text{відб.}}$$

Абсолютно чорне тіло

А.ч.т. - тіло, здатне поглинати все падаюче на нього випромінювання довільної λ при довільній температурі (T).

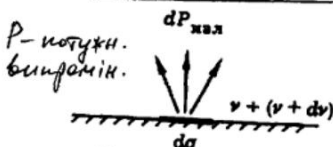
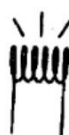
Для а.ч.т. $\alpha(\nu, T) = 1$ для довільних ν та T .

В природі а.ч.т. не існує. А.ч.т. - ідеалізація, але можна знайти дуже близькі за своїми властивостями до а.ч.т. тіла: сажа, чорний оксид, коруваті тіла. В основі - багаторазове відбиття, яке



забезпечує сильні поглинаючі властивості. Маленький отвір в кодуванні з ідеально відбиваючими поверхнями, які не прозорі для ел.м. випромінювання. На виході випромінювання має майже нульову потужність.

Випромінювальна здатність тіл

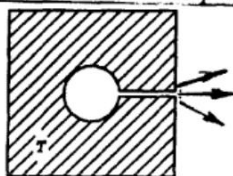
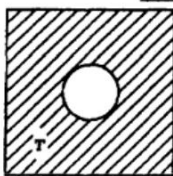


$$\left. \begin{aligned} dP_{\text{випр.}} &\sim dV \\ dP_{\text{випр.}} &\sim d\sigma \end{aligned} \right\} \Rightarrow dP_{\text{випр.}} = \epsilon \cdot dV \cdot d\sigma$$

ϵ - випромінювальна здатність тіла.

Дослід показує, що $\epsilon = \epsilon(\nu, T)$ (як і поглинальна здатність). Але $\epsilon(\nu, T)$ - розмірна величина (на відміну від $\alpha(\nu, T)$): $[\epsilon] = \text{Вт} \cdot \text{с} / \text{см}^2$.

Рівноважне теплове випромінювання



в стаціонарних умовах, коли T тіла підтримується постійною, в порожнині

(рос. "попасть") характеристики теплового випром. знаходяться в рівновазі із нагрітим тілом (самим порожниною, в даному випадку). Рівноважне теплове випромінювання - таке, що знаходиться в тепловій рівновазі з нагрітим тілом. Отвір зроблений для вимірювання α -ик випромінювання.

Порушення рівноважного стану означає, що тіло починає нагріватися або охолоджуватися.

Закон Кірхгофа

В 1859 р. Кірхгоф встановив, що в стані теплової рівноваги відношення $\frac{\epsilon(\nu, T)}{\alpha(\nu, T)}$ не залежить від природи тіла:

$$\frac{\epsilon(\nu, T)}{\alpha(\nu, T)} = \rho(\nu, T) = i n^2$$

Закон
Кірхгофа

$\rho(\nu, T)$ - універсальна (однкова для всіх тіл)
функція густоти (ν) та температури (T).

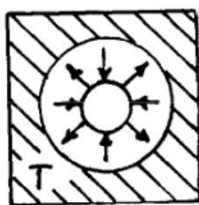
$\rho(\nu, T)$ - випромінювальна здатність а.ч.т.

Це випливає з того, що для а.ч.т. $\alpha(\nu, T) = 1$.

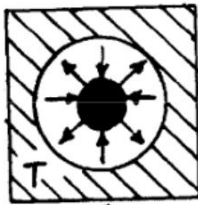
Значить $\rho(\nu, T) = \epsilon(\nu, T)$ для а.ч.т.

Закон Кірхгофа, виведений спочатку із уявлень т/рм.
теоретично, потім підтверджений експериментально.

Уявний експеримент, що демонструє справдлив-
ість закону Кірхгофа



а.



б.

а - біла крейда в порожнині;
б - чорний вугілля в порожн.

В стані теплової рівноваги

$$dW_{\text{погл}} = dW_{\text{випр.}} \quad (1)$$

За визначенням:

$$\left. \begin{aligned} dW_{\text{погл}} &= \alpha \cdot dW_{\text{пад}} \\ dW_{\text{випр.}} &= \epsilon \cdot d\nu \cdot d\sigma \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$(2) \rightarrow (1): \alpha \cdot dW_{\text{пад}} = \epsilon \cdot d\nu \cdot d\sigma \quad (3)$$

Пробке тіло (білу крейду) замінили на будь-яке
інше тіло такого ж розміру і форми, але з іншого
матеріалу, наприклад, з чорного вугілля.

Х-ки темп. випромінювання залишаються незмін-
ними: пробні тіла мають розміри достатньо малі ко-
рівняно з термостатом і не впливають на х-ки
темп. випр. в порожнині.

В II випадку на елемент поверхні до тіла в межах
тієї ж смуги частот $d\nu$ падає випромін. тієї ж потуж-
ності $dW_{\text{пад}}$, що і в I випадку. Формули (2), (3)

залишаються в силі, хоча і з іншими значеннями коеф. α та ϵ . Але тоді, щоб (2), (3) залишались істин., необхідно, щоб $\frac{\epsilon}{\alpha} = \text{const}$, що і складає зміст закону Кірхгофа.

Експеримент, що демонструє зв'язок між випромінювальною та поглинальною здатністю

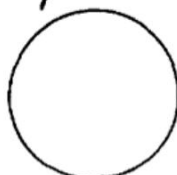
Фарфорова (біла) тарілка з малюнком (темний хрест).



а.



б.



в.

(темний хрест).
а - світлиня кауї-
тої в мурелітї
неї до $T \sim 1000^\circ\text{C}$

в затемненій аудиторії;

б - вигляд тієї ж тарілки при 300 K;

в - вигляд тарілки у неї.

Висновок: $\alpha \sim \epsilon$. Це витікає із закону Кірхгофа і підтверджує його.

Закон Стефана - Больцмана

1879 р. Старан встановив, що експериментально визначена величина інтегральної (просумованої по всіх частотах) випромінюючої здатності

$$E(T) = \int_0^\infty E(\nu, T) d\nu = \sigma T^4 \quad (\text{А}) \text{ закон Стеф.-Больцман}$$

Больцман^о в 1884 р. довів, що де σ - стала

формула (А) має місце не для всіх тіл, а лише для а.ч.т. Уз досліду було визначено $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$

$$\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{град}^4}$$

Вільгельм Він
1893 р.

$\rho(\nu, T)$ - функція
2-х аргументів

$F(\frac{\nu}{T})$ - функція
одного аргумента

Формула Віна і закон змищення Віна

1893 р. Він, спираючись на закони т/дкн та ал/дкн, визначив x -ер залежності для випромін. здатності: $E(\nu, T) = C^1 \cdot \nu^3 \cdot F(\frac{\nu}{T})$ (В) формула Віна (I) а.з.т.
де C^1 - стала; $F(\frac{\nu}{T})$ - деяка функція, вигляд якої Вінку не був відомий.

Висновки: ① Введемо функцію $E(\lambda, T)$.

$E(\nu, T) \cdot d\nu = E(\lambda, T) \cdot d\lambda = d\Phi$ - світловий потік, який припадає на інтервал $d\nu$ або відповідно на інтервал $d\lambda$

$$\nu = \frac{c}{\lambda}; \quad d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda; \quad \frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$$

$$E(\lambda, T) = E(\nu, T) \cdot \frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{c}{\lambda^2} \cdot E(\nu, T) \quad (1)$$

Тобто при переході від кривої $E(\nu, T)$ до кривої $E(\lambda, T)$ вигляд кривої змінюється (трансформується) \Rightarrow
Не можна записати: $\nu_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\max}} \Rightarrow \nu_{\max} \neq \frac{c}{\lambda_{\max}}$

(В) \rightarrow (1): $E(\lambda, T) = C^1 \frac{c^4}{\lambda^5} \cdot F(\frac{c}{\lambda \cdot T})$ (В') формула Віна (II)

Продиф. (В'):

$$\frac{dE(\lambda, T)}{d\lambda} = -C^1 \frac{5 \cdot c^4}{\lambda^6} \cdot F(\frac{c}{\lambda \cdot T}) - C^1 \frac{c^5}{\lambda^5 \cdot T} \cdot F'(\frac{c}{\lambda \cdot T})$$

Послідиємо на extr. : $\frac{dE(\lambda, T)}{d\lambda} = 0$

$$5 \cdot F(\frac{c}{\lambda_m \cdot T}) + \frac{c}{\lambda_m \cdot T} \cdot F'(\frac{c}{\lambda_m \cdot T}) = 0 \quad (2)$$

де λ_m - зазначені довж. хв. випр., при якому випромін. здатність приймає тах значення.

(2) - диф. рівняння I порядку. Чого розв'язок:

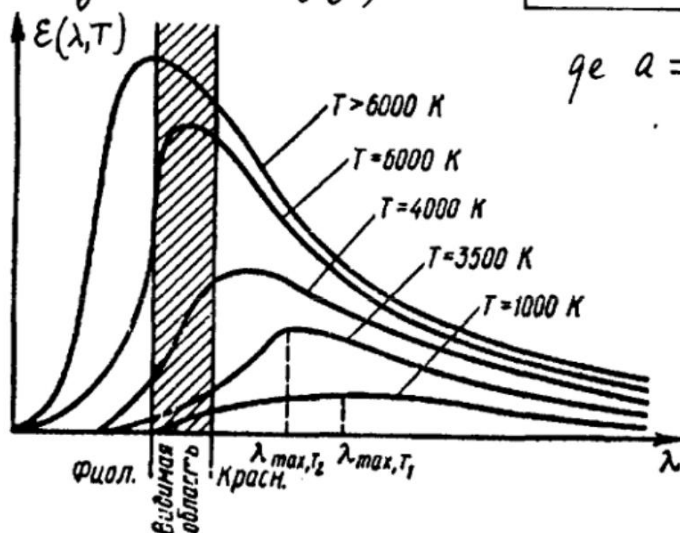
$$\frac{c}{\lambda_m \cdot T} = \text{const} \Rightarrow \boxed{\lambda_m \cdot T = b} \quad \text{Закон змещення} \quad (3)$$

② Отримано макс. значення випромін. здатк (E_m).

$$(3) \rightarrow (B'): E_m(\lambda_m, T) = \frac{c^4}{\lambda_m^5} \cdot F\left(\frac{c}{\lambda_m \cdot T}\right) \cdot \alpha =$$

$$= \frac{c^5}{b^5} \cdot T^5 \cdot F\left(\frac{c}{b}\right) \cdot \alpha = \boxed{a \cdot T^5 = E_m(\lambda_m, T)} \quad (4)$$

$$\text{де } a = \alpha \cdot \frac{c^5}{b^5} \cdot F\left(\frac{c}{b}\right) = \text{const.}$$



Спектральна густина рівноважного теплового випромінювання

$$u(\omega, T) = \frac{dW}{V \cdot d\omega}; \quad u(\omega, T) - \text{ен. рівноважн. темп.}$$

випромінювання при темп. T , яка припадає на од. об'єму простору в елементарному інтервалі частот $d\omega$ поблизу ω ;

dW - ен. темп. випр. в об'ємі V і смужі частот від ω до $\omega + d\omega$.

Закон випромінювання Релея-Джинса.

8.

Підхід Релея до вивчення теплового випромінювання - з статистичної фізики (не з термодинаміки, як у всіх).

$$\text{Умова стоячої хвилі } L = m \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{m}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \frac{c}{\nu} = \frac{2L}{m} \Rightarrow \nu = m \frac{c}{2L}$$

За Релеєм число власних частот, які вкладаються в інтервалі $\nu, \nu + d\nu$ пропорц. об'єму порожнини V , квадрату n -ти ν^2 та ширині інтервалу $d\nu$:

$$dN \sim V \cdot \nu^2 \cdot d\nu$$

На одну коливальну ступінь свободи 6 клас. фізиці крипає ек. kT ($\frac{1}{2}kT$ -на кін. ен. і $\frac{1}{2}kT$ -на потенц. ен.): $u(\omega, T) \sim \omega^2 \cdot kT$

Джінс продовжив ідею Релея, знайшов коеф. і визначив, що

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT$$

Формула
Релея-Джинса

(закон випромінювання Релея-Джинса)

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi \nu^2}{c^2} \cdot kT$$

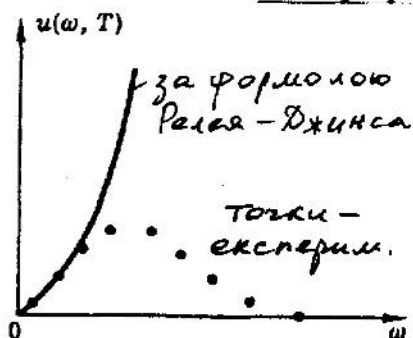
Узгоджується в обл. низьких частот.
з експериментом

Закон випромінювання Віна

В.Він (1896 р.) припустив, що випромінювання має розподіл за частотами, аналогічний максвелівському розподілу швидкостей молекул в газі:

$$u(\omega, T) = C_1 \cdot \omega^3 \exp\left(-\frac{\gamma \cdot \omega}{T}\right) \quad \text{де } C_1 \text{ та } \gamma - \text{сталі коеф.}$$

Ця функція має максимум і добре узгоджується із експериментом в області високих частот (далеко від максимуму).



$$u(\omega, T) \sim \omega^2$$

Необмежений зріст спектр.
щільності тепл. випр. в обл.
високих частот - абсурд!

Абсурд і те, що получається

$$\int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega = \infty$$

Формула Планка

Наприкінці 1900р. в дослідженнях тепл. випромін.
склалась така ситуація: були проведені точні
експерим. вимірювання $u(\omega, T)$ Люммером та
Прингсгеймом, були відомі ф-ла Релея-Джинса,
яка описувала поведінку $u(\omega, T)$ в обл. НЧ, та
формула Віна, яка добре узгоджувалась з експер.
в обл. середніх та високих частот:

$$u(\omega, T) \sim \begin{cases} \omega^2 T, & \text{коли } \omega \rightarrow 0 \text{ (закон Релея-Дж.)} \\ \omega^3 e^{-\hbar\omega/T}, & \text{коли } \omega \rightarrow \infty \text{ (закон Віна).} \end{cases}$$

М.Планк намагався побудувати (вивести) вираз,
який об'єднував би НЧ та ВЧ області спектра.
Планк придумав декілька формул, які задоволь-
няли би цій умові, серед яких була одна, яка
вражала своєю красою та незвичайністю. В су-
часних позначеннях, ця формула має вигляд

$$u(\omega, T) = \frac{1}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\hbar \omega^3}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

Формула Планка

$$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-27} \text{ ерг} \cdot \text{с}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Висновки із формули Планка

1.

① Атоми, які утворюють стінки нагрітій порожнини, в якій знаходиться рівноважне теплове випром., здатні випромінювати і поглинати світло данної частоти ω не в будь-якій кількості, а лише дискретними порціями (квантами) з ек. $E_0 = \hbar\omega = h\nu$.

② Розв'язується парадокс Релея-Джинса ("УФ катастрофа").

ВЧ світло ($\omega \rightarrow \infty$) може випромінювати лише достатньо великі порції (кванти) енергії. В умовах, коли $\hbar\omega \gg kT$, в стінках порожнини не знаходиться атомів, здатних випромінювати ВЧ кванти: теплової ек. атомів, яка має порядок kT , буде для цього надто мало. Таким чином, при $\omega \rightarrow \infty$ спектр. густина випр. $u(\omega, T) \rightarrow 0$. Це знаходить-ся у повній відповідності з експериментом.

В НЧ обл. спектра, коли $\hbar\omega \ll kT$, дискретність випромінювання не буде грати суттєвої ролі. Ось тому в НЧ обл. спектра (коли $\omega \rightarrow 0$) справедлива класична теорія.

③ Середнє значення енергії осцилятора, яка припадає на 1 ступінь свободи, в дійсності, не є великою сталою, як в класичній фізиці для коливань - kT , а залежить від частоти ω . Із збільшенням ω ця енергія зменшується.

④ Із формули Планка можна вивести закон Релея-Джинса: в обл. малих частот і/або великих температур, коли $h\nu \ll kT$, експоненту можна розкласти в ряд: $e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots$

Тоді $u(\nu, T) = \frac{1}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{h\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{1}{\pi^2 c^3} \frac{h\nu^3}{1 + \frac{h\nu}{kT} - 1} = 2.$

$$= \frac{kT}{\pi^2 c^3} \cdot \nu^2 \text{ — закон Релея-Джинса}$$

5. Уз формули Планка можна вивести закон Стефана-Больцмана: $\frac{dW}{dV} = \int_0^\infty u(\omega, T) d\omega = \frac{h}{\pi^2 c^3} \int_0^\infty \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\frac{h\omega}{kT}} - 1} =$

$$= \frac{h}{\pi^2 c^3} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \cdot \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \text{const} \cdot T^4 \quad u(T) = \sigma \cdot T^4$$

$\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15} \text{ табл. інтегр.}$

$\sigma = \frac{\pi^2 \cdot k^4}{15 h^3 c^3} = 7.55 \cdot 10^{-15} \text{ ерг. см}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$

6. Уз формули Планка можна вивести закон зміщення Віна: $u(\omega, T) \cdot d\omega = u(\lambda, T) \cdot d\lambda \quad (1)$

$$u(\lambda, T) = u(\omega, T) \cdot d\omega/d\lambda \quad (2)$$

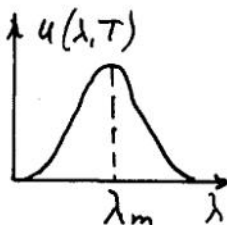
Підставимо формулу Планка в (2):

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi^5 h}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

$$\frac{\partial u(\lambda, T)}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \frac{x \cdot e^x}{e^x - 1} = 5 \quad (3)$$

де $x = \frac{hc}{kT\lambda_m}$. Розв'язком трансцендент. р-ня (3) є:

$$x = 4,965. \text{ Таким чином, } \lambda_m = \frac{hc}{4,965 kT} = \frac{0,29 \text{ см} \cdot \text{К}}{T(\text{К})}$$



Світловий квант

$E = h\nu$ - мінімум порції енергії коливань (хвилі) з частотою ν , яка м.б. поглинена або випромінена при переході осцилятора із одного енергетичного стану в інший.

Квант енергії прямо пропорційний частоті світла.

М. Планк (1900 р.) приписав цю властивість середовищу. А. Ейнштейн (1905 р.) розвинув цю ідею і поширив квантованість енергії і на випромінювання (світло). Він ввів поняття фотон - квант світла. Не тільки енергія $E = h\nu$, але і імпульс $p = h\nu/c$.

Зв'язок між хвилювими (ν та λ) та корпускулярними (E та p) х-камм. Дуалізм хвиля-частинка.

Луї де Бройль (1924 р.) узагальнив дуалізм на всі матер. тіла: кожному тілу з масою m , яке рухається із швидкістю v , можна співставити довж. хвилі λ та $\lambda_B = h/mv = h/p$.

Девісон та Джермер (1927 р.) експериментально спостерігали дифракцію електронів.

Оптичні переходи. Квантова модель атома.

Н. Бор (1913 р.) сформулював 2 постулати:

1. Існують стаціонарні стани атомів, в яких вони не випромінюють і не поглинають. В цих станах атоми мають енергії, які утворюють дискретний ряд W_1, W_2, \dots (енергетичні рівні).

2. Світло, яке поглинається або випромінюється атомом при переході із стаціонарного рівня енергії W_m на рівень з енергією W_n , є монохроматичним,

якого частота ω визначається з умови

$$W_m - W_n = \hbar \omega$$

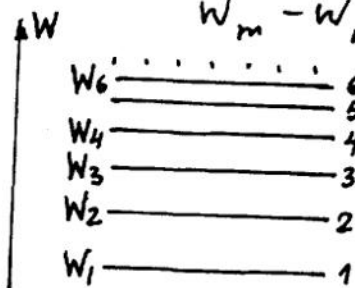


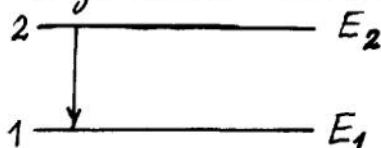
Схема енергетичних рівней атома.

Якщо атом змінює свою енергію з більшої на меншу ($m > n$), то відбувається ви-

промінювання світла. Якщо перехід відбувається з нижнього рівня на вищий рівень ($m < n$), то він викликає поглинання світла іззовні.

Такі переходи називаються оптичними переходами. Спонтанне та вимушене випромінювання, поглинання

Познаємо число атомів, які знаходяться в стані



з енергією E_1 через N_1 , а число атомів з ен. E_2 через N_2 . В стані теплової рівноваги заселеності рівнів підпорядковані розподілу Больцмана $N_i = \text{const} \cdot e^{-E_i/kT}$ (1)

Рівняння системи взаємодії із випромінюванням, частота якого підпорядкована умові Бора $E_2 - E_1 = \hbar \omega$ (2)

За Ейнштейном (1915 р.) можливі такі типи радіаційних процесів:

1. Спонтанне випромінювання

В момент часу t збуджений атом знаходиться на енерг. рівні E_2 . Через деякий час Δt атом може залишитись у збудженому стані або може

5.

самодовільно (спонтанно) перейти в нижній ен. стан з ен. E_1 . При цьому випромінюється фотон з ен. $h\nu = E_2 - E_1$.

Спонтанне випромінювання здійснюється незалежно від дії зовнішнього випромінювання. Не можна бути впевненим, що перехід відбувається, про це можна стверджувати лише з певною достовірністю.

Спонтанний перехід - випадкова подія.

Імовірність спонт. переходу в од. часу - $A_{21}^{\text{спонт}}$.

$$A_{21}^{\text{спонт}} = 1/\Delta t \quad (3) \quad \Delta t - \text{середня тривалість}$$

Спонтанні переходи одного і того ж атома в стані E_2 атома в різні моменти часу, а також різних атомів в один і той же час ніяк не пов'язані між собою: між фазами та амплітудами спонтанно випромінених хвиль не існує ніякої закономірності, тобто спонтанне випромінювання - некореговане.

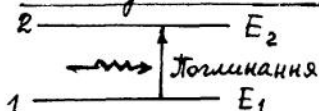
$Z_{21}^{\text{спонт}}$ - число спонтанних переходів атома з верхнього рівня 2 на нижній рівень 1 за одиницю часу пропорційно числу атомів на верхньому рівні:

$$Z_{21}^{\text{спонт}} = A_{21} \cdot N_2 \quad (4)$$

де A_{21} - коеф. Ейнштейна \equiv ймовірність спонтанних переходів

Примітка: Крім оптичних переходів, є неоптичні переходи (рос. - "безизлучательные"), коли перехід атому з одного енерг. стану в інший здійснюється при співударях атомів і ніяке випромінювання в цьому не задіяне.

2. Вимушене поглинання



Потреба випромінювання (його діє на атом) може привести до переходу

атома у збуджений стан. Цей процес наз. поглинанням індукованим, або вимушеним. Його інтенсивність пропорційна щільності випромінювання, що викликало цей перехід

$$Z_{12}^{ind} = B_{12} \cdot N_1 \cdot u(\omega, T) \quad (5)$$

Коєф. B_{12} теж наз. коєф. Ейнштейна \equiv ймовірність поглин. вимушене (індукване) випромінювання

Ейнштейн постулював оіт. переходи з верхнього енерг. рівня на нижній рівень під дією зовнішнього випромінювання.

Такі оіт. переходи називаються вимушеними, або індукованими переходами з випромінюванням.

Послід показує, що кл.м. випр., яке викликає вимушеним переходом, повністю тотожне випромінюванню, яке викликало цей перехід; тобто в обох випадках частота, напрямок розповсюдження та поляризація однакові. Вимушене і вимушуюче випромінювання - когерентні.

Ймовірність цього процесу $Z_{21}^{ind} = B_{21} \cdot N_2 \cdot u(\omega, T)$. (6)

В стані рівноваги переходи, що супроводжуються випромінюванням і поглинанням квантів світла, повинні зрівноважувати один одного (за визначенням):

$$Z_{21}^{спонт} + Z_{21}^{ind} = Z_{12}^{ind} \quad (7)$$

$$(4), (5), (6) \rightarrow (7): A_{21} \cdot N_2 + B_{21} \cdot N_2 \cdot u(\omega, T) = \quad (8)$$

З урахуванням (1) та (2) із (8): $\{ = B_{12} \cdot N_1 \cdot u(\omega, T)$

$$u(\omega, T) = \frac{A_{21}/B_{21}}{\frac{B_{12}}{B_{21}} \cdot e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad (9)$$

7.
Відношення коер. Ейнштейна можна знайти із розгляду граничних випадків:

а) Якщо $T \rightarrow \infty$, то $u(\omega, T) \rightarrow \infty$, а населеності рівнів будуть вирівнюватись: $N_1 \rightarrow N_2$.

При цих умовах із (8) випливає, що $B_{12} = B_{21}$ (10)

б) Якщо $\omega \rightarrow 0$, то $\hbar\omega \ll kT$, тобто квантова структура не проявляється і для спектр. щільності випромінювання справедлива класична формула Релея-Дж.::

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT \quad (11)$$

При умові $\omega \rightarrow 0$ із (9), враховуючи, що $B_{12} = B_{21}$, випливає:

$$u(\omega, T) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \cdot \frac{kT}{\hbar\omega} \quad (12)$$

Порівнюючи (11) та (12), знаходимо, що

$$(13) \quad \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}$$

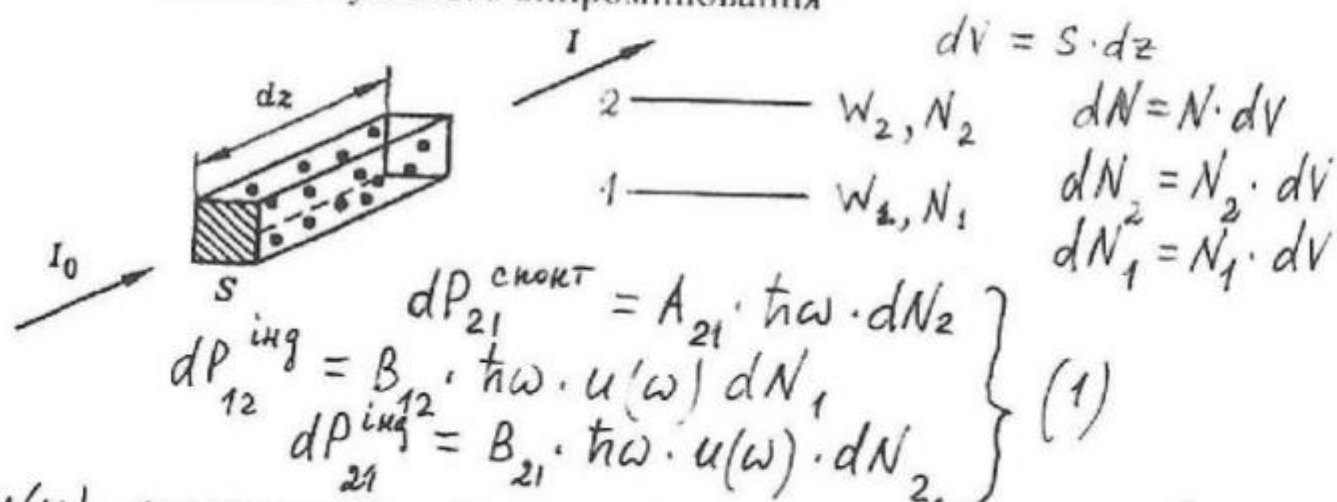
(10), (13) \rightarrow (9):

$$u(\omega, T) = \frac{1}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\hbar\omega^3}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}$$

Це є формула Планка. Ми вивели формулу Планка. (Формулу Планка вивів Ейнштейн. Планк її вгадав, підібрав і відібрав із всіх можливих).

Лазер

Laser – абревіатура фрази “Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation” – “Підсилення світла за рахунок емісії вимушеного випромінювання”



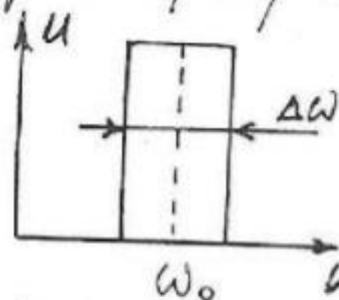
$u(\omega)$ – спектральна густина падаючого випромінювання.

Повна потужність

випромінюв. даного елементу $dP = \frac{\text{на частоті } \omega}{dP_{21}^{\text{сп}} + dP_{21}^{\text{інг}} - dP_{12}^{\text{інг}}}$

Будемо вважати, що спектр випромінювання має (2)

прямокутну апроксимацію



$$Y = C \cdot u \cdot \Delta \omega$$

$$dY = \frac{dP}{S}$$

$$dY = \left[A_{21} N_2 + (B_{21} N_2 - B_{12} N_1) \frac{Y}{C \cdot \Delta \omega} \right] \hbar \omega \cdot dz \quad (3)$$

Взаємодія світла з атомами відбувається в двох зустрічних напрямках:

1) Атоми, які знаходяться в осн. стані W_1 , поглинаючи зовнішнє випромін. з ен. $\hbar \omega = W_2 - W_1$, переходять у збуджений стан. Ймовірність такого процесу $\sim B_{12}$.

2) Атоми, які знаход. у збудж. стані W_2 , під дією зовн. випромін. з ен. $\hbar \omega = W_2 - W_1$ вимушеним чином переходять в основний стан, тобто випромінюють квант $\hbar \nu = W_2 - W_1$. Ймовірність цього процесу $\sim B_{21}$.

Будемо вважати, що інтенс. світла досить велика, щоб знехтувати спонтанним випромінюванням $\Rightarrow A_{21} = 0$

Позначимо $B_{12} = B_{21} = B$

$$\text{Тоді } dI = B(N_2 - N_1) \cdot \frac{I}{c \cdot \Delta\omega} \cdot h\nu \cdot dz = G \cdot I \cdot dz \quad (4)$$

$$\text{де } G = B(N_2 - N_1) \cdot \frac{h\nu}{c \cdot \Delta\omega} \quad (5)$$

$$3(4): \quad I(z) = I_0 e^{Gz} \quad (6)$$

Висновки: 1) інтенсивність $I(z)$ змінюється по екр;

2) знак показника екр залежить від знаку $(N_2 - N_1)$.

Якщо середовище знаходиться в стані теплової рівноваги, то $\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{h\nu}{kT}}$ (за Больцманом) (7)

Якщо $T = 300\text{K}$; $\omega = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda}$; $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$, то

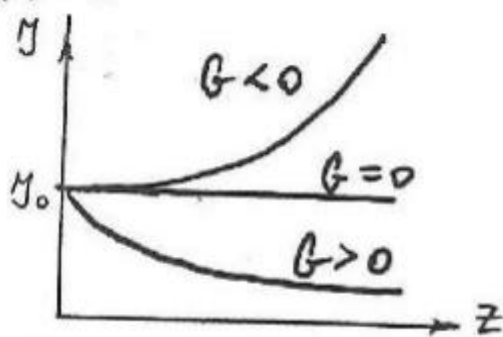
$\frac{h\nu}{kT} \sim 10^3 \Rightarrow$ заселеність верхнього рівня, яку він

набуває в результаті теплової рівноваги, можна знехтувати:

$N_2 = 0$. Будемо вважати, що $N_1 = N$. Тоді:

$$I(z) = I_0 \cdot e^{-|G| \cdot z}, \text{ де } |G| = N \cdot B \cdot \frac{h\nu}{c \cdot \Delta\omega} \quad (8)$$

(8) - закон поглинання (закон Бугера - Ламберта).



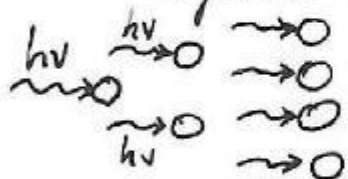
Для $G > 0$ проходження світла через середовище призводить до послаблення світла. В класичній оптиці завжди $G > 0$ - поглинання світла.

Для $G < 0$ при проходженні світла через середовище відбувається підсилення світла. ("від'ємне поглинання")

Уз (5) видно, що $G < 0$, коли $N_1 < N_2$.

Стан, коли $N_2 > N_1$, наз. інверсним станом, або станом із "від'ємною температурою". Ця формальна назва походить із того, що із (7) $\rightarrow T = \frac{W_1 - W_2}{k \cdot \ln \frac{N_2}{N_1}}$ (9)
Якщо $N_2 > N_1$ (при тому, що $W_1 - W_2 < 0$), то має місце умова, що $T < 0$ ("від'ємна" т-ра).
Середовище із інверсною заселеністю назив. активним.
Для 2-хрівневої системи за допомогою оптичної накачки отримати інверсну заселеність не можна.

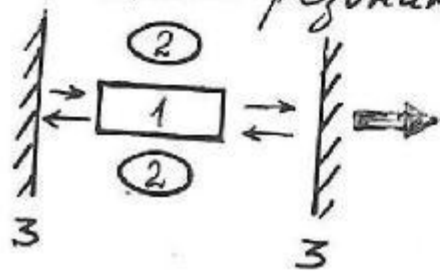
Через те, що в активному середовищі переважають акти вимушеного випромінювання, число фотонів зростає лавиноподібно:



Інвертований стан створюють різними способами: оптична накачка, електр. розряд, електр. струм, хімічна реакція.

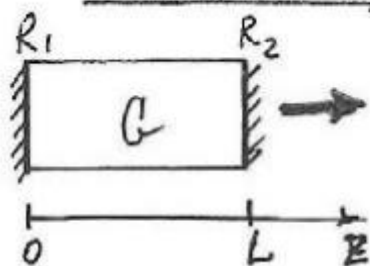
Інвертовану заселеність застосовують в лазерах. (для генерації або підсилення світла).

Щоб із режиму підсилення перейти до режиму генерації світла, потрібно використати зворотній зв'язок. В лазерах зворотній зв'язок здійснюється за допомогою оптичного резонатора.



- 1 - активний елемент;
- 2 - система накачки;
- 3 - оптичний резонатор.

Умови самозбудження лазера



1) підсилення світла за рахунок випромінювання (індукованого) випромінювання в інвертованому середовищі повинно перевищувати величину втрат: $R_1 \cdot R_2 \cdot e^{G \cdot L} \geq 1$

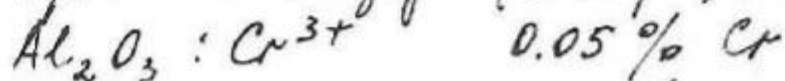
2) необхідно щоб, для виконання фазових умов,

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

При цьому фазовий набіг світлової хвилі при подвійному проходженні через р-р кратний величині 2π , що забезпечує оптимальні умови для підсилення світла.

Типи лазерів

1. Рубіновий лазер (1960 р., Мейман)



"Трирівнева" схема



Перехід без випром.

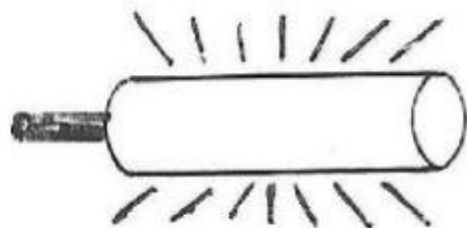
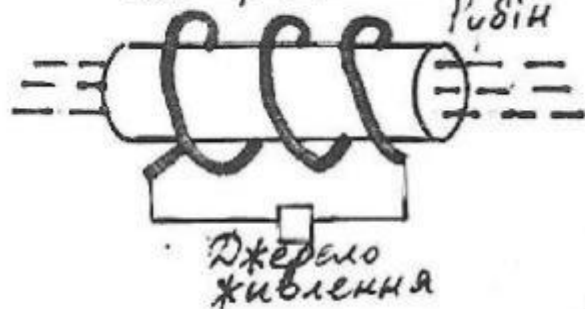
Індуковане

випромінювання, $\lambda = 6943 \text{ Å}$

Рівень 2 - метастабільний час життя на ньому $\sim 10^{-3} \text{ с}$

Тонюльська лампа Рубін

Конструкція лазера Меймана



Дослід з люмінесценцією

Кристал рубіна просвічується зеленим променем Аг-лазера вздовж осі кристалу.

Потужність імпульсної лампи накачки (оцінка) ^{12.}

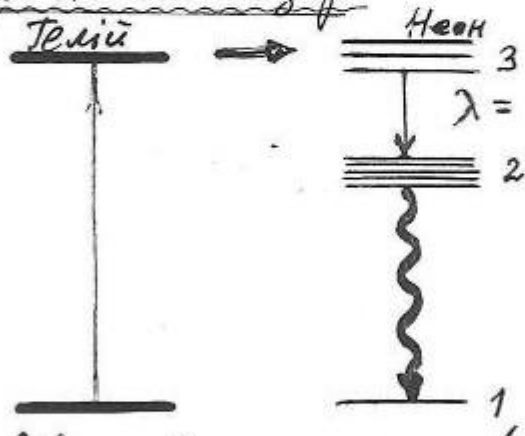
Концентрація атомів $C_A \quad N = 10^{19} \text{ см}^{-3}$

Для збудження генерації необхідно, щоб, принаймні, половина атомів C_A ($5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$) перейшла на рівень 3. На перебіг 1 атому витрачається е.к. $W_3 - W_1 = h\nu = 4 \cdot 10^{-12} \text{ ерг/атом}$. Півка е.к.: $2 \cdot 10^7 \text{ ерг} \cdot \text{см}^{-3}$. Атоми повинні перейти $3 \rightarrow 2$ за час $\Delta t \leq$ час життя атомів на рівні W_2 ($\sim 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$). Інакше спонтанне випромін. та релаксаци. процеси будуть руйнувати інверсію заселеності.

Потужність, що поглинається $P = \frac{2 \cdot 10^7 \text{ ерг}}{\text{см}^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}} = 10^{10} \frac{\text{ерг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}} = 2 \cdot 10^3 \text{ Вт/см}^3 = 2 \text{ кВт на } 1 \text{ см}^3$.

При $V = 10 \text{ см}^3$ необхідна потужність лампи накачки $P = 20 \text{ кВт}$. Енергія світла в білому світлі, необхідна для насичення переходу $1 \rightarrow 3$, складає 15%. Тому повна потужність лампи накачки $P \sim 200 \text{ кВт}$.

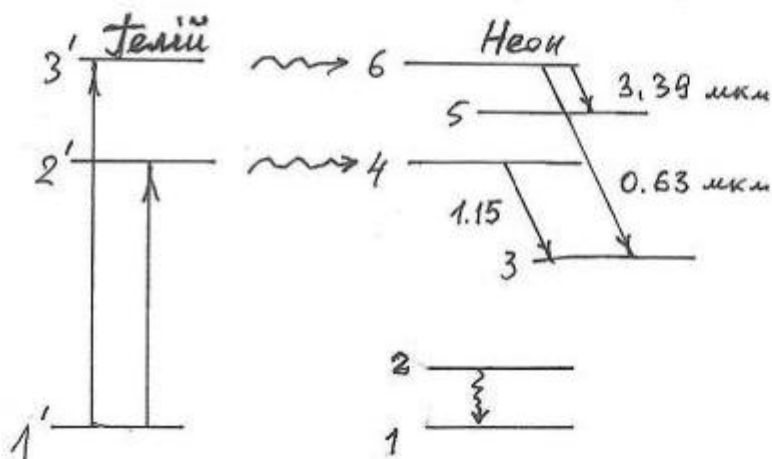
2. He-Ne лазер



"Чотирирівнева" схема
 $\lambda = 632.8 \text{ нм}$ Суміш He та Ne.

Активна ретровина - Ne.
Гелій грає допоміжну роль.
В трубці із сумішшю He-Ne підтримується постійний електричний розряд.

Рівень 2 знаходиться високо і практично пустий.
Це полегшує створення інверсії. Тому - неперервна генерація.



Механізм інверсії рівнів в He-Ne лазері див. Сивухин... стр. 724

Спектральний склад лазерного випромінювання

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L}, \quad \nu_n = n \cdot \Delta\nu \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

ν_n - власні моди резонатора (через те, що вони залежать від довжини р-ра L). Кількість збуджених власн. мод залежить від L та визначається співвідношенням між величиною міжмодового інтервалу ($\Delta\nu$)

і шириною спектральної смуги підсилювача лазера ($\Delta\nu_y$):

$$M = \frac{\Delta\nu_y}{\Delta\nu}$$

$\Delta\nu_y$ скідає з шириною спектральної лінії поглинання активного елементу лазера у відсутності інверсії заселен.

Для He-Ne лазера $\Delta\nu_y$ визначається доплеровським уширенням спектральної лінії і складає величину $\Delta\nu_y \sim 0.04 \text{ см}^{-1}$.

Для рубінового лазера $\Delta\nu_y = (2-4) \text{ см}^{-1}$

Для лазера на склі з Nd $\Delta\nu_y \sim 10^3 \text{ см}^{-1}$

Якщо $L = 50 \text{ см}$, то $\Delta\nu = \frac{1}{2L} = 10^{-2} \text{ см}^{-1}$

He-Ne лазер $M = 4$

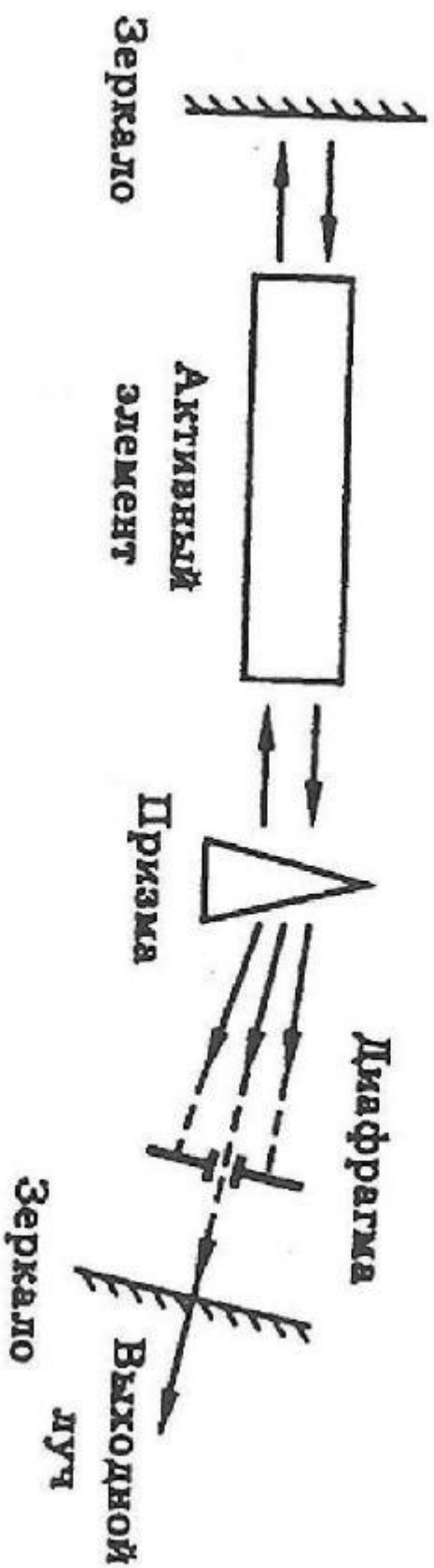
Рубін. лазер $M = 100$

Скло з Nd $M = 10^4$

Склад лазерного випромінювання - багатомодовий!

Одномодовый лазер

Частотный фильтр из дисперсионного элемента (призм-
ма, Δn , etalon $\Phi \sim 17^\circ$) + диафрагма возбуждаются
отражать однолучевый режим генерации лазера.



Найдишь выскочивший лазер - He-Ne: $\Delta \nu \sim 100 \text{ Гц}$

$$Q = \frac{\nu}{\Delta \nu} = 10^{13}$$

