

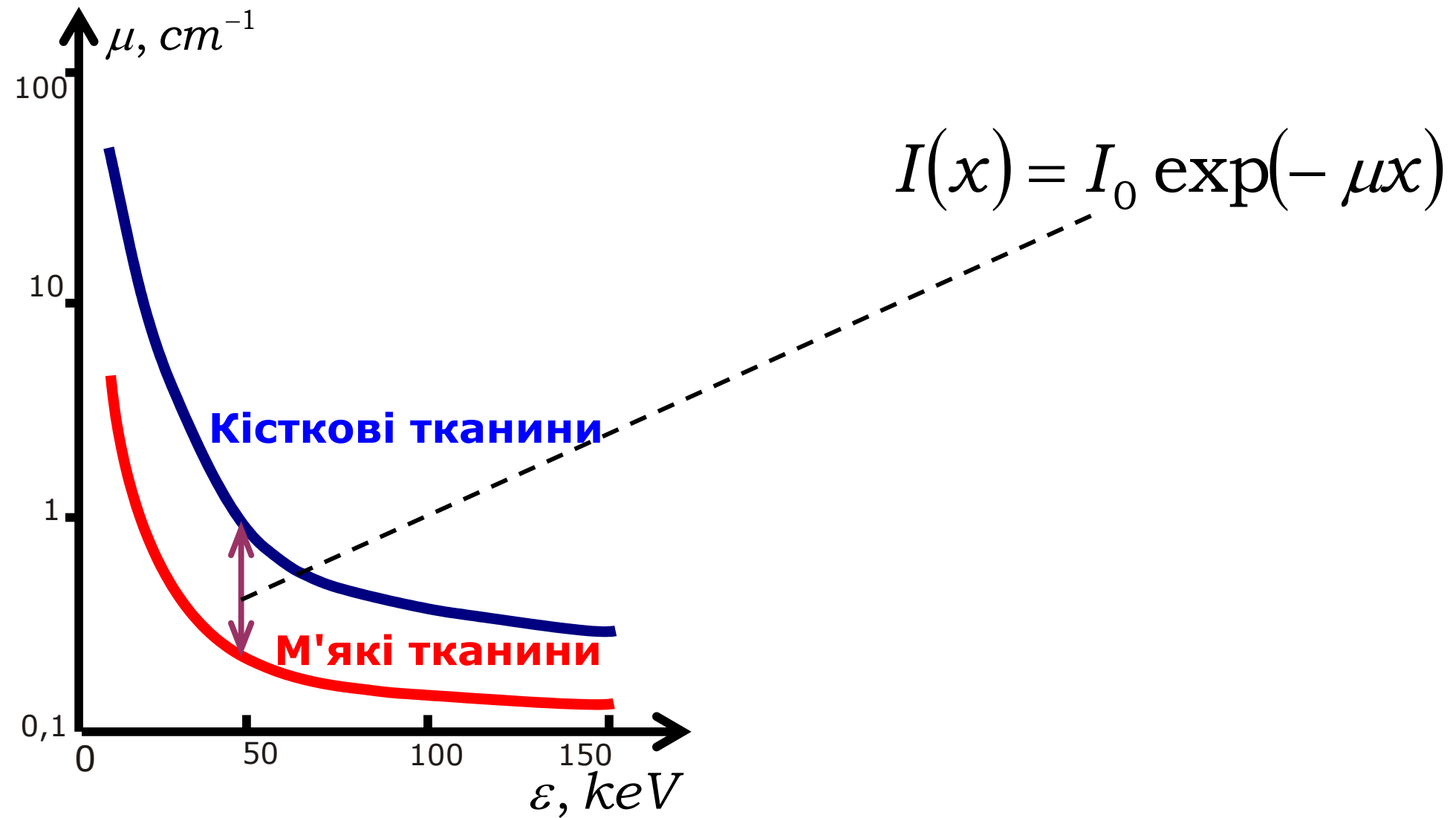


Медична радіофізика

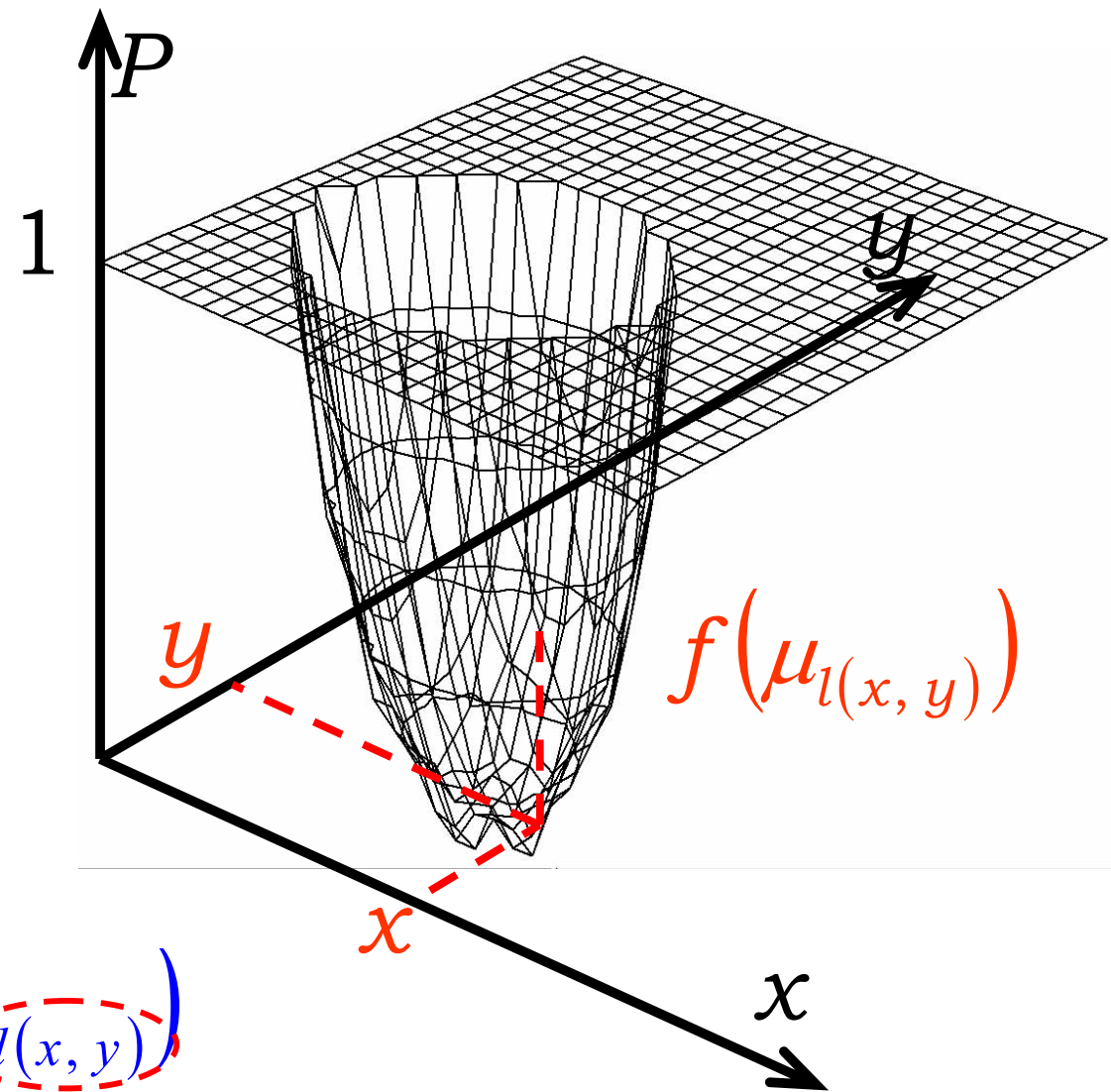
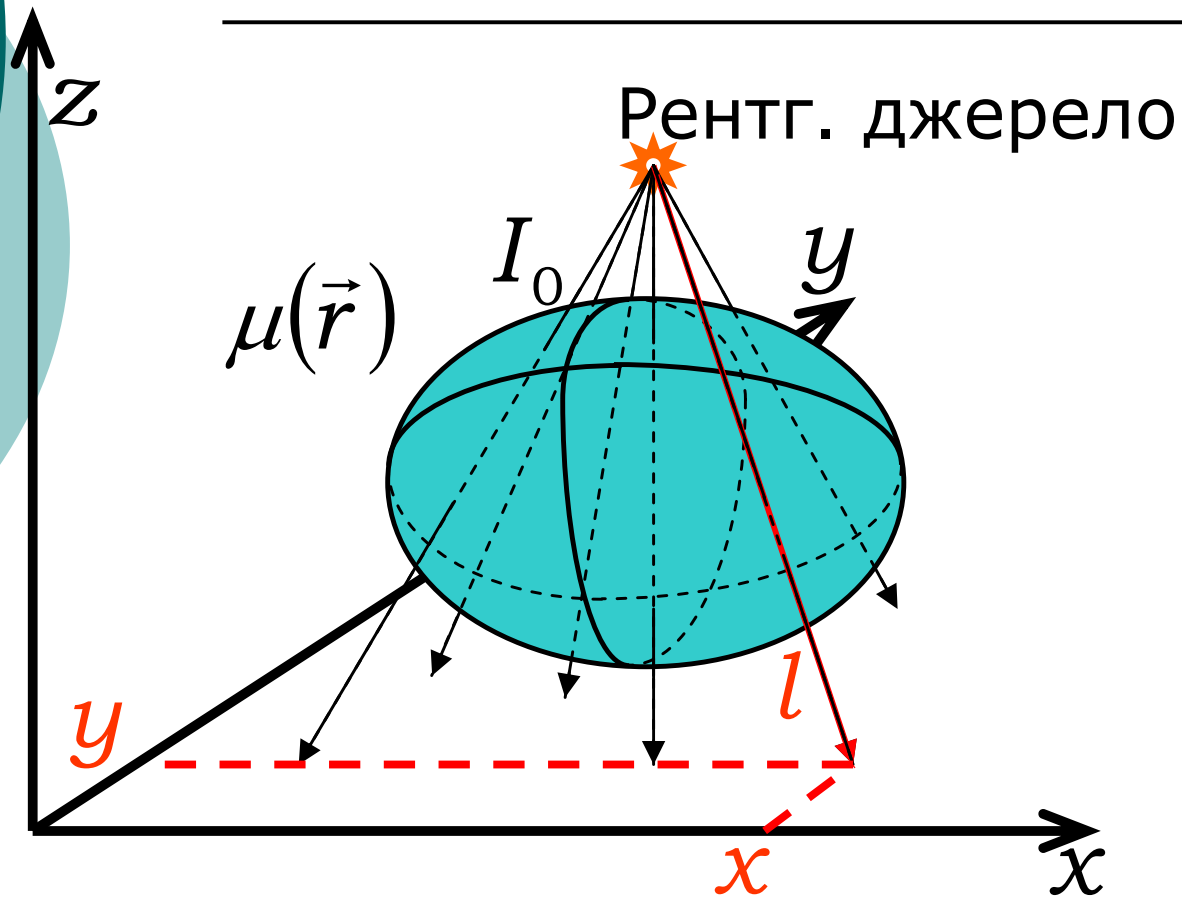
Лекція 4.

Рентгенівська томографія (КТ).

Основа отримання зображень.



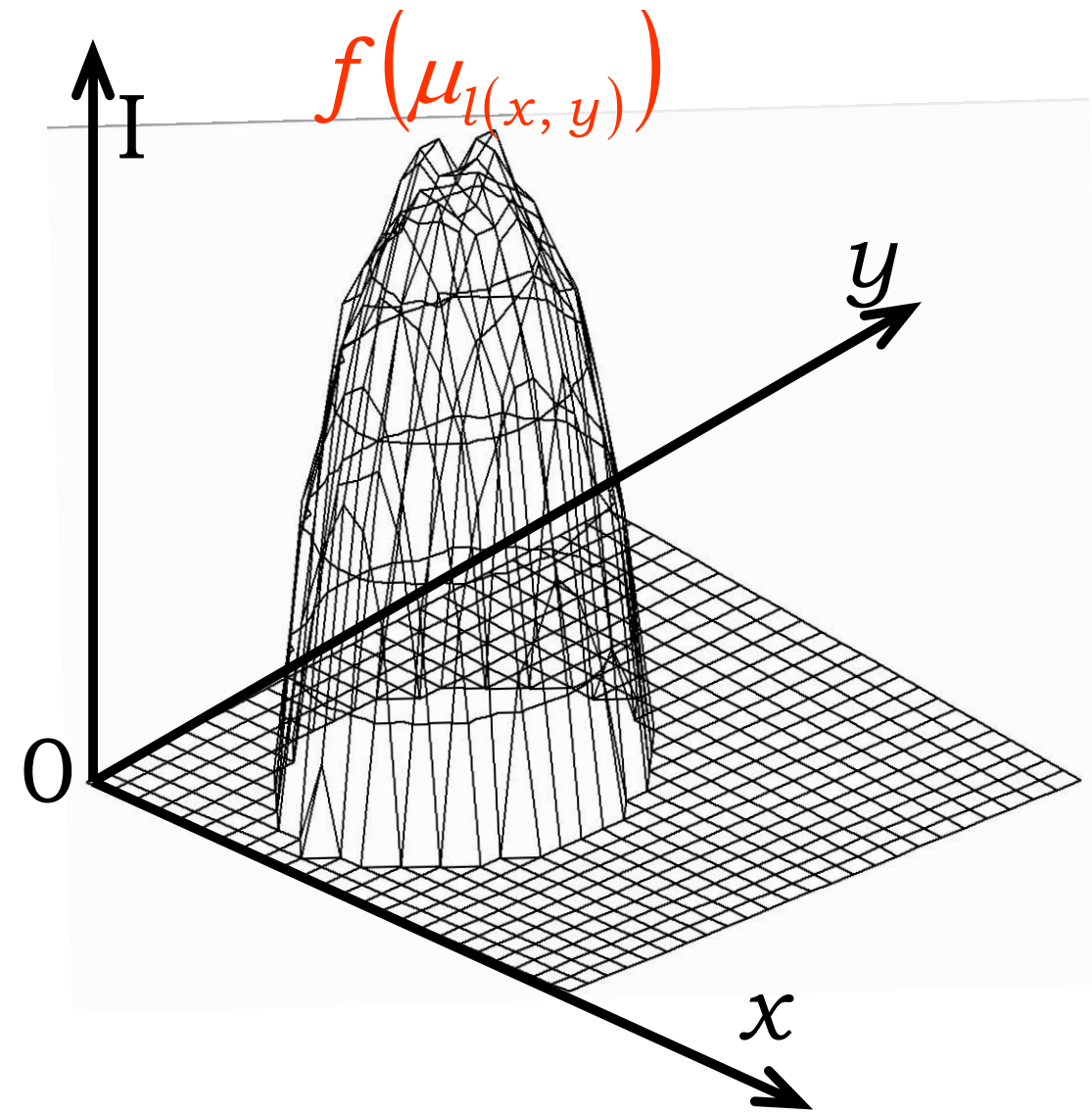
Відображення.



$$I/I_0 \sim P(\text{без взаємодії}) = f(\mu_l(x, y))$$

Розподіл величини.

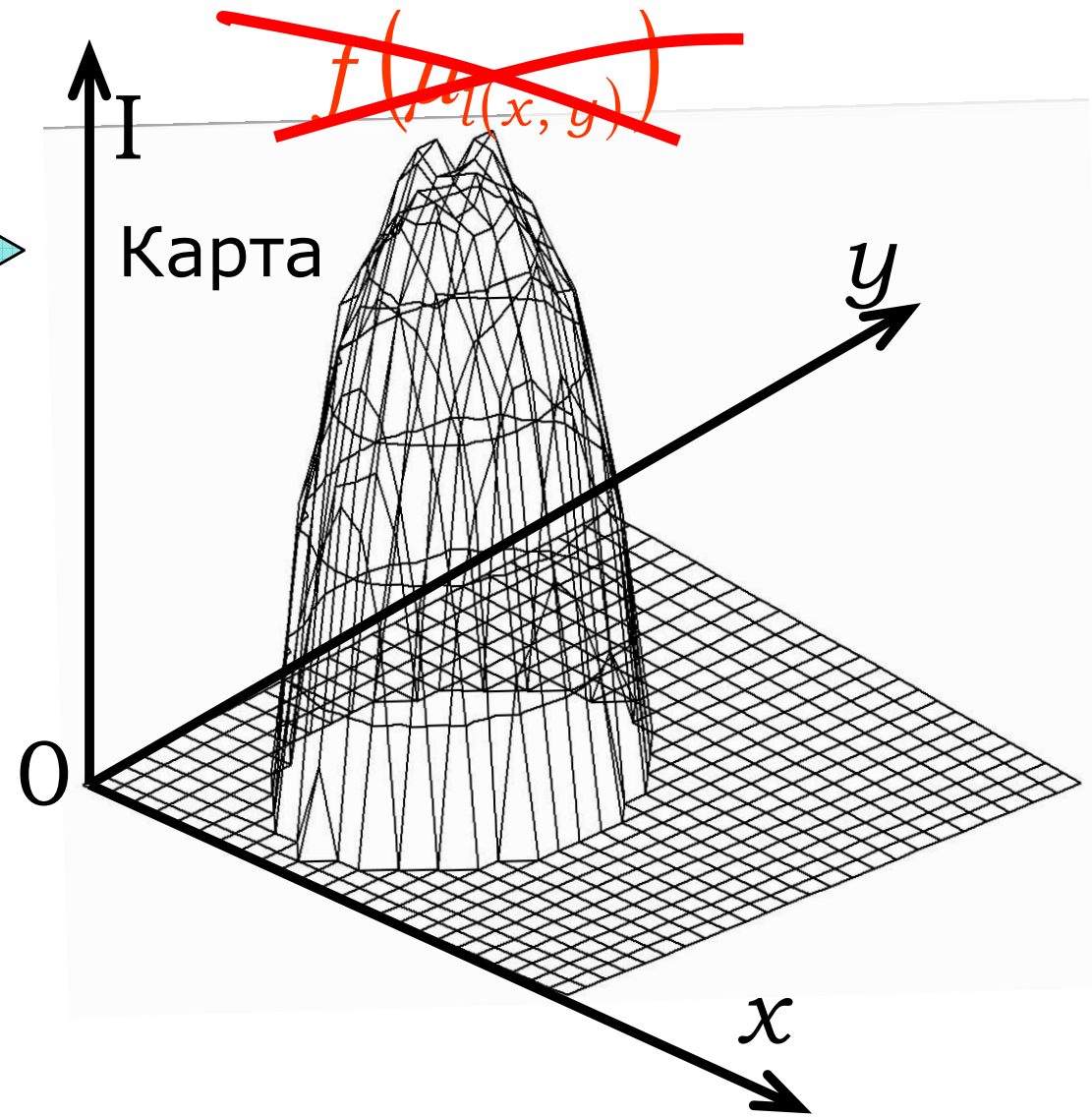
$$I(x, y) \rightarrow f(\mu_{I(x, y)})$$



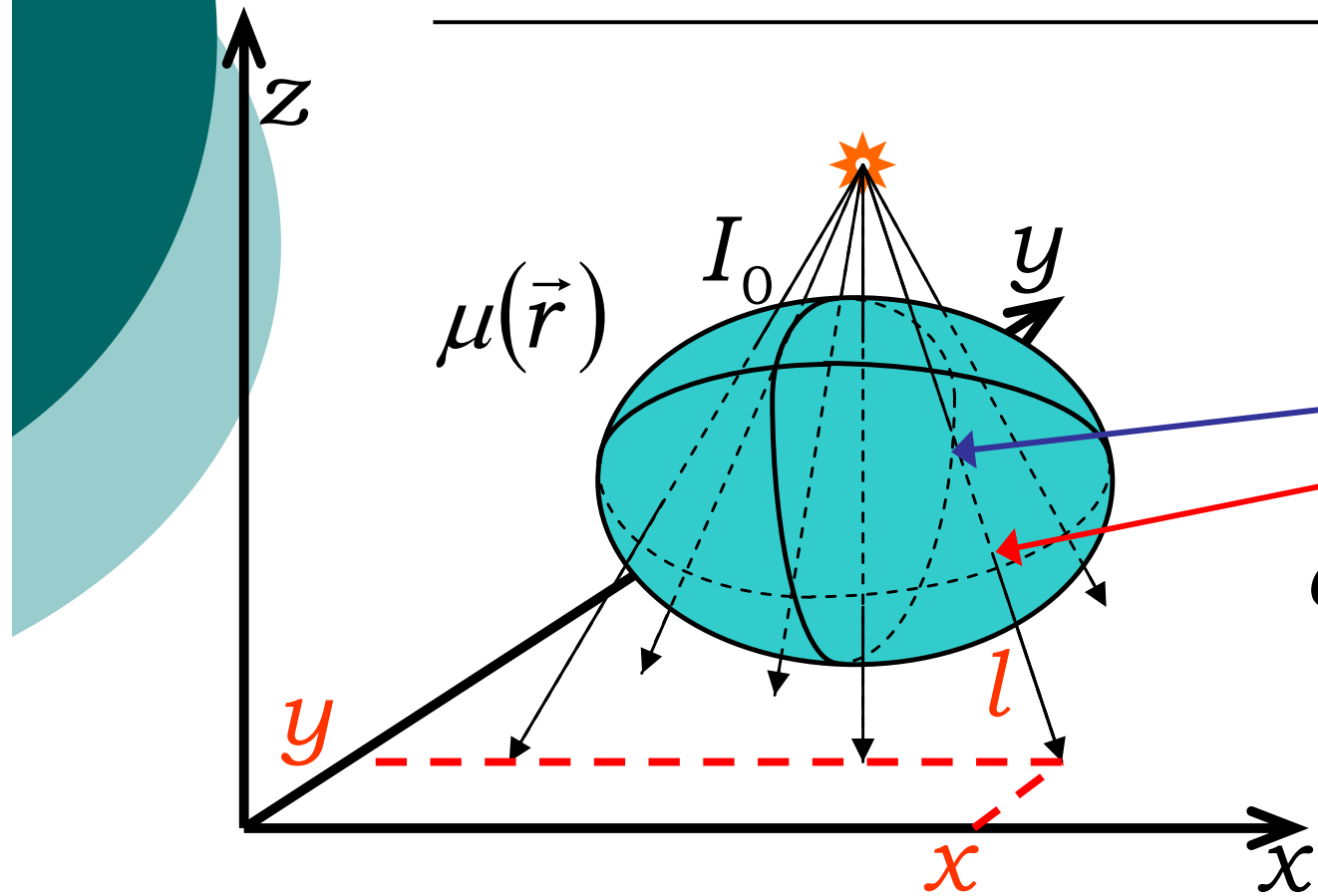
А чи можна?

~~$I(x, y) \rightarrow f(\mu_{I(x, y)})$~~

$I(x, y) = \mu(x, y)$



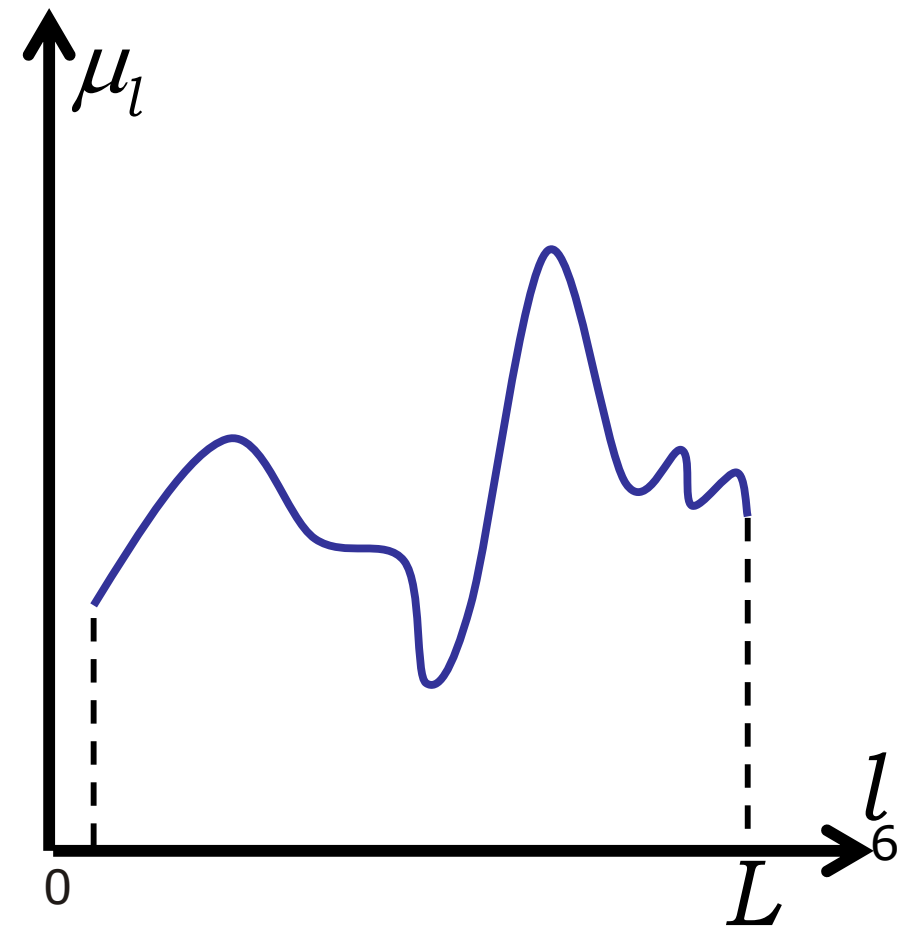
Ідея методу.



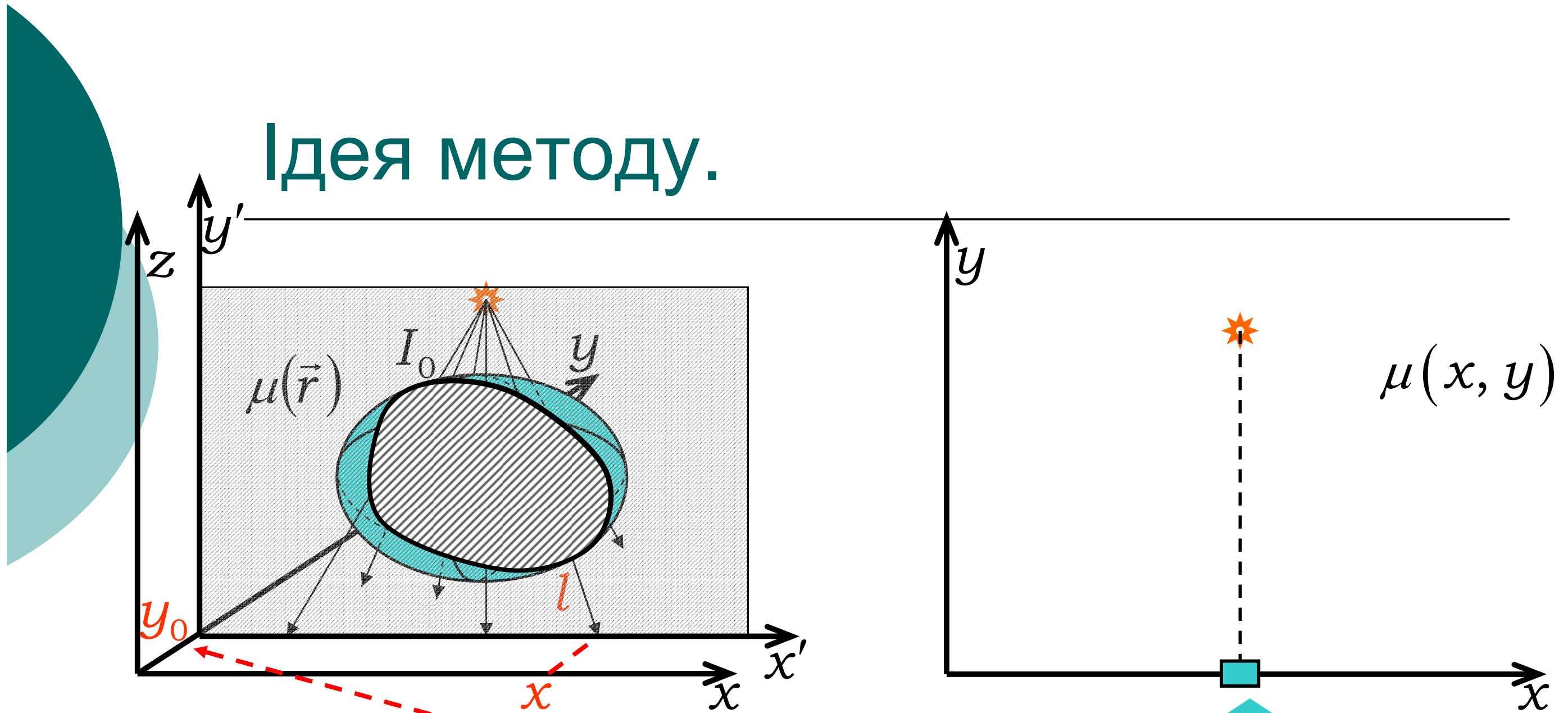
$$f(\mu_{l(x, y, z)}) = \exp \left[- \int_L \mu_{l(x, y, z)} dl \right]$$

dl приріст шляху вздовж l
 $l(x, y, z)$

$$\mu(\vec{r}) \rightarrow L(x, y, z) \rightarrow \mu_\Sigma \sim \sum_l^L \mu_{l(x, y, z)}$$



Ідея методу.

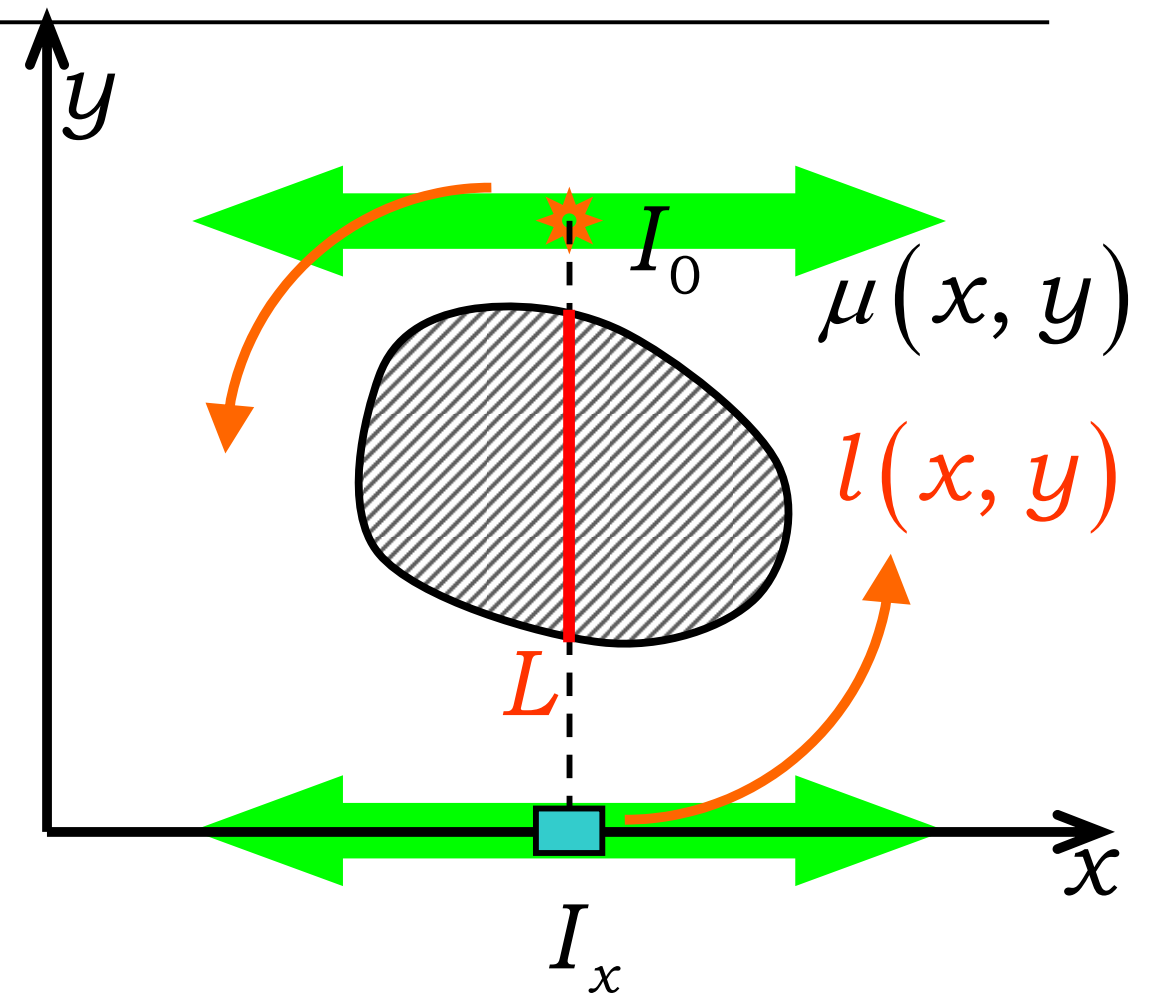


$$\mu(\vec{r}) \equiv \mu(x, y, z) \rightarrow \mu(x', y') = \mu(x, y_0, z)$$

$$\mu(x, y)$$

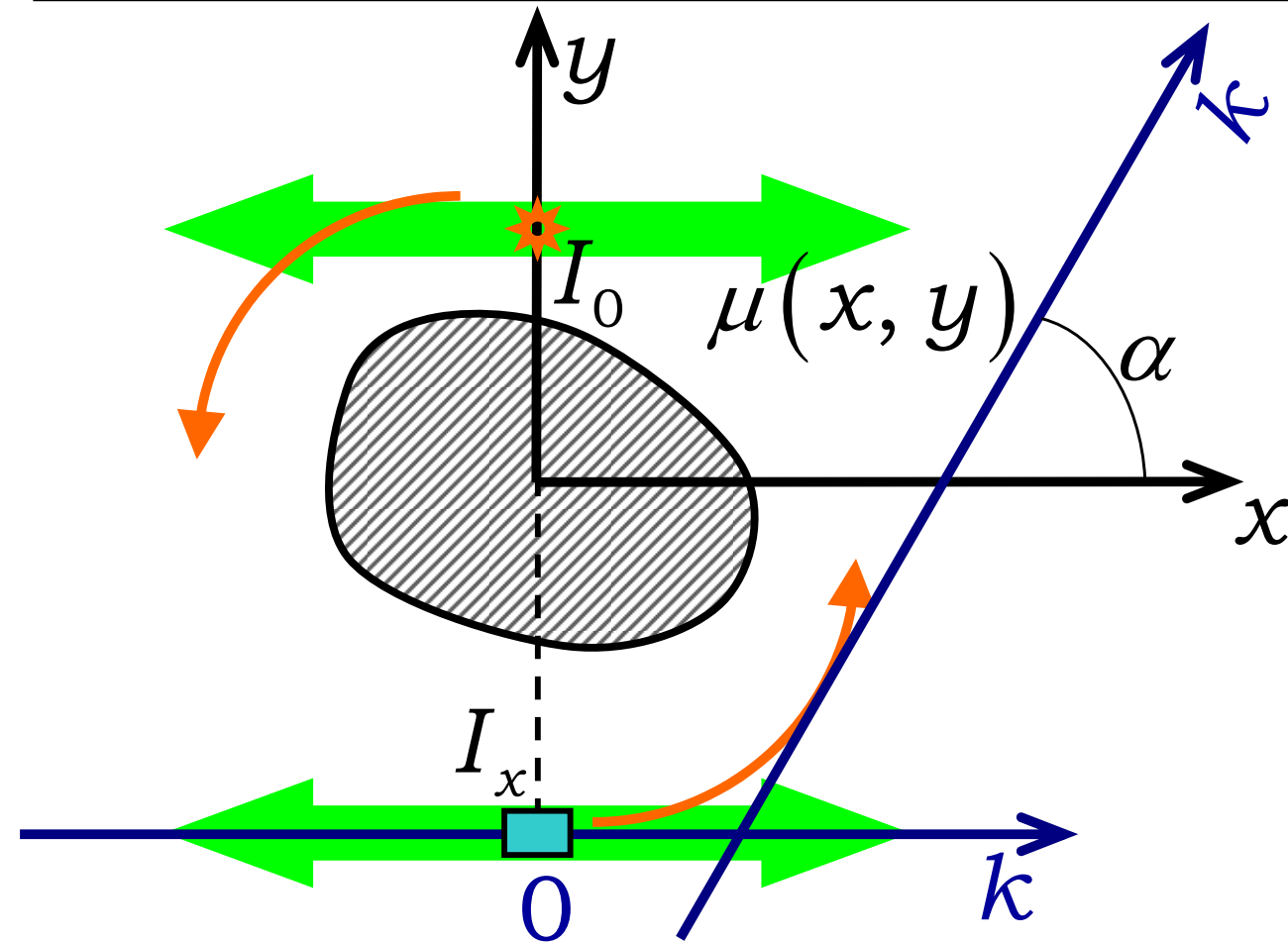


Ідея методу.



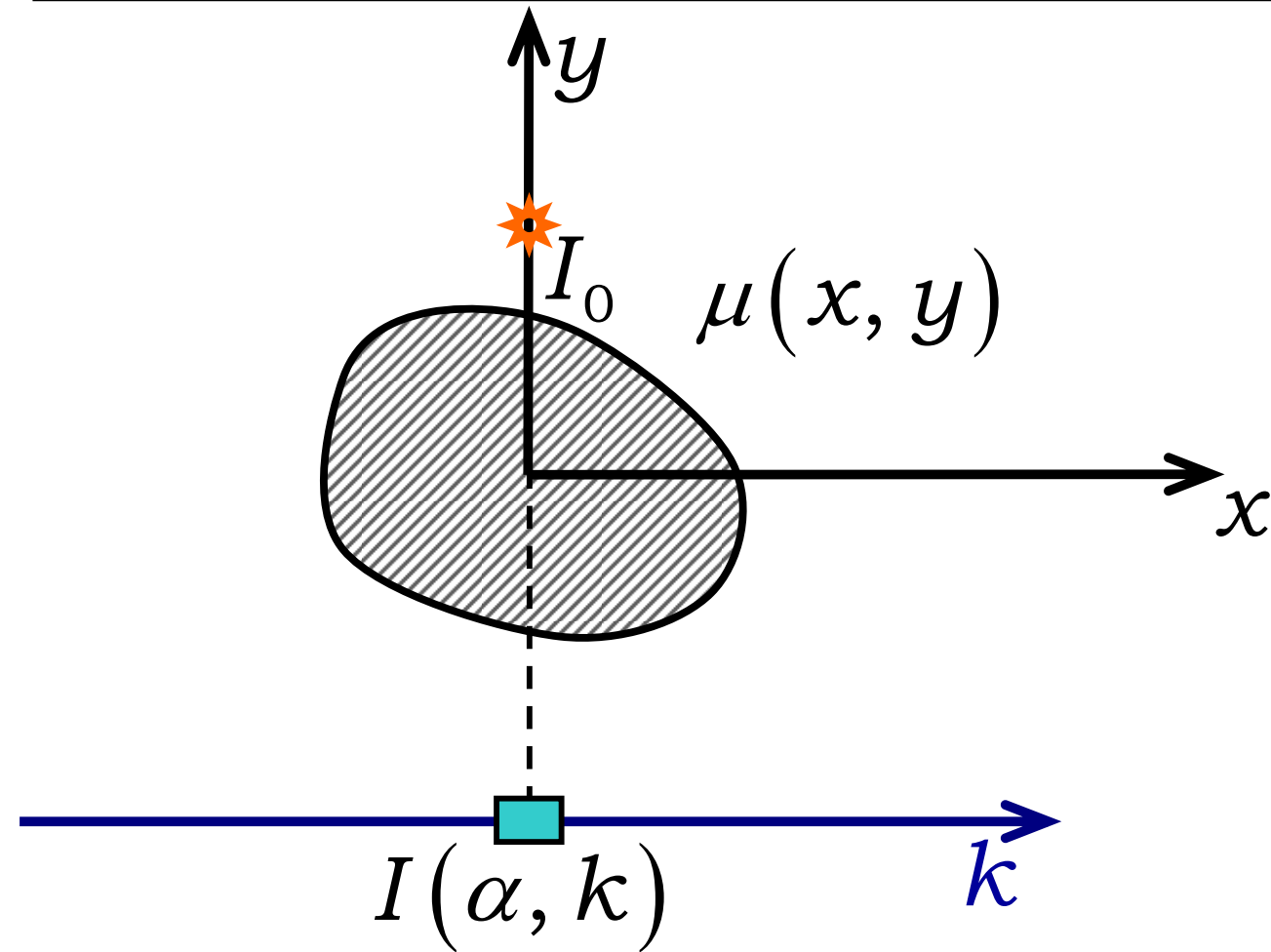
$$I_x = I_0 f(\mu_l) = I_0 \exp \left[- \int_L \mu_l dl \right]$$

Ідея методу.



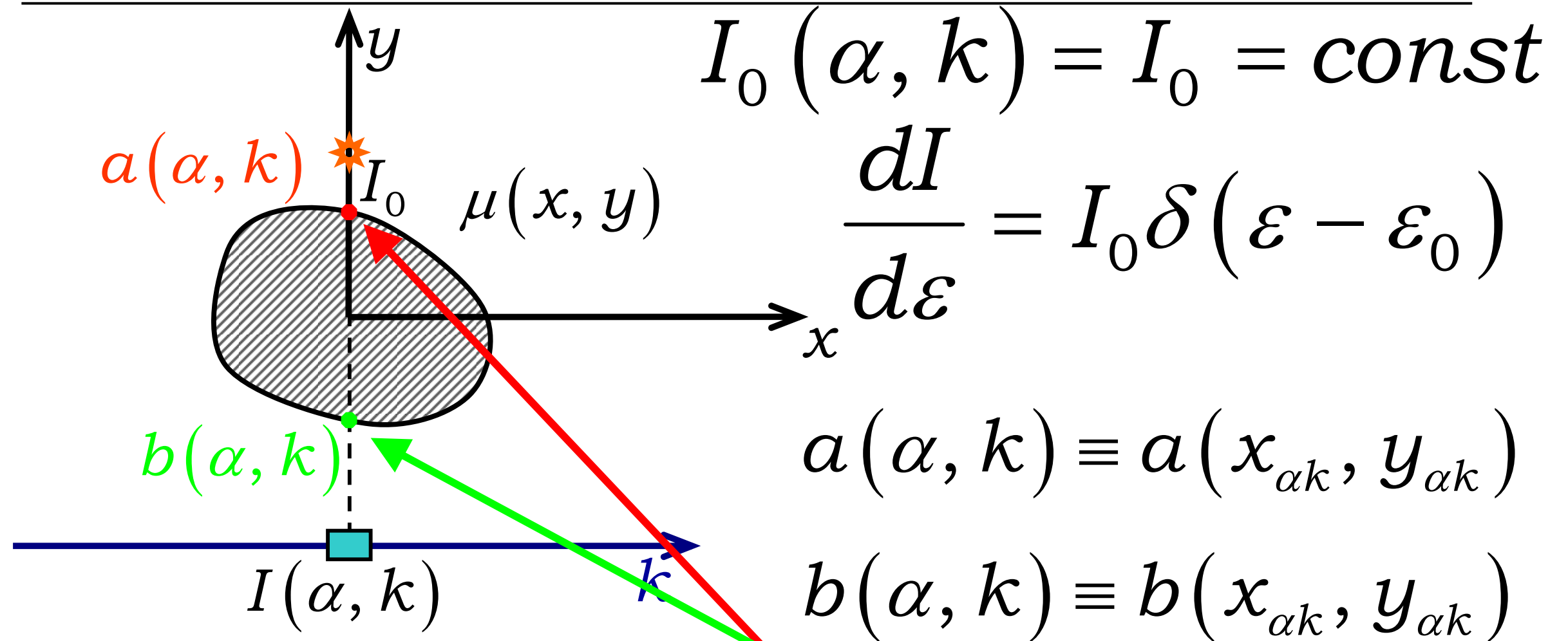
$$I_x = I_0 f(\mu_l) = I_0 \exp \left[- \int_L \mu_l dl \right]$$

Ідея методу.



$$I(\alpha, \kappa) = I_0(\alpha, \kappa) f(\mu_{I(\alpha, \kappa)})$$

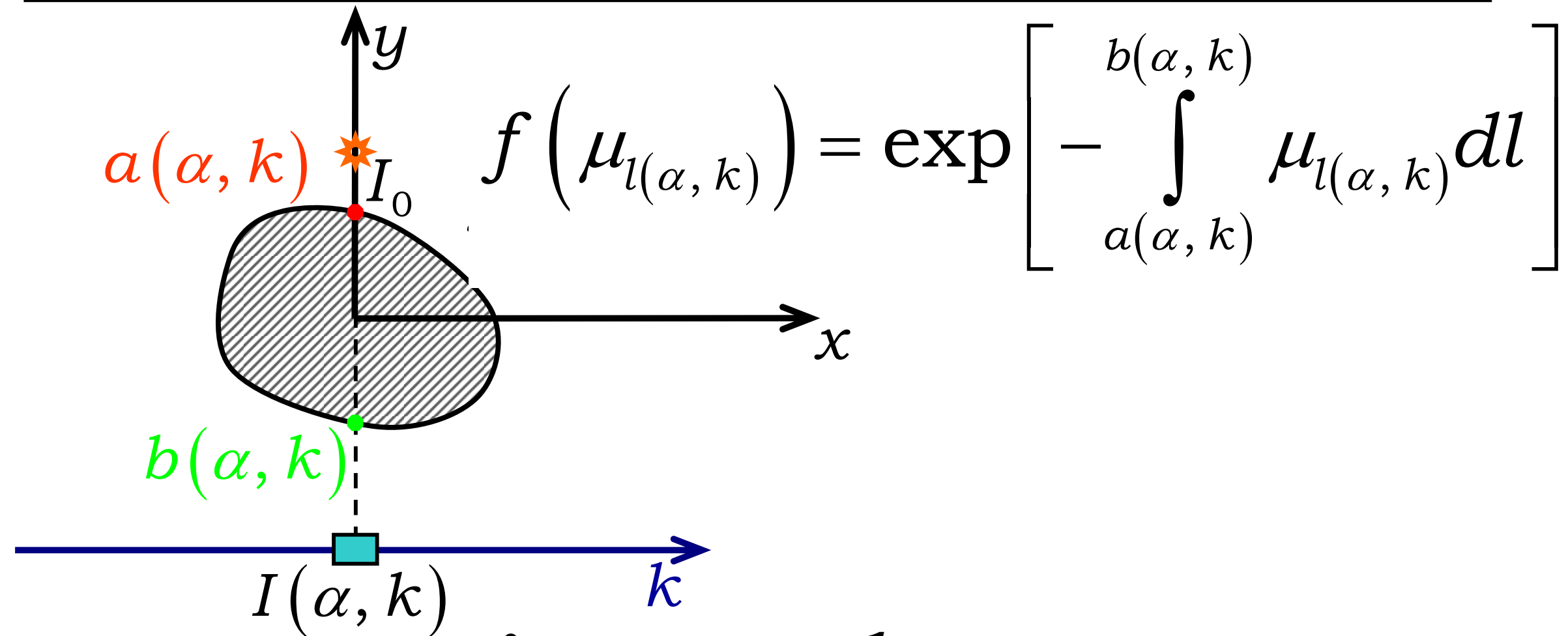
Ідея методу.



$$I(\alpha, k) = I_0(\alpha, k) f(\mu_{l(\alpha, k)})$$

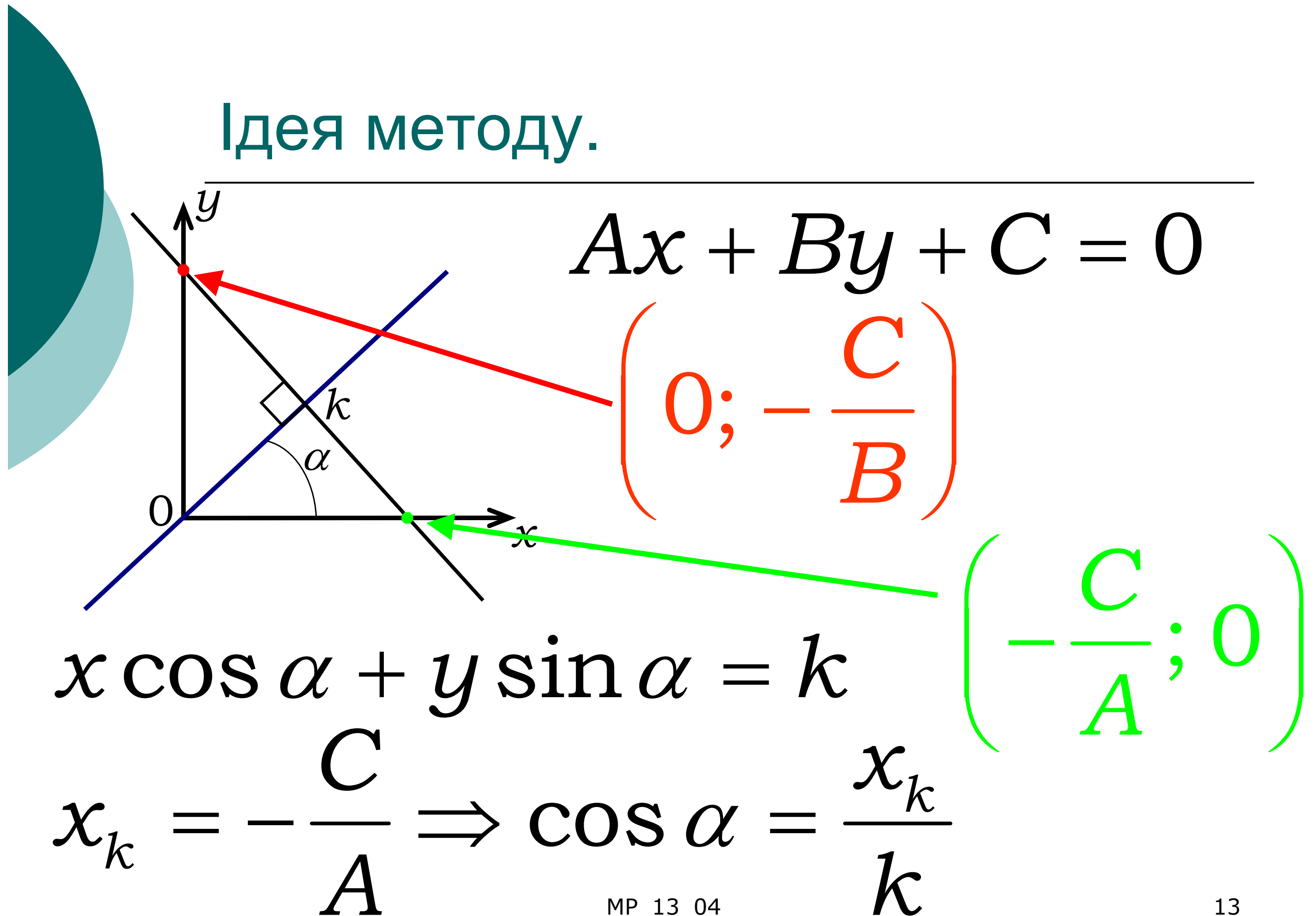
$$f(\mu_{l(\alpha, k)}) = \exp \left[- \int_{a(\alpha, k)}^{b(\alpha, k)} \mu_{l(\alpha, k)} dl \right]$$

Ідея методу.

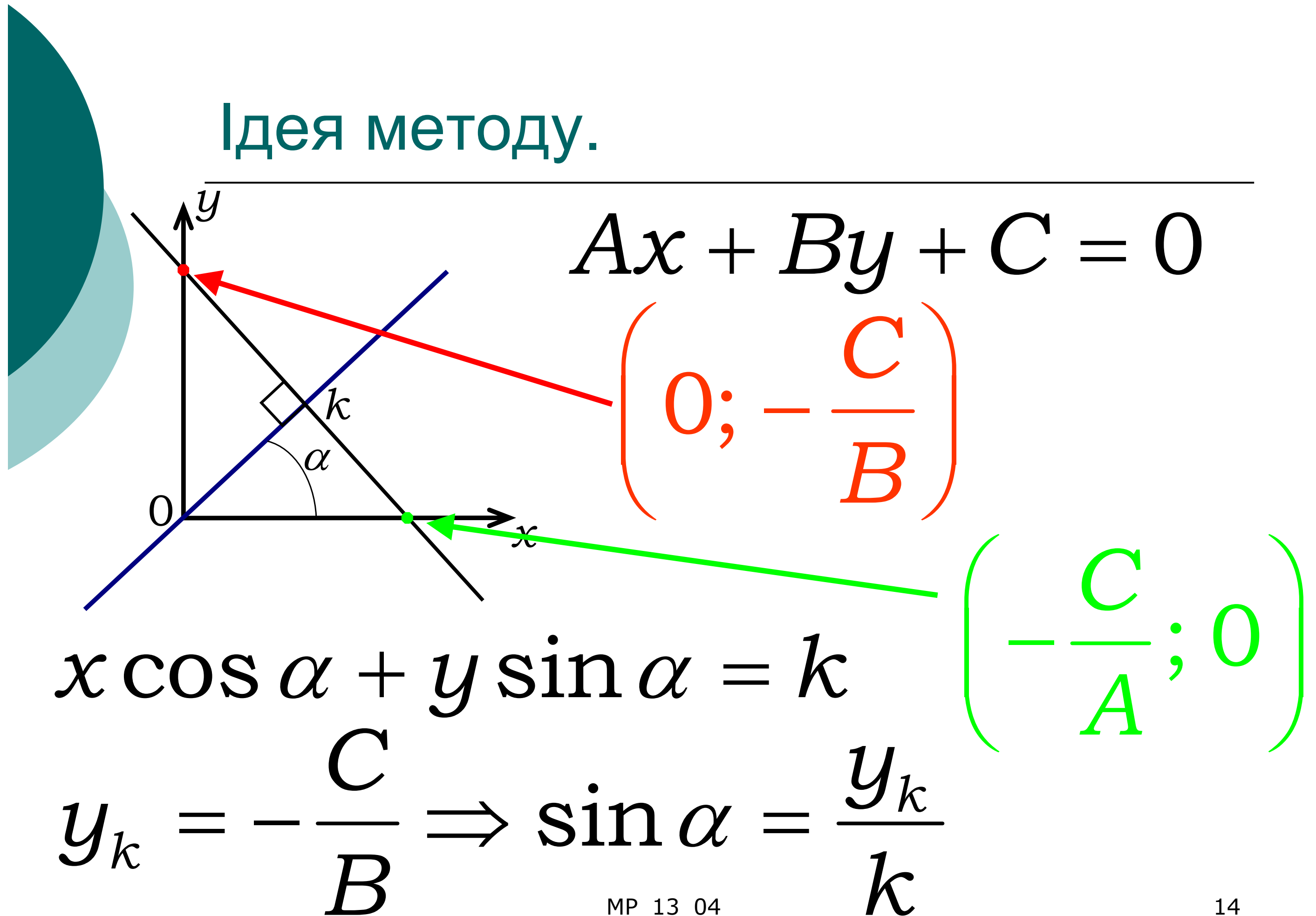


$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = k$$

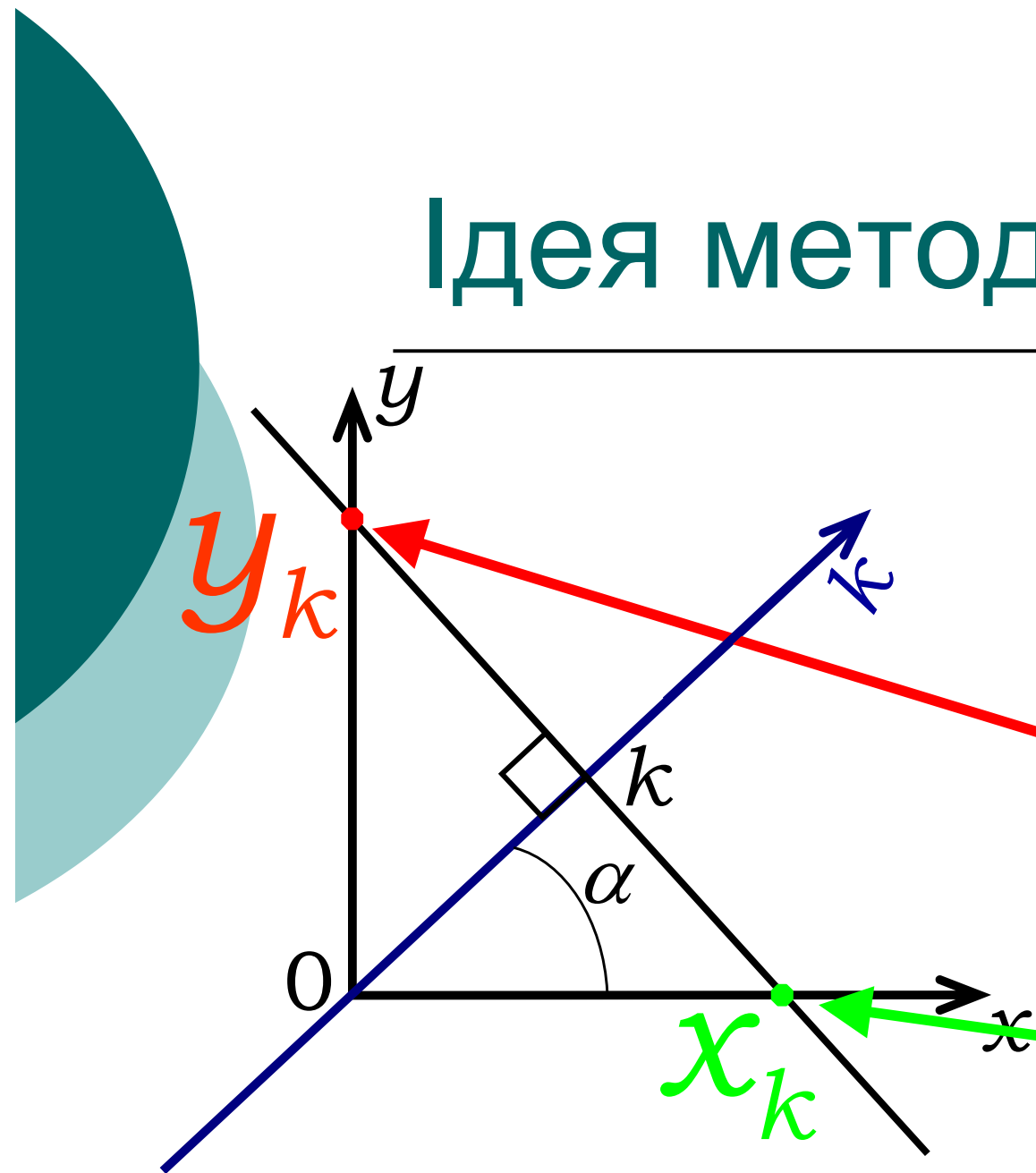
Ідея методу.



Ідея методу.



Ідея методу.



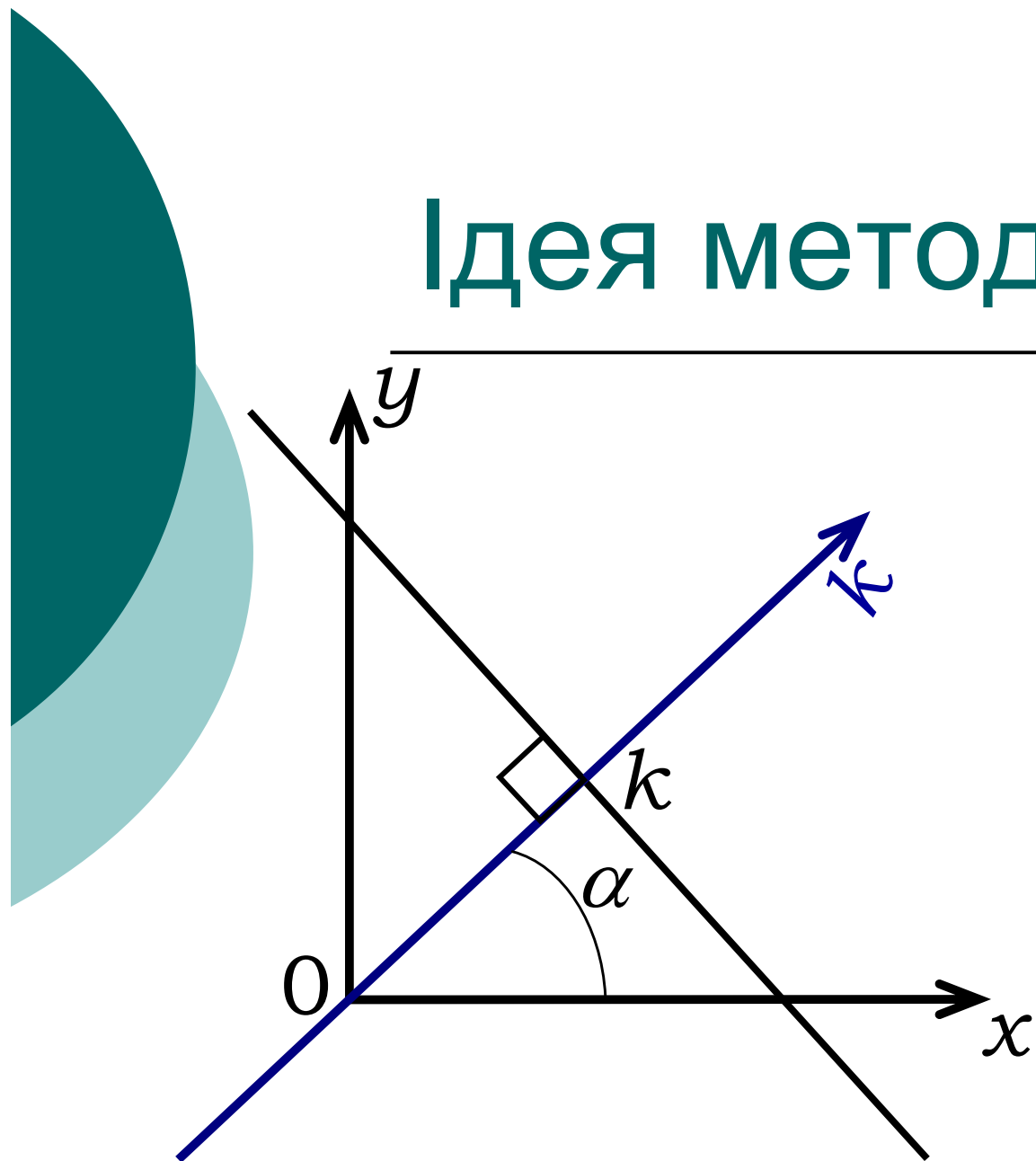
$$Ax + By + C = 0$$

$$\left(0; \frac{k}{\sin \alpha} \right)$$

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = k \left(\frac{k}{\cos \alpha}; 0 \right)$$

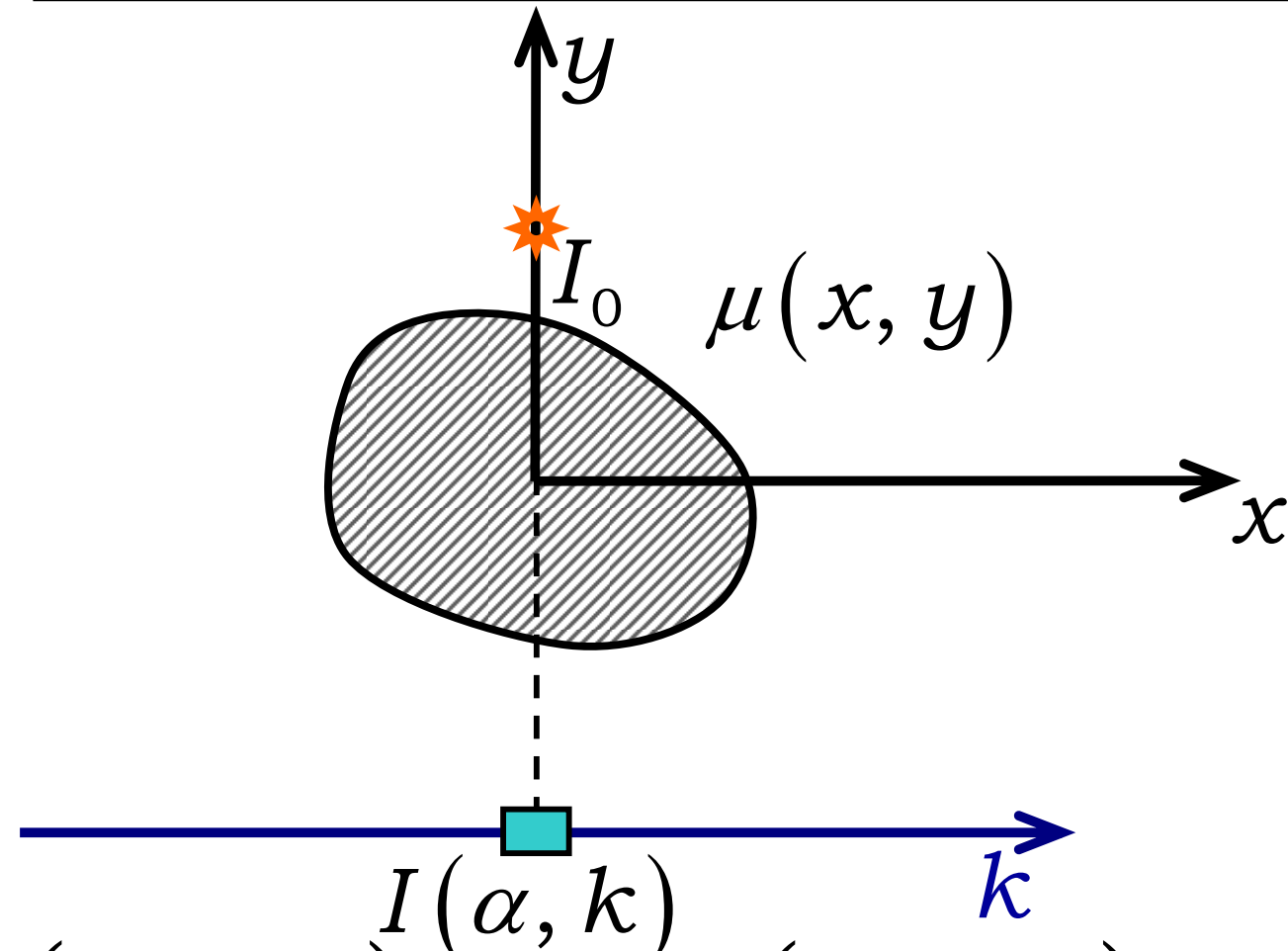
$$A = \cos \alpha; B = \sin \alpha; C = -k$$

Ідея методу.



$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = k$$

Ідея методу.



$$I(\alpha, k) = I_0(\alpha, k) f(\mu_{l(\alpha, k)}) = \\ = I_0(\alpha, k) \exp \left[- \int_{L(\alpha, k)} \mu_{l(\alpha, k)} dl_{\alpha, k} \right]$$

Алгоритми реконструкції.



аналітичні



ітераційні



Алгоритм Фур'є реконструкції.

Сканування \Rightarrow набір проєкцій

Обчислення набору логарифмічних проєкцій

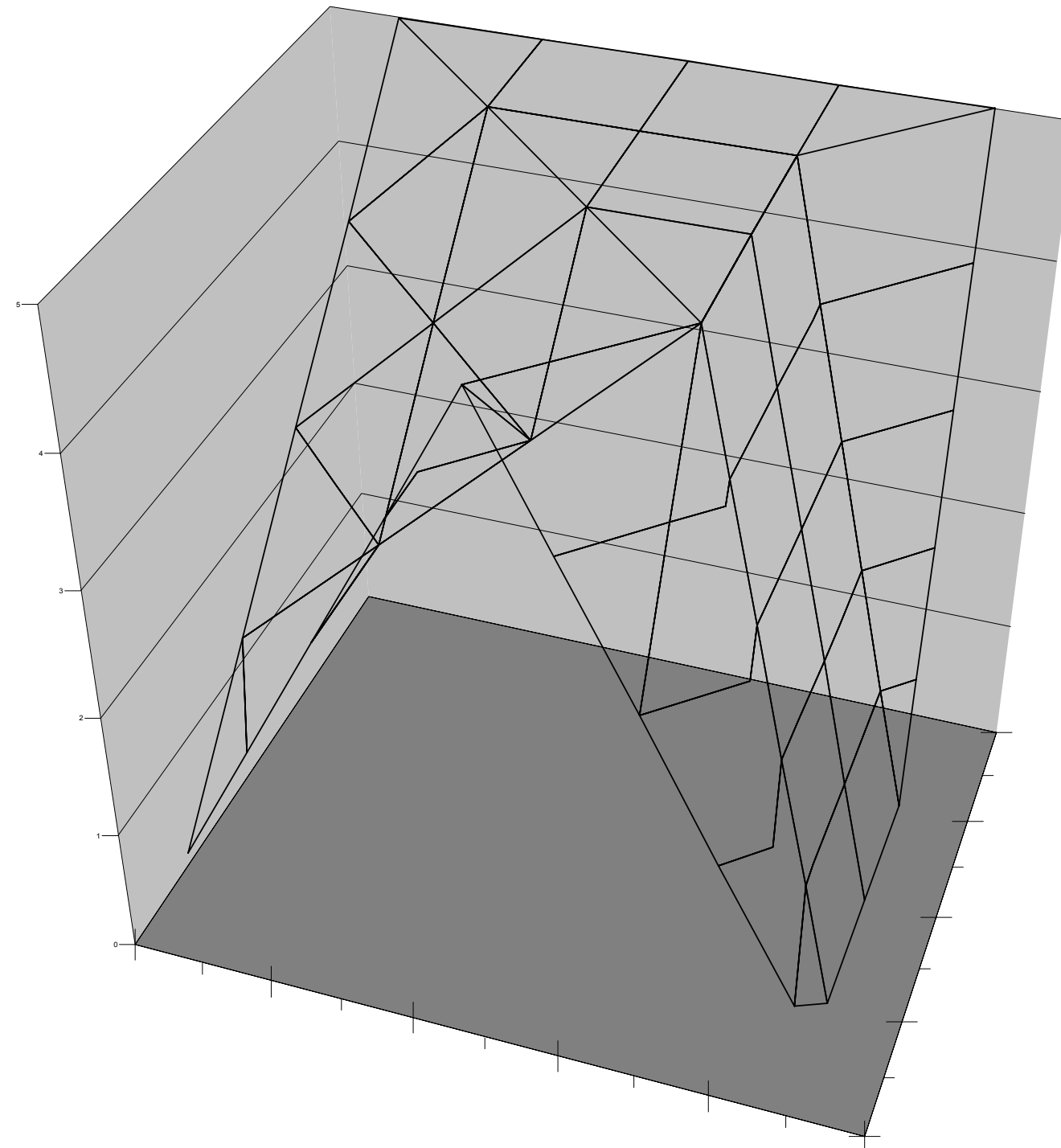
Обчислення спектрів логарифмічних проєкцій

Накопичення у просторі Фур'є

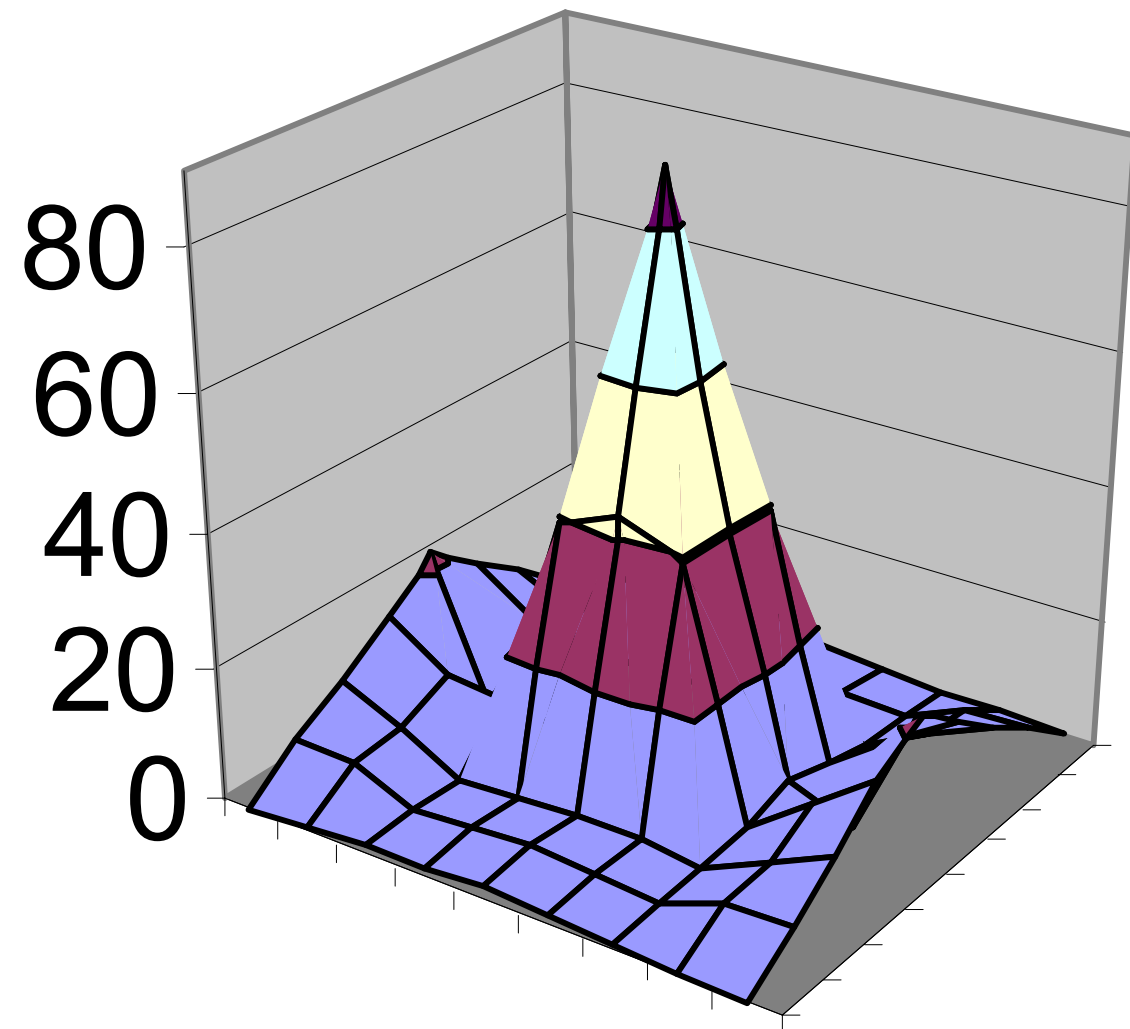
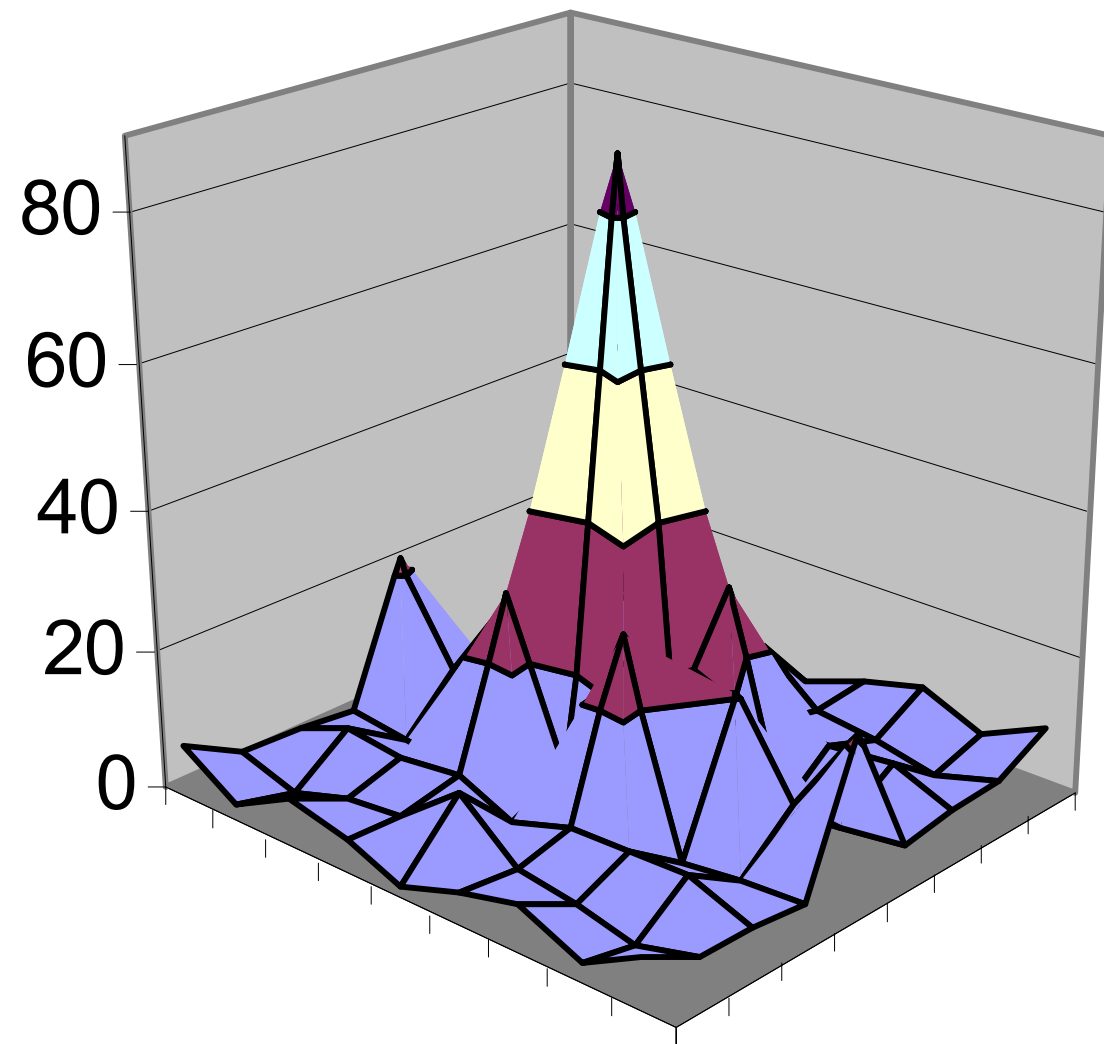
Зворотне Фур'є перетворення

Алгоритм Фур'є реконструкції.

1	3	5	3	1
2	3	4	5	0
3	4	5	5	0
4	5	5	5	0
5	5	5	5	5



Алгоритм Фур'є реконструкції.



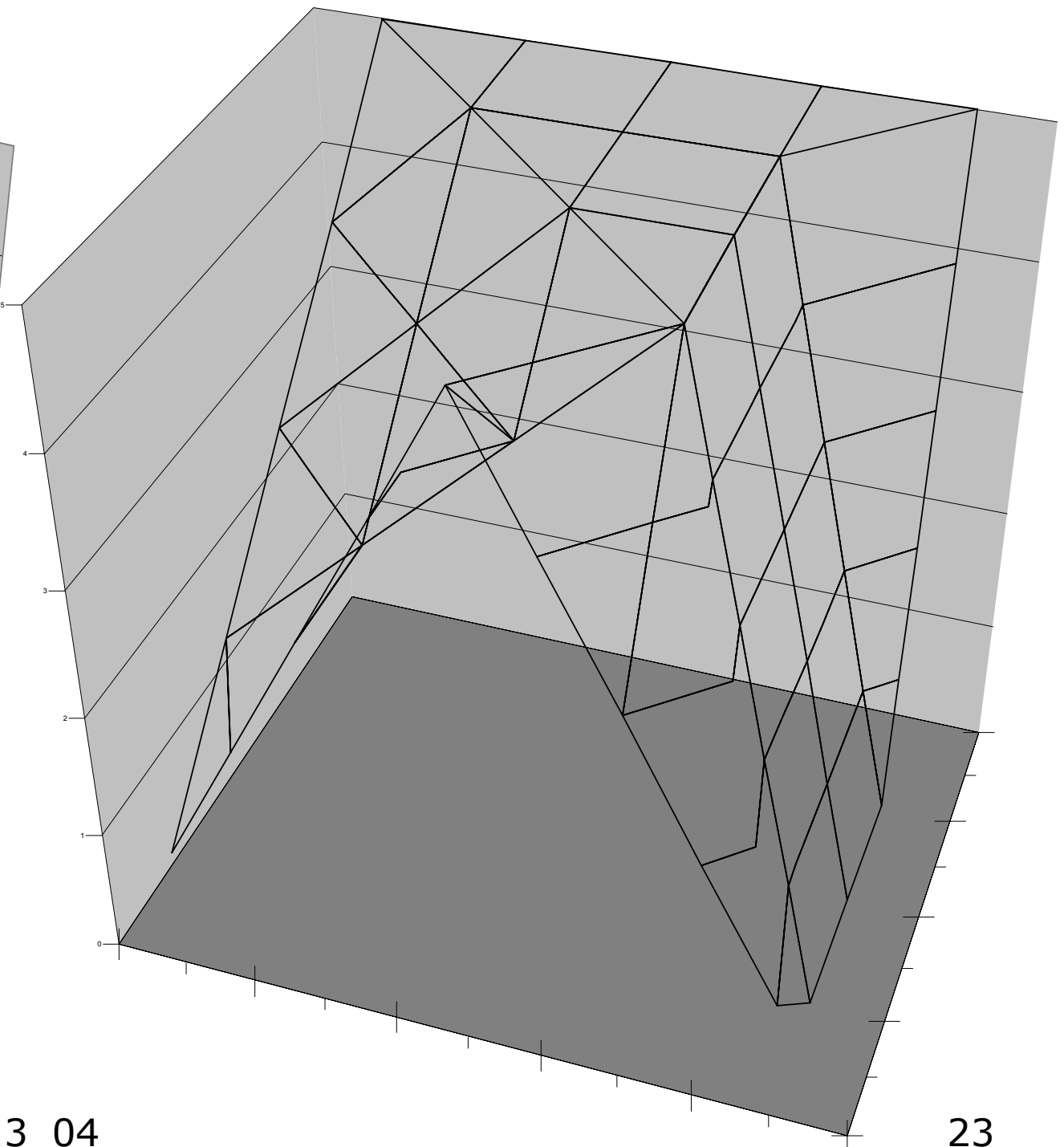
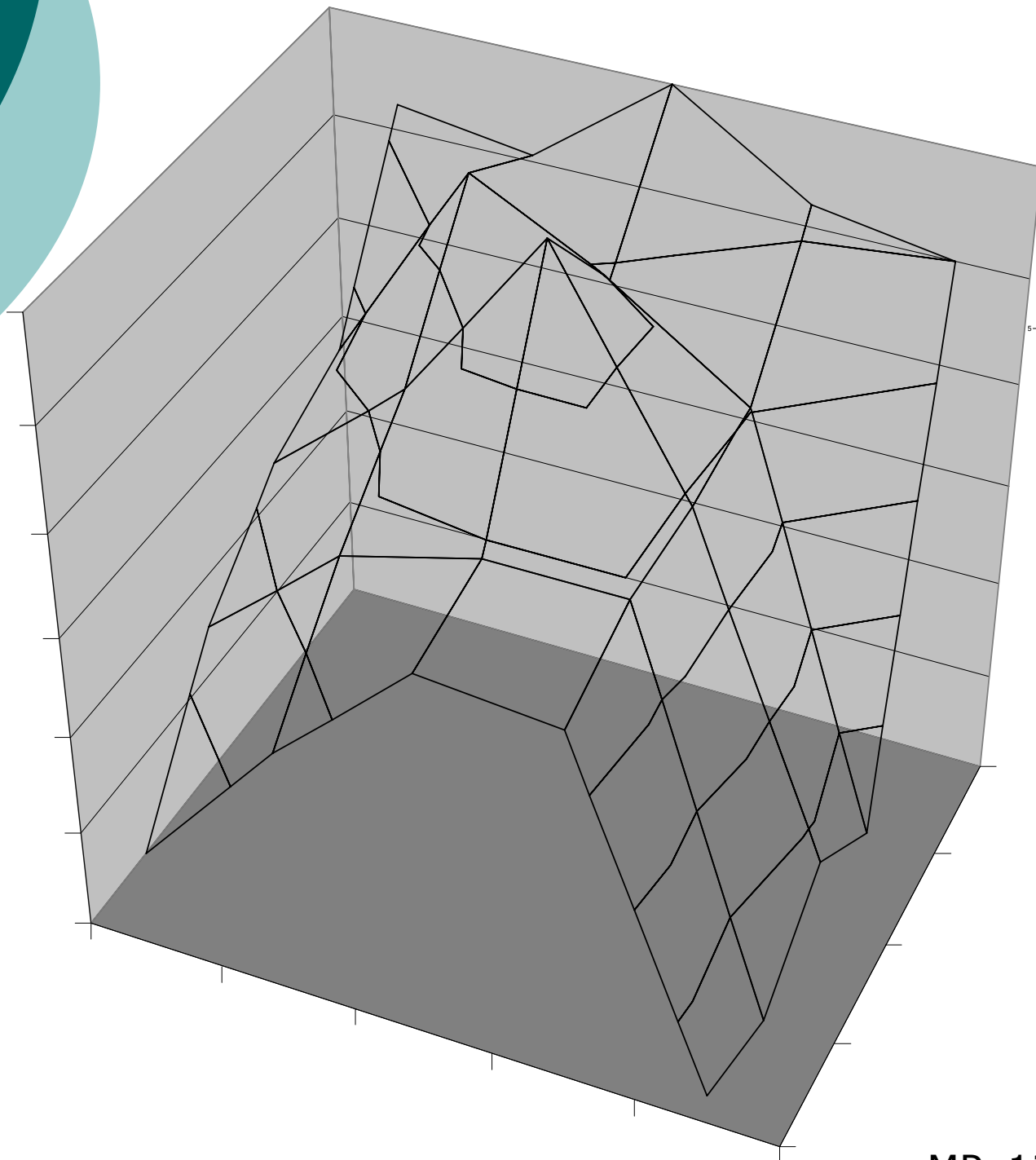


Алгоритм Фур'є реконструкції.

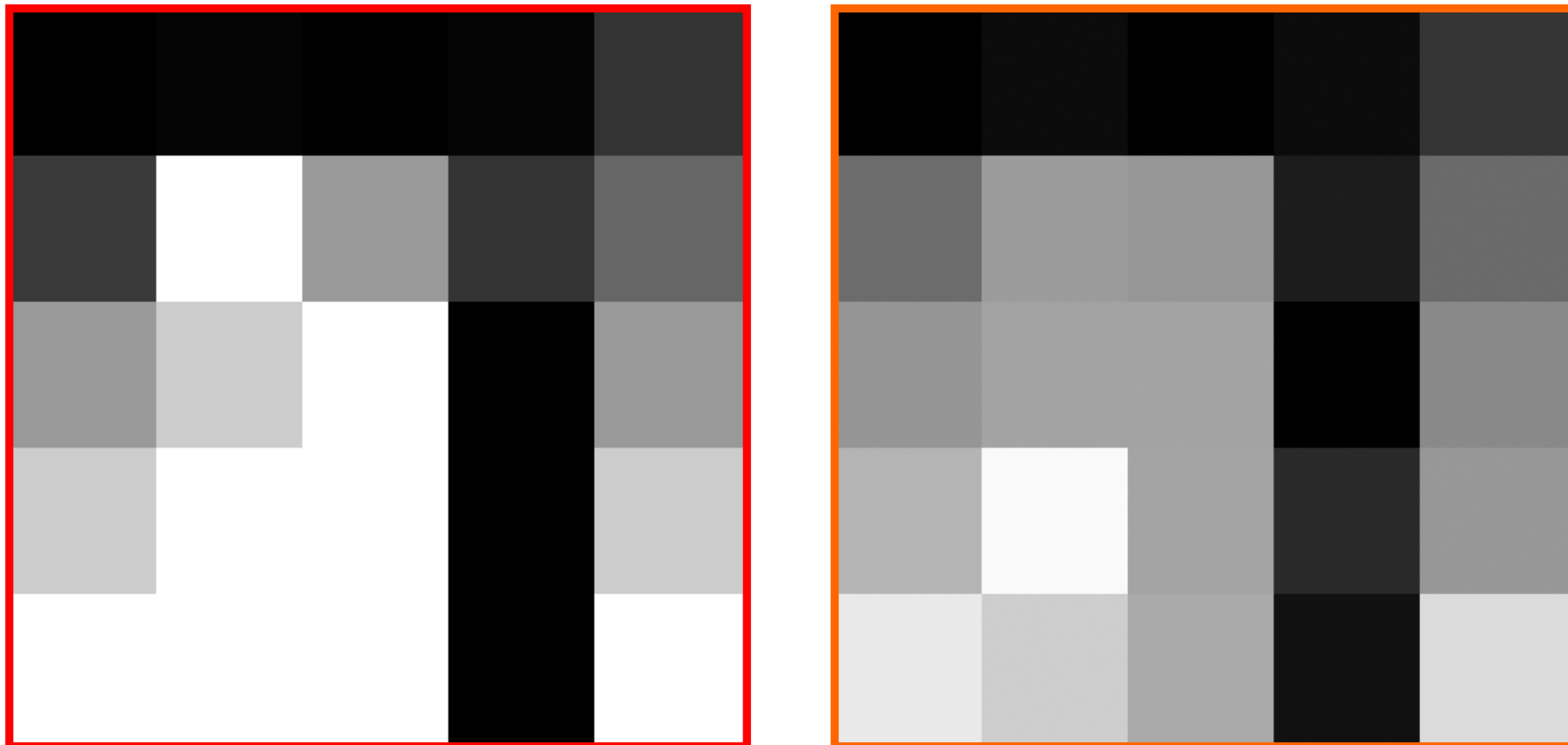
1	3	5	3	1
2	3	4	5	0
3	4	5	5	0
4	5	5	5	0
5	5	5	5	5

1	2	4	4	0
2	4	4	4	0
3	4	6	4	1
4	6	5	4	0
5	5	6	5	5

Алгоритм Фур'є реконструкції.



Алгоритм Фур'є реконструкції.



$F[|\rho|]$.

$$\begin{aligned}\int x \exp(ax) dx &= \frac{x \exp(ax)}{a} - \frac{\exp(ax)}{a^2} \\ - \int_{-x_{\max}}^0 x \exp(ax) dx + \int_0^{x_{\max}} x \exp(ax) dx &= \\ &= - \left[\frac{x \exp(ax)}{a} - \frac{\exp(ax)}{a^2} \right]_{-x_{\max}}^0 + \left[\frac{x \exp(ax)}{a} - \frac{\exp(ax)}{a^2} \right]_0^{x_{\max}} = \\ &= - \left[-\frac{1}{a^2} - \left(\frac{-x_{\max} \exp(-ax_{\max})}{a} - \frac{\exp(-ax_{\max})}{a^2} \right) \right] + \\ &+ \left[\frac{x_{\max} \exp(ax_{\max})}{a} - \frac{\exp(ax_{\max})}{a^2} - \left(-\frac{1}{a^2} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{a^2} - \frac{x_{\max} \exp(-ax_{\max})}{a} - \frac{\exp(-ax_{\max})}{a^2} + \\ &+ \frac{x_{\max} \exp(ax_{\max})}{a} - \frac{\exp(ax_{\max})}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \\ &= \frac{2}{a^2} - \frac{x_{\max} \exp(-ax_{\max})}{a} - \frac{\exp(-ax_{\max})}{a^2} + \frac{x_{\max} \exp(ax_{\max})}{a} - \frac{\exp(ax_{\max})}{a^2} =\end{aligned}$$

$F[|\rho|]$.

$$= \frac{2}{a^2} + \frac{x_{\max}}{a} [\exp(ax_{\max}) - \exp(-ax_{\max})] - \frac{1}{a^2} [\exp(ax_{\max}) + \exp(-ax_{\max})] =$$

$$a = 2\pi r$$

$$= \frac{2}{(2\pi r)^2} + \frac{x_{\max}}{2\pi r} [\exp(2\pi r x_{\max}) - \exp(-2\pi r x_{\max})] - \frac{1}{(2\pi r)^2} [\exp(2\pi r x_{\max}) + \exp(-2\pi r x_{\max})] =$$

$$\cos(x) = \frac{\exp(ix) + \exp(-ix)}{2}, \quad \sin(x) = \frac{\exp(ix) - \exp(-ix)}{2i}$$

$$= \frac{2}{(2\pi r)^2} + \frac{x_{\max}}{2\pi r} \cdot \sin(2\pi x_{\max}) \cdot 2i - \frac{1}{(2\pi r)^2} \cos(2\pi x_{\max}) 2 =$$

$$= \frac{2}{(2\pi r)^2} (1 - \cos(2\pi x_{\max})) + \frac{2x_{\max}^2}{2\pi x_{\max}} \cdot \sin(2\pi x_{\max}) =$$

$$1 - \cos(x) = 2 \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$= \frac{4 \sin^2(\pi x_{\max})}{(2\pi r)^2} + 2x_{\max}^2 \cdot \text{sinc}(2\pi x_{\max}) = 2x_{\max}^2 \cdot \text{sinc}(2\pi x_{\max}) - x_{\max}^2 \cdot \text{sinc}^2(\pi x_{\max}) =$$

$$= x_{\max}^2 \cdot [2 \cdot \text{sinc}(2\pi x_{\max}) - \text{sinc}^2(\pi x_{\max})]$$

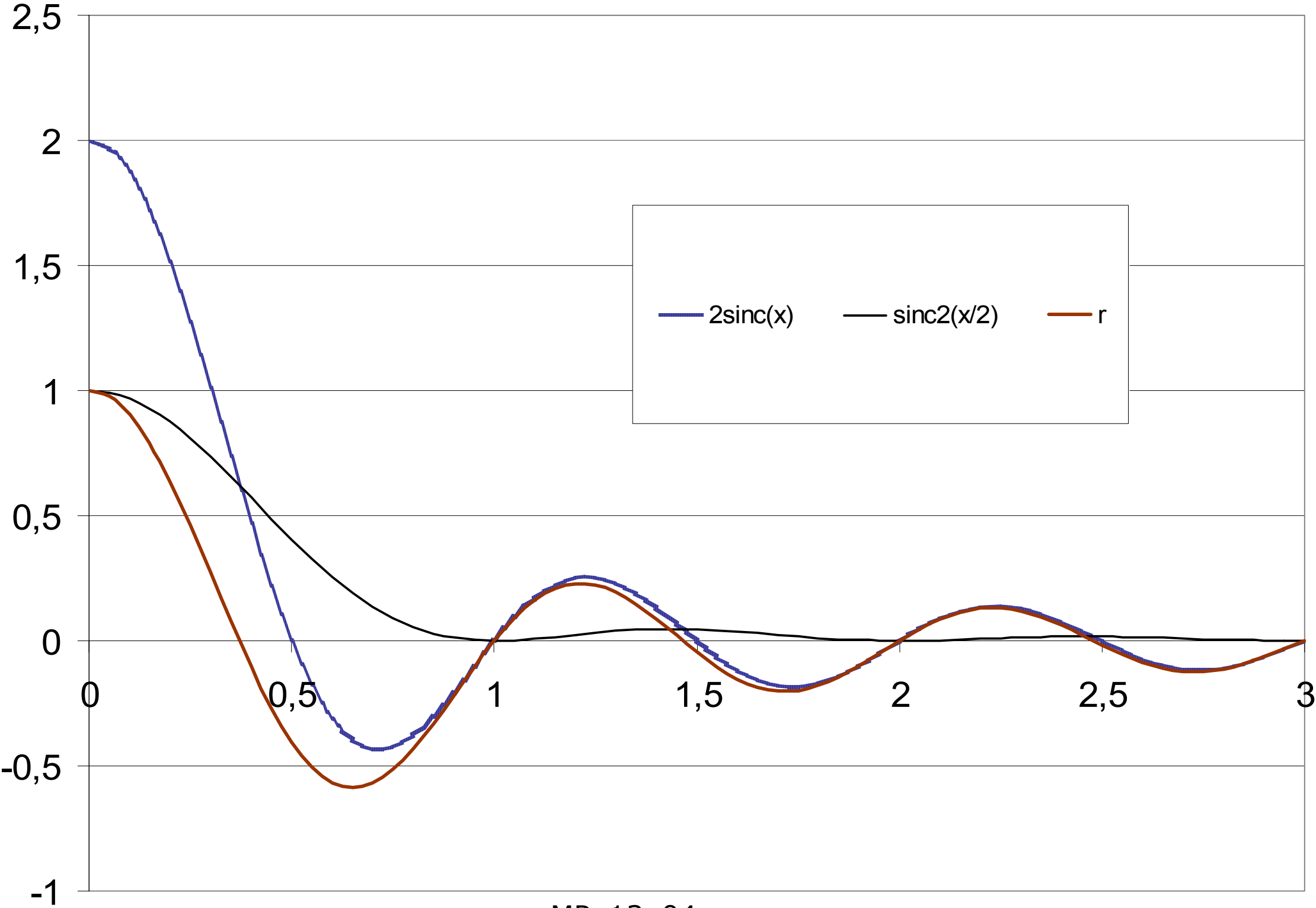



$F[|\rho|].$

$$\rho_{\max}^2 \cdot \left[2 \cdot \text{sinc}(2\pi k \rho_{\max}) - \text{sinc}^2(\pi k \rho_{\max}) \right]$$



$F[|\rho|]$.





Алгоритм згортки і зворотного проєціювання.

Сканування \Rightarrow набір проєкцій

Обчислення набору логарифмічних проєкцій

Обчислення фільтрованих логарифмічних проєкцій

Зворотне проєціювання