

**Київський національний університет імені Тараса Шевченка**

**Методичні вказівки  
до лабораторних робіт з курсу  
«Загальна фізика. Оптика»  
(Частина ІІІ)**

**Київ – 2010**

УДК 535

Рецензент  
д-р фіз.-мат. наук, проф. В.С. Овечко

*Рекомендовано вченою радою радіофізичного факультету  
(протокол №3 від 8 листопада 2010 року)*

Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу «Загальна фізика. Оптика» / Упорядники: В.І. Кисленко, В.М. Стецюк. – К.: Видавнича лабораторія радіофізичного факультету, 2010. – Ч. III. – 44 с.

© Кисленко В.І., Стецюк В.М., 2010  
© Видавнича лабораторія радіофізичного факультету  
Київського університету імені Тараса Шевченка

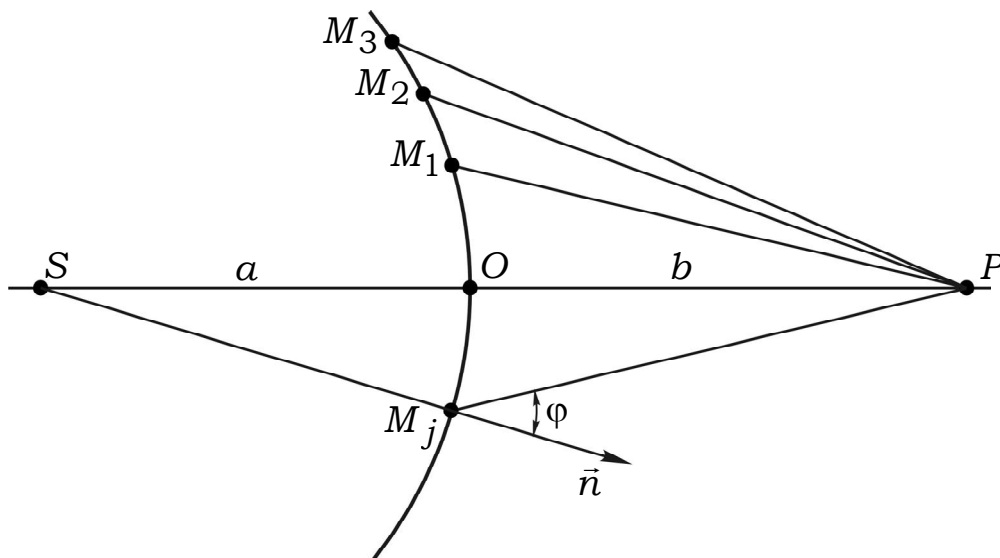
## ВИВЧЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ ДИФРАКЦІЇ В РАМКАХ НАБЛИЖЕННЯ ФРЕНЕЛЯ

**Мета роботи:** вивчення дифракції Френеля на апертурах різної форми: круглому отворі, круглій діафрагмі, напівплощині, щілині, волосі; перевірка деяких положень скалярної теорії дифракції Кірхгофа.

**Прилади:** He-Ne лазер, дві оптичні лави, фотоелектричний помножувач, мікроамперметр.

### Теоретичні відомості

Дифракційні явища спостерігаються за умов часткового обмеження світлових пучків непрозорими екранами. Основні уявлення про дифракцію світла ми одержуємо, виходячи з принципу Гюйгенса-Френеля. Кожна точка простору, до якої доходить світлове збудження, розглядається як вторинне джерело світла. Результуюче світлове збудження в досліджуваній точці  $P$  є результат дії сукупності вторинних джерел. Для спрощення досить складних розрахунків Френель запропонував вибирати вторинні джерела на хвильовій поверхні. Для точкового джерела світла  $S$  вона має форму сфери радіуса  $a$  (рис.1).



**Рис. 1. Розбиття сферичного хвильового фронту на зони Френеля**

У цьому випадку всі вторинні джерела світла мають однакову початкову фазу випромінювання. Хвильова поверхня розбивається на зони Френеля у вигляді досить вузьких кілець таким чином, щоб відстань від зовнішнього краю будь-якої зони

до точки спостереження  $P$  зростала на  $\frac{\lambda}{2}$  у порівнянні із відстанню від зовнішнього краю попередньої зони. Тобто, якщо позначити відстань  $OP = b$ , то  $M_1P = b + \frac{\lambda}{2}$ ,  $M_2P = b + 2\frac{\lambda}{2}$ ,  $M_3P = b + 3\frac{\lambda}{2}$ , і т.д. В такому випадку світло від сусідніх зон приходить в точку спостереження  $P$  у протифазі й ослаблюється.

Розрахунки показують, що площа  $j$ -тої зони Френеля

$$\sigma_j = \pi\lambda\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \pi\frac{ab}{a+b}\lambda, \quad (1)$$

тобто площа зони не залежить від порядкового номера з точністю до  $\lambda$ . Це дозволяє вважати, що кількість вторинних джерел в усіх зонах однакова, а отже і вклад кожної зони у результуючу освітленість в точці спостереження  $P$  має бути теж однаковий. Насправді це не так.

Амплітуда електромагнітного поля в точці  $P$ , що створюється певним вторинним джерелом, пропорційна величині

$$dA_j \sim \frac{1}{r} e^{i\vec{k}\vec{r}} = \frac{1}{r} e^{ikr \cos \varphi}, \quad (2)$$

де  $r = M_jP$ , а  $\varphi$  – кут між напрямком розповсюдження світла та нормаллю до хвильового фронту (рис.1). Збільшення кута від зони до зони приводить до поступового зменшення вкладу кожної зони:

$$\vec{A}_1 > \vec{A}_2 > \vec{A}_3 > \dots > \vec{A}_j > \dots \quad (3)$$

Все це дозволяє провести якісний графічний розгляд дифракції Френеля.

З цією метою розіб'ємо кожну зону Френеля на нескінченно малі кільця, так що амплітуду, створювану кожним з них, можна вважати рівною  $\vec{a}_{jn}$ . Тоді сумарна амплітуда від кожної зони  $\vec{A}_j$  дорівнює сумі (рис.2):

$$\vec{A}_j = \sum_{n=1}^N \vec{a}_{jn}. \quad (4)$$



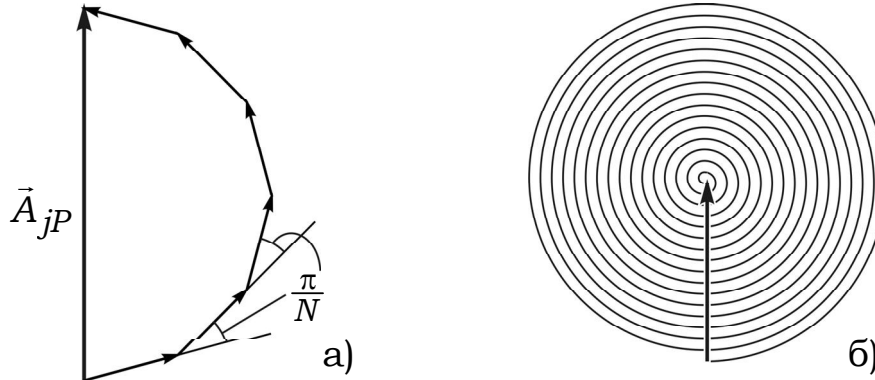
**Рис. 2. Представлення сумарної амплітуди  $j$ -ої зони Френеля**

Поки світло доходить від хвильової поверхні до точки спостереження, кожна з хвиль відстає від наступної на  $\frac{\pi}{N}$ ,

оскільки від першого до  $N$ -того кільця зсув по фазі дорівнює  $\pi$  за визначенням.

Результуюча амплітуда в точці  $P$  від  $j$ -ої зони дорівнюватиме, як видно з рис.3а:

$$\vec{A}_{jP} = \frac{2\vec{A}_j}{\pi}. \quad (5)$$



**Рис. 3. Спіраль Френеля**

Переходячи до випадку  $N \rightarrow \infty$ , можемо ламану лінію замінити неперервною кривою, а сумарний вклад усіх зон, з урахуванням співвідношення (3), зобразити у вигляді так званої спіралі Френеля (рис.3б). Сумарна амплітуда в точці спостереження  $P$  при повністю відкритому хвильовому фронті дорівнює:

$$\vec{A}_P \approx \frac{1}{2} \vec{A}_{1P}. \quad (6)$$

Використовуючи спіраль, зображену на рис.3б, можна знайти результуючу амплітуду в точці  $P$ , коли апертурна діафрагма закриває частину хвильового фронту.

Розглянемо випадок, коли діафрагма має отвір у формі кола. Нехай точка спостереження  $P$  віддалена від діафрагми так, що площа отвору дорівнює площі першої зони Френеля. Результуюча амплітуда буде дорівнювати  $\vec{A}_{1P}$ . При наближенні точки спостереження до діафрагми можна отримати випадок, коли в отворі розміщуються дві зони Френеля ( $\vec{A}_P = \vec{A}_{1P} - \vec{A}_{2P} \approx 0$ ), три

зони Френеля  $\left( \vec{A}_P = \vec{A}_{1P} - \vec{A}_{2P} + \vec{A}_{3P} \approx \frac{1}{2}(\vec{A}_{1P} + \vec{A}_{3P}) \right)$  і т.д. Як бачимо, по мірі наближення екрана, в центрі дифракційної картини чергуються світлі та темні плями, оточені темними та світлими кільцями. Світлі плями мають місце при непарному числі зон Френеля, темні – при парному.

Якщо точку спостереження віддаляти від початкового положення, то в отворі розміщуватиметься менше однієї зони Френеля і амплітуда в точці спостереження буде плавно

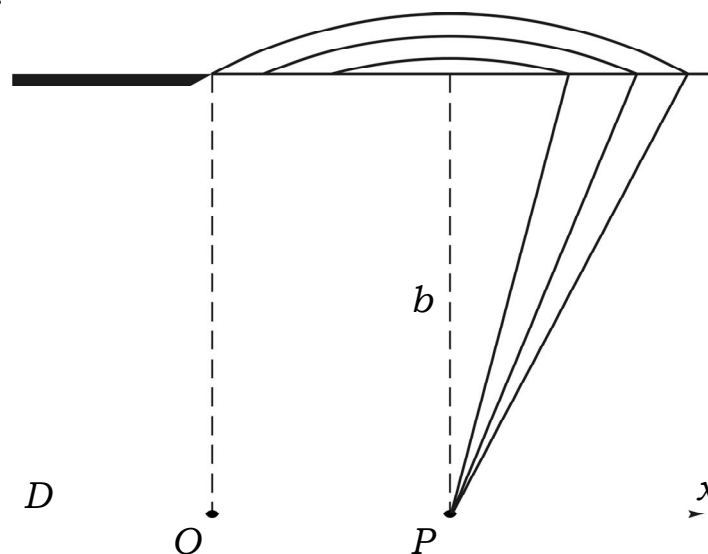
зменшуватись. В цьому випадку ми поступово переходимо від дифракції Френеля до дифракції Фраунгофера. Критичною вважають відстань, коли розміри діафрагми співпадають з розмірами першої зони Френеля:

$$\pi r^2 = \pi \frac{ab}{a+b} \lambda \Rightarrow r = \sqrt{\frac{\lambda}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}}. \quad (7)$$

Якщо  $a \rightarrow \infty$ , то умова переходу до дифракції Фраунгофера має вигляд:

$$r = \sqrt{\lambda b}. \quad (7a)$$

Розглянемо тепер дифракцію Френеля на краю непрозорого екрана (рис.4).



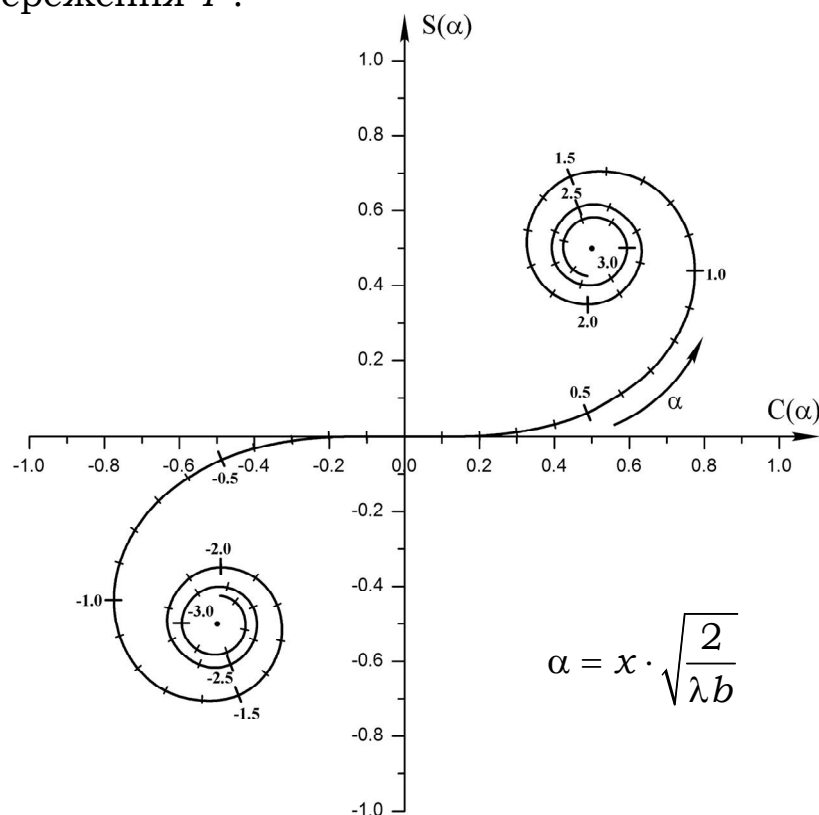
**Рис. 4. Розбиття плоского хвильового фронту на зони Шустера**

Нехай на напівплощину падає плоска хвиля, фронт якої паралельний напівплощині. У випадку прямолінійного розповсюдження світла на екрані  $D$  утворилася б чітка межа між світлом та тінню. Але через хвильову природу світла на екрані спостерігається складна дифракційна картина. Для її вивчення хвильовий фронт поділяється на зони, що мають вигляд смуг. На відміну від зон Френеля ці зони, що мають назву зон Шустера, досить швидко зменшуються за площею. Для визначення результуючої амплітуди графічним способом використовують так звану “спіраль Корню”, що зображена на рис.5. Ця крива будується наступним чином. На площину наносяться точки з декартовими координатами, що визначаються інтегралами Френеля:

$$x = C(\alpha) = \int_0^{\alpha} \cos \frac{\pi t^2}{2} dt, \quad y = S(\alpha) = \int_0^{\alpha} \sin \frac{\pi t^2}{2} dt \quad (8)$$

За неперервної зміни параметра  $\alpha$  ці точки утворюють гладку криву, яка і називається спіраллю Корню.

Праві зони на спіралі Корню відраховуються по хвильовому фронту праворуч від точки спостереження  $P$ , ліві – ліворуч від точки спостереження  $P$ .



**Рис. 5. Спіраль Корню**

Залежно від положення точки  $P$  число відкритих зон різне. Повністю відкритому хвильовому фронту відповідає нескінченне число відкритих правих і лівих зон.

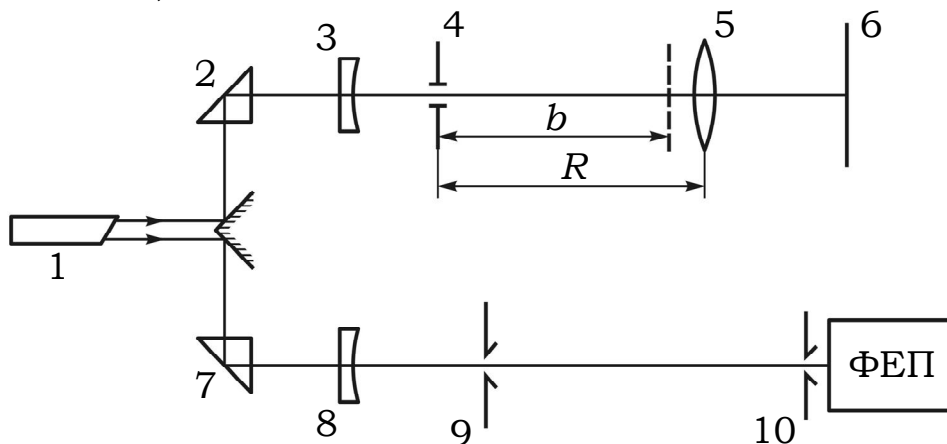
Спіраль Корню дає можливість знайти відносну інтенсивність у будь-якій точці екрана  $D$ , якщо падаюча хвиля плоска.

### **Опис установки**

Оптичну схему, що застосовується в роботі, наведено на рис.6. Як джерело світла використовується гелій-неоновий лазер 1. Лазерний промінь розділяється і направляється в нижню або верхню частину оптичної схеми через поворотні призми повного внутрішнього відбиття 2 та 7.

Для дослідження дифракції Френеля на апертурах, що мають симетрію кола, використовують оптичну лаву, зображену у верхній частині рис.6. Лазерний пучок за розсіюючою лінзою 3 розходиться і дифрагує на діафрагмі 4, за якою вздовж оптичної осі можна спостерігати дифракцію Френеля. Так як дифракційна

картина має дуже малі розміри, то вона проектується на екран 6 об'єктивом 5 з великим збільшенням. При цьому сама дифракційна картина розміщується практично в передній фокальній площині об'єктива 5.



**Рис. 6. Схема експериментальної установки**

При дослідженні дифракції на щілині, волосі чи напівплощині працюють на оптичній лаві, яку наведено на нижній частині рис.6. Розсіююча лінза 8 збільшує переріз лазерного пучка світла, що дифрагує на діафрагмі певної форми (щілина, волос, край екрана) 9. Дифракційна картина спостерігається в площині щілини 10, за якою закріплено фотоелектричний помножувач (ФЕП). Вхідна щілина повинна бути паралельною до дифракційних смуг. Вхідна щілина разом з ФЕП переміщується за допомогою гвинта в напрямку, перпендикулярному до оптичної лави. Переміщуючи ФЕП вздовж дифракційної картини, роблять відліки по приладу, що вимірює струм на ФЕП. Оскільки струм пропорційний інтенсивності світла, можна одержати залежність  $I = f(x)$ .

До вмикання лазера необхідно закрити вхідну щілину. Після одержання сталої дифракційної картини вхідну щілину розміщують на місці найбільшої інтенсивності світла і відкривають її до відхилення стрілки мікроамперметра на всю шкалу.

### **Завдання**

**1.** Одержати дифракційну картину від краю екрана або від волосини. Взаємне розташування лінзи 8, апертури 9 та вхідної щілини ФЕП 10 повинно бути таким, щоб щілина рівномірно освітлювалась по висоті, а край екрана або волос були паралельні до щілини 10. Для юстування всі оптичні елементи можуть переміщуватись у двох, а апертура 9 – у трьох напрямках.



**2.** Увімкнути джерело живлення фотоелектричного помножувача (при закритій щілині 10), відкрити щілину до відхилення стрілки мікроамперметра на всю шкалу. Виміряти розподіл інтенсивності світла на дифракційній картині.

**3.** Побудувати графік залежності інтенсивності світла в дифракційній картині від відстані до центра картини.

**4.** Замінити апертуру 9 на щілину, зняти розсіюючу лінзу 8. Змінюючи ширину щілини 9 та відстань до вхідної щілини фотоелектричного помножувача 10, виміряти розподіл інтенсивності світла на дифракційній картині для випадків:

- а) в центрі картини максимум;
- б) в центрі картини мінімум;
- в) картина має вигляд дифракції Фраунгофера.

**5.** Використовуючи спіраль Корню (рис.5), розрахувати розподіл інтенсивності світла в дифракційній картині вздовж лінії, що перпендикулярна до краю екрана та порівняти обчислені результати з одержаними дослідним шляхом.

Для випадку дифракції Фраунгофера перевірити умову мінімуму:

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (8)$$

де  $a$  – ширина щілини,  $\sin \varphi \approx \varphi = \frac{x}{R}$ ,  $x$  – відстань від центра картини до положення максимуму,  $R$  – відстань між щілинами 9 та 10.

**6.** Від'юстувати оптичну лаву для спостереження дифракції Френеля на круглому отворі, переміщуючи призму 2, лінзи 3 та 6 в напрямках, перпендикулярних до оптичної осі так, щоб пляма від лазерного світла на екрані 6 не зміщувалась при збільшенні відстані від екрана.

**7.** Розмістити на осі діафрагму з круглим отвором 4. Переміщуючи об'єктив 5 та екран 6 (з'єднані між собою), дослідити характер змін дифракційної картини.

**8.** Виміряти відстань  $R$  від отвору 4 до об'єктива 6 для екстремальних точок дифракційної картини.

**9.** Визначити значення радіуса отвору, якщо врахувати, що відстань до картини

$$b_j = R_j - f \quad (9)$$

де  $f$  – фокусна відстань об'єктива.

Для розрахунків перепишемо формулу (7) у вигляді:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_j} = \frac{j\lambda}{r_j^2} \quad (10)$$

При переміщенні екрана від максимуму до мінімуму  $j$  змінюється на 1:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_{j+1}} = \frac{(j+1)\lambda}{r_j^2} \quad (11)$$

Якщо відстань від джерела світла до діафрагми  $a$  залишається сталою, то остаточно маємо:

$$\frac{1}{b_{j+1}} - \frac{1}{b_j} = \frac{\lambda}{r_j^2} \Rightarrow r_j = \sqrt{\frac{\lambda b_j \cdot b_{j+1}}{b_j - b_{j+1}}} \quad (12)$$

10. Визначити середнє значення радіуса отвору  $r$  та середню квадратичну похибку.

### **Контрольні запитання**

1. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля.
2. Прямолінійне розповсюдження світла по Френелю.
3. Дифракція Френеля на круглому отворі та на круглому екрані.
4. Дифракція Френеля на прямолінійному краю екрана. Спіраль Корню.

### **Список літератури**

- Ландсберг Г.С. Оптика. – М., 1976, – с.150-168.
- Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. – М., 1980. – с. 262-287.
- Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. – М., 1998. – с. 349-367.

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЯВИЩА ДИФРАКЦІЇ СВІТЛА НА ПРИКЛАДІ ДИФРАКЦІЙНОЇ ГРАТКИ

**Мета роботи:** на прикладі дифракційної ґратки ознайомитись з явищем дифракції та дослідити особливості дифракції світла на періодичних структурах в рамках наближення Фраунгофера (Fraunhofer).

**Ключові терміни:** дифракційна ґратка (апаратна функція, кутова дисперсія, максимально можливий порядок дифракції, нульовий порядок дифракції, область вільної дисперсії, період, роздільна здатність, умова головних дифракційних максимумів), дифракція (Фраунгофера, Френеля), кут дифракції, принцип Гюйгенса-Френеля, принцип суперпозиції полів, хвильовий фронт.

### Теоретичні відомості

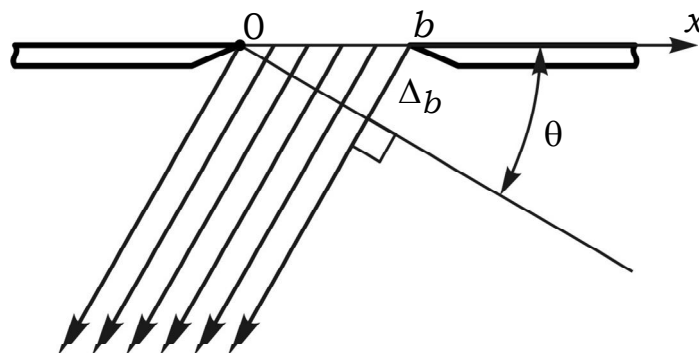
Важливим проявом хвильової природи світла є явище його **дифракції**. Арнольд Зоммерфельд (Sommerfeld) визначив дифракцію як “будь-яке відхилення від прямолінійного розповсюдження світла, не пов’язане з його відбиттям або заломленням” [1]. Аналітичні розв’язки задач дифракції, які базуються на рівняннях Максвелла (Maxwell) та відповідних граничних умовах, отримані лише для окремих випадків дифракції. Тому фізичні особливості явища дифракції розглянемо з допомогою наближення, яке базується на **принципі Гюйгенса-Френеля** (Huygens-Fresnel). У відповідності з цим принципом напруженість електричного поля дифрагрованої світлової хвилі в довільній точці спостереження  $P$  визначається як векторна сума напруженостей електричних полів усіх елементарних вторинних сферичних хвиль в цій точці, утворених всіма елементами деякої поверхні, яка повністю охоплює джерело світла. Цей підхід повністю відповідає **принципу суперпозиції полів** для будь-якої точки простору. Аналіз явища дифракції спрощується, коли ця поверхня співпадає з *хвильовим фронтом* падаючого випромінювання, тобто коли всі вторинні джерела на цій поверхні синфазні. Якщо кривина цих вторинних сферичних хвиль суттєво впливає на кінцевий результат, то така дифракція називається **дифракцією Френеля**. З математичної точки зору вона складніша за випадок, коли цією кривиною можна знехтувати. Саме такий випадок дифракції вперше експериментально і теоретично був досліджений Фраунгофером і носить його ім’я. **Дифракція**

**Фраунгофера** спостерігається в точці  $P$ , яка знаходиться на нескінченності або в фокальній площині лінзи. Це суттєво спрощує знаходження розв'язку задачі дифракції, оскільки в ній визначається сумарна напруженість електричного поля однакових за амплітудою вторинних плоских, а не сферичних електромагнітних хвиль, які розповсюджуються паралельно і відрізняються лише фазами в точці спостереження  $P$ . Подальший розгляд дифракції Фраунгофера проведемо з допомогою векторних діаграм [2].

## 1. Дифракція світла на одній щілині

Нехай плоска монохроматична електромагнітна хвиля з довжиною  $\lambda$  ( $\lambda$  - довжина хвилі у вакуумі) падає перпендикулярно на поверхню непрозорого екрана, в якому існує вузька нескінченна щілина шириною  $b$  (див. рис.1). Визначимо залежність нормованої на ширину щілини  $b$  напруженості електричного поля  $\vec{A}_1(\theta)$  плоскої хвилі, дифрагованої на одній щілині, від **кута дифракції**  $\theta$  між напрямом поширення цієї хвилі та нормаллю до поверхні екрана (або між площинами екрана та хвильового фронту дифрагованого випромінювання).

У відповідності з принципом Гюйгенса-Френеля ця щілина містить елементарні когерентні вторинні точкові джерела, які випромінюють у вакуумі сферичні хвилі з однаковими початковими фазами, створюючи в точці спостереження  $P$  результуюче електромагнітне поле. Принцип суперпозиції полів дозволяє підсумовувати внески окремих вторинних джерел в довільній послідовності.



**Рис. 1. Дифракція Фраунгофера на одній щілині при нормальному падінні світла на екран.  $b$  - ширина щілини, яка умовно розділена на  $n$  вузьких смужок шириною  $\Delta x = b/n$ ,  $\theta$  - кут дифракції,  $\Delta_b = b \sin \theta$  - оптична різниця ходу між крайніми дифрагованими променями.**

Спочатку визначимо  $i$ -ту складову результуючого поля  $\vec{a}_i(\theta)$ , утворену когерентними сферичними хвилями від усіх синфазних

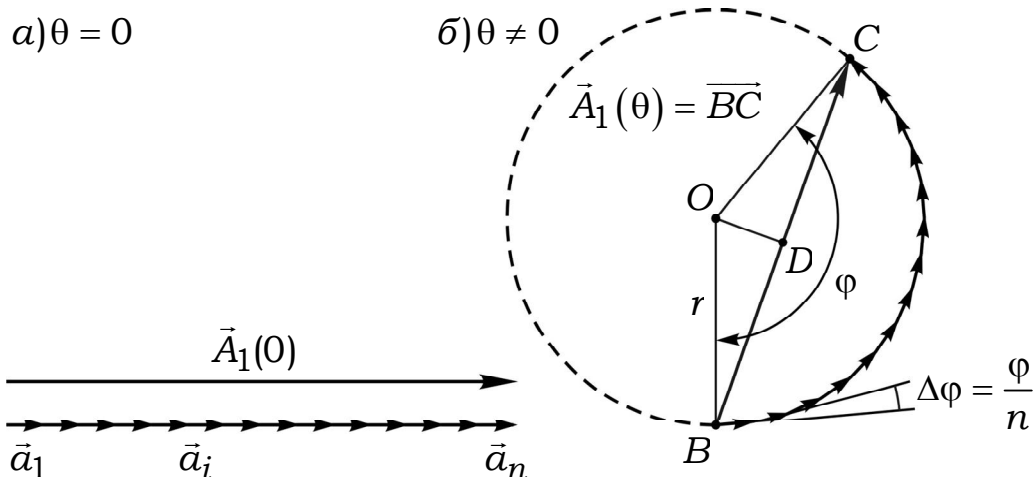
вторинних точкових джерел, розташованих на окремій  $i$ -тій нескінченній вузькій смужці шириною  $\Delta x$  (див. рис.1). Всього таких смужок буде  $n = \frac{b}{\Delta x}$ , тобто  $i = 1, 2, \dots, n$ .

На відстанях спостереження, які в оптичному діапазоні значно перевищують довжину хвилі  $\lambda$ , вторинна хвиля, утворена випромінюючою нескінченною смужкою, матиме осьову симетрію. Тобто це буде циліндрична електромагнітна хвиля. Можна показати [1], що в точці спостереження  $P$  така циліндрична електромагнітна хвиля матиме фазовий зсув  $\Delta\eta = \frac{\pi}{4}$  по відношенню до фази коливань вторинної сферичної хвилі, породженої найближчим до точки  $P$  окремим точковим джерелом на цій же смужці. Такий же результат дає аналіз спіралі Корню (Cornu) в точці початку координат, де кут між дотичною до спіралі і прямою, що з'єднує полюси цієї спіралі, також має фазовий зсув  $\Delta\eta = \frac{\pi}{4}$ .

Скористаємось наближенням Фраунгофера, вибравши точку спостереження  $P$  на нескінченності або розташуємо її у фокальній площині лінзи. Фактично це означає перехід від циліндричних до плоских електромагнітних хвиль. Модулі векторів нормованих напруженостей електричного поля цих хвиль  $|\vec{a}_i(\theta)|$  (їх довжини) будуть однаковими. Всі ці плоскі хвилі поширюватимуться під однаковим кутом дифракції  $\theta$ . Їх відмінність полягає лише у величині відносної оптичної різниці ходу  $i\Delta x \sin\theta$  в точці спостереження  $P$  (див рис.1).

Попередньо знайдемо величину  $\vec{A}_1(0)$  у виродженому випадку  $\theta = 0$ . Цей випадок особливий тим, що фазові зсуви всіх  $n$  плоских хвиль в точці  $P$  будуть однаковими (відсутня відносна оптична різниця ходу цих хвиль). Тому сумарна нормована напруженість поля  $\vec{A}_1(0)$  буде максимальною і дорівнюватиме арифметичній сумі  $n$  однакових внесків  $\vec{a}_i(0)$  (див. рис.2а), оскільки ці вектори будуть рівними (однаковими по довжині і колінеарними за напрямками):

$$\vec{A}_1(0) = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i(0) = \vec{a}_1(0)n. \quad (1)$$



**Рис. 2. Векторні діаграми для знаходження сумарної нормованої напруженості електричного поля  $\vec{A}_1(\theta)$  плоскої хвилі, дифрагованої на одній щілині, у випадку нульового (рис.2а) та довільного кута дифракції  $\theta$  (рис.2б).  $\varphi = \frac{2\pi\Delta_b}{\lambda}$  – максимальний фазовий зсув між хвилями від вторинних джерел, розташованих на протилежних краях щілини.**

Знайшовши величину  $\vec{A}_1(0)$ , можна визначити сумарну нормовану напруженість поля  $\vec{A}_1(\theta)$  хвилі, дифрагованої на одній щілині під довільним кутом  $\theta$  (див. рис.2б). Відмінність результату в цьому випадку визначатиметься регулярним зсувом фаз інтерферуючих вторинних плоских хвиль. Відносна оптична різниця ходу між ними буде плавно змінюватись від нуля до величини  $\Delta_b = b \sin \theta$  (див. рис.1), що призведе до відповідного фазового зсуву, максимальне значення якого становитиме величину

$$\varphi = \frac{2\pi\Delta_b}{\lambda} = \frac{2\pi b \sin \theta}{\lambda}. \quad (2)$$

Таким чином, 
$$\vec{A}_1(\theta) = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i(\theta). \quad (3)$$

На векторній діаграмі (див. рис.2б) сусідні вектори  $\vec{a}_i(\theta)$  та  $\vec{a}_{i+1}(\theta)$  мають однакову кутову розбіжність  $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x \sin \theta}{\lambda}$ . Оскільки довжини векторів  $\vec{a}_i(\theta)$  – це величини, нормовані на ширину смужки  $\Delta x$  ( $\vec{a}_i(\theta) \sim \Delta x$ ), а кількість цих векторів  $n = b/\Delta x$ , то при  $\Delta x \rightarrow 0$  правильна ламана лінія переходить в дугу, довжина якої визначається модулем вектора  $|\vec{A}_1(0)|$  і втрачає залежність від

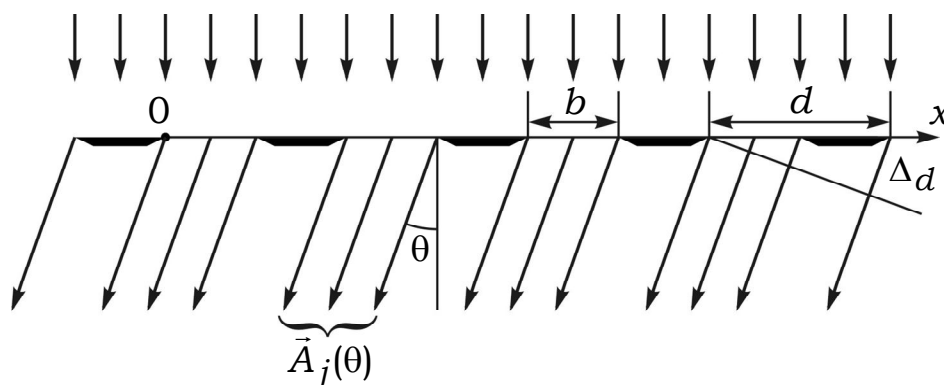
$n$ . Ця дуга в колі радіуса  $r = \frac{|\vec{A}_1(0)|}{\varphi}$  має кутовий розмір  $\varphi$ . Отже, з трикутника  $\triangle BOD$  можна визначити довжину вектора  $|\vec{A}_1(\theta)|$  наступним чином (див. рис.2б):

$$|\vec{A}_1(\theta)| = BC = 2r \sin \frac{\varphi}{2} = |\vec{A}_1(0)| \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}}. \quad (4)$$

Формула (4) визначає нормовану на ширину щілини напруженість електричного поля плоскої електромагнітної хвилі, дифрагрованої на одній вузькій нескінченній щілині під кутом  $\theta$  в точці спостереження  $P$ .

## 2. Дифракція світла на періодичних структурах (дифракційній ґратці)

Тепер в рамках наближення Фраунгофера розглянемо випадок, коли в екрані, представленому на рис.1, існує не одна, а  $N$  однакових за шириною  $b$  вузьких паралельних рівновіддалених (з періодом  $d$ ) нескінченних щілин. Вони утворюють в площині екрана періодичну структуру, яка називається **дифракційною ґраткою** (див. рис.3). Величина  $d$  називається **періодом ґратки**.



**Рис. 3. Дифракція світла на пропускаючій ґратці, що складається з  $N$  щілин, при нормальному (паралельному до нормалі поверхні ґратки) падінні світла.**

Визначимо результуючу нормовану напруженість  $\vec{A}_\Sigma(\theta)$  електромагнітного поля хвилі, дифрагрованої на  $N$  щілинах, в точці спостереження  $P$  для довільного кута дифракції  $\theta$ :

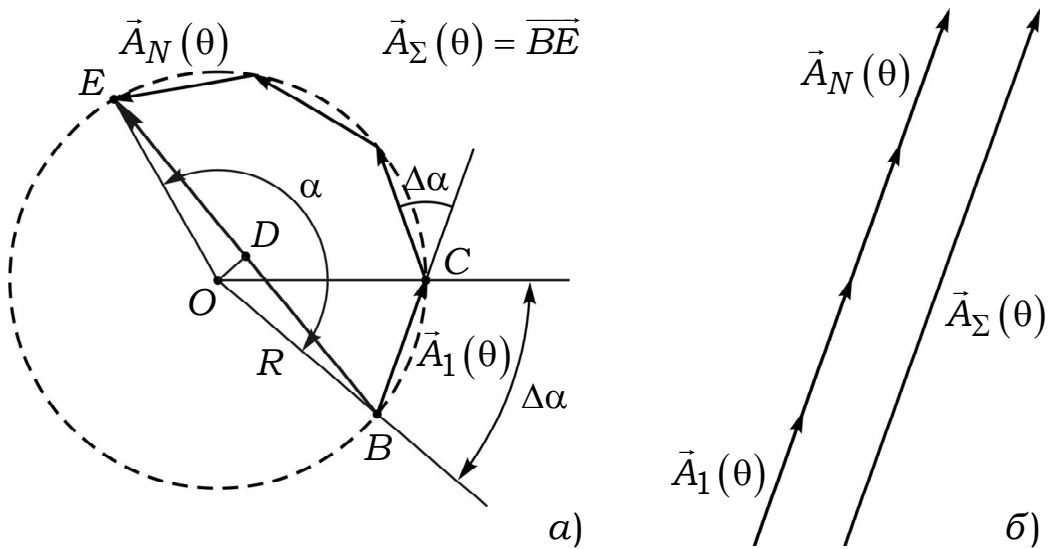
$$\vec{A}_\Sigma(\theta) = \sum_{j=1}^N \vec{A}_j(\theta), \quad (5)$$

де модулі векторів  $|\vec{A}_j(\theta)|$  однакові і визначаються співвідношенням (4), а довільні сусідні вектори  $\vec{A}_j(\theta)$  та  $\vec{A}_{j+1}(\theta)$  мають однакову дискретну кутову розбіжність

$$\Delta\alpha = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}, \quad (6)$$

що визначає фазовий зсув між сусідніми щілинами ґратки з періодом  $d$  (див. рис.4а). Отже вектори  $\vec{A}_j(\theta)$  утворюють правильну ламану лінію, злами якої лежать на колі радіуса  $R$ . Загальна фазова затримка між першим та  $N$ -тим променями становитиме величину

$$\alpha = N\Delta\alpha. \quad (7)$$



**Рис. 4. Векторні діаграми для визначення результуючої дії  $\vec{A}_\Sigma(\theta)$  дифракційної ґратки, що складається з  $N$  щілин, у випадку:**  
**а) довільного кута дифракції  $\theta$ ;**  
**б) напрямку дифракційного максимуму.**

Якщо  $\alpha = 2\pi k$ , де  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  – ціле число, то радіус кола  $R \rightarrow \infty$ , а ламана лінія перетворюється в пряму з максимально можливим значенням  $\vec{A}_\Sigma(\theta)$  (див. рис.4б).

Знайдемо результуючу нормовану напруженість  $\vec{A}_\Sigma(\theta)$ . Вона визначається з трикутника  $\triangle BOE$  (див. рис.4а):  $\frac{|\vec{A}_\Sigma(\theta)|}{2R} = \sin \frac{\alpha}{2}$ , де



величина  $R$  в трикутнику  $\triangle BOC$  задовольняє умові:  
 $\frac{|\vec{A}_1(\theta)|}{2R} = \sin \frac{\Delta\alpha}{2}$ . Скориставшись співвідношенням (4), отримаємо:

$$|\vec{A}_\Sigma(\theta)| = |\vec{A}_1(0)| \frac{\sin u}{u} \frac{\sin Nv}{\sin v}, \quad (8)$$

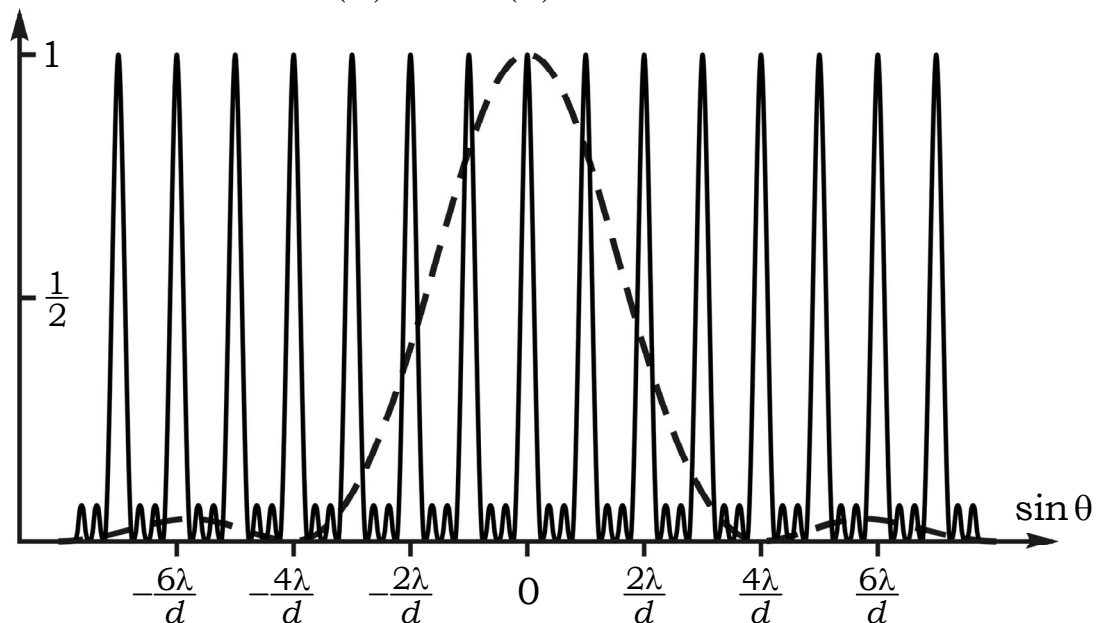
де  $u = \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}$ ,  $v = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$ .

Оскільки інтенсивність дифрагованого світла  $I_\Sigma(\theta) \sim |\vec{A}_\Sigma(\theta)|^2$ , то з (8) отримаємо вираз для кутової залежності інтенсивності дифрагованого під кутом  $\theta$  світла:

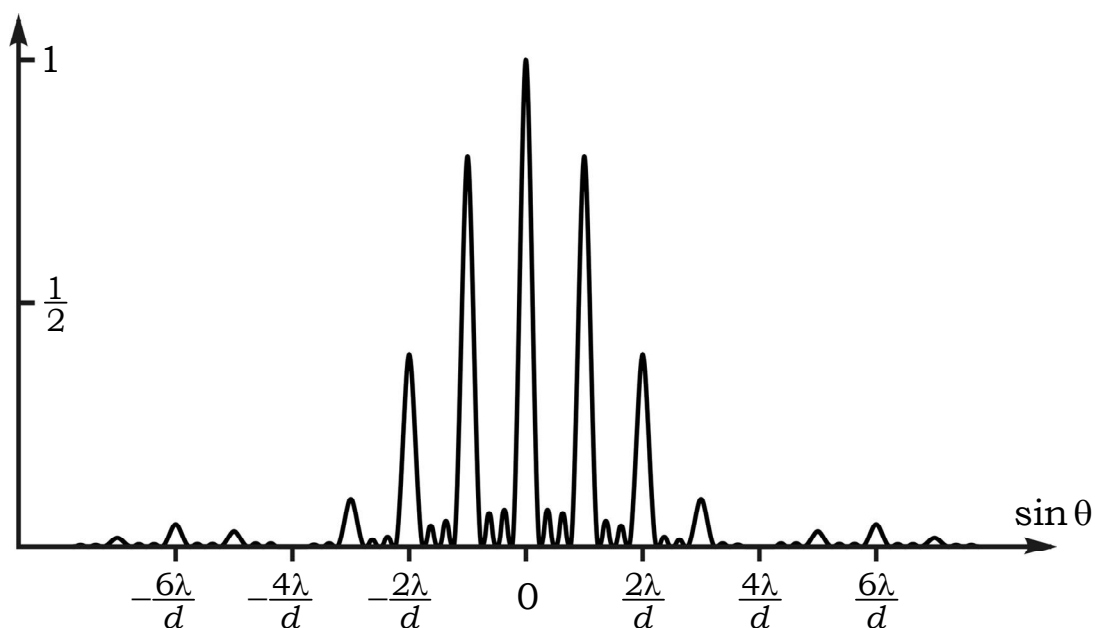
$$I_\Sigma(\theta) = |\vec{A}_1(0)|^2 I_1(u) I_2(v), \quad (9)$$

де  $I_1(u) = \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$  визначає нормований кутовий розподіл випромінювання, дифрагованого на одній щілині шириною  $b$ , а  $I_2(v) = \left(\frac{\sin Nv}{\sin v}\right)^2$  – результат інтерференції  $N$  променів, дифрагованих на ґратці з періодом  $d$ .

Графіки функцій  $I_1(u)$  та  $I_2(v)$  представлені на рис.5.



**Рис. 5. Графіки функцій  $I_1(u)$  та  $I_2(v)$  (див. (9)), нормованих на їх максимальні значення, для випадку  $v/u = d/b = 4$ .**



**Рис. 6. Графік апаратної функції  $I_{\Sigma}(\theta)$  (див. (9)), нормованої на її максимальне значення, для випадку  $v/u = d/b = 4$ .**

### **3. Спектральні характеристики дифракційної ґратки**

Дифракційна ґратка, як правило, застосовується для дослідження спектральних характеристик випромінювання. При цьому слід враховувати, що реальний прилад має вхідну та вихідну апертури кінцевих розмірів, дифракційні ефекти, оптичні аберації різної природи. Навіть у випадку однієї плоскої монохроматичної хвилі реальний спектральний прилад реєструватиме певний розподіл випромінювання в деякому інтервалі довжин хвиль. Відмінності реального досліджуваного і зареєстрованого приладом спектру визначаються апаратною функцією цього спектрального приладу.

**Апаратна функція дифракційної ґратки.** При малих кутах дифракції, в першому, але досить точному наближенні, апаратна функція дифракційної ґратки описується формулою (9) з точністю до сталого множника (див. рис.6) [3]. Аналізуючи цю функцію, можна визначити умови, при яких спостерігаються максимуми дифрагованого випромінювання. Ці максимуми співпадають з максимумами інтерференційного множника  $I_2(v)$ :

$$I_2(v)_{\max} = \lim_{(\sin v) \rightarrow 0} \left( \frac{\sin Nv}{\sin v} \right)^2 = N^2. \quad (10)$$

Умова максимумів  $\sin v = \sin \left( \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) = 0$  для інтерференційного

множника виконується, коли оптична різниця ходу між сусідніми щілинами ґратки

$$\Delta_d = d \sin \theta = k\lambda, \quad (11)$$

де  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$  – ціле число, яке визначає порядок дифракційного максимуму (див. (9)). Умова максимумів може бути отримана і графічним методом (див. рис.4б). Максимальне значення результуючої нормованої напруженості  $\vec{A}_\Sigma(\theta)$  електромагнітного поля в точці спостереження  $P$  визначається співвідношенням (5) і досягається у випадку рівності всіх векторів  $\vec{A}_j(\theta)$ , тобто:

$$\vec{A}_\Sigma(\theta)_{\max} = \sum_{j=1}^N \vec{A}_j(\theta) = N\vec{A}_1(\theta). \quad (12)$$

Вектори  $\vec{A}_j(\theta)$  (див. рис.4б) рівні, коли  $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta_d}{\lambda} = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda} = 2\pi k$ , або  $\Delta_d = d \sin \theta = k\lambda$ , що співпадає з (11). Для дифракційних максимумів векторна діаграма для однієї щілини (див. рис.2б), збільшена в  $N$  разів, визначає сумарну дію всієї дифракційної ґратки,  $N$  штрихів якої опромінені світлом. Іншими словами, максимум інтенсивності в точці  $P$  досягається у випадку, коли  $N$  плоских дифрагованих хвиль синфазно поширюються під кутом  $\theta$ , або їх фази відрізняються на величину  $2\pi k$ .

Для випадку падіння світла на дифракційну ґратку під кутом  $\beta$  оптична різниця ходу між сусідніми щілинам та **умова головних дифракційних максимумів** (11) дещо видозмінюються [2,3]:

$$\Delta_d = d(\sin \theta - \sin \beta) = k\lambda. \quad (13)$$

**Головні дифракційні максимуми.** При  $k = 0$  спостерігається дифракційний максимум нульового порядку, для якого у відповідності з (13)  $\sin \theta = \sin \beta$  незалежно від довжини хвилі. Отже, нульовий порядок дифракції не придатний для дослідження спектральних характеристик випромінювання. Враховуючи, що  $|\sin \theta - \sin \beta| \leq 2$ , з (13) можна визначити *максимально можливий порядок дифракції* для конкретної ґратки та довжини хвилі:

$$k_{\max} = 2d/\lambda. \quad (14)$$

Для вимірювання довжин хвиль  $\lambda$  дифракційна ґратка повинна утворювати хоча б перший порядок дифракції. Тобто, її період  $d$  повинен задовольняти умові  $d > \lambda/2$ . Наприклад, для видимого діапазону ( $\lambda = 500 \text{ нм}$ ) період ґратки  $d$  повинен бути більшим за  $250 \text{ нм}$ .

**Роздільна здатність дифракційної ґратки.** Важливою характеристикою дифракційної ґратки як спектрального приладу є її *роздільна здатність*  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ , де величина  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  визначає найменшу різницю між максимумами двох спектральних ліній, які ще спостерігаються окремо в даному діапазоні довжин хвиль  $\lambda$ . Одним з варіантів визначення величини  $\Delta\lambda$  є критерій Релея (Rayleigh) [3], у відповідності з яким дві спектральні лінії можуть спостерігатись окремо, якщо головний дифракційний максимум  $\lambda_1$  для однієї довжини хвилі співпадає з першим дифракційним мінімумом  $\lambda_2 - \Delta\lambda$  для іншої довжини хвилі. Враховуючи апаратну функцію дифракційної ґратки (9), її графічне представлення (див. рис.4), можна знайти:

$$\Delta_d = d \sin \theta = k\lambda_2 = \left(k + \frac{1}{N}\right)\lambda, \quad (15)$$

звідки роздільна здатність ґратки визначається наступним чином:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN. \quad (16)$$

**Кутова дисперсія дифракційної ґратки.** У випадку нормального падіння випромінювання на дифракційну ґратку з формули (11) можна визначити *кутову дисперсію дифракційної ґратки*  $D_\theta = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \theta}$ . Підставляючи з (11) значення величини

$d = \frac{k\lambda}{\sin \theta}$ , остаточно маємо вираз для кутової дисперсії дифракційної ґратки при нормальному падінні світла на неї:

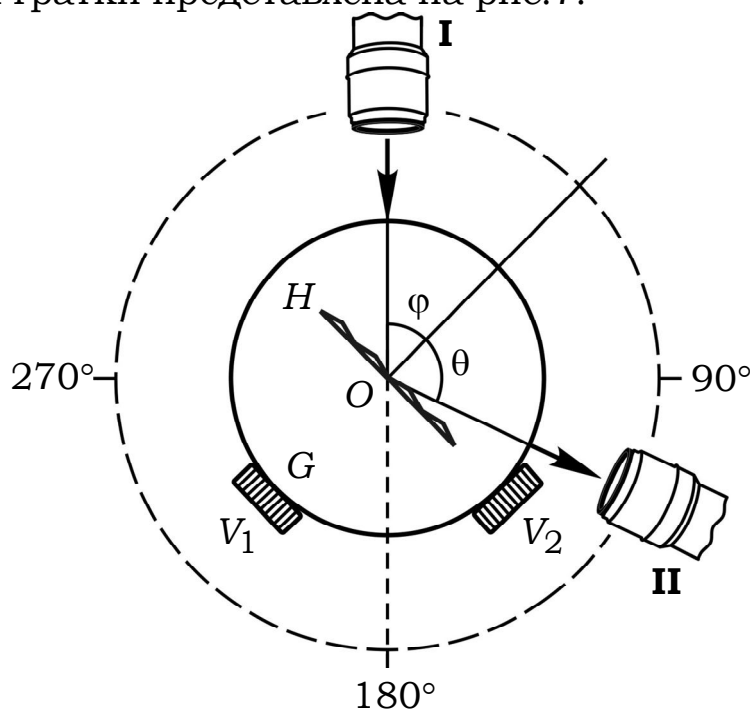
$$D_\theta = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{\operatorname{tg} \theta}{\lambda}. \quad (17).$$

**Область вільної дисперсії дифракційної ґратки.** Існування кількох дифракційних максимумів ускладнює інтерпретацію отриманих з допомогою дифракційної ґратки спектрів, оскільки  $k$ -ий дифракційний максимум може перекривати  $(k+1)$ -ий порядок досліджуваного спектру. Діапазон довжин хвиль  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ , в якому для  $k$ -го порядку відсутнє перекриття спектрів, називається *областю вільної дисперсії дифракційної ґратки*. Вона визначається з умови відсутності перекриття  $k\lambda_2 = (k+1)\lambda_1 = d \sin \theta$ , звідки область вільної дисперсії дифракційної ґратки

$$\Delta\lambda = \lambda/k. \quad (18)$$

## Схема лабораторної установки для вимірювання характеристик дифракційної ґратки

Схема лабораторної установки для вимірювання характеристик дифракційної ґратки представлена на рис.7.



**Рис. 7. Схема лабораторної установки для вимірювання характеристик дифракційної ґратки.**

Перевагою дифракційної ґратки як спектрального приладу є те, що вимірювання довжин хвиль з її допомогою зводяться до точного вимірювання кутів. В роботі ці вимірювання виконуються з допомогою гоніометра Г-5. Принцип його дії та методика вимірювання кутів представлені в додатку.

### Завдання до лабораторної роботи<sup>1</sup>

1. Визначити кутове положення нульового дифракційного максимуму та перевірити рівність кутів падіння та дифракції для цього випадку.
2. Для вказаних викладачем довжин хвиль та порядків дифракції визначити період ґратки.
3. Знаючи період ґратки, знайти експериментально довжини хвиль в спектрі ртуті, вказані викладачем, та порівняти їх з табличними значеннями, наведеними в Додатку 2 (по можливості вимірювання провести для різних порядків дифракції).
4. Для одного із порядків дифракції отримати залежність кута дифракції  $\theta$  від довжини хвилі дифрагованого світла  $\lambda$ . За

<sup>1</sup> Визначається викладачем.

побудованим графіком  $\theta(\lambda)$  визначити експериментальне значення кутової дисперсії ґратки  $D_\theta$  для різних ділянок спектра.

5. Визначити реальний, максимально можливий для спостереження порядок дифракції та порівняти його з теоретичним (див. (14)).

### **Хід виконання роботи**

1. Після юстування гоніометра слід встановити на його столику запропоновану викладачем дифракційну ґратку  $H$ . Вона встановлюється і юстується на столику гоніометра  $G$  таким чином, щоб штрихи ґратки були паралельними до його осі обертання  $O$  (див. рис.7). Це юстування спрощується, якщо поверхня ґратки буде орієнтована перпендикулярно до осі обертання одного з юстувальних гвинтів столика, наприклад  $V_1$  ( див. рис.7). Послідовно обертаючи цей гвинт та весь столик вцілому, автоколімаційним методом юстують поверхню ґратки паралельно до осі обертання  $O$  гоніометра. Для цього досить звести реперний та відбитий від ґратки маркери в автоколімаційній зоровій трубі.

2. Користуючись «- подібною діафрагмою, обмежують по висоті довільний спектр випромінювання, яке пройшло коліматор. Потім з допомогою іншого гвинта  $V_2$  юстують ґратку так, щоб в автоколімаційній зоровій трубі при її і столика довільному обертанні навколо осі  $O$  спектр не зміщувався по висоті.

3. При необхідності повторюють п. 1.

4. Проводять вимірювання кутів дифракції  $\theta(k, \lambda)$  для відповідних порядків дифракції  $k$  та довжин хвиль  $\lambda$ , які необхідні для виконання роботи.

Кутові вимірювання на гоніометрі виконуються з врахуванням рекомендацій Додатка 1.

Довжини хвиль найбільш яскравих ліній ртуті у видимій області спектру представлені в Додатку 2.

### **Контрольні запитання**

1. Вкажіть спільні та відмінні особливості дифракцій Френеля та Фраунгофера.

2. Які характеристики дифракційної ґратки можна визначити, знаючи її апаратну функцію ?

3. Порівняйте кутову дисперсію двох дисперсійних елементів – дифракційної ґратки та призми.

4. За яких умов можна спостерігати спектр дифрагованого випромінювання в максимально можливому для ґратки порядку дифракції ?

5. Які відмінні особливості мають синусоїдальні дифракційні ґратки ?

6. Які відмінні особливості мають профільовані дифракційні ґратки ?

### **Список літератури**

Ахманов С.А., Никитин С.Ю. – Физическая оптика. – М., 1998. – с. 347-371.

Сивухин Д.В. – Общий курс физики. Оптика. – М., 1980. – с. 302-316.

Зайдель А.Н., Островская Г.В., Островский Ю.И. – Техника и практика спектроскопии. – М., 1976. – с. 44-53.

## ВИВЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ОПТИЧНО АНІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩ

**Мета роботи:** на прикладі подвійного променезаломлення в кварці ознайомитись з основними положеннями кристалооптики та дослідити головні особливості явища оптичної анізотропії в одновісних кристалах.

**Ключові терміни:** вектор хвильової нормалі, кристал оптично анізотропний одновісний, кристал оптично анізотропний двовісний, осі координат головні, площина головного перерізу одновісного кристала, показник заломлення звичайний, показник заломлення незвичайний, показники заломлення головні, проникності діелектричні головні, рівняння кристалооптики головне (Френеля), рівняння Максвелла алгебраїчні, рівняння Максвелла фундаментальні, рівняння матеріальне середовища, середовище оптично анізотропне, середовище оптично ізотропне, хвиля оптична звичайна та незвичайна, хвиля оптична плоска монохроматична, явище дихроїзму, явище оптичної активності (природної та штучної), явище оптичної анізотропії (природної та штучної), явище подвійного променезаломлення.

### Теоретичні відомості

#### 1. Рівняння Максвелла для плоскої монохроматичної електромагнітної хвилі (алгебраїчні рівняння Максвелла)

**Явище оптичної анізотропії** полягає в залежності оптичних властивостей середовища від напрямку поширення та стану поляризації оптичного випромінювання. Оптична анізотропія середовища може бути природною особливістю самого середовища (**природна анізотропія**) або створюватись в ньому за рахунок зовнішнього впливу (**штучна анізотропія**). Надалі розглядатимемо лише природну оптичну анізотропію середовища, яка проявляє себе в:

- **подвійному променезаломленні** (саме це явище досліджується в даній роботі);
- **дихроїзмі** (залежності величини поглинання від напрямку поширення і стану поляризації падаючого випромінювання);
- **оптичній активності** (обертанні площини поляризації падаючого випромінювання при його розповсюдженні в оптично активному середовищі);



- зміні стану поляризації падаючого світла при його розсіянні, люмінісценції та інше.

Досліджуючи в рамках феноменологічної електромагнітної теорії оптичні характеристики анізотропних середовищ, обмежимося випадком плоских монохроматичних електромагнітних хвиль:

$$\begin{aligned}\vec{E}_\omega &= \vec{E} \exp(i(\omega t - \vec{k}\vec{r}) + \kappa.c.), \\ \vec{H}_\omega &= \vec{H} \exp(i(\omega t - \vec{k}\vec{r}) + \kappa.c.), \\ \vec{D}_\omega &= \vec{D} \exp(i(\omega t - \vec{k}\vec{r}) + \kappa.c.),\end{aligned}\quad (1)$$

де  $\omega$  – частота монохроматичної хвилі,  $t$  – час,  $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$  – хвильовий вектор,  $\vec{n}$  – **вектор хвильової нормалі** [1], який визначається останнім співвідношенням.

Структуру світлової хвилі в макроскопічно однорідному, немагнітному ( $\mu = 1$ ), прозорому, оптично лінійному анізотропному середовищі визначають **фундаментальні рівняння Максвелла**, записані в зручній для оптики гаусовій системі одиниць [2]:

$$\begin{aligned}\text{rot}(\vec{E}_\omega) &= -\frac{1}{c} \frac{d(\vec{H}_\omega)}{dt}, \\ \text{rot}(\vec{H}_\omega) &= \frac{1}{c} \frac{d(\vec{D}_\omega)}{dt}, \\ \text{div}(\vec{D}_\omega) &= 0, \quad \text{div}(\vec{H}_\omega) = 0.\end{aligned}\quad (2)$$

Підставляючи (1) в (2), отримаємо алгебраїчні співвідношення (**алгебраїчні рівняння Максвелла**) для плоскої монохроматичної електромагнітної хвилі [3]:

$$\begin{aligned}\left[ \vec{k} \times \vec{E} \right] &= \frac{\omega}{c} \vec{H}, \quad \left[ \vec{k} \times \vec{H} \right] = -\frac{\omega}{c} \vec{D}, \\ (\vec{k} \cdot \vec{D}) &= 0, \quad (\vec{k} \cdot \vec{H}) = 0.\end{aligned}\quad (3)$$

Вектор Пойтінга  $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E} \times \vec{H}]$ , який визначає напрям розповсюдження світлової енергії, в анізотропному середовищі не завжди збігається з напрямом хвильового вектора  $\vec{k}$ , проте завжди перпендикулярний обома векторам  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$  і, отже, лежить в площині векторів  $\vec{k}$ ,  $\vec{E}$  і  $\vec{D}$ . Таким чином, дві групи векторів  $\vec{D}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{k}$  та  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{S}$  утворюють дві праві трійки взаємно перпендикулярних векторів. Тобто, між розглянутими векторами існують співвідношення:  $\vec{k} \perp \vec{H}$ ,  $\vec{k} \perp \vec{D}$ ,  $\vec{E} \perp \vec{H}$ ,  $\vec{H} \perp \vec{D}$ ,  $\vec{E} \perp \vec{S}$ ,  $\vec{S} \perp \vec{H}$  (див. рис.1).

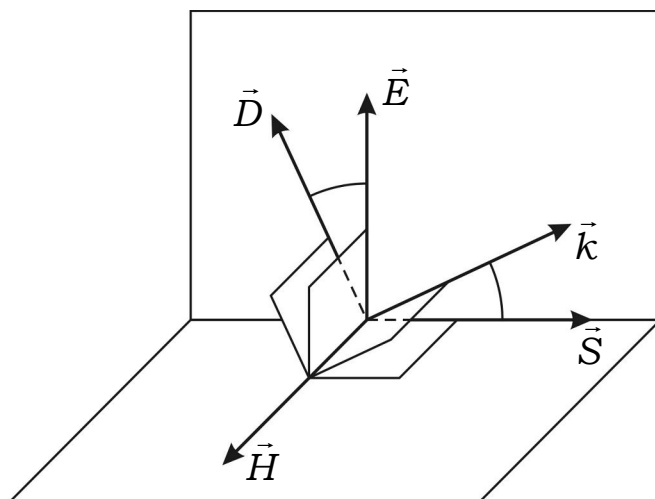


Рис. 1. Взаємна орієнтація векторних величин, які характеризують плоску монохроматичну хвилю в прозорому діелектричному немагнітному середовищі. Вектори  $\vec{S}$ ,  $\vec{k}$ ,  $\vec{E}$  і  $\vec{D}$  лежать в одній площині, перпендикулярній до вектора  $\vec{H}$ . Дві групи векторів  $\vec{D}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{k}$  та  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{S}$  утворюють дві праві трійки взаємно перпендикулярних векторів.

## 2. Матеріальне рівняння для оптично анізотропного середовища

В загальному випадку всі властивості макроскопічно однорідного анізотропного середовища описуються рівняннями Максвелла та **матеріальним рівнянням середовища**, яке функціонально визначає зв'язок компонент вектора індукції  $D_i$  з відповідними компонентами вектора напруженості електричного поля  $E_j$ :

$$D_i = \varepsilon_{ij} E_j, \quad (4)$$

де  $\varepsilon_{ij}$  – компоненти **тензора діелектричної проникності** (в загальному випадку комплексні),  $D_i$ ,  $E_j$  – відповідні проекції вказаних величин на координатні осі ( $i, j = X, Y, Z$ ).

Розглядаючи природну анізотропію, обмежимося явищем подвійного променезаломлення в прозорих анізотропних середовищах, для яких компоненти тензора діелектричної проникності  $\varepsilon_{ij}$  є ермітовими ( $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}^*$ ). Більше того, вважатимемо компоненти цього тензора дійсними величинами ( $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^*$ ). Ця умова відповідає випадку **оптично неактивного середовища** і вказує на локальну синфазність відповідних компонент поляризації  $D_i$  та напруженості електричного поля  $E_j$  [4]. При таких умовах

для довільного анізотропного середовища існують особливі **головні осі координат**  $x, y, z$ , для яких тензор  $\varepsilon_{ij}$  стає діагоналізованим:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (5)$$

Параметри  $\varepsilon_x = \varepsilon_{XX}$ ,  $\varepsilon_y = \varepsilon_{YY}$ ,  $\varepsilon_z = \varepsilon_{ZZ}$  називаються **головними діелектричними проникностями** анізотропного середовища.

Подальший аналіз проведемо саме в цих головних осях координат  $x, y, z$ , для яких співвідношення (4) приймає вигляд:

$$\begin{aligned} D_x &= \varepsilon_x E_x, \\ D_y &= \varepsilon_y E_y, \\ D_z &= \varepsilon_z E_z. \end{aligned} \quad (6)$$

Між головними діелектричними проникностями можливі три співвідношення, які дозволяють класифікувати оптичні середовища за їх анізотропними властивостями [5]:

$$1. \quad \varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z, \quad (7)$$

– ця умова визначає **оптично ізотропне середовище (кристал)**;

$$2. \quad \varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z \quad (8)$$

– ця умова визначає **оптично анізотропне одновісне середовище (кристал)**;

$$3. \quad \varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z \quad (9)$$

– ця умова визначає **оптично анізотропне двовісне середовище (кристал)**.

### 3. Головне рівняння кристалооптики (рівняння хвильових нормалей Френеля)

З алгебраїчних рівнянь Максвелла (3) можна отримати рівняння, яке визначає функціональний зв'язок між вектором хвильової нормалі  $\vec{n}$  та векторами  $\vec{D}$  і  $\vec{E}$ :

$$\vec{D} = n^2 \vec{E} - \vec{n} (\vec{E} \cdot \vec{n}). \quad (10)$$

Скориставшись матеріальними рівняннями (6) для анізотропного середовища, записаними в координатах головних діелектричних осей, можна отримати три лінійні однорідні рівняння для  $E_i$

$$\varepsilon_i E_i = n^2 E_i - n_i (\vec{E} \cdot \vec{n}), \quad (11)$$

де  $i = x, y, z$ . Ці рівняння мають нетривіальний розв'язок, коли відповідний детермінант системи дорівнює нулю [6]:

$$\begin{vmatrix} n^2 - n_x^2 - \varepsilon_x & -n_x n_y & -n_x n_z \\ -n_y n_x & n^2 - n_y^2 - \varepsilon_y & -n_y n_z \\ -n_z n_x & -n_z n_y & n^2 - n_z^2 - \varepsilon_z \end{vmatrix} = 0 \quad (12)$$

Співвідношення (12) є **головним рівнянням кристалооптики (рівнянням хвильових нормалей Френеля)** і визначає хвильовий вектор плоскої електромагнітної хвилі в анізотропному середовищі в залежності від його напрямку та значень головних діелектричних проникностей. Розкриваючи детермінант (12) з врахуванням співвідношення для компонент вектора хвильової нормалі  $n^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$ , приходимо до наступного рівняння [7]:

$$n^2(n_x^2 \varepsilon_x + n_y^2 \varepsilon_y + n_z^2 \varepsilon_z) - \left[ n_x^2 \varepsilon_x (\varepsilon_y + \varepsilon_z) + n_y^2 \varepsilon_y (\varepsilon_x + \varepsilon_z) + n_z^2 \varepsilon_z (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \right] + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z = 0 \quad (13)$$

Оскільки рівняння четвертого порядку (13) отримано з (11), то його також називають **головним рівнянням кристалооптики (рівнянням хвильових нормалей Френеля)**.

#### **4. Поширення плоских електромагнітних хвиль в оптично ізотропних середовищах та анізотропних одновісних кристалах**

Подальший аналіз головного рівняння кристалооптики проведемо для найбільш широкоживаних в оптичних дослідженнях випадках ізотропних середовищ та одновісних анізотропних кристалів.

##### **Випадок ізотропного середовища.**

Для ізотропного середовища діелектрична проникність (7) є скалярною величиною, оскільки  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon_{izo}$ . З врахуванням цього виродження рівняння хвильових нормалей (13) дозволяє отримати відоме співвідношення  $n = \sqrt{\varepsilon_{izo}}$ . Таким чином, в особливому випадку ізотропного середовища вектор хвильової нормалі  $\vec{n}$  по модулю чисельно дорівнює показнику заломлення цього ізотропного середовища, а за напрямом співпадає з хвильовим вектором  $\vec{k}$  та вектором Пойтінга  $\vec{S}$ , які в цьому виродженому випадку будуть колінеарними.

##### **Випадок оптично анізотропних одновісних кристалів.**

У відповідності з (8), оптично анізотропні одновісні кристали мають виділену головну вісь "z", яка в даному випадку називається **оптичною віссю одновісного анізотропного кристала** (в оптично анізотропному одновісному кристалі існує нескінченна кількість виділених паралельних оптичних осей). Така осьова симетрія, що визначається рівнянням (8), записаним в головних координатах, дозволяє ввести **головні показники заломлення**  $n_o$  та  $n_e$  (по аналогії з випадком ізотропного середовища), які визначаються наступним чином:

$$n_o = \sqrt{\varepsilon_x} = \sqrt{\varepsilon_y}, \quad n_e = \sqrt{\varepsilon_z}. \quad (14)$$

Величина  $n_o$  називається **звичайним показником заломлення** одновісного анізотропного кристала (індекс "o" від англ. "ordinary" – "звичайний").

Величина  $n_e$  називається **незвичайним показником заломлення** одновісного анізотропного кристала (індекс "e" від англ. "extraordinary" – "незвичайний").

За знаком різниці між абсолютними значеннями звичайного та незвичайного показників заломлення  $\Delta n = n_e - n_o$  одновісні анізотропні кристали поділяються на:

**1. додатні одновісні анізотропні кристали**, для яких  $\Delta n > 0$ ;

**2. від'ємні одновісні анізотропні кристали**, для яких  $\Delta n < 0$ .

Нехай оптична вісь одновісного кристала (паралельна головній осі "z") і хвильовий вектор плоскої електромагнітної хвилі  $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$

лежать в **площині головного перерізу одновісного кристала**, яку вони і визначають. Крім того, враховуючи симетрію задачі, розташуємо вісь "x" також у площині головного перерізу одновісного кристала (оскільки в оптично анізотропному одновісному кристалі існує нескінченна кількість паралельних оптичних осей, то, відповідно, існує і нескінченна кількість паралельних цим осям площин головного перерізу одновісного кристала).

Нехай  $\theta$  в цьому випадку визначає кут між головною віссю "z" та хвильовим вектором  $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$ . Тоді  $k_x = k \sin \theta$ ,  $k_y = 0$ ,  $k_z = k \cos \theta$ , звідки можна визначити проекції вектора хвильової нормалі  $\vec{n}$  на головні осі координат  $x, y, z$  наступним чином:  $n_x = n \sin \theta$ ,  $n_y = 0$ ,  $n_z = n \cos \theta$ .

Підставляючи ці значення в головне рівняння кристалооптики (13) і враховуючи (14), отримаємо **рівняння хвильових нормалей Френеля для оптично анізотропного одновісного кристала**:

$$(n^2 - n_o^2) \left[ \frac{n^2 \sin^2 \theta}{n_e^2} + \frac{n^2 \cos^2 \theta}{n_o^2} - 1 \right] = 0. \quad (15)$$

Отже, у випадку оптично анізотропного одновісного кристала рівняння хвильових нормалей четвертого порядку (13) розпадається на два рівняння другого порядку для двох різних величин  $n_1(\theta_1)$  та  $n_2(\theta_2)$ :

$$n_1^2 = n_o^2, \quad (16)$$

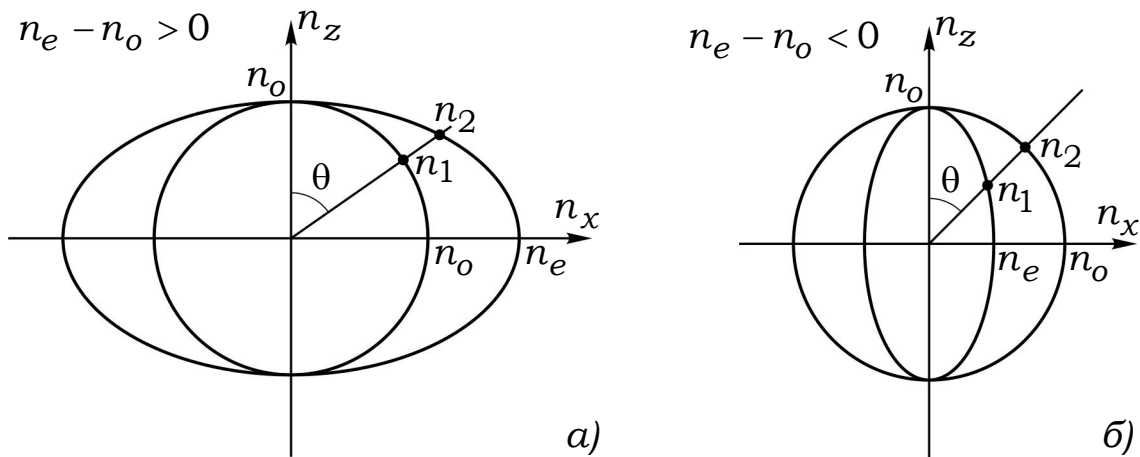
та 
$$\frac{n_2^2 \sin^2(\theta_2)}{n_e^2} + \frac{n_2^2 \cos^2(\theta_2)}{n_o^2} = 1. \quad (17)$$

Геометрично це означає, що поверхня хвильових нормалей (в загальному випадку – поверхня четвертого порядку) розпадається на дві окремі поверхні, що мають осьову симетрію відносно оптичної осі кристала: – сферу (16), для якої  $n_1 = n_o = \text{const}$  і не залежить від кута  $\theta_1$ , та еліпсоїд обертання (17), для якого  $n_2 = f(\theta_2) \neq \text{const}$ . На рис.2 зображено перерізи цих поверхонь площиною головного перерізу оптично анізотропного одновісного додатного (а) та від'ємного (б) кристалів. Ці поверхні мають дві спільні точки дотику, які лежать на протилежних полюсах і розташовані на осі "z" (див. рис.2).

Таким чином, в оптично анізотропному одновісному кристалі можуть поширюватись плоскі електромагнітні хвилі двох типів: **звичайні хвилі**, для яких справедливе рівняння (16), та **незвичайні хвилі**, для яких справедливе рівняння (17). По відношенню до звичайних хвиль, які мають хвильовий вектор  $\vec{k}_1 = \frac{\omega}{c} \vec{n}_1$ , оптично анізотропний одновісний кристал поводить себе як ізотропне середовище з показником заломлення  $n_1 = n_o$ , а його оптичні властивості не залежать від кута  $\theta_1$  між хвильовим вектором  $\vec{k}_1$  та оптичною віссю. Для незвичайних хвиль вектор хвильової нормалі  $\vec{n}_2(\theta_2)$  та хвильовий вектор  $\vec{k}_2 = \frac{\omega}{c} \vec{n}_2(\theta)$  залежать від кута  $\theta_2$  між оптичною віссю та хвильовим вектором  $\vec{k}_2$  (див. (17)).

Питання взаємної орієнтації площини поляризації та оптичної осі для звичайної та незвичайної хвиль вирішується досить просто:

для звичайної хвилі проекція вектора  $\vec{E}$  на оптичну вісь завжди дорівнює нулю, а для незвичайної – завжди відмінна від нуля.



**Рис. 2. Схематичні зображення поперечних перерізів поверхонь хвильових нормалей  $n_1$  та  $n_2$  площинами головного перерізу для одновісного додатного (а) та від'ємного (б) кристалів. Оптична вісь кристала паралельна осі " $n_z$ ".**

## **5. Заломлення світла на межі поділу "ізотропне-анізотропне середовище"**

При відбитті або заломленні світла на межі поділу двох середовищ, хоча б одне з яких є анізотропним, спостерігається ряд специфічних особливостей.

**1.** Падаючий промінь при заломленні світла на такій межі поділу може розділитись на два, тим самим демонструючи явище подвійного променезаломлення світла. При цьому, незалежно від стану поляризації падаючого випромінювання, обидва заломлених променя виявляються лінійно поляризованими у взаємно ортогональних площинах.

**2.** Один із заломлених променів може не лежати в площині падіння.

**3.** Падаючий промінь при відбитті світла на такій межі поділу також може утворити два відбитих променя. При цьому, незалежно від стану поляризації падаючого випромінювання, обидва відбитих променя виявляються лінійно поляризованими у взаємно ортогональних площинах.

**4.** Один із відбитих променів може не лежати в площині падіння.

Розглянемо закон заломлення світла (закон Снелліуса) для випадку оптично анізотропного середовища. Граничні умови для електромагнітного поля потребують неперервності тангенційних

(тобто паралельних межі поділу) складових електромагнітного поля. З цієї умови (як і у випадку заломлення світла на межі поділу двох ізотропних середовищ) випливає рівність тангенційних компонент хвильових векторів і векторів хвильових нормалей для падаючої  $(\vec{k}_{in}, \vec{n}_{in})$ , відбитої  $(\vec{k}_{out}, \vec{n}_{out})$  та звичайної  $(\vec{k}_1, \vec{n}_1)$  і незвичайної  $(\vec{k}_2, \vec{n}_2)$  заломлених хвиль [5]. Проаналізуємо ці умови на прикладі одновісного додатного кристала (наприклад  $\alpha$ -кварцу), для якого оптична вісь орієнтована перпендикулярно до межі поділу "ізоотропне – анізотропне середовище" (див. рис.3). Для такої орієнтації площина падіння співпадає з площиною головного перерізу оптично анізотропного одновісного додатного кристала, яким є  $\alpha$ -кварц. В цих співпадаючих площинах граничні умови для тангенційних компонент хвильових векторів матимуть вигляд (див. рис.3):

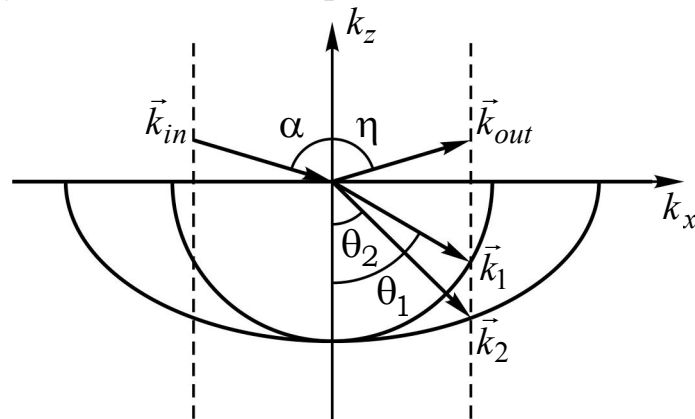
$$(\vec{k}_{in})_x = (\vec{k}_{out})_x = (\vec{k}_1)_x = (\vec{k}_2)_x, \quad (18)$$

звідки витікає закон відбиття для ізоотропного середовища (кут падіння  $\alpha$  дорівнює куту відбиття  $\eta$ )

$$\alpha = \eta. \quad (19)$$

Аналогічні умови можна записати і для тангенційних компонент векторів хвильових нормалей.

Для анізотропного середовища ця рівність кутів падіння та відбиття реалізується лише в окремих випадках.



**Рис. 3. Граничні умови для випадку заломлення та відбиття світла на межі поділу "ізоотропне – анізотропне середовище" в просторі хвильових векторів. Оптична вісь одновісного додатного кристала орієнтована паралельно його осі  $OZ$  та вектору  $\vec{k}_z$ . Величини  $\vec{k}_{in}, \alpha$  відповідають падаючій,  $\vec{k}_{out}, \eta$  – відбитій,  $\vec{k}_1, \theta_1$  – заломленій звичайній,  $\vec{k}_2, \theta_2$  – заломленій незвичайній хвилям.**



Закон заломлення світла в анізотропному середовищі (закон Снелліуса) запишемо окремо для тангенційних компонент векторів хвильових нормалей звичайної ( $j = 1$ ) та незвичайної ( $j = 2$ ) хвиль з відповідними кутами заломлення  $\theta_j$  (див. рис.3)

$$n_{in} \sin \alpha = n_1 \sin \theta_1, \quad (20)$$

$$n_{in} \sin \alpha = n_2 \sin \theta_2. \quad (21)$$

Нагадаємо, що для незвичайної хвилі напрям променя, який задається напрямом вектора Пойтінга, в загальному випадку не співпадає з напрямом хвильового вектора (див. рис.1 та [5]).

### **Вимірювання величин звичайного ( $n_o$ ) та незвичайного ( $n_e$ ) показників заломлення і векторів хвильових нормалей за допомогою метода призми**

Метод призми – один з найточніших методів вимірювання показників заломлення як оптично ізотропних, так і оптично анізотропних середовищ. Цей давно відомий метод дозволяє звести визначення показників заломлення та векторів хвильових нормалей до вимірювання кутових характеристик призми та падаючого і заломленого призмою променів. Для його реалізації потрібні:

- призма, виготовлена з досліджуваного матеріалу;
- плоска монохроматична оптична хвиля, отримана з допомогою лазера, монохроматора або джерела лінійчатого спектра (наприклад ртутної або натрієвої ламп);
- гоніометр для вимірювання кутових характеристик призми та падаючого і заломленого призмою променів.

Розглянемо проходження монохроматичного світла крізь призму з  $\alpha$ -кварцу, яка використовується в даній роботі і знаходиться в повітрі. Вважатимемо, що показник заломлення повітря наближено дорівнює одиниці ( $n_{in} = 1$ ). Призма виготовлена таким чином, що оптична вісь  $\alpha$ -кварцу перпендикулярна до її катетної заломлюючої поверхні (див. рис.4).

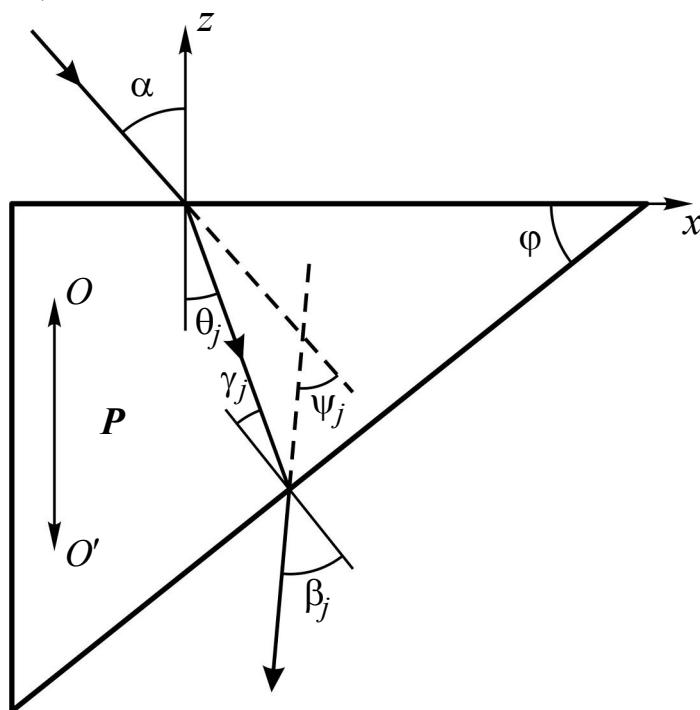
Покажемо, що за таких умов вектори хвильових нормалей можна визначати, обмежившись вимірюванням лише трьох кутів: 1) заломлюючий кут призми  $\varphi$ ; 2) кут падіння  $\alpha$ ; 3) кут відхилення променя від його прямолінійного розповсюдження  $\psi_j$ . Іншими словами, досліджуючи лише кутові залежності заломлення світла в призмі з  $\alpha$ -кварцу, можна експериментально визначити залежності  $n_j(\theta_j)$  та порівняти їх з теоретичними. Це дає змогу в даній роботі визначити досить точно (використовуючи

модифікований метод найменших квадратів) експериментальні значення величин звичайного ( $n_o$ ) та незвичайного ( $n_e$ ) показників заломлення для відповідної довжини хвилі.

Хід монохроматичного променя крізь призму  $P$  з  $\alpha$ -кварцу представлений на рис.4. Нескладні геометричні розрахунки дозволяють записати наступні співвідношення між кутами (див. рис.4)

$$\varphi = \gamma_j + \theta_j, \quad \psi_j = \alpha + \beta_j - \varphi. \quad (22)$$

Нагадаємо, що  $\theta_j$  визначає кут між оптичною віссю  $OO'$ , яка паралельна осі "z", та хвильовим вектором  $\vec{k}_j$  або вектором хвильової нормалі  $\vec{n}_j$  для звичайної ( $j=1$ ) та незвичайної ( $j=2$ ) хвиль (див. рис.4).



**Рис. 4. Проходження монохроматичного світла крізь призму  $P$  з  $\alpha$ -кварцу, оптична вісь якого  $OO'$  орієнтована паралельно осі  $OZ$ . Для звичайної ( $j=1$ ) та незвичайної ( $j=2$ ) хвиль введені позначення:  $\psi_j$  – кут відхилення променя від його прямолінійного розповсюдження,  $\theta_j$  – кут між оптичною віссю  $OO'$  та хвильовим вектором  $\vec{k}_j$ ,  $\gamma_j$  та  $\beta_j$  – кути падіння та заломлення світла на гіпотенузній поверхні призми відповідно,  $\varphi$  – заломлюючий кут призми,  $\alpha$  – кут падіння світла на катетну поверхню призми.**

Використовуючи співвідношення (20), (21) та (22), можна отримати величини модулів векторів хвильових нормалей для

звичайної та незвичайної хвиль, що поширюються в призмі з  $\alpha$ -кварцу:

$$n_j = \sqrt{\sin^2 \alpha + \left[ \frac{\sin(\varphi + \psi_j - \alpha) + \sin \alpha \cos \varphi}{\sin \varphi} \right]^2}. \quad (23)$$

Знаючи  $n_j$ , можна визначити кут  $\theta_j$  із закону заломлення світла в анізотропному середовищі (див. рис.4 та(20), (21), (23)):

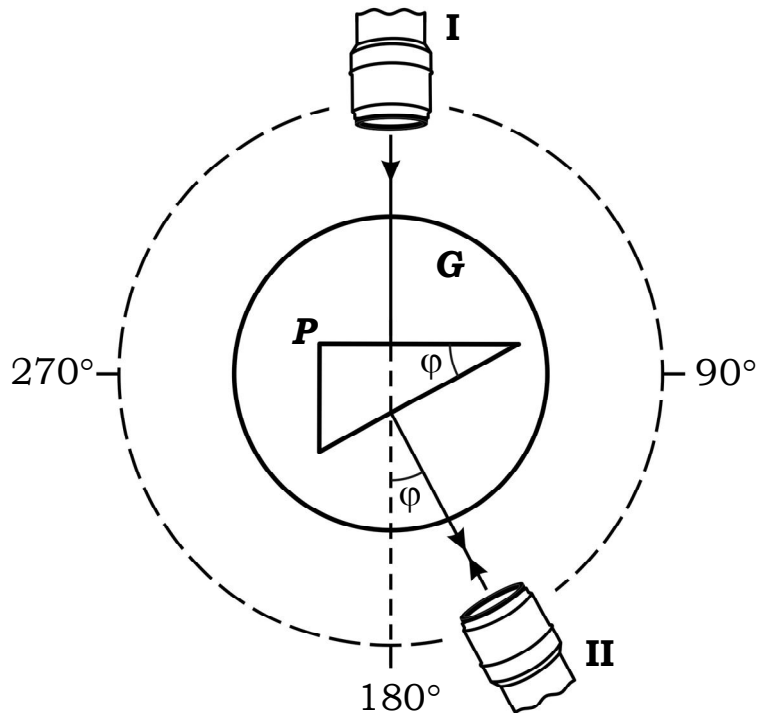
$$\theta_j = \arcsin \left( \frac{\sin \alpha}{n_j} \right). \quad (24)$$

Таким чином, співвідношення для модулів векторів хвильових нормалей (23) та для кутів між цими векторами і оптичною віссю кристала (24) повністю визначають напрям і величину векторів хвильових нормалей в призмі з  $\alpha$ -кварцу.

Слід нагадати, що у виродженому випадку ізотропного середовища його показник заломлення дорівнює модулю вектора хвильової нормалі. Аналогічний зв'язок існує і для звичайної хвилі в одновісному оптично анізотропному кристалі (див. п.4), але це виродження знімається для незвичайної хвилі в одновісному анізотропному кристалі і відсутнє у двовісному.

Співвідношення (23) та (24) дозволяють одночасно визначити вектори  $\vec{n}_1$  та  $\vec{n}_2$  для звичайної та незвичайної хвиль відповідно і експериментально перевірити рівняння хвильових нормалей Френеля (16) та (17) для оптично анізотропного одновісного кристала. З цих же рівнянь (16) та (17) можна також експериментально отримати значення головних показників заломлення  $n_o = \sqrt{\varepsilon_x} = \sqrt{\varepsilon_y}$  та  $n_e = \sqrt{\varepsilon_z}$  для  $\alpha$ -кварцу. Отримані величини слід порівняти з їх табличними значеннями для відповідної довжини хвилі. Саме вони визначають оптичні властивості кристалів по відношенню до падаючого випромінювання з фіксованою довжиною хвилі  $\lambda$ , є параметрами рівняння хвильових нормалей (17) і не залежать від кута  $\theta_j$ .

### Схема лабораторної установки



**Рис. 5. Оптична схема лабораторної установки для експериментального вивчення властивостей одновісних анізотропних кристалів (початкове положення).  $G$  – столик гоніометра,  $P$  – призма з  $\alpha$ -кварцу,  $I$  – нерухомий об'єктив,  $II$  – зорова труба (автоколіматор), що може обертатись навколо осі гоніометра  $O$ .**

На рис.5 зображена схема лабораторної установки для експериментального вивчення властивостей одновісних анізотропних кристалів, виготовлених у вигляді призми  $P$ . Оскільки кутові залежності показників заломлення  $n_j(\theta_j)$  для звичайної ( $j = 1$ ) та незвичайної ( $j = 2$ ) хвиль, у відповідності з (23) та (24), визначаються лише значеннями відповідних кутів  $\alpha$ ,  $\varphi$  та  $\psi_j$ , то і вимірювання величин  $n_j(\theta_j)$  зводяться до вимірювання цих кутів. Установка працює на базі гоніометра Г5 – оптичного приладу для точного вимірювання кутів, що лежать в площині рис.5. Нерухомий коліматор, зображений у верхній частині рис.5 і позначений римською цифрою  $I$ , формує паралельний світловий потік з плоским хвильовим фронтом. Напрямок розповсюдження цього світлового потоку визначає початок відліку кутів. Зорова труба  $II$  (автоколіматор) може обертатись в площині малюнка навколо осі  $O$  і візуально орієнтуватись по напрямку розповсюдження досліджуваних світлових потоків. Її кутове положення (а отже і кутовий напрям розповсюдження досліджуваного паралельного світлового потоку) визначається з допомогою відлікового мікроскопа (див. далі). Крім того, автоколіматор може самостійно випромінювати власний паралельний світловий потік та реєструвати його при відбитті у

зворотному напрямі, якщо кути падіння та відбиття лежать у площині рис.5. Це дозволяє вимірювати кутову орієнтацію відбиваючих поверхонь, оскільки автоколіматор II у цьому випадку орієнтований перпендикулярно до відбиваючої поверхні. Тобто, оптичні осі нерухомого коліматора I та зорової труби II завжди повинні перетинатись з віссю обертання гоніометра і бути перпендикулярними до неї. В цьому і полягає юстування приладу перед початком вимірювань.

### **Завдання до лабораторної роботи<sup>2</sup>**

**1.** Визначити заломлюючий кут  $\varphi$  призми з  $\alpha$ -кварцу за однією або декількома методиками, запропонованими викладачем (див. рис.5).

**2.** Експериментально визначити кутові залежності модулів векторів хвильових нормалей  $n_j(\theta_j)$  для звичайної ( $j = 1$ ) та незвичайної ( $j = 2$ ) хвиль в максимально можливому діапазоні кутів для однієї або декількох довжин хвиль, запропонованих викладачем.

**3.** Користуючись програмним забезпеченням, яке базується на формулах (23), (24) та модифікованому методі найменших квадратів для (16), (17), на підставі отриманих експериментальних даних визначити величини звичайного ( $n_o(\lambda)$ ) та незвичайного ( $n_e(\lambda)$ ) показників заломлення для однієї або декількох довжин хвиль, запропонованих викладачем.

**4.** З отриманих значень визначити фактор анізотропії  $\Delta n(\lambda) = n_e(\lambda) - n_o(\lambda)$  та порівняти його з відомими табличними значеннями цієї величини.

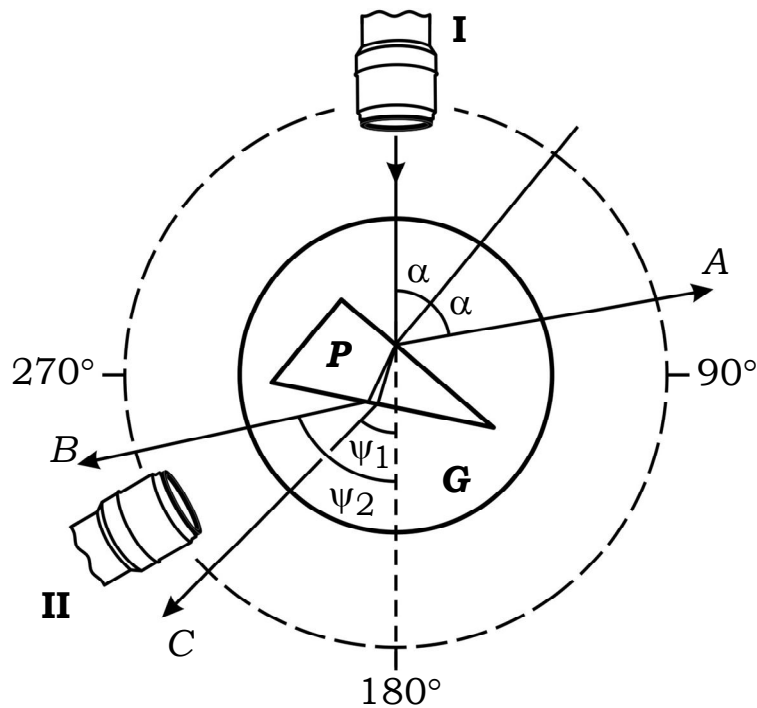
**5.** Користуючись результатами п. 3, побудувати експериментальні дисперсійні залежності  $n_{o,e}(\lambda)$  та порівняти їх з табличними.

### **Хід виконання роботи**

Кожне завдання роботи має свої особливості та послідовність виконання. Проте можна виділити головні складові, необхідні для будь-якого варіанта лабораторної роботи.

---

<sup>2</sup> Визначається викладачем.



**Рис. 6. Оптична схема лабораторної установки для експериментального вивчення властивостей одновісних анізотропних кристалів (положення елементів схеми при гоніометричних вимірюваннях). Позначення оптичних елементів аналогічні рис.5. Позначення кутів відповідають рис.4.**

1. Після ознайомлення з описом гоніометра слід зорієнтувати освітлювальну систему (коліматор I, зорову трубу II та гоніометричний столик G таким чином, щоб їх оптичні осі й поверхня столика знаходились у площинах, перпендикулярних до осі обертання самого гоніометра (див. рис.6).

2. Виставити початкове значення кута падіння  $\alpha = 0^\circ$  у відповідності з висхідним положенням схеми (див. рис.5).

3. Визначити (з точністю до кутових секунд) заломлюючий кут призми  $\varphi$  (див. п. 1 завдання до лабораторної роботи та рис.5).

4. Встановити відповідне значення кута падіння  $\alpha$ . Для цього зорову трубу II слід зафіксувати під кутом  $2\alpha$ , а призму P зорієнтувати таким чином, щоб відбитий промінь A фіксувався в центрі поля спостереження зорової труби II (див. рис.6). Той же результат можна отримати з допомогою автоколімаційного методу, розташувавши призму P таким чином, щоб при кутовій орієнтації зорової труби II на величину  $\zeta = \alpha + 180^\circ - \varphi$  відбите від гіпотенузної поверхні призми P випромінювання фіксувалося в центрі поля спостереження зорової труби II (див. рис.6).

5. У відповідності до конкретного завдання лабораторної роботи провести вимірювання експериментальних залежностей кутів відхилення  $\psi_j = \psi_j(\alpha)$  для звичайної ( $j = 1$ ) та незвичайної ( $j = 2$ )

хвиль в максимально можливому діапазоні кутів падіння  $\alpha$  (промені  $B$  і  $C$  на рис.6 відповідно).

6. За необхідності повторити вищезгадані п. 4-5 відповідну кількість разів.

7. Скориставшись програмним забезпеченням лабораторної роботи, провести відповідні розрахунки з метою визначення величин  $n_j(\theta_j)$ ,  $n_o$  та  $n_e$ .

### Контрольні запитання

1. Використовуючи принцип Гюйгенса-Френеля, побудувати хід променів при повному внутрішньому відбитті в одновісному додатному (від'ємному) кристалі при орієнтації оптичної осі, вказаної викладачем.

2. Використовуючи принцип Гюйгенса-Френеля, побудувати хід променів при заломленні світла в одновісному додатному (від'ємному) кристалі при орієнтації оптичної осі, вказаної викладачем.

3. Чи можливий перехід середовища з ізотропного стану в анізотропний і навпаки?

4. За яких умов промені падаючий, відбитий і заломлений не лежатимуть в одній площині?

5. Чому вимірювання за допомогою метода призми потребують використання монохроматичного випромінювання?

6. Дати відповіді на тестові запитання програмного супроводу лабораторної роботи.

### Список літератури

Физическая энциклопедия (Под ред. А.М.Прохорова). – М., "Сов. энциклопедия", 1990, – т. 2, – с. 511.

Физическая энциклопедия (Под ред. А.М.Прохорова). – М., "Большая Российская энциклопедия", 1992, – т. 3, – С. 34, 427.

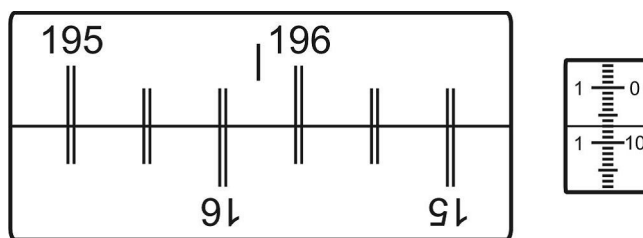
Ахманов С.А., Никитин С.Ю. – Физическая оптика. – М., Из-во Московского университета, 1998. – с. 15, 535.

Сугаков В.Й. – Электродинамика. – К., "Вища школа", 1974, – с. 127.

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. – Теоретическая физика. – М., "Наука", 1982, – т.8. – с.460.

## Додаток 1.

### Проведення вимірювань на гоніометрі ГС-5



**Рис. 7. Поле зору відлікового мікроскопа.**

Поле зору відлікового мікроскопа наведено на рис.7.

Ціна кожної поділки, виділеної подвійними штрихами на лімбі, становить  $20'$  (див. зображення у лівому вікні). Тобто, лімб розбито на 1080 інтервалів ( $360 \times 3 = 1080$ ). Цифрами на горизонтальному лімбі позначені поділки через  $1^\circ$ . При нульовому положенні оптичного мікрометра (див. зображення у правому віконці) вертикальний індекс лівого вікна вказуватиме приблизне (з точністю до  $20'$ ) значення кута на лімбі. Для точного визначення величини кута в межах цих  $20'$  і застосовується оптичний мікрометр, вертикальна шкала якого разом з горизонтальним індексом спостерігаються у правому віконечку поля зору вимірювального мікроскопа. Цей оптичний мікроскоп лише зміщує зображення горизонтальних шкал лімба в межах  $10'$ . При цьому сам лімб залишається нерухомим. При зміщенні зображення поділок верхньої горизонтальної шкали лімба відносно нижньої на  $10'$  вертикальна шкала оптичного мікрометра в правому віконці переміщується на 600 поділок. Таким чином, кожна поділка відповідає куту в  $1''$ . Отже, зміщуючи зображення шкал лімба доти, доки їх подвійні найближчі  $20'$ -ні штрихи не співпадуть, можна вимірюваний кут зменшити до реперного кута з цілим числом десятків мінут. Кількість надлишкових відносно цього реперного кута одиниць мінут і секунд показує горизонтальний індекс правого віконця.

Тобто, для виконання відліку кута необхідно повернути маховичок відлікового мікрометра настільки, щоб верхні та нижні зображення подвійних штрихів лімба в лівому вікні точно співпадали. Число градусів буде дорівнювати найближчій зліва від вертикального індексу цифрі (на рис.7 – цифра 195).

Число десятків мінут дорівнює числу  $20'$ -них інтервалів між верхньою поділкою, яка відповідає відрахованому числу градусів (195), та нижньою поділкою (15), яка відрізняється від



попередньої оцифрованої поділки на  $180^\circ$  (на рис.7 ця величина становить  $50'$ ).

Число одиниць мінут відраховується по шкалі мікрометра по лівому ряду чисел ( $1'$ ) у правому віконці.


















Число десятків секунд – в тому ж віконці по правому ряду чисел ( $0'$ ).

Число одиниць секунд визначається нерухомим горизонтальним індексом ( $7''$ ).

Отже, величина кута на рис.7 відповідає значенню  $195^\circ 51' 07''$ .

## Додаток 2.

### Довжини хвиль найбільш яскравих ліній ртуті у видимій області спектру

Спектральна область	Відносна інтенсивність	Довжина хвилі в нм
Фіолетовий триплет		<b>404,66</b>
		407,78
		410,81
Синій триплет		433,92
		434,75
		<b>435,83</b>
		439,86
		448,75
Синьо-зелена лінія		<b>491,60</b>
Зелена лінія		<b>546,07</b>
Жовтий дублет		<b>576,96</b>
		<b>579,06</b>
		607,26
		610,04
		612,35
		623,44
		730,17

## ЗМІСТ

Лабораторна робота №9 Вивчення особливостей дифракції в рамках наближення Френеля	3
Лабораторна робота №10 Дослідження явища дифракції світла на прикладі дифракційної ґратки	11
Лабораторна робота №11 Вивчення властивостей оптично анізотропних середовищ	24
Додаток 1. Проведення вимірювань на гоніометрі ГС-5	40
Додаток 2. Довжини хвиль найбільш яскравих ліній ртуті у видимій області спектру	42

**Навчальне видання**

**Методичні вказівки  
до лабораторних робіт з курсу  
«Загальна фізика. Оптика»  
(Частина III)**

Упорядники:

**КИСЛЕНКО** Володимир Іванович  
**СТЕЦЬОК** Володимир Миколайович

Підписано до друку 07.12.2010. Формат 60х80<sup>16</sup>.  
Гарнітура Bookman Old Style. Папір офсетний. Друк офсетний.  
Наклад 120 примірників. Ум. друк. арк. 2,56.

**Видавнича лабораторія радіофізичного факультету  
Київського національного університету імені Тараса Шевченка**