Інформацію характеризують:

1) Розмір (порівняння)

2) Втрати (при передачі)

3) Характеристики джерел

Ідеї для введення міри

1) мін елемент – комірка з 2-ма станами

„+" і „–"

„біле і чорне

інь і янь

чоловік і жінка

1-ша комірка

2-га комірка

2 \ 1	+	–
–	– +	– –
+	+ +	+ –

2) адитивність

міра Хартлі $H = \log_2 N$

N – повна кількість можливих повідомлень

біт = [bit] (binary digit)

$H = K_a \log_a N$

$K_a = \log_2 a$

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (10)

діт = [dit] (decimal digit)

$K_{10} = \log_2 10 = 3,32$ (одна десяткова комірка зберігає у 3,32 рази більше інф-ції ніж двійкова)

$H = 3,32 \log N$ (ln)

?

Джерело $\xrightarrow{\text{Інфа}}$ Приймач

P_1 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ P_2

P_1 - апріорна імовірність
P_2 - апостеріорна імовірність

$$\Delta H = \log_2 P_2 - \log_2 P_1$$

Пр - приймач ідеальний => 1
(втратів шумів немає)

Кількість інфи, що прийшла:

$$\Delta H = -\log_2 P_1$$

$$N\uparrow \qquad P_1 \downarrow$$

$P_1 = 1$ (достовірна подія) => $\Delta N \to 0$

Приклад: нехай є певний алфавіт: набір N символів

$$\left.\begin{aligned} A_1 &\to n_1 S_1 \\ A_2 &\to n_2 S_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{події } A_1 + A_2$$

подія A це передача n символів

$$\Delta H = -\log_2 P$$

$$\Delta H = -n_1 \log_2 P_1 - n_2 \log_2 P_2$$

$$\Delta H = -\sum_i n_i \log_2 P_i$$

частота появи певного символа

$$\frac{\Delta H}{N} = \frac{-\sum_i n_i \log_2 P_i}{N} = -\sum_i \frac{n_i}{N} \log_2 P_i =$$

$$= -\sum_i P_i \log_2 P_i \qquad \sum_i P_i = 1$$

Такий підхід запропонував Шенон у 1946 р

Властивості

1) $P_i \to 0$ – стан сис-ми невизначений $\Rightarrow$ можна передати об кількість $P_i \to 1$

2) статистично незалежні джерела адитивність

3) джерело з 2 станами

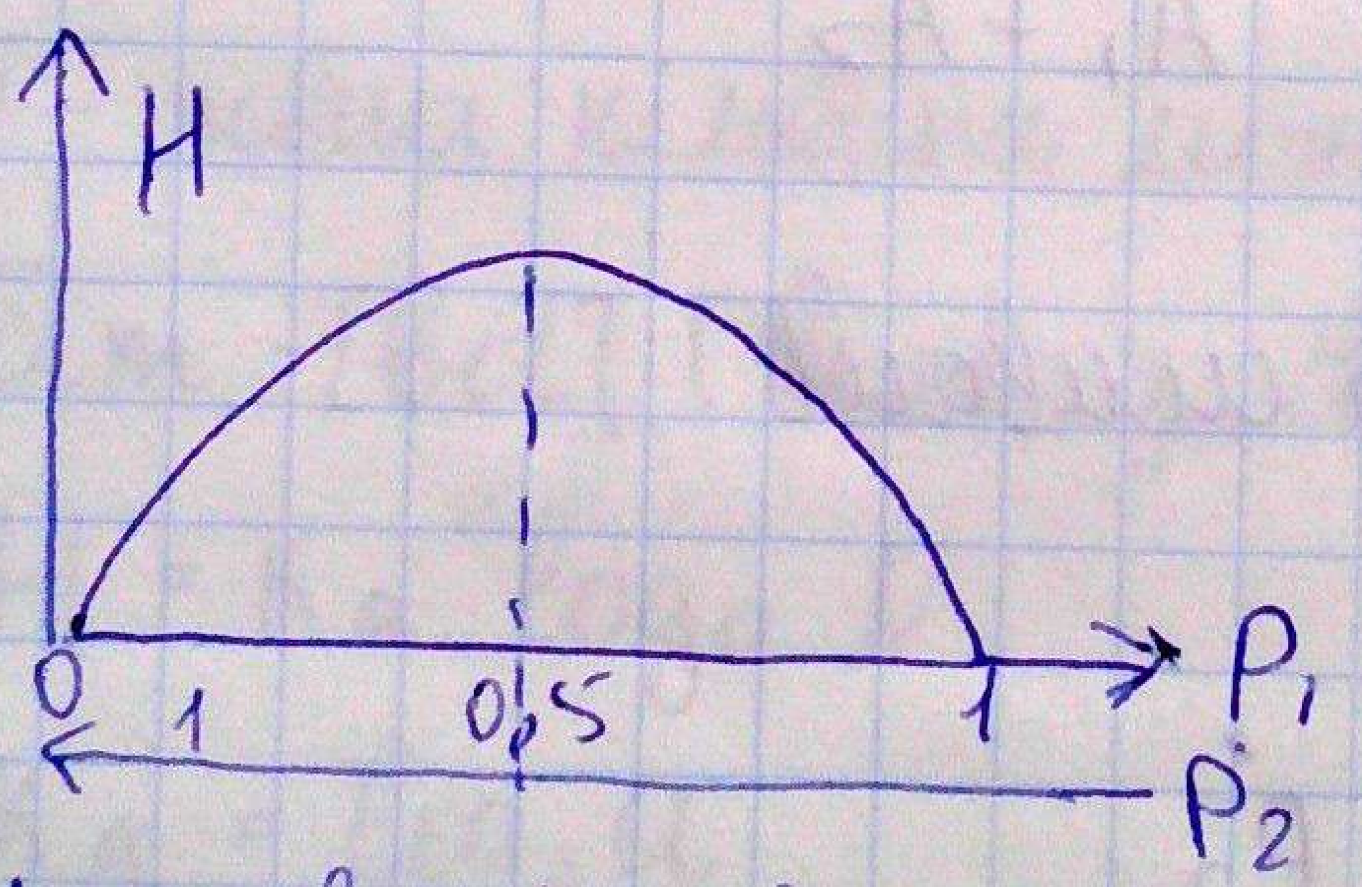
1 стан – p_1 2 стан – p_2

$$H = -P_1 \log_2 P_1 - P_2 \log_2 P_2 \ominus$$

враховуючи $\sum_i P_i = 1$ $p_1 + p_2 = 1 \Rightarrow p_2 = 1 - p_1$

$$\ominus -p_1 \log_2 P_1 - (1-p_1)\log_2(1-p_1)$$

$\frac{dH}{dp_1} = 0$ $H(max) = H(p_1 = p_2 = 0{,}5)$



4) N рівноймовірними станами

$$H = -\sum_{i=1}^{N} P_i \log_2 P_i = -\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{N} \log_2 \frac{1}{N} = \log_2 N$$

$P_i = \frac{1}{N}$ $i = \overline{1, N}$

16.

У природі передача інфи відбувається за допомогою деякого фіз процесу

Джерело → зміна фіз. величина → Приймач

$\equiv$ сигнал

$y = f(x)$ математичний сигнал це деяка функція

$y = Re(y) + Im(y)$

$x \Rightarrow t$ $\qquad I(\vec{r})$

$\frac{dI(\vec{r})}{dr}$ $\qquad P(\vec{r})$

<u>Сигнали</u> (за фіз. природою)

- <u>механічні</u> ($\vec{F}, \vec{m}, \Delta\vec{r}$)
- <u>електричні</u> (I, U)
- <u>ел-маг</u> $\begin{cases} \text{оптичні} & I, \text{інтенсивність} \\ \text{радіочастотні} & (E, H) \end{cases}$

$U(t)$ - зміна напруги в часі

- акустичні (зміні хвиль у пружньому середовищі) $p, \Delta r$
- гідравлічні (p)

Сигнали

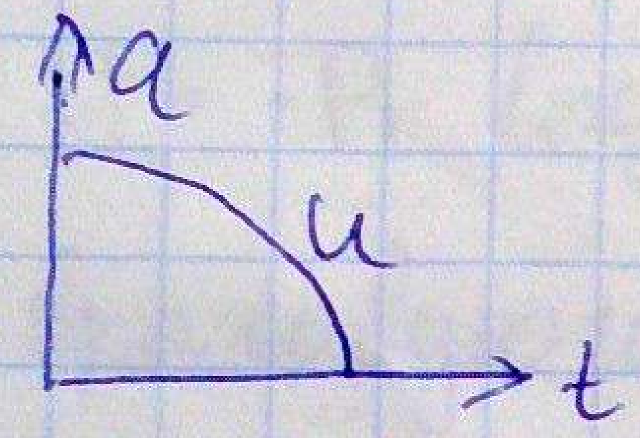
детерміновані — $f(t)$ - точно $\forall t$

випадкові — $P_u = f(t)$, $p(u,t)$

① Детерміновані сигнали:

- неперервні
- дискретні
- квантовані за рівнем
- дискретні квантовані за рівнем

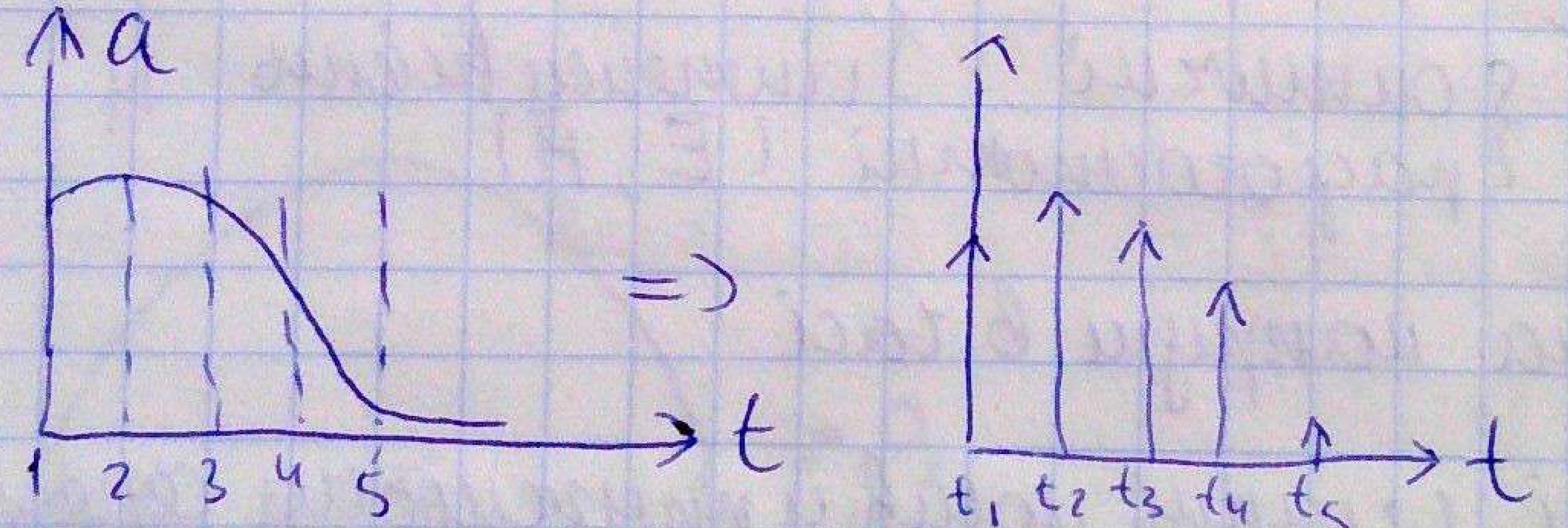
$f(t)$ - неперервний або аналоговий [analog signal]



② Набір a_i = discrete series

$a = f(t) \Rightarrow a_i = f(t_i)$ a_i - відлік (sample)

$i = 1 \div n$ (sampling)



Період дискретизації

$T_d = t_{i+1} - t_i = const$ (sample time)

$\frac{1}{T_d} = f_d \Rightarrow \omega_d = 2\pi f_d$ колова частота дискретизації

③ Відсутні дані

$t_{i+1} > t > t_i$ $\quad i = 1 \div n-1$

$\forall$ сигнал і умови

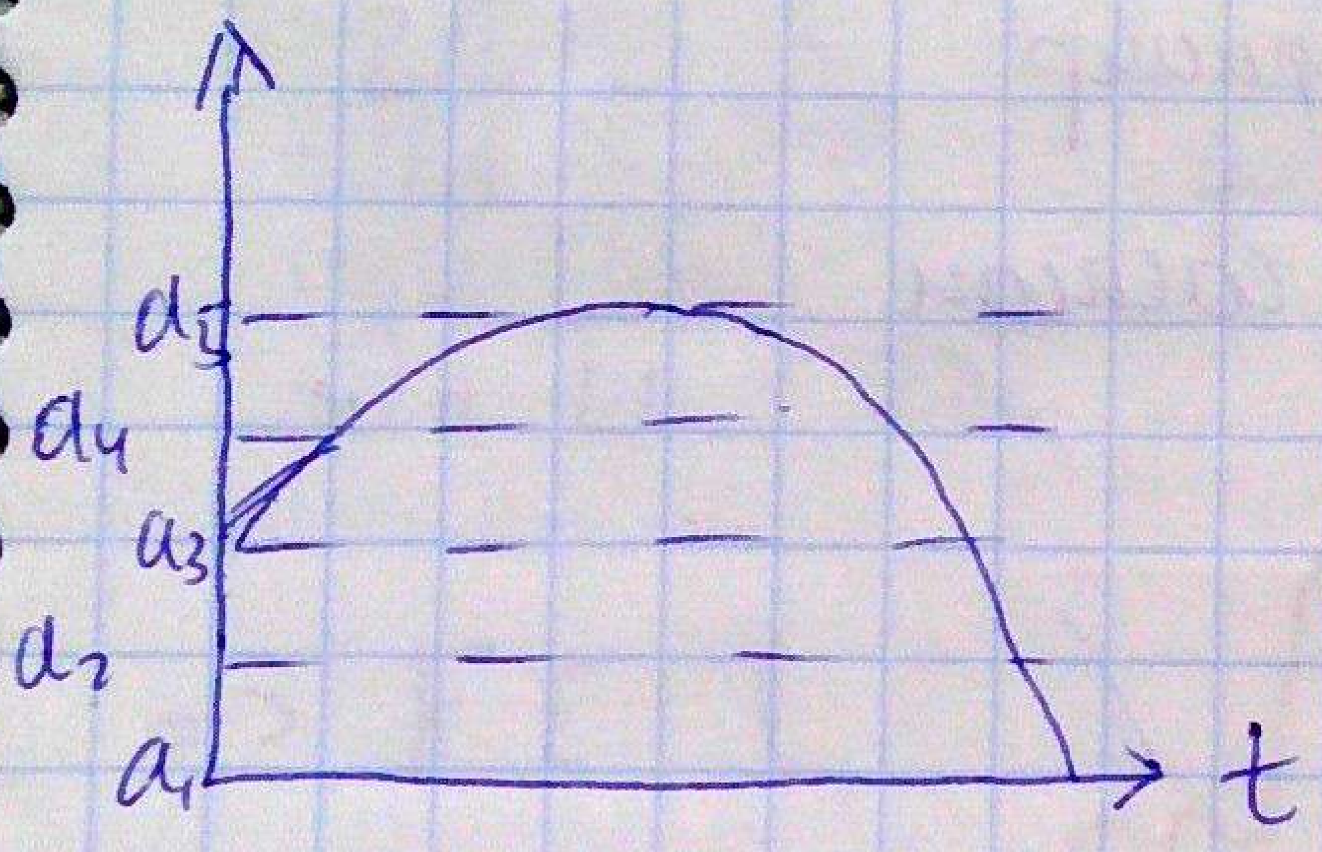
$a(t) \equiv a_i$ $\quad i = 1 \div n$

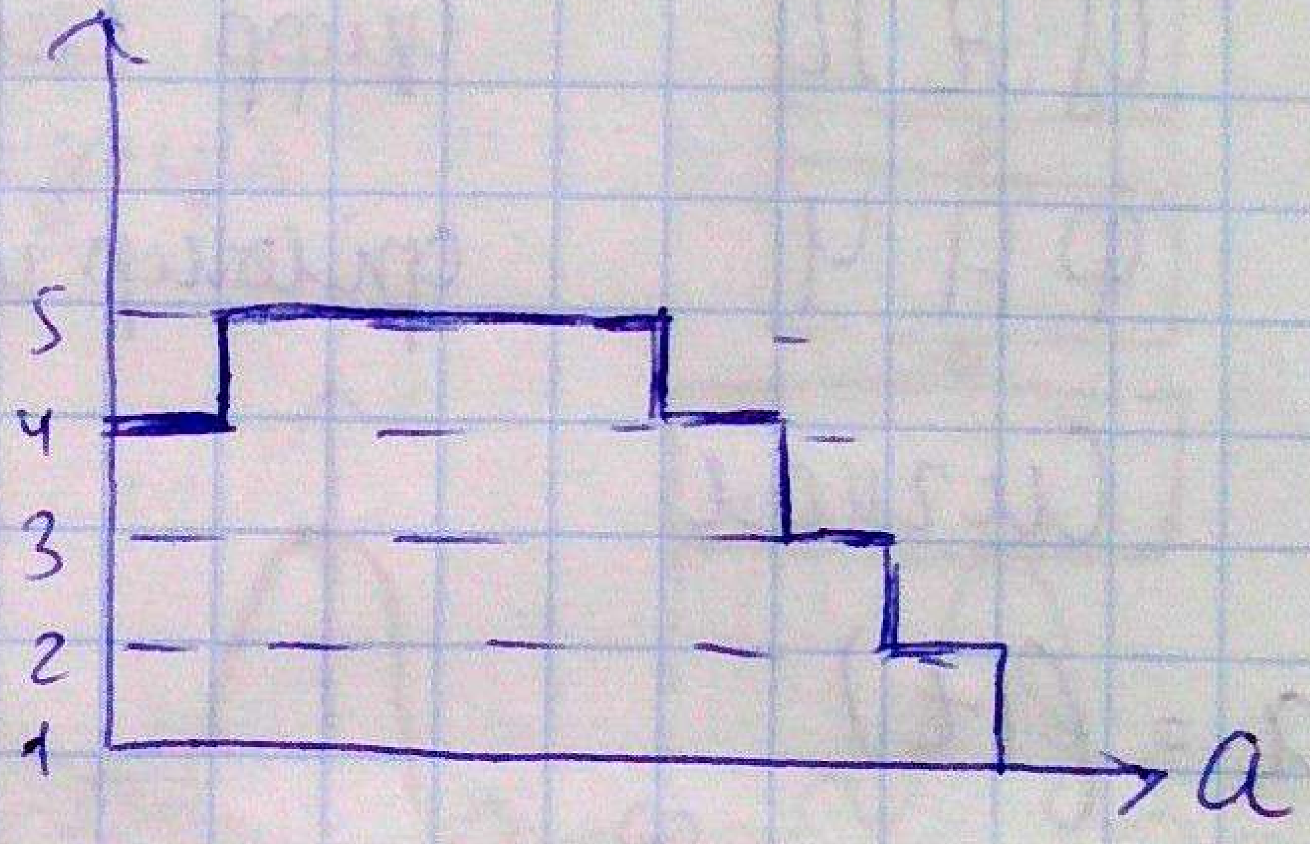
a_j - обмежена $\quad j = 1 \div m$

a_j - кванти

$a(t) \Rightarrow a_j$ $\quad j$ - квантування

$a(t) \Rightarrow j_i(t)$



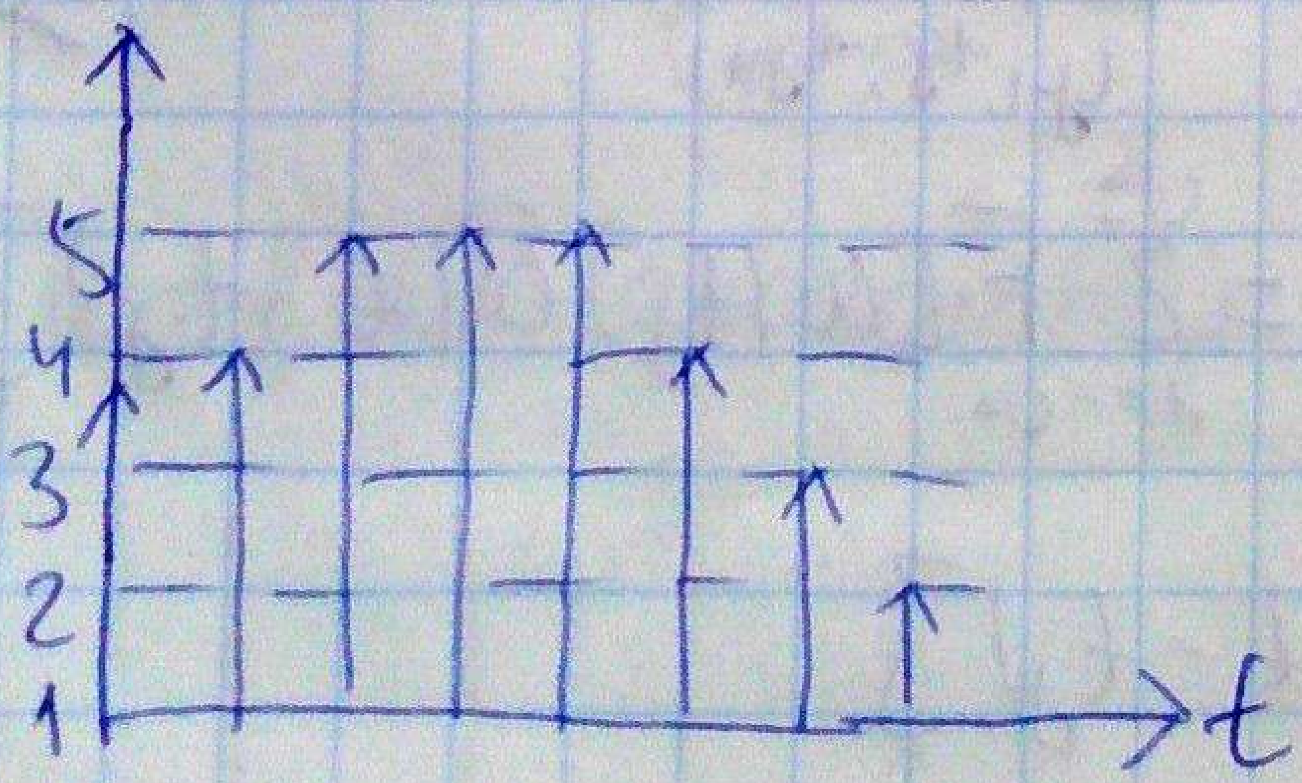


quantized signal
(квантований за рівнем сигнал)

$j \to \infty$

$\Delta a = a(t) - a_j$ - помилка квантування

<u>Цифровий сигнал</u> = дискретний сигнал квантований за рівнем



$a(t) \Rightarrow a_j(t_i)$

$j = 1 \div m$
$i = 1 \div n$

Причини появи цифрових систем

1) Сильний розвиток обчислювальної системи; зменшення ціни

2) простіше реалізувати $\forall$ вид обробки

3) відмінність у ціні

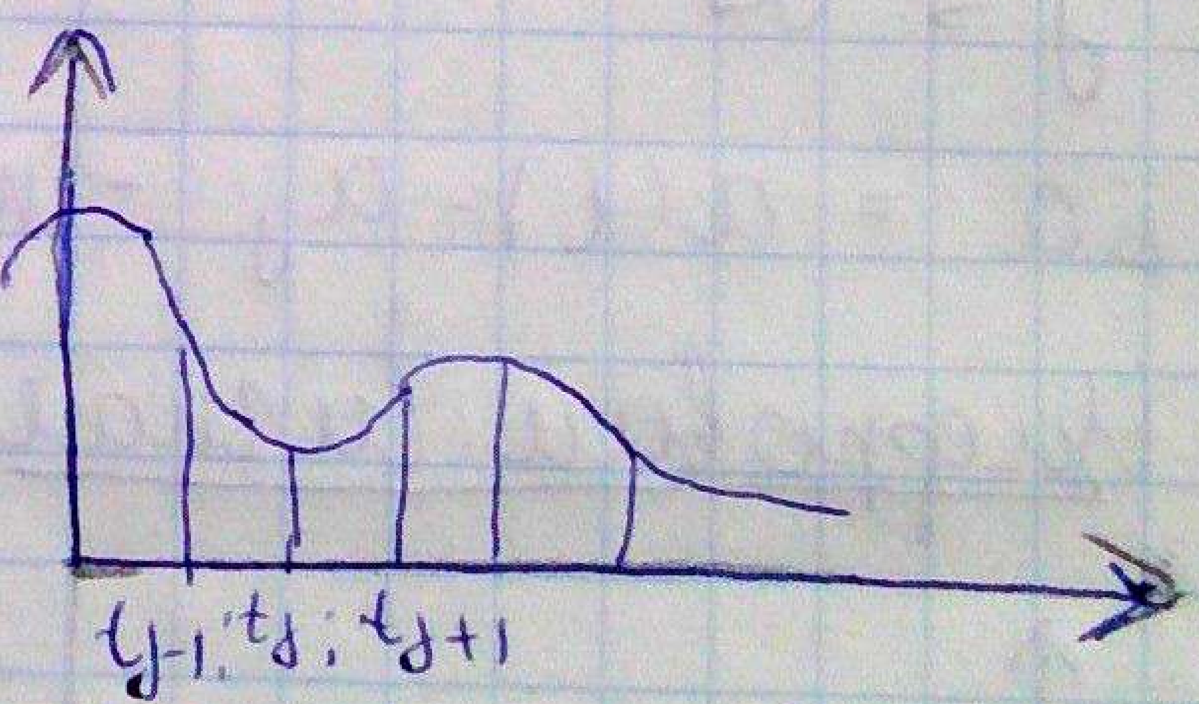
Загальна схема цифрової обробки сигналу

Сигнал
↓
АЦП — аналог цифр пристр
↓
ЦО — цифрова обробка
↓
ЦАП — цифр аналог пристр
↓
ФНЧ — фільтр низьких частот
↓
Сигнал

$$a = f(t)$$

$$a_d(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a(t_j)\,\delta(t - t_j)$$

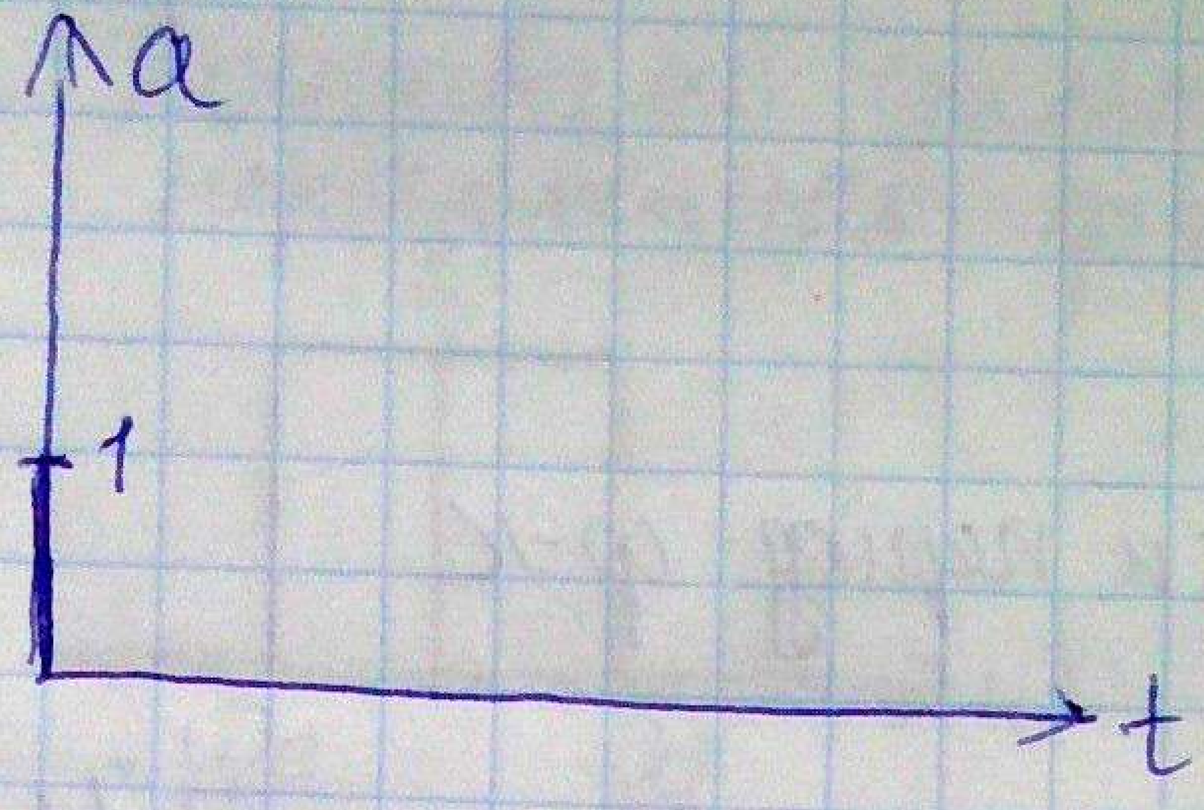
$$\delta(t - t_j) = \begin{cases} 1, & t = t_j \\ 0, & t \neq t_j \end{cases}$$

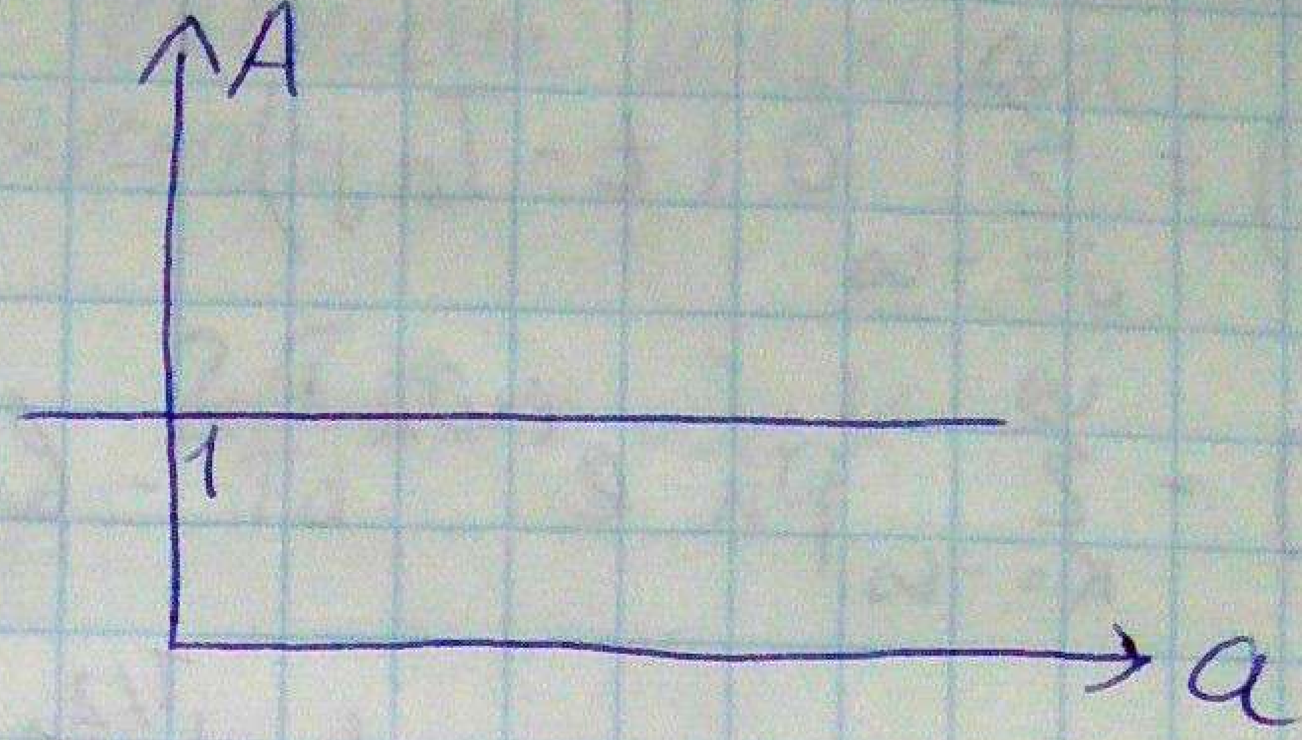


$$A(\omega) = F[a(t)]$$

$$A(\omega) = F\left[\sum_{j=-\infty}^{\infty} a(t_j)\,\delta(t - t_j)\right] = \sum_{j=-\infty}^{\infty} F[a(t_j)\,\delta(t - t_j)] =$$

$$= \sum_{j=-\infty}^{\infty} a(t_j)\,F[\delta(t - t_j)]$$





$t_j = T_d \cdot j$

Висновки

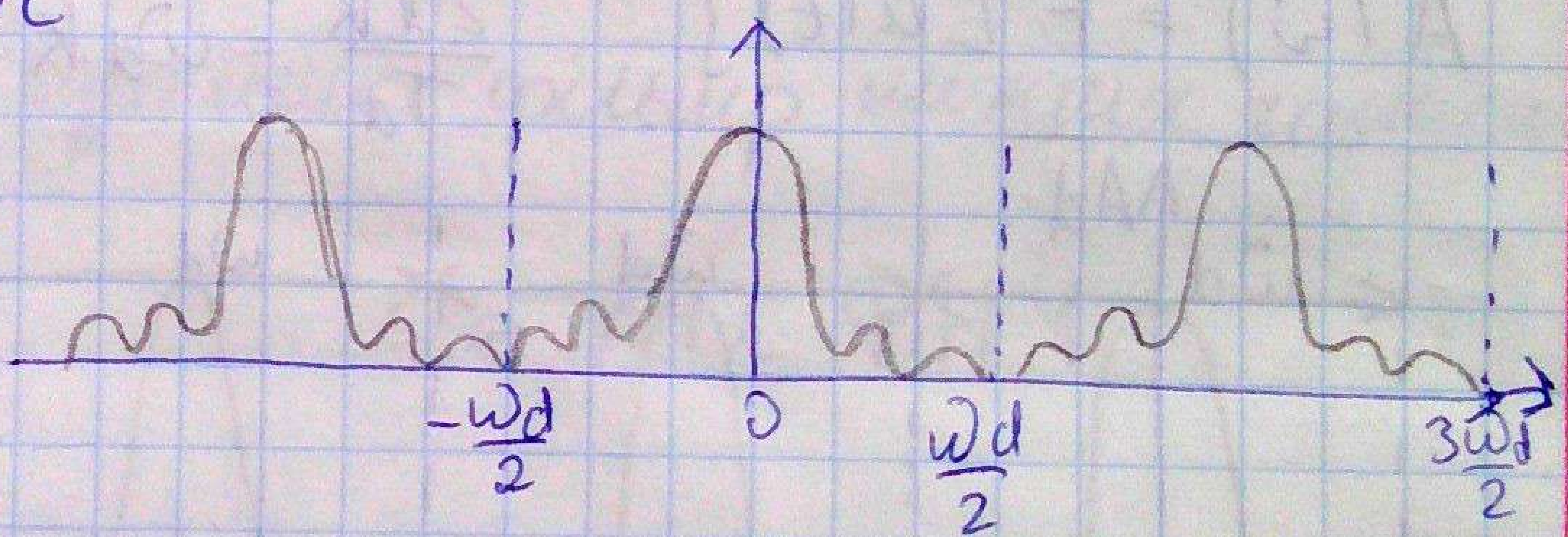
1) $A(\omega \pm \omega_d) = A(\omega) \Leftrightarrow A(\omega)$ - періодична ф-ія

$A(\omega)$-спектр частотного представлення

$\frac{2\pi}{T_d} = \omega_d$ частота дискретизації

$\omega_d T_d = 2\pi$

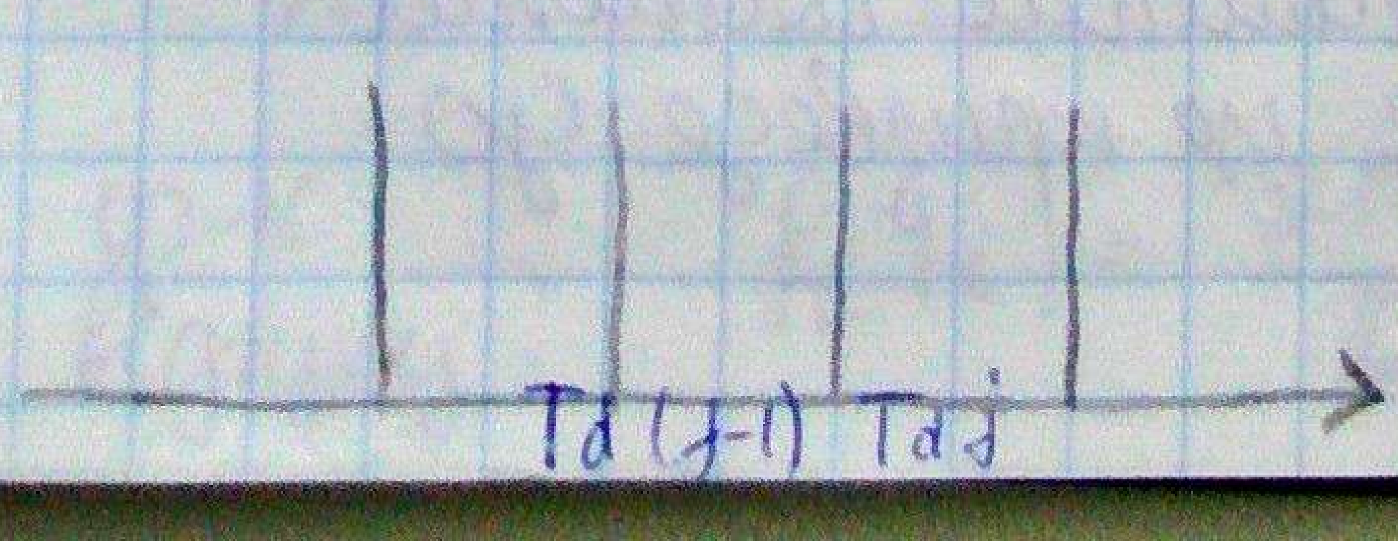
$\Rightarrow F[\ ]$



$$a_d(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a(t_j)\,\delta(t-t_j) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a(t_d\, j)\,\delta(t-T_d j) =$$

$$= a(t)\sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(t-T_d j) \to P(t)T_d$$ -періодична ф-ія з періодом T_d

$a = f(t)$ - аналогoвий сигнал



$\leftarrow \sum \delta(t - T_d j)$

$$P(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(t - T_d j)$$

$$P(t) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_k e^{i\omega_k t}$$ - власн період ф-к

за означенням: $p_k = \frac{1}{T_d} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t - T_d k) \exp(-i\omega_k t)\, dt = \frac{1}{T_d}$

$$a_d(t) = \frac{a(t)}{T_d} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega_k t)$$

$\uparrow$ $F[\,]$ $\downarrow$

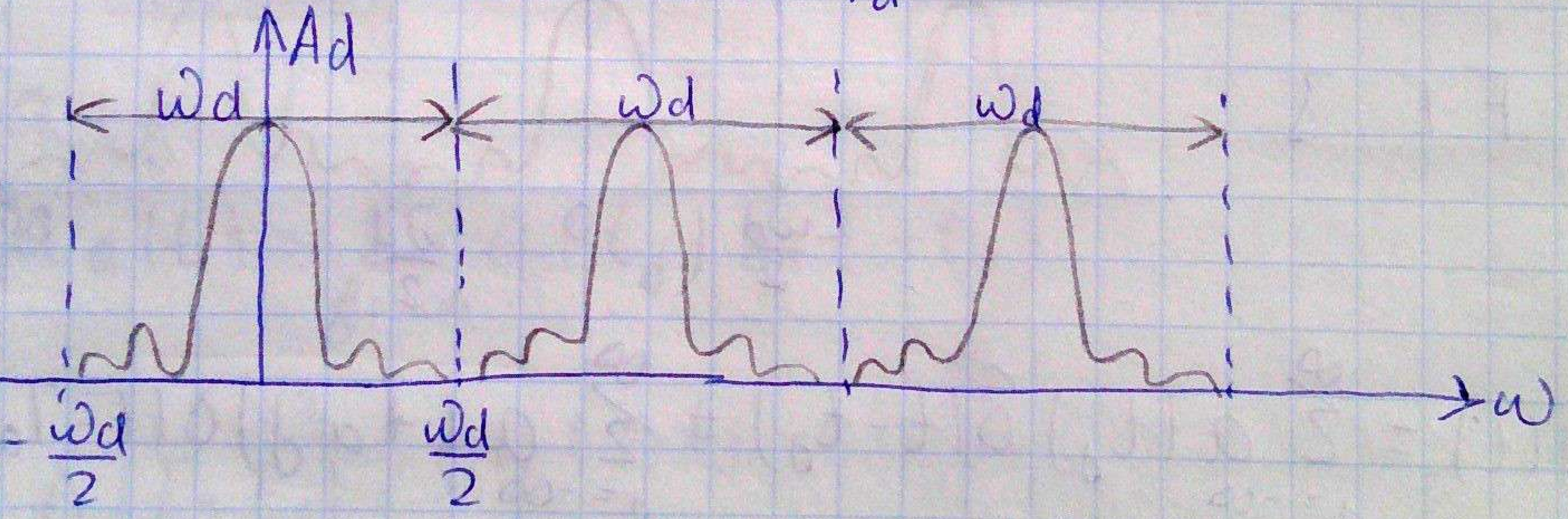
$$A_d(\omega) = \frac{1}{T_d} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A\left(\omega - \frac{2\pi k}{T_d}\right)$$

спектр аналогового сигналу зсунутий

спектр з зсувом

спектр

$A(\omega) = F[a(t)]$ $\qquad \frac{2\pi k}{T_d} = \omega_d k$

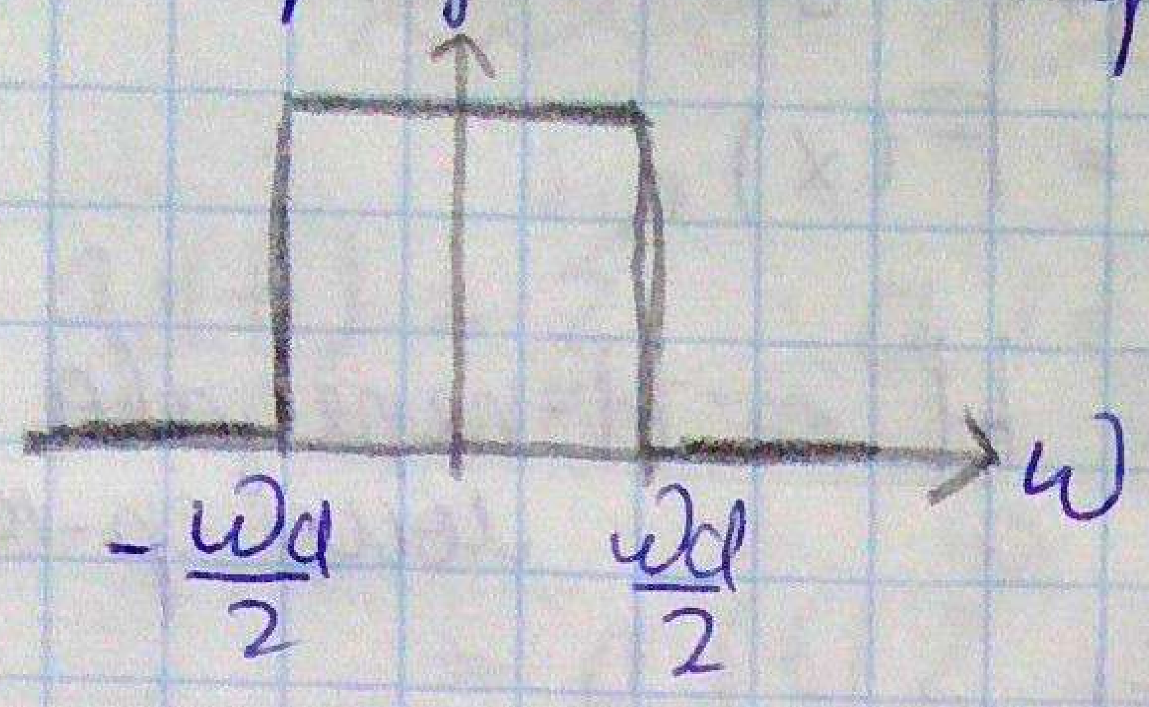


сигнал періодичний => спектр дискретний

сигнал дискретний => спектр періодичний

!ваш спектр не повинен містити частоти більші за $\omega_d/2$, інакше це призведе до накладання

Поставимо фільтр частот низьких, передавальна ф-к якого:



$$\frac{2\pi k}{T_d} = \omega_d k$$

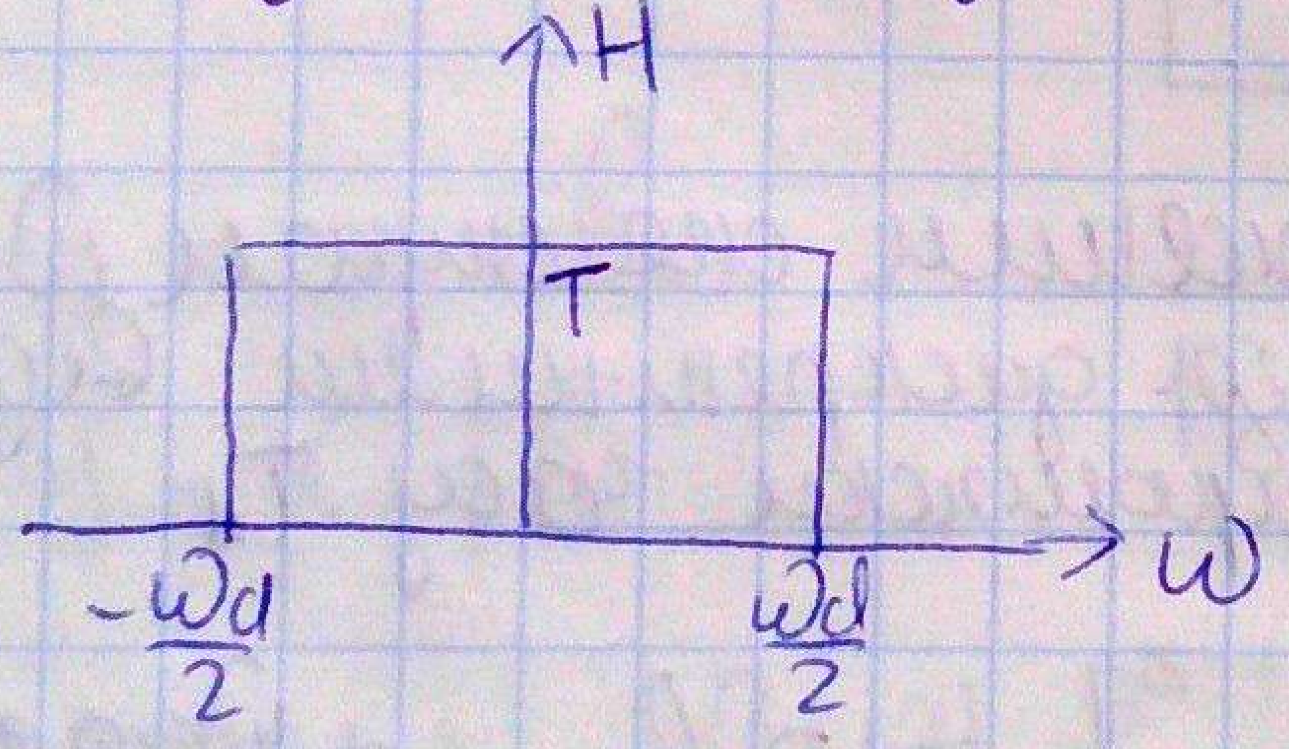
Обов'язкові умови:

1) $\omega_{max}(a(t)) \le \frac{\omega_d}{2}$ $\qquad \omega_{max} > \frac{\omega_d}{2}$

ФНЧ $\left(\frac{\omega_d}{2}\right)$ + дискрет

Якщо ця умова не виконується, то можна збільшити частоту дискретизації або перш ніж дискретизувати сигнал пропустити його через фільтр нижніх частот.

Розглянемо ідеальний фільтр нижніх частот



$\Leftarrow$ АЧХ ФНЧ

$$\text{АЧХ } H(\omega) = \begin{cases} T, & |\omega| \le \frac{\omega_d}{2} \\ 0, & |\omega| > \frac{\omega_d}{2} \end{cases}$$

$Y = F[y]$

$X = F[x]$

ф-к відгуку: $h(t) = \dfrac{\sin \frac{\pi t}{T}}{\frac{\pi t}{T}} = \mathrm{sinc}\left(\frac{\pi t}{T}\right)$

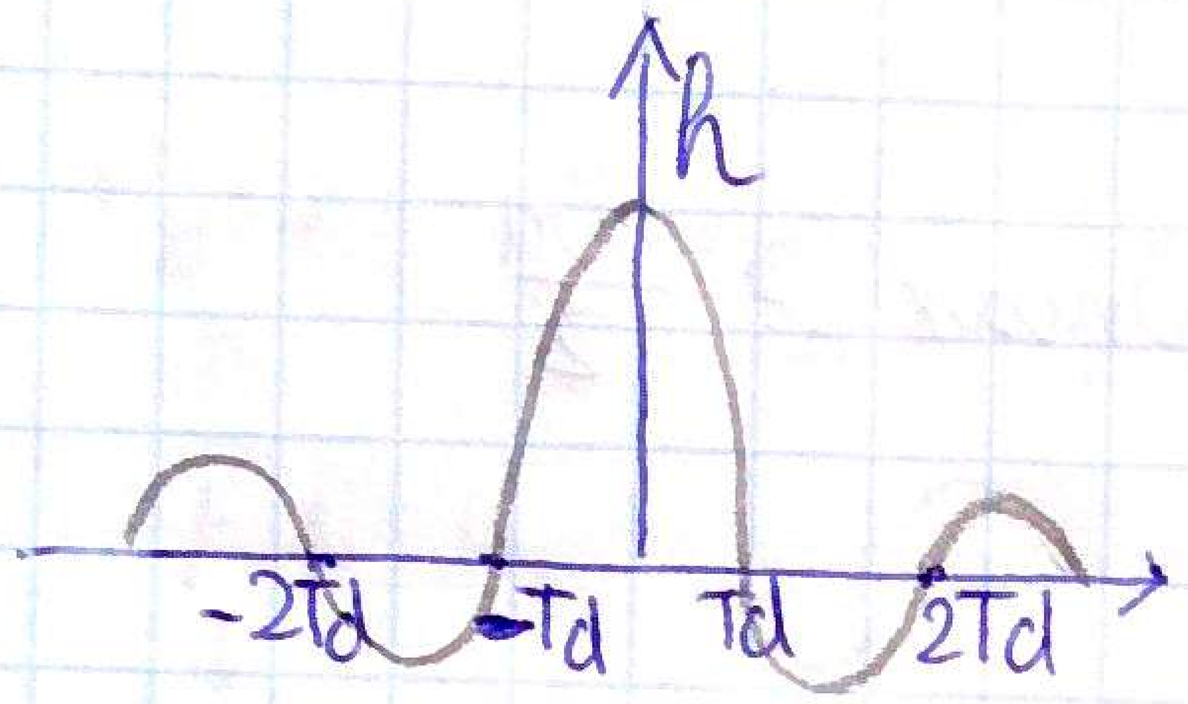
$x \rightarrow \boxed{ФНЧ} \rightarrow y$

$Y = F(y)$

$X = F(x)$

$Y = X \cdot H$ H-передавальна ф-я

$$y = x \otimes h = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, h(t, -t)\, dt,$$



Це спосіб відновлення неперервних сигналів

$$\boxed{a(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a(t_k) \frac{\sin \pi \frac{t-t_k}{T_d}}{\pi \frac{t-t_k}{T_d}} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a(kT_d)\, \mathrm{sinc}\left(\pi \frac{t-T_d k}{T_d}\right)}$$

Теорема Котельникова:

Будь-який сигнал з обмеженим спектром ω_{max} можна точно відновити за дискретними відліками взятими через рівні проміжки часу T_d

$$\boxed{T_d \le \frac{1}{2 f_{max}}} \Rightarrow f_d = \frac{1}{T_d} \ge 2 f_{max} = \frac{\omega_{max}}{\pi}$$

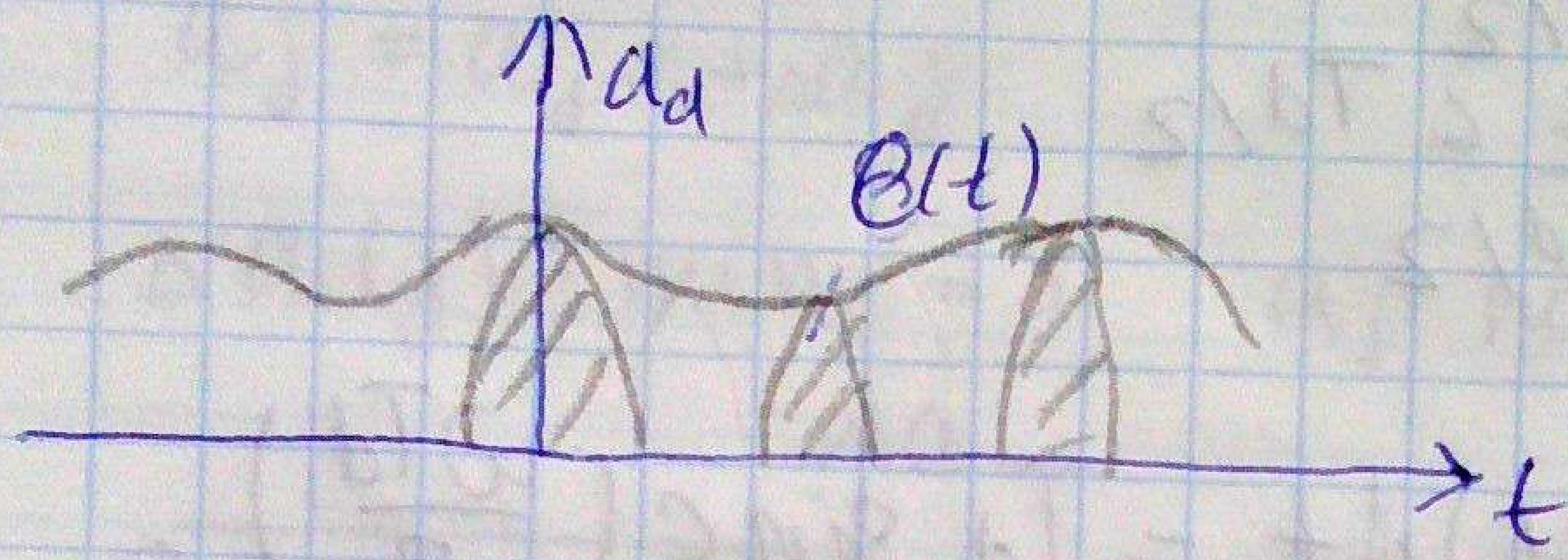
$f_d = 2 f_{max}$ - частота Найквіста (частота при якій ще працює теорема котельникова)

$\frac{1}{T} = f_{max}$ $\quad f_d = 2 f_{max}$ тоді можна сказати, що сигнал $= 0$

Вплив форми імпульсу

$$a_d(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a(t_k)\,\delta(t-t_k) =$$

$$= a(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - T_d k)$$



$$\delta(t) = \begin{cases} 1, & t=0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

$b(t)$ – форма імпульсу

$$a_d(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a(T_j)\, b(t-T_j)$$

$$\sum a(t_k)\,\delta(t-t_k) \xrightarrow{x} \boxed{h(t)} \longrightarrow y$$

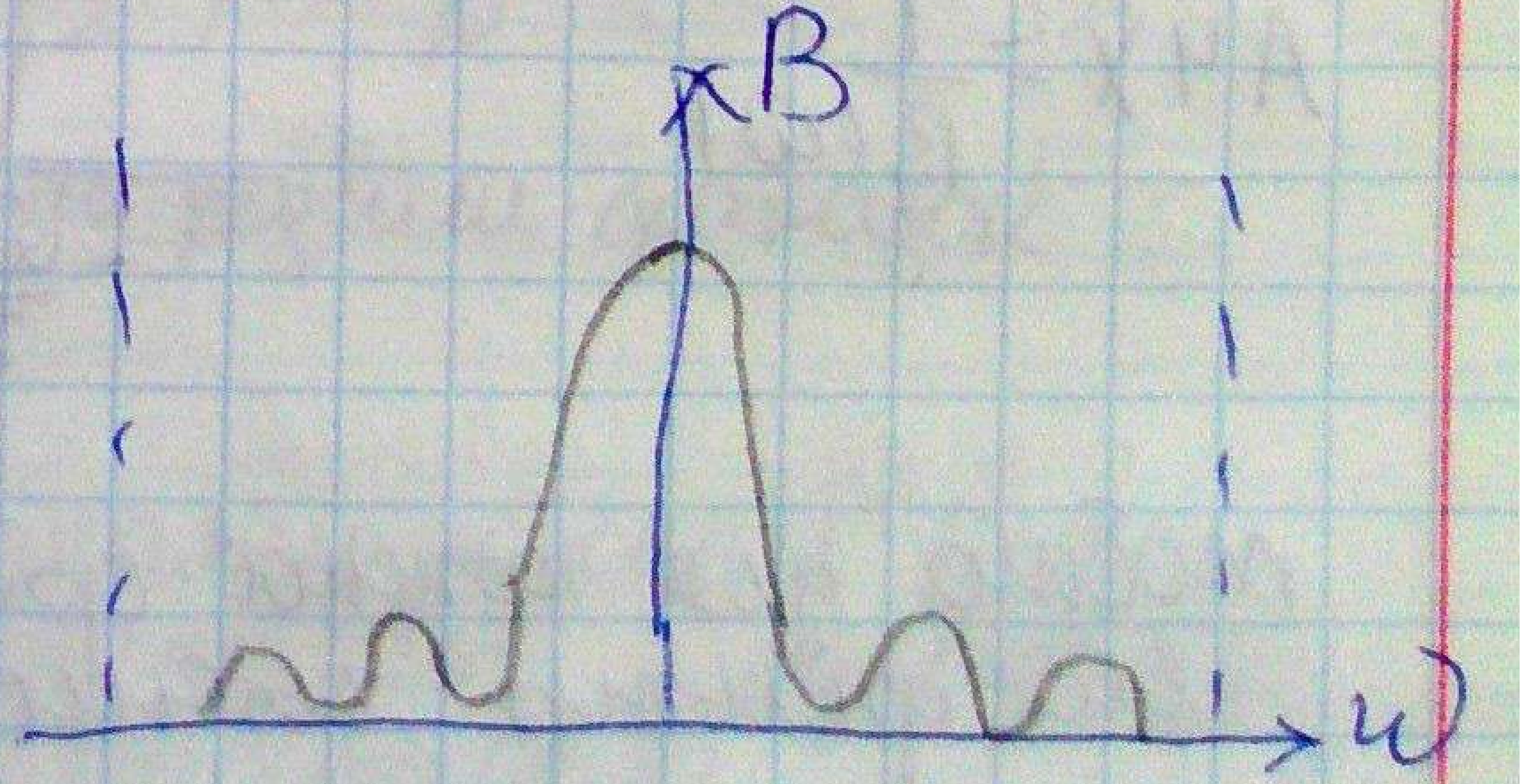
$y = x \otimes h$

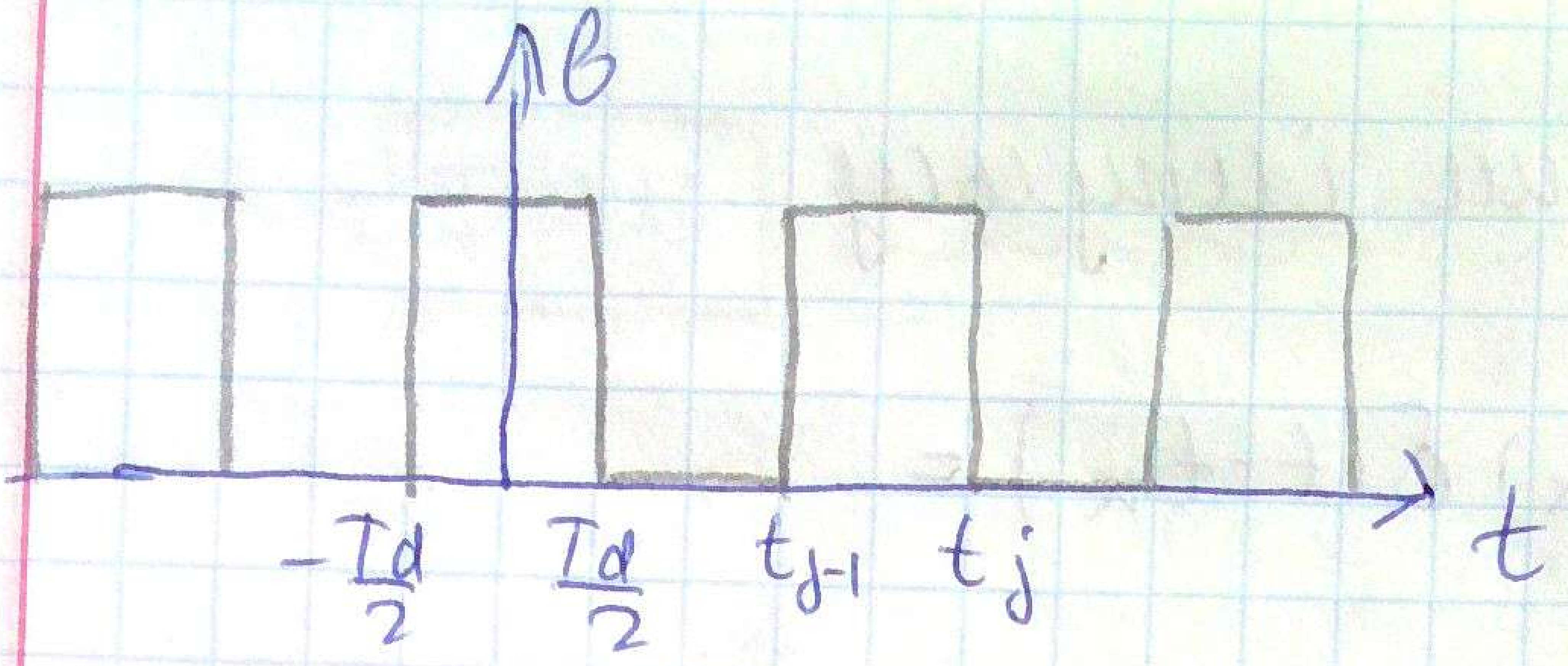
$Y = X \cdot H$

$F[b(t)] = B(\omega)$

$$A_d(\omega) = \frac{B(\omega)}{T_d} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A\left(\omega - \frac{2\pi k}{T_d}\right)$$ → сума зсунутих спектрів сигналу

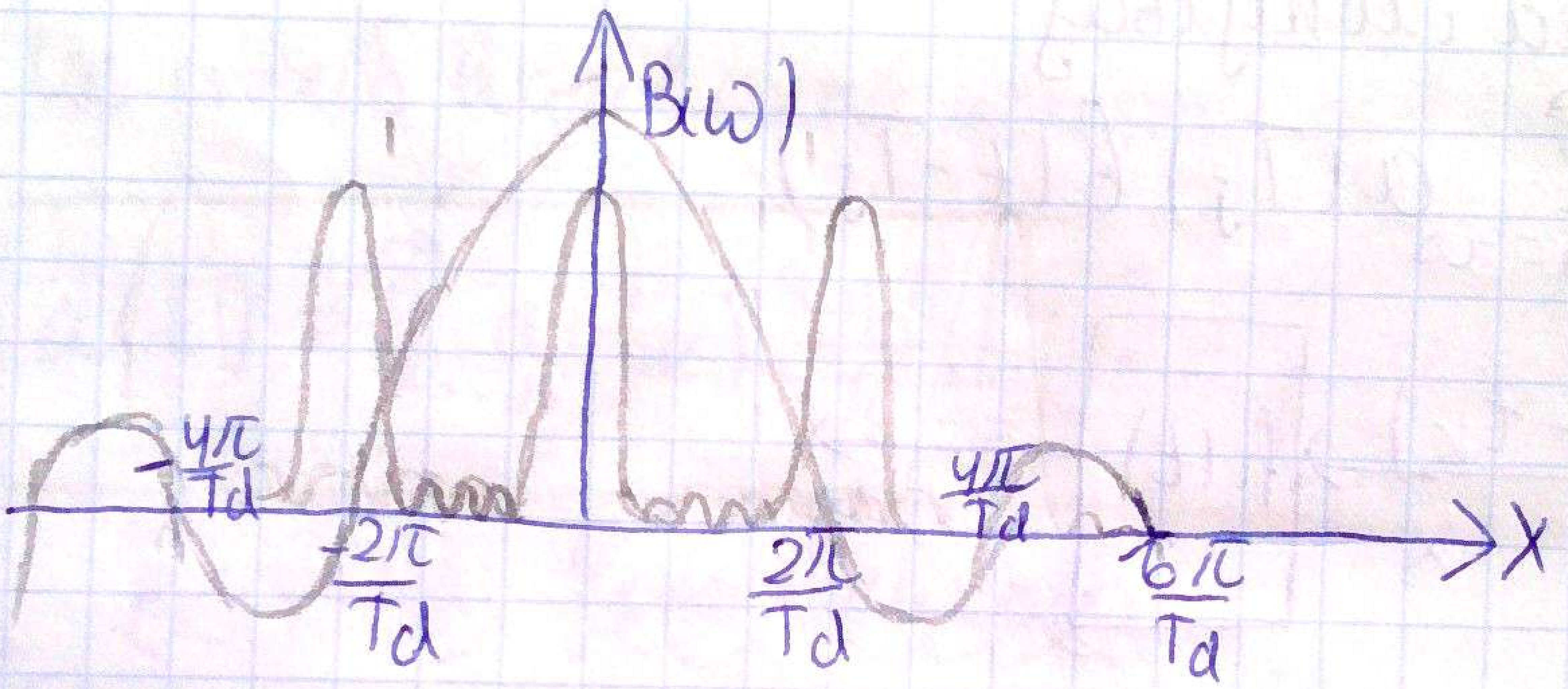
$$\lim_{\omega \to \infty} B(\omega) = 0$$





$$b(t) = \begin{cases} 0, & t < -Td/2 \\ 1, & -Td/2 \le t \le Td/2 \\ 0, & t > Td/2 \end{cases}$$

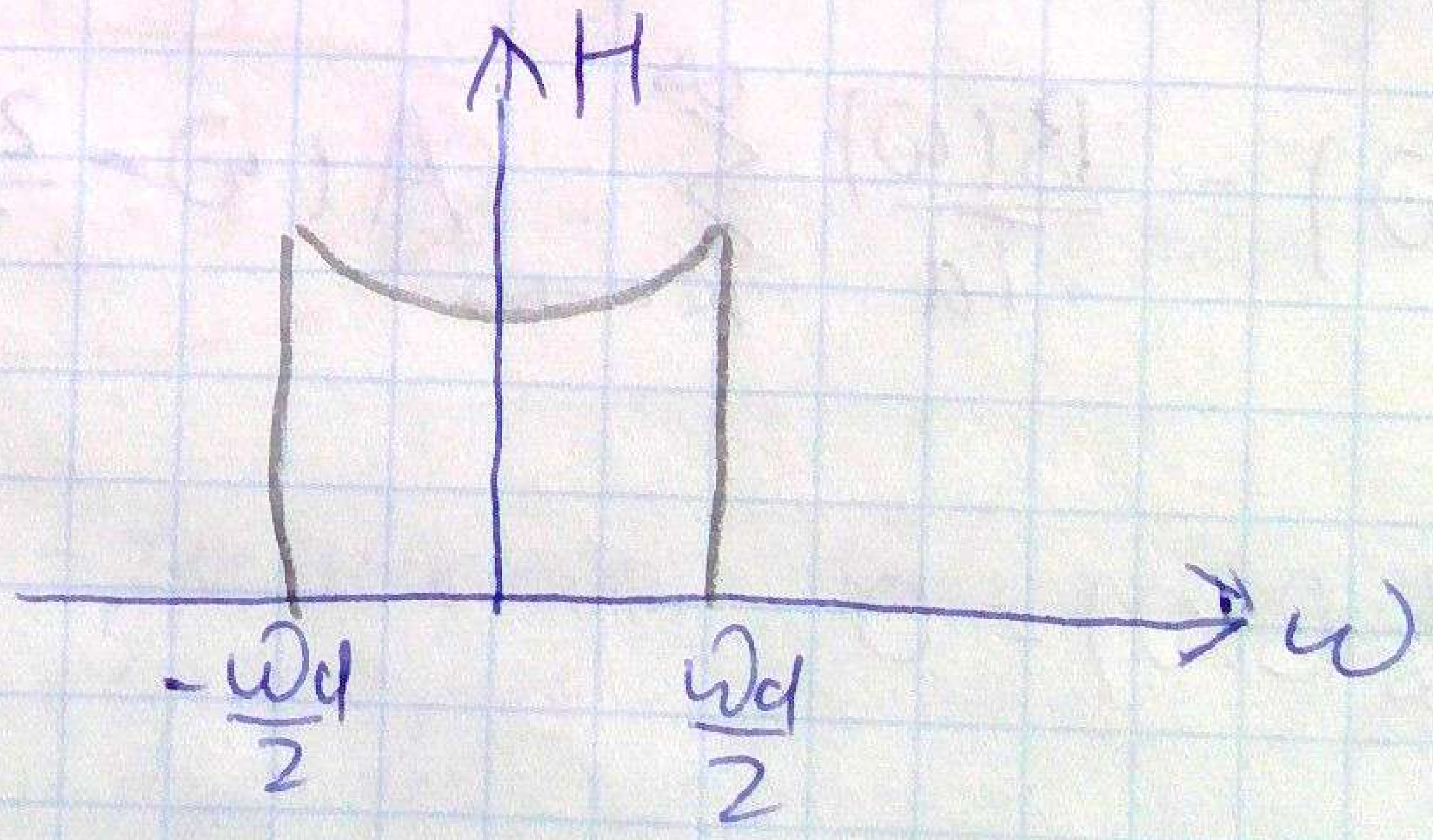
$$B(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} b(t) \exp(i\omega t)\, dt = Td\, \mathrm{sinc}\left(\frac{\omega Td}{2}\right)$$



$$\frac{A(\omega_{max})}{A(0)} = \frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi} = 0{,}6366 = -3{,}9\ дБ$$

ФНЧ $\frac{\omega d}{2}$

АЧХ $= \frac{1}{B(\omega)}$



тобто для кожної форми імпульсу буде свій фільтр частот

Шуми квантування

$a(t) \to a_j \qquad j = 1 \div N$

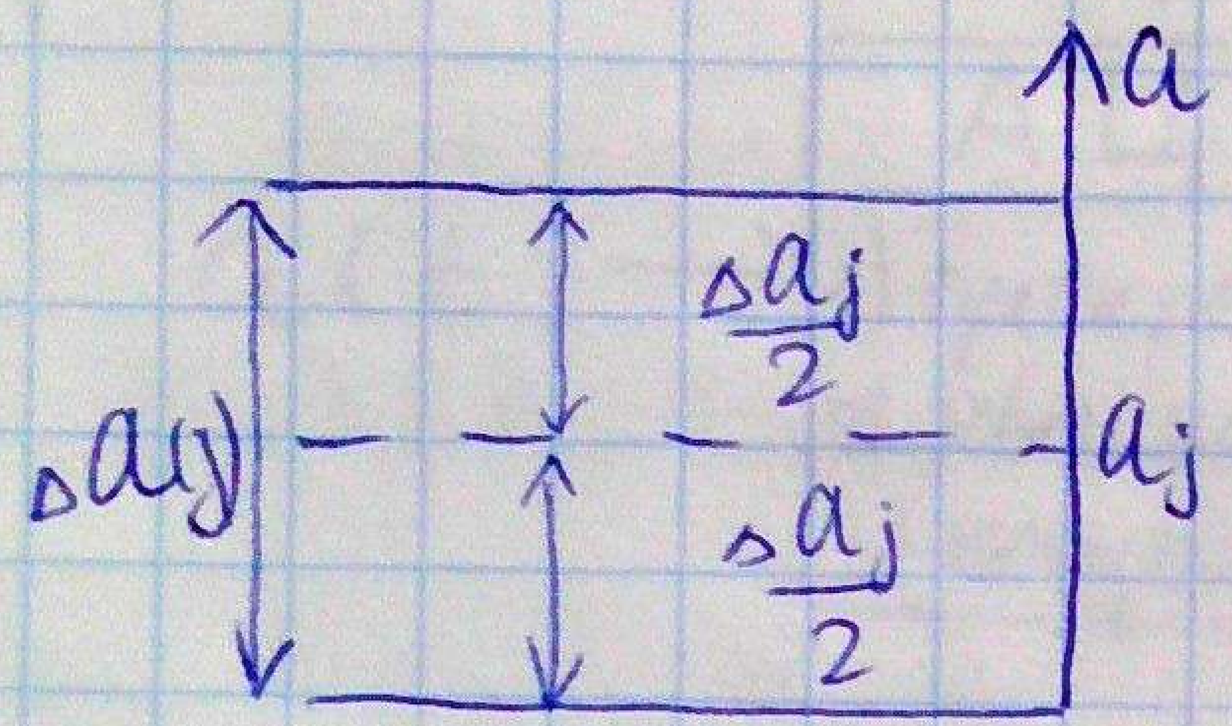
$a(t)$ має не більше N рівнів

$\Delta a(j) = a_i - a(t)$

Δa_j - крок квантув

$a_j = a_{j-1} + \Delta a_j$

$\Delta a(j) = \min \Rightarrow$ a_j посередині $\Delta a(j)$



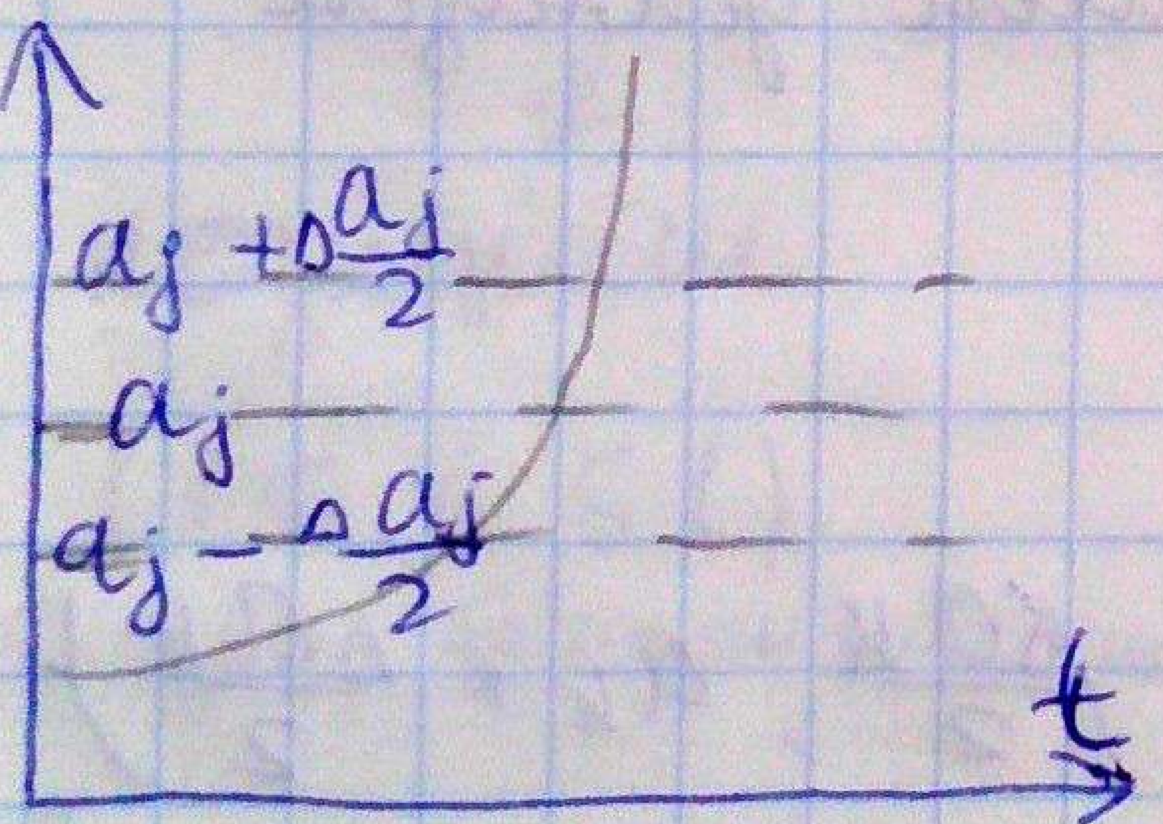
$$\Delta a(j)_{max} = \frac{\Delta a_j}{2}$$

$$a_j - \frac{\Delta a(j)}{2} \le a(t) \le a_j + \frac{\Delta a(j)}{2}$$

$\Delta a \sim P(\Delta a)$ - ймовірність

$$a_n(t) = a(t) + \Delta a$$

шуми квантув (спотворення)



$a(j) = a_0 = const$

$U_{min} \le U \le U_{max}$

$\Delta \bar{a} \to 0$

$$P(\Delta a) \to P\left(a_j - \frac{\Delta a_0}{2}, a_j + \frac{\Delta a_0}{2}\right) \to \frac{1}{N}$$

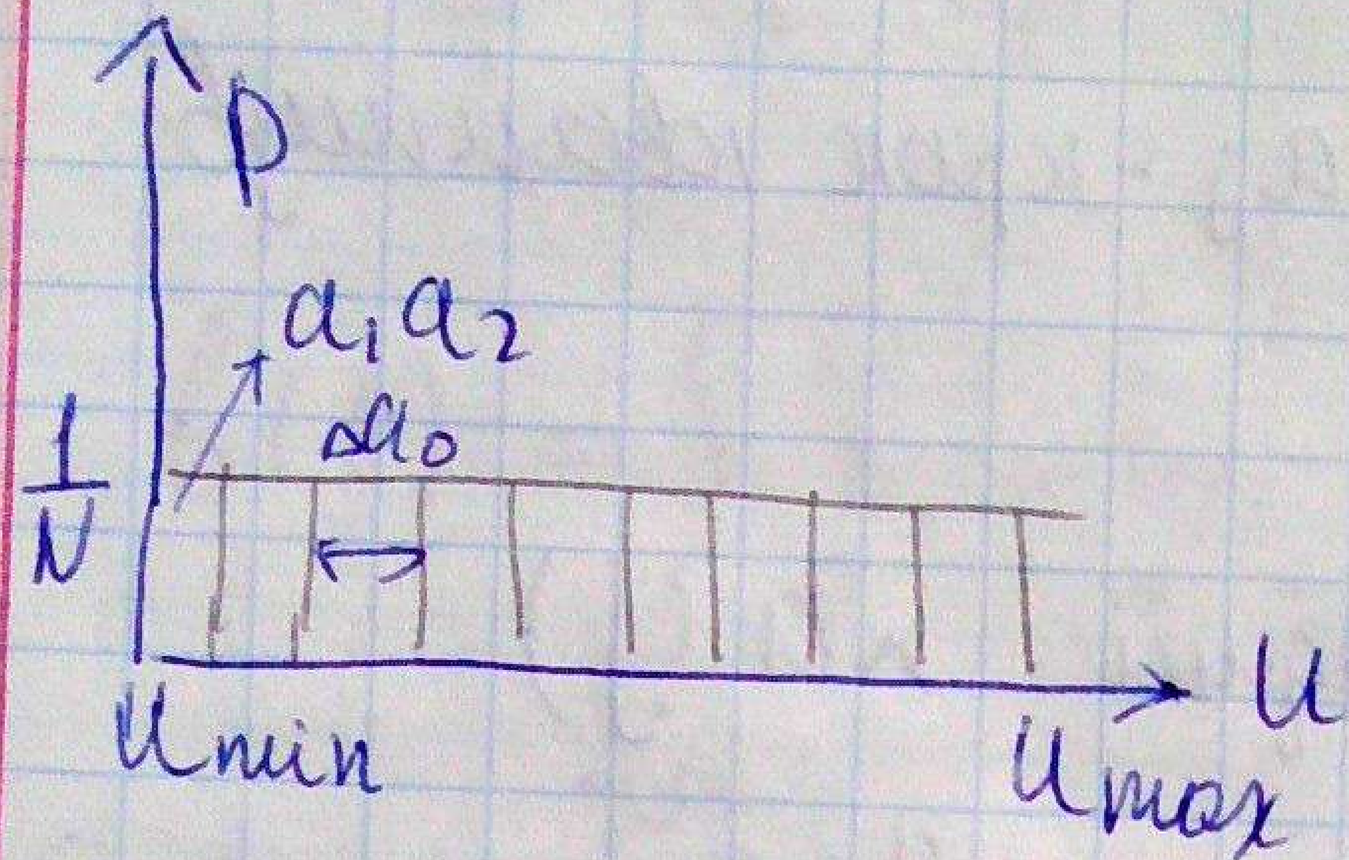
N - кількість кроків на які ми розбили діапазон можливих сигналів

$$N = \frac{U_{max} - U_{min}}{2}$$

сигнал у кожний відлік потрапляє з однаковою ймовірністю

$$D = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{N} P\left(a_j - \frac{\Delta a_0}{2};\ a_j + \frac{\Delta a_0}{2}\right)(\Delta a_0)^2$$

$$D(a_0) = \frac{(\Delta a_0)^2}{12} = \frac{a_N^2}{12N^2} \qquad // \ \Delta a_0 = \frac{a_N}{N}$$



Висновки

1) Вибір $N(\Delta a_0)$
2) $\sigma = f(N) = f(\Delta a_0)$
3) $\sigma = f(P\{0, 1, 2, a_n\})$
4) якщо маємо якусь додаткову інфу про сигнал, то треба використовувати той діапазон де ймовірність більша
5) $\sigma_n >> \sigma_k$

$$P\left(a_j - \frac{a_j}{2};\ a_j + \frac{\Delta a_j}{2}\right) > P\left(a_k - \frac{\Delta a_k}{2};\ a_k + \frac{\Delta a_k}{2}\right)$$

$\Delta a_j < \Delta a_k$ $\qquad$ $a(t)$ - ідеальний

$a^{(i)}(t) \Rightarrow a^{(p)}(t) = a^{(i)}(t) + n$

$SNR = \frac{\text{сигнал}}{\text{шум}} \Leftrightarrow \sigma$ - середньоквадратичне відхил сигналу від ідеального

Отже вибір кроку квантування виражається в збереженні рівня кроку SNR

SNR = const

$a_k(t) = a^{(p)}(t) + \Delta a$ $\quad a_k(t) \leftrightarrow a^{(i)}(t)$

$\sigma_\Sigma = \sigma_n + \sigma_k$

викликана наявністю шумів

віджил. квантов сигнал від реального

$a(t) \longrightarrow$ АЦП: 1) дискретизац 2) квантування 3) кодування $\longrightarrow a_j(t_i)$

Кодування

Сис-ми числення

позиційні

змішані

непозиційні

(15 і 51)

5-означ десятки чи одиниці

($\boxed{IV}$ і $\boxed{VI}$)

5-означ 5

Сис-ма числення - набір знаків і правил для запису числа

Число - міра кількості об'єктів

Правила запису - визнач сис-му числення

Розгляне сис-му: основа сис-ми a

тоді ∀ число можна подати у вигляді суми

$$C = \sum_{j=0}^{p} C_j a^j \qquad C \equiv C_j C_{j-1} \dots C_2 C_1 C_0$$

$$C_j = 0, 1, 2 \dots a-1$$

$a = 2$ двійкова сис-ма $C_j = 0, 1$

$a = 8$ вісімкова сис-ма $C_j = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

$a = 16$ шістнадцяткова $C_j = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$

$a = 36$ 1-С бухгалтерія 0...9, A-Z

<u>Приклад:</u> $a = 10$ $\quad (2013)_{10}$, $\quad C_3\, C_2\, C_1\, C_0$

$C_a \to C_b$

2013	2	
1006	2	1
503	2	0
251	2	1
125	2	1
62	2	1
31	2	0
15	2	1
7	2	1
3	2	1
1		1

(переведення з 10-кової у 2-кову)

$$(2013)_{10} = (11111011101)_2$$

$$2013 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + \dots$$

$$\begin{array}{r|l} 2013 & 8 \\ 5 & 251 \,|\, 8 \\ & 3 \,|\, 31 \,|\, 2 \\ & \quad 7 \,|\, 3 \end{array}$$

(переведення з 10-кової у 8-кову)

$(2013)_{10} = (37358)_8$

$2013 = 5 \cdot 8^0 + 3 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^3$

$$\begin{array}{r|l} 2013 & 16 \\ 13 & 125 \,|\, 16 \\ & 13 \,|\, 7 \end{array}$$

(з 10-кової у 16-кову)

$(7DD)_{16} = (2013)_{10}$

$$\begin{array}{r|l} 2013 & 66 \\ 33 & 55 \,|\, 36 \\ & 19 \,|\, 1 \end{array}$$

$(1JX)_{36} = (2013)_{10}$

Натуральний двійковий код

1) {Прямий двійковий код}

$C = \sum_{i=1}^{n} C_i 2^{-i}$ n - розряд АЦП

$C_i \in \{0; 1\}$

$C = \frac{U_{вх}}{U_{max}}$ $U = C \cdot U_{max}$

$n = 1$ $0;\ 1/2$

$n = 2$ $0;\ 1/2;\ 1/2$ $2^{-n} \le U \le 1 - 2^{-n}$

Прямий двійковий код ≡ лівий символ старший, правий символ молодший

С старший розряд ≡ знак = $\begin{cases} 1, \text{„}-\text{"} & \text{негат полярності} \\ 0, \text{„}+\text{"} & \text{позитив полярності} \end{cases}$

$U_1 = U(t_1) = 0,85\, U_{max}$

$U_2 = U(t_2) = -0,85\, U_{max}$

$C_1 = 10011011 = 0,85$

$C_2 = 110011011 = -0,85$

$\overline{U} = \dfrac{U_1 + U_2}{2} = 0$

2) {Змішаний код}

$$\left.\begin{array}{l} C = -2^{-1} + \sum\limits_{i=1}^{n} C_i\, 2^{-i} \\ -\dfrac{2U}{U_{max}} \le C \le \dfrac{2U}{U_{max}} \end{array}\right\}$$

$U(min) = -\dfrac{U_{max}}{2} \Rightarrow 0000\,0000$

$U(max) = +\dfrac{U_{max}}{2} \Rightarrow 1111\,1111$

$U = 0 \Rightarrow 1000\,0000$

3) {Додатковий код}

$C = C_0(-2^0) + \sum\limits_{i=0}^{n} C_i\, 2^{-i}$

$C_0 = \begin{cases} 1, & U < 0 \\ 0, & U \ge 0 \end{cases}$

$-U_{max} \le U \le U_{max}$

$$\left.\begin{array}{l} C_{min} = -1 + 2^{-n} \\ C_{max} = 1 - 2^{-n} \end{array}\right\} \Rightarrow U = 0 \equiv C = 0000\,0000$$

4) {Обернений код} (913)

Двійково десяткові коди

$U_1 \le U \le U_2$

$a_j \to j_{10} \equiv C_p\, C_{p-1} \ldots C_2 C_1 C_0$

$C_p \to$ bin(4), $C_{p-1} \ldots: 0 \div 9$

bin(4)
$0000 \div 1111$
$(0)_{10} \div (15)_{16}$?

Вага кожного розряда: 8 - 4 - 2 - 1
5 - 1 - 2 - 1
2 - 4 - 2 - 1

	8-4-2-1	5-1-2-1	2-4-2-1
0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 0 1
2	0 0 1 0	0 0 1 0	0 0 1 0

Код Грея

При зміні позиції на одиницю може змінюватись

Код Грея оснований на бінарному коді

	GC (Грей код)	BC (бінарний код)
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0011	0010
3	0010	0011
4	0110	0100
5	0111	0101
6	0101	0110
7	0100	0111
8	1100	1000
9	1101	1001
10	1111	1010
11	1110	1011
12	1010	1100
13	1011	1101
14	1001	1110
15	1000	1110

Звязок кода Грея і бінарного

	00	01	11	10
00	0	1	2	3
01	7	6	5	4
11	8	9	10	11
10	15	14	13	12

$GC = \{G_i\}$

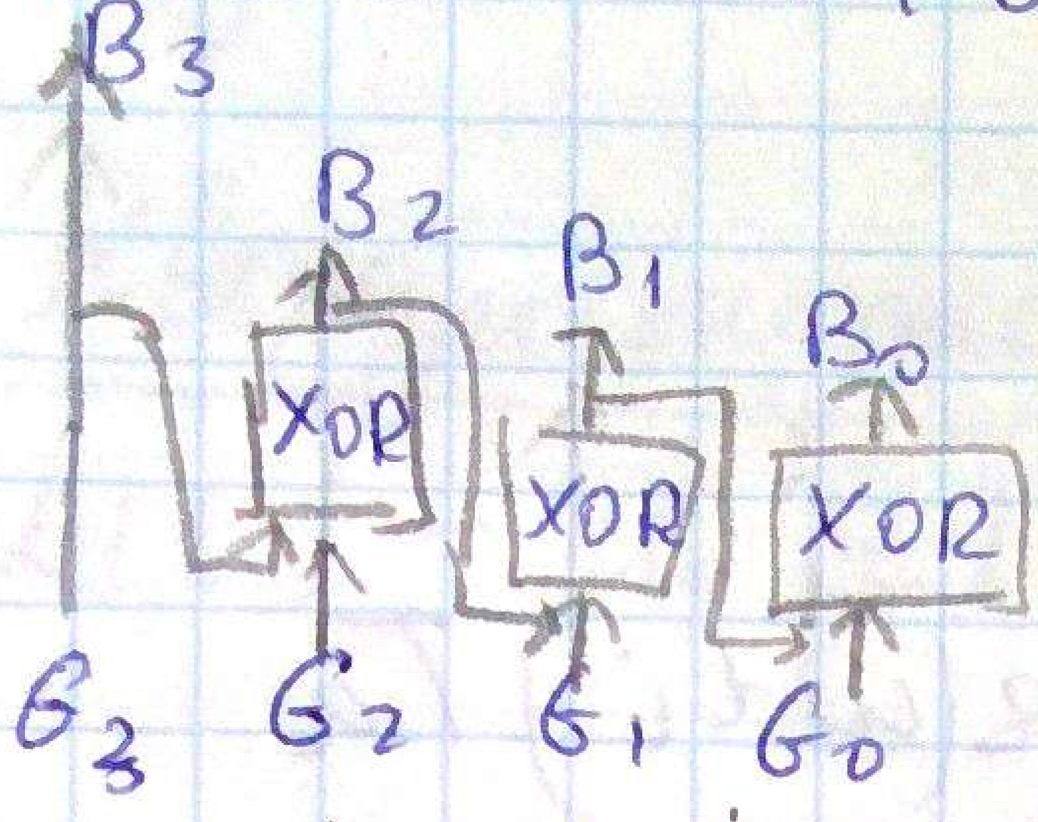
$BC = \{B_i\}$

$G_i = B_i \otimes B_{i+1}$

$B_i = G_i \otimes B_{i+1}$

$(11)_{10}$ XOR $(1\ 0\ 1\ 1)_{BC} = B_i$
$(1\ 0\ 1)_{BC} = B_{i+1}$
$1\ 1\ 1\ 0$ GC

з бінарного отримали код Грея
i+1 зсунуто справа на один

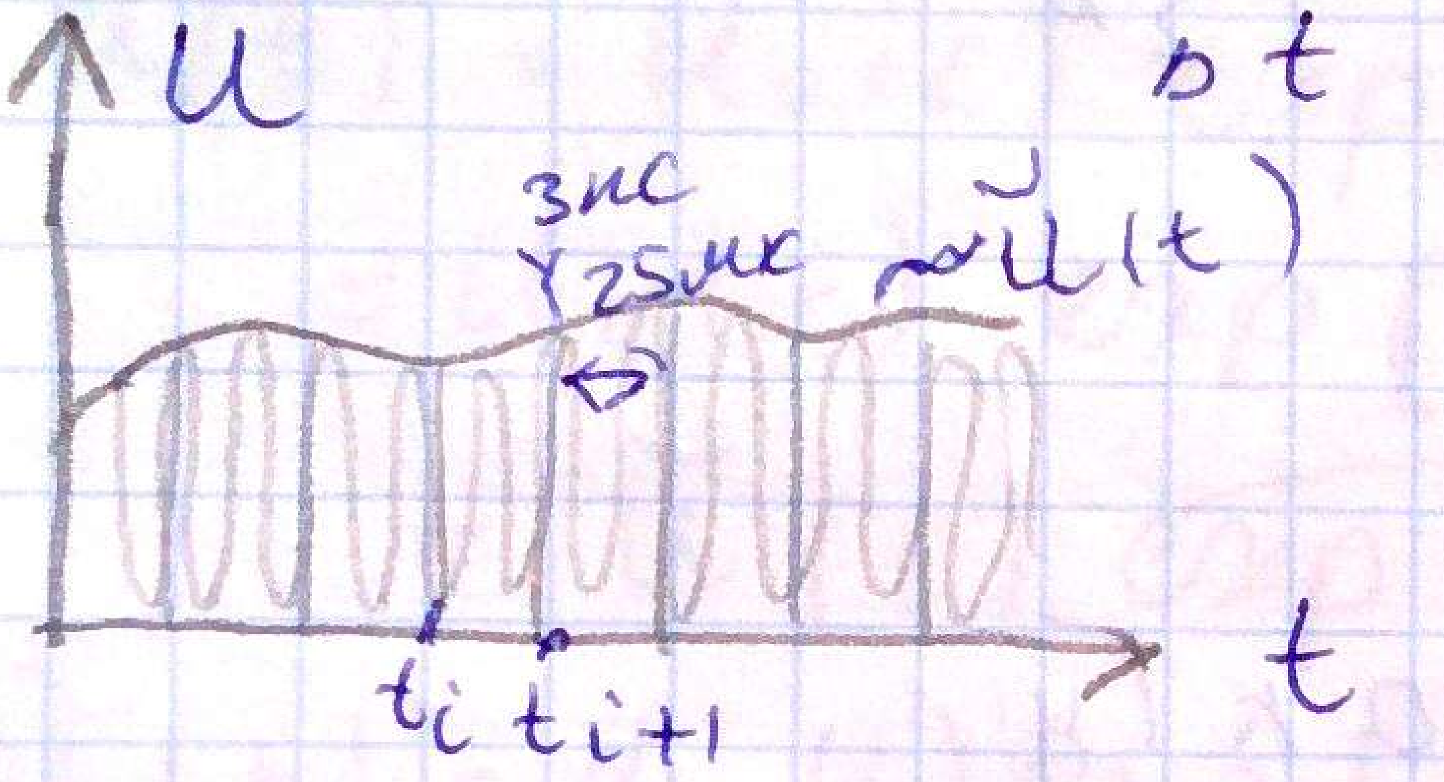


1	1	1	0	GC
1	0	1	1	BC

Розглянемо часові спотворення

$V(t) \rightarrow \boxed{АЦП} \rightarrow$ Code

Δt



Невизначеність $t_i \div t_i + \Delta t$

$$\Delta U_a = |U(t_i) - U(t_i + \Delta t)|$$

$\Delta t < T_a$ (апертур час)

ΔU_a - апертурна помилка

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}\Delta x + \frac{f''(x_0)}{2!}\Delta x^2 + \ldots$$

$$\underset{t_i + T_a}{x} = \underset{t_i}{x_0} + \underset{T_a}{\Delta x}$$

$$U(t_i + T_a) = U(t_1) \pm \frac{U'(t_1)}{1!}$$

$$U(t) = U_{max} \sin(\omega t)$$

$$U_{max} = 1$$

$$U(t_i + t_a) = U(t_i) + \omega \cos(\omega t_i) T_a$$

$$\Delta U_a = \omega \cos(\omega t_i) T_a \le |\cos(\omega t_i)| \le 1$$

$$\Delta U = \frac{U_{max}}{2^N} = \frac{1}{2^N}$$

$$\Delta U_a = |U(t) - U(t_i + \Delta t)|$$

$$\Delta U_a \le \omega T_a \le \Delta U = \frac{1}{2^N}$$

$$\omega T_a \le \frac{K}{2^N}$$

$$f_{max} = 20 \text{ кГц}$$

$$f_d \ge 2 f_{max} = 40 \text{ кГц}$$

$$T_d = 25 \text{ мкс}$$

$N = 8$ $\quad K = 1\%$ $\quad \omega = 2\pi f$

$$T_a = \frac{0{,}01}{2^8 \, 2\pi \cdot 20 \cdot 10^3} = 3{,}1 \cdot 10^{-9} \text{ с}$$

$$T_a \approx 3 \text{ нс}$$

$$T_d^* = 3 \text{ нс}$$

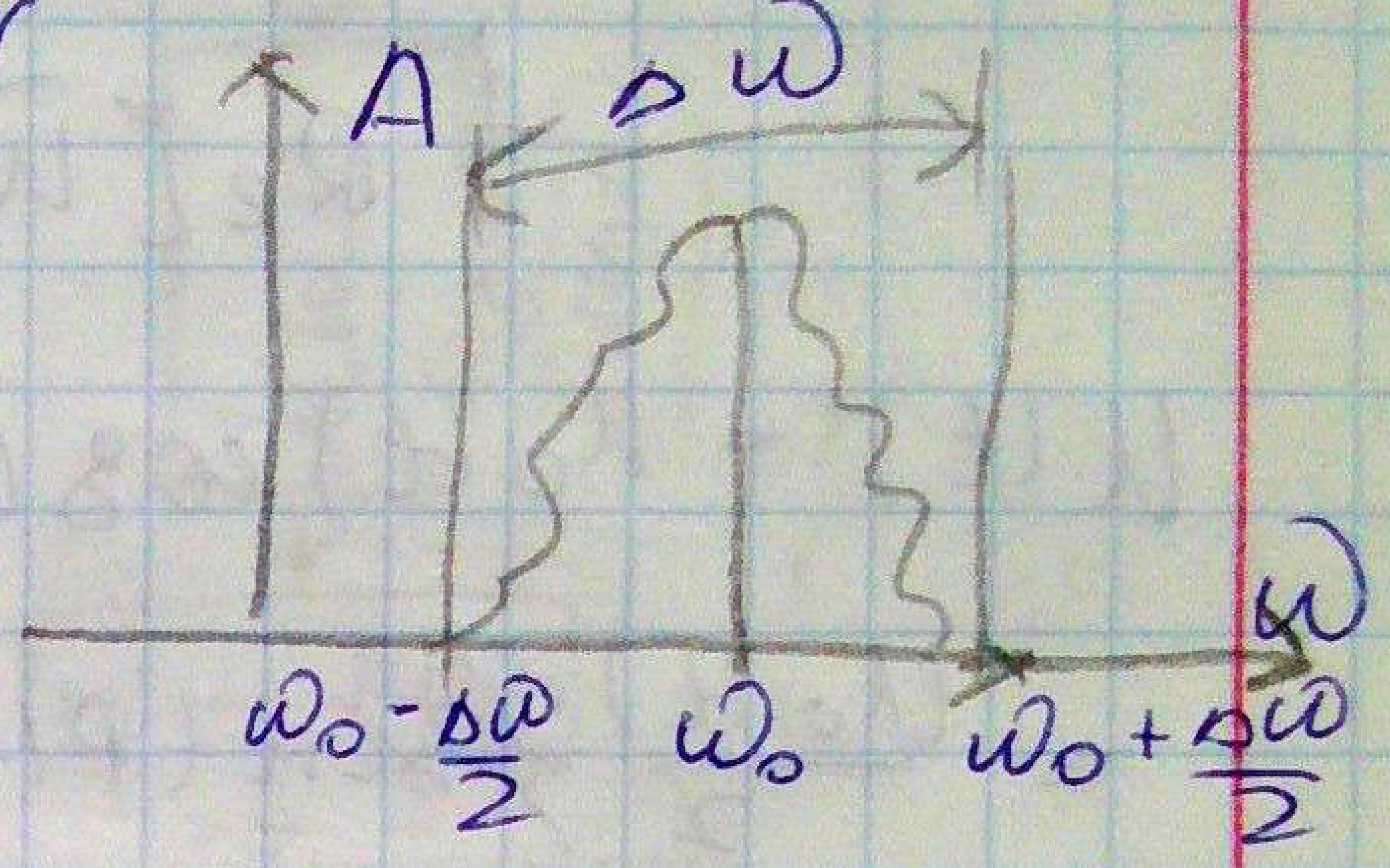
$$f^*_{max} = 160 \text{ МГц}$$

$$\frac{f^*_{max}}{f_{max}} = \frac{160\ МГц}{20\ кГц} = 8\cdot 10^3$$

Квадратурна дискретизація

$$U(t) = U_0(t)\cos(\omega_0 t + \varphi(t))$$

$$U(t) => F[\ ]$$



Відповідно до теореми Котельникова:

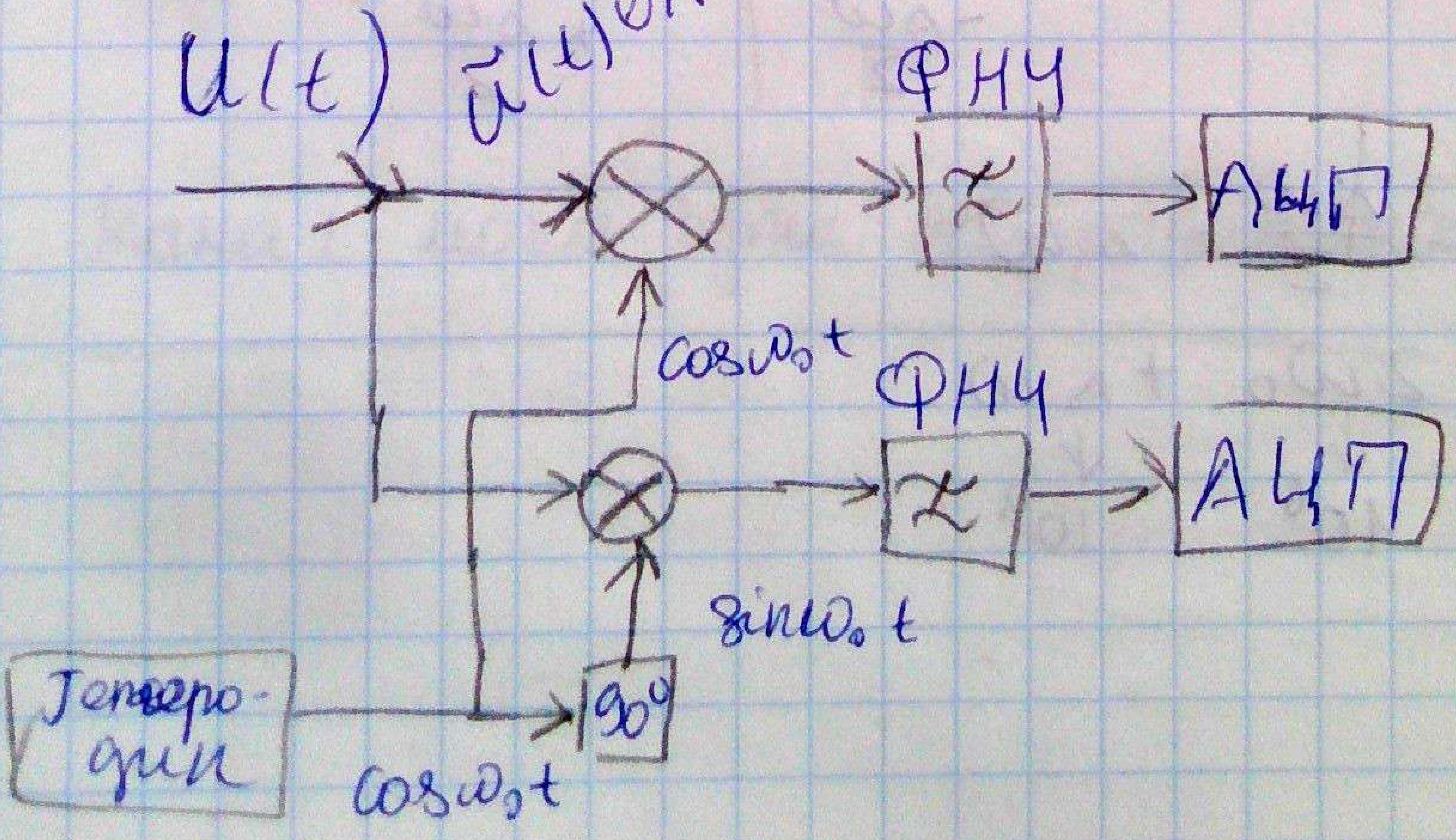
$$\omega_d \geq 2(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2})$$

$$U_a(t) = U_0(t)\exp[i(\omega_0 t + \varphi(t))] =$$

$$= U_0(t)\exp[i\varphi(t) - \exp(i\omega_0 t)] \approx$$

$$= \tilde{U}(t)\exp(i\omega_0 t)$$ радіочастот заповнення

$$\tilde{U}(t) = U_0(t)\exp[i\varphi(t)]$$ - комплексно огинаюча



$$u(t) = u_0(t)\cos[\omega_0 t + \varphi(t)]\cos(\omega_0 t) =$$

$$= \frac{u_0(t)}{2}\{\cos(\varphi(t)) + \cos[2\omega_0 t + \varphi(t)]\} \to$$

$$\xrightarrow{\text{ФНЧ}} \underbrace{\frac{1}{2}u_0(t)\cos(\varphi(t))}_{\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\tilde{u}(t)]}$$

дійсна частина

$$u(t) = u_0(t)\cos(\omega_0 t + \varphi(t))\sin(\omega_0 t) =$$

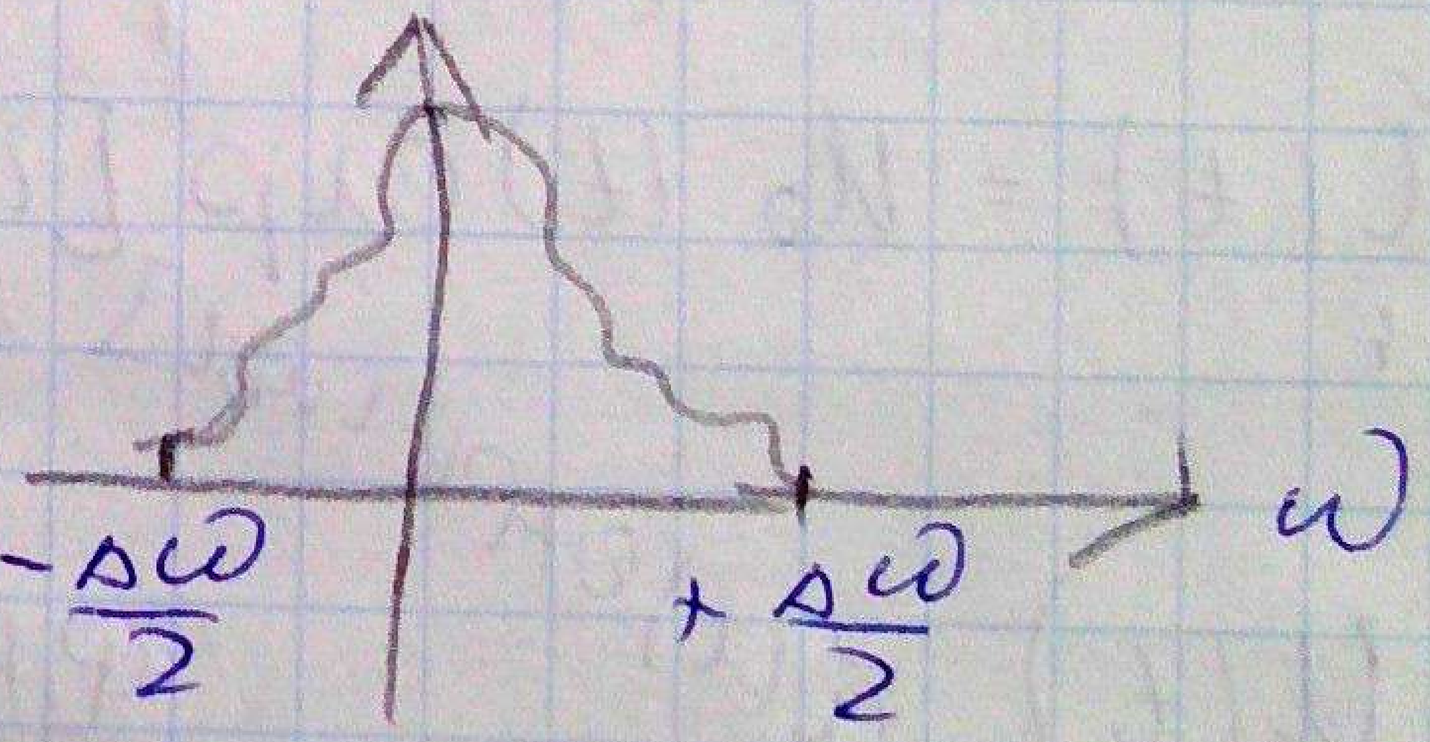
$$= \frac{u_0(t)}{2}\{\sin(\varphi(t)) + \sin[2\omega_0 t + \varphi(t)]\} \to$$

$$\xrightarrow{\text{ФНЧ}} \underbrace{\frac{1}{2}u_0(t)\sin\varphi(t)}_{\frac{1}{2}\mathrm{Im}[\tilde{u}(t)]}$$

уявна частина

$$e^{ix} = \cos x + i\sin x$$

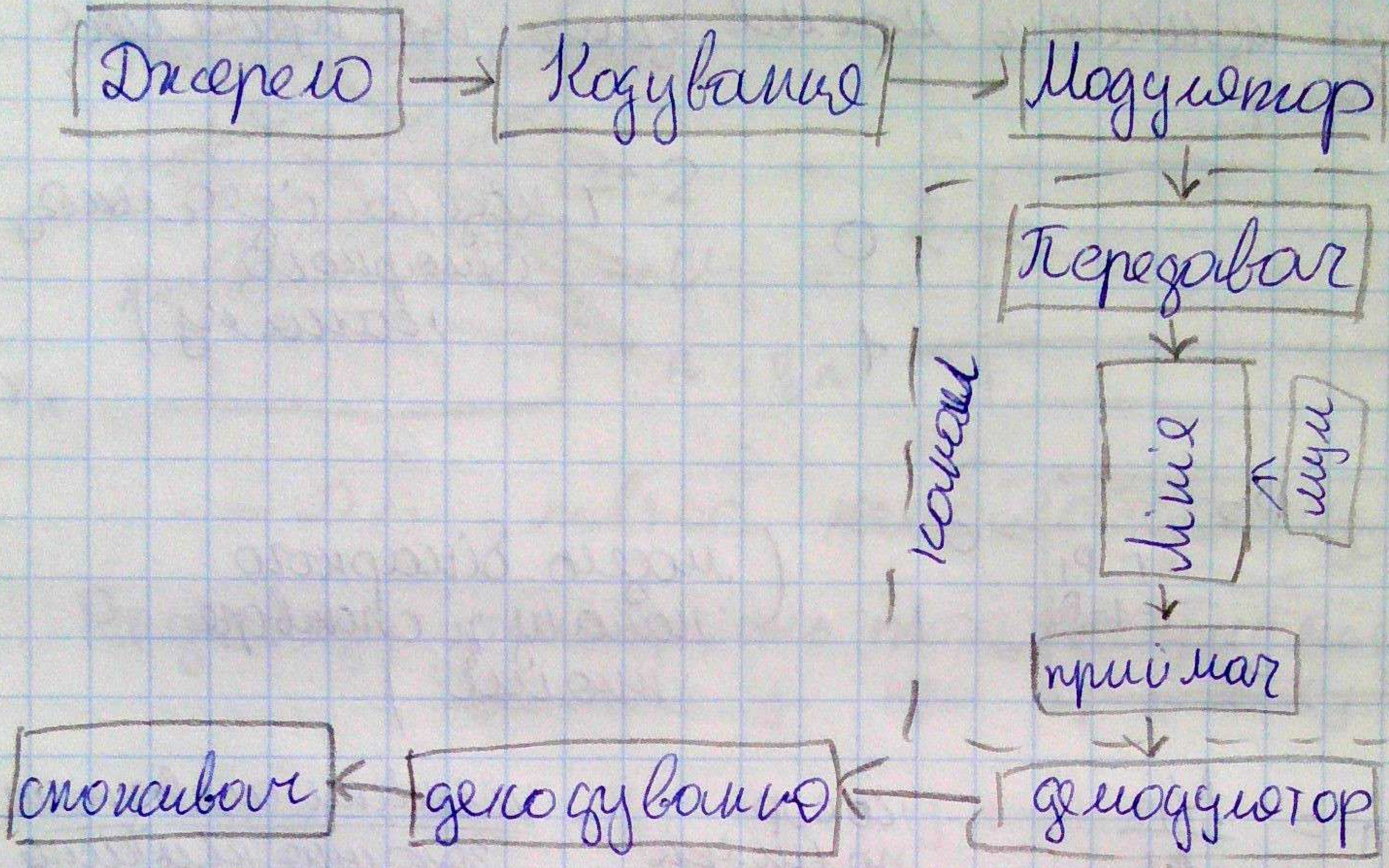
$$F[\ ] \to$$



$$\omega_д \geq 2\frac{\Delta\omega}{2} = \Delta\omega$$

$$\omega_д \ll \underset{\substack{\downarrow \\ 10^6}}{2\omega_0} + \underset{\substack{\downarrow \\ 10^3}}{\Delta\omega}$$

Елементи цифрових систем звязку



Лінія звязку — фізичне середовище в якому відбув поширення сигналів

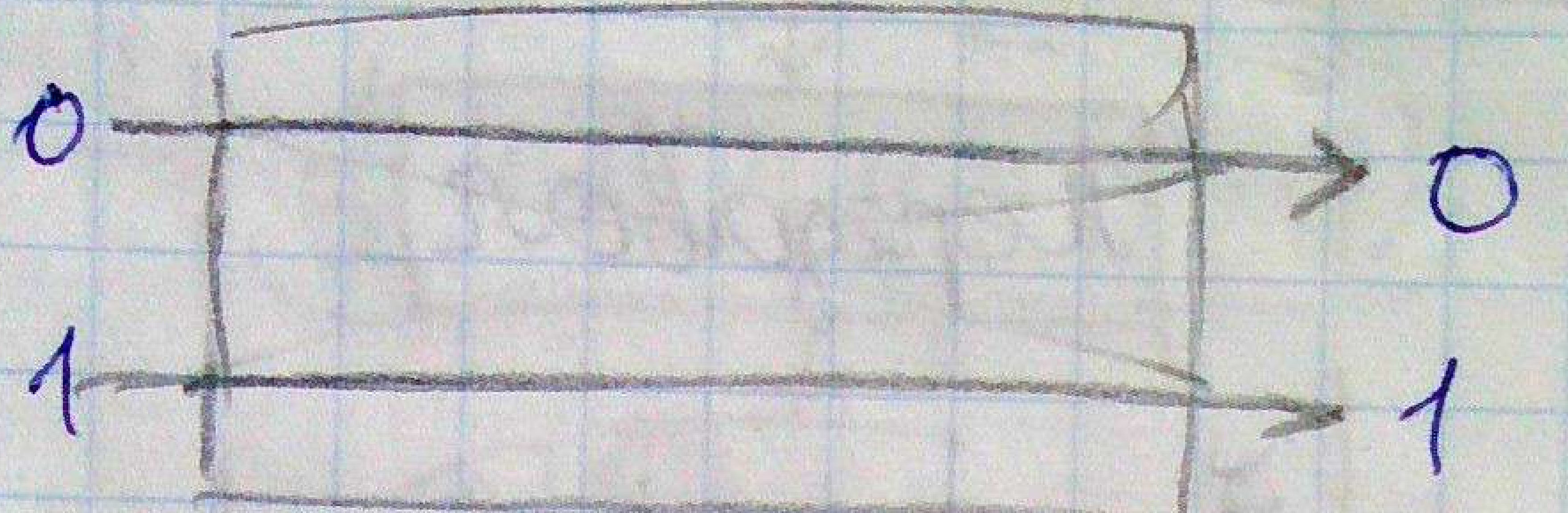
Канал звязку -

Канал може бути цифровим або аналоговим

Моделі каналів зв'язку

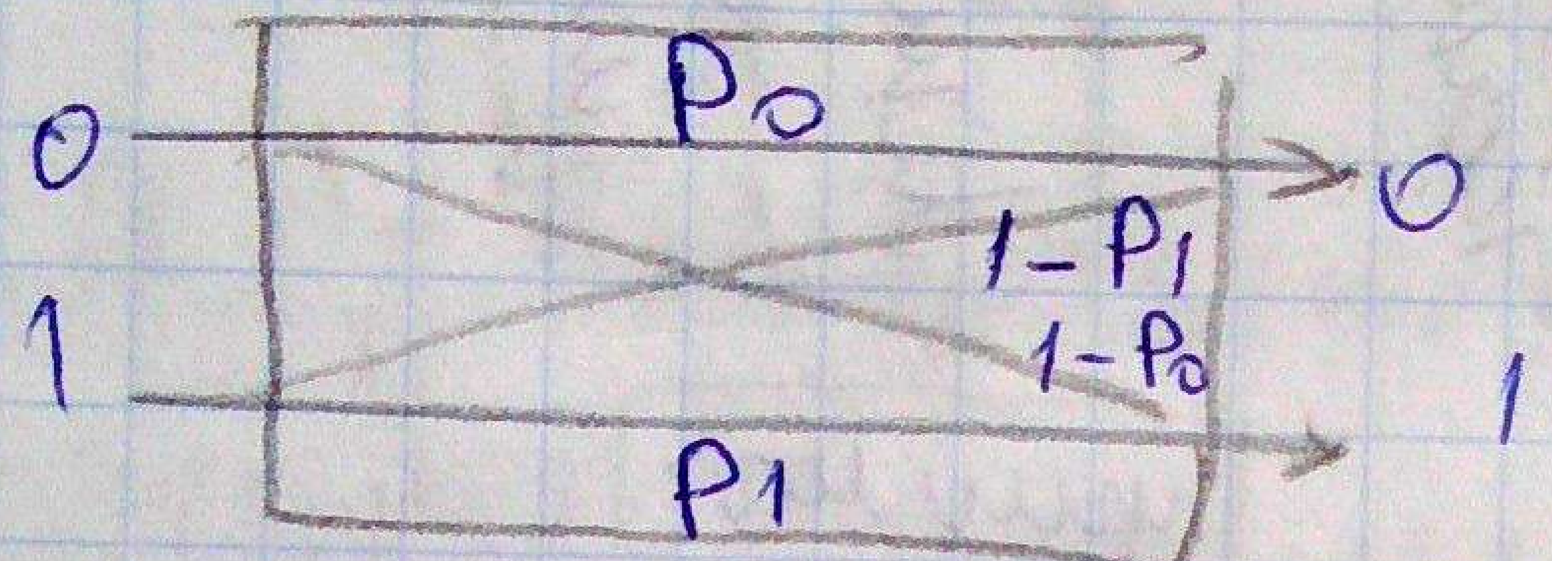
Є деяка кількість можлив знач, що приймає по вході

а)



(модель ідеального бінарного каналу)

б)



(модель бінарного каналу зі спотвореннями)

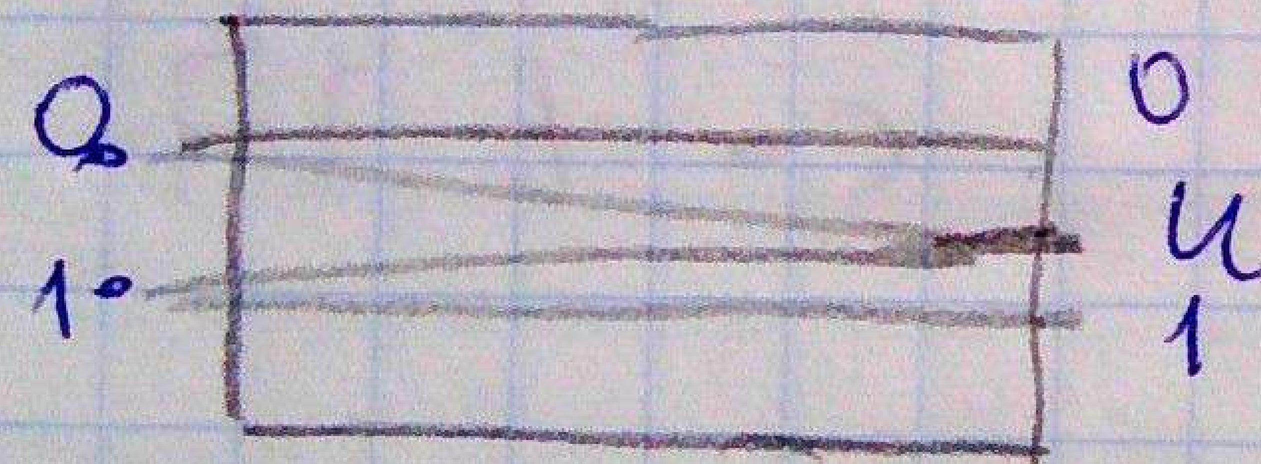
$K_П = \frac{N_П}{N}$ - коеф помилки = кількість симв зі пом / загальну кількість переданих символів

при $N \to \infty$ $K_П \to P_П$ $P_П = \lim_{N \to \infty} \frac{N_П}{N}$

Якщо $p_0 = p_1 \to$ симетричний

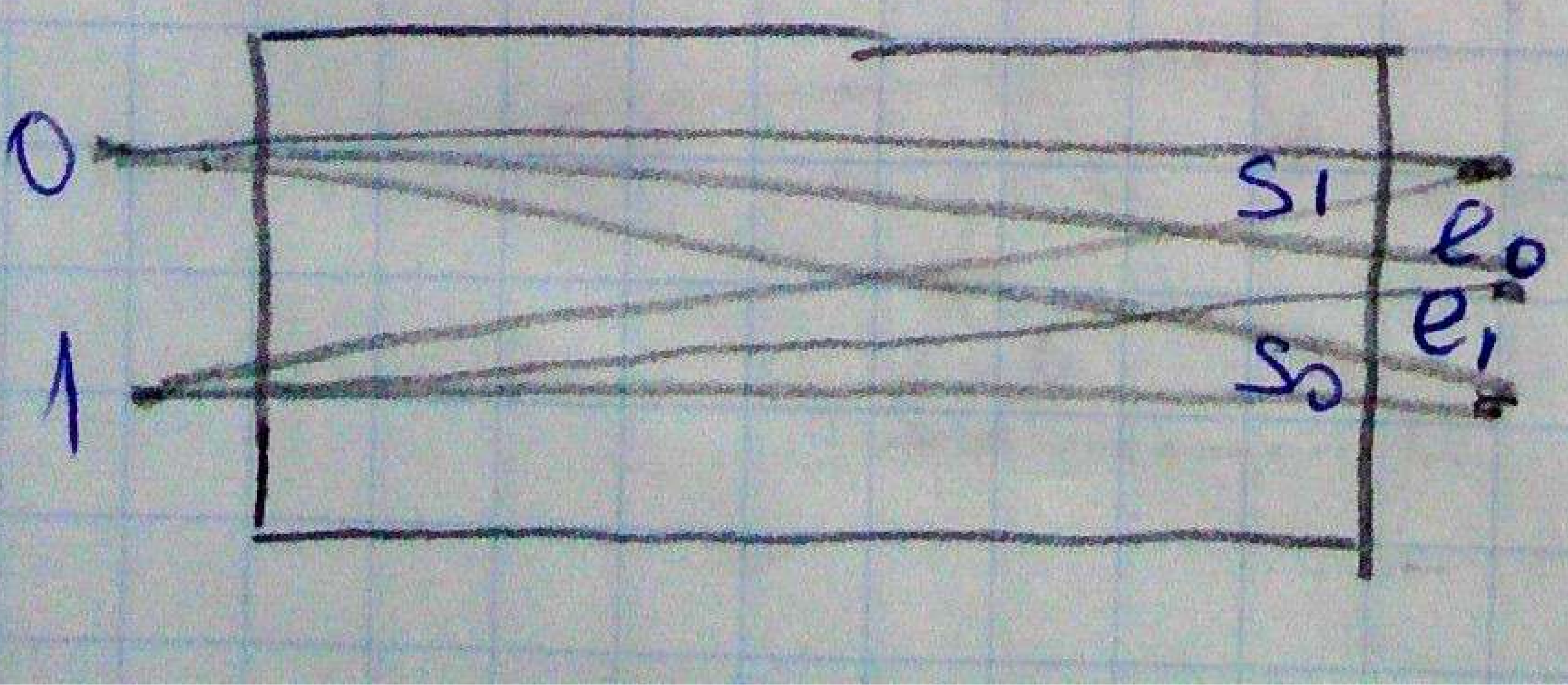
$1 - p_0 = 1 - p_1 = P_П$

в)



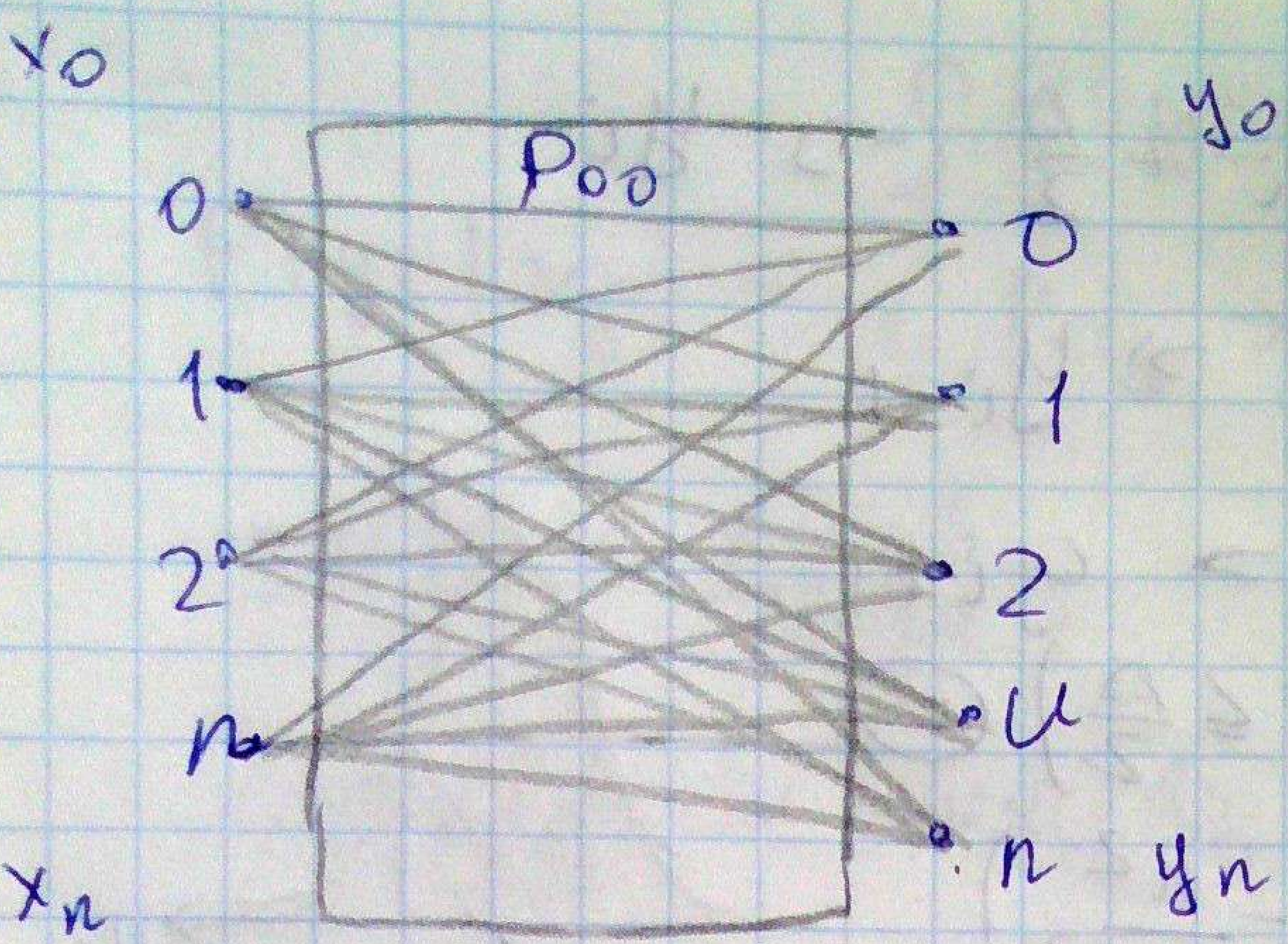
u (unknown) - невідоме знач

Найбільш повною є модель



$P_0 + S_0 + e_0 = 1$

$p_1 + S_1 + e_1 = 1$



P_{ij} ; P_{ii} - ймовір правильної передачі

D_{ij} повтор комбінаторику

$P(y_i | x_j)$ - ймовірність того що прийнясться сигнал y_i при передачі x_j

	y_0	y_1	...	y_n
x_0	1			
x_1		1		
$\vdots$			1	
x_n				1

$y = \{y_i\}$

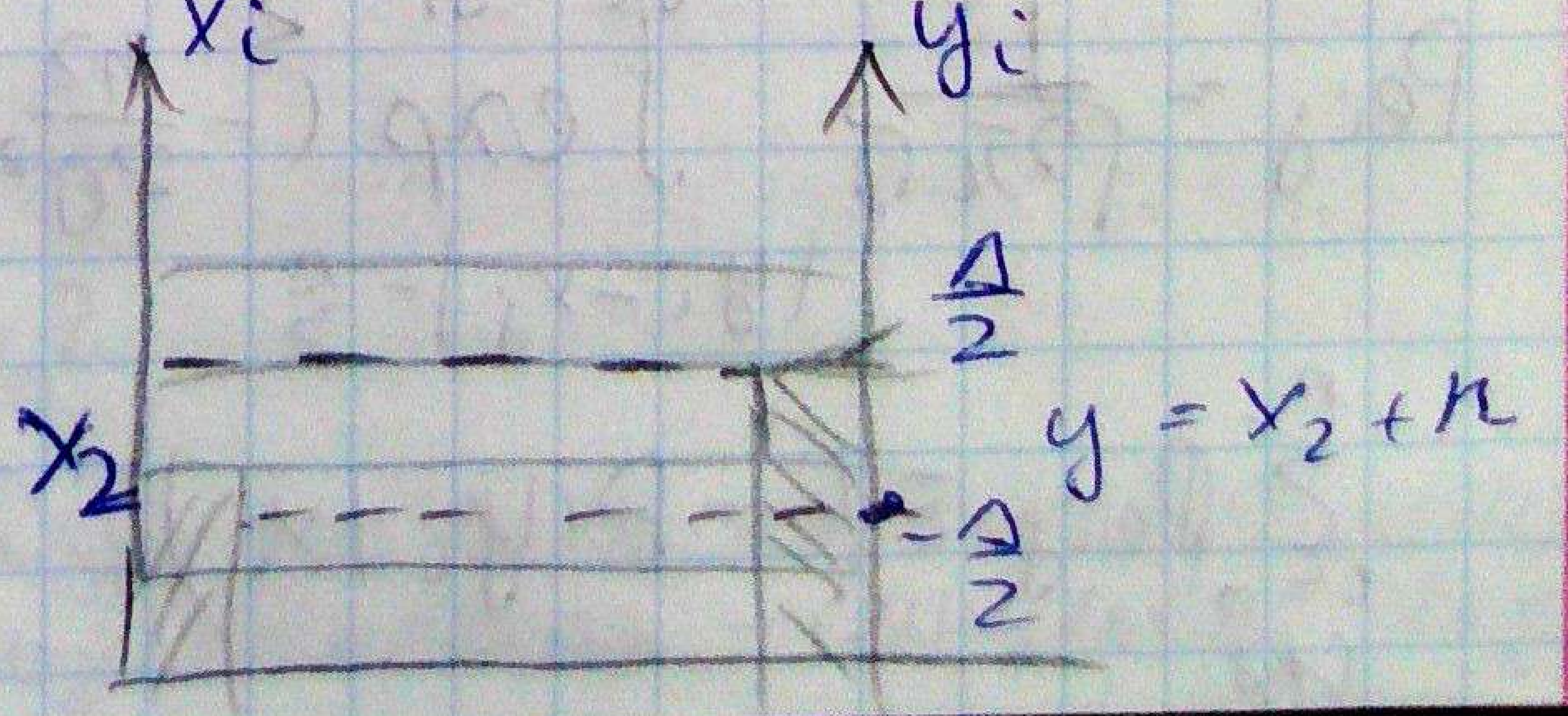
$x = \{x_i\}$

$y^{(i)} = f(x^{(i)})$

$y^{(i)} \neq f(x^{(j)})$ $\quad j = 0 \div i-1$

$y = x_i + n$

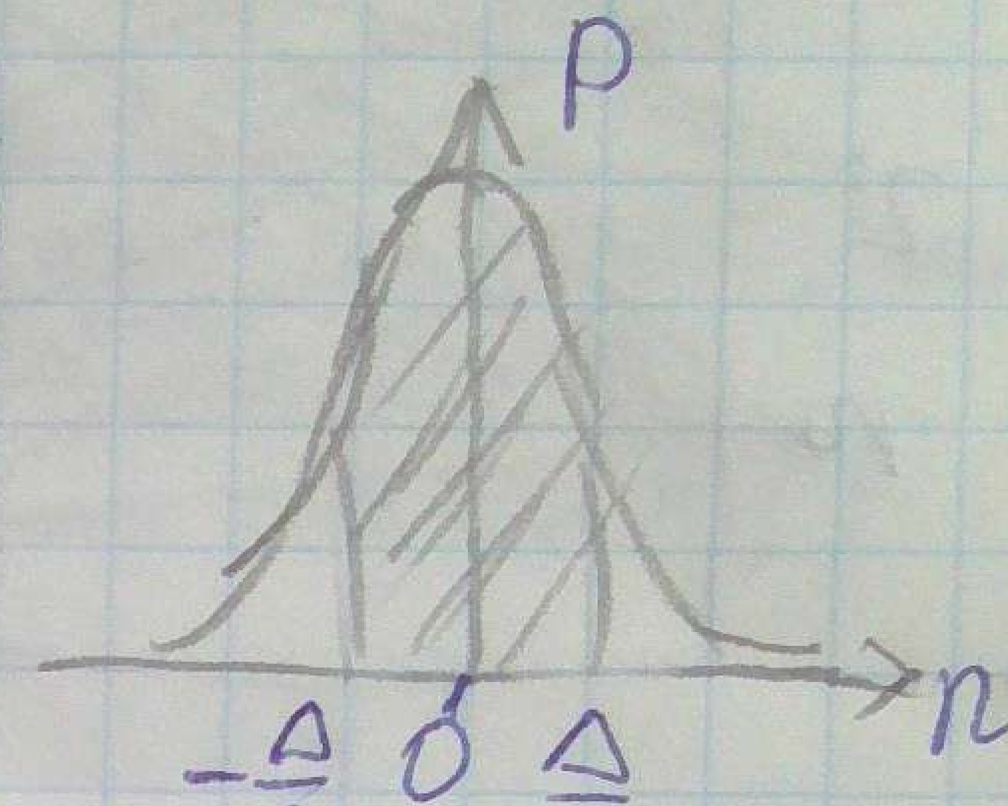
Δ - точність квантування



4.11 Методи цифр зв'язку
18.11 М. Р

$$y_i - \frac{\Delta}{2} < x_i + n \le y_i + \frac{\Delta}{2} \to y_i$$

$$\begin{cases} x_i + n \le y_i - \frac{\Delta}{2} \to y_{i-1} \\ x_i + n \ge y_i + \frac{\Delta}{2} \to y_{i+1} \end{cases}$$



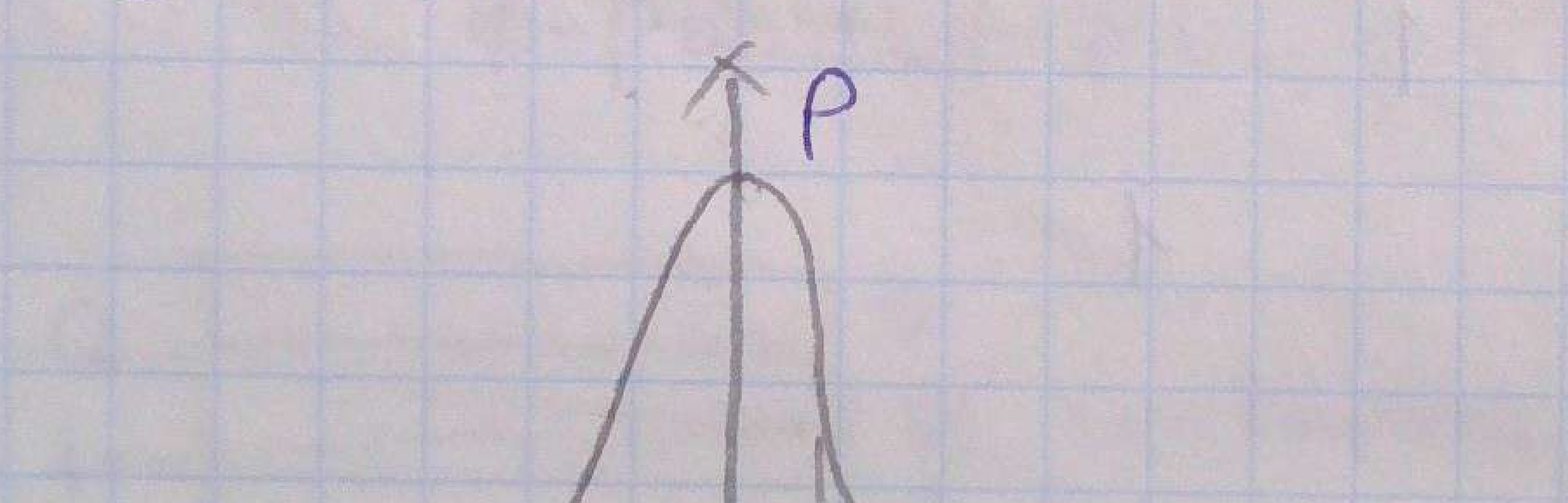
$$P(y_i | x_i) = P\left(|n| \le \frac{\Delta}{2}\right) =$$

$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$= \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\Delta/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right) dn = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{\frac{\Delta}{2}} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right) dn$$

Для симетричних каналів $P(y_i | x_i) = \begin{cases} P(y_i | x_i) \\ P_{eij}, \ i \ne j \end{cases}$

$$P_{eij} = P\left(|y_i - x_j| - \frac{\Delta}{2} < |n| \le |y_i - x_j| + \frac{\Delta}{2}\right)$$



$$P_{eij} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{|y_i - x_j| - \frac{\Delta}{2}}^{|y_i - x_j| + \frac{\Delta}{2}} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right) dn$$

$$\sum^{n} P_{eij} = 1 - P(y_i | x_i)$$

$$P(y_i | x_j) = \begin{cases} P(y_i | x_i) \\ P_{eij} \to \dfrac{1 - P(y_i | x_i)}{n-1} \end{cases}$$

$SNR = \frac{signal}{Noise}$ Signal-Noise-Ratio

треба зробити перехід від безпосереднього джерела

$N \sim n^2$ потужність шумової компоненти

$\langle n^2 \rangle = N$

$\langle x_i^2 \rangle = S$

$P_e = 10^{-6} \div 10^{-2}$ звичайні лінії зв'язку

$P_e = 10^{-12} \div 10^{-6}$ вимоги до похибки

Кодування

Розділ 2

Кодування — процес перетворення повідомлень у дискретні сигнали

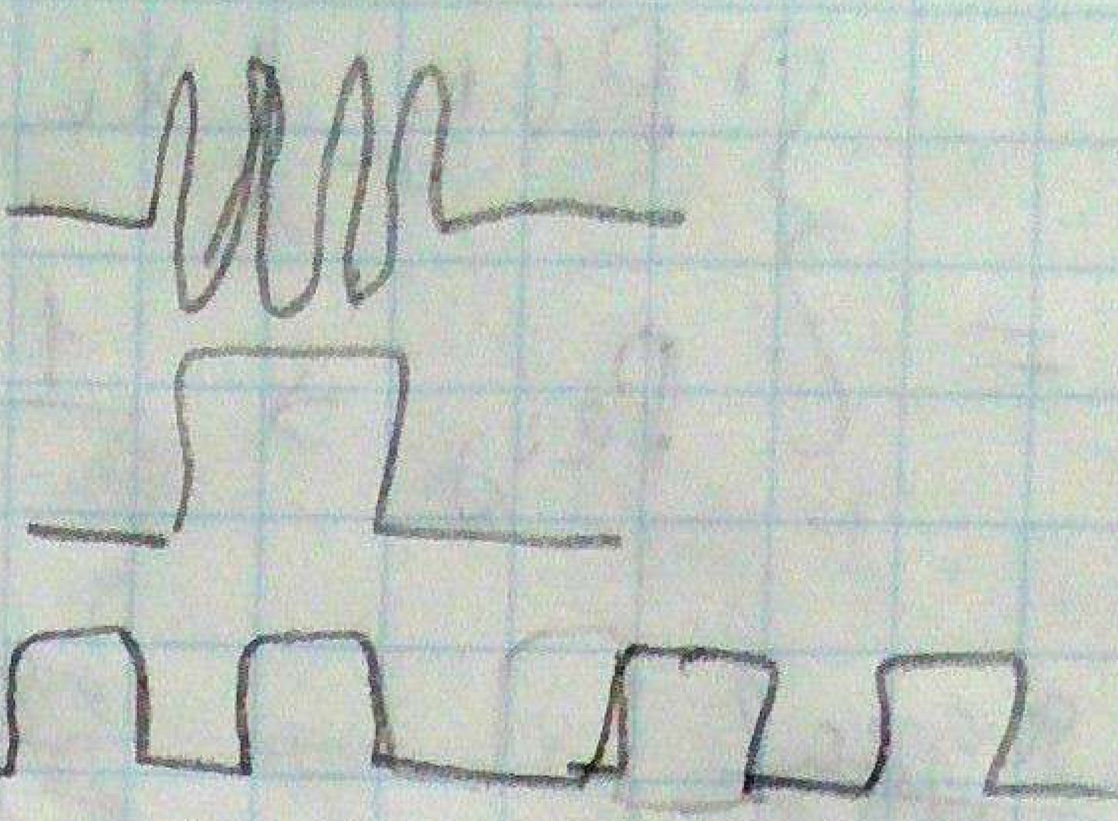
Набір правил за якими здійснюються перетворення називається кодом

Код записується як послідовність певних умовних символів

0, 1, 2, 3, 4 5 6, 7, 8, 9,

A, B, C . . . X, Y, Z

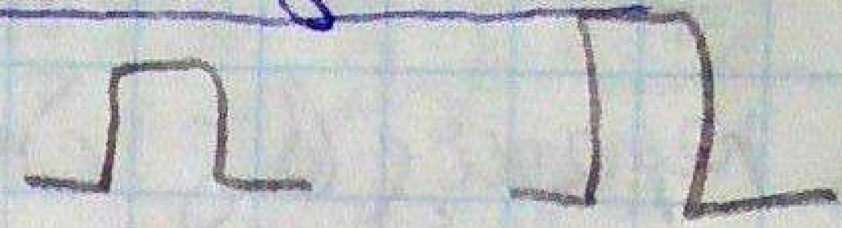
Всі символи повинні відрізнятися характеристиками ці характеристики називаються — імпульсні характеристики

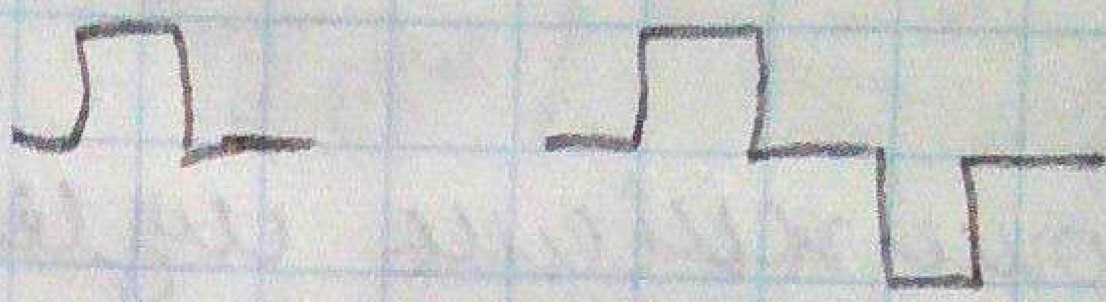
1) радіоімпульс 

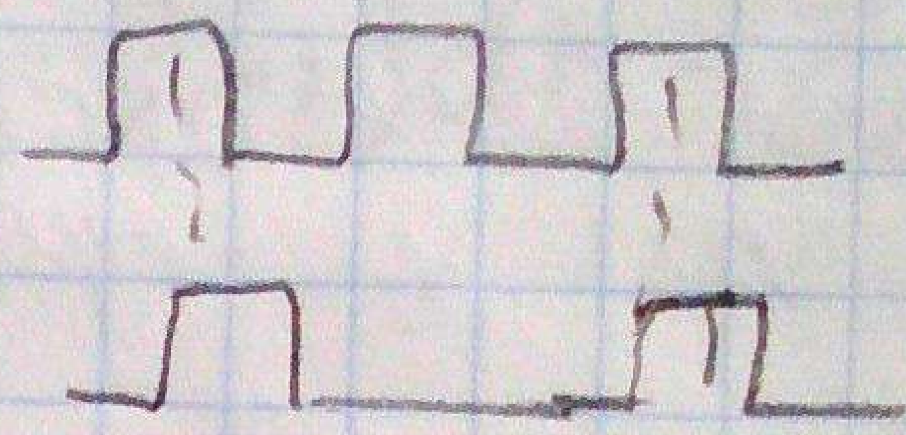
2) відеоімпульс

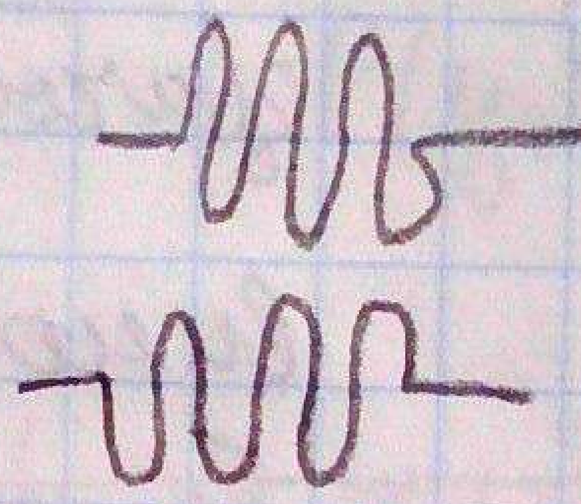
3) пауза

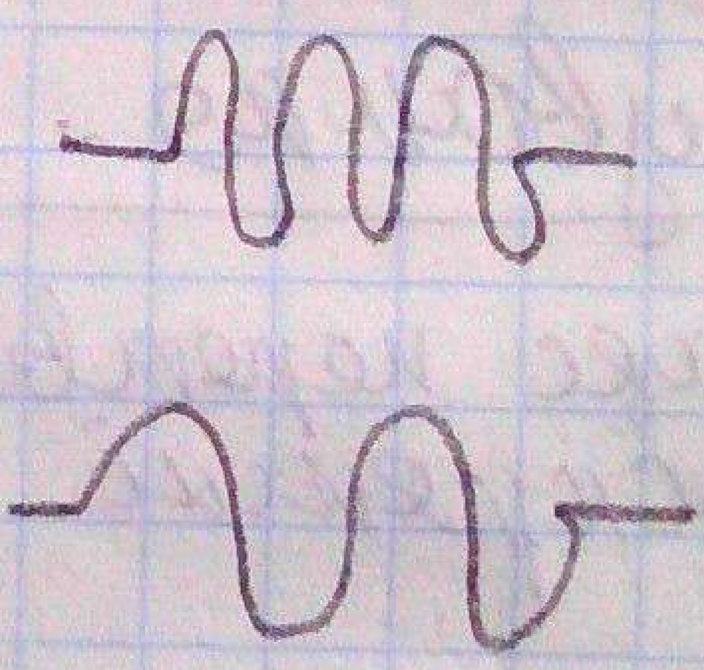
<u>Імпульсні або кодові ознаки</u>

=> 1) амплітуда 

2) полярність 

3) часові 

4) фаза 

5) частота 

<u>Алфавіт</u> – множина всіх кодових елементів в

Комбінація елементів алфавіту – <u>кодове слово</u>

Повідомлення => кодове слово (У повідомлення ставить у відповідність кодове слово унікальне)

<u>це дозволяє вирішити такі проблеми:</u>

1) Узгодження джерела інформації і каналу

2) Підвищити й достовірність правильна передачі по каналу

3) Підвищити ефективність використання кан

4) Зменшити вірність передачі, збереження фізи

5) Забезпечити конфіденційність.

Вибір методів кодування: залежить від

f (кількість переданої інфи
кількість кодових ознак
час передачі
параметри каналів
апаратна частина)

Часто для оцінки методів використ в якості оцінки мах обєм даних при якому ще забезпеч завадостійка передача зі сталою швидкістю

Два методи кодування - вибираємо швидкість
- порівнюємо

Класифікація кодів

Ознаки за якими класифікують коди

1) Кількість кодових імпульсів

2) Кількість розрядів необхідних для побудови елементів коду

3) Спосіб кодування (закон утворення кодових слів)

4) Спосіб формування (перенесення на кодові або імпульсні ознаки)

5) Спосіб передачі сигналів

~~ласифі~~
~~кація~~

1) а - однакові
б - бінарні
в - багатопозиційні

2) а - рівномірні $n = const$
б - нерівномірні $n \neq const$

3) а - блокові
б - неперервні

4) - роздільні (можна виділити частину що
нероздільні відповідає інформаційній
і перевірочній частині)

(інфор|перевірочна)

1 Лоба код Соломона приклад роздільного

Роздільні коди це називають n-кодами
(n - певне число)

Роздільні: — систематичні
(систематичні якщо певній перевірочного відповідає за певну специфікацію)
— несистематичні
(у ~~вроб~~ код соломона не систематичні)

= циклічні
= нециклічні

Характеристики кодів

1) Довжина кода

2) Основа кода

3) Площадність

4) Кількість кодових комбінацій
(множина)

5) Кількість інформаційних символів

6) Кількість перевірочних символів

7) Надлишковість кода

8) Швидкість кода

9) Вага кодових комбінацій

10) Кодова відстань

11) P - ймовірність виявлення помилок

12) Оптимальність коду

1) - кількість розрядів кодового слова N_K (кількість комбінацій)

2) - кількість відмінних кодових (ненульових) ознак. (для бінарних 2 $N_0 = 2$; для 8-ого коду $N_0 = 8$)

3) N_P - кількість кодових слів необхідних для передачі інформації.

4) $N_{\text{оборотний}} = 2^{N_K}$

5) N_i - кількість розрядів що виходять для передачі інф.

6) кількість розрядів для виявлення і виправлення помилок

$N_{\text{інфор}} + N_{\text{перевірочно}} = N_{\text{слова}}$

7) Надлишковість кода $R = N_2 / N_1$ (частка перевір символів у коді)

$$R = 1 - \frac{\log_{N_0} N_P}{\log_{N_i} N}$$

8) швидкість передачі коду $R_T = N_i / N_k = 1 - R$

$R + R_T = 1$

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
біт

$N_k = 4$, $N_p = 10$ (0...9)

$N_0 = 2$ $N = 2^4$

N_0 - основа $R = 1 - \frac{\log_2 10}{\log_2 16} = 0,16952$

$R_T = 1 - R = 0,83048$

9) Вага коду - кількість символів відмінних від нуля в кодовій комбінації

$d_k = 2$
10001 $m_k = 1$
10011 $m_k = 3$

10) Кодова відстань d_k - кількість різних символів
k_1, k_2

$d_k = m_k[XOR(k_1, k_2)]$

11) P_e - імовірність помилки
P_{ed} — " — виявляється
(error detection) $K_{вх} \neq K_{вих}$

$P_{ed} + P_e + P_c = 1$

N_p

12) Оптимальний код - код із всієї множини можливих кодів, з одною довжини N_k, з одною надлишковістю R який забезпечує найменше значення імовір помилки $P_e = min$

$d_k = 1$ — кодова відстань

1 розряд - помилка. Чи можемо виявити помилку

Нам треба щоб $d_k = 2$

2 розряд - $d_k = 3$

$d_k \geq n + 1$ n - кількість розрядів в

d_k - кодова відстань

$P_k = const$ $|k' - k| = min$

~~k' - k~~ метод max вірогідності MLE

Maximum Likelihood Estimation $\boxed{d_k \geq n+1}$

$\boxed{\text{Побудова кодів}}$

Підхід Шенона - Фано

A B C D E F G H
1 2 3 4 5 6 7 8

$N_k = 3$
$/\!/ \; 2^3 = 8$

$P_i = \frac{1}{8}$

$$H = -\sum \frac{1}{8} \log_2 \frac{1}{8} = 3$$

Ймовірність появи 1-го символа = P_A
2-го символа = P_B

$P_A = 0,5$ $P_E = 0,03125$
$P_B = 0,25$ $P_F = 0,0156$
$P_C = 0,125$ $P_G = 0,0078$
$P_D = 0,0625$ $P_H = 0,0078$

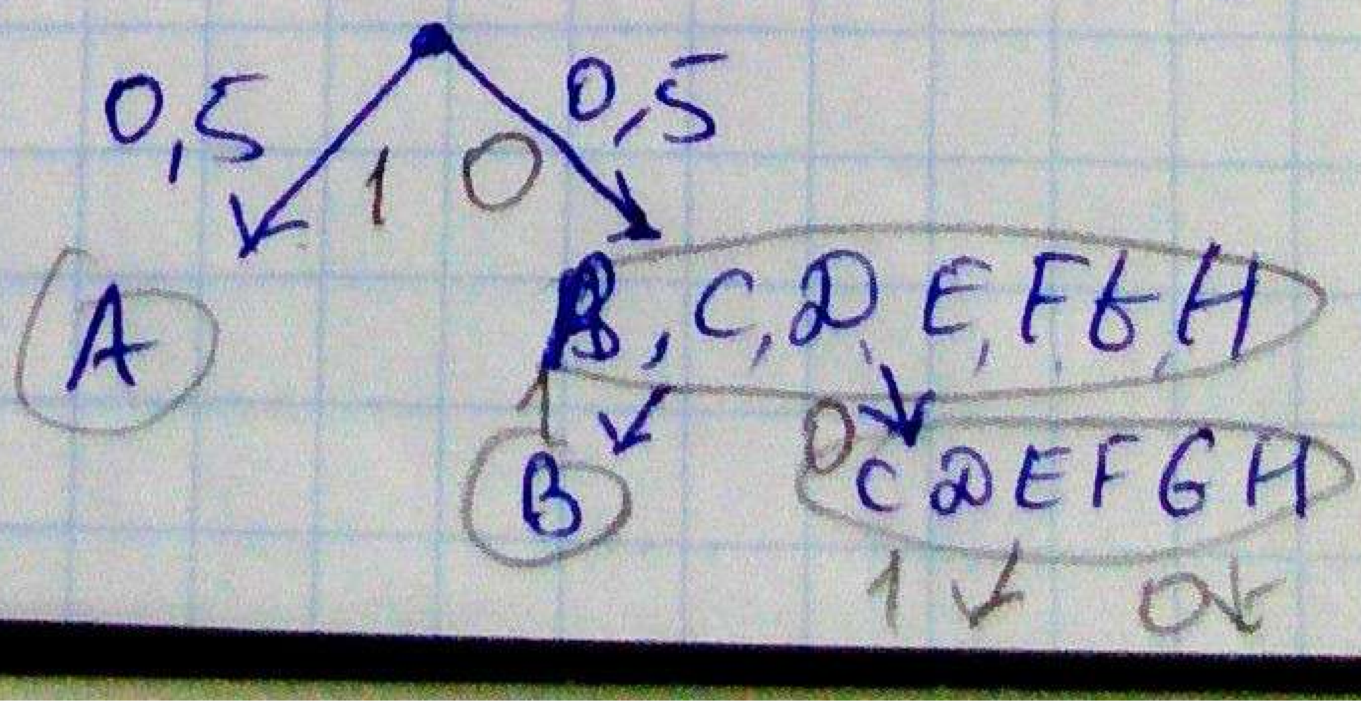
$H = 1,96094 < 3$

1) $\downarrow P_i$

2) 2 групи $\sum \approx \sum$ $\sum P_i = 1$

(рівна ймовірність появи символа з цієї групи)

Наприклад



C   DEFGH

1   0
G   H

Складемо код для елементів нашого алфавіту

A – 1
B – 01
C – 001
D – 001
E – 00001
F – 000001
G = 0000001
H = 0000000