

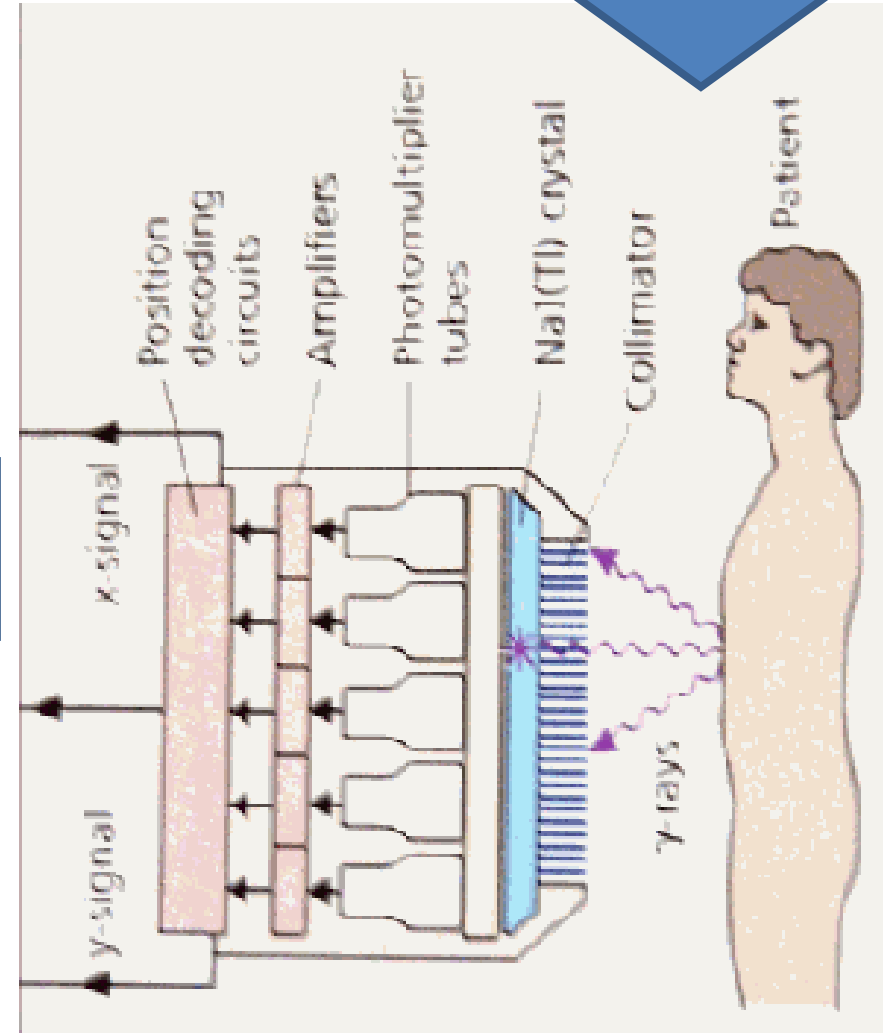
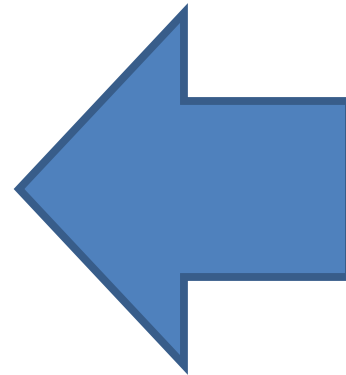
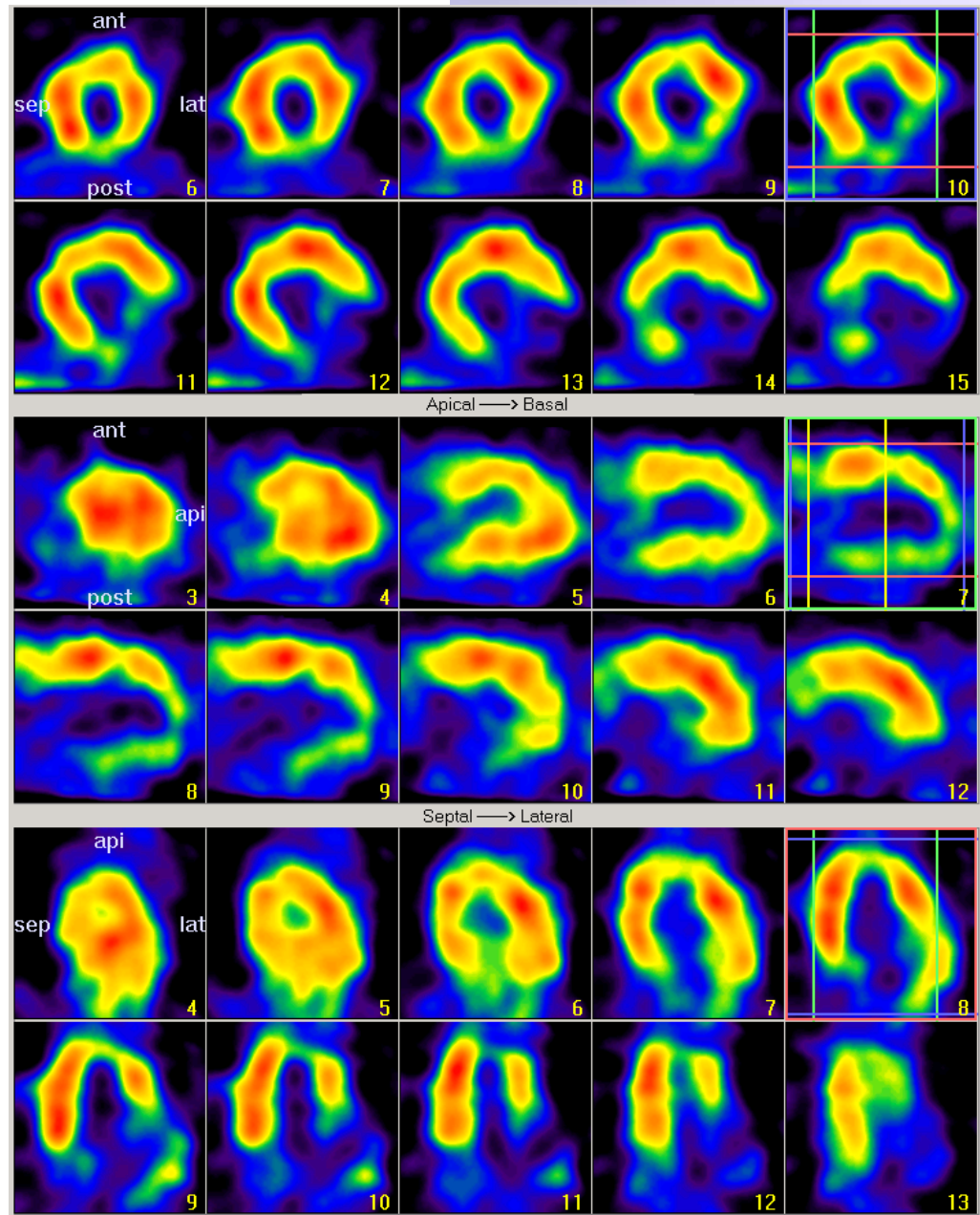
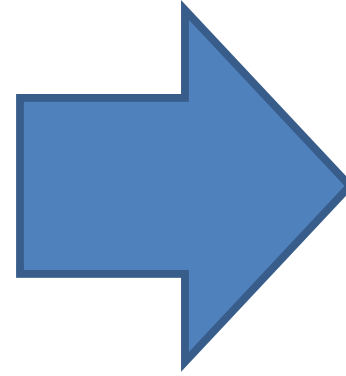
# Позитронно-емісійна томографія

Емісійні методи інтроскопії

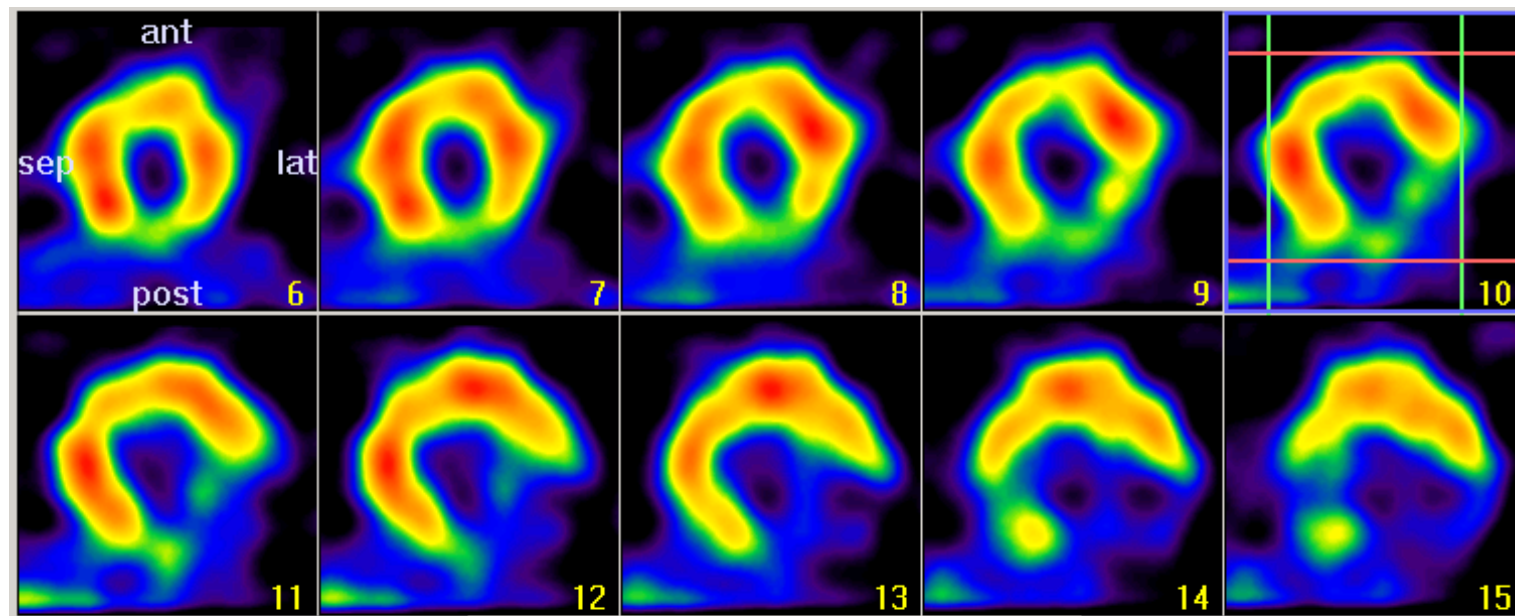
... але спочатку:

Що таке *SPECT* (ОФЕКТ)?

- Однофотонна емісійна (комп'ютерна) томографія – метод інтроскопії, в якому візуалізується розподіл радіоактивного фармпрепарату. Зображення отримується шляхом детектування гама-квантів, що безпосередньо виникають під час актів радіоактивного розпаду мічених ядер фармпрепарату.





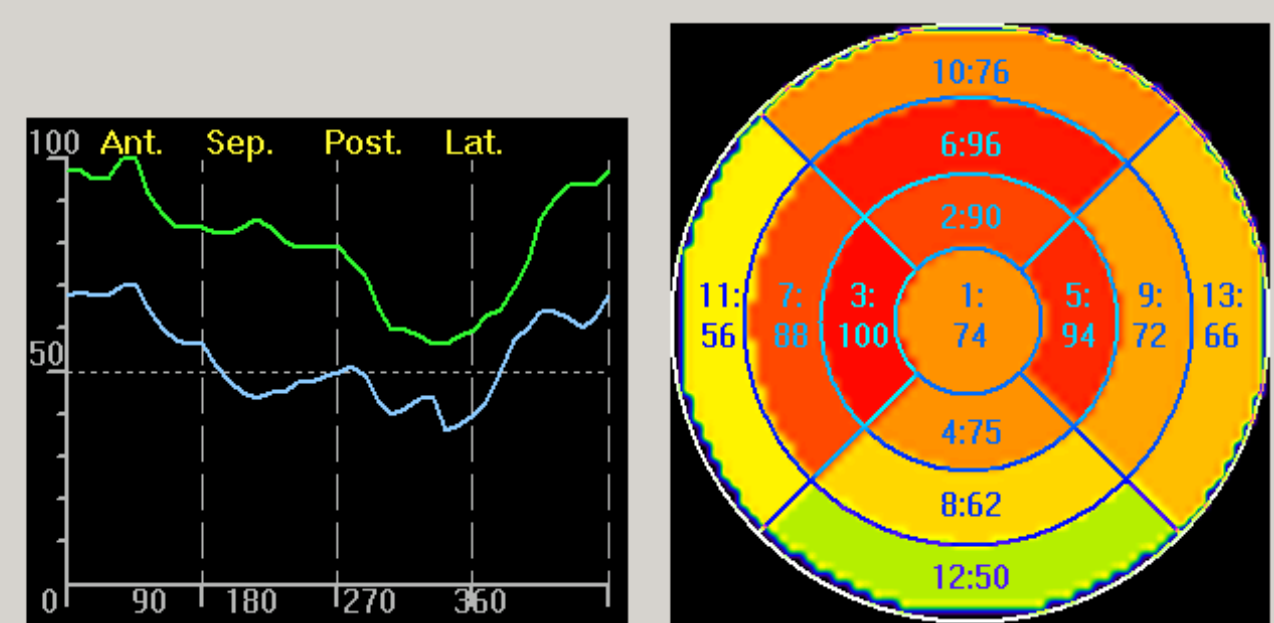
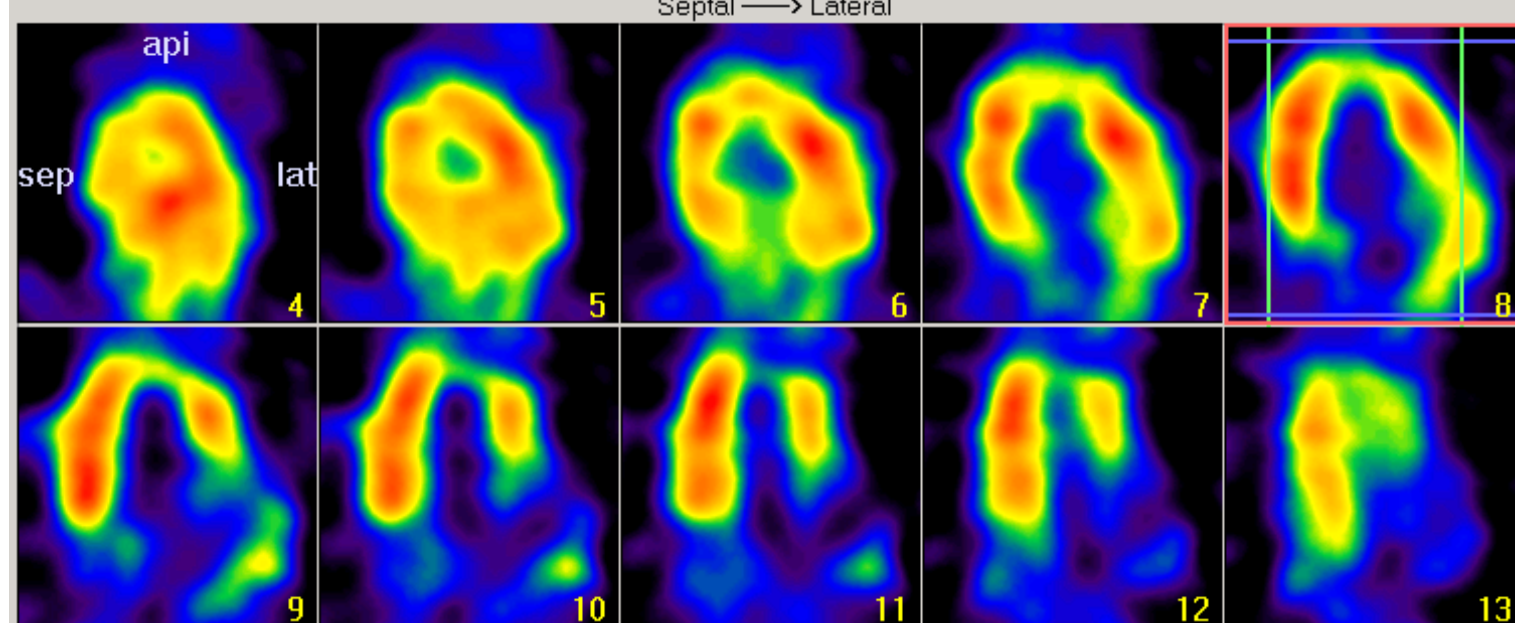
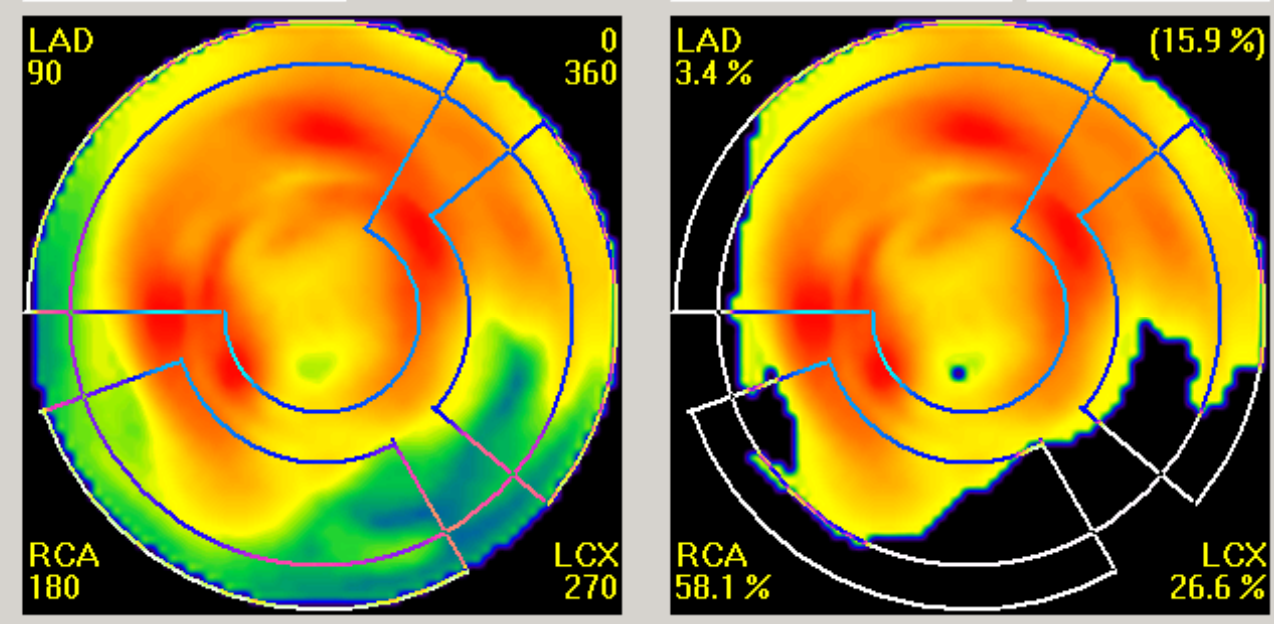
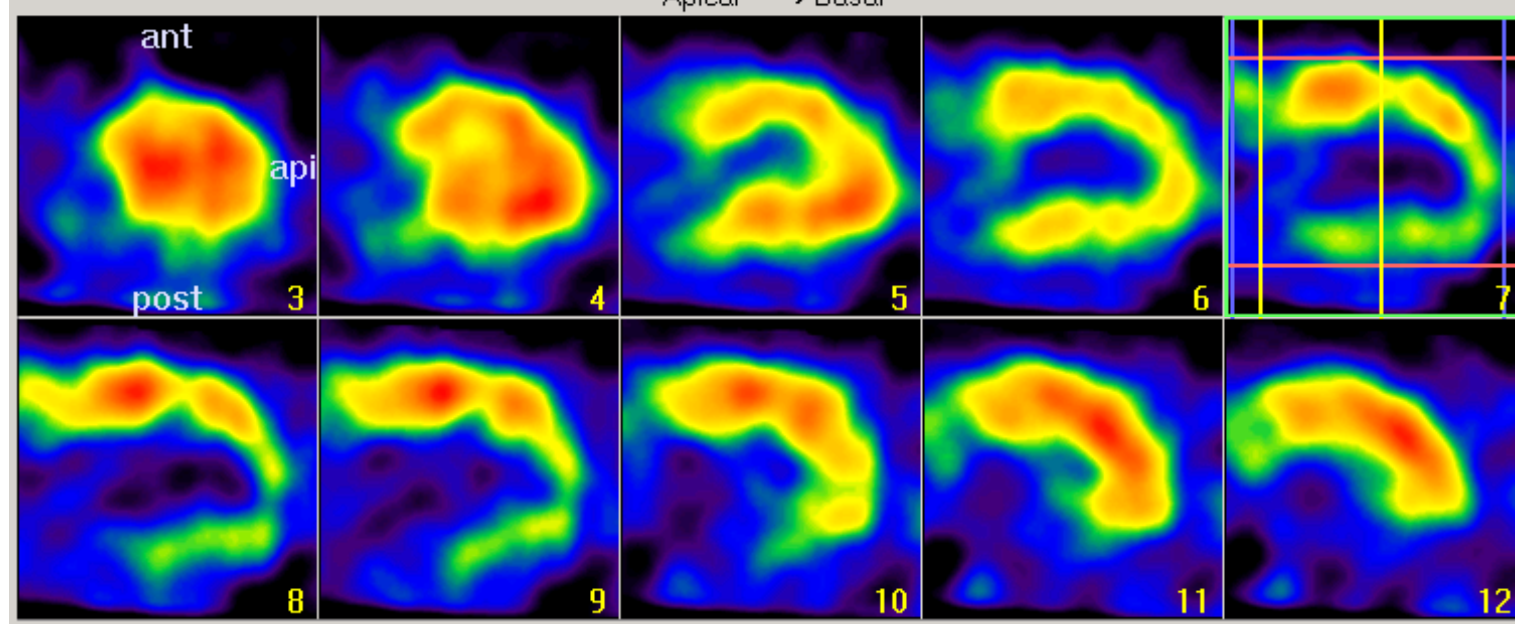


Study: Cardiac Patient: KUDIN V.F.  
 ID: H17209 ViewID: REST

Cnt / Avg / Max

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
56	53	59	44	55	92	84	59	68	100	74	66	87	
74	90	100	75	94	96	88	62	72	76	56	50	66	
83	98	100	83	100	99	99	81	86	80	65	61	78	

17/21.3% 22.7% < 50%



# ПЕТ – структурний чи функціональний метод?

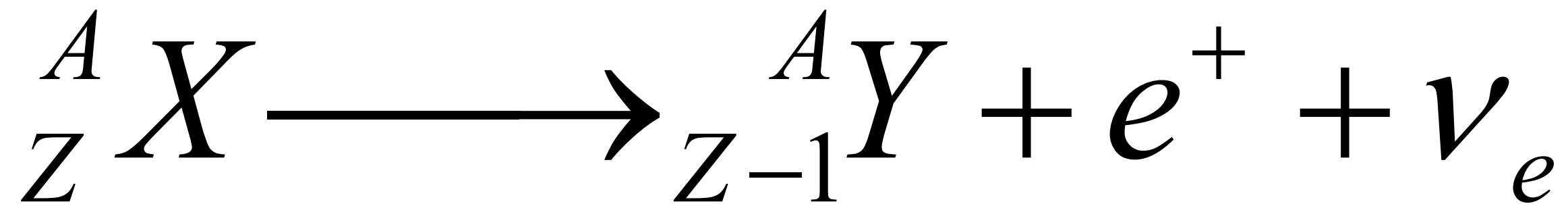
- Нас цікавить нерівномірність розподілу радіофармпрепарату в досліджуваному організмі
- Строго кажучи, ПЕТ – структурний метод дослідження, оскільки отримувані дані стосуються розподілу трейсера в просторі
- Але найцікавішою для нас є динаміка трейсера в організмі, що дає нам інформацію про його функціонування.

# ПЕТ – структурний чи функціональний метод?

- ПЕТ-зображення в часі є прямою функцією від метаболізму та фармакокінетики
- Головна цінність полягає в тому, що ми отримуємо змогу виявити порушення в організмі ще до того, як вони проявляться в інших структурних змінах (коеф-т пропускання рентгенівського випромінювання, контрастність на ЯМР тощо)

# Поговоримо про бета+ розпад

- Як відомо з ядерної фізики,  $\beta^+$  розпад відбувається в деяких ядрах за наступною схемою:



- Нейтрино не дуже цікаве з точки зору інтроскопії

# Позитрон – заряджена частинка

- Наскільки легко детектувати позитрон?
- Наскільки позитрони цікаві для інтроскопії?

Проліт позитронів в тілі людини не  
перевищує 1 см



Куди поділись позитрони?



$$e^{+} + e^{-} \longrightarrow 2 \times 511 \text{keV}$$

Куди поділись позитрони?



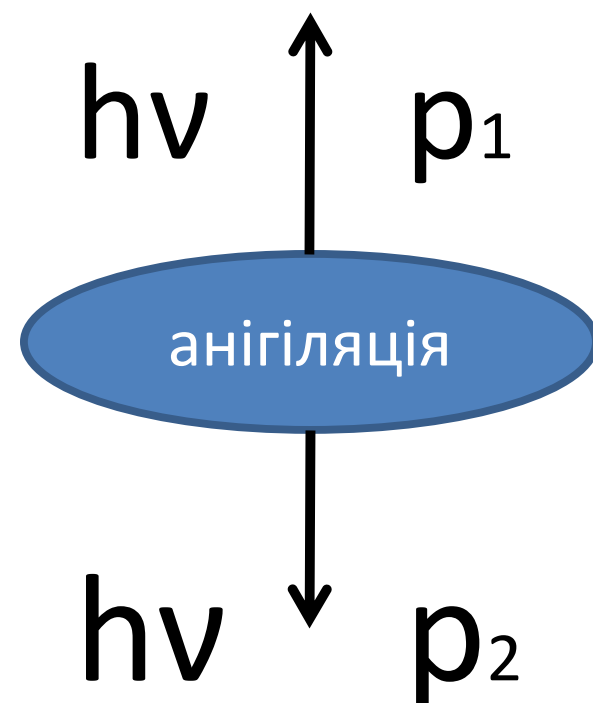
# Куди поділись позитрони?

- Закони збереження
  - маси;
  - імпульсу;

$$e^+ + e^- \rightarrow 2h\nu;$$

$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$$

$$\Rightarrow E(h\nu) = 511keV$$



Фотони з такою енергією –  
гама-кванти  
(рентгенівський діапазон)

# Два протинаправлених гама-кванти

- Гама-кванти детектувати ми вже вміємо;
- Оскільки в нас є два протинаправлені кванти, можемо реєструвати їх одночасне (майже) прибуття до двох протинаправлених детекторів
- Якщо два гама-кванти одночасно прийшли до двох детекторів, то подія позитронної анігіляції відбулась десь поблизу прямої, що сполучає ці детектори.

# Отримання зображень

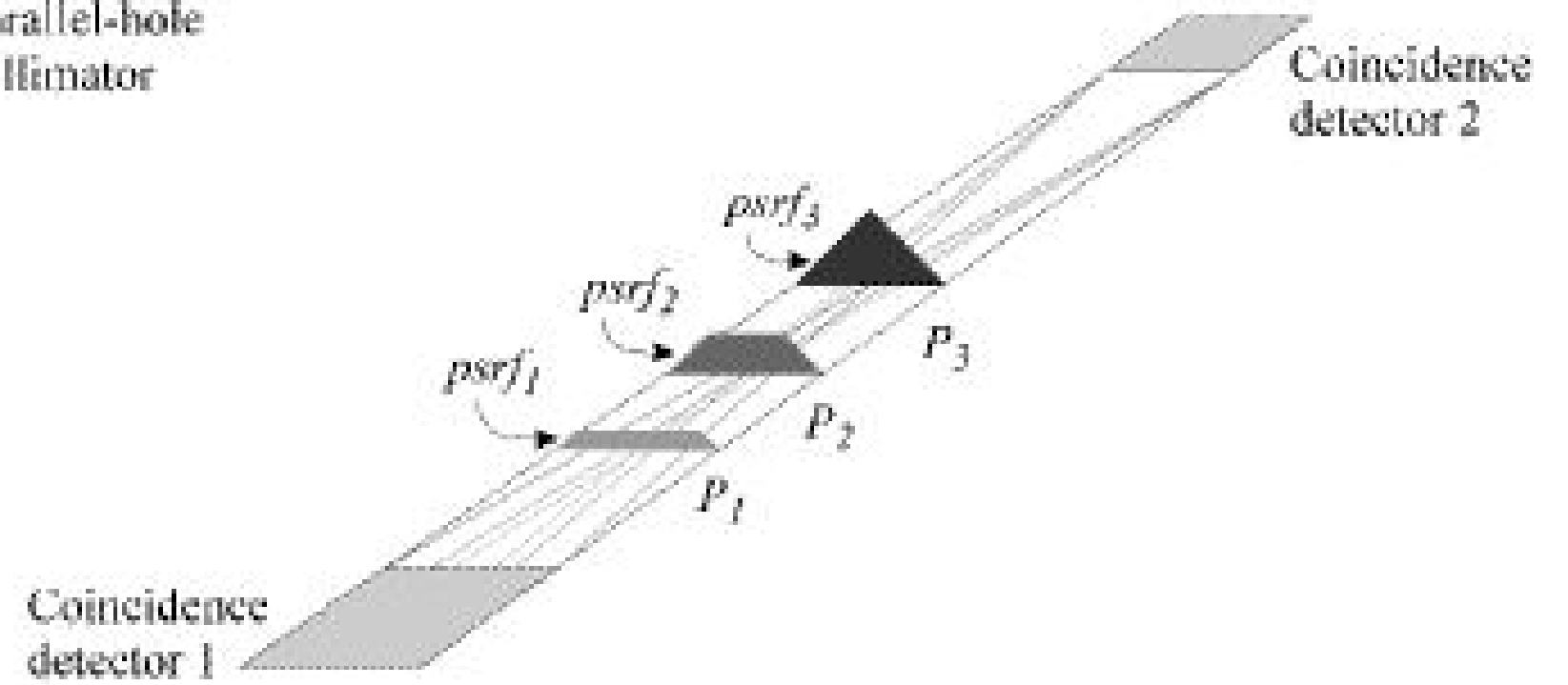
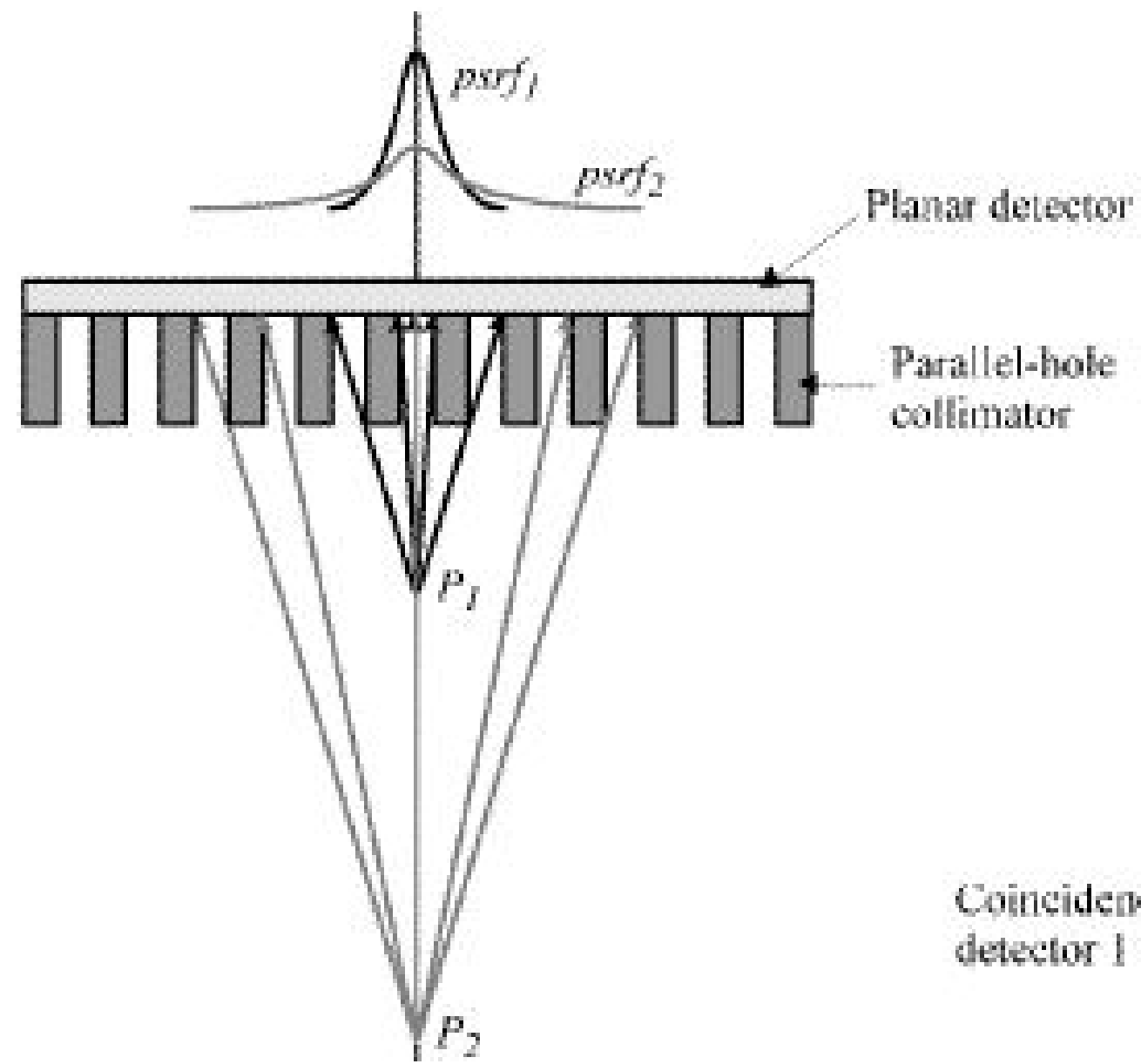
- Набираючи події анігіляції від певного перерізу об'єкта протягом деякого часу вздовж кожної пари протинапрямлених детекторів, отримуємо набір променевих інтегралів

$$S = \int_L \rho(L(x, y, z)) dL$$

що утворюють синограму для всього об'єкта

- Подібно до рентгенівської комп'ютерної томографії можемо виконати реконструкцію зображення.

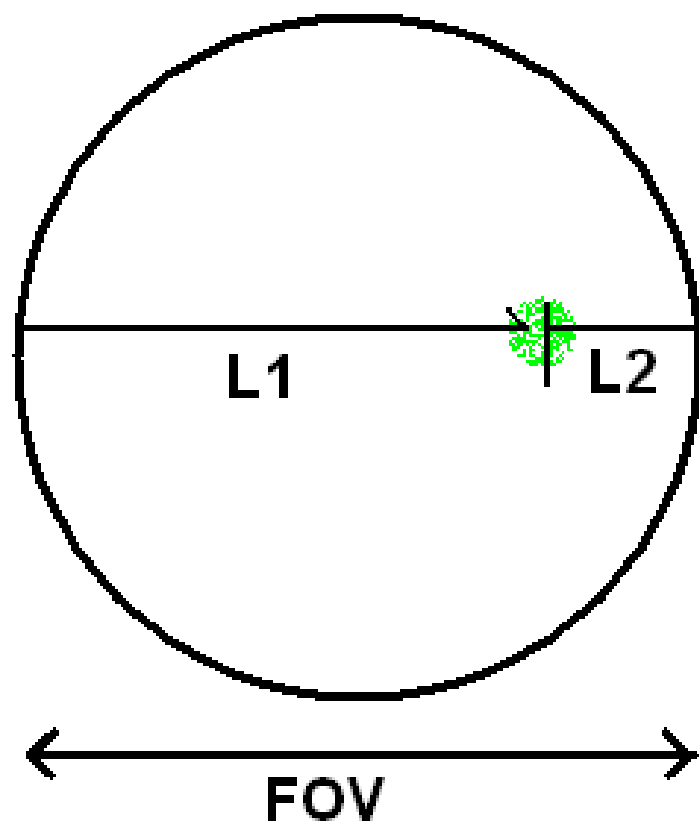




# Принцип позитронной томографии

- Точное место аннигиляции позитрон-электрон неопределимо
- Реконструкция измеренных проекций дает карту интенсивности распада

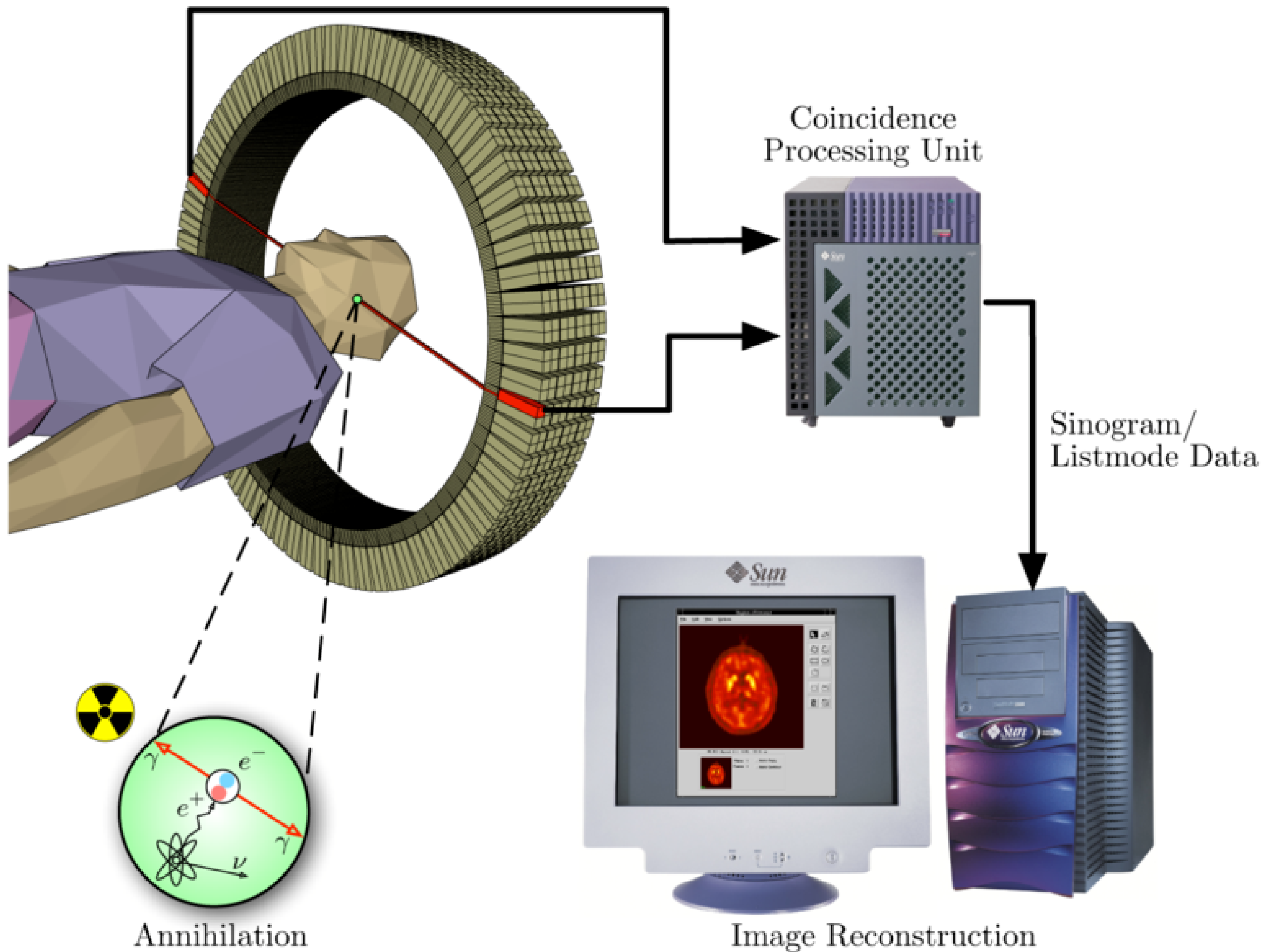




$$\tau_{\text{очікув}} = \frac{|L_2 - L_1|}{c}$$

- Нехай  $FOV = 30$  см (ТИПОВО  
ДЛЯ ГОЛОВИ ЛЮДИНИ)

$$\tau_{\text{max}} = \frac{30 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^8} \rightarrow 10^{-9} \text{ c} = 1 \text{ нс}$$



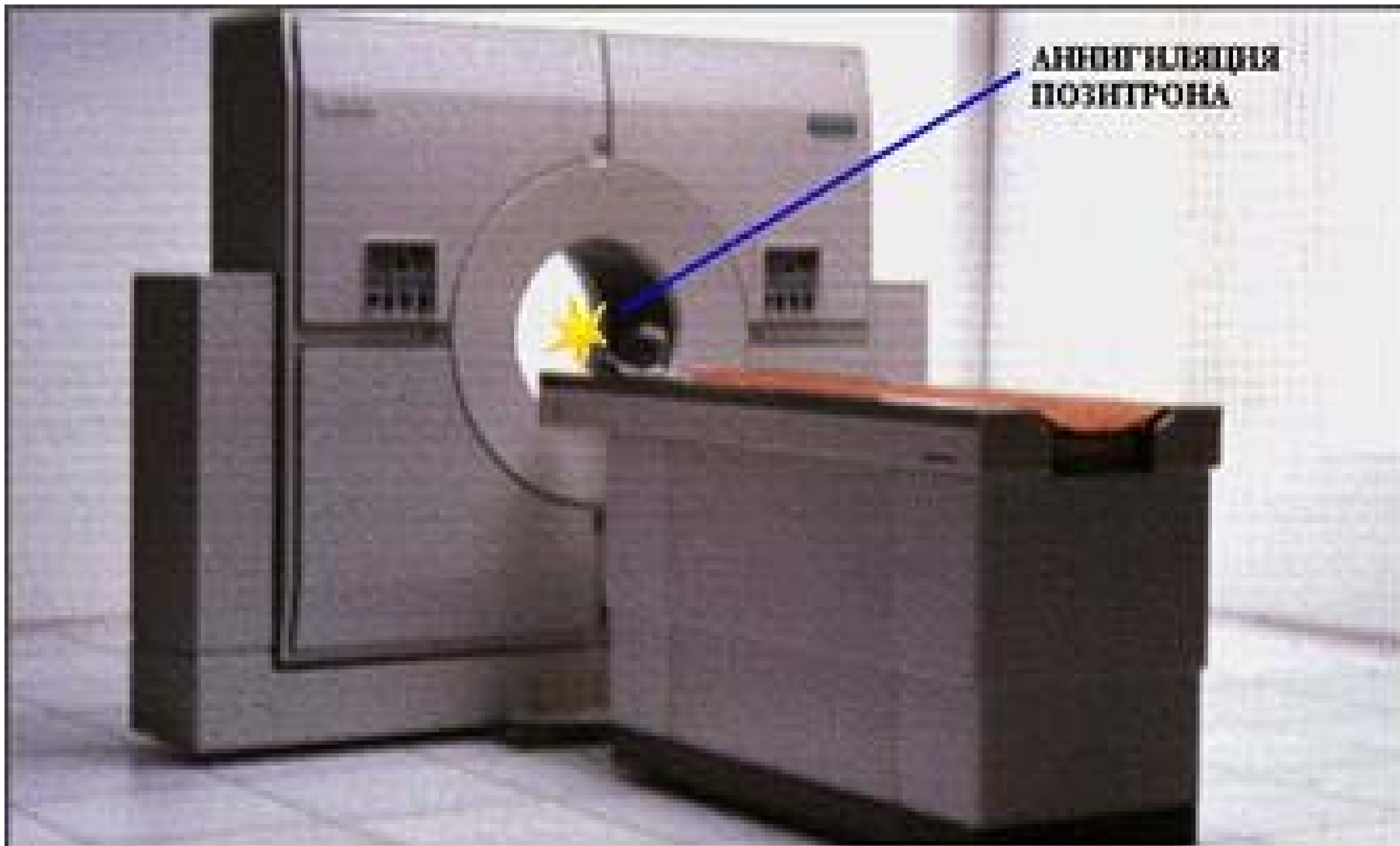
Coincidence Processing Unit

Sinogram/Listmode Data

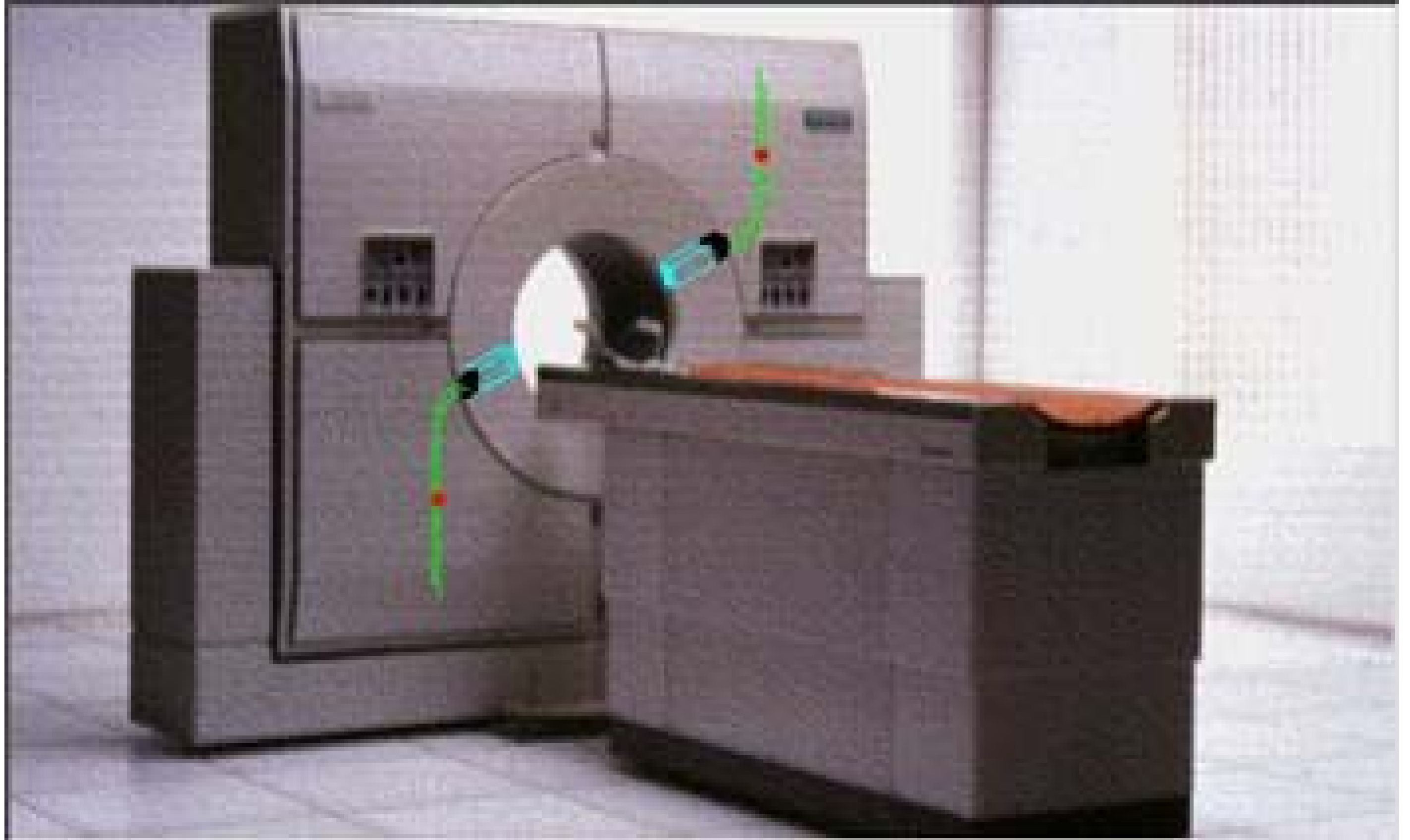
Annihilation

Image Reconstruction

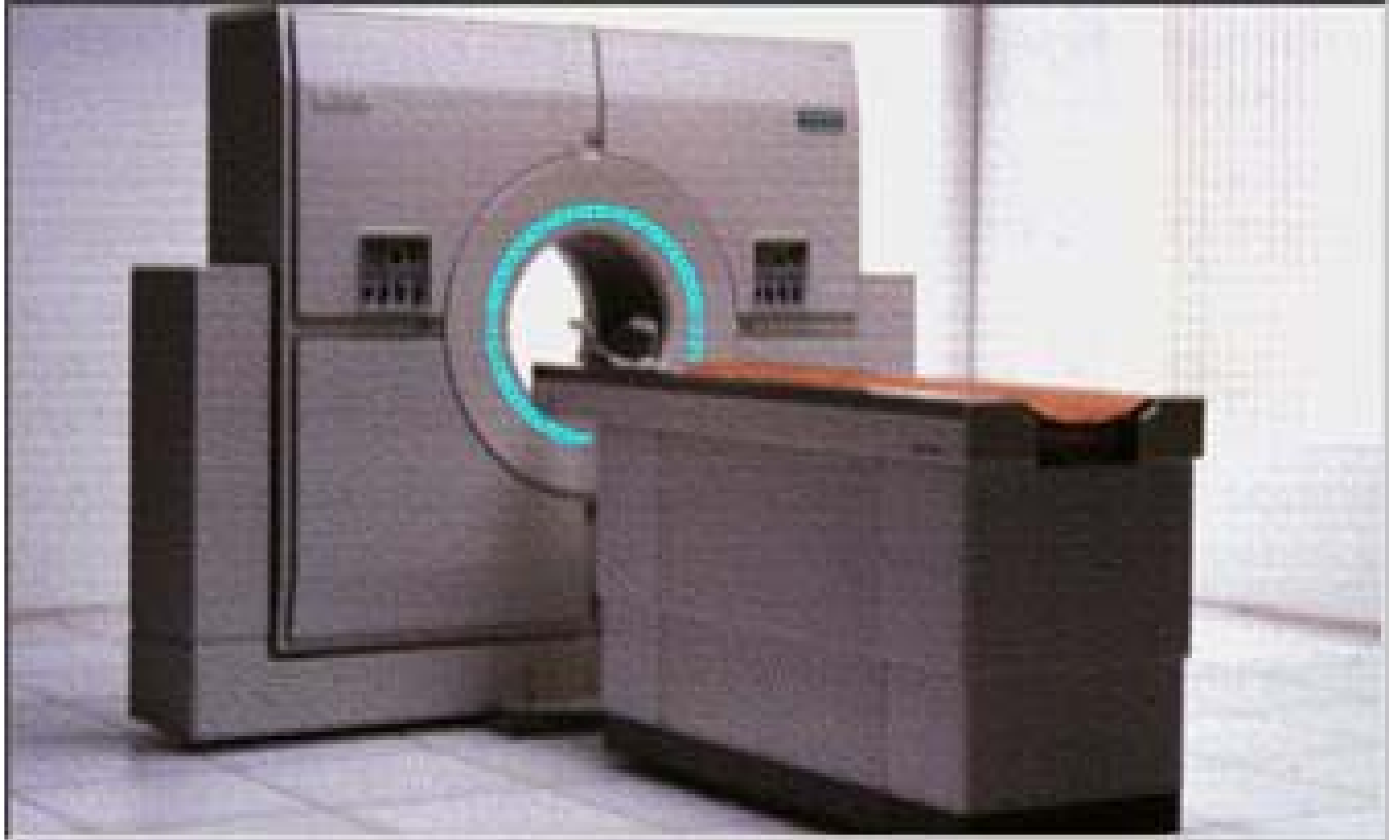
**АННИГИЛЯЦИЯ  
ПОЗИТРОНА**





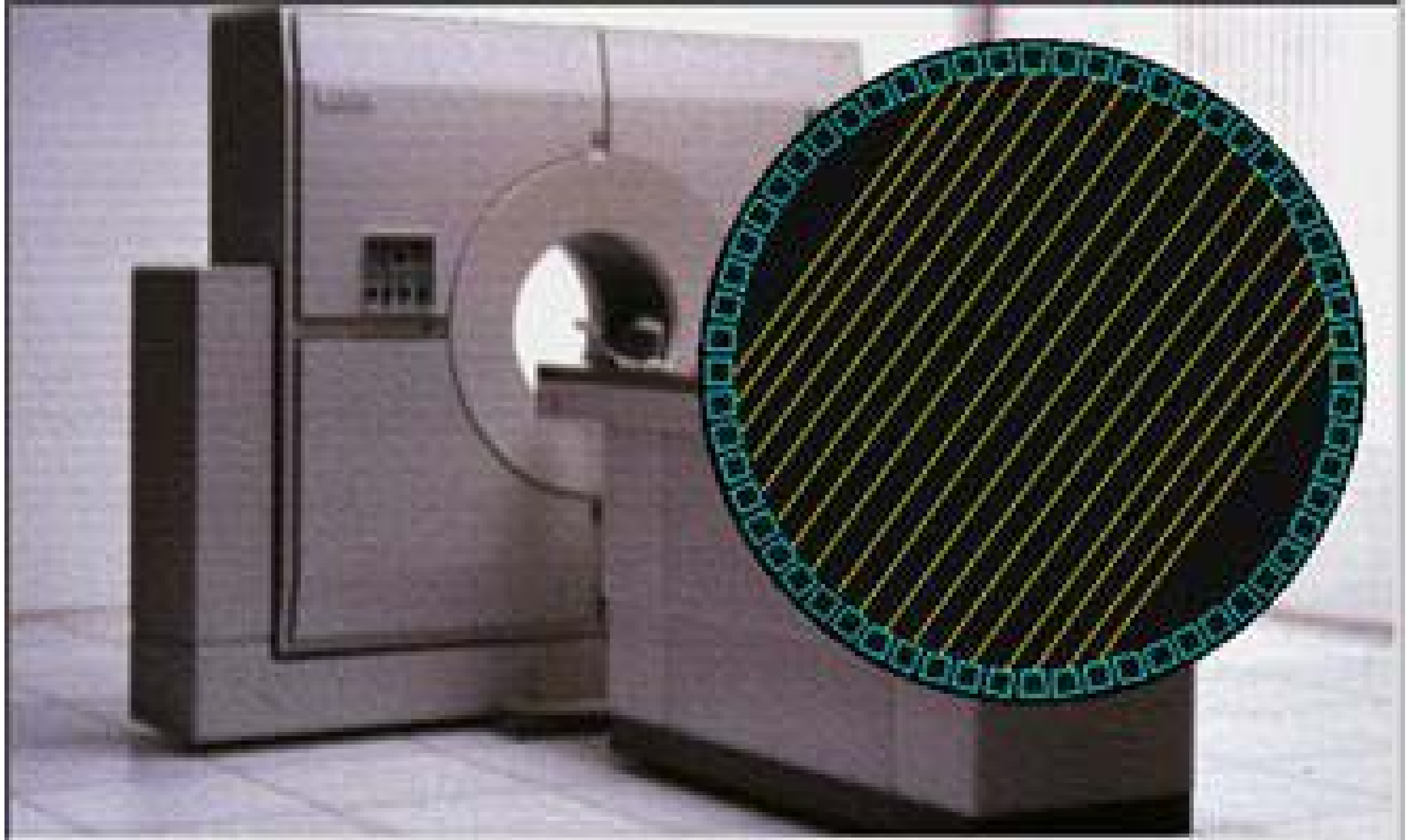


Пара протинаправлених детекторів здатна реєструвати події, що відбуваються у межах малого тілесного кута, який визначається розміром та будовою детекторів. Геометрично це можна уявити у вигляді зрізаних конусів, спільна основа яких лежить посередині між детекторами.

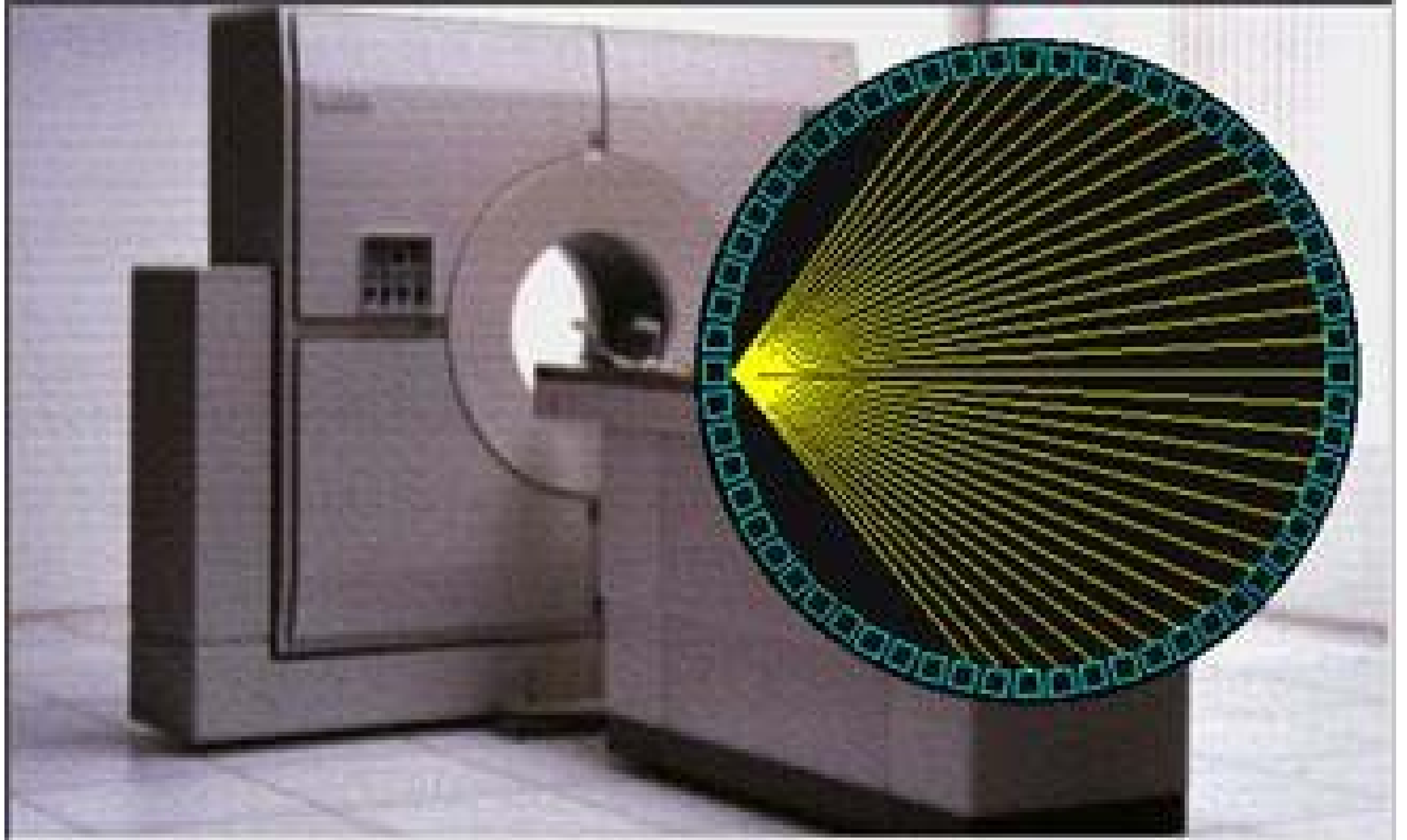


Відносна кількість подій, що реєструються за одиницю часу такою схемою, пропорційна тілесному куту, під яким видно малу область простору, в якій відбуваються події анігіляції, та кількості пар детекторів, що працюють одночасно

- Якщо події реєструють проти направлені детектори, то для отримання достатньої кількості інформації (наприклад, настання щонайменше  $N$  подій) за сталої активності в полі зору потрібен деякий час  $t$ .



Кількість подій, що будуть зареєстровані, сильно спадає з віддаленням від центра поля зору. Для компенсації цього явища детектори включаються для фіксованого кута аналогічно такому в ранніх поколіннях рентгенівських томографів. Також це дає змогу використовувати обладнання інших емісійних методів (гама-камери).



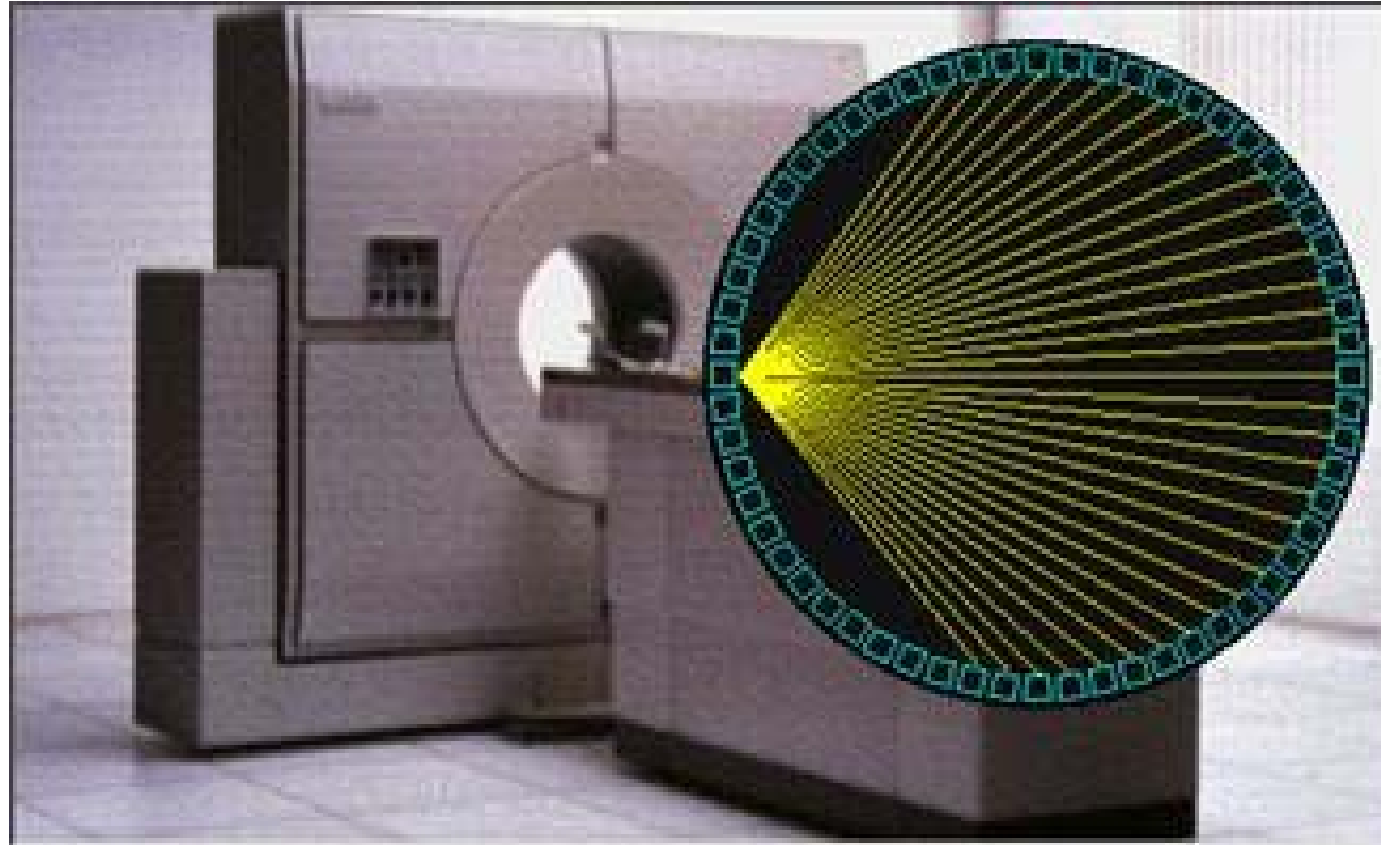
Можлива і інша схема включення детекторів, що дає змогу найповніше використати активність радіофармпрепарату. При реєстрації гама-кванта одним детектором, запускається очікування події на багатьох детекторах в широкому тілесному куті зору. Проте це приводить до збільшення і шумової компоненти сигналу.



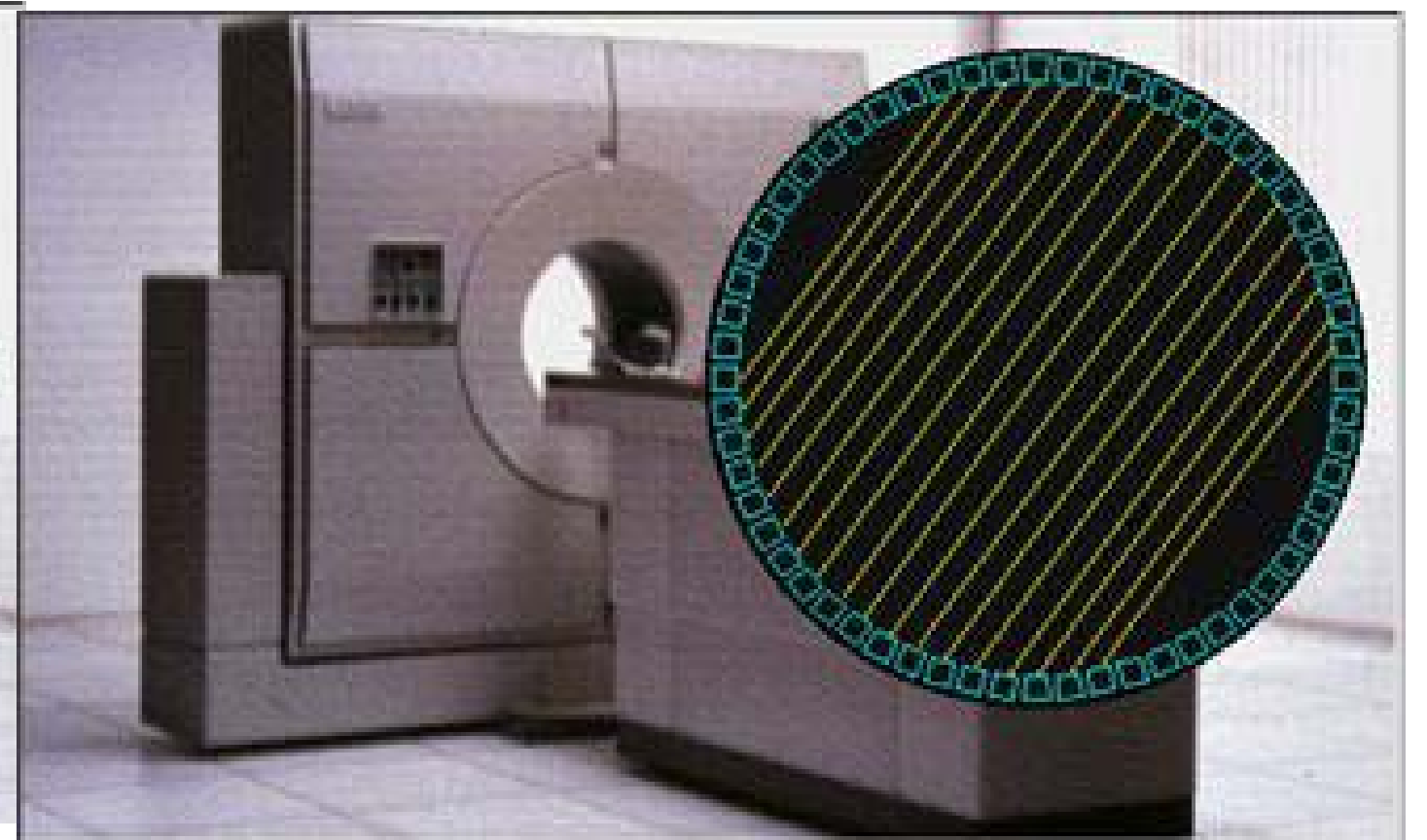
В такій схемі за одиницю часу реєструється більше подій. Справді, якщо в точці існує певна активність  $A(t)$ , то за одиницю часу в куті  $\Omega$  можлива реєстрація

(розглядається один переріз)

$$\frac{dA(t)}{dt} \frac{\Omega}{2\pi} = -\lambda e^{-\lambda t} \frac{\Omega}{2\pi} \text{ подій.}$$



“схема реєстрації в розбіжному пучку”



“лінійна вибірка”

Збільшення кількості детекторів, що спрацьовують в режимі співпадіння, підвищують загальний тілесний кут  $\Omega$  (для зображеної схеми – на 1-2 порядки), але ускладнюють будову сканера.

Є варіанти включення детекторів, при яких реєструються співпадіння в межах певного тілесного кута (тобто, не тільки з кількома детекторами в межах кільця, а й з сусідніми наборами детекторних кілець).

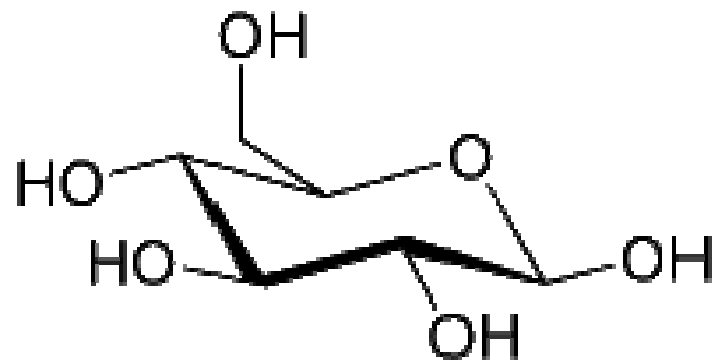
# Вибір ізотопу

- Період напіврозпаду



# Вибір ізотопу

- Період напіврозпаду
- Біологічна значимість



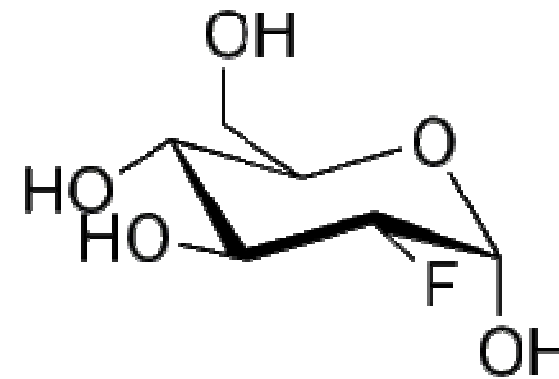
Глюкоза ( $C_6H_{12}O_6$ )



Глюкоза-6-фосфат



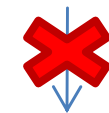
фруктоза-1,6-дифосфат



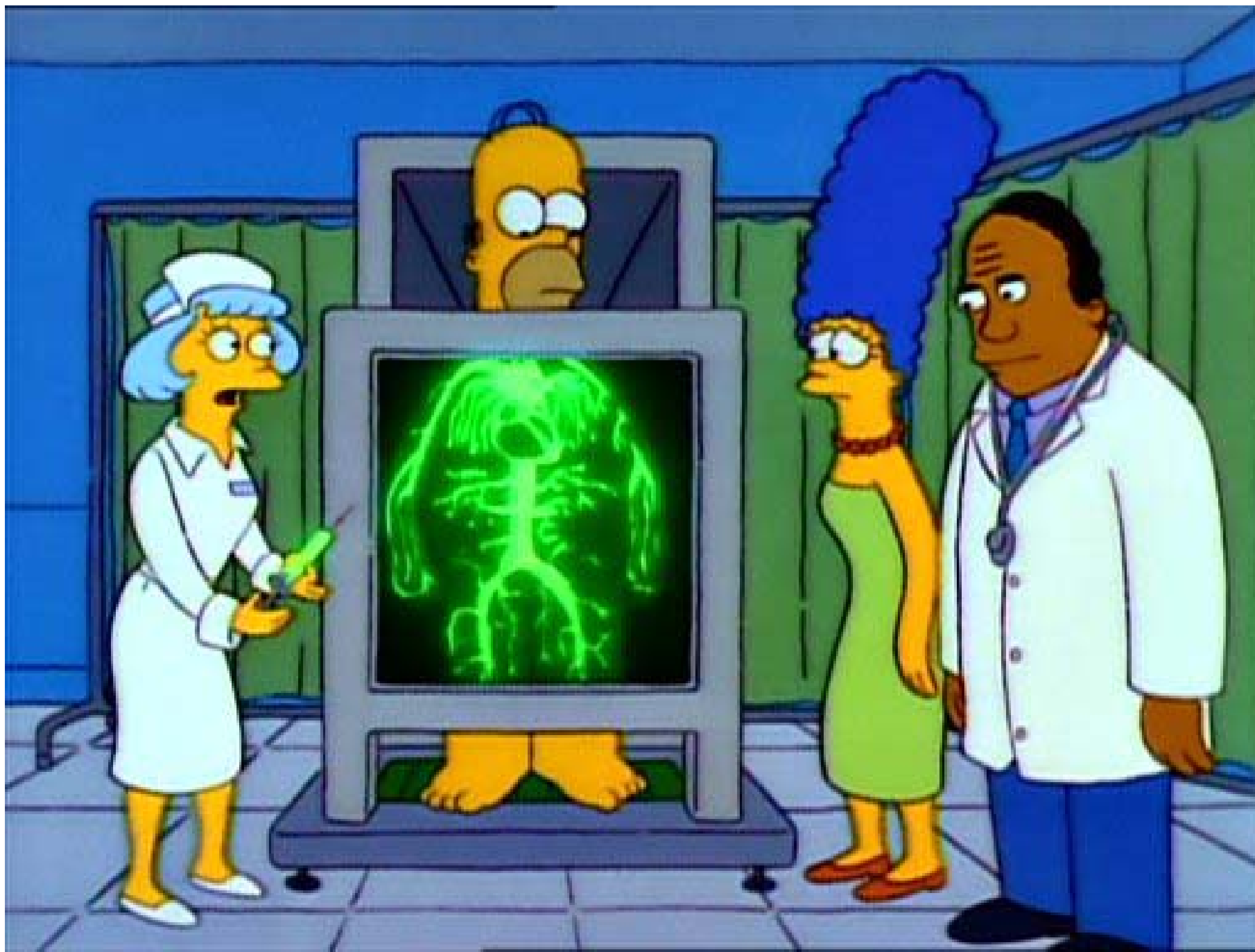
Фтордезоксиглюкоза



Фтор-дезоксиглюкоза-6-фосфат



# Вимоги до радіофармпрепаратів





# Вимоги до радіофармпрепаратів

- Біодоступність — участь в метаболізмі, ефективно включення фармпрепарату в метаболізм і ефективно виведення в подальшому. Важливо – ГЕБ, робота легень...
- Біосумісність — не викликає імунних/стресових реакцій організму
- $T_{1/2}$  та  $N_{1/2}$  - фармакокінетика

$$\frac{1}{T_{Ef.}} = \frac{1}{T_{1/2}} + \frac{1}{N_{1/2}}$$



- Розглянемо співвідношення для часів

$$\frac{1}{T_{Eф.}} = \frac{1}{T_{1/2}} + \frac{1}{N_{1/2}} ; \quad T_{Eф.} = \frac{T_{1/2} N_{1/2}}{T_{1/2} + N_{1/2}} ;$$

- Розглянемо співвідношення для часів

$$\frac{1}{T_{Eф.}} = \frac{1}{T_{1/2}} + \frac{1}{N_{1/2}} ; \quad T_{Eф.} = \frac{T_{1/2}N_{1/2}}{T_{1/2} + N_{1/2}} ;$$

Нехай метаболізм суттєво повільніший за прояв радіоактивності:  $T_{1/2} \ll N_{1/2}$



Тоді ефективний час визначається,

в основному

$$T_{Eф.} = \frac{T_{1/2}N_{1/2}}{N_{1/2} + \delta} \approx T_{1/2}$$

періодом  
напіврозпаду.

- Розглянемо співвідношення для часів

$$\frac{1}{T_{Еф.}} = \frac{1}{T_{1/2}} + \frac{1}{N_{1/2}} ; \quad T_{Еф.} = \frac{T_{1/2} N_{1/2}}{T_{1/2} + N_{1/2}} ;$$

У випадку, коли метаболізм дуже швидкий:

$$T_{1/2} \gg N_{1/2}$$

Тоді ефективний час визначається,

в основному

$$T_{Еф.} = \frac{T_{1/2} N_{1/2}}{T_{1/2} + \delta} \approx N_{1/2}$$

швидкістю  
метаболізму.





$$\frac{1}{T_{Ef.}} = \frac{1}{T_{1/2}} + \frac{1}{N_{1/2}}$$

Для підвищення ефективності дослідження бажано, щоб часи напіврозпаду та фармакокінетики були одного порядку величини.

# Фтордезоксиглюкоза:

## Метаболізм глюкози

- 80% затримується в тканинах
- 20% виводяться в перші кілька годин з сечею (надходять у видільну систему)
- Кінетика для хворих на діабет, або інші подібні порушення, суттєво інша

## Трейсер

- $^{18}\text{F}$  в складі фтордезоксиглюкози зазнає розпадів з  $T_{1/2}=110$  хв до  $^{18}\text{O}$ , і утворена глюкоза нічим не відрізняється від звичайної.
- Через 12 годин прояви радіоактивності стають нехтовними.

Радіонуклід

Період  
напіврозпаду

Енергія  
частинки  
(усередн.)

Середній пробіг  
в біол.тканинах

C-11

20.4 min

0.39 MeV

1 mm

N-13

10 min

0.50 MeV

1,3 mm

O-15

2.2 min

0.72 MeV

2,2 mm

F-18

110 min

0.25 MeV

0,6 mm

Cu-62

9.2 min

1.3 MeV

4,5 mm

Ga-68

68.3 min

0.83 MeV

2,5 mm

Rb-82

1.25 min

1.5 MeV

6,4 mm

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д.И.МЕНДЕЛЕЕВА

www.calc.ru



Д.И. Менделеев  
1834-1907

СИМВОЛ ЭЛЕМЕНТА: Rb  
ПОРЯДКОВЫЙ НОМЕР: 37

НАЗВАНИЕ ЭЛЕМЕНТА: РУБИДИЙ  
ОТНОСИТЕЛЬНАЯ АТОМНАЯ МАССА: 85,468

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ПО СЛОЯМ: 2, 8, 18, 8, 1

s-элементы  
 p-элементы  
 d-элементы  
 f-элементы

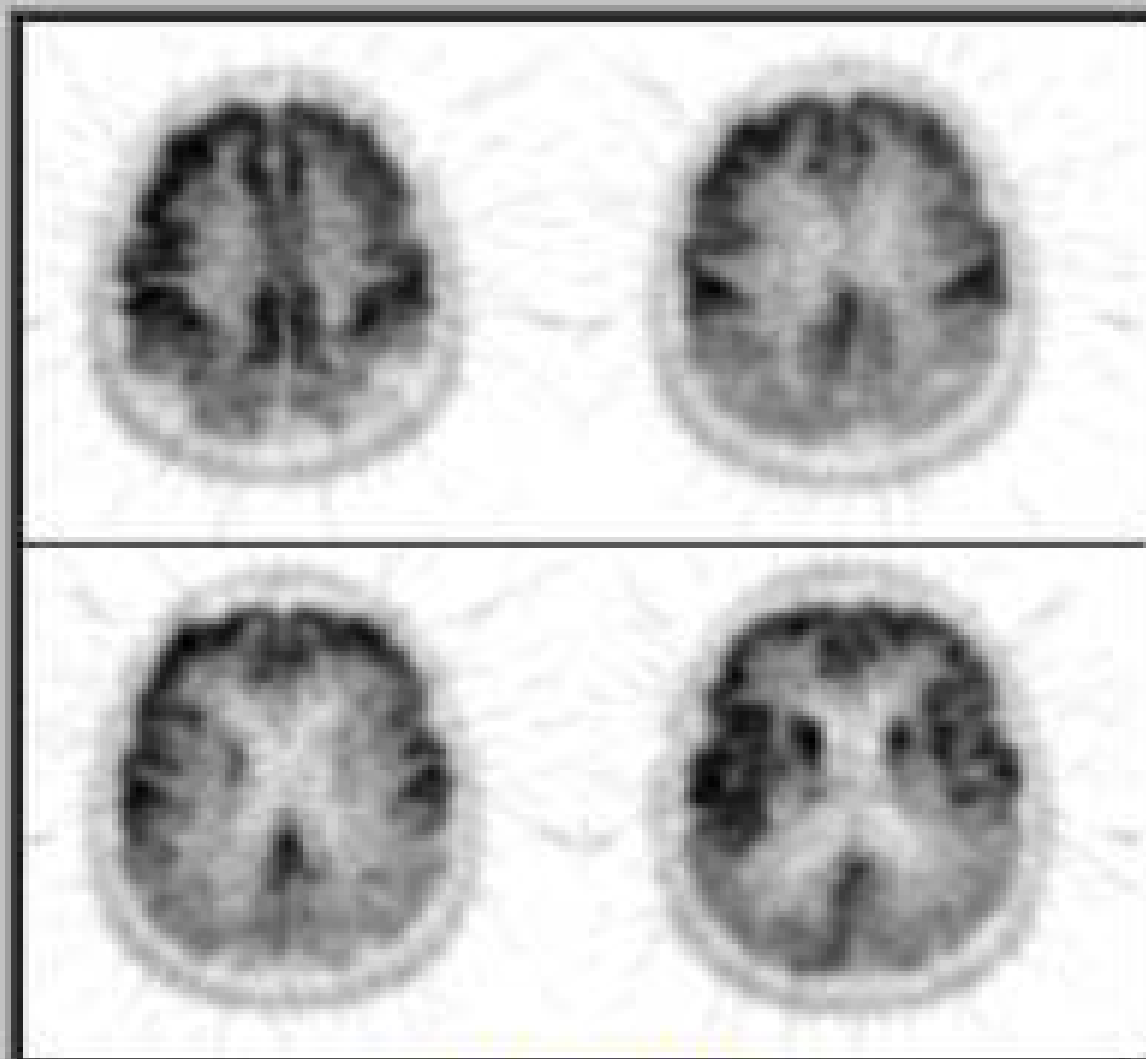
Периоды	Ряды	ГРУППЫ ЭЛЕМЕНТОВ																Зарядовое число
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII								a	
1	1	1																2
2	2	3	4	5	6	7	8	9										10
3	3	11	12	13	14	15	16	17										18
4	4	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28							
	5	29	30	31	32	33	34	35										36
5	6	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46							
	7	47	48	49	50	51	52	53										54
6	8	55	56	57-71	72	73	74	75	76	77	78							
	9	79	80	81	82	83	84	85										86
7	10	87	88	89-103	104	105	106	107	108	109	110							
ВЫСШИЕ ОКСИДЫ		R <sub>2</sub> O	RO	R <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	RO <sub>2</sub>	R <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	RO <sub>3</sub>	R <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	RO <sub>4</sub>									
ЛЕТУЧИЕ ВОДОРОДНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ					RH <sub>4</sub>	RH <sub>3</sub>	H <sub>2</sub> R	HR										
ЛАНТАНОИДЫ																		
57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71				
La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu				
ЛАНТАН	ЦЕРИЙ	ПРАЗЕОДИЙ	НЕОДИМ	ПРОМЕТИЙ	САМАРИЙ	ЕВРОПИЙ	ГАДОЛИНИЙ	ТЕРБИЙ	ДИСПОЗИЙ	ГОЛЬМИЙ	ЭРБИЙ	ТУЛЬИЙ	ИТТЕРБИЙ	ЛЮТЕЦИЙ				
138,906	140,12	140,908	144,24	[145]	150,4	151,96	157,25	158,926	162,5	164,93	167,26	168,934	173,04	174,97				
АКТИНОИДЫ																		
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103				
Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr				
АКТИНИЙ	ТОРИЙ	ПРОТАКТИНИЙ	УРАН	НЕПТУНИЙ	ПЛУТОНИЙ	АМЕРИЦИЙ	КЮРИЙ	БЕРКЛИЙ	КАЛИФОРНИЙ	ЭЙНШТЕЙН	ФЕРМИЙ	МЕНДЕЛЕВИЙ	НОБЕЛИЙ	ЛОУРЕНЦИЙ				
[227]	[232]	[231]	238,03	[237]	[244]	[243]	[247]	[247]	[251]	[252]	[257]	[258]	[259]	[260]				

	РН	Основное в-во РФП	$T_{1/2}$	Тип распада	Е, МэВ	Применение
Ультратракортоживущие (УКЖ) радионуклиды	$^{18}\text{F}$	FDG	110 мин	$\beta^+$	0,649	Метаболизм глюкозы в головном мозге, сердце, опухолях
	$^{15}\text{O}$	$\text{CO}, \text{CO}_2, \text{O}_2$	2 мин	$\beta^+$	1,723	Определение ОЦК, скорости кровотока, изучение метаболизма кислорода
	$^{13}\text{N}$	$\text{NH}_3$	10 мин	$\beta^+$	1,19	Перфузия миокарда, визуализация опухолей
	$^{11}\text{C}$	$\text{CO}$	20,4 мин	$\beta^+$	0,96	Определение ОЦК, изучение метаболизма

# Кількісні дослідження

ЯКІСНО

*“така структура зображення характерна для захворювання Альцгеймера”*



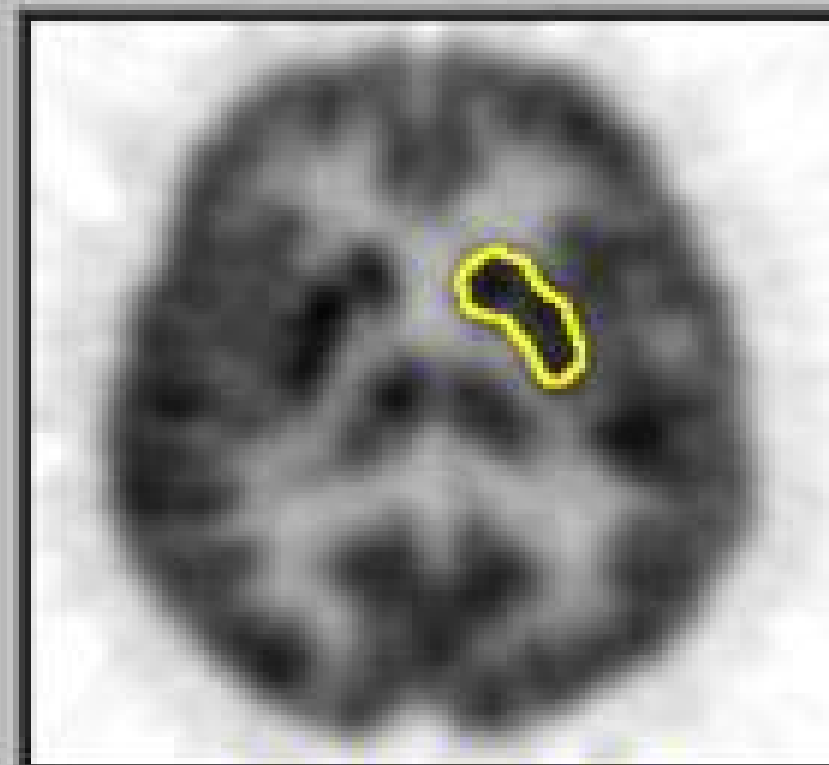
**QUALITATIVE**

*“This pattern is characteristic of Alzheimer's Disease.”*

КІЛЬКІСНО

*“метаболітичний рівень глюкози в даній області становить 8,37 мг/хв/100 грам тканини”*

**Approaches to Image Analysis**

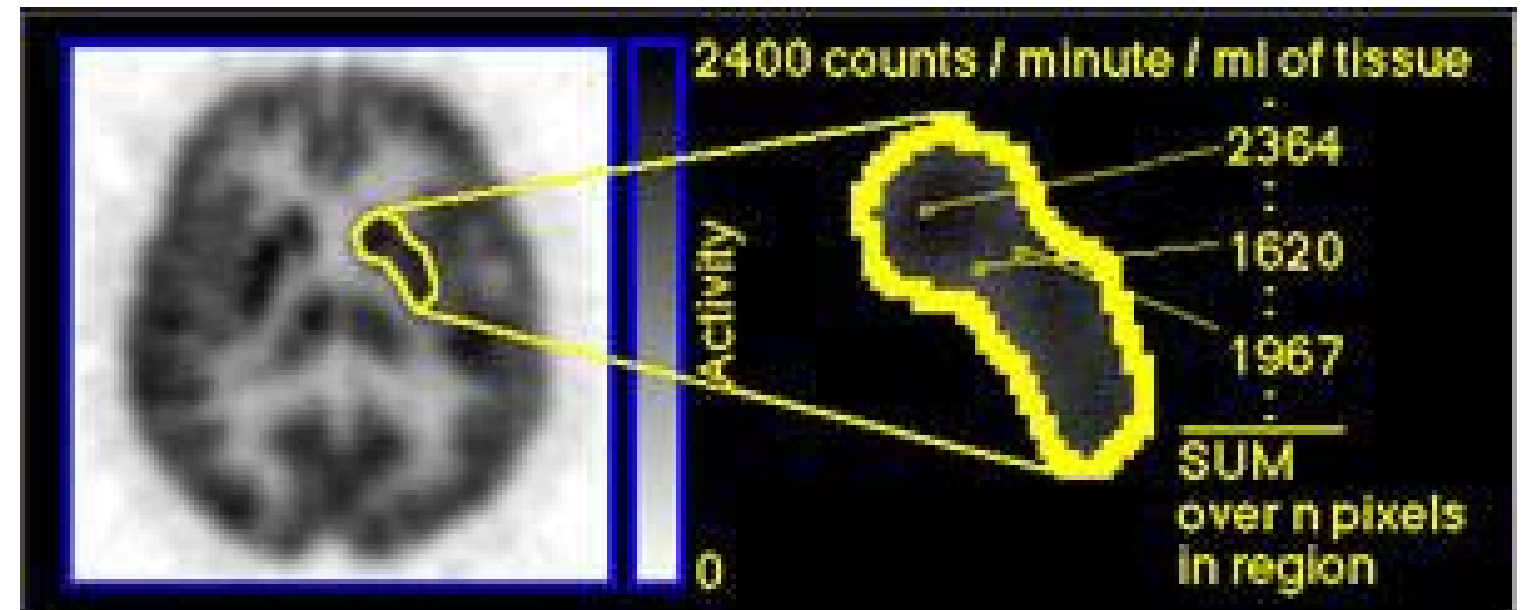
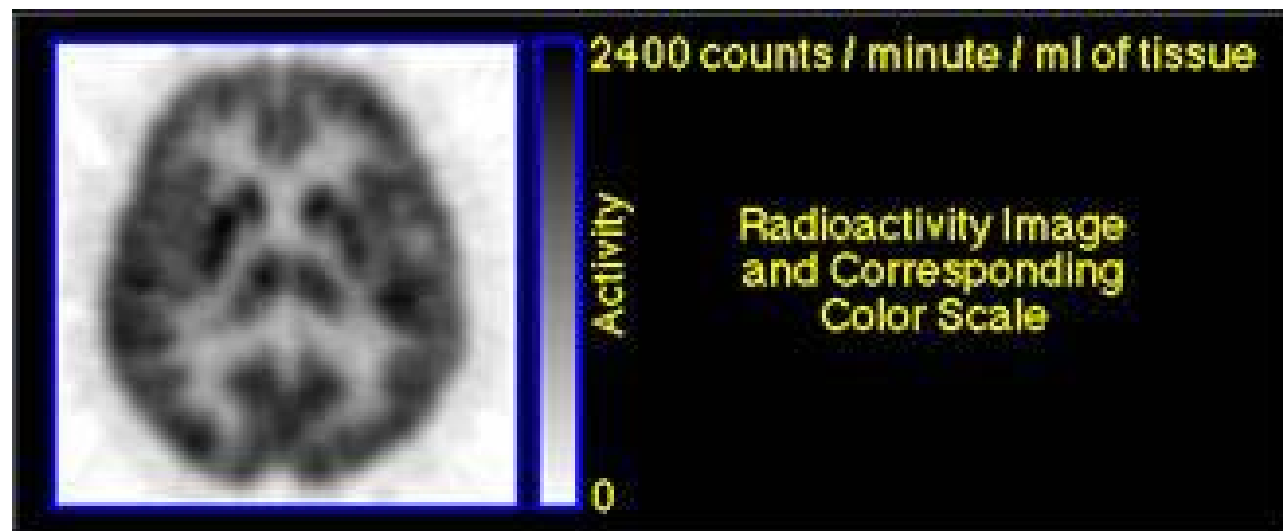


**QUANTITATIVE**

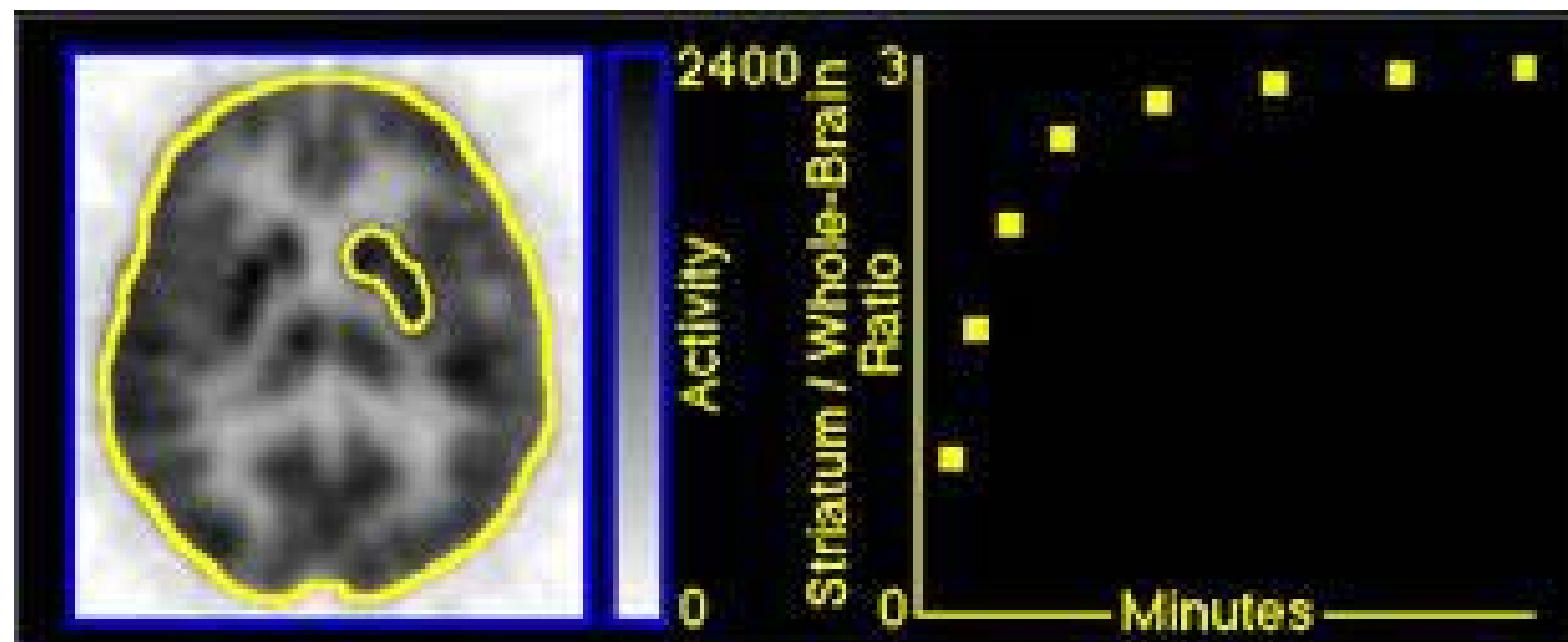
*“Metabolic rate for glucose in this region is 8.37 mg/min/100g tissue”*

# Кількісні дослідження

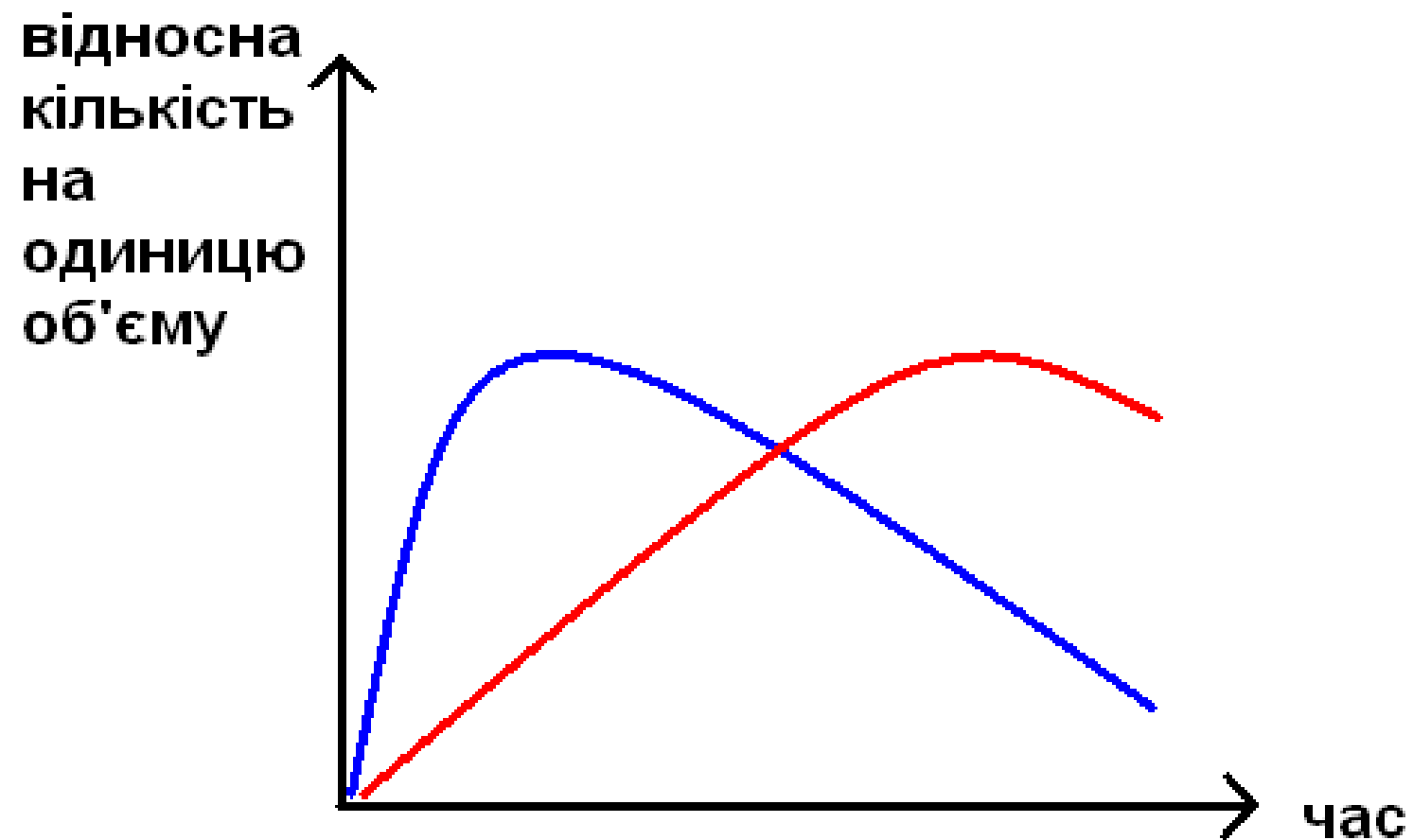
- Скільки міченого фармпрепарату накопичується в певній області/тканині?



- Яка кінетика трейсеру?



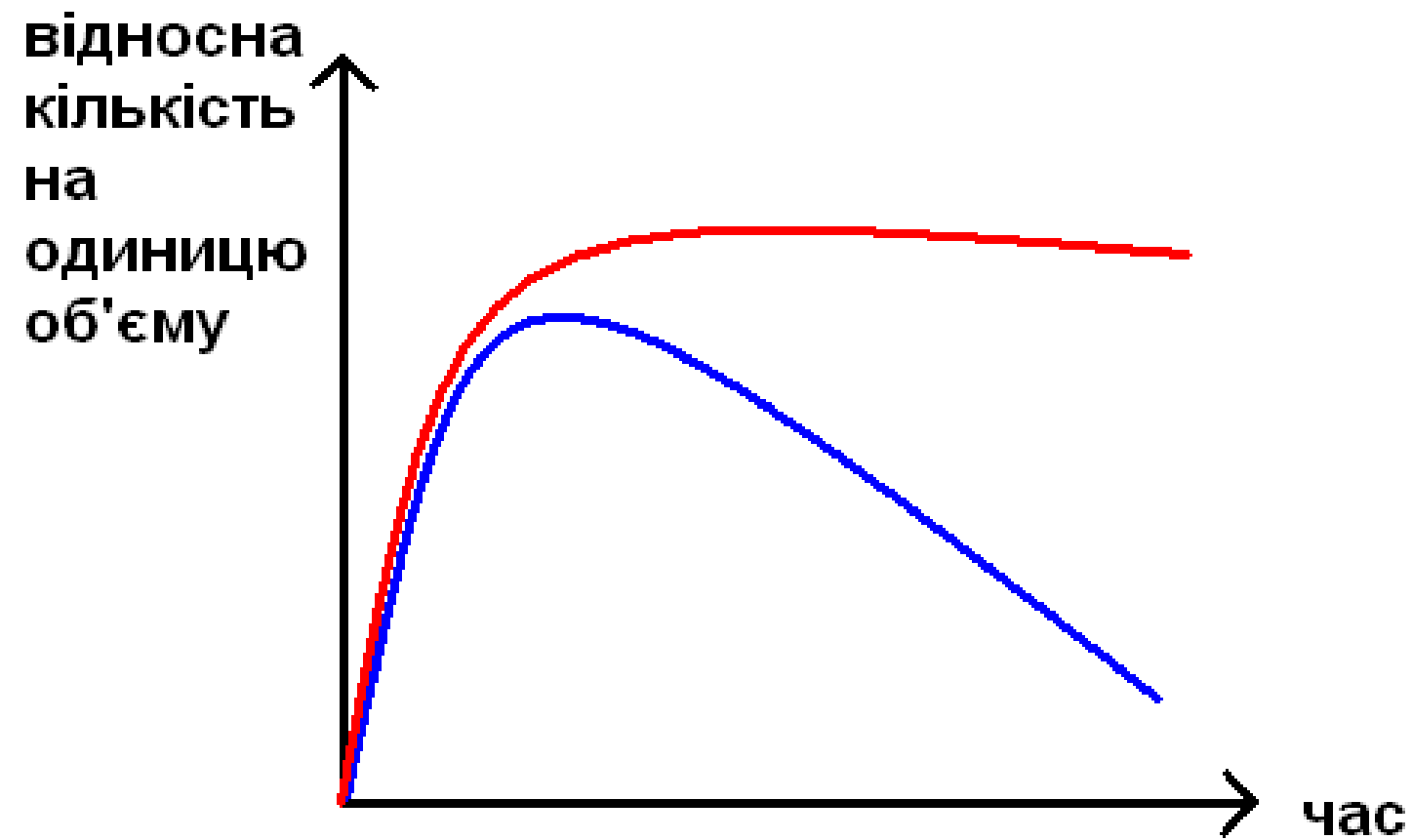
# Діагностична функціональна інформація



— норма  
— результат дослідження

- РФП споживається (надходить до певної ділянки тіла) з кардинально іншою швидкістю

# Діагностична функціональна інформація



- РФП споживається так само, як і в нормальному випадку, але виведення не відбувається



# Медична діагностика із застосуванням ПЕТ

- Пухлини незрозумілої локалізації, віддалені метастази; пухлини м'яких тканин, і навіть кісток;
  - Лімфома, меланома;
  - Епілепсія;
  - Судинні захворювання головного мозку, травми, деменції (диференціальна діагностика);
  - Оцінка ефективності медикаментозної терапії та виявлення атипових порушень метаболізму.
- 
- Дослідження триває від кількох хвилин до години.

# Неідеальності



# Неідеальності

- Неспрацювання детектора;
- Апертурні ефекти;
- Хибна реєстрація;
- Розсіяння квантів;
- Поглинання та ослаблення при проходженні квантів крізь тканини.

# Поглинання та ослаблення

$$S_{id} = \int_L \rho(L) dL \longrightarrow$$

$$\longrightarrow S_{Re} = \int_l \rho(\vec{r}) \exp\left[-\int_{l_1} \mu(\vec{r}) dl_1\right] \exp\left[-\int_{l_2} \mu(\vec{r}) dl_2\right] dl$$

- Не потрібно робити реконструкцію  $\mu(r)$
- Достатньо для всіх положень датчика набрати променеві інтеграли  $\mu(L)$  і врахувати при реконструкції

$$S = \exp\left[-\int_L \mu(\vec{r}) dL\right] \cdot \int_L \rho(L) dL = C_0 \int_L \rho(L) dL$$

# Поглинання та ослаблення

$$S_{id} = \int_L \rho(L) dL \longrightarrow$$

$$\longrightarrow S_{Re} = \int_l \rho(\vec{r}) \exp\left[-\int_{l_1} \mu(\vec{r}) dl_1\right] \exp\left[-\int_{l_2} \mu(\vec{r}) dl_2\right] dl$$

- Якщо все-таки отримати  $\mu(r)$ , наприклад, за допомогою КТ,
- То ці додаткові дані можна врахувати під час обробки (корекція коеф-та поглинання) і отримати більш якісне реконструйоване зображення!

# Співвідношення сигнал/шум

- Частина актів анігіляції через різні причини не буде зареєстрована – зменшення сигналу;
- Частина одночасних анігіляцій в різних областях простору буде зареєстрована як події в іншому місці простору – одночасно і зменшує сигнал, і збільшує шум

# Співвідношення сигнал/шум

$$S = S_{\text{inf}} + S_{\text{mistake}};$$

$$S_{\text{inf}} \sim P_{\text{det}} k$$

$$S_{\text{mistake}} \sim P_{\text{det1}} \cdot P_{\text{det2}} \cdot \tau \quad \text{Up to 30%!}$$

$$SNR \sim \frac{P_{\text{det}} k}{P_{\text{det}}^2 \cdot \tau} = \frac{k}{P_{\text{det}} \tau}$$

$$\uparrow \tau \Rightarrow SNR \downarrow$$

$$\uparrow P_{\text{det}} = f(A(t)) \Rightarrow SNR \downarrow$$

# Випадковий характер сигналу

- Найпринциповішою неідеальністю є випадковий характер сигналу, що реєструється.





# Пуассонівський потік подій

- За дуже короткий проміжок часу  $dt$

$$P(q : \tau) = \frac{\lambda^q}{q!} e^{-\lambda}$$

- За тривалий час, співрозмірний з  $T_{1/2}$ , активність експоненційно зменшується
- Корекція даних



# Реконструкція зображень

- Це змушує користуватись особливими методами реконструкції.
- Звичайно, можна скористатись традиційним підходом (аналогічно такому, що використовувався в трансмісійній рентгенівській КТ):

# Аналітичний опис та реконструкція

- Розглянемо випадок, коли відсутні будь-які неідеальності.
- В такому разі отримані нами виміри  $q(\rho, \theta)$  та вихідний розподіл трейсеру  $\lambda(x, y)$  пов'язані функціонально.
- Задача зводиться до відшукування такого зворотного оператора до оператора «вимірювання»  $\mathcal{R}$ , щоб

$$\lambda(x, y) = \mathcal{R}^{-1}(q(\rho, \theta))$$

# Аналітична реконструкція

- За означенням, зв'язок між вимірами, зробленими в координатах сканера, і вихідним розподілом, в ідеальному випадку задається перетворенням Радона

$$\mathcal{R}(\lambda_{x,y}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \lambda_{x,y} \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy$$

Де  $\rho = x \cos \theta - y \sin \theta$  - рівняння похилої під кутом  $\theta$  до осі  $x$ .

# Аналітична реконструкція

$$\mathfrak{R}(\lambda_{x,y}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \lambda_{x,y} \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy$$

В ідеальному випадку перетворення Радона за змістом еквівалентне ідеалізованій процедурі томографічного сканування.

# Неідеальний випадок

- Втім, наша система є суттєво неідеальною. Якщо використовувати зворотнє перетворення Радона “в лоб”, отримаємо зашумлене та малоінформативне зображення.
- Один з шляхів “витягнути” інформацію – застосування методу згортки і зворотнього проєціювання (аналогічно з таким для КТ з певними модифікаціями).

# Метод згортки і зворотнього проеціювання

- Використаймо певні відомості з Фур'є-аналізу.

# Ітераційна реконструкція

- Переносимо дискретність обробки виміру одразу на об'єкт



# Статистична реконструкція

Статистичний підхід має найкраще відповідати специфіці задачі

- Параметризація задачі
- Моделювання системи
- Статистичне моделювання виміру
- Зважування (вагова функція) моделі
- Оптимізація зважування

(останні три кроки проводяться ітераційно до досягнення деякого критерію)

# Ймовірністний розгляд

- Здається логічнішим застосувати до сигналу випадкової природи деякі підходи з теорії ймовірностей.
- Теорема Байеса про умовні ймовірності:

$$P(\Lambda | Q) = \frac{P(Q | \Lambda)P(\Lambda)}{P(Q)}$$

# Теорема Байєса

- На прикладі: нехай є 6 гральних кубиків  
[?] [?] [?] [?] [?] [?]
- Яка ймовірність отримати суму – рівно 20?

# Теорема Байєса

- На прикладі: нехай є 6 гральних кубиків  
[?] [?] [?] [?] [?] [?]
- Результати кидання першого кубика  
рівноймовірні  
[5] [?] [?] [?] [?] [?]
- Але для отримання 20 в сумі ймовірність  
значень решти кубиків вже не  $1/6$ , а є  
умовною ймовірністю (того, що в сумі буде  
саме 20, якщо перший кубик, наприклад, 5)

# Теорема Байєса

- Так само і в нашому випадку. Нам треба розкидати інтегральну активність, накопичену вздовж певної осі, по вокселах:

$$J:[?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] .$$

- Тому коли ми починаємо розкидати активність по вокселах:

$$J:[A(j)] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] [?] ,$$

ми, фактично, накладаємо обмеження на простір елементарних подій

# Теорема Байєса

- В таких термінах можна розглядати реконструкцію як умовну ймовірність.
- З тією різницею, що ми працюємо одразу в межах одного перерізу (для  $N$  кутів), перерізів кілька, і таких наборів за час дослідження набирається понад кілька десятків.
- А з метою функціональної діагностики було б дуже гарно мати реконструйоване зображення в реальному часі.

$$P(\Lambda | Q) = \frac{P(Q | \Lambda)P(\Lambda)}{P(Q)}$$

- Q – безпосередньо виміряний сигнал
- $\Lambda$  – реальний розподіл РФП в просторі
- $P(\Lambda)$  – ймовірність отримання певного виміру, не вдаючись в суть вимірювання в принципі (prior)
- $P(Q | \Lambda)$  – ймовірність в результаті виміру Q дійти висновку, що РФП розподілено саме як  $\Lambda$  (likelihood)
- $P(Q)$  – ймовірність отримання виміру Q (в такій постановці питання – const, апаратна функція)

$$P(\Lambda | Q) = \frac{P(Q | \Lambda)P(\Lambda)}{P(Q)}$$

- $P(\Lambda | Q)$  – умовна ймовірність того, що при отриманому  $Q$  дійсний розподіл –  $\Lambda$  (posterior)
- Аби працювати з наведеним співвідношенням, потрібні додаткові припущення або спрощення.



# Maximum Likelihood

- Ознайомимося з одним з підходів. Метод не є вживаним зараз, але на ньому зручно продемонструвати принципи ймовірнісної обробки.

# Maximum Likelihood

- Покладемо  $P(L)$  сталою, це означає, що всі  $L$  рівноймовірні. Це не зовсім так, але в загальному випадку, коли ніяких відомостей про пацієнта немає, ми цілком можемо скористатись таким припущенням;
- Отримуємо доволі природний наслідок:  
Максимізація  $P(L|Q)$  еквівалентна максимізації  $P(Q|L)$

# Maximum Likelihood

- Отже, підбираємо такий розподіл  $\Lambda$ , від якого ми б з найбільшою імовірністю отримали сигнал  $Q$ .
- Спочатку розкидаємо сигнал по вокселах майбутньої моделі:

$$r_i = \sum_{j=1}^J c_{ij} \lambda_j$$

, де  $c_{ij}$  - чутливість  $i$ -го детектора до активності у вокселі  $j$

- Ймовірність того, що активність у вокселі саме  $r_i$  за отриманого  $q_i$  :

$$p(q_i | r_i) = \frac{e^{-r_i} r_i^{q_i}}{q_i!}$$

- Кожен окремий воксел є незалежним:

$$p(Q | \Lambda) = \prod_{i=1}^I p(q_i | r_i)$$

- Максимізація цієї функції еквівалентна максимізації її логарифма. Введемо логарифмічну функцію  $L$  – логарифм правдоподібності (LOG-likelihood):

$$L(Q | \Lambda) = \sum_{i=1}^I q_i \ln(r_i) - r_i - \ln(q_i!) =$$

$$= \sum_{i=1}^I \left[ q_i \ln \left( \sum_{j=1}^I [c_{ij} \lambda_j] \right) - \sum_{j=1}^I [c_{ij} \lambda_j] - \ln(q_i!) \right]$$

# Maximum Likelihood

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = 0 = \sum_{i=1}^I c_{ij} \left( \frac{q_i}{\sum_{x=1}^J c_{ix} \lambda_x} - 1 \right)$$

# Одночасна реконструкція

- Суміщення з КТ виглядає природнім і не викликає надзвичайних технічних складнощів;
- Суміщення з МРТ дає змогу зменшити дозове навантаження на пацієнта та персонал