Загальний вигляд розвязку 1-вимірного рівняння дифузії в методі відокремлення змінних: $U_t - a^2U_{xx}=0$; заг роз-ок - $U(x,t) = \frac{2}{\ell}\sum_{n-1}^{\infty}\sin\lambda_n x \cdot e^{-a^2\lambda_n^2 t}\int_0^{\ell} U_0(x)\sin\lambda_n x\,dx$

Загальний вигляд роз-ку 1-вимірного хївильового рівняння в методі відокремлення змінних: $U_{tt} - a^2U_{xx}=0$; заг роз-ок - $U(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}U_n(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\sin\lambda_n x\left[C_n' \cos(a\lambda_n t) + D_n' \sin(a\lambda_n t)\right]$, де $C_n' = \frac{2}{\ell}\int_0^{\ell} U_0(x)\sin(\lambda_n x)dx$,

$$D_n' = \frac{2}{a\lambda_n \ell}\int_0^{\ell} U_1(x)\sin(\lambda_n x)dx$$

Загальний вигляд розв-ку рівняння Лапласса на площині в методі відокремлення змінних в декартових і полярних координатах: $\Delta U=U_{XX} + U_{YY} = 0$; заг. роз-ок $U(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty}\sin\lambda_n y\left[C_n sh(\lambda_n(x-a)) + D_n sh(\lambda_n x)\right]$ де

$$C_n sh\lambda_n a = -\frac{2}{b}\int_0^b f(y)\sin\lambda_n y\,dy \quad D_n sh\lambda_n a = \frac{2}{b}\int_0^b g(y)\sin\lambda_n y\,dy$$

Загальний вигляд гіпергеометричної функції та гіпергеометричного рівняння: $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n$, якщо $\frac{C_{n+1}}{C_n} = \frac{P_p(n)}{Q_{q+1}(n)}$ де *P* та *Q* поліноми порядку *p* та *q* відповідно УГГР $U={}_pF_q$

$zU'' + (\beta - z)U' - 2U = 0$ – рівняння Куммера

Вигляд оператора Лапласа в сферичних та циліндичних координатах: $\Delta = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} = 0$

Загальний вигляд радіальної частини оператора Лапласа в n-вимірних сферичних координатах: -------- дуже схожа на попередній вираз.

Означення гармонічних поліномов та сферичних функцій: $\Delta U = 0, \forall x \in D, U \in C^2{}_x(D)$ => $U \in H(D)$ - гармонічна функція. сферичною функцією $Y_{lm}(\Theta,\varphi)$ називають гармонічний поліном $U_{lm}(x,y,z)$ на сфері одничного радіуса

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$

Гармонічні поліноми та сферичні ф-ї порядку l=0,1,2:

$$Y_{00}(\theta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \qquad Y_{20}(\theta,\varphi) = \sqrt{5/16\pi}\left(3\cos^2\theta - 1\right)$$

$$Y_{10}(\theta,\varphi) = \sqrt{3/4\pi}\cos\theta \qquad Y_{2,\pm1}(\theta,\varphi) = \pm\sqrt{15/8\pi}\sin\theta\cos\theta\cdot e^{\pm i\varphi}$$

$$Y_{1,\pm1}(\theta,\varphi) = \pm\sqrt{3/4\pi}\sin\theta\cdot e^{\pm i\varphi} \qquad Y_{2,\pm2}(\theta,\varphi) = \sqrt{15/32\pi}\sin^2\theta\cdot e^{\pm i2\varphi}$$

Диференціальне рівняння для сферичних ф-ї: СФ $U = Y_{lm}(\Theta,\varphi)$ задов ДР $\Delta_{\Theta\varphi}U + l(l+1)U = 0$ де $\Delta_{\Theta\varphi} = \frac{1}{\sin\Theta}\frac{\partial}{\partial\Theta}\left(\sin\Theta\frac{\partial}{\partial\Theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\Theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$ 0ператор Бельтрані

Загальний вигляд ро-ку рівняння Лапласа в сферичних координатах $U(r,\theta,\phi) = \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\left(A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}\right)Y_{lm}(\theta,\phi)$

Означення циліндричних функцій $Z_v(z) = N\int_r e^{i(z\sin\psi + v\psi)}d\psi$

Співвідношення між функціями Бесселя, Неймана та Ганкеля 1-го та 2-го роду:

$$J_v(z) = \frac{1}{2}\left[H_v^{(1)}(z) + H_v^{(2)}(z)\right]$$

$$Y_v(z) = \frac{1}{2i}\left[H_v^{(1)}(z) - H_v^{(2)}(z)\right]$$

$$H_v^{(1)}(z) = J_v(z) + iY_v(z)$$

$$H_v^{(2)}(z) = J_v(z) - iY_v(z)$$

Вигляд циліндричних функцій у випадку, коли незалежна змінна прямує до нуля або до нескінченності:

Диференціальне рівняння циліндричних ф-їй: $\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{dy}{d\rho}\right) + \left(\lambda^2 - \frac{v^2}{\rho^2}\right)y = 0$

Означення узагальнених функцій та основних операцій з ними (заміна незалежної змінної, диференціювання та інтегрування, множення на основну функцію, згортка та перетворення Фурє): Означення 2. Узагальненою функцією $f \in F'$ називаєтсья довільний лінійний неперервний функціонал f на заданій множині основних функцій f. **Узагальнені функції D.** Функція $\varphi(x)$, $x \in R^d$, $\varphi \in D$ якщо 1) φ є нескінченно диференційовна, $\varphi \in C^\infty$. 2) φ приймає ненульові значення в обмеженій області

Узагальнені функції D': f∈D'. Властивості. 1) f ∈ функціоналу f: D->R (або C). Кожній функції f ставиться у відповідність вйсне число. (f,φ) – число, значення функціоналу $f \in D'$ на функції $\varphi \in D$. 2) лінійність f. $(f, \sum_{k=1}^{N}\phi_k) = \sum_{k=1}^{N}(f,\phi_k)$. 3) Неперервність f. φ_k, k=1,2,…,∞. $\varphi_k \to \varphi$; f є неперервною якщо $(f,\varphi_k) \to (f,\varphi)$ $\forall \varphi \in D$.

(кулі радіусу R) V(0,R) **Диф** Якщо f-регулярна узагальнена функція і $f(x) \in C^\infty$ то $(D^\alpha f,\varphi) = (-1)^{|\alpha|}(f, D^\alpha\varphi)$.; Кожна узагальнена функція $f \in D'$ є нескінченно диференційовною. $D^\alpha f : (D^\alpha f,\varphi) = (-1)^{|\alpha|}(f, D^\alpha\varphi)$.

Фундаментальний розвязок рівняння дифузії в n-вимірному просторі: для оператора дифузії в d-вимінму просторі $L = \frac{d}{dt} - a^2\Delta_d$ фундаментальний розв'язок має вигляд: $\varepsilon(x,t) = \frac{\theta(t)}{(2\pi\sqrt{at})^d}e^{-\frac{|x|^2}{4a^2t}}$