

прямки звичайної та незвичайної хвиль, які виникають на межі ізо­тропне середовище – анізотропний кристал (див. приклад 8.1).

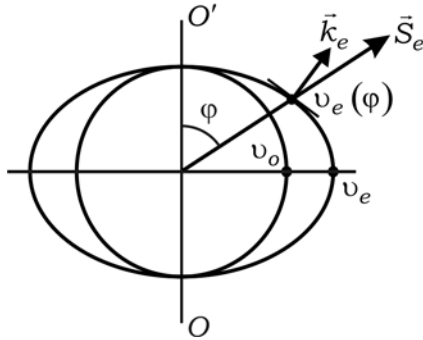


Рис. 8.8. До визначення еліпсоїда фазової швидкості для незвичайної хвилі у від'ємному анізотропному кристалі

8.3. Запитання та відповіді

8.3.1. У чому полягає явище подвійного променезаломлення?

При пропусканні вузького паралельного пучка світла через деякі кристали спостерігається явище подвійного променезаломлення: замість одного пучка в кристалі утворюються і поширюються два пучки. На виході з кристала ці два промені поширюються паралельно один одному та до падаючого (рис. 8.1). Навіть, коли вузький паралельний пучок світла падає нормально на поверхню плоско-паралельної пластинки, вирізаної із анізотропного кристала, що має властивості подвійного променезаломлення, на виході однаково отримуються два паралельних пучки.

Пучок світла, для якого начебто не виконується закон заломлення світла, назвали незвичайним (e), а той, для якого виконується, – звичайним (o). Звичайний і незвичайний промені завжди поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах: вектор \vec{E}_e лежить у площині, що утворює падаючий промінь та оптична вісь кристала, а вектор \vec{E}_o – перпендикулярний до неї. Детальні дослідження показують, що показник заломлення звичайної хвилі n_o залишається постійним для всіх напрямків поширення світла, а показник заломлення незвичайної хвилі n_e змінюється залежно від напрямку поширення світла від n_o до n_e , які називають головними показниками заломлення кристала.

8.3.2. Чи є оптична вісь певною лінією в кристалі, чи вона визначає лише напрямок у кристалі? Чи має оптична вісь певну направленість, як вектор?

Оптична вісь є напрямком у кристалі, у якому відсутнє подвійне променезаломлення, причому в обох напрямках, тобто оптична вісь не є векторною величиною (див. рис. 8.1).

8.3.3. Які кристали називають додатними, а які – від'ємними?

Одновісний кристал має хвильові поверхні у вигляді сфери та еліпсоїда обертання. Для таких кристалів можливі два випадки:

1) $n_e < n_o$ або $v_e > v_o$, коли еліпсоїд обертання для фазової швидкості v_e описаний навколо сфери для v_o (рис. 8.7). Такі кристали називають від'ємними. На практиці часто застосовують кристали ісландського шпату, що належать до від'ємних кристалів. Кристали ісландського шпату відомі тим, що серед природних одновісних кристалів, які застосовуються в оптиці, мають найбільшу різницю в показниках заломлення: для жовтого світла $n_o = 1,568$, $n_e = 1,486 \Rightarrow n_o - n_e = 0,09$.

2) $n_e > n_o$ або $v_e < v_o$. У цьому випадку еліпсоїд обертання для v_e вписується у сферу для v_o (рис. 8.7). Такі кристали називають додатними. Найбільш поширеним серед додатних кристалів є кварц.

8.3.4. *У чому полягає специфіка запису матеріальних рівнянь для анізотропних середовищ?*

В анізотропних кристалах вектор електричної індукції \vec{D} не паралельний вектору напруженості електричного поля \vec{E} . У таких випадках зв'язок між непаралельними векторами здійснюють за допомогою тензорних величин. (Згадайте, як у механіці зв'язок між моментом імпульсу \vec{L} і кутовою швидкістю $\vec{\omega}$ через скалярну величину моменту інерції I ($\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$) у випадку, коли $\vec{L} \parallel \vec{\omega}$, змінюється на зв'язок між векторами \vec{L} та $\vec{\omega}$ через тензор інерції \hat{I} у випадку, коли ці вектори непаралельні). Тому в анізотропних кристалах матеріальне рівняння набуває вигляду $\vec{D} = \hat{\epsilon} \cdot \vec{E}$, де $\hat{\epsilon}$ – тензор діелектричної проникності.

8.3.5. *Запишіть зв'язок між компонентами векторів електричної індукції та електричної напруженості в анізотропній прозорій речовині.*

В анізотропній речовині показник заломлення, а тому і діелектрична проникність ϵ , залежать від напрямку поширення світла в кристалі. Із цього випливає, що ці величини перестають бути скалярами. Математично діелектричну проникність у кристалах представляють тензором другого рангу:

$$\hat{\epsilon} = \begin{vmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{vmatrix}. \quad (8.10)$$

Дослід показує, що характер взаємодії хвилі з речовиною не змінюється при зміні напрямку поширення світла на протилежний. Це дозволяє стверджувати, що тензор симетричний, тобто $\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx}$, $\epsilon_{xz} = \epsilon_{zx}$, $\epsilon_{yz} = \epsilon_{zy}$.

Якщо пов'язати координатні осі з головними напрямками кристала, то вигляд тензора суттєво спрощується: недіагональні члени тензора набувають значень нулів, а діагональні позначають як $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$. Тоді зв'язок між компонентами векторів електричної індукції та напруженості поля представляється у вигляді

$$D_x = \epsilon_x E_x; \quad D_y = \epsilon_y E_y; \quad D_z = \epsilon_z E_z. \quad (8.11)$$

Підкреслимо, що тут $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ – діагональні елементи тензора діелектричної проникності, записаного відносно головних напрямків кристала. Знайдений вище зв'язок між векторами \vec{D} і \vec{E} через тензор $\hat{\varepsilon}$ дозволяє стверджувати, що в анізотропній речовині вони різняться не тільки за величиною, але й за напрямком.

Як відомо, вектори електричної індукції \vec{D} , магнітної індукції \vec{B} і хвильового вектора \vec{k} ортогональні і складають праву трійку векторів (рис. 8.9).

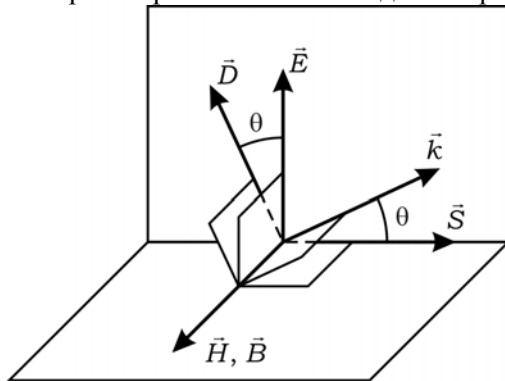


Рис. 8.9. Взаємне розташування трійок векторів $\vec{D}, \vec{B}, \vec{k}$ та $\vec{E}, \vec{H}, \vec{S}$ у додатному анізотропному кристалі

У свою чергу, потік енергії (вектор Умова – Пойнтінга) $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$ перпендикулярний до векторів електричної \vec{E} та магнітної \vec{H} напруженостей, що також показано на рис. 8.9. Тобто напрямок нормалі до хвильової поверхні і напрямок поширення потоку енергії (світлового променя) в анізотропному кристалі не збігаються.

8.3.6. Що таке головні швидкості поширення світла в кристалі?

Якщо розв'язати відому систему рівнянь Максвелла в системі СІ:

$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$; $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, що для плоскої хвилі переходять у таку систему рівнянь: $-\vec{k} \times \vec{B} = \omega \varepsilon_0 \vec{E}$, $\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}$, де μ_0 – магнітна стала, а виключивши залежні від часу величини для анізотропного середовища, можна отримати т. зв. рівняння Френеля:

$$\frac{\cos^2 \alpha}{\frac{c^2}{\varepsilon_x} - v^2} + \frac{\cos^2 \beta}{\frac{c^2}{\varepsilon_y} - v^2} + \frac{\cos^2 \gamma}{\frac{c^2}{\varepsilon_z} - v^2} = 0. \quad (8.12)$$

Через $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ позначені напрямні косинуси хвильового вектора \vec{k} , v – фазова швидкість світла в кристалі, c – швидкість світла у вакуумі. Проаналізуємо цей вираз.

1) Якщо світло поширюється вздовж осі X , то $\cos^2 \alpha = 1$, $\cos^2 \beta = \cos^2 \gamma = 0$, тобто $\left(\frac{c^2}{\varepsilon_x} - v^2\right)\left(\frac{c^2}{\varepsilon_y} - v^2\right) = 0$, що дає $v_{1x} = \frac{c}{n_y}$; $v_{2x} = \frac{c}{n_z}$ з урахуванням $n^2 = \varepsilon$.

2) При поширенні світла вздовж осі Y отримуємо рівність $\left(\frac{c^2}{\varepsilon_x} - v^2\right)\left(\frac{c^2}{\varepsilon_z} - v^2\right) = 0$ і дві відповідних швидкості $v_{1y} = \frac{c}{n_x}$; $v_{2y} = \frac{c}{n_z}$.

3) У напрямку осі Z рівняння Френеля дає рівність $\left(\frac{c^2}{\varepsilon_x} - v^2\right)\left(\frac{c^2}{\varepsilon_y} - v^2\right) = 0$ і дві швидкості $v_{1z} = \frac{c}{n_x}$; $v_{2z} = \frac{c}{n_y}$. Тобто вздовж кожного з трьох головних напрямків

поширення хвилі в кристалі існують два значення швидкості, а отже, і подвійне променезаломлення. Відповідні значення швидкостей і показників заломлення вздовж координатних осей, які збігаються з головними напрямками в кристалі, називають головними.

8.3.7. *Що таке оптична вісь анізотропної речовини? Скільки їх може бути в кристалі?*

Рівняння (8.12) дає фазові швидкості хвилі в усіх напрямках. За одиницю часу ці хвилі утворюють поверхні рівних фаз, форма яких залежить від природи кристала. У загальному випадку ми отримаємо не сферу, як для ізотропної речовини, а дві складні поверхні, представлені на рис. 8.10. Вони перетинаються в чотирьох точках, які дають два напрямки, уздовж яких фазові швидкості, а отже, і показники заломлення однакові. Ці напрямки називають оптичними осями кристала. Такі кристали називають двовісними, але вони рідко застосовуються через труднощі, а часто і неможливість виготовлення поляризаційних елементів і приладів із них.

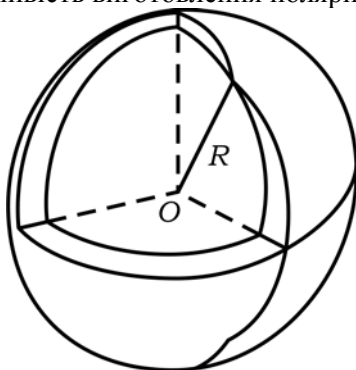


Рис. 8.10. До визначення оптичних осей в анізотропному кристалі

Якщо два з трьох діагональних елементів тензора діелектричної проникливості рівні між собою, картина суттєво спрощується. Оберемо для визначеності

$n_x = n_y = n_0$, $n_z = n_e$. Повторюючи аналіз хвильової поверхні, як і в попередньому питанні, можемо зробити такі висновки:

1) коли хвиля поширюється вздовж осі X , то величина $v_{1x} = \frac{c}{n_y} = \frac{c}{n_0}$, а вектор електричної індукції орієнтований по осі Y (адже він визначається як $D_y = n_y^2 E_y$); величина $v_{2x} = \frac{c}{n_z} = \frac{c}{n_e}$, а вектор електричної індукції орієнтований по осі Z . Тобто в кристалі виникають дві хвилі, які поширюються в одному напрямку, але з різними швидкостями, а їх вектори електричної індукції ортогональні;

2) у напрямку осі Y також виникають дві хвилі зі швидкостями $v_{1y} = \frac{c}{n_x} = \frac{c}{n_0}$ і $v_{2y} = \frac{c}{n_z} = \frac{c}{n_e}$. Швидкості отримуємо такі самі, як і вздовж осі X , тільки змінюється орієнтація вектора \vec{D} у напрямку осі X для звичайної хвилі;

3) при поширенні хвилі вздовж осі Z швидкості визначаються як $v_{1z} = \frac{c}{n_x} = \frac{c}{n_0}$ і $v_{2z} = \frac{c}{n_y} = \frac{c}{n_0}$. У випадку орієнтації хвильового вектора по осі Z не виникає подвійне променезаломлення.

Для кристалів, у яких $n_x = n_y = n_0$, $n_z = n_e$, хвильові поверхні симетричні відносно осі Z і мають точку дотику на ній, у площині XY їх переріз дає два кола. Це дозволяє зробити висновок, що хвильові поверхні утворюють сферу та еліпсоїд обертання. Еліпсоїд обертання може бути або вписаний у сферу, або описаний навколо неї. Вісь Z , по якій обидві поверхні мають однакові швидкості, є оптичною віссю кристала, і вона єдина для таких кристалів.

Хвилю, яка поширюється зі швидкістю $v_0 = c/n_0$, називають звичайною, адже її швидкість і показник заломлення однакові в усіх напрямках, і вона утворює хвильову поверхню у вигляді сфери. Її вектор електричної індукції \vec{D} лежить у площині, перпендикулярній до оптичної осі кристала.

Хвилю, яка поширюється зі швидкістю $v_e = c/n_e$, називають незвичайною, її швидкість і показник заломлення змінюються з напрямком, а вектор електричної індукції \vec{D} лежить у площині, що проходить через оптичну вісь і напрямок поширення.

До речі, якщо $n_x = n_y = n_z = n_0$, то подвійне променезаломлення не спостерігається. Такими є кристали кубічної симетрії, до яких належить, наприклад, NaCl .

8.3.8. Чим відрізняються фазова та групова швидкості в анізотропному кристалі?

У запитаннях 7.3.6 та 7.3.7 ми детально розглянули форму хвильових поверхонь у кристалах, визначили головні фазові швидкості. У запитанні 7.3.5 показано, що напрямком нормалі до хвильової поверхні (хвильовий вектор \vec{k}) не збігається з напрямком потоку енергії \vec{S} , тому групова швидкість u не дорівнюватиме фазовій v ні за величиною, ні за напрямком. Із рис. 8.9 видно, що $u = v \cos \theta$, тут θ – кут між нормаллю до хвильової поверхні та напрямком поширення енергії.

Для одновісних кристалів у площині, перпендикулярній до оптичної осі, напрямки векторів \vec{D} і \vec{E} збігаються. Тобто значення фазової і групової швидкостей для незвичайної хвилі дорівнюють одне одному. Зауважимо, що для звичайної хвилі в одновісних кристалах фазова і групова швидкості однакові в усіх напрямках.

Нагадаємо також, що закон Снеліуса для заломленого світла виводився з умови $\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$ саме для фазових швидкостей. Коли ми спостерігаємо заломлення світла, у т. ч. і подвійне променезаломлення, то фіксуємо напрямок поширення світлового потоку, тобто променя. Унаслідок того, що в анізотропній речовині напрямки променя і нормалі до хвильового фронту не збігаються між собою, виникає враження, ніби закон заломлення світла для незвичайного променя не виконується. Дійсно, це так, якщо в законі Снеліуса оперувати з кутами, які характеризують незвичайний промінь. Однак, якщо за кут φ_e приймати кут, який визначає напрямок поширення хвильового фронту незвичайного променя (кут між хвильовим вектором \vec{k}_e та нормаллю до межі поділу), то закон Снеліуса можна використовувати для опису заломлення і незвичайного променя. Ураховуючи, що значення показника заломлення незвичайного променя змінюється залежно від напрямку заломленого променя $n_e(\varphi) \neq \text{const}$, користуючись законом Снеліуса в цьому випадку, слід кожного разу обирати значення n_e для конкретного кута падіння φ .

8.3.9. Що таке оптичний дихроїзм?

Анізотропія кристалів проявляється не тільки в подвійному променезаломленні. Якщо в кристалі всі або частина молекул мають певну орієнтацію дипольних моментів \vec{P} , то падаюче світло поглинатиметься вибірково: частина світла, у якого вектори \vec{E} і \vec{P} паралельні, поглинатиметься повністю або частково, а частина світла, у якого вектори електричної напруженості \vec{E} перпендикулярні до дипольного моменту молекули, не поглинатиметься. Тому на виході з такого кристала світло буде частково або повністю лінійно поляризоване в межах смуги поглинання. Це і є явище дихроїзму. Недолік явища дихроїзму щодо його використання полягає в тому, що смуги поглинання світла в кристалах мають вузьку спектральну область, часто не у видимій частині спектра. Широку смугу поглинання практично на всю

видиму частину спектра мають тільки кристали турмаліну. Проте ці кристали оптичного класу рідко зустрічаються в природі й мають малі розміри.

Більш поширені поляроїди – полімерні плівки, у яких молекули орієнтують під час їх виготовлення, що створює ефект дихроїзму. Для поляроїдів обирають полімери, що мають широкі смуги поглинання у видимій частині спектра. До переваг поляроїдів належить можливість отримати поляризатор великої площі та їх невелика вартість, до недоліків – неповна структуризація плівок і, відповідно, менший від одиниці ступінь поляризації світла на виході.

8.3.10. *Пучок монохроматичного світла проходить через поляризатор і пластинку у вигляді клина, вирізаного з кварцу з оптичною віссю, що паралельна ребру клина й утворює кут 45° із площиною пропускання поляризатора. Як буде змінюватися характер поляризації світла за пластинкою за її висотою?*

Клин представляє собою фазову пластинку змінної товщини, на виході якої складаються дві ортогонально поляризовані хвилі – звичайна та незвичайна. У результаті їх складання в загальному випадку утворюється еліптично поляризоване світло (рис. 8.5). Конкретний вигляд поляризації такого світла залежить від різниці фаз (8.4), яка вноситься клиновидною пластинкою змінної товщини d .

Для різних товщин клиновидної пластинки звичайний та незвичайний промені світла будуть набувати різних значень різниці фаз δ між ними. Світло на виході з пластинки буде мати різні види поляризації:

- коли $\delta = 2\pi t$, світло буде лінійно поляризованим у площині поляризації падаючого світла;
- коли $\delta = \pi(2t + 1)$, світло буде лінійно поляризованим у площині, що перпендикулярна до площини поляризації падаючого світла;
- коли $\delta = \frac{\pi}{2}(2t + 1)$, світло буде циркулярно поляризованим.

Для проміжних до цих значень δ світло буде еліптично поляризованим.

Як бачимо, на виході пластинки у вигляді клина за її висотою поляризація світла буде поступово змінюватися і набувати всіх перелічених вище видів.

8.3.11. *Чи можна обирати товщину фазової пластини необмежено великою, наприклад, для $\lambda/4$ -ФП обирати будь-які великі значення числа t , щоб виконувалась*

$$\text{необхідна умова } d = \frac{\lambda}{4} (4t + 1) \frac{1}{n_e - n_o} ?$$

Ні, не можна. Якщо різниця ходу $\Delta = (n_e - n_o)d$ між e - та o -променями після їх проходження через ФП стає рівною довжині когерентності $L_k = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ світла чи більшою за неї, то на виході ФП світло буде неполяризованим.

8.3.12. *Як визначити напрямок оптичної осі у ФП, якщо відомо, що ФП вирізана з кристала ісландського шпату так, що оптична вісь лежить у площині пластинки?*

Визначити напрямок оптичної осі у ФП можна, наприклад, знявши кутову залежність показника заломлення n_e для e -променя. Напрямок, уздовж якого величина n_e буде максимальною, визначить напрямок оптичної осі. Існують ще способи визначення напрямку оптичної осі. Наприклад, це напрямок, уздовж якого в анізотропному кристалі не відбувається просторове розділення променя на два, а значення показників заломлення для обох променів які поширюються вздовж одного напрямку, однакові $n_e = n_o$.

8.3.13. Чим визначається вид поляризації хвилі на виході з ФП?

Промінь на виході ФП у загальному випадку має еліптичну поляризацію. Форма та орієнтація еліпса або його різновидів (лінійна або кругова поляризація) залежать від величин α і δ , де α – кут між вектором \vec{E} та оптичною віссю ФП; δ – зсув фаз між e - та o -променями. Кут α – конструктивна характеристика експериментальної схеми. Величина кута δ залежить від характеристики матеріалу, з якого виготовлено ФП, а саме, від величини $(\Delta n = n_e - n_o)$, а також від товщини d ФП і довжини хвилі λ світла. Кут α визначає співвідношення між амплітудами e - та o -променів на виході ФП.

8.3.14. Відомо, що серед трьох фазових пластинок є $\lambda/4$ -ФП, $\lambda/2$ -ФП та λ -ФП. Якими методами їх можна розрізнити?

Потрібно провести аналіз стану поляризації променя на виході з ФП за схемою, наведеною на рис. 8.4. Оберемо кут між оптичною віссю фазової пластинки і площиною пропускання поляризатора $\alpha = 45^\circ$. ФП, на виході з якої промінь буде циркулярно поляризованим, є $\lambda/4$ -ФП. Дві інші ФП на виході дадуть лінійно поляризоване світло. Розрізнити $\lambda/2$ -ФП та λ -ФП можна за тим, що на виході з λ -ФП напрямок поляризації світла залишиться незмінним порівняно зі світлом на її вході. Для $\lambda/2$ -ФП напрямки лінійної поляризації світла на вході і на виході ФП різні.

8.3.15. У наборі наявні пластинка зі звичайного скла, поляроїдна пластинка, $\lambda/4$ -ФП та $\lambda/2$ -ФП. Яким чином можна визначити природу кожної з них?

1. Найпростіше (за зовнішніми ознаками) виділити поляроїдну пластинку, оскільки вона поглинає світло, а решта – прозорі. Щоб переконатись, що це не просто поглинаюча світло речовина, а дійсно, поляроїд, треба розмістити між нею й оком аналізатор. Якщо це поляроїд, обертанням аналізатора можна змінити інтенсивність світла, яке пропустив поляроїд.

2. Далі слід пластинку по черзі розміщати між схрещеними поляризатором і аналізатором. Скляна пластинка на стан поляризації ніяк не впливає, поле зору залишається темним за будь-якої орієнтації скляної пластинки.

3. Пластинки $\lambda/2$ і $\lambda/4$ у загальному випадку просвітлюють поле зору, коли їх розміщують між схрещеними поляризатором і аналізатором.

Обидві пластинки треба орієнтувати відносно площин пропускання поляризатора і аналізатора: коли оптична вісь кристала паралельна або перпендикулярна до

головного перерізу поляризатора, у кристалічній пластинці виникає тільки одна хвиля, яка і виходить із неї і гаситься аналізатором. Якщо тепер $\lambda/4$ -ФП повернути на кут $\alpha = 45^\circ$, із неї вийде циркулярно поляризоване світло. Це фіксується аналізатором, його обертання не призводить до зміни інтенсивності світла, яке вийшло з $\lambda/4$ -ФП.

При орієнтації оптичної осі пластинки $\lambda/2$ під кутом $\alpha = 45^\circ$ до головного перерізу поляризатора із неї вийде лінійно поляризоване світло, площина коливань вектора \vec{E} якого повернеться на кут $2\alpha = 90^\circ$. Тепер аналізатор пропускати світло максимально, а при повороті на 90° (коли головні перерізи поляризатора й аналізатора паралельні) погасить його.

8.3.16. Як визначити кут між хвильовим вектором \vec{k} та вектором Умова–Пойтінга \vec{S} оптичної хвилі в анізотропному кристалі?

Для цього виконують побудову Гюйгенса. Напрямок вектора Умова–Пойтінга \vec{S} це напрямок поширення променя. Для "о" променя напрямки хвильового вектора \vec{k}_o і вектора Умова–Пойтінга \vec{S}_o збігаються. Для "е" променя напрямки хвильового вектора \vec{k}_e і вектора Умова–Пойтінга \vec{S}_e різні.

8.3.17. Як визначити кут між векторами електричної напруженості \vec{E} та електричної індукції \vec{D} оптичної хвилі в анізотропному кристалі?

Для цього виконують побудову Гюйгенса. Кут між напрямком поширення фронту плоскої незвичайної хвилі (\vec{k}_e) і напрямком поширення незвичайного променя (\vec{S}_e) дорівнює куту між векторами \vec{E} і \vec{D} оптичної хвилі в анізотропному кристалі (рис. 8.9).

8.3.18. Як можна виміряти різницю фаз між звичайним і незвичайним променями на виході оптичного променя із фазової пластинки?

Різницю фаз між звичайним і незвичайним променями на виході оптичного променя із фазової пластинки можна знайти, вимірявши параметри поляризації світла (у загальному вигляді – нахил великої осі еліпса і відношення величин малої та великої осей еліпса) на виході із ФП за допомогою компенсатора та аналізатора. Далі треба користуватись методами, якими подібна задача розв'язується при додаванні ортогональних коливань, а саме, формулою (8.5), яка має своє відображення у вигляді фігур, зображених на рис. 8.5.

8.3.19. Чи можуть інтерферувати ортогонально поляризовані промені? Чому? Доведіть.

Ні, не можуть. Це пов'язане з тим, що в точці додавання двох когерентних лінійно поляризованих хвиль з напруженостями електричних складових \vec{E}_1 та \vec{E}_2 результуюче поле \vec{E} дорівнює сумі $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Для переходу до енергетичного опи-

су (за інтенсивностями) треба врахувати, що інтенсивність $I \sim E^2$. Тоді $E^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2\vec{E}_1\vec{E}_2$. Третій доданок – інтерференційний член. Це скалярний добуток двох векторів, який дорівнює нулю у випадку їх ортогональності.

Питання про можливість інтерференції e - та o -променів, поляризації яких ортогональні, потребує спеціального розгляду (див. запитання 8.3.20 та 8.3.21).

8.3.20. Чи можна "примусити" взаємодіяти ортогонально поляризовані e - та o -промені на кшталт того, як це відбувається в інтерференції? Поясніть.

Так, можна. Для цього необхідно (рис. 8.11) зорієнтувати пластину з оптичною віссю OO' , яка лежить у площині пластинки, так, щоб OO' складала кут 45° з вектором \vec{E} лінійно поляризованого світла, що пройшло через поляризатор Π . У цьому випадку у ФП будуть поширюватись два e - та o -промені з ортогональними поляризаціями, промені підуть в одному напрямку (просторово не розділяючись) і матимуть однакові амплітуди, але різні швидкості.

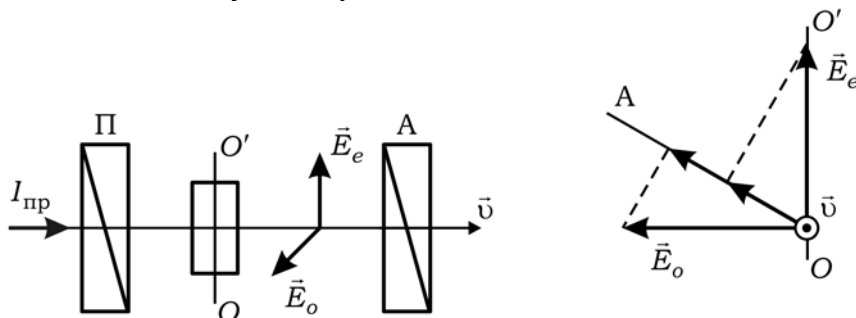


Рис. 8.11. Оптична схема, за допомогою якої можна спостерігати інтерференційну картину від ортогонально поляризованих e - та o -променів

Із ФП вийде один промінь з просторово не розділеними ортогонально поляризованими хвилями, між якими існуватиме різниця ходу $\Delta = (n_e - n_o)d$. Хвиля на виході з ФП утворюється в результаті взаємодії всередині кристала між двома хвилями. Ця результуюча хвиля має поляризацію, вид якої буде визначатись за тими самими правилами, що і при розгляді фігур Ліссажу, тобто поляризація має бути або лінійною, або еліптичною, або круговою.

Таким способом утворені хвилі можна "примусити" взаємодіяти або, як інколи кажуть, інтерферувати.

8.3.21. У якому випадку і за допомогою якої схеми можна спостерігати інтерференційну картину від ортогонально поляризованих хвиль?

Про можливість "примусити" взаємодіяти ортогонально поляризовані e - та o -промені йшлося в запитанні 8.3.20. Водночас відомо (див. запитання 8.3.19), що хвилі, поляризовані ортогонально, інтерферувати не можуть. Без застосування спеціальних прийомів останнє твердження стосується також і e - та o -променів, для яких

$\vec{E}_e \perp \vec{E}_o$, хоча на виході з ФП різниця фаз між ними δ може бути сталою, а промені когерентними. При нормальному падінні лінійно поляризованого променя на ФП, у площині якої лежить оптична вісь, просторового розділення e - та o -променів не буде, вони поширюються одним шляхом. Набіг фаз $\delta = \frac{2\pi(n_e - n_o)d}{\lambda}$ між ними визначає вид поляризації світла на виході з ФП.

Зауважимо, що, строго кажучи, на виході із ФП існує один у загальному випадку еліптично поляризований промінь. Проте цю хвилю, як і будь-яку еліптично поляризовану хвилю, не залежно від її походження, розглядають як таку, що має дві складові, які перпендикулярно поляризовані з відповідним зсувом фаз між ними. Ці хвилі, які тут просторово не розділені у два променя, але мають зсув фаз δ та ортогональну поляризацію, втратили право називатись e - та o -променями. Тому правильно називати їх, наприклад, променями 1 та 2 (рис. 8.11, а).

Можливість "примусити" e - та o -промені утворити інтерференційну картину з'являються в разі появи у схемі аналізатора А. За його допомогою напрямки коливань у променях 1 і 2 можна звести в одну площину, яка збігається із площиною пропускання аналізатора (рис. 8.11, б). Такі хвилі з паралельними поляризаціями можуть інтерферувати.

Якщо на ФП направити широкий пучок променів, то у випадку, коли між променями утворюється просторовий розподіл різниць фаз δ , наприклад, завдяки неоднаковій товщині ФП, пучок на виході з ФП матиме просторово промодульований розподіл еліптичних поляризацій. Зміни в поляризації світла можна перетворити на зміни інтенсивності за допомогою схеми, зображеної на рис. 8.11, а.

Після ФП світло має еліптичну поляризацію. Форма й орієнтація еліпса залежить від товщини d ФП. Якщо ФП у різних місцях має різні значення d , то для кожної з цих значень (d_i) товщини поляризація буде різною. При цьому інтенсивність світла, що пройшла через ФП у різних її місцях, однакова. Однак такий розподіл інтенсивності суттєво змінюється після проходження світла через аналізатор А. Цей аналізатор пропускає тільки ті складові променів 1 та 2, які збігаються з напрямком його пропускання. У цьому випадку отримують інтерференційну картину.

Інтерференції не буде, якщо поляризація одного із променів (1 або 2) збігається з площиною пропускання аналізатора А. Окрім того, слід брати до уваги і товщину ФП, вона має бути такою, щоб не втрачалась когерентність променів.

8.3.22. Якого кольору буде інтерференційна картина в разі її спостереження за схемою, яка наведена рис. 8.11, при використанні ФП, що має різну товщину?

Якщо світло, яке падає на ФП, монохроматичне, то інтерференційна картина після А складається зі світлих і темних смуг, які відповідають різним товщинам ФП. При обертанні поляризатора А на 90° місце темних смуг займуть світлі смуги (плями), і навпаки.

У білому світлі інтерференційна картина буде кольоровою. При обертанні поляризатора А на 90° кольори смуг зміняться на доповнювальні кольори: червоне \rightarrow блакитне, зелене \rightarrow фіолетове, синє \rightarrow жовте.

8.3.23. Що таке доповнювальні кольори?

Суміш у строго визначених кількісних пропорціях декількох світлових потоків випромінювань (т. зв. доповнювальних кольорів), наприклад, із довжинами хвиль $\lambda = 560$ нм і $\lambda = 465$ нм не розрізняється за сприйняттям від "білого" денного світла з неперервним спектром.

При спостереженні інтерференції поляризованого світла на кристалічній пластинці нерівномірної товщини інтерференційні картини за $P_1 \parallel P_2$ та $P_1 \perp P_2$ є взаємодоповнюючими, тобто при спостереженні інтерференції в монохроматичному світлі місця максимумів інтенсивності світла в першому випадку обертаються на місця мінімумів інтенсивності світла в другому випадку. У випадку спостереження в білому світлі кольори у вказаних вище випадках отримуємо різними і їх називають доповнювальними.

8.3.24. Чи можна запропонувати спосіб спостереження інтерференційної картини за схемою, представленою на рис. 8.11, але без застосування аналізатора?

Так, аналізатор А можна усунути зі схеми, наведеної на рис. 8.11, але при цьому інтерференційну картину слід спостерігати не на екрані або на звичайній фотопластинці, а реєструвати на спеціальних середовищах, чутливих не до зміни інтенсивності світла, а до зміни його поляризації. Такі поляризаційно чутливі реєструючі середовища сучасній науці відомі.

8.3.25. Чи спостерігається інтерференційна картину, якщо на фазову пластинку у схемі, наведеної на рис. 8.11, пустити неполяризований промінь (усунути поляризатор)? Поясніть.

Ні, у такому випадку інтерференційна картина не спостерігатиметься. Нагадаємо, що після ФП світло має еліптичну поляризацію, форма та орієнтація еліпса залежить від товщини ФП. Складові променя на виході ФП, які мають походження від *e*- та *o*-променів, просторово не розділені, мають зсув фаз δ і ортогональну поляризацію. Напрямки коливань у цих складових променя за допомогою аналізатора можна звести в одну площину, яка збігається із площиною пропускання аналізатора. Коли ж на ФП падає лінійно поляризоване світло, у результаті таких дій отримують інтерференційну картину. Коли на ФП пускають неполяризоване світло (зі схеми усувають поляризатор), то інтерференційна картина зникає.

Відсутність здатності утворювати інтерференційну картину може вказувати тільки лише на відсутність когерентності між *e*- та *o*-променями. І це єдина відмінність, до якої призводить використання неполяризованого променя. Усі інші властивості променя, отриманого при падінні на ФП лінійно поляризованого світла, залишаються й у випадку використання неполяризованого світла.

Чому в останньому випадку немає інтерференції? Хоча *e*- та *o*-промені виходять з одного й того самого джерела світла, вони містять коливання, які належать різним

цугам хвиль, що випромінюються різними окремими атомами. Коливання, що відповідають одному такому цугу хвиль, здійснюється у випадково орієнтованій площині. В *o*-промені коливання відбуваються переважно цугами, площа коливань яких близька до одного напрямку в просторі, в *e*-промені – цугами, площа коливань яких близька до другого, перпендикулярного до першого напрямку. Оскільки окремі цуги некогерентні за визначенням, то *e*- та *o*-промені, що виникають із природного світла, також будуть некогерентними.

Інший випадок, коли на ФП падає лінійно поляризоване світло. Тут коливання кожного цугу поділяються між *e*- та *o*-променями в одній і тій самій пропорції, яка визначається орієнтацією оптичної осі ФП відносно площини коливань у промені, що падає на ФП.

8.3.26. Як визначити напрямок оптичної осі в $\lambda/4$ -ФП?

Треба зібрати оптичну схему, яка зображена на рис. 8.11. Далі треба зорієнтувати ФП таким чином, щоб інтенсивність світла на виході з аналізатора А не залежала від його обертання. Це буде означати, що $\lambda/4$ -ФП перетворила лінійно поляризоване світло на циркулярно поляризоване, що можливо лише за умови, коли кут між відомим напрямком поляризації \vec{E} , який визначає поляризатор П, та оптичною віссю OO' $\lambda/4$ -ФП становить кут у 45° .

Існують й інші способи визначення напрямку оптичної осі в $\lambda/4$ -ФП. Поміркуйте над ними.

8.3.27. Система зі схрещених поляризатора та аналізатора освітлюється білим світлом. Між ними розміщують тоненьку кристалічну пластинку, вирізану паралельно до оптичної осі. У яких випадках поле зору залишається темним?

При орієнтації кристалічної пластинки, за якої її оптична вісь паралельна або перпендикулярна до головного перерізу поляризатора, після останнього лінійно поляризоване світло проходить через пластинку як одна (звичайна або незвичайна) хвиля, а тому гаситься аналізатором незалежно від довжини хвилі.

Звернемо увагу на те, що, незважаючи на залежність властивостей фазових пластинок від довжини хвилі λ , у цьому експерименті використовується біле світло.

8.3.28. Дві пластинки вирізані з одновісного кристала паралельно до оптичної осі. Товщини пластинок d_1 і d_2 мало відрізняються між собою. Кожна із пластинок, розміщена між схрещеними поляризатором та аналізатором, дає світле поле зору, але забарвлення не виникає. Якщо між поляризатором і аналізатором розташувати обидві пластинки таким чином, щоб їхні оптичні осі були перпендикулярними між собою, то виникне яскраве забарвлення. Поясніть це явище.

Кожна із пластинок вносить свою різницю ходу $\Delta_1 = d_1(n_e - n_o)$ та $\Delta_2 = d_2(n_e - n_o)$, які, напевно, більші за довжину когерентності (L_k). Тому в білому світлі інтерференції немає, забарвлення не виникає. Коли оптичні осі пластинок орієнтовані перпендикулярно одна одній, їхня сумарна різниця ходу (Δ) дорівнює

$\Delta = d_1(n_e - n_o) + d_2(n_o - n_e) = (d_1 - d_2)(n_e - n_o)$, тобто зменшується і може дорівнювати всього кільком дожинам хвиль. Тоді виконується умова $\Delta < L_k$, виникає інтерференція, з'являється яскраве забарвлення поля зору.

8.3.29. Система складається зі схрещених поляризатора та аналізатора, між якими розміщено фазову пластинку, оптична вісь якої утворює кут $\alpha = 45^\circ$ з напрямками максимального пропускання поляризатора і аналізатора. Якою буде інтенсивність світла на виході із системи, якщо інтенсивність падаючого природного світла I_0 , а фазова пластинка: а) $\lambda/2$ -ФП; б) $\lambda/4$ -ФП? Як зміниться відповідь, якщо пластинку повернути на 45° так, щоб напрямком її оптичної осі збігався із площиною максимального пропускання поляризатора?

1. Розглянемо випадок, коли між схрещеними поляризатором П та аналізатором А розміщено пластинку $\lambda/2$ (рис. 8.12).

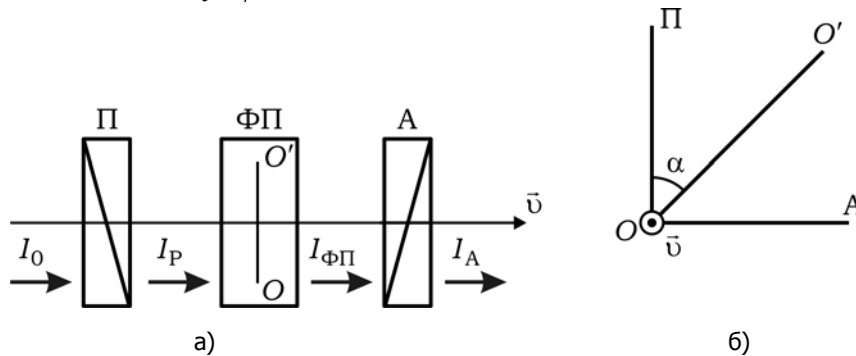


Рис. 8.12. Схема аналізу стану поляризації оптичного променя

Поляризатор пропускає половину інтенсивності падаючого природного світла з певною орієнтацією вектора \vec{E} : $I_P = \frac{I_0}{2}$ або амплітуди $A_P = \sqrt{\frac{I_0}{2}}$. Після проходження пластинки $\lambda/2$ світло отримує лінійну поляризацію із площиною коливань, повернутою на кут $2\alpha = 90^\circ$, тобто площина коливань вектора \vec{E} цієї хвилі збігається з головним перерізом аналізатора, який пропустить все падаюче світло, тому $I_A = I_P = I_0/2$.

2. У випадку пластинки $\lambda/4$ поляризатор знову пропустить половину падаючого світла. У пластинці хвиля розділяється на звичайну та незвичайну хвилі з однаковими амплітудами $A_{\text{ФП}} = A_P \cos 45^\circ$. Це й є амплітуда циркулярно поляризованого світла. Аналізатор пропускає один компонент цієї хвилі (орієнтація якого збігається з головним перерізом аналізатора), тобто $A_A = A_{\text{ФП}} = A_P \cos 45^\circ$, а інтенсивність на виході системи дорівнює

$$I_A = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 45^\circ = 0,25 I_0.$$

Якщо пластинку будь-якої товщини ($\lambda/2$ або $\lambda/4$) повернути на 45° таким чином, щоб напрямок її оптичної осі збігався із площиною пропускання поляризатора, то світло проходитиме пластинку як одна незвичайна хвиля, а потім повністю затримається аналізатором.

8.3.30. Циркулярно поляризоване світло падає на систему із двох $\lambda/4$ -фазових пластинок, оптичні осі яких утворюють кут α між собою. Якою буде поляризація світла на виході із системи, якщо $\alpha = 0^\circ$; 45° ; 90° ? Укажіть напрямок коливань вектора \vec{E} . Чи можна стверджувати, що дія двох $\lambda/4$ -фазових пластинок еквівалентна дії $\lambda/2$ -фазової пластинки?

1. Кут $\alpha = 0^\circ$. Дія двох пластинок $\lambda/4$, оптичні осі яких орієнтовані паралельно, дає сумарну різницю ходу $\Delta = \lambda/2$. На виході з такої системи отримуємо знову циркулярно поляризоване світло, але напрямок обертання змінюється на протилежний.

2. Кут $\alpha = 45^\circ$. Перша пластинка перетворює циркулярно поляризоване світло на лінійно поляризоване, напрямок коливань вектора \vec{E} якого утворює кут у 45° з оптичною віссю першої пластинки. Тому в другу пластинку лінійно поляризоване світло входить з напрямком коливань, що збігається з напрямком її оптичної осі, тому виходить з неї без зміни стану поляризації.

3. Кут $\alpha = 90^\circ$. Перша пластинка перетворює світло на лінійно поляризоване. У силу того, що оптичні осі пластинок перпендикулярні, хвиля, що пройшла першу пластинку як звичайна, у другій поширюється як незвичайна, і навпаки. Тому друга пластинка лінійно поляризоване світло перетворить на циркулярно поляризоване, але якщо перша вносила різницю ходу $\Delta_1 = \lambda/4$, то друга $\Delta_2 = -\lambda/4$, начебто ліквідує дію першої. Отже, $\Delta_1 + \Delta_2 = 0$.

Висновок: дві пластинки $\lambda/4$ можна розглядати як одну пластинку $\lambda/2$ тільки у випадку, коли їхні оптичні осі паралельні.

8.3.31. Між поляризатором і аналізатором розташували пластинку, вирізану з кварцу перпендикулярно до оптичної осі. Систему освітлюють паралельним пучком білого світла. Чому за будь-якого повороту аналізатора поле зору залишається забарвленим?

Якби між схрещеним поляризатором і аналізатором розмістили пластинку з іншого анізотропного кристала (не кварцу), вирізану перпендикулярно до оптичної осі, то світло через систему не пройшло б. Проте кварц є оптично активною речовиною, яка обертає площину поляризації на деякий кут, який залежить від λ . Тому світло з різними довжинами хвиль проходить за будь-якої орієнтації аналізатора.

Залежність інтенсивності світла, що пройшло через систему, від λ за фіксованого положення аналізатора визначає забарвлення поля зору.

8.3.32. Опишіть конструкцію і принцип роботи компенсатора Бабіне та компенсатора Солейля.

Компенсатор – це оптичний пристрій, призначений для аналізу поляризованого світла. Він дозволяє скомпенсувати до нуля (або доповнити до π) будь-яку різницю фаз між двома ортогональними коливаннями.

Існують декілька типів компенсаторів, розглянемо їх.

Компенсатор Бабіне складається з двох клинів, вирізаних із анізотропного кристала (кварц, ісландський шпат тощо) таким чином, що оптичні осі в них взаємно перпендикулярні (рис. 8.13, а). У компенсаторі цього типу промінь, звичайний у верхньому клині, стає незвичайним у нижньому, і навпаки.

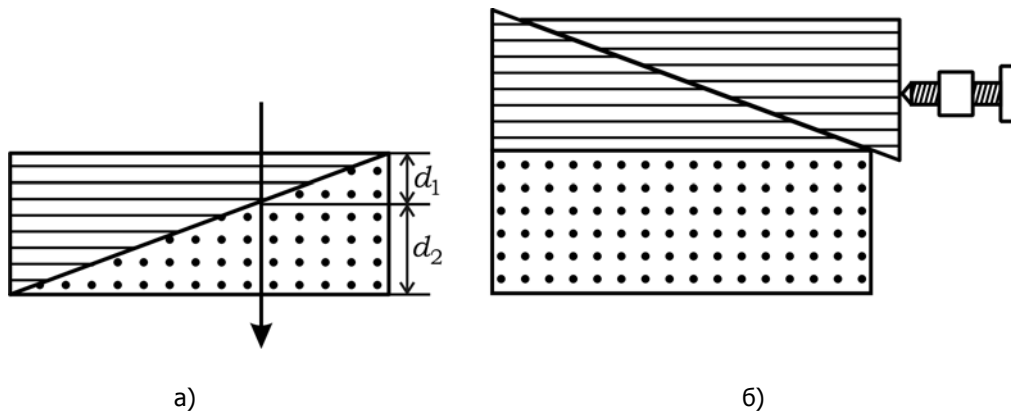


Рис. 8.13. Конструкції компенсатора Бабіне (а) і компенсатора Солейля (б)

Отже, у тому місці, де світло проходить однакові товщини обох клинів, між променями не виникає ніякої різниці фаз. У будь-якому іншому місці, де світло пройде товщину d_1 одного клина і товщину d_2 другого, між променями виникає відповідна різниця фаз. Залежно від місця, у якому світло проходить через клини, можна отримати будь-яку різницю фаз. Недоліком компенсатора Бабіне є необхідність працювати з вузькими пучками світла.

Компенсатор Солейля складається із двох кварцових клинів, оптичні осі яких паралельні, і кварцової плоско-паралельної пластини, вісь якої перпендикулярна до осі клинів (рис. 8.13, б). Верхній клин може поступально переміщатись за допомогою мікрометричного гвинта. При цьому змінюється сумарна товщина клинів, яка порівнюється із товщиною пластинки, і променям можна надати будь-якої потрібної різниці фаз.

9.2. Запитання та відповіді

9.2.1. *Яке світло називається природним?*

Природне світло – це сукупність світлових хвиль з усіма можливими напрямками коливань, які існують одночасно або швидко і безладно змінюють один одного. Ця сукупність статистично симетрична відносно променя, тобто характеризується неупорядкованістю (хаотичністю) напрямків поляризації коливань.

Звертаємо увагу, що у визначенні природного світла ніяких згадувань про його спектральний склад або інших його характеристик немає.

9.2.2. *Які типи поляризованого світла Вам відомі?*

Відомі такі типи поляризованого світла: лінійно поляризоване; еліптично поляризоване; циркулярно поляризоване (як різновид еліптично поляризованого світла); частково поляризоване світло – суміш природного світла зі світлом, яке має один із названих вище типів поляризації.

9.2.3. *Суперпозицією яких хвиль може бути представлена світлова хвиля будь-якої поляризації?*

Світлова хвиля будь-якої поляризації може бути представлена як суперпозиція двох незалежних лінійно поляризованих хвиль, у яких площини коливань електричних векторів \vec{E}_x та \vec{E}_y ортогональні. Стан поляризації результуючої хвилі визначається різницею фаз між цими двома хвилями та співвідношеннями їх амплітуд.

9.2.4. *Якими способами лінійно поляризоване світло можна перетворити на циркулярно поляризоване?*

Традиційно циркулярну поляризацію світлу надають за допомогою $\lambda/4$ пластинки. Це ж можна зробити за допомогою ромба Френеля.

9.2.5. *Якими способами природному світлу можна надати лінійної поляризації?*

Лінійну поляризацію світлу надають за допомогою поляризаційних призм, поляроїдних плівок, стопи Столетова.

9.2.6. *Які фізичні явища можуть бути покладені в основу принципів роботи різних типів поляризаторів?*

Для отримання лінійної поляризації використовують:

- явище відбиття і заломлення світла на межі двох діелектриків (стопа Столетова);

- явище подвійного променезаломлення в кристалах (поляризаційні призми);
- явище дихроїзму (поляроїди).

Для отримання кругової поляризації використовують:

- подвійне відбиття променя від оптично менш густого середовища під кутом, більшим за граничний кут повного внутрішнього відбиття (ромб Френеля);
- $\lambda/4$ -фазові пластинки.

9.2.7. *Чим поляризатор відрізняється від аналізатора?*

І поляризатор (П), і аналізатор (А) – це один і той самий оптичний елемент, але виконує різні функції. Головне завдання поляризатора – перетворювати природне

світло на лінійно поляризоване. Функція аналізатора полягає в аналізі стану поляризації світла та визначенні напрямку орієнтації вектора поляризації світла. Поділ на П та А відносний. Якщо в установці, яка складається з П та А, світло пустити в протилежному напрямку, то А буде відігравати роль поляризатора, а П – роль аналізатора.

9.2.8. Яку поляризацію матиме циркулярно поляризоване світло, якщо його пропустити через поляризатор? Як при цьому зміниться інтенсивність світла?

Світло стане лінійно поляризованим. При цьому інтенсивність (якщо знехтувати втратами) зменшиться вдвічі.

9.2.9. Яку поляризацію матиме світло на виході з фазової $\lambda/4$ -пластинки, якщо на неї направити циркулярно поляризоване світло? Як при цьому зміниться інтенсивність світла?

Фазова $\lambda/4$ -пластинка при пропусканні крізь неї світла, поляризованого по колу, виконує дію, обернену до тієї, яку вона виконувала при одержанні світла циркулярної поляризації. Вона вносить додаткову різницю фаз $\pm\pi/2$ між утвореними на виході з $\lambda/4$ -пластинки когерентними звичайним і незвичайним променями, які накладаючись, дають лінійно поляризоване світло, оскільки різниця фаз між такими променями дорівнюватиме 0 або π . Світло стане лінійно поляризованим. Вектор \vec{E} буде коливатись у площині, яка складає кут 45° з головним перерізом фазової пластинки.

Орієнтація площин коливань вектора \vec{E} залежить від того, з додатного чи від'ємного кристала зроблена фазова пластинка, право- чи лівополяризоване світло падає на пластинку. Інтенсивність (якщо знехтувати втратами) залишиться незмінною.

9.2.10. Яку поляризацію матиме світло на виході з фазової $\lambda/4$ -пластинки, якщо на неї падає природне світло? Як при цьому зміниться інтенсивність світла?

У цьому випадку світло на виході з фазової $\lambda/4$ -пластинки складатиметься із сукупності некогерентних звичайного і незвичайного променів, які мають лінійну поляризацію з ортогональним напрямком коливання вектора \vec{E} лише в межах одного цугу. Світло на виході з пластинки залишиться неполяризованим. Інтенсивність при нехтуванні втратами залишиться незмінною.

9.2.11. Яка частка інтенсивності $I_{\text{лін}}$ лінійно поляризованого світла (ЛПС) переходить в інтенсивність $I_{\text{ц}}$ циркулярно поляризованого світла (ЦПС) при перетворенні ЛПС на ЦПС за допомогою $\lambda/4$ -пластинки?

При такому перетворенні, якщо не враховувати втрат світла, інтенсивність світла залишається незмінною.

9.2.12. Запропонуйте схему, за якою можна проаналізувати стан (встановити тип) поляризації світла. Які обмеження мають рекомендації, які наведені в ній? Що означає задача: виміряти параметри поляризованого світла?

Аналіз типу поляризації світла виконується за схемою, наведеною на рис. 9.5.

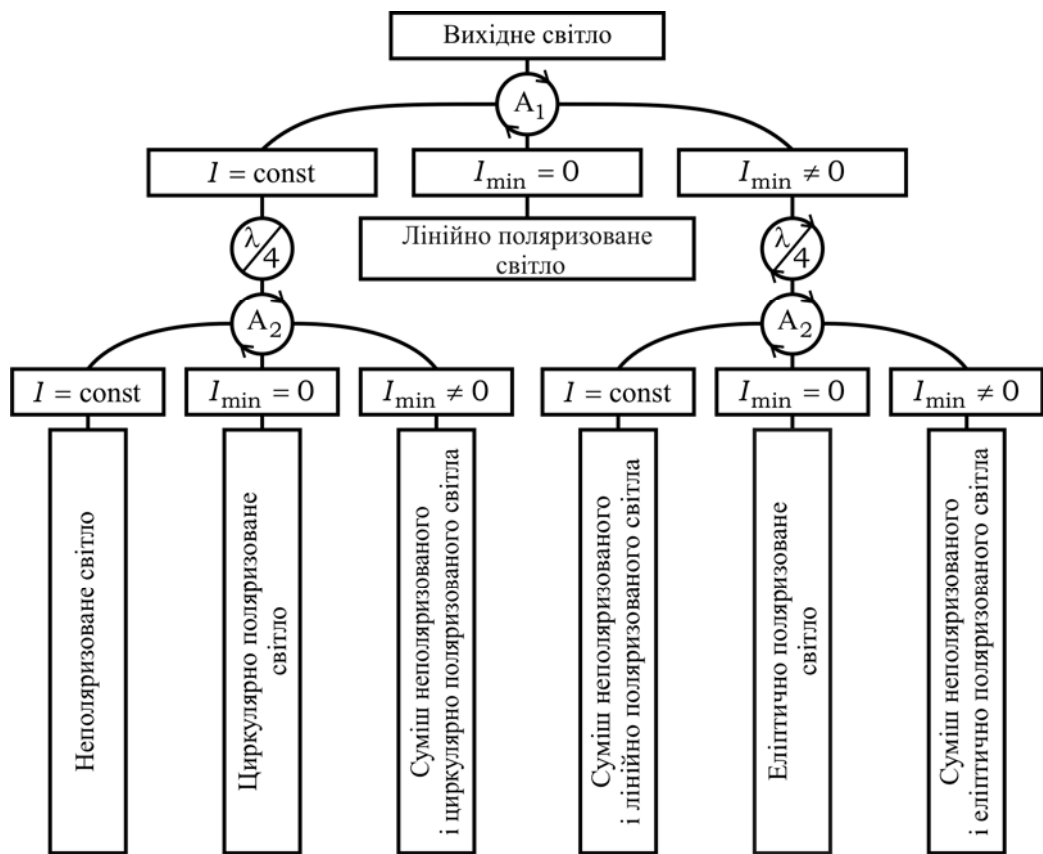


Рис. 9.5. Схема аналізу стану поляризації оптичного променя

При користуванні наведеною схемою треба виходити з того, що світло, поляризація якого аналізується, квазімонохроматичне. Якщо світло біле, треба виділити його окремі монохроматичні компоненти і працювати з ними. У разі, коли встановлено, що світло має еліптичну поляризацію, вимірюють її параметри: нахил великої осі еліпса та відношення його півосей. Для цього використовують аналізатор, $\lambda/4$ -ФП або компенсатор.

У лінійно поляризованого світла визначають кут азимуту поляризації. У світла, яке має змішану поляризацію, вимірюють співвідношення тих компонентів, з яких складається ця суміш – ступінь поляризації.

9.2.13. *Скористайтесь схемою, наведеною на рис. 9.5, щоб відрізнити циркулярно поляризоване світло від природного?*

Треба пропустити світло через аналізатор A_1 і переконатись, що при обертанні A_1 інтенсивність I не змінюється. Тобто світло або циркулярно поляризоване, або

природне, тому що тільки в цих випадках електричний вектор світлової хвилі не має виділеного напрямку коливань. Цю невизначеність розв'язують таким чином: світло, що аналізується, пускають на довільно орієнтовану фазову $\lambda/4$ -пластинку та аналізатор A_2 , який розташований після неї.

Якщо при обертанні аналізатора A_2 можна отримати таке його положення, за якого інтенсивність світла на виході A_2 дорівнює нулю, то світло буде циркулярно поляризованим. Дійсно, у разі циркулярно поляризованого світла фазова $\lambda/4$ -пластинка перетворює його на лінійно поляризоване. Обертання аналізатора A_2 , яке фіксує мінімум інтенсивності світла, підтверджує це.

Якщо при обертанні аналізатора A_2 за будь-якого його положення інтенсивність світла на виході A_2 незмінна, то світло буде неполяризованим (природним). Дійсно, у разі природного світла фазова $\lambda/4$ -пластинка не робить світло поляризованим і обертання аналізатора A_2 "не реагує" на неполяризоване світло: на виході A_2 інтенсивність світла незмінна ($I = \text{const}$).

9.2.14. *Скористайтесь схемою, наведеною на рис. 9.5, щоб відрізнити частково поляризоване світло від еліптично поляризованого?*

Треба пропустити світло через аналізатор A_1 і переконатись, що при обертанні A_1 інтенсивність I змінюється, але в мінімумі не дорівнює нулю. Тобто світло буде або еліптично поляризоване, або частково поляризоване (являє собою суміш природного та лінійно поляризованого). (Також може бути ознакою суміші природного та еліптично поляризованого світла. Цей випадок потребує окремого розгляду). Цю невизначеність розв'язують таким чином: світло, що аналізується, пускають на фазову $\lambda/4$ -пластинку та аналізатор A_2 , який розташований після неї.

Якщо при підборі різних орієнтацій фазової $\lambda/4$ -пластинки обертання аналізатора A_2 може призвести до того, що при деякій орієнтації фазової $\lambda/4$ -пластинки та аналізатора A_2 інтенсивність світла на виході A_2 дорівнює нулю, то світло буде еліптично поляризованим. Дійсно, у разі еліптично поляризованого світла певним чином орієнтована фазова $\lambda/4$ -пластинка може внести додаткову різницю фаз між утвореними на виході з $\lambda/4$ -пластинки когерентними звичайним і незвичайним променями, які накладаючись, дають лінійно поляризоване світло, оскільки різниця фаз між такими променями дорівнюватиме 0 або π . Обертання аналізатора A_2 , яке фіксує мінімум інтенсивності світла, підтверджує це.

Якщо при зміні орієнтації фазової $\lambda/4$ -пластинки та обертанні аналізатора A_2 вдається отримати таку їх орієнтацію, за якої інтенсивність світла на виході A_2 залишається незмінною при обертанні A_2 , то світло являтиме собою суміш природного і лінійно поляризованого світла. Дійсно, у цьому випадку $\lambda/4$ -пластинка на неполяризовану частину світла не впливає, а частину світла, пов'язану з лінійною

поляризацією, перетворює на циркулярно поляризоване світло. Обидві ці частини світла на обертання аналізатора A_2 "не реагують": на виході A_2 інтенсивність світла незмінна ($I = \text{const}$).

9.2.15. *Скористайтесь схемою, наведеною на рис. 9.5, щоб відрізнити природне світло від суміші природного з циркулярно поляризованим світлом?*

За схемою, наведеною на рис. 9.5, треба пропустити світло через аналізатор A_1 і переконатись в тому, що при обертанні A_1 інтенсивність світла за ним не змінюється. Існують три альтернативних варіанти: 1) світло природне; 2) світло циркулярно поляризоване; 3) світло являє собою суміш природного та циркулярно поляризованого. Саме останній варіант, виходячи із запитання, необхідно розглянути. Далі, за згаданою вище схемою, між поляризатором A_1 і аналізатором A_2 розташуємо пластинку $\lambda/4$. Обертання аналізатора A_2 у випадку природного світла не призводить до зміни інтенсивності світла на його виході. Якщо світло є сумішшю природного і циркулярно поляризованого, то обертання аналізатора A_2 показує наявність максимумів і мінімумів. У мінімумі інтенсивність не дорівнює нулю.

9.2.16. *Паралельний пучок досліджуваного світла проходить через аналізатор. Виявилось, що при повороті аналізатора інтенсивність світла, яке пройшло через нього, не змінюється. Яку поляризацію має це світло? Що треба зробити, щоб одержати однозначну відповідь?*

При обертанні аналізатора інтенсивність не змінюється, якщо на нього падає природне або циркулярно поляризоване світло. Для однозначної відповіді перед аналізатором необхідно розташувати фазову пластинку $\lambda/4$, якщо це монохроматичне світло. Природне світло після ФП залишиться природним, а циркулярно поляризоване стане лінійно поляризованим і може загаситися при обертанні аналізатора. Якщо світло біле, треба виділити окремі монохроматичні хвилі.

9.2.17. *Поясніть, у чому полягає фізичне явище дихроїзму, яке покладене в основу принципу роботи широкого класу поляризаторів – поляроїдних пластинок (поляроїдів)?*

Деякі органічні й неорганічні кристали поглинають світло залежно від орієнтації вектора \vec{E} світлової хвилі та від довжини хвилі світла. Це призводить до утворення світла однієї лінійної поляризації та пропускання світла тільки деякої ділянки довжин хвиль. Таке явище називається дихроїзмом. Прикладом кристала, у якому спостерігається дихроїзм, є турмалін. Поглинання в цьому кристалі залежить від стану поляризації світла, що проходить крізь нього. Із пластинки турмаліну товщиною 1 мм виходить майже лінійно поляризований промінь.

Штучно створений в органічних пластинках дихроїзм широко застосовується для виробництва поляроїдів, які призначені для одержання лінійно поляризованого світла.

9.2.18. *Які вимоги покладають на матеріал склеювання двох частинок поляризаційної призми?*

Поляризаційні призми (ПП) бувають двох типів: двопроменеві (ті, на виході з яких два промені, поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах) та однопроменеві (ті, з яких виходить один лінійно поляризований промінь). Поляризаційні призми останнього типу використовують явище повного внутрішнього відбиття (ПВВ) одного із променів на межі поділу частин ПП. Водночас інший промінь, що має інший показник заломлення, через цю межу проходить без ПВВ. Ідея саме такої побудови ПП належить У. Ніколю (1820).

Місце стику двох частин, з яких складається ПП, склеюють канадським бальзамом, що має показник заломлення $n = 1,550$, це значення n лежить між головними значеннями показників заломлення n_o та n_e для звичайного та незвичайного променів у ісландському шпаті.

9.2.19. Поясніть, чому закон Малюса може мати два формулювання:

$I_{\text{вих}} = I_0 \cos^2 \varphi$ та $I_{\text{вих}} = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi$, де $I_{\text{вих}}$ – інтенсивність світла на виході аналізатора А; φ – кут між напрямками OO та $O'O'$ максимального пропускання поляризатора П та аналізатора А (рис. 9.6).

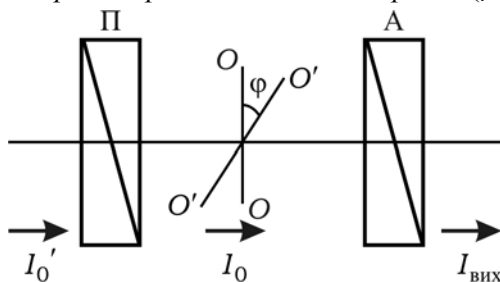


Рис. 9.6. Оптична схема для перевірки закону Малюса (до запитання 9.2.19)

Формулювання закону Малюса у вигляді $I_{\text{вих}} = I_0 \cos^2 \varphi$ наводять у випадку, коли I_0 – інтенсивність лінійно поляризованого світла на вході аналізатора А. Формулювання закону Малюса у вигляді $I_{\text{вих}} = \frac{1}{2} I_0' \cos^2 \varphi$ наводять у випадку, коли I_0' – інтенсивність природного світла на вході поляризатора П. Введення коефіцієнта $\frac{1}{2}$ у закон Малюса для природного світла пов'язане з тим, що при потраплянні природного світла на поляризатор інтенсивність світла на його виході без урахування втрат зменшується в 2 рази.

9.2.20. Чи може бути коефіцієнт пропускання поляризаційної призми, незалежно від її типу, для природного світла більшим за величину 50 %? Чому?

Ні, не може. Це пов'язане з тим, що в поляризаційній призмі, незалежно від її типу та особливостей конструкції, при падінні природного світла на неї відбувається розділення променя на два: звичайний і незвичайний з розподілом інтенсивності в кожному з них 50:50. Один із променів (зазвичай це звичайний промінь) виво-

диться з роботи і працюють з іншим променем. Інтенсивність "робочого" променя не може перевищувати 50 % від інтенсивності падаючого променя.

9.2.21. *Запропонуйте простий і практичний, хоча й не дуже точний метод визначення напрямку максимального пропускання поляризатора.*

Щоб визначити напрямок максимального пропускання поляризатора, можна використати властивості відбитого від межі поділу двох середовищ світла, які випливають із формул Френеля (закону Брюстера). Для цього через досліджуваний поляризатор розглядають будь-яку діелектричну поверхню, від якої відбивається під кутом Брюстера φ_B або під кутом, близьким до φ_B , світло. У світлі, що пройшло через поляризатор в цьому випадку, немає компонента світла \vec{E}_p , який лежить у площині падіння, або воно збіднено на нього. Обертаючи поляризатор, домагаються максимального затемнення світла, що пройшло через нього. Це положення поляризатора відповідає тому, що напрямок максимального пропускання в ньому лежить у площині падіння світла.

9.2.22. *У яких випадках природне світло, відбите від межі поділу двох середовищ світла: а) залишається неполяризованим; б) стає лінійно поляризованим; в) стає частково поляризованим; г) стає еліптично поляризованим?*

Аналіз формул Френеля (див. розділ 5) дозволяє стверджувати, що природне (неполяризоване) світло при відбитті може характеризуватись такими станами поляризації:

- а) при нормальному падінні залишатись неполяризованим;
- б) при падінні під кутом Брюстера $\varphi = \varphi_B$ ставати лінійно поляризованим;
- в) при падінні під кутом $\varphi \neq \varphi_B$, якщо $n_1 < n_2$, і під кутом падіння $\varphi < \varphi_{гр}$, якщо $n_1 > n_2$, ставати частково поляризованим;
- г) при падінні під кутом $\varphi > \varphi_{гр}$, якщо $n_1 > n_2$, ставати еліптично-поляризованим.

9.2.23. *В одному напрямку поширюються дві монохроматичні хвилі, але одна поляризована по правому колу, а друга – по лівому. Якою буде результуюча хвиля? Як впливає на результат різниця фаз між ними?*

Хвиля, поляризована по правому колу, характеризується тим, що вектор електричної напруженості $\vec{E}_{пр}$ не змінюється за величиною й обертається із частотою ω за годинниковою стрілкою, якщо дивитись назустріч напрямку поширення світла. Таку хвилю можна представити як суму двох лінійно поляризованих хвиль з різницею фаз $\frac{\pi}{2}$ між ними:

$$\vec{E}_{пр} = E_{1x} \cdot \vec{i} + E_{1y} \cdot \vec{j}, \quad \text{де } E_{1x} = E_0 \cos \omega t, \quad E_{1y} = E_0 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = -E_0 \sin \omega t.$$

Хвилю, поляризовану по лівому колу (напрямок обертання проти годинникової стрілки) записують як:

$$\vec{E}_л = E_{2x} \cdot \vec{i} + E_{2y} \cdot \vec{j}, \quad \text{де } E_{2x} = E_0 \cos \omega t, \quad E_{2y} = E_0 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = E_0 \sin \omega t.$$

Якщо амплітуди хвиль, поляризованих по лівому і правому колах, однакові, і між ними немає різниці фаз, то $\vec{E}_пр + \vec{E}_л = 2E_0 \cos \omega t \cdot \vec{i}$. Тобто їх сума є лінійно поляризованою хвилею з амплітудою $2E_0$, орієнтованою вздовж осі X .

Коли між цими циркулярно поляризованими хвилями є різниця фаз δ (урахуємо її у хвилі, поляризованій по лівому колу: $\vec{E}_л = E_0 \cos(\omega t + \delta) \cdot \vec{i} + E_0 \sin(\omega t + \delta) \cdot \vec{j}$), то сумарне коливання записується як:

$$\vec{E}_пр + \vec{E}_л = 2E_0 \cos \left(\omega t + \frac{\delta}{2} \right) \left\{ \cos \frac{\delta}{2} \cdot \vec{i} + \sin \frac{\delta}{2} \cdot \vec{j} \right\}.$$

Як бачимо, сума двох хвиль є лінійно поляризованою хвилею, як і в першому випадку, з амплітудою $2E_0$, але площина коливань вектора \vec{E} повернута на кут $\frac{\delta}{2}$ відносно осі X .

9.2.24. Як перетворити циркулярно поляризоване світло в лінійно поляризоване без втрат за інтенсивністю?

Циркулярно поляризоване світло можна представити як суму двох лінійно поляризованих хвиль з різницею фаз $\pi/2$ між ними. Якщо таке світло пропустити через пластинку $\lambda/4$, різниця фаз між цими компонентами дорівнюватиме $\delta = \pi/2 \pm \pi/2$, Знак \pm в останній рівності обираємо залежно від того, з якого кристала зроблена $\lambda/4$ -ФП. Тому на виході такої ФП отримаємо лінійно поляризоване світло з вектором \vec{E} , орієнтованим під кутом $\pm 45^\circ$ до оптичної осі кристала. При цьому втрати за інтенсивністю виникають лише при відбитті на поверхні пластинки.

9.2.25. Як перетворити світло, поляризоване по правому колу, на світло, поляризоване по лівому колу, і навпаки?

Для цього достатньо пропустити світло крізь фазову пластинку $\lambda/2$.

9.2.26. Як необхідно розташувати $\lambda/4$ -фазову пластинку, щоб з лінійно поляризованого світла одержати світло, поляризоване: а) по правому колу; б) по лівому колу?

Відповідь залежить від типу кристала, з якого виготовлено фазову пластинку. Припустимо, що це кварцова пластинка, тобто пластинка виготовлена з додатного кристала, у якого $n_e > n_o$. У такому кристалі звичайна хвиля випереджає незвичайну. Якщо в падаючій на пластинку лінійно поляризованій хвилі орієнтувати вектор \vec{E} під кутом 45° до осі OX , як показано на рис. 9.7, а оптичну вісь OO пластинки направити вздовж осі OY , то на виході отримаємо світло, поляризоване по лівому колу. Це дійсно так, оскільки звичайна хвиля (орієнтована вздовж осі OX) випере-

дить незвичайну (з напрямком коливань по осі OY) на $\pi/2$, тому напрямок руху вектора \vec{E} буде від осі OX до осі OY . Коли вектор \vec{E} падаючої хвилі утворює кут $\alpha = 135^\circ$ з віссю OX , напрямок циркуляції буде протилежним (світло буде поляризоване по правому колу).

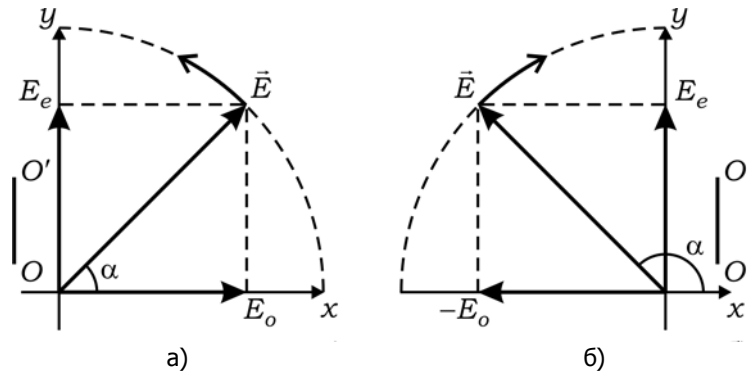


Рис. 9.7. До запитань 9.2.26 та 9.2.28

Зауважимо, що для пластинки, виготовленої з від'ємного кристала, аналогічні міркування призведуть до протилежного результату.

9.2.27. Чи може фазова пластинка перетворювати природне світло на лінійно поляризоване (відігравати роль поляризатора)?

Так, може. Для цього ФП треба нахилити до променя, змінивши кут падіння променя на кут, що не дорівнює нулю. У цьому випадку на виході із ФП будуть існувати два просторово розділені лінійно поляризовані промені з ортогональними напрямками поляризації. Зауважимо, що на практиці такий метод отримання поляризованого світла не використовується через малу різницю між величинами n_o та n_e для більшості матеріалів і незначними товщинами ФП. У цьому разі товщини пластинки не достатньо, щоб просторово розділити промені на значну відстань.

9.2.28. Монохроматичний лінійно поляризований пучок світла проходить крізь фазову пластинку, яка вносить різницю ходу Δ : а) $\Delta = \lambda/4$; б) $\Delta = 3\lambda/4$. Орієнтація вектора \vec{E} падаючої хвилі утворює з оптичною віссю ФП кут $\alpha = 45^\circ$. Чим відрізняються поляризації пучків на виході із ФП цих двох типів?

В обох випадках на виході із ФП отримуємо циркулярно поляризоване світло. Це так, тому що монохроматичний лінійно поляризований пучок світла падає на фазову пластинку, зроблену з кварцу ($n_e > n_o$), оптична вісь якої орієнтована по осі Y (рис. 9.7), а вектор \vec{E} падаючої хвилі утворює кут $\alpha = 45^\circ$ з віссю X .

Якщо обрано $\lambda/4$ -пластинку, то в ній між компонентами \vec{E}_x та \vec{E}_y виникає різниця фаз $\pi/2$. На виході із ФП у момент $t = 0$ амплітуда E_x максимальна, а амплі-

туда $E_y = 0$. Через чверть періоду $E_x = 0$, а E_y максимальна. Як бачимо, напрямок обертань лівий.

Якщо це $3\lambda/4$ -пластинка, то початковий випадок той самий, а через чверть періоду незвичайна хвиля відстане на $3\pi/2$, отримаємо $(-E_y)$ і протилежний напрямок обертання.

9.2.29. Як природне монохроматичне світло перетворити на еліптично поляризоване зі співвідношенням осей еліпса 1:2?

Для цього природне монохроматичне світло спочатку за допомогою поляризатора перетворюють на лінійно поляризоване. Далі світло має пройти крізь пластинку $\lambda/4$, але при цьому кут α (рис. 9.7) між вектором \vec{E} поляризованої хвилі та віссю X має бути таким, щоб відношення амплітуд E_x і E_y задовольняло умову $E_x/E_y = 0,5$. Це відповідає вимозі $\operatorname{tg} \alpha = 0,5 \Rightarrow \alpha \approx 26,5^\circ$.

9.2.30. Яку функцію в аналізі стану поляризації світла виконують компенсатори?

Щоб відрізнити еліптично поляризоване світло від частково поляризованого, а поляризоване по колу світло від природного, недостатньо використовувати тільки аналізатор. Для цього в дослідження вводять $\lambda/4$ -ФП, відповідним чином її зорієнтувавши. Таким способом аналізують світло, еліптична поляризація якого виникає в результаті додавання двох взаємно перпендикулярних коливань різної амплітуди з різницею фаз $\pi/2$. Якщо ж еліптична поляризація виникає в результаті додавання двох взаємно перпендикулярних коливань з різницею фаз $\delta \neq \pi/2$, то для перетворення такого світла на лінійно поляризоване потрібно ввести таку додаткову різницю фаз δ' , яка в сумі з δ давала б різницю фаз, що дорівнює π (або $2m\pi$). Для цього замість $\lambda/4$ -ФП використовують спеціальні пристрої, здатні отримувати будь-яке значення різниці фаз, і вони називаються компенсаторами.

Про конструкцію і принцип роботи різних типів компенсаторів див. запитання 8.3.32.

9.2.31. Паралельний пучок досліджуваного світла проходить через аналізатор. Виявляється, що при повороті аналізатора інтенсивність світла, яке пройшло через нього, має максимум і мінімум. Яку поляризацію має це світло? Що треба зробити, щоб одержати однозначну відповідь?

Зміну інтенсивності від I_{\max} до I_{\min} після аналізатора можна отримати у випадках частково поляризованого світла та еліптично поляризованого світла. Для отримання однозначної відповіді перед аналізатором необхідно розмістити компенсатор, що може вносити довільну різницю фаз δ .

Компенсатор не змінить стан тієї частини частково поляризованого світла, яка пов'язана з природним (неполяризованим) світлом, а еліптично поляризоване світло перетворить на лінійно поляризоване, яке можна визначити аналізатором. Викори-

стання компенсатора Солейля дозволяє виміряти різницю фаз δ , яку вносить компенсатор, і кількісно визначити параметри еліптично поляризованого світла.

9.2.32. Використовуючи які фізичні принципи (ефекти), можна побудувати атенюатор (керований послаблювач) оптичного випромінювання?

Побудувати атенюатор (керований послаблювач) оптичного випромінювання можна, використовуючи такі фізичні ефекти:

- залежність коефіцієнта відбиття на межі двох прозорих діелектриків від кута падіння, яка впливає із формул Френеля;
- ефект обернено пропорційній залежності освітленості від квадрата відстані до джерела світла;
- діафрагмування;
- закон Малюса для поляризованого світла: (9.12) – (9.14);
- клиноподібні атенюатори [11, гл. 1, п. 3];
- диск, що обертається, із секторними вирізами [11, гл. 1, п. 3].

Поміркуйте над своїми пропозиціями щодо створення атенюаторів світла.

9.3. Приклади розв'язування задач

Приклад 9.1. Визначте ступінь поляризації відбитого та заломленого світла, якщо падаюче світло природне?

Розв'язання. Ступінь поляризації визначається як

$$P = \frac{\langle S \rangle_{\max} - \langle S \rangle_{\min}}{\langle S \rangle_{\max} + \langle S \rangle_{\min}}.$$

Тут $\langle S \rangle_{\max}$, $\langle S \rangle_{\min}$ – максимальне та мінімальне значення густини потоку для двох ортогональних напрямків коливань електромагнітної хвилі. Для природного світла значення густини потоку однакове для всіх напрямків коливань вектора \vec{E} . У системі СІ густину потоку можна записати як $\langle S \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n E_0^2$.

Визначимо спочатку ступінь поляризації для відбитої хвилі, коли $\langle S \rangle_{\max} = \langle S \rangle_{\perp}^r$, $\langle S \rangle_{\min} = \langle S \rangle_{\parallel}^r$. Використавши формули Френеля і те, що для падаючої хвилі $E_{\parallel}^i = E_{\perp}^i = E_0^i / 2$, отримуємо P^r у вигляді

$$P^r = \frac{\frac{\sin^2(\varphi - \theta)}{\sin^2(\varphi + \theta)} - \frac{\tan^2(\varphi - \theta)}{\tan^2(\varphi + \theta)}}{\frac{\sin^2(\varphi - \theta)}{\sin^2(\varphi + \theta)} + \frac{\tan^2(\varphi - \theta)}{\tan^2(\varphi + \theta)}} = \frac{\cos^2(\varphi - \theta) - \cos^2(\varphi + \theta)}{\cos^2(\varphi - \theta) + \cos^2(\varphi + \theta)} = \frac{\sin 2\varphi \sin 2\theta}{2(\sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \theta + \cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \theta)},$$

де φ – кут падіння; θ – кут заломлення.

ризації в прозорих, природно оптично неактивних речовинах здійснюється на кут, що дорівнює

$$\Psi = VH_0d, \quad (10.7)$$

де V – стала магнітного обертання (стала Верде), яка залежить від властивостей речовини та довжини хвилі світла; H_0 – напруженість поздовжньої складової зовнішнього магнітного поля.

10.2. Запитання та відповіді

10.2.1. У якому агрегатному стані речовини можуть мати оптичну активність?

Оптичною активністю можуть характеризуватись тверді тіла (напр., кристали кварцу), чисті рідини (скипидар, нікотин) і розчини оптично активних речовин у неактивних розчинниках (водні розчини цукру, винної кислоти тощо).

10.2.2. У чому полягає основна ідея теорії Френеля, яка пояснює оптичну активність речовин?

Основна ідея теорії Френеля, яка пояснює оптичну активність речовин, полягає в тому, що за аналогією із двопроменезаломлювальними кристалами в ній застосована ідея розбиття хвилі в речовині на дві власні хвилі зі своїми показниками заломлення¹. У випадку оптично активних речовин Френель запропонував розглядати циркулярно поляризовані власні хвилі, які відрізняються показниками заломлення $n_{\text{пр}}$ та $n_{\text{лів}}$. Такий розгляд можливий, якщо згадати, що лінійно поляризовану хвилю можна представити як результат додавання двох циркулярно поляризованих хвиль із відповідною різницею фаз. Якщо $n_{\text{пр}} \neq n_{\text{лів}}$, то і фазові швидкості для цих хвиль будуть різні. У результаті цього після проходження власних хвиль крізь активну речовину на її виході складання двох хвиль дає лінійно поляризовану хвилю з площиною поляризації, що повернута відносно поляризації падаючої хвилі.

Звернемо увагу на те, що в теорії Френеля не йдеться про мікроскопічну природу механізмів, які призводять до обертання площини поляризації в оптично активних середовищах. Це – феноменологічна теорія. (Більш детально про теорію Френеля, яка пояснює оптичну активність речовин, можна прочитати в [1, п. 168]).

10.2.3. Як експериментально сам Френель перевіряв правильність своєї теорії, яка пояснює оптичну активність речовин?

Для перевірки своїх припущень щодо теорії оптично активних речовин Френель провів дослід зі спеціально створеною ним призмою, складеною із трьох призм: двох – із правого кварцу та однієї – з лівого кварцу. Експеримент підтвердив правильність теорії Френеля. (Більш детально про цей дослід Френеля можна прочитати в [1, п. 168]).

¹ Нагадаємо, що у двопроменезаломлювальних кристалах лінійно поляризовані власні хвилі відрізнялись показниками заломлення n_o та n_e щодо головного перерізу кристала.

10.2.4. Як буде зорієнтована поляризація світлового променя після того, як він пройде крізь пластинку, яка вирізана з кристала кварцу перпендикулярно до його оптичної осі, відіб'ється від дзеркала і ще раз пройде через кристал кварцу, але в зворотному напрямку?

У випадку, коли використовується оптична активність кварцу, площина поляризації після подвійного проходження в одному напрямку та зворотному до нього крізь пластинку із кристалічного кварцу відновлює свою первинну орієнтацію.

10.2.5. Як буде зорієнтована поляризація світлового променя після того, як він пройде через поздовжньо намагнічений зразок і в ньому завдяки ефекту Фарадея відбудеться поворот площини поляризації, а потім цей промінь відіб'ється від дзеркала і ще раз пройде через цей самий поздовжньо намагнічений зразок, але у зворотному напрямку? Порівняйте результат такого експерименту з відповіддю на попереднє запитання.

Із теорії ефекту Фарадея відомо, що напрямок обертання площини поляризації залежить від напрямку магнітного поля (а останній залежить від напрямку струму в соленоїді, який у запропонованій умові цього питання не змінився) і не залежить від напрямку поширення світла. Таким чином, площина поляризації відбитого (зворотного) променя при проходженні крізь намагнічену речовину ще раз повернеться на такий самий кут α , як і після першого (прямого) проходження. У підсумку площина поляризації оптичного променя після такого подвійного проходження повернеться на кут 2α .

10.2.6. Як працює пристрій, який пропускає світло лише в одному напрямку і називається оптичним вентилям?

Розглянемо рис. 10.2. Кут між напрямками максимального пропускання поляризаторів Π_1 і Π_2 становить кут 45° . Після поляризатора Π_1 лінійно поляризоване світло потрапляє в комірку з речовиною, яка в поздовжньому магнітному полі за рахунок магнітооптичного ефекту Фарадея обертає площину поляризації світла.

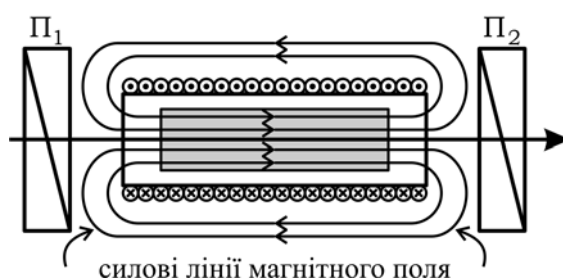


Рис. 10.2. Конструкція оптичного вентиля

Величина кута обертання за формулою (10.7) залежить від величини напруженості (H) або магнітної індукції (B) магнітного поля, довжини (L) комірки з робочою речовиною та властивостей самої речовини (V – сталої Верде). Величина магнітного поля в даному випадку визначається параметрами соленоїда і на-

сампред величиною струму в ньому. Останній підбирається таким, що кут Ψ обертання площини поляризації світла дорівнює 45° . Тобто лінійно поляризоване світло після проходження ним соленоїда буде збігатися за поляризацією з напрямком пропускання поляризатора P_2 і пройде через нього без поглинання.

Як відомо, будь-яка оптична схема, яка складається, з оптичних елементів обов'язково має відбиваючі поверхні. Це призводить до того, що, окрім прямого променя, існує зворотний промінь, який потрібно знешкодити (погасити або хоча б зменшити його інтенсивність). Його наявність може спричинити багато неприємностей, аж до зникнення генерації лазером. Відбитий промінь може бути частково поляризованим або навіть повністю неполяризованим. Однак після проходження поляризатора P_2 "справа наліво" він виходить із P_2 і потрапляє в робочу речовину, яка міститься в соленоїді, поляризованим. Із теорії ефекту Фарадея відомо, що напрямок обертання площини поляризації залежить від напрямку магнітного поля (а останній залежить від напрямку струму в соленоїді, який не змінився) і не залежить від напрямку поширення світла.

Таким чином, площина поляризації відбитого (зворотного) променя ще раз повернеться на кут $\Psi = 45^\circ$ і на вхід поляризатора P_1 він прийде з площиною поляризації, повернутою на кут 90° . Це збігається з напрямком найменшого пропускання поляризатора P_1 , і відбите світло через нього пройти не зможе. Саме тому пристрій, пропускання світла яким в одному (прямому) напрямку максимальне, а у зворотному – мінімальне, називається оптичним вентилям.

10.2.7. У досліді Умова паралельний пучок монохроматичного лінійно поляризованого світла спрямовується в прозору (скляну) циліндричну посудину довжиною 0,5–1 м і діаметром приблизно 10 см, наповнену водним розчином цукру. Спостереження ведеться під прямим кутом до напрямку поширення світла. Поясніть гвинтоподібний вигляд картини, що спостерігається при цьому вздовж осі циліндра.

Водний розчин цукру, який використовується в досліді Умова, є оптично активною речовиною. При поширенні світла на відстань d напрямок коливань вектора електричної напруженості \vec{E} повертається на кут $\varphi = [a]cd$, тут $[a]$ – стала обертання, c – концентрація розчину; d – довжина циліндра. Тому, якщо на вході в розчин вектор \vec{E} падаючої хвилі був орієнтований уздовж осі Y (рис. 10.3), то максимум розсіяного випромінювання спостерігався в напрямку осі X . При повороті площини поляризації цукром на кут $\varphi = 90^\circ$ відбуваються зміни, а саме, максимум випромінювання відбувається в напрямку осі Y і т. д.

Відстань між сусідніми світлими (або темними) смугами дорівнює шляху, при проходженні якого площина поляризації повертається на 180° .

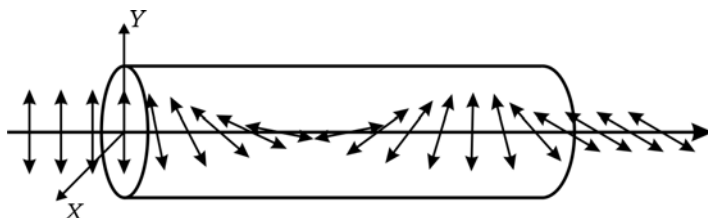


Рис. 10.3. До пояснення природи "гвинта Умова"

10.2.8. *Яке практичне застосування отримало явище штучного двопронезаломлення, яке пов'язане з виникненням анізотропії при деформаціях?*

Якщо деформоване тіло має форму більш складну, ніж паралелепіпед, або розподіл механічного напруження нерівномірний, то у світлі, яке проходить крізь тіло, виникає картина у вигляді системи так чи інакше розташованих темних і світлих смуг. При зміні напруження картина змінюється. Це використовують під час дослідження розподілу напруги у складних конструкціях, наприклад, у будівництві або машинобудуванні. Для цього виготовляють геометрично подібну модель із відповідних прозорих матеріалів, розміщують її між двома схрещеними поляризаторами і діють на неї навантаженням. Просвічуючи цю модель світлом, зі спостережуваної картини роблять висновки про розподіл внутрішніх напружень. Цей метод значно спрощує досить трудомістку роботу з розрахунку напружень у нових конструкціях.

10.2.9. *Чи можна скористатись підручними матеріалами для спостереження природного та штучного двопронезаломлення?*

Целофанова плівка має властивості природного двопронезаломлення. Це пов'язано з анізотропними властивостями молекул цього матеріалу. Целофанові плівки стають двопронезаломлювальними в результаті їх розтягування.

10.2.10. *Відомо, що можна провести аналогію між виникненням штучної анізотропії в рідинах і аморфних речовинах під дією електричного поля та природною анізотропією в кристалах. Проте анізотропні кристали бувають додатними і від'ємними. З яким типом анізотропних кристалів аналогічні речовини ефекту Керра?*

Величина ефекту Керра в рідинах та аморфних речовинах характеризується співвідношенням (10.2) $n_e - n_o = bE_0^2$. Величина сталої Керра b може бути більшою і меншою за нуль. Для більшості речовин (напр., нітробензол) $b > 0$, тобто $n_e > n_o$, що відповідає додатному кристалу. Проте існують і речовини, для яких $b < 0$ (спирт, етиловий ефір). Анізотропні властивості таких речовин подібні властивостям від'ємних кристалів.

10.2.11. *Назвіть одну із найбільш важливих, на вашу думку, особливостей ефекту Керра.*

Однією з найбільш важливих особливостей ефекту Керра є його надмала інерційність (до 10^{-12} с), яка обумовлює його широке практичне застосування. Це практично безінерційний оптичний затвор з рекордно малим часом перемикання того

самого порядку величини, що і період коливань електромагнітного випромінювання, або наближається до нього: для світла $10^{-14} - 10^{-15}$ с; для НВЧ $10^{-9} - 10^{-10}$ с. Це дозволяє досліджувати швидкоплинні в реальному масштабі часу процеси.

10.3. Приклади розв'язування задач

Приклад 10.1. Комірка Керра (заповнена нітробензолом посудина, у якій розміщені пластини плоского конденсатора) розташована між паралельними поляризатором і аналізатором. Оптична вісь комірки Керра утворює кут $\alpha = 45^\circ$ із площиною пропускання поляризатора. Довжина пластин конденсатора 100 мм. Стала Керра (B) для монохроматичного світла ($\lambda = 600$ нм) дорівнює $B = 2,2 \cdot 10^{-12}$ м/В². Визначте мінімальне значення напруженості електричного поля конденсатора, за якого: а) на виході аналізатора поле стає темним; б) інтенсивність світла на виході системи не залежить від кутового положення аналізатора.

Розв'язання. На рис. 10.4 представлено схему, у якій функції фазової пластинки виконує комірка Керра. За $\alpha = 45^\circ$ і $\beta = 0^\circ$ інтенсивність світла на виході системи визначається формулою $I_{\parallel} = \frac{1}{2} I_n \cos^2 \frac{\delta}{2}$, де різниця фаз, ураховуючи формулу (10.2), дорівнює

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d = \frac{2\pi}{\lambda} b E_0^2 d = 2\pi B E_0^2 d. \quad (10.9)$$

Інтенсивність світла на виході системи дорівнюватиме нулю ($I_{\parallel} = 0$), коли $\cos^2 \frac{\delta}{2} = 0$. Ця умова виконується за різниці фаз $\delta = (2m + 1)\pi$. Тоді з рівняння (10.9) отримаємо $E_0 = \sqrt{\frac{2m + 1}{2Bd}}$. Мінімальна напруженість електричного поля буде при $m = 0$:

$$E_0^{\min} = \sqrt{\frac{1}{2Bd}} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 2,2 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1}} = 1,5 \cdot 10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}};$$

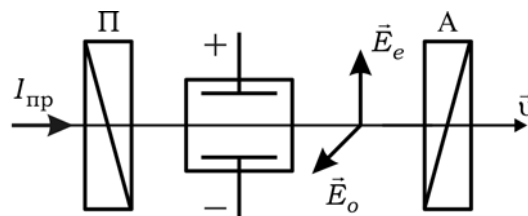


Рис. 10.4. До прикладу 10.1

кість v хвилі у цьому середовищі. За умови, що групова швидкість u більша за фазову швидкість v ($u > v = c/n$), навіть рівномірний рух частинки викликає випромінювання ЕМХ. Рухомі частинки при цьому втрачає енергію, унаслідок чого вона рухається з від'ємним прискоренням (гальмується). Однак це прискорення є не причиною, як у випадку, коли $u < c/n$, а наслідком випромінювання. Навіть, якщо б втрати енергії якимось чином поповнювались, то частинка, рухаючись рівномірно зі швидкістю $u > c/n$, все ж була б джерелом випромінювання.

У випромінюванні Вавилова–Черенкова переважають короткі хвилі, тому воно має синє забарвлення. Характерною ознакою випромінювання Вавилова–Черенкова є те, що воно випромінюється не в усі напрямки, а лише вздовж твірних конуса, вісь якого збігається з напрямком руху частинки, а кут при вершині $\theta = \arccos \frac{c}{nu}$.

11.2. Запитання та відповіді

11.2.1. *Що таке наближення суцільного середовища і в яких випадках його можна застосовувати?*

Згідно з уявленнями про поширення світла в речовині, які систематизовані в класичній електронній теорії Г. А. Лоренца, речовина розглядається як сукупність заряджених частинок. Ці частинки під дією ЕМХ збуджуються і перевипромінюють вторинні хвилі, які складаються між собою та з падаючою на речовину хвилею, визначаючи взаємодію світла з речовиною і поширення світла в речовині. Відстань між зарядженими частинками, як і довжина хвилі, визначена. Залежно від співвідношень між цими величинами середовище можна вважати або суцільним, або дискретним. Постає питання: у яких випадках можна застосовувати наближення суцільного середовища?

Електричне і магнітне поля ЕМХ залишаються майже сталими на відстані $\sim \frac{\lambda}{2\pi}$.

Для видимого світла ця величина становить $\frac{\lambda}{2\pi} \approx 10^{-7}$ м. В об'ємі $(10^{-7})^3$ м³ речовини в конденсованому стані або газу за нормальних умов міститься близько 10^8 атомів. Тому в усьому оптичному діапазоні така речовина має ті самі властивості, що і суцільне середовище.

Проте існують випадки і з негативною відповіддю на це питання:

1) при поширенні світла у верхніх шарах атмосфери, густина яких дуже мала, таке наближення неприпустиме;

2) до таких самих висновків можна дійти, розглядаючи середовище, що перебуває в стані, близькому до критичного. У цьому випадку середовище не може розглядатись як однорідне: флуктуація густини в об'ємах $\sim \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^3$ стає істотною, що призводить до розсіювання світла (переважно короткохвильового);

3) у діапазоні рентгенівських хвиль, коли величина $\lambda \sim 0,1$ нм стає порівняною з міжатомними відстанями, мікроскопічний підхід до речовини, як до суцільного середовища, також стає неприпустимим.

11.2.2. Проаналізуйте закон, за яким змінюється показник заломлення із частотою для розрідженого одноатомного газу?

Цей випадок відповідає стану, коли можна знехтувати поглинанням ($\gamma = 0$) і скористатись виразом (11.2): $n^2(\omega) = \varepsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}$, де ω_0 – власна (резонансна) частота коливань електрона; N – концентрація атомів речовини; m – маса електрона. Видно, що $n > 1$ за $0 < \omega < \omega_0$; $n = \pm\infty$ за $\omega = \omega_0$; $n < 1$ за $\omega_0 < \omega \leq \infty$.

На рис. 11.2 показана залежність функції $n^2 - 1$ від частоти ω . Для значення $\omega = \omega_0$ функція $n^2 - 1$ має розрив, а для всіх інших значень ω спостерігається нормальна дисперсія, тобто $\frac{dn}{d\omega} > 0$. Перетворення показника заломлення на нескінченність за $\omega = \omega_0$ не має фізичного змісту і пов'язане з неврахуванням згасання коливань оптичного осцилятора.

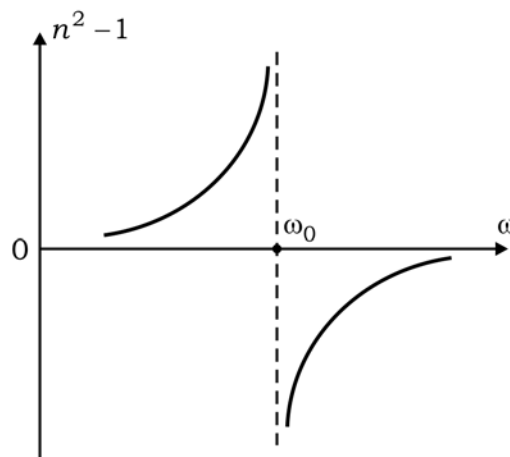


Рис. 11.2. Частотна залежність показника заломлення без урахування втрат світла в середовищі

11.2.3. Чи може показник заломлення n середовища бути меншим одиниці?

Так, може. Зазначимо такі два випадки: *перший випадок* пов'язаний з власним поглинанням світла речовиною. На рис. 11.3, а показано ділянку дисперсії світла $n(\omega)$ у межах смуги поглинання на кривій $\chi(\omega)$, рис. 11.3, б. Видно, що на ній є дисперсійна ділянка (коли $\omega \geq \omega_0$), на якій $n < 1$. *Другий випадок* фіксується в області високих частот далеко від лінії поглинання, коли $\omega \gg \omega_0$ і можна знехтувати внеском поглинання в дисперсію. Тоді закон дисперсії набуває вигляду

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\gamma\omega} \approx 1 - \frac{4\pi N e^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega^2}. \quad (11.6)$$

Величина показника заломлення n тут також набуває значення, меншого одиниці.

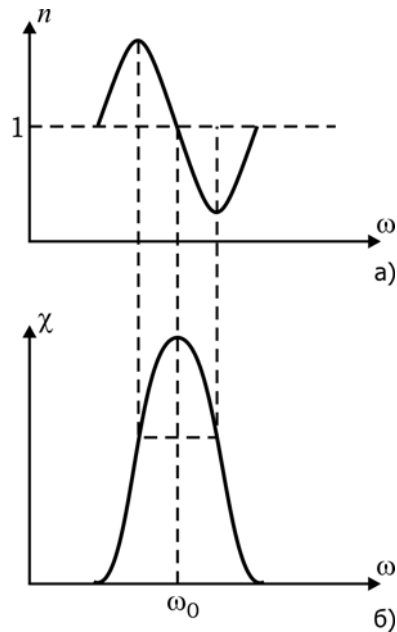


Рис. 11.3. Частотні залежності показника заломлення (n) і показника поглинання (χ) світла в середовищі

11.2.4. Що називається плазмовою частотою ω_p і який її фізичний зміст? Чому вона так називається?

Плазмовою (або ленгмюрівською) частотою ω_p називається власна частота вільних електронів у плазмі:

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi N e^2}{m} \text{ (у гауссовій системі)}, \quad \omega_p^2 = \frac{N e^2}{\epsilon_0 \cdot m} \text{ (у системі СІ)}. \quad (11.7)$$

З урахуванням плазмової частоти закон, за яким змінюється показник заломлення середовища від частоти, набуває вигляду

$$n^2(\omega) = \epsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (11.8)$$

Фізичний зміст плазмової частоти ω_p полягає в тому, що вона визначає частоту власних колективних коливань у плазмі, концентрація електронів у якій дорівнює N .

11.2.5. *Якого вигляду набуває залежність $n^2(\omega) = \epsilon(\omega)$ для електромагнітного випромінювання в рентгенівському діапазоні?*

Для частот зовнішнього випромінювання $\omega \gg \omega_0$ (напр., рентгенівське випромінювання, що падає на метал) або для $\omega_0 = 0$ (плазма в іоносфері для радіохвиль) формула для частотної залежності показника заломлення набуває вигляду

$$n^2(\omega) = \epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}.$$

11.2.6. *У чому полягає фізичний зміст комплексного показника заломлення?*

При вимушених коливаннях електронів речовини під дією електричного поля світлової хвилі їх рух відбувається із запізненням по фазі відносно коливань напруженості електричного поля. Також відбувається згасання коливань електронів у середовищі в часі. Ці два фактори проявляються в деякій видозміні виразу (11.2) для показника заломлення та діелектричної проникності, яка надає їм характер комплексної величини:

$$n^2(\omega) = \epsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\gamma\omega},$$

де $i = \sqrt{-1}$; γ – коефіцієнт згасання. При цьому вводиться комплексний показник заломлення $n^* = n - i\chi$, де n – дійсна частина показника заломлення, яка визначає фазову швидкість хвилі; χ – показник поглинання, який характеризує спадання амплітуди плоскої хвилі при її поширенні в середовищі.

У тих випадках, коли можна знехтувати згасанням елементарних осциляторів, зсув фази не відбуватиметься і показник заломлення буде дійсною величиною. Це спостерігатиметься для частот, далеких від власної частоти осциляторів, тобто у спектральній смузі прозорості середовища.

Так само вводять комплексну діелектричну проникність $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$. Її дійсна частина $\varepsilon'(\omega)$ визначає ту складову індукції \vec{D} у середовищі, яка змінюється у фазі з напруженістю \vec{E} електричного поля хвилі, а уявна частина $\varepsilon''(\omega)$ – складову \vec{D} , яка відстає від \vec{E} на $\pi/2$. Окрім того, дійсна частина $\varepsilon(\omega)$ відповідає за заломлення світла на межі середовища, а уявна – за поглинання світла в середовищі.

Між дійсною $\varepsilon'(\omega)$ та уявною $\varepsilon''(\omega)$ частинами діелектричної проникності $\varepsilon(\omega)$ існують співвідношення (формули Крамерса–Кроніга). Вони дозволяють обчислити функцію $\varepsilon'(\omega)$, якщо відома для даної речовини функція $\varepsilon''(\omega)$ у всьому діапазоні частот ω , чи навпаки, обчислити функцію $\varepsilon''(\omega)$, знаючи функцію $\varepsilon'(\omega)$. Тому для повної характеристики оптичних властивостей середовища достатньо знати (напр., з експерименту) тільки одну із цих функцій (напр., $\varepsilon'(\omega)$).

11.2.7. *Коли можна знехтувати комплексним характером діелектричної проникності?*

Взаємодія хвилі із середовищем призводить не тільки до зміни фази і фазової швидкості, але й до зміни амплітуди світлової хвилі. (Поясніть, який фізичний зв'язок існує між згасанням і зсувом фази. Радимо скористатись для цього відомостями з розділу "Коливання та хвилі" → "Вимушені коливання" → "Амплітудно-частотна та фазочастотна характеристики").

У тих випадках, коли можна знехтувати згасанням елементарних осциляторів, відставання по фазі зміщення електронів відносно напруженості електричного поля не буде і діелектрична проникність стає дійсною величиною. Це стосується частот, які далекі від власних частот осцилятора, тобто у спектральній області прозорості діелектричного середовища.

11.2.8. *Що означає термін "дисперсія середовища"?*

Під дисперсією середовища розуміють залежність від довжини хвилі показника заломлення середовища $\left(\frac{dn}{d\lambda}\right)$ і фазової швидкості $\left(\frac{dv_\phi}{d\lambda}\right)$ (або $\left(\frac{dn}{d\omega}\right)$ та $\left(\frac{dv_\phi}{d\omega}\right)$)

Загалом термін "дисперсія" може мати більш широке значення і означати розкид, відхилення від найбільш ймовірного значення якихось величин для пояснення різноманітних понять. Наприклад, у статистиці дисперсією називають середню квадратичну похибку або міру розкиду значень випадкової величини від її середнього значення.

11.2.9. *Назвіть ознаки аномальної та нормальної дисперсій.*

Відмінності між нормальною та аномальною дисперсіями в оптиці наведемо в порівняльній таблиці:

| Нормальна дисперсія | Аномальна дисперсія |
|---|---|
| Показник заломлення зменшується зі збільшенням довжини хвилі $\left(\frac{dn}{d\lambda} < 0 \text{ або } \frac{dv_{\phi}}{d\lambda} > 0 \right).$ | Показник заломлення збільшується зі збільшенням довжини хвилі $\left(\frac{dn}{d\lambda} > 0 \text{ або } \frac{dv_{\phi}}{d\lambda} < 0 \right)$ |
| Спостерігається поза межами півширини смуги поглинання або на її крилах | Спостерігається в межах півширини смуги поглинання |
| Групова швидкість $v_{\text{гр}}$ менша від фазової швидкості v_{ϕ} ($v_{\text{гр}} < v_{\phi}$) | Групова швидкість $v_{\text{гр}}$ більша за фазову швидкість v_{ϕ} ($v_{\text{гр}} > v_{\phi}$) |

11.2.10. Що таке хвильовий пакет?

ЕМХ зі скінченим (відмінним від нуля) значенням $\Delta\omega$ може бути представлена у вигляді суперпозиції плоских гармонічних хвиль різної частоти. Хвилі з різними частотами мають різні швидкості (існує дисперсія). Тому набір таких хвиль являє собою збурення електромагнітного поля у вигляді імпульсу, амплітуда якого дорівнює нулю за межами деякого інтервалу простору Δx (об'єму ΔV) і проміжку часу τ . Таке хвильове поле групи хвиль називають хвильовим пакетом. Амплітуди гармонічних хвиль, які складають таке збурення, відмінні від нуля лише всередині деякого інтервалу частот $\Delta\omega$ поблизу середньої частоти ω_0 .

11.2.11. Яка швидкість називається груповою швидкістю, а яка фазовою?

Фазова швидкість – це швидкість переносу фронту хвилі. Фаза хвилі дорівнює

$$\varphi = \omega t - kx = \text{const} \Rightarrow \omega \cdot dt - k \cdot dx = 0 \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v_{\phi}. \quad (11.9)$$

Групова швидкість – це швидкість амплітуди (максимуму) хвильового пакета. Фактично, групова швидкість – це швидкість хвильового пакета або швидкість передачі енергії хвилею.

11.2.12. Доведіть формулу Релея.

За визначенням $v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk}$ та $v_{\phi} = \frac{\omega}{k}$. Тоді

$$v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}(v_{\phi} \cdot k) = v_{\phi} + k \frac{dv_{\phi}}{dk} = v_{\phi} - \lambda \frac{dv_{\phi}}{d\lambda}. \quad (11.10)$$

Це й є формула Релея, яка пов'язує групову $v_{\text{гр}}$ і фазову $v_{\text{ф}}$ швидкості. Її можна модифікувати до інших форм, наприклад:

$$v_{\text{гр}} = v_{\text{ф}} - \lambda \frac{dv_{\text{ф}}}{d\lambda} = \frac{c}{n} - \lambda \frac{d\left(\frac{c}{n}\right)}{d\lambda} = c \left(\frac{1}{n} - \lambda c \left(-\frac{1}{n^2} \right) \frac{dn}{d\lambda} \right) = \frac{c}{n} \left(1 + \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \right). \quad (11.11)$$

11.2.13. Які існують форми запису рівняння Релея?

Якщо закон дисперсії заданий як функція $v_{\text{ф}} = v_{\text{ф}}(\lambda)$, то зручно користуватись рівнянням Релея у вигляді

$$v_{\text{гр}} = v_{\text{ф}} - \lambda \frac{dv_{\text{ф}}}{d\lambda}.$$

Якщо відома функція $v_{\text{ф}} = v_{\text{ф}}(k)$, то рівняння Релея набуває вигляду

$$v_{\text{гр}} = v_{\text{ф}} + k \frac{dv_{\text{ф}}}{dk}.$$

Якщо виразити фазову швидкість через частоту ω і хвильове число k : $v_{\text{ф}} = \omega/k$ і

розглядати функцію $\omega = \omega(k)$, то $v_{\text{гр}} = \frac{d\omega(k)}{dk}$.

Якщо властивості середовища характеризуються показником заломлення $n = n(\omega)$, то використовується інша форма рівняння Релея:

$$v_{\text{гр}} = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}} \quad \text{або} \quad v_{\text{гр}} = \frac{v_{\text{ф}}}{1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega}}. \quad (11.12)$$

Якщо властивості середовища характеризуються показником заломлення $n = n(\lambda)$, то групова швидкість може бути розрахована за рівнянням Релея у вигляді

$$v_{\text{гр}} = c \left(\frac{1}{n} + \frac{\lambda}{n^2} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \right) \quad \text{або} \quad v_{\text{гр}} = v_{\text{ф}} \left(1 + \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \right). \quad (11.13)$$

11.2.14. Якими відомими вам методами визначали фазову швидкість світла, а якими – групову?

Групову швидкість світла визначали:

- Ремер (1676) методом астрономічного дослідження поведінки супутника Юпітера;
- Бредлі (1725–1728) методом аберації;
- Фуко методом переривання світлового потоку зубчастим колесом (1849) або дзеркалом, що обертається (1862);
- за формулою Релея, знаючи фазову швидкість і закон дисперсії;

Фазову швидкість світла визначали:

- Фізо і Майкельсон (за зсувом смуг в інтерференційній картині);
- за формулою $v_{\phi} = \frac{c}{n}$, вимірюючи величину показника заломлення n середо-

вища;

- методом стоячої хвилі в резонаторі.

Дайте розширене пояснення кожному із наведених тут методів.

11.2.15. З якою точністю виміряна швидкість світла сучасними методами?

Швидкість світла у вакуумі, виміряна сучасними методами, дорівнює $c = \lambda \nu = (299792456,2 \pm 1) \text{ м/с}$.

11.2.16. У яких випадках фазова швидкість дорівнює груповій швидкості?

Фазова швидкість дорівнює груповій швидкості у випадках, коли немає дисперсії середовища. Це спостерігається принаймні у двох випадках:

- у вакуумі, коли немає дисперсії, $v_{\text{гр}} = v_{\phi} = c$;
- для ідеалізації, яку вводять у вигляді монохроматичної (гармонічної) хвилі. Для монохроматичної (гармонічної) хвилі не може існувати хвильового пакета, немає групової швидкості, немає сенсу казати про $v_{\text{гр}}$, фазову і групову швидкості не розрізняють. Зауважимо, що реально всі хвилі, які існують у природі або утворені штучно, можуть претендувати хіба що на назву "квазімонохроматична хвиля".

11.2.17. Відомо, що показник заломлення n середовища та фазова швидкість v світла в цьому середовищі пов'язані між собою через швидкість c світла у вакуумі співвідношенням $v = \frac{c}{n}$. Для води величини v , розрахована таким способом і виміряна експериментально, з достатнім ступенем точності збігаються. Інший випадок спостерігаємо із сірковуглецем, для якого виміряне за законом Снеліуса значення дорівнює $n = 1,64$, а розраховане значення – $n = \frac{c}{v} = 1,76$. Розходження значно виходить за межі точності експерименту. Поясніть.

Для води у видимому діапазоні довжин хвиль $\frac{dn}{d\lambda} \sim 0$. Тому групова швидкість

$u \cong v = \frac{c}{n}$. В експериментах вимірюване значення швидкості відповідає груповій швидкості. Таким чином, для води розрахована і виміряна експериментально величини v з достатнім ступенем точності збігаються, якщо для розрахунків використовувати значення $n = 1,33$.

Для сірковуглецю у видимому діапазоні довжин хвиль величина $\lambda \frac{d\nu}{d\lambda}$ у формулі Релея дає помітний внесок у величину групової швидкості $u \Rightarrow u \neq v = \frac{c}{n}$. Так само, як і в експериментах з водою, вимірювана швидкість – це групова швидкість світла, і тому знайдене експериментально значення показника заломлення n не збігається з розрахованим за формулою $n = \frac{c}{v}$ значенням n .

11.2.18. *Яка швидкість світла, фазова чи групова, вимірюється у відомих дослідках Фізо, Фуко та Майкельсона, заснованих на перериванні світла?*

У всіх цих дослідках фіксувалась інтенсивність, а не фаза світлової хвилі. Тому виміряна такими методами швидкість групова, а не фазова. У дослідках Фізо, Фуко та Майкельсона відбувається швидкісне переривання світлового потоку, до приймача доходять короткі світлові імпульси. У середовищі, що має дисперсію, монохроматичні складові різних частот, які входять до складу модульованої хвилі, поширюються з різною швидкістю. Цей факт викликає особливий характер поширення імпульсу. У найпростішому випадку, коли спостерігається невелика нормальна дисперсія, імпульс поширюється без деформацій, зі швидкістю, що близька до групової.

11.2.19. *Чим пояснити, що для води діелектрична проникність $\epsilon = 81$, а показник заломлення $n = 1,33$, хоча існує формула $n = \sqrt{\epsilon}$?*

Це можна пояснити залежністю діелектричної проникності ϵ від частоти ω . Величина $\epsilon = 81$ виміряна на низьких частотах. Для оптичних частот, для яких визначається показник заломлення n , величина ϵ набагато менша і становить величину $\epsilon = n^2 = (1,33)^2 \approx 1,8$.

11.2.20. *Для яких середовищ для групової u та фазової v швидкостей виконується співвідношення $u \cdot v = c^2$, де c – швидкість світла у вакуумі?*

Співвідношення $u \cdot v = c^2$ виконується для плазми (див. приклад 11.4) і металів.

11.2.21. *Чи може величина групової швидкості світла, визначена за формулою Релея, бути більшою за швидкість c світла у вакуумі? Чи не суперечить це постулату спеціальної теорії відносності, який стверджує, що швидкість передачі інформації не може перевищувати величину c ? Поясніть.*

Групова швидкість світла, визначена за формулою Релея, у випадку аномальної дисперсії $\left(\frac{dn}{d\lambda} > 0\right)$ виявляється більшою за швидкість c світла у вакуумі. Це не суперечить постулату спеціальної теорії відносності, який стверджує, що швидкість передачі інформації не може перевищувати величину c . Пояснення цьому полягає в тому, що групова швидкість не завжди виражає швидкість сигналу. В області спектра зі значним поглинанням та аномальною дисперсією світловий імпульс у міру поширення може змінювати свою форму. Це пов'язано із сильною залежністю поглинання від частоти. При цьому в імпульсі змінюється і частота, яка відповідає максимуму спектра. Поглинання "виїдає" переважно задню частину імпульсу, що збільшує швидкість переміщення його максимуму. Таким чином, амплітуда (максимум) хвильового пакета може переміщуватись зі швидкістю, яка перевищує швидкість світла у вакуумі або навіть із від'ємною швидкістю, але ця швидкість пов'язана із "внутрішньою" перебудовою імпульсу, і тому не може бути використана для передачі сигналу.

Як бачимо, ніяких протиріч з постулатом спеціальної теорії відносності, який обмежує передачу енергії та інформації зі швидкістю, більшою за c , тут немає. (Більш детально про фізику процесів, які відбуваються при поширенні хвильового пакета в середовищі із сильним поглинанням та аномальною дисперсією див. у [10, п. 2.11, С. 134].

Існує думка про те, що формула Релея справедлива тільки для випадку нормальної дисперсії і використовувати її для аномальної дисперсії не можна. Хід доведення цього такий. Із рис. 11.3, а видно, що ділянка аномальної дисперсії, де $dn/d\omega < 0$, спостерігається на тій самій ділянці спектра, що і смуга поглинання. Із теорії дисперсії відомо, що зміни показника заломлення тим більші, чим сильніше поглинання, яке входить у формулу для показника заломлення через сталу радіаційного згасання γ . У сильно поглинальній речовині, де можна було б зафіксувати групову швидкість, більшу за швидкість світла у вакуумі, інтенсивність світлового потоку зменшується на порядок на відстані в декілька λ . За таких умов не можна використовувати як поняття хвильового пакета, так і його швидкості. Проте зробити висновок із цього про неможливість випадку $v_{gr} > c$, на нашу думку, не можна. Гадаємо, що такий підхід суттєво спрощує фізику процесів, які відбуваються в області спектра із сильним поглинанням та аномальною дисперсією.

Зауважимо, що з наведеними тут фізичними механізмами пов'язаний "інформаційний бум" останніх років, що був піднятий переважно в засобах масової інформації та інтернеті навколо "сповільнення", і навіть "зупинки" світла. Фізичне пояснення процесів, що відбуваються в таких експериментах, можна прочитати в [журн.

"Успехи физических наук", 2004, т. 174, № 10, с. 1105–1108; 2006, т. 176, № 10, с. 1093–1102].

11.2.22. Релятивістський електрон проходить тонкий шар діелектрика з показником заломлення n . За яких умов у речовині виникає випромінювання Вавилова–Черенкова? Яка його направленість? Прийняти, що за час проходження цього шару швидкість електрона залишається постійною.

Якщо в тонкий шар речовини влітає релятивістський електрон з груповою швидкістю u_e , то він викликає випромінювання, що поширюється із фазовою швидкістю

$v = \frac{c}{n}$. За час Δt хвиля утворює сферу радіуса AD , тоді як електрон за цей час переміщується на відстань AC (рис. 11.4). Навколо рухомого електрона утворюється короткочасна поляризація речовини, молекули якої стають короткочасними джерелами когерентних ЕМХ. Результатом їх інтерференції є випромінювання Вавилова–

Черенкова. Однак це буває лише за швидкості електрона $u_e > v = \frac{c}{n}$. Коли ж швид-

кість електрона $u_e < v = \frac{c}{n}$, то елементарні хвилі взаємно компенсуються і випромінювання не спостерігається. Розглянемо докладніше цей механізм.

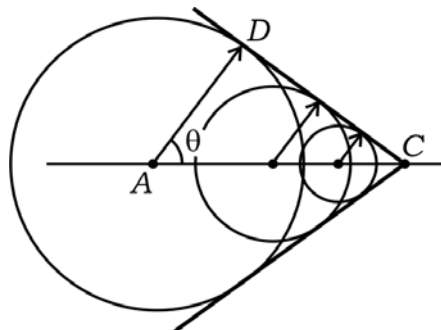


Рис. 11.4. До запитання 22

В усіх точках на своєму шляху AC електрон створює хвилі радіаційного випромінювання, тому утворюється хвильовий фронт по прямій DC . Пряма AD визначає напрямок нормалі до хвильового фронту, тому кут θ між напрямком випромінювання і напрямком руху електрона визначається з умови

$$\cos \theta = \frac{AD}{AC} = \frac{v}{u_e} = \frac{c}{nu_e}.$$

Навіть із цього отриманого математичного виразу ($\cos \theta \leq 1$) видно, що умовою існування такого випромінювання є виконання умови $u_e > v = \frac{c}{n}$, тобто швидкість електрона має бути більшою за фазову швидкість світла в речовині.

11.3. Приклади розв'язування задач

Приклад 11.1. Показник заломлення прозорої речовини для деякого спектрального діапазону описується дисперсійною формулою Коші $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \dots$. Визначте: а) дисперсію показника заломлення речовини; б) фазову швидкість світла; в) групову швидкість світла.

Розв'язання: а) дисперсія показника заломлення речовини визначається за формулою

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left(A + \frac{B}{\lambda^2} \right) = -\frac{2B}{\lambda^3}; \quad (11.14)$$

б) фазова швидкість у речовині

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{A + B/\lambda^2} = c \frac{\lambda^2}{A\lambda^2 + B}; \quad (11.15)$$

в) групова швидкість світла в речовині визначається за формулою Релея (11.6):

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}, \quad \text{де} \quad \frac{dv}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left(c \frac{\lambda^2}{A\lambda^2 + B} \right) = c \frac{2B\lambda}{(A\lambda^2 + B)^2}.$$

Тоді

$$u = c \frac{\lambda^2}{A\lambda^2 + B} - c \frac{2B\lambda^2}{(A\lambda^2 + B)^2} = c\lambda^2 \frac{A\lambda^2 - B}{(A\lambda^2 + B)^2}. \quad (11.16)$$

Приклад 11.2. Показник заломлення повітря за нормальних умов ($t_1 = 0^\circ\text{C}$, $p_1 = 760$ мм рт. ст.) для жовтої лінії натрію дорівнює $n_1 = 1,0002918$. Визначте показник заломлення n_2 повітря для цієї довжини хвилі за температури $t_2 = 30^\circ\text{C}$ і тиску $p_2 = 3 \cdot 10^6$ Па.

Розв'язання. Для розрахунку показника заломлення скористаємося формулою Лоренца (11.2). Вважатимемо, що зі зміною температури й тиску змінюється тільки концентрація атомів N . Тоді із формули (11.2) легко отримати відношення

Основні закономірності КР полягають у тому, що:

1) спектральні дослідження розсіяного світла показують, що кожна спектральна лінія первинного світла супроводжується виникненням системи додаткових ліній, які називаються супутниками (сателітами) зі значно більшими змінами частоти, ніж у розсіянні Мандельштама–Бріллюена;

2) частоти сателітів $\nu_1, \nu_2, \nu_3 \dots$ відрізняються від частоти спектральної лінії первинного збуджувального світла ν_0 на значення $\Delta\nu_i$. При переході від однієї спектральної лінії первинного пучка до другої сукупність значень $\Delta\nu_i$ залишається для певної речовини незмінною:

$$\Delta\nu_1 = \nu_0 - \nu_1; \Delta\nu_2 = \nu_0 - \nu_2; \dots \Delta\nu_i = \nu_0 - \nu_i \dots \quad (13.4)$$

3) різниця $\Delta\nu_i$ у частотах збуджувальної первинної лінії ν_0 і лінії кожного із супутників ν_i дорівнює частотам власних коливань молекул речовини;

4) кожному сателіту із частотою $\nu_i^q = \nu_0 - \Delta\nu_i$, зміщеному в червону частину спектра, відповідає сателіт із частотою $\nu_i^f = \nu_0 + \Delta\nu_i$, зміщений симетрично відносно ν_0 у фіолетову частину, тобто

$$\nu_0 - \nu_i^q = \nu_i^f - \nu_0 = \Delta\nu_i. \quad (13.5)$$

Довгохвильові сателіти називаються червоними або стоксовими, короткохвильові – фіолетовими або антистоксовими;

5) інтенсивність антистоксових сателітів значно менша інтенсивності стоксових сателітів.

За спектрами КР можна проводити структурні та аналітичні дослідження. Параметри лінії КР (частота, інтенсивність, ступінь поляризації, ширина) в основному визначаються структурою та симетрією молекул досліджуваних речовин.

13.2. Запитання та відповіді

13.2.1. Яке середовище вважається оптично неоднорідним?

Неоднорідність середовища завжди пов'язують зі зміною показника заломлення n і навпаки, якщо показник заломлення змінює свою величину в різних точках середовища, то таке середовище вважається оптично неоднорідним. Неоднорідності можуть бути пов'язані, наприклад, з флуктуаціями густини, наявністю в середовищі частинок сторонніх домішок тощо.

При розгляді розсіювання світла в неоднорідних середовищах виключають випадок регулярного (упорядкованого) розподілу неоднорідностей середовища.

13.2.2. Які види розсіювання світла в неоднорідних середовищах розрізняють залежно від розміру неоднорідностей?

До класичних типів розсіювання світла належить розсіювання у випадках різних співвідношень між довжиною хвилі λ світла та розміром неоднорідностей (частинок) d :

1) $d \ll \lambda$ (релеївське розсіювання). До цього виду розсіювання належить і молекулярне розсіювання;

2) $d \gg \lambda$. Таке розсіювання обумовлене відбиттям, заломленням і дифракцією світла на неоднорідностях (частинках);

3) $d \sim \lambda$. Таке розсіювання називається розсіюванням Mi , або дифракційним розсіюванням.

13.2.3. Які види неоднорідних середовищ розрізняють?

Вид розсіювання світла пов'язують з макроскопічними характеристиками неоднорідностей. У зв'язку із цим розрізняють такі види неоднорідних середовищ: тверді частинки в газі – дим; рідкі частинки в газі – аерозолі; тверді частинки в рідині – суспензії; рідина, у якій наявні краплинки іншої нерозчиненої рідини, – емульсії; теплові флуктуації концентрації молекул.

13.2.4. Від чого залежить поляризація розсіяного світла? Чи поляризоване сонячне світло, розсіяне атмосферою?

Розсіяне світло частково поляризоване навіть у випадку, коли світло, що падає, неполяризоване. Ступінь поляризації залежить від оптичних властивостей неоднорідностей і від напрямку, уздовж якого спостерігається розсіяне світло. Якщо світло, що падає, поляризоване, то поляризація розсіяного світла залежить також від його поляризації.

У напрямку, перпендикулярному напрямку поширення прямого променя, світло, розсіяне, наприклад, на флуктуаціях концентрації молекул (розсіювання Релея), теоретично має бути повністю лінійно поляризованим (див. запитання 13.2.19). Однак, наприклад, сонячне світло поляризоване для цього випадку лише частково. Це пов'язано з тим, що одночасно з релеївським розсіюванням сонячного світла спостерігається релеївське розсіювання світла, дифузно відбитого від земної поверхні, а також розсіювання Mi на аерозольних частинках в повітрі. Деяку роль у деполаризації світла відіграє також невелика оптична анізотропія молекул, що складають повітря.

13.2.5. Запишіть формулу Релея для інтенсивності розсіяного світла.

Якщо подумки поділити середовище на елементарні об'єми δV_i , які малі порівняно з кубом довжини світла λ^3 і водночас містять невелику кількість молекул, то додатковий дипольний момент $\delta \vec{p}_i$ об'єму δV_i , обумовлений флуктуаціями діелектричної проникності величиною $\delta \epsilon_i$, становить величину $\delta \vec{p}_i = \frac{\delta \epsilon_i \cdot \delta V_i}{4\pi} \vec{E}_0$. Для падаючого природного світла інтенсивність розсіяного світла в цьому випадку дорівнює

$$I_{\text{розс}(i)} = I_0 \frac{\pi^2}{\lambda^4} \cdot \frac{1 + \cos^2 \theta}{2r^2} \langle (\delta \epsilon_i)^2 \rangle \cdot (\delta V_i)^2. \quad (13.6)$$

Для газів, для яких показник заломлення n близький до одиниці, можна записати, що $n^2 - 1 \approx 2(n - 1)$. В ідеальних газах кількість молекул у різних елементарних об'ємах флюктує незалежно, тому для визначення інтенсивності $I_{\text{розс}}$ розсіяного світла в об'ємі V світла треба величину $I_{\text{розс}(i)}$ помножити на $V/\delta V_i$. Таким чином можна отримати формулу Релея для інтенсивності розсіяного світла:

$$I_{\text{розс}} = I_0 \frac{2\pi^2}{\lambda^4} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{V}{N} (n - 1)^2 (1 + \cos^2 \theta), \quad (13.7)$$

де I_0 – інтенсивність падаючого світла; λ – довжина хвилі світла; V – об'єм газу, у якому спостерігається розсіяння світла на *флуктуаціях концентрації* молекул; N – середня кількість молекул в одиниці об'єму середовища; r – відстань від розсіюючого об'єму до точки спостереження; θ – кут спостереження розсіяного світла.

У випадку розсіювання лінійно поляризованого світла множник $(1 + \cos^2 \theta)/2$ у (13.7) слід замінити на $\sin^2 \theta$.

13.2.6. *Наведіть і проаналізуйте кутову залежність інтенсивності світла, розсіяного у випадку $d < \lambda$.*

Вид розсіяння світла на частинках з розміром $d < \lambda$ або $d \sim 0,1\lambda$ належить до релєйського розсіяння. У наведених формулах (13.2) і (13.3) кут θ – кут між напрямком спостереження та напрямком прямої хвилі.

Крива розподілу інтенсивності розсіяного світла у площині розсіяння залежно від кута розсіяння називається індикатрисою розсіяння (рис. 13.7) й описується формулою (13.2):

$$I_{\text{розс}} = I_{\perp} (1 + \cos^2 \theta),$$

де θ – кут розсіяння; I_{\perp} – інтенсивність розсіяного світла під кутом $\theta = \pi/2$.

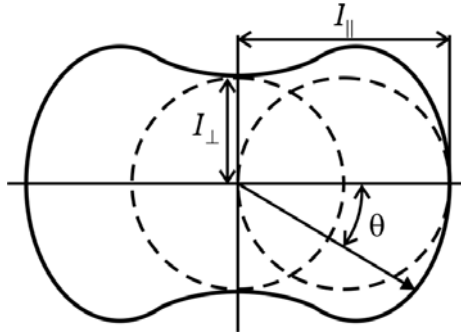


Рис. 13.1. Індикатриса розсіяння Релея

У разі обертання індикатриса розсіяння відносно осей симетрії, яка збігається з напрямком падаючого світла, одержують просторову полярну діаграму інтенсивності розсіяного світла. Із формули (13.7) випливає, що інтенсивність світла, яке пройшло середовище в напрямку поширення падаючої хвилі, у два рази більша, ніж інтенсивність світла, розсіяного в перпендикулярному напрямку.

13.2.7. Із формули Релея (13.7), начебто, випливає, що $I_{\text{розс}} \sim \frac{1}{N}$. Така залежність суперечить фізиці: чим менша концентрація осциляторів, тим більша інтенсивність розсіяного світла. Чи це так?

Ні, це не так. Тут необхідно враховувати, що діелектрична проникність $\epsilon(N)$ і показник заломлення $n(N)$ середовища є функціями концентрації осциляторів (див. розділ 11). Тому

$$\epsilon - 1 = (n^2 - 1) \sim N \Rightarrow I_{\text{розс}} \sim \frac{N^2}{N} = N.$$

13.2.8. Які фізичні висновки із формули Релея для інтенсивності розсіяного світла важливі для практики?

Аналіз формули Релея для інтенсивності розсіяного світла у випадку, коли світло, що падає, природне

$$I_{\text{розс}} = I_0 \frac{2\pi^2}{\lambda^4} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{v_0}{N} (n-1)^2 (1 + \sin^2 \theta),$$

показує таке:

- $I_{\text{розс}} \sim \frac{1}{\lambda^4}$. Цей висновок надзвичайно важливий для пояснення багатьох

явищ у природі: синій колір неба, червоний колір сходу та заходу Сонця. Така залежність не випадково збігається із залежністю інтенсивності випромінювання ос-

цилятора від довжини хвилі в класичній теорії Г. А. Лоренца. Підкреслимо, що тільки розсіяння Релея підпадає під цей закон, інші види розсіяння мають інші залежності інтенсивності від довжини хвилі;

- формула Релея дає ще один, альтернативний до існуючих, спосіб визначення кількості молекул в одиниці об'єму та числа Авогадро.

13.2.9. Чому туман білий (сірий)?

Випадок розсіяння світла на краплях води, для яких $d \gg \lambda$, характеризується тим, що інтенсивність розсіяного світла $I_{\text{розс}}$ не залежить від довжини світла, що розсіюється.

13.2.10. Чому небо має блакитний колір?

Релей показав, що інтенсивність розсіяного світла $I_{\text{розс}} \sim \frac{1}{\lambda^4}$. При проходженні світла крізь атмосферу короткохвильова (синя) частина спектра сонячного світла розсіюється більш інтенсивно, ніж довгохвильова (червона). Сонячне світло, розсіяне під кутом до напрямку первинного пучка, має синьо-блакитний відтінок, а світло в напрямку поширення первинного пучка – червоний.

13.2.11. Як виглядало б небо над нами в сонячний день, якби з невідомих причин розсіяння сонячних променів в атмосфері не відбувалося?

У цьому уявному випадку небо, як вночі, було б чорним, і на ньому яскраво світилися б зорі, а також диск Сонця. Саме таку картину спостерігають космонавти, перебуваючи над освітленим боком Землі.

13.2.12. Чому під час сходу і заходу Сонце має червоний колір?

Із закону Релея $I_{\text{розс}} \sim \frac{1}{\lambda^4}$ випливає, що чим коротша довжина хвилі (у видимій частині оптичного спектра – це синє і фіолетове світло), тим більш інтенсивно воно розсіюється. Промені з малими довжинами хвиль (у першу чергу, сині), проходячи через велику товщу атмосфери, розсіюються (відхиляються в бік), тим самим збіднюючи спектр на сині кольори. Коли Сонце сідає за обрій або сходить з обрію, то ми бачимо збіднену короткими хвилями частину спектра, у якій переважає червоний компонент оптичного діапазону випромінювання Сонця.

13.2.13. За яким законом змінюється інтенсивність світла при його проходженні через неоднорідне середовище, що розсіює?

При проходженні світла через неоднорідне середовище, що розсіює, його інтенсивність зменшується, і її можна записати у вигляді співвідношення, подібного до закону поглинання світла:

$$I_{\text{пр}}(x) = I_0 e^{-2\pi N r^2 K x}, \quad (13.8)$$

де $I_{\text{пр}}(x)$ – інтенсивність світла після проходження шару середовища товщиною x ;
 I_0 – інтенсивність світла на вході в середовище; N – концентрація частинок розсі-
 яння; r – радіус частинки; K – функція, яка залежить від співвідношення r/λ .

13.2.14. Як залежить інтенсивність $I_{\text{розс}}$ розсіяного світла від довжини хвилі λ падаючого світла за фіксованого значення характерного радіуса r частинок сферичної форми, на яких відбувається розсіання?

Залежність інтенсивності $I_{\text{розс}}$ розсіяного світла від довжини хвилі λ падаючого світла за фіксованого значення характерного радіуса r частинок сферичної форми, на яких відбувається розсіання, описується кривою, загальний вигляд якої зображений на рис. 13.2.

За довжин хвиль $\lambda \ll r$ інтенсивність практично не залежить від довжини хвилі. Максимум інтенсивності розсіяного світла спостерігається за $\lambda \sim r$, а за довжин хвиль $\lambda \gg r$ інтенсивність розсіяного світла змінюється за законом

$$I_{\text{розс}} \sim \frac{1}{\lambda^4}.$$

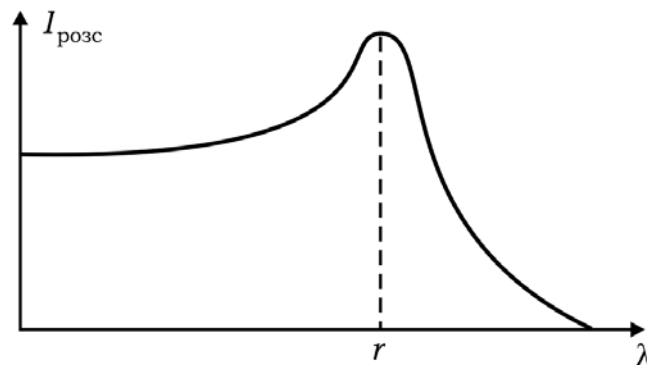


Рис. 13.2. Залежність інтенсивності $I_{\text{розс}}$ розсіяного світла від довжини хвилі λ світла;
 (r – фіксоване значення характерного радіуса
 частинок сферичної форми, на яких відбувається розсіання)

13.2.15. У чому полягає фізична причина виникнення молекулярного розсіання?

Молекулярне розсіання виникає в середовищах без домішок сторонніх тіл (у чистих середовищах) унаслідок флуктуацій густини молекул, які пов'язані з тим, що концентрація молекул (кількість молекул в однакових і досить малих об'ємах), тобто і густини газу в будь-який момент часу – різні.

Ще однією причиною виникнення молекулярного розсіяння світла є поява оптичних неоднорідностей в однорідних середовищах, які складаються з анізотропних молекул і в яких можуть відбуватися флуктуації орієнтації молекул (флуктуації анізотропії).

Об'єми, у яких виникають флуктуації, значно менші від λ^3 . Тобто молекулярне розсіяння світла відповідає законам релєївського розсіяння.

13.2.16. *Молекулярне розсіяння світла пов'язане із флуктуаціями густини молекул тільки в об'ємі речовини, чи також і на поверхні?*

Ні, розсіяння світла відбувається не тільки в об'ємі, але й на вільній поверхні рідини та на межі двох не змішуваних рідин. Сили поверхневого натягу направлені на те, щоб зробити поверхню мінімальної площі та абсолютно гладенькою. З іншого боку, тепловий рух молекул призводить до відхилення від такого стану. Унаслідок цього на поверхні рідини виникають неоднорідності, на яких відбувається молекулярне поверхнєве розсіяння світла.

13.2.17. *Розглядаючи фізичну причину молекулярного розсіяння світла, поясніть причину явища, яке називається "опалесценцією".*

У критичному стані, коли речовина змінює свій агрегатний стан, спостерігається максимальна флуктуація концентрації молекул речовини. Величина об'єму V_0 неоднорідності, на якій відбувається розсіяння світла, при цьому сильно збільшується і стає більшою за довжину хвилі λ світла. Таке середовище стає каламутним і непрозорим для падаючого на нього світла, воно істотно розсіює світло всього діапазону спектра. Таке явище називається "опалесценцією" (див. [1, п. 160; 9, С. 216]).

13.2.18. *Чому інтенсивність світла при релєївському розсіянні, як впливає із закону Релея (13.7), обернено пропорційна до λ^4 ?*

Осциляторна модель взаємодії електромагнітного випромінювання з атомом чи молекулою викликає наведений дипольний момент $\vec{p} = \vec{p}_0 e^{i\omega_0 t}$. Диполь, коливаючись з прискоренням $\ddot{\vec{p}} = -\omega_0^2 \vec{p}$, випромінює світло, інтенсивність якого дорівнює

$$(3.8): I = \frac{p_0^2 \omega_0^4}{3c^3} = \frac{16\pi^4 p_0^2 c}{3\lambda_0^4}, \text{ тобто величина } I \sim \frac{1}{\lambda_0^4}. \text{ Ця закономірність справедлива}$$

не тільки при поширенні світла в середовищі, але й при його релєївському розсіянні.

13.2.19. *Поясніть, чому природне світло, розсіяне в ізотропній речовині під прямим кутом, буде лінійно поляризованим.*

Це пояснюється двома відомими факторами: 1) електромагнітна хвиля поперечна; 2) електричний диполь не випромінює в напрямку своєї осі.

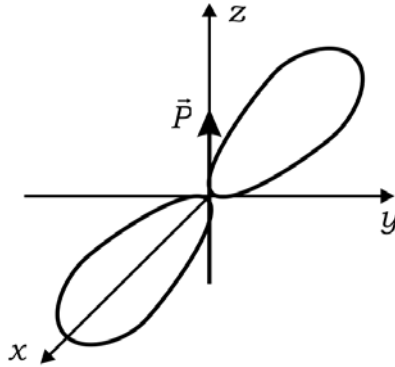


Рис. 13.3. До пояснення причин появи поляризації у розсіяного природного світла

Якщо падаюче неполяризоване світло поширюється в напрямку осі Y (рис. 13.3), то в невеликому об'ємі з розмірами, набагато меншими від довжини хвилі λ світла, виникають наведені дипольні моменти \vec{p} , які випромінюють у площині XZ . Однак у напрямку осі X випромінюють лише диполі, які або орієнтовані по осі OZ , або мають ненульову проекцію дипольного моменту на цю вісь: $p \cdot \sin \theta$, де θ – кут між напрямком поширення світла і напрямком вимірювання розсіяного світла. Тому розсіяне під прямим кутом до напрямку падаючого світла мало б бути лінійно поляризоване ($\vec{E} \parallel OZ$) зі ступенем поляризації, що дорівнює одиниці. Унаслідок теплового руху атомів чи молекул спостерігається деяка дезорієнтація диполів, тому насправді ступінь поляризації трохи менший від одиниці. (Більш детально про поляризацію розсіяного світла див. у [7, С. 306]).

13.2.20. *В ізотропній речовині розсіюється світло, поляризоване по колу. Як буде поляризоване світло, розсіяне під прямим кутом до напрямку падаючого світла?*

Світло, поляризоване по колу, як і природне (неполяризоване), має вектори електричної напруженості \vec{E} , орієнтовані у площині XZ (рис. 13.3). Тому світло, розсіяне під прямим кутом, буде лінійно поляризованим. Пояснення цього ефекту подібне до того, як це робилось у відповіді до запитання 13.2.19.

13.2.21. *У чому полягає якісна відмінність молекулярного (релеївського) розсіювання від комбінаційного (раманівського) розсіювання?*

Спочатку розберемо питання, чому в релеївському розсіянні вторинне випромінювання одного атома (молекули) не гасить випромінювання від іншого атома (молекули). Для пояснення цього явища згадаємо, що $\vec{D} = \vec{E} + 4\pi N\alpha\vec{E}$, де α – поляри-

зовність молекул речовини; N – кількість молекул в одиниці об'єму речовини. Тому показник заломлення речовини $n^2 = 1 + 4\pi N\alpha$ залежить від кількості молекул (чи атомів) в одиниці об'єму. Наявність флуктуацій густини речовини створює начебто тривимірну фазову ґратку, на якій відбувається дифракція світла. Якби такі флуктуації створили б правильну періодичну структуру, то і розсіювання давало б максимуми та мінімуми в певних напрямках. Однак флуктуації густини в речовині розташовані хаотично і, окрім того, їх можна охарактеризувати лише середнім об'ємом $\langle \Delta V \rangle$. Насправді об'єм ΔV змінюється в досить широких межах, тому розсіювання відбувається рівномірно в усіх напрямках (якщо падаюче світло неполяризоване). Зміни довжини хвилі при релєївському розсіюванні не відбувається.

Проте поляризованість α молекул і дипольний момент \vec{p} залежать як від структури молекул, так і від того, перебувають вони в стані спокою чи коливаються. Наприклад, лінійна молекула CO_2 у стані спокою має нульовий дипольний момент. Під дією світлової хвилі в неї виникає наведений дипольний момент. Поляризованість молекули в цьому разі можна записати як $\alpha = \alpha(0) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \alpha}{\partial q_m} \cdot q_m + \dots$, де $\alpha(0)$

– поляризованість молекули в стані спокою, $\frac{\partial \alpha}{\partial q_m}$ – її зміна при нормальному коливанні, записана через узагальнену координату q_m . Нагадаємо, що кількість коливальних частот дорівнює $m = 3N_{\text{ат}} - 5$ для лінійних молекул і $m = 3N_a - 6$ для нелінійних, де $N_{\text{ат}}$ – кількість атомів, що складають молекулу.

Якщо молекула коливається з власною частотою Ω_m , то координата змінюється із цією самою частотою $q_m = q_m(0) \cos \Omega_m t$.

Унаслідок коливань молекули змінюється і наведений дипольний момент:

$$p(t) = \alpha E = \left[\alpha(0) + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q_m} \right) q_m(0) \right] E_0 \cos(\omega_0 t - kx) = \alpha(0) E_0 \cos(\omega t - kx) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q_m} \right) q_m(0) E_0 \{ \cos[(\omega_0 + \Omega_m)t - kx] + \cos[(\omega_0 - \Omega_m)t - kx] \}.$$

Тобто крім релєївського розсіювання з незмінною частотою ω_0 падаючого світла, інтенсивність якого залежить від стаціонарної поляризованості $\alpha(0)$, виникає розсіювання з частотами $(\omega_0 + \Omega_m)$ та $(\omega_0 - \Omega_m)$, інтенсивність якого на порядок слабша і

яке залежить від зміни поляризованості молекул при коливанні. Це і є комбінаційне розсіяння світла.

13.2.22. *Як змінюється з температурою інтенсивність стоксових та антистоксових компонентів розсіяння?*

Стоксовими називають компоненти комбінаційного розсіяння, які спостерігаються з боку більших довжин хвиль (і відповідно менших частот) від релєївської лінії у спектрі. Антистоксові компоненти комбінаційного розсіяння спостерігають з боку менших довжин хвиль (і більших частот).

Відповідно до класичної точки зору інтенсивності стоксових і антистоксових компонентів мають бути однаковими. Проте на експерименті інтенсивність стоксових компонентів більша за інтенсивність антистоксових ліній. Цей факт був пояснений у квантовій теорії (див. приклад 13.2).

Із квантової точки зору при розсіянні світла зі стоксовою частотою $(\omega_0 - \Omega_m)$ частина енергії падаючого кванта $\hbar\omega_0$ витрачається на збудження внутрішнього коливання молекули з енергією $\hbar\Omega_m$ (рис. 13.4). Антистоксові компоненти комбінаційного розсіяння спостерігаються, коли до енергії падаючого кванта додається енергія внутрішнього коливання молекули. (Збудження молекул, що перебували у незбудженому стаціонарному стані, під дією кванта світла з енергією $\hbar\omega_0$ відбувається через проміжні (нестационарні, віртуальні) електронні стани).

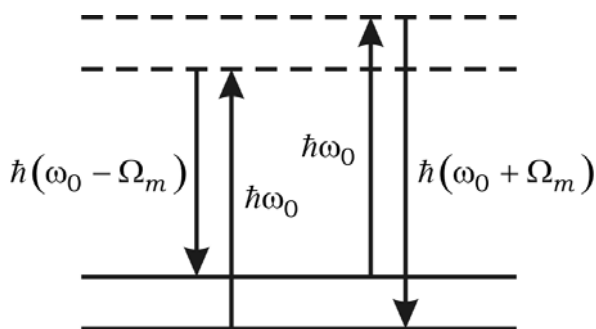


Рис. 13.4. Схема взаємодії оптичного випромінювання з молекулою, яка пояснює появу стоксових та антистоксових компонентів у комбінаційному розсіянні

Молекул, які перебувають в основному стані у процесі розсіяння, набагато більше, ніж у збудженому. Тому стоксові компоненти інтенсивніші за антистоксові. Зі зростанням температури кількість молекул у збудженому стані збільшується за зако-

ном Больцмана як $N_m = N_0 e^{-\hbar\Omega_m/kT}$. Тому за цим самим законом зі зростанням температури зростає інтенсивність антистоксових компонентів, тоді як стоксових – спадає (див. приклад 13.2).

13.3. Приклади розв'язування задач

Приклад 13.1. Проходячи шар речовини товщиною 15 см, монохроматичне світло послаблюється за інтенсивністю вчетверо. Знайдіть показник розсіювання світла, якщо показник поглинання $k_\lambda = 0,0025 \text{ см}^{-1}$.

Розв'язання. У випадку, коли в речовині відбувається і поглинання, і розсіювання світла, закон Бугера–Ламберта набуває вигляду

$$I = I_0 \exp\left[-(k_\lambda + k_p) l\right],$$

тут I_0 та I – відповідно, інтенсивності світла на вході та виході з шару речовини товщиною l ; k_λ – натуральний показник поглинання; k_p – натуральний показник розсіювання. За умовою задачі відношення цих інтенсивностей дорівнює $\frac{I}{I_0} = \frac{1}{4}$. То-

му величина $k_p = \frac{\ln 4}{l} - k_\lambda = 6,75 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-1}$.

Приклад 13.2. У спектрі комбінаційного розсіювання в SO_2 спостерігаються лінії раманівського розсіювання із хвильовими числами $\tilde{\nu}_1 = 525 \text{ см}^{-1}$ і $\tilde{\nu}_2 = 1145 \text{ см}^{-1}$. Розсіювання збуджується аргонним лазером з $\lambda = 514,5 \text{ нм}$. Знайдіть відношення інтенсивностей стоксівського та антистоксівського компонентів для обох ліній за температури $T = 300 \text{ К}$. З'ясуйте природу їх різних інтенсивностей.

Розв'язання. Числові характеристики коливань молекул зазвичай наводять у хвильових числах $\tilde{\nu} = 1/\lambda$, які вимірюються в см^{-1} , вони набувають значень від десятків до тисяч см^{-1} . У цих одиницях хвильове число випромінювання аргонного лазера має значення $\tilde{\nu}_0 = \frac{1}{\lambda_0} = 19436 \text{ см}^{-1}$. Хвильові числа стокового компонента дорівнюватиме $\tilde{\nu}_0 - \tilde{\nu}_p$, антистоксового – $\tilde{\nu}_0 + \tilde{\nu}_p$.

Із класичної теорії відомо, що інтенсивність релєївського розсіяного світла внаслідок флуктуацій густини речовини пропорційна його частоті в четвертому степені. Тому відношення інтенсивності стокового компонента до інтенсивності антистоксового за рахунок цього процесу визначається як

14.2. Запитання та відповіді

14.2.1. *Яке випромінювання називають рівноважним? Яка основна властивість рівноважного випромінювання? Яку роль відіграє рівноважне випромінювання у формулюванні законів теплового випромінювання?*

Рівноважним випромінюванням називають випромінювання, яке перебуває в термодинамічній рівновазі з нагрітим тілом. У рівноважному стані температури тіла і випромінювання не змінюються або змінюються одночасно й однаково, коли термодинамічна рівновага між випромінюванням і випромінювачем у цілому не порушується. Теплове випромінювання АЧТ розглядається як рівноважне випромінювання.

Усі закони теплового випромінювання, сформульовані тут, справедливі лише для рівноважного випромінювання.

14.2.2. *У законах теплового випромінювання використовуються поняття спектральної $u(\omega, T)$ і повної $u(T)$ об'ємної густини енергії. Чим вони відрізняються?*

Спектральна об'ємна густина енергії $u(\omega, T)$ рівноважного теплового випромінювання – енергія, яка припадає на одиницю об'єму простору в елементарному інтервалі частот $d\omega$ поблизу ω за температури T :

$$u(\omega, T) = \frac{dW}{V \cdot d\omega}, \quad (14.19)$$

де dW – енергія теплового випромінювання в об'ємі V і смузі частот від ω до $\omega + d\omega$.

Повна об'ємна густина енергії (за всіма частотами) рівноважного теплового випромінювання $u(T)$ може бути представлена у вигляді

$$u(T) = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega. \quad (14.20)$$

14.2.3. *У якому спектральному діапазоні можна використовувати формулу Релея–Джинса?*

Формула Планка (14.17) $u_{\nu T} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$ визначає спектральну густину по-

току енергії, що випромінюється абсолютно чорним тілом за температури T в одиничному інтервалі частот (або довжин хвиль) з одиниці поверхні за одиницю часу. Як буде показано в прикладі 14.1, за $h\nu \ll kT$ формула Планка набуває вигляду роз-

поділу Релея–Джинса (14.15): $u_{\nu T} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$.

Таким чином, розподіл Релея–Джинса можна використовувати в діапазоні низьких частот (інфрачервоне випромінювання, радіодіапазон).

14.2.4. У якому спектральному діапазоні можна використовувати формулу Віна?

Формула Планка (14.17) $u_{\nu T} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$, як буде показано в прикладі 14.2,

переходить у формулу Віна (14.17) $u_{\nu T} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$, коли $h\nu \gg kT$.

Таким чином, розподіл густини потоку енергії по спектру у вигляді формули Віна працює в ультрафіолетовій частині спектра, а за $T \leq 1000 \text{ К}$ і у видимій частині спектра.

14.2.5. Що в історії фізики називають "УФ катастрофою"?

Теорії, які описували властивості теплового випромінювання, у кінці XIX ст. перебували в різкому протиріччі з результатами експерименту і простим дослідом. Фізику бентежили такі обставини:

- згідно із формулою Релея–Джинса $u(\omega, T) = \frac{kT}{\pi^2 c^3} \omega^2$, яка доведена на основі

суто класичних уявлень, в області малих частот (коли $\omega \rightarrow 0$) густина теплового випромінювання $u(\omega, T) \sim \omega^2 kT$. Це добре узгоджується з експериментом. Проте формула Релея–Джинса передбачала зростання спектральної густини аж до нескінченності за $\omega \rightarrow \infty$. Згідно із формулою Релея–Джинса у випромінюванні нагрітого до будь-якої скінченної температури тіла мають переважати УФ і рентгенівські промені;

- формула Віна (1896) $u(\omega, T) \sim \omega^3 e^{-\gamma\omega/T}$ добре описує властивості теплового випромінювання в області високих частот і/або низьких температур (далеко від максимуму): експоненціальне зменшення спектральної густини зі зростанням частоти;

- між граничними випадками, що відповідають застосуванню формул Релея–Джинса і Віна, лежить протяжна область, у якій розташований максимум кривої спектрального розподілу енергії теплового випромінювання. При збільшенні температури цей максимум згідно із законом зміщення Віна зсувається в короткохвильовий бік;

Як "зшити" результати теорії для низьких і високих частот? Як об'єднати закони Релея–Джинса і Віна?

Як описати властивості теплового випромінювання поблизу максимуму густини теплового випромінювання, в області частот, які найбільш цікаві, наприклад, для застосування?

Як пояснити необмежене зростання густини теплового випромінювання в області високих частот, яке випливає із формули Релея–Джинса?

Абсурдним виглядало й те, що класична теорія давала $\int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega = \infty$. Якщо

вважати, що повна енергія випромінювання скінченна, то згідно із цим при встановленні рівноваги між тілом і випромінюванням вся енергія тіла перейде в енергію випромінювання високих частот, тобто термодинамічна рівновага взагалі неможлива.

Увесь цей комплекс питань і проблем, за висловом П. Еренфеста, виглядав, як "УФ катастрофа". Вона була розв'язана за допомогою формули Планка (у 1900 р.)

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}.$$

4.2.6. У яких випадках до теплового випромінювання можна застосувати класичну термодинаміку?

Формула Релея–Джинса доведена на основі класичної статистичної механіки: середня енергія теплового збудження кожного коливного степеня свободи становить kT . В області малих частот і/або високих температур формула Релея–Джинса добре узгоджується з експериментальними результатами, у цій області випромінювальна здатність чорного тіла зростає пропорційно ω^2 .

Таким чином, до теплового випромінювання можна застосувати класичну термодинаміку при малих частотах (в ІЧ діапазоні) та/або при високих температурах ($\hbar \omega \ll kT$).

14.2.7. Яке тіло називають абсолютно чорним тілом (АЧТ)?

Тіло, яке поглинає цілком всю енергію випромінювання будь-якої частоти, що падає на нього, називається АЧТ. Поглинальна здатність АЧТ дорівнює одиниці для всіх частот і температур. Випромінювання з АЧТ не порушує його температури, воно рівноважне.

14.2.8. Чому відкриті вікна приміщень виглядають чорними, незважаючи на те, що стіни і стеля приміщень білі?

Світло, що надійшло ззовні через вікна в приміщення, у результаті дифузного відбиття і поглинання в основному "залишається" усередині приміщення. Такий механізм повторює поведінку променя світла, запущеного через маленький отвір у порожнину сферичної форми з добре відбивними поверхнями. Така модель традиційно використовується для пояснення принципу дії та властивостей АЧТ.

14.2.9. Експериментально випромінювання абсолютно чорного тіла отримують, коли спостерігають випромінювання через малий отвір у стінці порожнини. Стін-

ки підтримуються за постійної температури. Чи має значення, з якого матеріалу виготовлені стінки? Чи накладаються які-небудь умови на розміри отвору?

Одна із головних властивостей теплового випромінювання така, що воно може перебувати в рівновазі з випромінювальною поверхнею. Якщо в тілі, яке підтримується за постійної температури T , є порожнина, то за певний час там встановлюється тепла рівновага: скільки енергії падає за одиницю часу на одиницю площі поверхні, стільки ж нею і випромінюється. При цьому не суттєво, чи повністю випромінює речовина радіацію з поверхні, чи частину випромінює, а частину відбиває. Тому немає значення, з якої речовини виготовлені стінки порожнини.

14.2.10. Для яких тіл ("білих", "сірих", "чорних", абсолютно чорних) і для якого випромінювання справедливий закон Кірхгофа?

Закон Кірхгофа полягає у твердженні, що для будь-яких ("білих", "сірих", "чорних", абсолютно чорних) тіл відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності є величиною сталою, що дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла, яке перебуває за тієї самої температури і частоти. Усі закони теплового випромінювання, у тому числі і закон Кірхгофа, справедливі для випромінювання, яке перебуває в термодинамічній рівновазі із джерелом (порожниною).

14.2.11. Дайте визначення радіаційної температури?

Радіаційна температура T_M характеризує "сірі" (не абсолютно чорні) тіла. Радіаційна температура "сірого" тіла – це температура АЧТ, за якої повна випромінювальна здатність АЧТ дорівнює повній випромінювальній здатності "сірого" тіла.

14.2.12. Чи може радіаційна температура тіла перевищувати істинну температуру?

За температур $T > 1000\text{ K}$ часто використовують закони теплового випромінювання для оцінки цієї температури. Виміряне таким чином значення буде істинною температурою тільки тоді, коли досліджуване тіло абсолютно чорне. В інших випадках треба вводити певні поправки, а виміряна таким чином температура буде псевдо-температурою. Однією із таких температур є радіаційна температура. Коли тіло, температуру якого визначають, не є абсолютно чорним, але його здатність до поглинання $a_v < 1$ не залежить або мало змінюється із частотою ν , то можна виміряти радіаційну температуру тіла. Такі тіла, які називають "сірими", можна характеризувати середнім значенням поглинальної здатності $\langle a_v \rangle$. Для них закон Стефана–Больцмана з урахуванням (14.2) записується у вигляді

$$M_e = \int_0^{\infty} M_{\nu} d\nu = \int_0^{\infty} a_{\nu} M_{0\nu} d\nu = \langle a_v \rangle \sigma T^4 = \sigma T_M^4,$$

тут T та T_M – істинна та радіаційна температури тіла, відповідно; M_v та M_{0v} – випромінювальні здатності сірого та абсолютно чорного тіл, відповідно.

Таким чином, радіаційна температура $T_M = \sqrt[4]{\langle a_v \rangle} T$.

У силу того, що $\langle a_v \rangle < 1$, радіаційна температура не може перевищувати істинну температуру. Для АЧТ $\langle a_v \rangle = 1$ і $T_M = T$.

14.2.13. Дайте визначення яскравісної температури?

Під яскравісною температурою ($T_{яс}$) "сірого" тіла розуміють таку температуру АЧТ, за якої його випромінювальна здатність $M_0(\lambda_0, T_{яс})$ для визначеної довжини хвилі λ_0 дорівнює випромінювальній здатності $M(\lambda_0, T)$ "сірого" тіла для цієї самої довжини хвилі $M_0(\lambda_0, T_{яс}) = M(\lambda_0, T)$.

14.2.14. Поясніть принцип роботи пірометра зі зникаючою ниткою розжарювання. Світлофільтр якого кольору раціонально використовувати в ньому і чому?

Для вимірювання яскравісної температури використовують пірометри зі зникаючою ниткою. Її схему подано на рис. 14.1. Світло від досліджуваного об'єкта 1 падає на об'єктив пірометра 2, за допомогою якого зображення джерела накладається на спіраль етalonної лампи 4. Це зображення і спіраль розглядаються через окуляр 6, тобто оптична схема пірометра телескопічна. Оскільки розміри джерела часто бувають малими, а об'єктив дає його зображення з лінійним збільшенням $\beta < 1$, окуляр повинен мати велике збільшення кута зору.

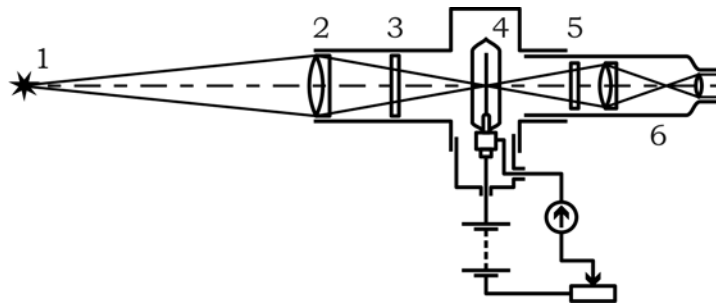


Рис. 14.1. Схема побудови пірометра зі зникаючою ниткою розжарювання (до запитання 14.2.14)

Для порівняння спектральної густини яскравості досліджуваного тіла L_v та абсолютно чорного тіла L_{v0} у пірометрі розміщено світлофільтр 5, який пропускає випромінювання у вузькому інтервалі частот, зазвичай у червоній ділянці спектра.

Вибір червоного фільтра обумовлений тим, що максимум кривої випромінювальної здатності за температури нитки розжарювання лампи ($\sim 10^3 \text{ K}$) лежить саме в околі довжин хвиль, які відповідають червоному світлу.

Під час вимірювань змінюють струм через лампу, доки яскравості досліджуваного об'єкта та еталонної лампи не зрівняються. Значення струму за таблицею переводяться у значення яскравісної температури $T_{\text{яс}}$ тіла. Якщо відоме значення універсальної функції Кірхгофа $\varphi(\lambda, T) = \left(\frac{M_{\lambda, T}}{a_{\lambda, T}} \right)$ (див. (14.8)) на робочій довжині хвилі λ_0 світлофільтра, то за формулою

$$T = \frac{hc}{k\lambda \ln \varphi(\lambda_0, T) + \frac{hc}{T_{\text{яс}}}} \quad (14.21)$$

можна розрахувати його істинну температуру T .

14.2.15. Отримайте формулу (14.21) для розрахунку істинної температури тіла за його яскравісною температурою.

Для світла, що випромінюється у видимому діапазоні довжин хвиль нагрітими тілами, температура яких $T \sim 3000 \text{ K}$, величина $\frac{h\nu}{kT} \approx 7$. У цьому разі $e^7 \gg 1$ і формулу Планка (14.17) можна записати у вигляді

$$\exp \left[\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{яс}}} \right) \frac{hc}{k\lambda} \right] = \varphi(\lambda, T) \Rightarrow \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{яс}}} = \frac{k\lambda}{hc} \ln \varphi(\lambda, T) \Rightarrow T = \frac{hc}{k\lambda \ln \varphi(\lambda_0, T) + \frac{hc}{T_{\text{яс}}}}.$$

14.3. Приклади розв'язування задач

Приклад 14.1. Отримайте закон Релея–Джинса із формули Планка.

Розв'язання. Якщо у формулі Планка (14.18) в області малих частот і/або високих температур, коли $\hbar\omega \ll kT$, експоненту розкласти в ряд

$$e^{\hbar\omega/kT} = 1 + \frac{\hbar\omega}{kT} + \dots, \text{ то } u(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \approx \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} = \frac{kT}{\pi^2 c^3} \omega^2.$$

Це й є закон Релея–Джинса (14.15).

Приклад 14.2. Отримайте закон випромінювання Віна із формули Планка.

- Лазер – це оптичний квантовий генератор, принцип дії якого заснований на використанні вимушених переходів між енергетичними рівнями. Лазер випромінює когерентне ВВ. Лазер складається із трьох основних частин: активного середовища, системи накачування та резонатора.

Речовину, у якій за допомогою "накачування" створений інвертований стан, коли заселеність верхнього рівня більша за заселеність нижнього рівня, називають *активним середовищем*. Це може бути газ, рідина або тверде тіло. Методи накачування бувають оптичними (випромінюванням потужних газорозрядних ламп), електричними, хімічними тощо.

15.2. Запитання та відповіді

15.2.1. У чому полягають постулати Бора і яка їх роль в сучасній фізиці?

Н. Бор в 1913 р., продовжуючи ідеї М. Планка про квантування енергії, сформулював два постулати, які стосувались будови атома та його поведінки щодо випромінювання:

1) енергія електронів в атомі не може бути довільною, вона квантується: Енергетичні стани електронів утворюють дискретний ряд E_1, E_2, E_3, \dots стаціонарних енергетичних рівнів (рис. 15.2, а). Перебуваючи у стаціонарних станах, електрони (атоми) не випромінюють і не поглинають;

2) зміна енергії електронів, яка відповідає їх переходу між стаціонарними енергетичними рівнями E_m та E_n ($E_m > E_n$), супроводжується випромінюванням або поглинанням монохроматичного світла із частотою ω , що визначається з умови $E_m - E_n = \hbar\omega$ (рис. 15.2, б).

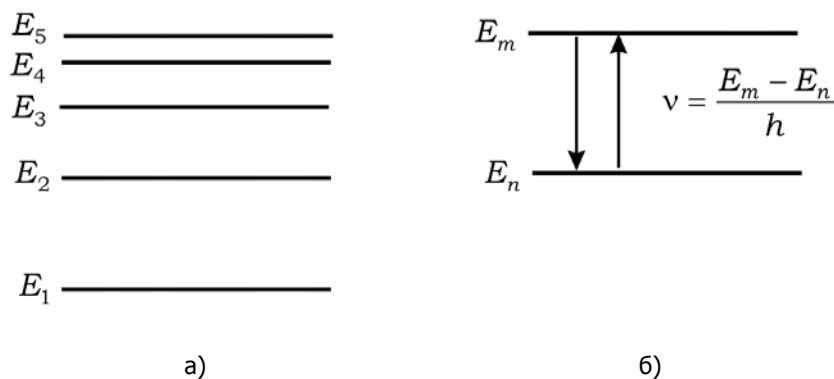


Рис. 15.2. До пояснення постулатів Бора

Якщо атом змінює енергію з більшої на меншу, то відбувається випромінювання світла. Якщо перехід відбувається з нижнього рівня на вищий, то він викликаний поглинанням світла ззовні.

Постулати Бора разом із класичною роботою М. Планка відкрили еру квантових уявлень про властивості речовини та випромінювання, на яких базується сучасна фізика.

15.2.2. *Чи можливий перехід збудженого атома з верхнього енергетичного рівня на нижній без випромінювання?*

Так, перехід за енергіями зверху вниз можливий, як з випромінюванням, так і без нього. За безвипромінювальних переходів енергія віддається іншим атомам, кристалічній ґратці або навколишньому середовищу. Це призводить до нагрівання робочого тіла і вимагає зовнішнього охолодження.

У лазерах зазвичай використовують люмінесцентні матеріали, у яких СВ переважає над процесами переходів без випромінювання.

15.2.3. *Як визначається час життя атома у збудженому стані?*

У квантовій фізиці час життя атома у збудженому стані – це час його перебування на верхньому енергетичному рівні до того, як атом перейде на нижчий рівень із випромінюванням кванта енергій (фотона) або без нього.

Згідно з класичними уявленнями випромінювання або поглинання електромагнітної хвилі пов'язане з гальмуванням або прискоренням електричних зарядів. Наприклад, процес спонтанного випромінювання відбувається за рахунок поступової втрати енергії осцилятора протягом деякого проміжку часу (часу релаксації τ_p). Під часом τ_p у класичній фізиці розуміють інтервал часу, протягом якого енергія збудженого атома як елементарного осцилятора зменшується в e разів (див. розділ 3).

15.2.4. *За яким законом визначається заселеність N_i енергетичних рівнів у стані теплової рівноваги, і як ця залежність змінюється при зміні температури (зобразіть графік)?*

Заселеність енергетичних рівнів у стані теплової рівноваги підпорядкована розподілу Больцмана таким чином:

$$N_m = N_n e^{-\frac{E_m - E_n}{kT}}. \quad (15.4)$$

При зміні температури, як показано на рис. 15.3, змінюється розподіл заселеностей енергетичних рівнів. Наприклад, при збільшенні температури збільшується заселеність вищих рівнів за рахунок заселеностей нижніх рівнів.

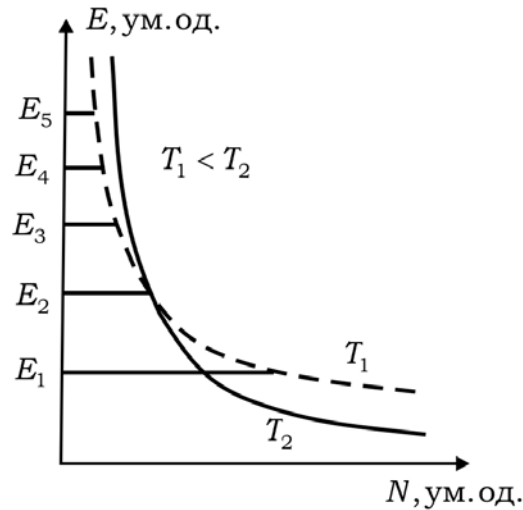


Рис. 15.3. Ілюстрація розподілу Больцмана: залежність заселеностей (N) енергетичних рівнів (E_n) у стані теплової рівноваги для двох значень температур $T_1 < T_2$

15.2.5. Чим відрізняється природа спонтанного та індукованого (вимушеного) випромінювання, а також індукованого (вимушеного) поглинання?

Спонтанне випромінювання. У деякий момент часу t збуджений атом має енергію (розташований на енергетичному рівні E_2). Через деякий час Δt атом може залишитись у збудженому стані або може *самодовільно (спонтанно)* перейти на нижній енергетичний рівень E_1 . При цьому випромінюється фотон з енергією $h\nu$, яка пов'язана із шириною енергетичного зазору між рівнями співвідношенням $E_2 - E_1 = h\nu$ (рис. 15.4).

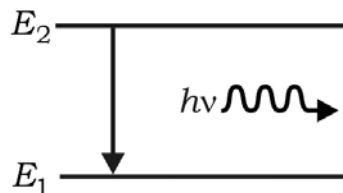


Рис. 15.4. До визначення спонтанного випромінювання

Вимушене (індуковане) поглинання. Атом перебуває в основному (незбудженому) стані, на нижньому енергетичному рівні і має енергію E_1 (рис. 15.5, а). У деякий момент часу на систему ззовні діє фотон з енергією $h\nu = E_2 - E_1$. Фотон поглинається атомом, атом збуджується і переходить на верхній рівень з енергією E_2 . У цьому випадку кажуть про вимушене (індуковане) поглинання.

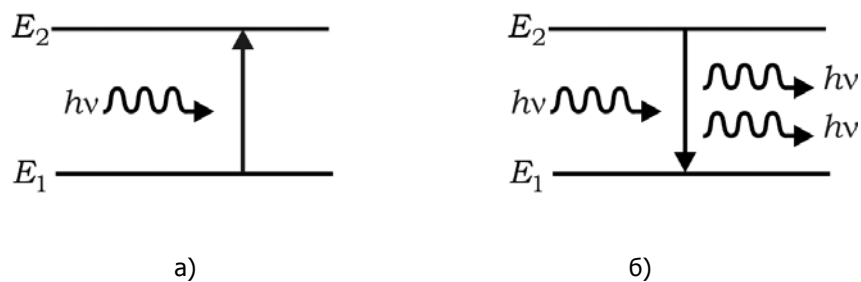


Рис. 15.5. До визначення індукованих (вимушених) поглинання (а) і випромінювання (б)

Вимушене (індуковане) випромінювання. Збуджений атом розташований на верхньому енергетичному рівні і має енергію E_2 (рис. 15.5, б). Ще до того моменту, коли він мав би завдяки спонтанному переходу покинути цей рівень, на систему зовні діє фотон з енергією $h\nu = E_2 - E_1$ і атом вимушено переходить із рівня E_2 на рівень E_1 . При цьому випромінюється ще один фотон з такою самою енергією, частотою, поляризацією, що і фотон, який примусив його покинути верхній енергетичний рівень (рис. 15.4, б). У цьому випадку кажуть про вимушене (індуковане) випромінювання.

15.2.6. *Порівняйте властивості спонтанного випромінювання та індукованого (вимушеного) випромінювання?*

Якщо порівняти спонтанне випромінювання (СВ) і вимушене випромінювання (ВВ), то можна скласти таблицю, з якої видно ті властивості, які їх відрізняють:

| Спонтанне випромінювання (СВ) | Вимушене випромінювання (ВВ) |
|--|---|
| Здійснюється незалежно від дії зовнішнього випромінювання. | Здійснюється під дією зовнішнього випромінювання. |
| Має ймовірнісний характер. | Має причинно-наслідковий зв'язок із зовнішньою дією. |
| Імовірність СВ визначається коефіцієнтом Ейнштейна A_{21} , величина якого $A_{21} = \frac{1}{\Delta t}$, де Δt – середня тривалість життя атома у збудженому стані. | Імовірність ВВ визначається коефіцієнтом Ейнштейна B_{21} , який залежить від обраних станів E_1 і E_2 атома й може бути розрахований методами квантової механіки. Коефіцієнт B_{21} не залежить від спектральної густини випромінювання $u(\omega, T)$. |
| Переходи атома в різні моменти часу, а також різних атомів в один і той самий момент часу, не пов'язані між собою. | Переходи атомів можуть мати лавиноподібний характер і пов'язані між собою. |
| Між фазами, поляризаціями, напрямками поширення та амплітудами випроміненої хвилі не існує кореляції. СВ некогерентне. | Між фазами, поляризаціями, напрямками поширення та амплітудами вимушеного випромінювання існує кореляція. ВВ когерентне. Вимушене і змущувальне випромінювання також когерентні: у них тотожні напрямки поширення, поляризації, частоти та фази. |
| Кількість $Z_{21}^{\text{спонт}}$ спонтанних переходів з верхнього енергетичного рівня 2 на нижній рівень 1 за одиницю часу пропорційне заселеності N_2 верхнього рівня: $Z_{21}^{\text{спонт}} = A_{21} \cdot N_2$. | Кількість $Z_{21}^{\text{інд}}$ вимушених (індукованих) переходів з верхнього енергетичного рівня 2 на нижній рівень 1 за одиницю часу пропорційне заселеності N_2 верхнього рівня та спектральній густині енергії $u(\omega, T)$ змущувального випромінювання: $Z_{21}^{\text{інд}} = B_{21} \cdot N_2 \cdot u(\omega, T)$. |
| Є спонтанне випромінювання, яке характеризується коефіцієнтом A_{21} , але немає спонтанного поглинання. | Є вимушене випромінювання, яке характеризується величиною $B_{21}u_v$, і є вимушене поглинання, яке характеризується величиною $B_{12}u_v$. Коефіцієнти Ейнштейна для ВВ і вимушеного поглинання для одних і тих самих невироджених енергетичних рівнів однакові за величиною $B_{21} = B_{12}$. |
| Коефіцієнт Ейнштейна для СВ пропорційний кубу частоти випромінювання $A_{21} \sim \omega^3$. | Коефіцієнти Ейнштейна B_{21} і B_{12} для ВВ не залежать від частоти випромінювання. |

15.2.7. Чому в період, який передував створенню лазера, було важко експериментально спостерігати вимушене випромінювання у видимому діапазоні?

Заселеність N_j енергетичних рівнів визначається заселеністю N_0 основного (нижнього) енергетичного рівня і змінюється за законом розподілу Больцмана $N_j = N_0 \exp(-E_j / kT)$. В оптичному діапазоні через велику відстань між енергетичними рівнями у випадку $E_i > E_j$ виконується нерівність для заселеностей рівнів $N_j = N_0 \exp(-E_j / kT) \gg N_i = N_0 \exp(-E_i / kT)$, тому ВВ у видимому діапазоні за невеликих потужностей збудження майже непомітне на фоні спонтанного випромінювання, імовірність якого пропорційна ν^3 .

15.2.8. Який вигляд мала б формула для спектральної густини енергії випромінювання, якщо не враховувати вимушеного випромінювання?

Кількість атомів у станах i та j визначається розподілом Больцмана (15.4):

$$N_i = N_j e^{-\frac{E_i - E_j}{kT}} = N_j e^{-\frac{h\nu}{kT}},$$

де k – стала Больцмана. Тут прийнято, що статистична вага або ступінь виродження обох енергетичних рівнів дорівнює одиниці. (Під ступенем виродження розуміють кількість різних фізичних станів, які відповідають одній і тій самій енергії системи). Також прийнято, що статистична вага обох рівнів дорівнює одиниці, але це спрощення не суттєве, тому що статистична вага рівнів є величиною порядку 1.

За умови теплової рівноваги кількість атомів у станах i та j має зберігатися, тому кількість переходів із випромінюванням має дорівнювати кількості переходів з поглинанням (15.1):

$$A_{ij}N_i + B_{ij}u(\nu)N_i = B_{ji}u(\nu)N_j. \quad (15.5)$$

Із цього рівняння знаходимо спектральну густину енергії електромагнітного поля

$$u(\nu) = \frac{A_{ij}}{B_{ji}e^{\frac{h\nu}{kT}} - B_{ij}}. \quad (15.6)$$

Якщо знехтувати вимушеним випромінюванням, то формула (15.6) переходить у

вираз $u(\nu) = \frac{A_{ij}}{B_{ji}} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$, тобто набуває вигляду формули, яка описує закон випромінювання Віна (14.15). Із (15.6) випливає, що зовнішнє електромагнітне поле викли-

кає не тільки переходи з основного стану в збуджений, але й зворотні переходи – зі збудженого стану в основний, які супроводжуються випромінюванням фотонів (вимушеним випромінюванням).

15.2.9. Чи послаблюється пучок світла при поширенні крізь речовину, якщо спонтанне випромінювання є настільки слабким, що ним можна знехтувати?

Якщо спонтанним випромінюванням можна знехтувати, то, виходячи із рівняння (15.1), можна стверджувати, що теплова рівновага при цьому порушиться, процес поглинання буде перевищувати процес випромінювання. Це буде відбуватись доки не зрівняються концентрації атомів у станах i та j . Після цього пучок проходитиме крізь речовину, не послаблюючись.

Якщо ймовірності вимушених переходів із рівня i на рівень j однакові, як було показано вище, то послаблення чи підсилення пучка при проходженні крізь речовину залежить від кількості атомів у цих станах N_i та N_j . За рівноважних умов, як впливає з розподілу Больцмана (15.4), завжди виконується умова $N_i < N_j$. Щоб отримати підсилення випромінювання, необхідно порушити рівновагу, створити систему з інверсією заселеності енергетичних рівнів, тобто $N_i > N_j$.

15.2.10. Чому інколи систему з інвертованою заселеністю енергетичних рівнів називають системою з від'ємною температурою?

Стан речовини з "від'ємною температурою" означає, що населеність N_2 верхнього енергетичного рівня більша за населеність N_1 нижнього. Цей стан ще називається інвертованим, або інверсним станом. Така характеристика стану з "від'ємною температурою" виникла з розгляду розподілу Больцмана для середовищ, у яких заселеність верхнього (N_2) і нижнього (N_1) енергетичних рівнів пов'язані співвідношенням

$N_2 > N_1$. Дійсно, із розподілу Больцмана (15.5) випливає, що $T = \frac{E_1 - E_2}{k \cdot \ln \frac{N_2}{N_1}}$. Якщо

$N_2 > N_1$ (при тому, що $E_1 - E_2 < 0$), то виконується умова $T < 0$ (температура "від'ємна").

У природі речовини з інвертованою заселеністю енергетичних рівнів (з від'ємною температурою) не зафіксовано, цей стан створюють тільки штучно.

15.2.11. Якими методами можна створити інвертований стан середовища?

Інвертований стан середовища створюють різними методами, за допомогою різних видів "накачки" заселеності верхніх енергетичних рівнів – оптичною накачкою,

електричним розрядом, електричним струмом, хімічною реакцією, атомним вибухом (ядерна накачка) тощо.

15.2.12. Чи можна створити інвертований стан у дворівневій енергетичній системі?

Ні, інвертований стан у дворівневій енергетичній системі за допомогою оптичної накачки створити не можна. Для цього потрібні середовища, у яких можна використати три- або чотирирівневу енергетичні системи.

15.2.13. Які умови необхідно створити, щоб змусити кристал (середовище) генерувати вимушене випромінювання?

Щоб змусити кристал (середовище) генерувати вимушене випромінювання, необхідно створити інвертований стан середовища, позитивний зворотний зв'язок і вирішити низку технічних проблем (напр., як вивести випромінювання з відкритого оптичного резонатора). Тому обов'язковими складовими елементами лазера є активне середовище, резонатор і система накачки.

15.2.14. Що таке метастабільний енергетичний рівень, і яку роль він відіграє у створенні умов для використання активного середовища для лазера?

Це рівень, на якому час життя $\sim (10^{-6} - 10^{-3})$ с збудженого атома помітно більший за час життя $\sim (10^{-8} - 10^{-10})$ с збудженого атома на "звичайному", неметастабільному енергетичному рівні. Перехід із таких рівнів на нижні заборонений певними квантовими правилами в дипольному наближенні.

Метастабільний рівень відіграє одну із центральних ролей в отриманні лазерної генерації (див. запитання 15.2.15).

Якщо метастабільним є рівень, з якого йде вимушене випромінювання, то це добре, оскільки велике значення τ сприяє створенню інверсії. Якщо ж метастабільним є нижній рівень, то електрони будуть накопичуватись на ньому і зменшувати інверсію. У такому випадку важливо створити такі умови (розмір активного середовища, тиск, температура), які б забезпечили велику ймовірність безвипромінювальних переходів із цього рівня.

15.2.15. Існують лазери, які використовують різні методи одержання інверсії населеності: три- і чотирирівневі схеми накачки. Поясніть їх принципи роботи. Які схеми накачки застосовуються в рубіновому та He – Ne лазерах?

Схема трирівневої накачки представлена на рис. 15.6, а. Широкий рівень 3 (енергетична зона) заселяється активними атомами, збудженими за допомогою накачки з рівня 1. Завдяки існуванню переходу 1–3 речовина здатна поглинати світло у ши-

рокій смузі частот. Збуджені атоми із зони 3 без випромінювання переходять на метастабільний рівень 2, віддаючи надлишок енергії кристалічній ґратці. (Частково можливі і переходи 3–1, які ми тут не враховуємо).

Якщо рівень 2 звичайний (не метастабільний) і немає зовнішнього випромінювання, то збуджені атоми з нього переходять в основний стан (рівень 1), випромінюючи некогерентне спонтанне випромінювання або віддаючи енергію кристалічній ґратці без випромінювання (інвертованого стану не створено, лазерного ефекту немає).

Проте в лазерах зазвичай використовують матеріали з люмінесцентними властивостями, у яких спонтанне випромінювання переважає над процесами переходів без випромінювання, а рівень 2 метастабільний. Великий час життя τ_{21} атомів на рівні 2 призводить до того, що на ньому накопичується значна кількість збуджених атомів і починає виконуватись умова інверсії заселеностей енергетичних рівнів 2 та 1.

Прикладом трирівневого матеріалу для лазерів є рубін. У чотирирівневій схемі (рис. 15.6, б) накачка здійснюється між основним рівнем 1 та енергетичною зоною 4. Завдяки безвипромінювальному переходу 4–3 збуджені атоми "скочуються" на метастабільний енергетичний рівень 3. Вимушене випромінювання виникає при переході активних атомів між рівнями 3 і 2. Типовою чотирирівневою речовиною для лазерів є скло з домішками неодиму Nd^{3+} .

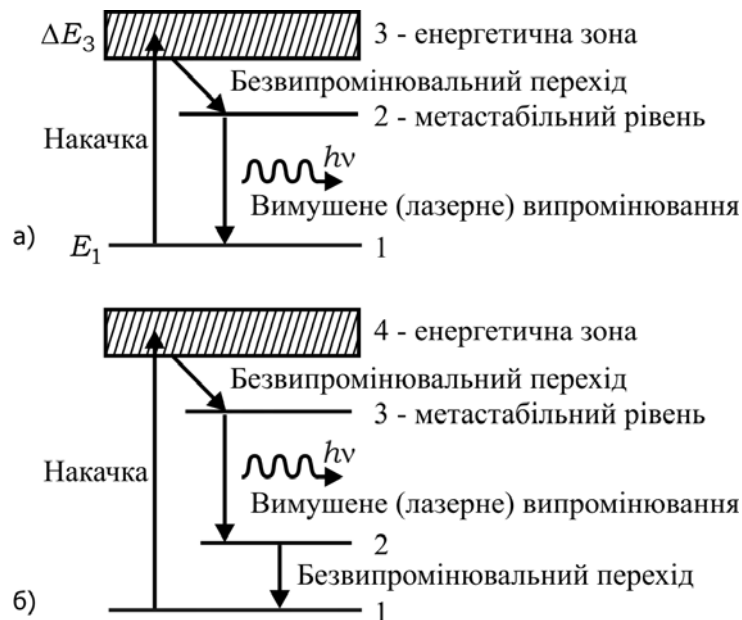


Рис. 15.6. Схеми трирівневої (а) і чотирирівневої (б) накачки

15.2.16. У чому полягають переваги використання чотирирівневої схеми утворення інверсного стану перед трирівневою схемою?

У чотирирівневій схемі (рис. 15.6, б) вимушене випромінювання виникає при переході активних атомів між рівнями 3 і 2, нижній з яких (рівень 2) розташований значно вище основного рівня 1. Якщо різниця між енергіями рівнів 2 і 1 настільки велика, що $E_2 - E_1 \gg kT$, то за термодинамічної рівноваги, яка описується розподілом Больцмана, населеність рівня 2 дуже мала. Тому для створення інверсії населеності в чотирирівневій схемі досить перевести з основного стану 1 у стан 3 лише незначну частину атомів. У зв'язку із цим чотирирівневий лазер потребує для створення інвертованого стану, тобто і генерації, значно меншої енергії, ніж трирівневий.

15.2.17. Оптичні переходи в енергетичному спектрі якого іона використовуються в роботі лазера на рубіні?

Активною речовиною вперше створеного в 1960 р. лазера був рубін – оксид алюмінію Al_2O_3 (матриця) з домішками іонів хрому Cr^{3+} (активні центри). Довжина хвилі генерованого випромінювання $\lambda = 0,694$ мкм.

15.2.18. Опишіть конструкцію типового лазера. Що таке модовий склад лазерного випромінювання?

Конструктивно лазери (окрім напівпровідникових) мають активне тіло у вигляді довгого циліндра, розташованого між двома зазвичай діелектричними дзеркалами – у відкритому резонаторі оптичного генератора (лазера). З точки зору оптики такий резонатор є еталоном Фабрі–Перо довжиною L і дзеркалами з коефіцієнтами відбиття ρ_1 та ρ_2 на торцях.

Генерація відбувається не в усій смужі випромінювання $\nu_0 \pm \Delta\nu_{1/2}$, яке може підсилюватись у генераторі, підсилюється лише те випромінювання, для якого в резонаторі утворюється стояча хвиля, тобто виконується умова

$$\nu_q = cq / (2L), \quad (15.7)$$

де q – кількість півхвиль, що вкладаються в резонаторі вздовж його осі, такі хвилі називають поздовжніми модами резонатора; c – швидкість світла.

У випадку, коли можливе підсилення для хвилі, що поширюється під малим кутом до осі резонатора (хвильовий вектор \vec{k} має відмінну від нуля проекцію на площину дзеркал), утворюються т. зв. поперечні моди генерації, їх позначають як TEM_{lm} , де l, m – кількість ненульових проекцій хвильового вектора \vec{k} на вісь X і Y . Зазвичай l і m мають невеликі значення (1,2,3...), а промені під більшим кутом до осі резонатора Z швидко виходять з резонатора і не встигають підсилитись.

Значення q біля моди не позначають, тому що зазвичай воно $\geq 10^5$. Поздовжня мода позначається як TEM_{00} . Зауважимо, що генерація у багатомодовому режимі збільшує потужність випромінювання лазера, але при цьому збільшується і розбіжність пучка, тобто зменшується його просторова когерентність, погіршується монохроматичність.

15.2.19. При багатомодовій генерації лазера монохроматичність випромінювання залежить від кількості одночасно генеруючих мод. Яка кількість аксіальних мод виникає при генерації лінії $\lambda = 632,8$ нм у He – Ne лазері?

Ширина спектральної лінії неону $\lambda = 632,8$ нм становить 1500 МГц. Відстань між сусідніми аксіальними модами резонатора дорівнює $\Delta\nu = \frac{c}{2L}$ і за довжини резонатора $L = 1$ м дорівнює 150 МГц. Звідси кількість генеруючих мод дорівнюватиме $1500/150 = 10$.

15.2.20. Як перейти від багатомодового режиму генерації лазера до одномодового?

Розгляд принципу роботи лазера, проведений в запитанні 15.2.19, показує, що лазерна генерація йде на дискретних частотах, які визначаються формулою (15.7). Оскільки ці частоти залежать тільки від довжини резонатора L , будемо називати їх частотами власних мод резонатора лазера. Якщо $\Delta\nu$ – міжмодовий частотний інтервал, то кількість M збуджених власних мод залежить від співвідношення між величиною $\Delta\nu$ і шириною спектральної смуги підсилення лазера $\Delta\nu_a$:

$M = \Delta\nu_a / \Delta\nu$, де $\Delta\nu = \frac{c}{2L}$. Спектр випромінювання багатомодового лазера показаний на рис. 15.7, а.

Проблема створення одномодового лазера пов'язана з проблемою отримання монохроматичного випромінювання, тобто випромінювання, найбільш близького до ідеальної гармонічної хвилі. Схема одномодового лазера (рис. 15.7, б) базується на тому, що всередині резонатора лазера розташований елемент, який здійснює частотну фільтрацію випромінювання. Частотний фільтр являє собою дисперсійний елемент у вигляді призми (Пр), дифракційної ґратки, еталона Фабрі–Перо тощо.

Дія фільтра полягає в тому, що дисперсійний елемент розгортає частотний спектр випромінювання в просторі, а діафрагма (Д) виділяє потрібну поздовжню моду. Поворотом призми можна змінити частоту генерації.

Дотепер вузькосмугове випромінювання отримують у He – Ne лазері з шириною спектральної лінії близько 100 Гц .

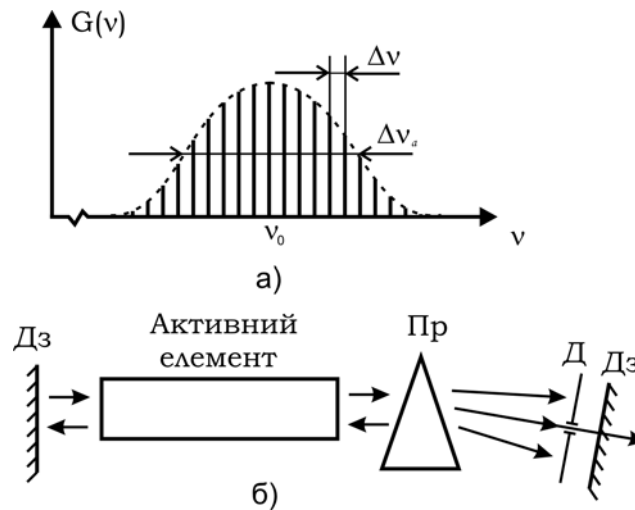


Рис. 15.7. Спектр випромінювання багатомодового лазера (а) і схема одномодового лазера (б)

15.2.21. Наведіть основні етапи створення лазера?

Ідея використання вимушеного випромінювання в інвертованих станах з накачкою для підсилення світлової хвилі була вперше висловлена в докторській дисертації В. Фабриканта в 1939 р. Пізніше (у 1950 р.) на неї було видано авторське свідоцтво. Із різних причин ця наукова ідея належної уваги не отримала. У 1954 р. ця ідея була реалізована в НВЧ діапазоні довжин хвиль для створення підсилювача на газі (аміаку) і на твердому тілі (рубіні). Її авторами були А. М. Прохоров і Н. Г. Басов, а також незалежно від них – Ч. Таунс. Вони ж пізніше (у 1957 р.) запропонували використати цю ідею в оптичному діапазоні, застосувавши як елемент зворотного зв'язку відкритий резонатор у вигляді інтерферометра Фабрі–Перо.

Перший лазер був реалізований на рубіні Т. Мейманом у 1960 р.

15.2.22. Чи є в лазерному випромінюванні складова спонтанного випромінювання? Яку роль у генерації випромінювання в лазері відіграє СВ?

Так, у лазерному випромінюванні наявна складова спонтанного випромінювання, у суперлюмінесценції, що виникає в активному середовищі, складова СВ створює фон.

Відомо, що в умовах стаціонарної генерації лазера втрати в його резонаторі компенсуються за рахунок ВВ в активному середовищі. Однак СВ, яке випромінюється збудженими атомами в активному середовищі, також бере участь у введенні енергії в резонатор. Оскільки енергія СВ не скорельована з полем випромінювання лазерної моди, що випромінюється, СВ вносить випадкові флуктуації в його фазу та амплітуду. Це приводить до збільшення ширини спектра вихідного випромінювання. Чим більша вихідна потужність лазера, тим вужча спектральна лінія його випромінювання, оскільки зі зростанням густини енергії поля в резонаторі ВВ усе більшою мірою перевищує внесок СВ у механізм передачі енергії від активного середовища до моди резонатора.

15.2.23. *Якщо в лазерному випромінюванні існує складова спонтанного випромінювання (запитання 15.2.22), якими експериментальними методами можна із суміші СВ та ВВ виділити один із цих компонентів?*

ВВ як основна складова лазерного випромінювання має строго визначений напрямок поширення у вигляді пучка з низькою розбіжністю та великий ступінь просторової та часової когерентності. СВ має ізотропну індикатрису і низький ступінь часової когерентності.

За допомогою фотоприймача, який розташований на достатньо великій відстані від лазера і має обмежену апертуру, позбавившись таким способом від СВ, можна виміряти інтенсивність вимушеного випромінювання.

Інший спосіб вимірювання частки ВВ у суміші ВВ і СВ полягає у використанні інтерференційних методів за великих різниць ходу між променями, що інтерферують (напр., в інтерферометрах Майкельсона чи Фабрі–Перо): у створенні інтерференційних картин буде брати участь тільки ВВ.

15.2.24. *Чим визначається розбіжність лазерного пучка?*

Розбіжність лазерного пучка має дифракційну природу (див. запитання 7.4.23 з розд. 7). Як впливає з нього, кут θ_d дифракційної розбіжності, яка виникає в дальній зоні дифракції, зазвичай невеликий і його величина визначається формулою $\theta_d \approx \frac{\lambda}{d}$, де d – початковий діаметр пучка, тобто розбіжність лазерного пучка визначається довжиною хвилі λ і початковим діаметром d пучка: величина розбіжності пучка тим менша, чим менша величина λ і чим більша величина d .

15.2.25. *Зробіть оцінку величин дифракційної довжини z_d і кута дифракційної розбіжності θ_d пучка He – Ne лазера.*

Якщо покласти розмір початкового діаметра пучка $d = 2 \text{ мм}$ й обрати довжину хвилі лазерного випромінювання $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$, то

$$z_d = \frac{r^2}{\lambda} \sim 1,5 \text{ м}; \quad \theta_d = \frac{\lambda}{d} \sim 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \approx 1'.$$

15.2.26. Яку функцію в роботі лазера виконує резонатор?

Резонатор здійснює позитивний зворотний зв'язок, перетворюючи підсилювач на генератор. Резонатор формує спектральні та просторові властивості вихідного випромінювання лазера.

15.2.27. Чим визначається добротність резонатора?

Добротність резонатора Q визначається як відношення енергії W_3 електромагнітного поля, накопиченої в резонаторі, до енергії W_B втрат за один період коливань:

$$Q = 2\pi \frac{W_3}{W_B} = 2\pi \frac{W_3}{P_B} \nu, \quad (15.12)$$

де P_B – потужність втрат, ν – частота. Накопичена енергія $W_3 = S \cdot L \cdot u_\nu$, де S – площа дзеркал резонатора, L – довжина резонатора, u_ν – об'ємна спектральна густина енергії. Потужність втрат P_B складається із втрат усередині резонатора та корисних втрат на випромінювання й дорівнює $P_B = u_\nu \cdot c \cdot S \cdot \alpha$ (c – швидкість світла, α – коефіцієнт втрат). Підставляючи у формулу для добротності вирази для W_3 та P_B , отримаємо

$$Q = 2\pi \frac{L}{\lambda \cdot \alpha}. \quad (15.13)$$

Зробимо числові оцінки. Для $L \sim 1 \text{ м}$, $\alpha \approx 2\%$ і $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ ($\nu \approx 4,7 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$) добротність резонатора становить $Q \approx 5 \cdot 10^8$. Інший вираз для добротності ($Q = \frac{\nu}{\Delta\nu} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$) дозволяє зробити висновок про ширину лінії генерації: $\Delta\lambda \approx 10^{-6} \text{ нм}$ ($\Delta\nu \approx 1 \text{ МГц}$).

15.2.28. Чому для лазерів не використовуються резонатори НВЧ типу?

Об'ємні резонатори НВЧ діапазону мають лінійні розміри, співмірні з робочою довжиною хвилі. Тому в оптичному діапазоні, де $\lambda_{\text{роб}} \sim 1 \text{ мкм}$, використання НВЧ резонаторів пов'язане з технологічними труднощами. Такі малі розміри також при-

зведуть до зменшення потужності генерації лазера. Окрім того, відомо, що добротність НВЧ резонаторів $Q \sim \sqrt{\nu}$. Відповідно ширина лінії генерації буде $\Delta\nu = \frac{\nu}{Q} \sim \frac{1}{\sqrt{\nu}}$. Це вказує на те, що за високих частот спектральні лінії можуть пере-
криватись, тобто резонатор втратить свої резонансні властивості.

15.2.29. *Ширина лінії генерації лазера з тривалістю імпульсу 5 нс не може бути менша, ніж 200 МГц. Чому?*

В імпульсних лазерах обмеження на ширину лінії генерації накладається відомим співвідношенням $\Delta\nu \cdot \tau \sim 1$, звідки $\Delta\nu \sim \frac{1}{5 \cdot 10^{-9} \text{ с}} = 2 \cdot 10^8 \text{ Гц} = 200 \text{ МГц}$.

15.2.30. *У неупорядкованих середовищах коефіцієнт підсилення не залежить від поляризації. Тоді чому при генерації лінії з довжиною хвилі $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ у He – Ne лазері виникає поляризоване випромінювання?*

Коефіцієнт підсилення в активному середовищі для $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ малий. Тому для зменшення втрат вікна газорозрядної трубки в лазері встановлені під кутом Брюстера. При цьому втрати для випромінювання з напрямком вектора E , перпендикулярним до площини падіння (E_{\perp}), більші, ніж для випромінювання з напрямком вектора E , паралельним до площини падіння (E_{\parallel}). Тому в генерованого випромінювання спостерігається тільки паралельна складова (E_p) світлового вектора.

15.3. Приклади розв'язування задач

Приклад 15.1. *Зробіть оцінку заселеностей енергетичних рівнів для оптичних частот за кімнатної температури.*

Розв'язання. Розглянемо дворівневу систему, заселеність енергетичних рівнів у якій описується формулою Больцмана $N_2 = N_1 e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}$. Якщо $T = 300 \text{ К}$ і $\lambda = 500 \text{ нм}$ ($\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$), то $\frac{\hbar\omega}{kT} \sim 10^2$. Тобто заселеністю верхнього рівня, якої він набуває в результаті теплової рівноваги, можна знехтувати $N_2 \approx 0$ (усі атоми зосереджені на нижньому, основному рівні).