

5. ХВИЛІ У ХВИЛЕВОДАХ

Лініями передачі електромагнітної енергії на надвисоких частотах служать так звані хвилеводи у вигляді металевих труб з різноманітними конфігураціями поперечного перерізу. У цьому розділі будуть розглянуті основні закономірності розповсюдження хвиль у хвилеводах, які мають не тільки важливе прикладне значення, але й фундаментальне, світоглядне.

5.1. ОСНОВНІ ЗАКОНОМІРНОСТІ

5.1.1 Загальний вигляд розв'язку хвильових рівнянь

Розглянемо так званий регулярний хвилевід (рис. 5.1), тобто хвилевід, що має переріз у поперечній площині xy , однаковий вздовж осі z . Припустимо також, що втрати енергії у металевих стінках та заповнюючому середовищі відсутні ($\alpha = 0$).

Отримані в розд. 3 хвильові рівняння (3.21) для векторів \mathbf{E} і \mathbf{H} еквівалентні шести скалярним рівнянням для проекцій і для хвилеводів без втрат мають вигляд

$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = 0. \quad (5.1)$$

Тут під $\mathbf{F}(x, y, z, t)$ треба розуміти будь-яку з проекцій вектора електричного або магнітного поля на координатні осі. Часова

залежність $\mathbf{F}(t) \sim \exp(i\omega t)$ вже визначена методом комплексних амплітуд, що використовується. З проведеного розгляду хвильових процесів видно, що поля у хвилеводі можна подати в загальному вигляді як суперпозицію падаючих і відбитих хвиль, які розповсюджуються вздовж хвилеводів (вісь z), і шукати розв'язок хвильових рівнянь у вигляді:

$$\mathbf{F}(x, y, z, t) = \mathbf{F}^+(x, y)e^{i(\omega t - Kz)} + \mathbf{F}^-(x, y)e^{i(\omega t + Kz)}. \quad (5.2)$$

Тут треба зробити припущення, що хвильове число має величину $K \neq k$, тобто вважати, що в загальному випадку в хвилеводі довжина хвилі $\Lambda = 2\pi/K$ не дорівнює довжині хвилі $\lambda = 2\pi/k$ в необмеженому просторі і відповідно фазова швидкість $v_\phi = \omega/K$ хвилі вздовж хвилеводу відмінна від швидкості світла

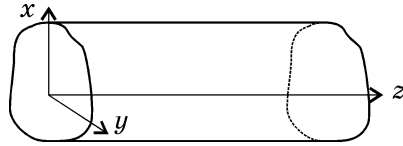


Рис. 5.1. Розміщення координатних осей у регулярному хвилеводі

$c = \omega/k$. Подібна ситуація має місце при скісному падінні плоскої хвилі на поверхню, що відбиває.

Функції $\mathbf{F}^\pm(x, y)$ характеризують розподіл полів в поперечній площині хвилевода і грають роль амплітуд падаючої й відбитої хвиль. Причому, ці функції подібні і відрізняються тільки сталим множником, тому що задовольняють одному диференціальному рівнянню. Якщо залежність полів від поздовжньої координати нами визначена, то вигляд хвильових рівнянь спрощується. У цьому легко впевнитись, підставивши вираз (5.2) у хвильові рівняння (5.1). Оскільки для (5.2) $\partial/\partial z = \pm iK$, а $\partial^2/\partial z^2 = -K^2$, то

$$\nabla_{x,y}^2 \mathbf{F}^\pm(x, y) + (k^2 - K^2) \mathbf{F}^\pm(x, y) = 0. \quad (5.3)$$

Тут $\nabla_{x,y}^2$ – оператор Лапласа, який включає в себе похідні тільки по поперечних координатах.

Розпочинаючи розв'язання рівняння (5.3), нагадаємо, що функції $\mathbf{F}^\pm(x, y)$, що характеризують розподіл полів в поперечному перерізі хвилеводу, подібні. Тому для з'ясування їх загальних закономірностей обмежимося розглядом лише падаючої хвилі. Рівняння типу (5.3) у частинних похідних зручно розв'язувати методом розділення змінних, що описаний у підрозд. 2.1.3. Позначивши $\mathbf{F}^+(x, y) = X(x) \cdot Y(y)$ і виконавши описану процедуру розділення, одержимо замість (5.3) два рівняння:

$$d^2X/dx^2 + k_x^2 X = 0, \quad d^2Y/dy^2 + k_y^2 Y = 0. \quad (5.4)$$

Тут через k_x і k_y позначені так звані сталі розділення, для яких виконується рівність $k_x^2 + k_y^2 = k^2 - K^2$, або

$$k_x^2 + k_y^2 + K^2 = k^2, \quad (5.5)$$

і які іноді називають (по аналогії з k і K) поперечними хвильовими числами, незважаючи на те, що в поперечному напрямку розповсюдження хвиль не відбувається.

Розв'язок рівнянь (5.4) можна подати у вигляді гармонічних функцій:

$$X(x) = C_x \frac{\sin}{\cos}(k_x x + \phi_x); \quad Y(y) = C_y \frac{\sin}{\cos}(k_y y + \phi_y).$$

Подвійний запис означає, що виходячи із зручності можна вибирати будь-яку з функцій, поки сталі інтегрування φ_x і φ_y не визначені.

Одержані вирази дозволяють записати загальний вигляд розв'язку хвильових рівнянь для будь-якої з складових електричного й магнітного полів у формі

$$F^+(x,y) = C^+ \frac{\sin}{\cos}(k_x x + \varphi_x) \frac{\sin}{\cos}(k_y y + \varphi_y). \quad (5.6)$$

Цей вираз показує, що гармонічні змінення напруженості аналогічні полям стоячої хвилі у поперечному перерізі, а в поздовжньому напрямку в хвилеводі існує хвильовий процес, який характеризується поздовжнім хвильовим числом K . Сталі інтегрування φ_x і φ_y та сталі розділення k_x і k_y звичайно знаходяться з граничних умов, що можуть бути сформульовані для кожного конкретного хвилеводу.

5.1.2. Дисперсія у хвилеводах

З'ясуємо, що криється за нашим припущенням відносно відмінності хвильових чисел у хвилеводі та вільному просторі. Для цього позначимо різницю $(k^2 - K^2)$ виразом $(2\pi/\lambda_{кр})^2$, що за формою співпадає з виразом хвильових чисел через відповідні довжини хвиль. Скоротивши всі члени цієї рівності на $(2\pi)^2$, одержимо $1/\lambda_{кр}^2 = 1/\lambda^2 - 1/\Lambda^2$, звідки

$$\Lambda = \lambda / \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}. \quad (5.7)$$

Оскільки фазова швидкість розповсюдження хвилі в хвилеводі пов'язана з довжиною хвилі у хвилеводі співвідношенням $v_\phi = \Lambda f$, аналогічним до $c = \lambda f$, то

$$v_\phi = c / \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}. \quad (5.8)$$

Щоб з'ясувати фізичний зміст формально введеної величини $\lambda_{кр}$, замінимо під коренем відношення довжин хвиль оберненим відношенням відповідних частот ($f_{кр} = c/\lambda_{кр}$) і запишемо:

$$\begin{aligned} v_\phi &= c / \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}, \\ \Lambda &= \lambda / \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}, \\ K &= k \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Перше з цих співвідношень показує, що фазова швидкість залежить від частоти, і характеризує закон дисперсії для хвилеводу, який зображено графіком на рис. 5.2.

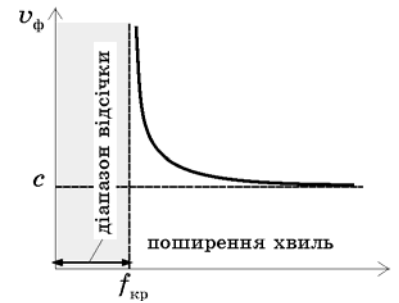


Рис. 5.2. Загальний вигляд закону дисперсії електромагнітних хвиль у хвилеводах

Важливою особливістю цієї залежності є те, що в хвилеводі $v_\phi > c$. Не менш важлива особливість даного закону пов'язана з тим, що дійсні значення фазової швидкості, а значить, і нормальне розповсюдження електромагнітних хвиль по хвилеводу можливе лише для області частот $f > f_{кр}$. Звідси зрозумілим стає фізичний зміст позначення $f_{кр}$: критична частота – це гранична частота, що поділяє діапазон нормального розповсюдження електромагнітних полів у вигляді хвиль і так званий *діапазон відсічки* $f < f_{кр}$. Подібний зміст має й *критична довжина хвилі* $\lambda_{кр}$, як деяке граничне значення довжини хвилі (відміряне у вільному просторі) між вказаними діапазонами, але на шкалі довжин хвиль. Умова розповсюдження у термінах довжин хвиль формулюється у вигляді нерівності $\lambda < \lambda_{кр}$, однак довжина хвилі у хвилеводі інша, ніж (на тій же частоті) у вільному просторі; вона завжди більша ($\Lambda > \lambda$), і при наближенні до критичного режиму прямує до нескінченності.

Розуміння такого явища було б неповним без з'ясування особливостей поведінки електромагнітних полів у режимі відсічки. Якщо будемо намагатися збуджувати хвилевід на частоті нижчій за критичну, то у відповідності з (5.9) фазова швидкість, довжина хвилі, а значить, і хвильове число у хвилеводі повинні бути уявними величинами. Тому хвильові множники в (5.2) приймають форму $e^{\pm |K|z} e^{i\omega t}$, яка показує, що складові поля у всіх точках хвилеводу коливаються синфазно у часі, а амплітуда коливань вздовж хвилеводу спадає експоненціально. Таке явище не можна назвати поглинанням, тому що воно спостерігається у

хвилеводах без втрат, а можна уявити як деякі крайові поля, що існують на деякій відстані від місця збудження, але не здатні збудити електромагнітну хвилю, що біжить по хвилеводу.

Окрім розглянутого в даному розділі явища, дисперсія в хвилеводі можлива також за рахунок втрат у стінках хвилеводу або в заповнюючому діелектрику подібно до того, як це мало місце у випадку плоскої хвилі.

5.1.3. Типи хвиль у хвилеводах

Для з'ясування питання про класифікацію хвиль за різними типами зробимо спочатку деякі формальні перетворення. Скористуємось виразами рівнянь Максвелла в проекціях на вісі координат (3.3) і будемо вважати для спрощення, що в хвилеводі розповсюджується тільки падаюча хвиля. Це не змінить загальності висновків, тому що функції $\vec{F}^+(x, y)$ і $\vec{F}^-(x, y)$ подібні. Оскільки характер зміни полів вздовж осі z задається виразом (5.2), то в (3.3) прийемо, що $\partial/\partial z = -iK$.

Розглядаючи потому перше і п'яте рівняння як систему для E_x і H_y , а друге й четверте як систему для E_y та H_x , і розв'язуючи ці системи рівнянь, одержимо такі вирази для поперечних складових полів через поздовжні:

$$\begin{aligned} E_x &= -i(K\partial E_z/\partial x + \omega\mu_0\partial H_z/\partial y)/(k^2 - K^2); \\ H_y &= i(\omega\varepsilon_0\partial E_z/\partial x + K\partial H_z/\partial y)/(k^2 - K^2); \\ E_y &= -i(K\partial E_z/\partial y + \omega\mu_0\partial H_z/\partial x)/(k^2 - K^2); \\ H_x &= i(\omega\varepsilon_0\partial E_z/\partial y + K\partial H_z/\partial x)/(k^2 - K^2); \end{aligned} \quad (5.10)$$

Структура цих виразів однотипна: перший доданок у чисельнику визначається поздовжньою складовою електричного поля, другий – поздовжньою складовою магнітного поля. Очевидно, можливе існування таких структур хвиль, у яких відсутня поздовжня складова або електричного, або магнітного поля. Відповідно виділяють дві групи хвиль: так звані *TE*-хвилі і *TM*-хвилі.

1. *TE*-хвилі характеризуються відсутністю поздовжньої складової електричного поля ($E_z = 0$). Однією з особливостей таких хвиль є те, що відношення поперечних складових електричного й магнітного полів не залежить від координат. Це відношення називається хвильовим опором хвилеводу, причому

$$Z_0^{TE} = \left| \frac{E_x}{H_y} \right| = \left| \frac{E_y}{H_x} \right| = \frac{E_{\perp}}{H_{\perp}} = \frac{\omega\mu_0}{K} = Z_c \frac{\Lambda}{\lambda} = Z_c / \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}. \quad (5.11)$$

2. *TM*-хвилі характеризуються відсутністю поздовжньої складової магнітного поля ($H_z = 0$). Хвильовий опір хвилеводу для цих хвиль

$$Z_0^{TM} = \left| \frac{E_x}{H_y} \right| = \left| \frac{E_y}{H_x} \right| = \frac{E_{\perp}}{H_{\perp}} = \frac{K}{\omega\varepsilon_0} = Z_c \frac{\lambda}{\Lambda} = Z_c \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2} \quad (5.12)$$

3. Чи можливе існування таких електромагнітних хвиль, у яких обидві поздовжні складові відсутні ($E_z = H_z = 0$)? На перший погляд у цьому випадку всі поздовжні складові в (5.10) приймають нульові значення, тому існування таких полів неможливе. Це дійсно так, за виключенням випадку, коли знаменник у (5.10) також обертається в нуль ($K \rightarrow k$). Отож, можливе існування так званих *TEM*-хвиль ($E_z = H_z = 0$), але необхідною умовою цього є рівність $K = k$. Для таких хвиль характерна відсутність дисперсії ($v_{\phi} = c$).

Доцільність проведеної класифікації полягає в тому, що порівняно легко можна кількісно аналізувати лише окремі типи хвиль, а будь-які складні поля можна подати як їх суперпозицію.

5.1.4. Хвилі без дисперсії

Чи можливе розповсюдження у хвилеводах (без втрат) таких електромагнітних хвиль, для яких не спостерігається дисперсія? Які необхідні умови треба виконати для існування таких хвиль і якими параметрами вони повинні характеризуватися?

Формули (5.7) – (5.9) справедливі, якщо $(k^2 - K^2) > 0$. Якраз ця нерівність була вихідною для наступних висновків про характер дисперсії в хвилеводах. І якщо можливе існування бездисперсійних хвиль, то необхідною умовою цього є рівність $(k^2 - K^2) = 0$ або $k = K$. Вона означає, що швидкість розповсюдження таких хвиль дорівнює швидкості світла ($v_{\phi} = c$) у середовищі, що заповнює хвилевід, і довжина хвилі у хвилеводі дорівнює довжині хвилі у вільному просторі ($\Lambda = \lambda$). Ці ж рівності можна одержати, якщо в (5.7 – 5.9) формально прийняти $\lambda_{кр} \rightarrow \infty$, або $f_{кр} \rightarrow 0$. Приймаючи до уваги фізичний зміст $f_{кр}$, можна зробити висновок, що хвилі без дисперсії не мають режиму відсічки, тобто їх розповсюдження у хвилеводі можливе на будь-яких частотах, включаючи найнижчі. Про характер полів у

хвильоводі без дисперсії можна судити з рівняння (5.3), якщо в ньому прийняти $k = K$:

$$\nabla_{x,y}^2 \vec{F}^{\pm}(x, y) = 0. \quad (5.13)$$

Даний вираз за формою співпадає з двовимірним рівнянням Лапласа, яке описує статичні поля. Але оскільки граничні умови на стінках хвильоводу і для змінних і для статичних полів однакові, можна зробити висновок, що, по-перше, характер розподілу полів у поперечному перерізі хвильоводу для хвиль без дисперсії такий самий, як і для статичних полів, і, по-друге, розповсюдження хвиль без дисперсії можливе лише у хвильоводах, які допускають існування статичних полів. До них відносяться такі лінії передачі, як коаксіальний хвильовод, смужкова лінія і т.п., що мають як мінімум два провідники й допускають приєднання джерела постійної напруги.

Далі буде розглянуто, що для *TE*- або *TM*-хвиль можливе існування нескінченної множини їх типів. *TEM*-хвилі, розподіл поперечних полів для яких такий же, як і статичних, при заданій конфігурації хвильоводу мають єдиний розв'язок рівнянь Лапласа і, отже, не мають різновидностей.

5.2. ВИДИ ХВИЛЕВОДІВ

5.2.1. Прямокутний хвильовід

Найпростіша модель для кількісного дослідження процесів розповсюдження електромагнітних хвиль у хвильоводах – прямокутний хвильовід (рис.5.3), тобто металева труба з прямокутним поперечним перерізом з розмірами $a \times b$.

Прямокутні хвильоводи широко використовуються для передачі електромагнітних хвиль у сантиметровому та міліметровому діапазонах, особливо при високих рівнях потужності. Для спрощення будемо вважати, що втрати в стінках хвильоводу і в

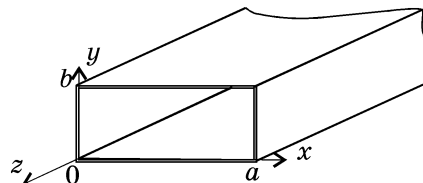


Рис. 5.3. Перетин прямокутного хвильовода

діелектрику, що його заповнює, відсутні. Це дає можливість простіше сформулювати граничні умови: на стінках хвильоводу відсутня дотична складова електричного поля ($E_z = E_y = 0$ при $x = 0$ і $x = a$, $E_z = E_x = 0$ при $y = 0$ і $y = b$). Щоб не визначати сталі інтегрування для кожної складової поля, скористуємося таким

засобом: запишемо вирази для поздовжньої складової поля у формі (5.6), а поперечні знайдемо з (5.10). При цьому можна обійтись без формулювання граничних умов для магнітного поля. Крім того, допущення про нескінченну довжину хвильоводу дозволяє розглядати лише падаючу хвилю. Деякі особливості *TE*- і *TM*-хвиль вимагають їх роздільного аналізу.

TE-хвилі ($E_z = 0$). Запишемо вираз для амплітуди (хвильовий множник пропускаємо) поздовжньої складової магнітного поля:

$$\vec{H}_z = iH_0 \cos(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y). \quad (5.14)$$

Підставляючи (5.14) у (5.10), одержуємо вирази для поперечних складових:

$$\begin{aligned} E_x &= -H_0 k_y \omega \mu_0 \cos(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ E_y &= H_0 k_x \omega \mu_0 \sin(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ H_x &= -H_0 k_y K \sin(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ H_y &= H_0 k_x K \cos(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \end{aligned} \quad (5.15)$$

Приймаючи у відповідності до граничних умов $E_y = 0$ при $x = 0$ та $x = a$, одержуємо $\varphi_x = 0$ і $k_x = m\pi/a$, де $m = 0, 1, 2, 3, \dots$. Приймаючи $E_x = 0$ на широких стінках хвильоводу ($y = 0$, $y = b$), одержуємо $\varphi_y = 0$ та $k_y = n\pi/b$, де $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Визначення сталих інтегрування та сталих розділення дозволяє одержати вирази для *TE*-хвиль:

$$\begin{aligned} E_x &= -H_0 Z_0^{TE} k_y K \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ E_y &= H_0 Z_0^{TE} k_x K \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ H_x &= -H_0 k_x K \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ H_y &= H_0 k_y K \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ H_z &= iH_0 \cos(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b); \end{aligned} \quad (5.16)$$

Стала H_0 може бути визначена з початкових умов або, наприклад, при відомій потужності, що передається по хвильоводу.

Дуже важливий результат отриманого розв'язку полягає в тому, що в хвильоводі можлива нескінченна множина різних типів (мод) хвиль, кожна з яких характеризується певною парою значень чисел m і n та позначається TE_{mn} . З виразів (5.16) легко зрозуміти фізичний зміст цих чисел: вони показують кількість напівперіодів поля, яка вкладається відповідно вздовж широкій й

вузької стінок хвилеводу. Числа m і n можуть незалежно одне від одного приймати будь-які цілі додатні (від'ємні нічого нового не дають) значення. Винятком є випадок одночасної рівності $m = 0$ і $n = 0$, коли всі поперечні складові приймають нульові значення. Найпростішу конфігурацію полів мають природньо типи хвиль з найменшими індексами. На рис. 5.4. зображено розподіл поздовжньої складової магнітного поля у поперечному перерізі для деяких мод. Штриховими лініями для хвилі TE_{32} виділені "ланки", в яких розподіл поля має такий саме вигляд, як і для хвилі TE_{11} .

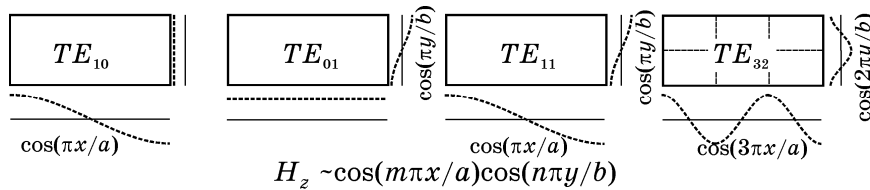


Рис. 5.4. Характерні функції розподілу поздовжньої складової магнітного поля у поперечному перерізі хвилеводу для деяких мод. Числа m і n визначають кількість напівперіодів стоячої хвилі відповідно вздовж широкої та вузької стінок

Другий важливий результат полягає у тому, що визначення сталих k_x і k_y дозволяє з рівності (5.5) знайти критичну довжину хвилі

$$\lambda_{кр} = 2/\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}, \quad (5.17)$$

яка залежить від типу хвилі й розмірів хвилеводу.

TM-хвилі ($H_z = 0$). У даному випадку зручно вибрати вираз для поздовжньої складової електричного поля у формі

$$E_z = iE_0 \sin(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y). \quad (5.18)$$

Поперечні складові визначаються при підстановці E_z у (5.10):

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 k_x K \cos(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ E_y &= E_0 k_y K \sin(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ H_x &= -E_0 k_y \omega \epsilon \epsilon_0 \sin(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ H_y &= -E_0 k_x \omega \epsilon \epsilon_0 \cos(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \end{aligned} \quad (5.19)$$

Вибір E_z у формі (5.18) зручний тим, що використання граничних умов приводить до тих самих значень сталих інтегрування ($\varphi_x = \varphi_y = 0$) і сталих розділення ($k_x = m\pi/a$, $k_y = n\pi/b$). Остаточні вирази для складових після підстановки сталих приймають вигляд

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 k_x K \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ E_y &= E_0 k_y \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ E_z &= iE_0 \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b); \\ H_x &= -(E_0/Z_0^{TM}) k_y K \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ H_y &= -(E_0/Z_0^{TM}) k_x K \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \end{aligned} \quad (5.20)$$

Тут, як і для TE -хвиль, можлива нескінченна множина типів хвиль, які позначаються TM_{mn} . Істотня відміна лише в тому, що для TM -хвиль неможливі нульові значення жодного з індексів m і n , тому що при цьому $E_z = 0$, а значить дорівнюватимуть нулю і всі інші складові поля.

На рис. 5.5 схематично зображено розподіл поздовжньої складової електричного поля вздовж широкої і вузької стінок хвилеводу. Найпростішим з TM -хвиль буде розподіл для хвилі TM_{11} . Решта мод повторюють розподіл TM_{11} $m \times n$ раз. Вираз для розрахунку критичної довжини хвилі типів хвиль такий саме, як і для хвиль TE_{mn} .

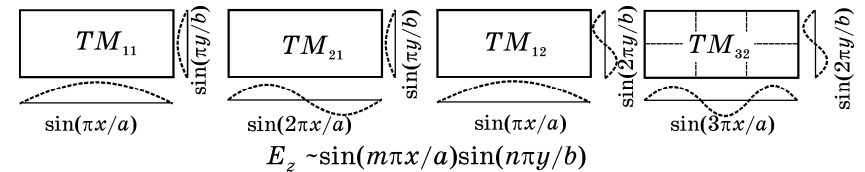


Рис. 5.5. Характерні функції розподілу поздовжньої складової електричного поля у поперечному перерізі хвилеводу для деяких мод. Числа m і n визначають кількість напівперіодів стоячої хвилі відповідно вздовж широкої та вузької стінок

5.2.2. Одномодовий діапазон. Основна мода

На прикладі прямокутного хвилеводу, використовуючи одержані результати, можна розглянути деякі загальні закономірності розповсюдження різних мод у хвилеводах і правила для вибору геометричних розмірів хвилеводу. За рядом причин хвилевід використовують звичайно у так званому

одномодовому режимі, тобто на тих частотах, на яких у хвилеводі може розповсюджуватись лише одна мода. Для знаходження цього діапазону розглянемо діаграму (рис. 5.6), на якій вздовж осі частот нанесені значення $f_{кр} = c/\lambda_{кр}$, які можуть бути розраховані за значеннями $\lambda_{кр}$ для різних індексів m і n . Найменше значення $f_{кр}$ буде мати хвиля TE_{10} . Решта мод мають більші значення $f_{кр}$, їх взаємне розташування буде залежати від співвідношення розмірів a і b . Якщо $a > 2b$, то найближчим до $f_{кр}^{10}$ буде $f_{кр}^{20}$, у протилежному випадку $f_{кр}^{01}$. Зауважимо, що деякі моди мають однакові значення $f_{кр}$ (наприклад, TE_{11} і TM_{11}), вони називаються *виродженими*.

Якщо збуджувати хвилевід на деякій частоті, позначеній на діаграмі $f_{ген}$, то у хвилеводі будуть розповсюджуватись лише моди TE_{10} , TE_{20} , TE_{01} , для яких виконується умова розповсюдження $f_{кр}^{mn} < f_{ген}$.

Для решти мод буде режим відсічки. При зменшенні частоти збудження у режим відсічки попадають хвилі TE_{01} , потім TE_{20} і останньою TE_{10} . Звідси ясно, що лише для хвилі TE_{10} можна знайти діапазон частот, в якому вона зможе розповсюджуватись без домішки інших хвиль. Тому мода TE_{10} називається *основною*, а решта – *вищими*.

Діапазон одномодового режиму хвилеводу лежить у границях від $f_{кр}$ основної моди до $f_{кр}$ найближчої вищої моди. Використовуючи це правило, неважко розрахувати геометричні розміри a і b хвилеводу, який забезпечує передачу електромагнітних хвиль у заданому діапазоні частот. Треба пам'ятати, що реальний діапазон дещо вужчий за розглянутий, тому що при використанні хвилеводу в режимі, близькому до критичного, суттєво збільшуються втрати енергії й зростає поглинання хвилі.

Враховуючи особливе значення моди TE_{10} , на завершення охарактеризуємо розподіл її полів. Аналітичні вирази для складових поля легко одержати з (5.16) при $m = 1, n = 0$:

$$\begin{aligned} E_x &= 0; & H_y &= 0; \\ E_y &= H_0 Z_c(2a/\Lambda) \sin(\pi x/a); \end{aligned}$$

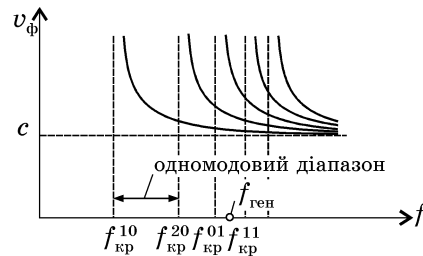


Рис. 5.6. Визначення одномодового діапазону по критичним частотам хвилеводних мод

$$\begin{aligned} H_x &= -H_0 (2a/\Lambda) \sin(\pi x/a); \\ H_z &= iH_0 \cos(\pi x/a); \end{aligned} \quad (5.21)$$

На рис. 5.7 зображена "фотографія" силових ліній електричного і магнітного поля. Електричні силові лінії мають лише одну складову і з'єднують широкі стінки. Найбільше значення E_y має у центрі хвилеводу, а на бічних стінках зменшується до нуля. Магнітні силові лінії являють собою замкнені лінії, що лежать в площинах, паралельних широким стінкам. Важливою особливістю є те, що положення максимумів поперечних складових E і H співпадають. У цих же точках має максимальне значення й поздовжня складова вектора Пойнтінга. На протязі часу вся картина переміщується вздовж осі z з фазовою швидкістю: $v_\phi = c/\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}$.

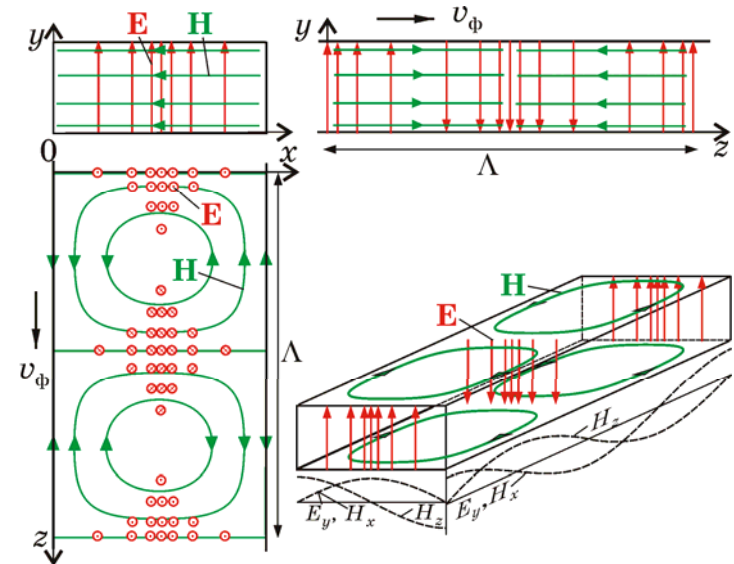


Рис. 5.7. Різні проекції розподілу силових ліній електричного (червоні лінії) і магнітного (зелені лінії) поля

При наближенні частоти до критичного значення довжина хвилі в хвилеводі, тобто й просторовий період поля (рис. 5.7), зростає до нескінченності, складова $H_x \rightarrow 0$ і магнітне поле стає поздовжнім, а коливання у всіх точках хвилеводу відбуваються синфазно. Вектор Пойнтінга для такого режиму визначається тільки складовими H_z і E_y і буде направлений перпендикулярно до

осі хвилеводу. Це означає, що передачі енергії по хвилеводу не відбувається.

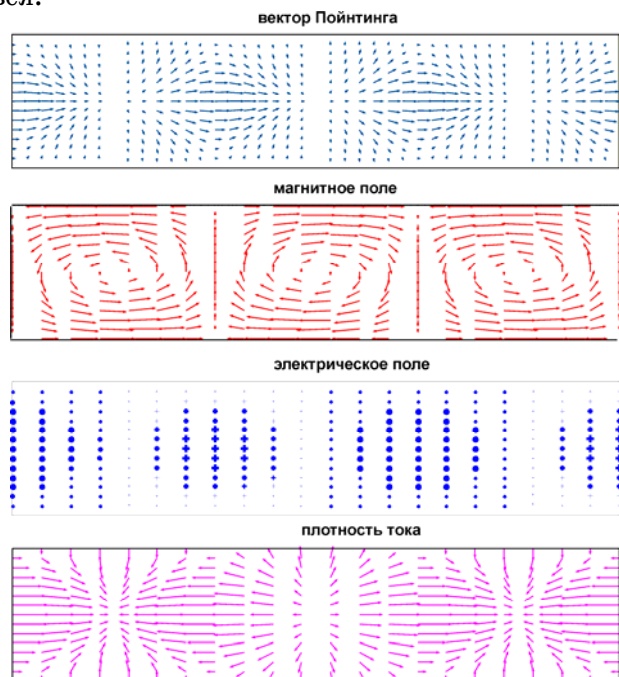


Рис. 5.8. Распределение векторов Пойнтинга, электрического и магнитного поля, плотности поверхностного тока на широкой стенке волновода для основной моды TE_{10} .

5.2.3. Коаксіальний хвилевід

Коаксіальний хвилевід – найбільш розповсюджена лінія передачі. Використовуються як тверді, наповнені повітрям хвилеводи, так і гнучкі, з діелектричним заповненням (коаксіальні кабелі).

Основним типом хвилі для коаксіального хвилеводу є TEM -хвиля, яка характеризується відсутністю дисперсії і як наслідок - рівністю фазової швидкості й швидкості світла для даного діелектричного середовища. Характер розподілу полів у поперечній площині для TEM -хвиль, що біжать, співпадає з розподілом статичних полів і знаходиться з рівняння Лапласа. Ці розподіли розглядались у прикладі 2.11 для магнітного поля і в прикладі 2.4 для електростатичного поля. Одержати аналітичний вираз для полів TEM -хвилі, що біжить, можна, розглядаючи у

виразах для статичних полів струм і напругу як миттєві значення, які дорівнюють відповідним амплітудам, помноженим на хвильовий множник:

$$\begin{aligned} E &= (V_m/r \ln(D/d)) \cos(\omega t - kz); \\ H &= (I_m/2\pi r) \cos(\omega t - kz). \end{aligned} \quad (5.22)$$

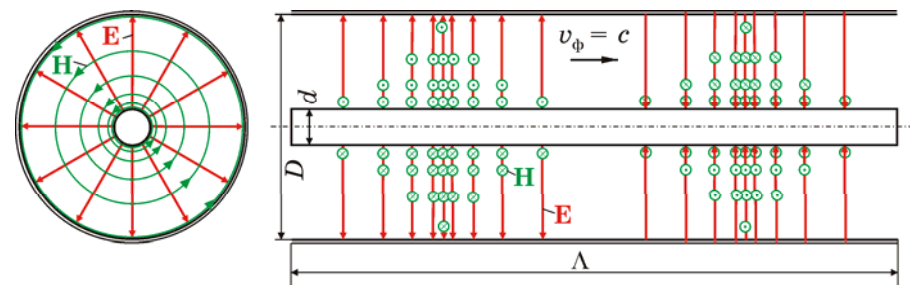


Рис. 5.8. Розподіл силових ліній електричного (червоні лінії) і магнітного (зелені лінії) полів для основної TEM моди у поперечному перетині коаксіального хвилеводу є аналогічним їх розподілам для статичних полів

Напрямок векторів E та H і характер їх змінення у просторі для фіксованого моменту часу показані на рис. 5.8. З часом вся картина розподілу полів зміщується вздовж осі z зі швидкістю світла.

Важливим параметром коаксіальних ліній є так званий *еквівалентний хвильовий опір*, який у даному випадку визначається як відношення амплітуд напруги й струму для падаючої хвилі. Враховуючи, що для TEM -хвиль відношення амплітуд E та H дорівнює *хвильовому опорі середовища* (3.26), з (5.22) одержуємо

$$Z_0 = 60 \sqrt{\mu/\epsilon} \ln(D/d) \text{ (Ом)}. \quad (5.23)$$

Коаксіальний хвилевід можна використовувати для будь яких частот, включаючи постійний струм. Однак на високих частотах, як і в прямокутному хвилеводі, в ньому можуть збуджуватись вищі моди TE і TM типів. Тому верхня частота використання обмежена найближчою вищою модою TE_{11} , яка має критичну довжину хвилі, що приблизно дорівнює довжині середнього кола поперечного перерізу коаксіальної лінії. З цієї причини для більш високочастотних хвилеводів треба обирати менші поперечні розміри, а це викликає додаткові втрати енергії.

Тому, особливо для хвилеводів з діелектричним заповненням, діапазон їх використання може обмежуватись допустимим згасанням.