Лабораторна робота № 5

ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ВІДБИТТЯ ТА ЗАЛОМЛЕННЯ СВІТЛА НА ПЛОСКІЙ ПОВЕРХНІ ПОДІЛУ ДВОХ СЕРЕДОВИЩ

Мета роботи: експериментальна перевірка формул Френеля, набуття навичок роботи з високоточними оптичними приладами.

Ключові терміни: азимут поляризації, відбиваюча здатність, відносний показник заломлення, діелектрична проникність, закон Брюстера, кут заломлення, кут падіння, площина падіння, площина поляризації, поверхнева прозорість, хвильовий фронт, формули Френеля, коефіцієнти Френеля, коефіцієнт відбиття.

Теоретичні відомості

1. Відбиття та заломлення плоскої монохроматичної електромагнітної хвилі на нерухомій плоскій межі поділу двох прозорих ізотропних середовищ.

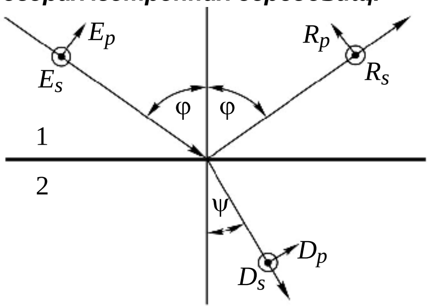


Рис. 1

Нехай у декартовій системі координат площина $Y = 0$ визначає межу поділу двох ізотропних, нерухомих, оптично різних, але абсолютно прозорих середовищ (рис. 1), тобто нормаль $\vec{N}$ до межі поділу середовищ паралельна осі Y. Магнітна проникність обох середовищ $\mu = 1$, а їх прозорість є наслідком нульової провідності. Крім того, вважається, що оптичні властивості першого ($i = 1;\ Y > 0$) і другого ($i = 2;\ Y < 0$) оптично різних середовищ визначаються матеріальними параметрами – діелектричними проникностями $\varepsilon_1(\omega) \neq \varepsilon_2(\omega)$, які залежать від частоти ω коливань електромагнітного поля. Зокрема фазові швидкості поширення електромагнітних хвиль у цих середовищах υ_i визначаються через їх ***показники заломлення*** n_i:

$$\upsilon_i = c / n_i\ ,\ \ i = 1,\ \ 2, \qquad (1)$$

де c – швидкість поширення електромагнітних хвиль у вакуумі, $n_i = \sqrt{\varepsilon_i}$

– показник заломлення (у випадку абсолютно прозорого середовища n_i дійсна величина).

Розглянемо плоскі монохроматичні електромагнітні хвилі, характерною особливістю яких є те, що їх ***хвильові фронти*** (поверхні, в усіх точках яких фаза коливань у даний момент часу однакова) у вказаних ізотропних середовищах мають вигляд площин. Одиничний вектор $\vec{e}$ нормалі до хвильового фронту падаючої електромагнітної хвилі, напрям якого збігається з напрямом її поширення, у вказаних середовищах паралельний хвильовому вектору

$$\vec{k}_e = \vec{e}\,\frac{\omega}{\upsilon_1} = \vec{e}\,\frac{n_1 \cdot \omega}{c}\,. \tag{2}$$

Площиною падіння називається площина, в якій лежать вектор нормалі до межі поділу $\vec{N}$ і хвильовий вектор $\vec{k}_e$ падаючої хвилі. Площина рис. 1, наприклад, збігається з площиною падіння.

Усі величини, що відносяться:

✓ до падаючої хвилі, позначимо літерами E і e (від нім. ***E****infallende welle* – падаюча хвиля);

✓ до відбитої – літерами R і r (від нім. ***R****eflektierte welle* – відбита хвиля);

✓ до хвилі, що пройшла, – літерами D і d (від нім. ***D****urchgelassene welle* – хвиля, що пройшла).

Крім того, амплітуду електричного вектора падаючої хвилі розкладемо на дві компоненти (див. рис.1): E_p – паралельну до площини падіння (від нім. ***P****arallel* – паралельний) та E_s – перпендикулярну до цієї площини (від нім. ***S****enkrecht* – перпендикулярний).

Кут падіння – кут між нормаллю до межі поділу $\vec{N}$ і напрямом поширення хвильового фронту падаючої хвилі, який збігається з напрямом хвильового вектора $\vec{k}_e$, – позначимо через φ.

Кут заломлення ψ – це кут між нормаллю $\vec{N}$ і напрямом поширення плоского хвильового фронту заломленої хвилі, який збігається з її хвильовим вектором $\vec{k}_d$.

Слід зауважити, що з означення кутів φ та ψ випливає, що їх значення лежать у межах $0 \le (\varphi, \psi) \le \pi/2$. Таким чином, напруженість електричного поля падаючої хвилі можна записати у вигляді:

$$\vec{E} = (\vec{E}_p + \vec{E}_s)\exp(i(\omega t - \vec{k}_e \vec{l}_e)) + к.с., \tag{3}$$

відбитої – у вигляді:

$$\vec{R} = (\vec{R}_p + \vec{R}_s)\exp(i(\omega t - \vec{k}_r \vec{l}_r)) + к.с. \tag{4}$$

і заломленої – у вигляді:

$$\vec{D} = (\vec{D}_p + \vec{D}_s)\exp(i(\omega t - \vec{k}_d \vec{l}_d)) + к.с., \tag{5}$$

де $\vec{k}_m$ та $\vec{l}_m$ хвильові вектори і радіус-вектори падаючої ($m = e$), відбитої ($m = r$) і заломленої ($m = d$) хвиль.

Формули Френеля визначають зв'язок амплітуд, фаз і станів поляризації відбитої й заломленої електромагнітних хвиль з відповідними параметрами падаючої хвилі. Їх можна одержати з рівнянь Максвелла з урахуванням граничних умов, які вимагають неперервності тангенціальних (щодо нормалі $\vec{N}$) компонент напруженостей електричного та магнітного полів.

Формули Френеля мають такий вигляд:

$$r_s \equiv \frac{R_s}{E_s} = \frac{n_1\cos\varphi - n_2\cos\psi}{n_1\cos\varphi + n_2\cos\psi}; \quad (6) \qquad r_p \equiv \frac{R_p}{E_p} = \frac{n_2\cos\varphi - n_1\cos\psi}{n_2\cos\varphi + n_1\cos\psi}; \quad (7)$$

$$d_s \equiv \frac{D_s}{E_s} = \frac{2n_1\cos\varphi}{n_1\cos\varphi + n_2\cos\psi}; \quad (8) \qquad d_p \equiv \frac{D_p}{E_p} = \frac{2n_1\cos\varphi}{n_2\cos\varphi + n_1\cos\psi}. \quad (9)$$

Враховуючи закон Снеліуса або закон заломлення світла $\dfrac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \dfrac{n_2}{n_1}$, формули (6) – (9) можна привести до вигляду:

$$r_s \equiv \frac{R_s}{E_s} = -\frac{\sin(\varphi-\psi)}{\sin(\varphi+\psi)}; \quad (10) \qquad r_p \equiv \frac{R_p}{E_p} = \frac{\mathrm{tg}(\varphi-\psi)}{\mathrm{tg}(\varphi+\psi)}; \quad (11)$$

$$d_s \equiv \frac{D_s}{E_s} = \frac{2\cos\varphi\sin\psi}{\sin(\varphi+\psi)}; \quad (12) \qquad d_p \equiv \frac{D_p}{E_p} = \frac{2\cos\varphi\sin\psi}{\sin(\varphi+\psi)\cos(\varphi-\psi)}. \quad (13)$$

2. Аналіз формул Френеля. Слід зауважити, що в рівняння Френеля входять лише p- або s-компоненти. Отже, хвилі двох ортогональних поляризацій незалежні одна від одної й можуть розглядатись окремо, що й підтверджується на досліді.

Величини r_s, r_p, d_s, d_p, які визначаються формулами (6) – (9) або (10) – (13), називаються ***коефіцієнтами Френеля***. Більш вживаними є енергетичні характеристики відбитого та заломленого променів. Експериментально визначаються саме інтенсивності променів, які,

відповідно до величини вектора Умова – Пойнтинга, пропорційні квадрату напруженості електричного поля.

Коефіцієнт відбиття ρ_j визначається відношенням потоку енергії відбитого променя до потоку енергії падаючого променя, а ***коефіцієнт пропускання*** δ_j – відношенням потоку енергії променя, що пройшов, до потоку енергії падаючого променя. Через коефіцієнти Френеля вони визначаються таким чином:

$$\rho_j = (r_j)^2; \quad \delta_j = \frac{n_2 \cos\psi}{n_1 \cos\varphi}(d_j)^2; \quad j = p, s. \tag{14}$$

Неважко пересвідчитись, що відповідно до закону збереження енергії $\rho_p + \delta_p = \rho_s + \delta_s = 1$. За нормального ($\varphi = 0$) падіння на межу поділу двох середовищ зникає відмінність між p- і s-компонентами, оскільки всі площини, які проходять через вісь Y у цьому випадку, будуть площинами падіння. Коефіцієнт відбиття при нормальному падінні ρ називається ***відбиваючою здатністю***. Із рівняння (14) при $\varphi = \psi = 0$ визначимо відбиваючу здатність:

$$\rho = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2, \tag{15}$$

де $n = n_2/n_1$ – ***відносний показник заломлення*.**

Коефіцієнт пропускання при нормальному падінні δ називається ***поверхневою прозорістю*.** Із формул (14) вона визначається таким чином:

$$\delta = \frac{4n}{(n+1)^2} \tag{16}$$

Слід зауважити, що для поверхневої прозорості та відбиваючої здатності виконується закон збереження енергії: $\rho + \delta = 1$, а їх значення не залежать від того, з якого боку падає випромінювання на межу поділу двох середовищ.

Площиною поляризації плоскої електромагнітної хвилі називається площина, в якій лежать її хвильовий вектор і вектор напруженості електричного поля. У загальному випадку площина поляризації не збігається з площиною падіння. Кут α між цими площинами називається ***азимутом поляризації*** падаючого випромінювання. Для падаючої хвилі з довільною лінійною поляризацією $E_p = E\cos\alpha$, $E_s = E\sin\alpha$. При незмінній енергії падаючого випромінювання енергія відбитого променя залежатиме від азимута поляризації. Отже, у цьому випадку величина коефіцієнта відбиття ρ_α залежатиме від азимута поляризації:

$$\rho_\alpha = \rho_p \cos^2 \alpha + \rho_s \sin^2 \alpha. \qquad (17)$$

У випадку неполяризованого (природного) світла всі напрями вектора напруженості електричного (магнітного) поля представлені з однаковою ймовірністю. Враховуючи, що середні значення $\langle \cos^2 \alpha \rangle = \langle \sin^2 \alpha \rangle = 1/2$, коефіцієнт відбиття природного світла ρ_n можна представити у вигляді

$$\rho_n = 1/2(\rho + \rho). \qquad (18)$$

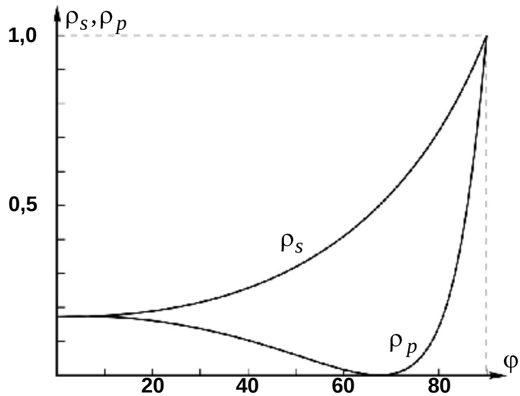


Рис. 2

На рис. 2 представлено теоретичні залежності для коефіцієнтів відбиття, розрахованих за формулами (14) для межі двох середовищ з відносним показником заломлення n = 2,4. Якщо виконується умова

$$\varphi + \psi = \pi/2, \qquad (19)$$

то $\mathrm{tg}(\varphi + \psi) \to \infty$, тобто, відповідно до (11) $r_p = 0$. Іншими словами, p-компонента світла, поляризована у площині падіння, зовсім не відбивається від межі поділу двох середовищ. При падінні природного світла за цих умов відбиватиметься лише s-компонента. Отже, відбите світло матиме лінійну поляризацію на відміну від падаючого природного світла. Умова (19) означає, що відбитий і заломлений промені перпендикулярні один до одного. Оскільки $\psi = \pi/2 - \varphi$, то $\sin\psi = \sin(\pi/2 - \varphi) = \cos\varphi$.

Закон заломлення в цьому випадку матиме вигляд

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \operatorname{tg}\varphi_B = \frac{n_2}{n_1} = n\ . \qquad (20)$$

Кут φ_B називається ***кутом Брюстера*** (кутом повної поляризації), а вираз (20) є математичною формою ***закону Брюстера***, який визначає цей кут (рис. 3). Умовою коректного застосування формул Френеля є незалежність показників заломлення середовищ від амплітуди вектора напруженості електричного поля падаючої хвилі. Ця умова, тривіальна в класичній (лінійній) оптиці, не виконується для світлових потоків великої потужності, наприклад лазерних.

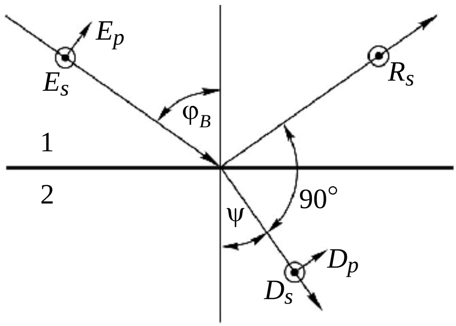


Рис. 3

Схема лабораторної установки

На рис. 4 зображено схему лабораторної установки для експериментального дослідження законів відбиття й заломлення світла на межі поділу двох середовищ: P – поляризатор; I_e – інтенсивність падаючого світла після коліматора, визначається у відносних одиницях при його прямолінійному поширенні за відсутності досліджуваного зразка S у схемі; $I_r(\varphi)$ – інтенсивність світла на вході в зорову трубу, відбитого від межі поділу двох середовищ з показниками заломлення n_1 = 1 (повітря) і n_2 (досліджуваний зразок S); $\vec{N}$ – вектор нормалі плоскої межі поділу двох середовищ; φ – кут падіння ($\varphi \le 90°$), кут спостереження $\theta = 2\varphi$, початкове значення кута спостереження θ_0=180°; G – столик гоніометра, що дозволяє юстувати зразок S і вимірювати кутові переміщення.

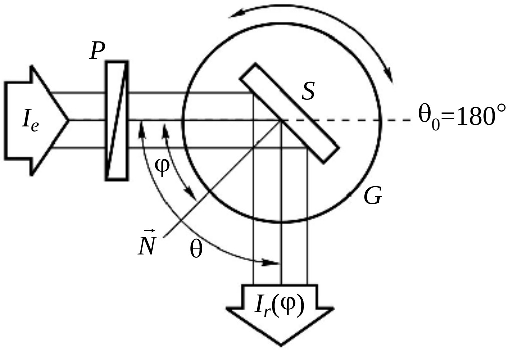


Рис. 4

Установка дозволяє вимірювати енергетичні характеристики падаючого (I_e) і відбитого (I_r) світла залежно від кута падіння φ і стану поляризації вхідного випромінювання, який задається поляризатором P (при роботі з природним світлом поляризатор може бути вилучений зі схеми).

Вимірювання кутів здійснюється за стандартною методикою роботи з гоніометром. Поле зору відлікового мікроскопа наведено на рис. 5. Ціна кожної поділки, виділеної подвійними штрихами на лімбі, становить 20’ (див. зображення у лівому вікні). Тобто лімб

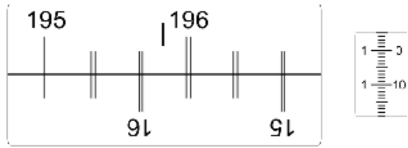


Рис. 5

розбито на 1080 інтервалів (360×3 = 1080).Цифрами на горизонтальному лімбі позначенј поділки через 1°. При нульовому положенні оптичного мікрометра (див. зображення в правому віконці) вертикальний індекс лівого вікна вказуватиме приблизне (з точністю до 20’) значення кута на лімбі. Для точного визначення величини кута в межах цих 20’ і застосовується оптичний мікрометр, вертикальна шкала якого разом з горизонтальним індексом спостерігаються в правому віконечку поля зору вимірювального мікроскопа. Цей оптичний мікроскоп лише зміщує зображення горизонтальних шкал лімба в межах 10’. При цьому сам лімб залишається нерухомим. При зміщенні зображення поділок верхньої горизонтальної шкали лімба відносно нижньої на 10’ вертикальна шкала оптичного мікрометра в правому віконці переміщується на 600 поділок. Таким чином, кожна поділка відповідає куту в 1″. Отже, зміщуючи зображення шкал лімба доти, доки їх подвійні найближчі 20’-ні штрихи не збігатимуться, можна вимірюваний кут зменшити до реперного кута з цілим числом десятків мінут. Кількість надлишкових відносно цього реперного кута одиниць мінут і секунд показує горизонтальний індекс правого віконця. Тобто для виконання відліку кута необхідно повернути маховичок відлікового мікрометра настільки, щоб верхні та нижні зображення

подвійних штрихів лімба в лівому вікні точно збігалися. Кількість градусів буде дорівнювати найближчій зліва від вертикального індексу цифрі (на рис. 5 – цифра 195).

Кількість десятків мінут дорівнює числу 20’-их інтервалів між верхньою поділкою, яка відповідає відрахованому числу градусів (195), та нижньою поділкою (15), яка відрізняється від попередньої оцифрованої поділки на 180° (на рис. 5 ця величина становить 50′). Кількість одиниць мінут відраховується по шкалі мікрометра по лівому ряду чисел (1′) у правому віконці. Кількість десятків секунд – у тому самому віконці по правому ряду чисел (0′′). Кількість одиниць секунд визначається нерухомим горизонтальним індексом (7′′). Отже, величина кута на рис. 5 відповідає значенню 195°51′07′′.

З метою наочності, статистичної обробки експериментальних даних за модифікованим методом найменших квадратів, попереднього контролю отриманих результатів і тестування знань студентів з розглянутих питань, лабораторна робота супроводжується відповідним програмним забезпеченням, виконаним на мові програмування високого рівня "Delphi".

Завдання до лабораторної роботи (визначаються викладачем)

1. На основі аналізу формул Френеля візуально визначити положення поляризатора P, при якому азимут поляризації α набуває значень: а) $\alpha = 0°$; б) $\alpha = 90°$.

2. Експериментально отримати кутову залежність коефіцієнта відбиття $\rho_s(\varphi)$ і порівняти її з розрахованою за формулами Френеля.

3. Експериментально отримати кутову залежність коефіцієнта відбиття $\rho_p(\varphi)$ і порівняти її з розрахованою за формулами Френеля.

4. Визначити з максимально можливою для даної установки точністю відносний показник заломлення n матеріалу досліджуваного зразка.

5. Визначити з максимально можливою для даної установки точністю азимут поляризації α для лінійної поляризації падаючого випромінювання.

6. Пересвідчитись у справедливості формули (18) для природного світла.

7. Пересвідчитись у справедливості формули (17) для довільного азимута поляризації α.

Хід виконання роботи

Кожне завдання роботи має свої особливості та послідовність виконання. Проте можна виділити головні складові, необхідні для будь-якого варіанта лабораторної роботи.

1. Після знайомства з описом гоніометра слід зорієнтувати освітлювальну систему (коліматор), зорову трубу та гоніометричний столик G таким чином, щоб їх оптичні осі й поверхня столика знаходились у

площинах, перпендикулярних до осі обертання самого гоніометра (див. рис. 4).

2. Виставити початкове значення кута спостереження, яке повинно становити 180° (див. рис. 4).

3. Обертаючи поляризатор (якщо цього вимагає завдання), виставити потрібний азимут поляризації α.

4. Виміряти величину інтенсивності падаючого випромінювання I_e (у відносних одиницях).

5. Розташувати на гоніометричному столику G платівку досліджуваного матеріалу S і зорієнтувати її таким чином, щоб вісь обертання столика знаходилась у площині поверхні досліджуваного матеріалу.

6. Виставити поточне значення кута спостереження θ (який відповідно до закону відбиття вдвічі більший за кут падіння φ) і візуально, за допомогою обертання гоніометричного столика з розташованим на ньому зразком, направити відбите випромінювання в зорову трубу.

7. Виміряти величину інтенсивності відбитого випромінювання $I_r(\varphi)$ (у відносних одиницях).

8. Зробити необхідну кількість вимірювань (повторюючи п. 6 і 7), після чого, зняти зразок з гоніометричного столика та повторно виконати п. 2 і 4, вказані вище.

9. Середнє значення величини I_e, визначене за двома вимірами, зробленими на початку роботи та після отримання залежності $I_r(\varphi)$, а також експериментальні значення величини інтенсивності відбитого випромінювання $I_r(\varphi)$ ввести в комп'ютер для подальшої обробки.

10. За необхідності повторити п. 3–8.

Контрольні запитання

1. Яке чисельне значення мають поверхнева прозорість δ і відбиваюча здатність ρ межі поділу двох середовищ: а) повітря–скло; б) повітря–германій ($n_{Ge} \approx 4{,}0$).

2. Визначити критичний кут і кут Брюстера для межі поділу двох середовищ: а) повітря–скло; б) повітря–германій ($n_{Ge} \approx 4.0$).

3. Виходячи із формул Френеля, довести справедливість закону збереження енергії для випадку проходження світла крізь межу поділу двох однорідних, оптично прозорих середовищ.

4. Дати відповіді на тестові запитання програмного супроводу лабораторної роботи.

Література

Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. – М., 1980. – С. 406–412.
Горбань І.С., Олійник О.І., Халімонова І.М. Основи хвильової та променевої оптики. – К., 1999. – С. 15–20.
Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. – М., 1998. – С. 515–526.
Савельев И.В. Курс общей физики. – М., 1988 – Т. 2. – С. 326–327.

Лабораторна робота № 6

ВИВЧЕННЯ ЯВИЩА ІНТЕРФЕРЕНЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ БІПРИЗМИ ФРЕНЕЛЯ

***Мета роботи*:** вивчення явища інтерференції світла на прикладі інтерференційної схеми з просторовим поділом хвильового фронту за допомогою біпризми Френеля та її використання для визначення довжини світла.

Теоретичні відомості

Явище просторового перерозподілу енергії світлового випромінювання при накладанні двох або кількох когерентних хвиль називається *інтерференцією*. Це явище є наслідком принципу суперпозиції, за яким результуюче збурення в будь-якій точці лінійного середовища при одночасному поширенні в ньому кількох хвиль дорівнює сумі збурень, які відповідають кожній з цих хвиль окремо. Принцип суперпозиції зазвичай виконується з високою точністю й порушується лише за дуже великої амплітуди хвиль. Розглянемо умови, необхідні для спостереження інтерференції, на прикладі двох точкових джерел S_1 та S_2, які одночасно освітлюють екран (рис. 1).

Дію лінійно поляризованого світла на певну точку екрана A можна описати значенням напруженості електромагнітного поля в цій точці:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_{01} e^{i\varphi_1} + \vec{E}_{02} e^{i\varphi_2}, \tag{1}$$

де $\varphi_1 = \omega_1 t - (\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1) + \psi_1$, $\varphi_2 = \omega_2 t - (\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2) + \psi_2$. Тут ω_1 і ω_2, $\vec{k}_1$ і $\vec{k}_2$ – циклічні частоти і хвильові вектори першої та другої хвиль відповідно; ψ_1 та ψ_2 – їх початкові фази; а $\vec{r}_1$ та $\vec{r}_2$ – відстань від відповідних точкових джерел світла до точки спостереження A.

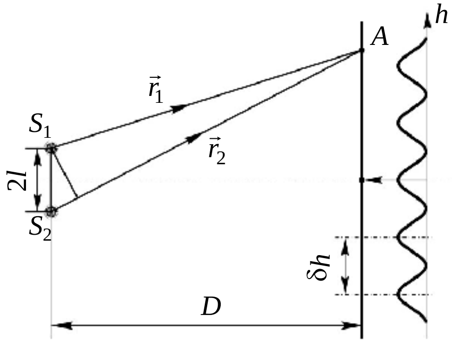


Рис. 1

Вплив світла на око або на будь-який інший приймач полягає, перш за все, у передачі реєструючому пристрою енергії, що переноситься світловою хвилею. Енергія хвилі пропорційна квадрату її амплітуди. Це співвідношення між амплітудою та енергією зберігається й для будь-якої іншої хвилі. Вводячи позначення $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, знайдемо квадрат модуля амплітуди результуючого коливання в точці A:

$$\left|\vec{E}_A\right|^2 = (\vec{E}_A \cdot \vec{E}_A^*) = (\vec{E}_{01}e^{i\varphi_1} + \vec{E}_{02}e^{i\varphi_2}) \cdot (\vec{E}_{01}e^{-i\varphi_1} + \vec{E}_{02}e^{-i\varphi_2}) =$$

$$= \vec{E}_{01}{}^2 + \vec{E}_{02}{}^2 + (\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02})(e^{i\Delta\varphi} + e^{-i\Delta\varphi})\ ;$$

або

$$I_A = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\alpha\cos\Delta\varphi\ , \qquad (2)$$

де α – кут між площинами коливань векторів $\vec{E}_1$ та $\vec{E}_2$.

Інтерференційна картина буде найбільш контрастною, коли $\cos\alpha = 1$, і зникатиме при $\cos\alpha = 0$. Тому далі будемо вважати, що площини коливань векторів $\vec{E}_1$ та $\vec{E}_2$ збігаються, тобто джерела S_1 та S_2 випромінюють світло однакової поляризації.

У загальному випадку $\Delta\varphi$ залежить від часу. Відповідно й результуюча інтенсивність теж буде із часом змінюватись. Око, як і будь-який інший реєструючий пристрій, не здатне миттєво реагувати на зміну інтенсивності випромінювання й тому реєструє тільки деяке середнє значення:

$$\langle I_A \rangle = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau I_A dt = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \cos\Delta\varphi dt\ . \qquad (3)$$

Якщо $\Delta\varphi$ залишається незмінною протягом часу спостереження τ, то $\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \cos\Delta\varphi dt = \cos\Delta\varphi$; отже, $\langle I_A\rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$,
тобто,

$$\langle I_A\rangle \neq I_1 + I_2 . \tag{4}$$

При випромінюванні атомом окремих цугів хвиль зрив і відновлення коливань має випадковий характер, а отже, і різниця початкових фаз змінюється абсолютно невпорядковано, набуваючи за час τ усі значення від 0 до 2π. Тому, у цьому випадку інтеграл $\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \cos\Delta\varphi dt$ прямує до нуля і $\langle I_A\rangle = I_1 + I_2$, тобто ніякого перерозподілу енергії не відбувається.

Таким чином, для спостереження інтерференції необхідно, щоб $\Delta\varphi$ не залежала від часу. Це можливо при виконанні таких вимог:
1) джерела повинні бути монохроматичними і випромінювати світло з однією і тією ж частотою ($\omega_1 = \omega_2$, а отже, і $k_1 = k_2$ для однорідних середовищ);
2) різниця початкових фаз не повинна змінюватись із часом (у цьому випадку для визначеності можна покласти $\psi_1 - \psi_2 = 0$).

Дві хвилі, для яких різниця фаз залишається постійною протягом часу, достатнього для спостереження інтерференції, називаються *когерентними*. Для когерентних хвиль вираз (4) перетворюється на

$$\langle I_A\rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos k(r_1 - r_2) . \tag{5}$$

Величину $\delta = k(r_1 - r_2)$ називають *різницею фаз*, а $\Delta = r_1 - r_2$ – *різницею ходу*.

Інтенсивність у точці спостереження змінюється відповідно до зміни різниці фаз. Максимуми інтенсивності спостерігаються за умови $\delta = 2\pi m$ або $\Delta = m\lambda$ ($m = 0, \pm 1, \ldots$): $I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$. Мінімуми інтенсивності відповідають умові $\delta = 2\pi(m + \frac{1}{2})$ або $\Delta = (m + \frac{1}{2})\lambda$: $I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$.

Для оцінки контрастності інтерференційної картини вводиться параметр видності υ:

$$\upsilon = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} . \tag{6}$$

Параметр υ може змінюватись у межах від 1 до 0. Перше його значення відповідає найбільш контрастній інтерференційній картині, другий – повному її зникненню.

Для того, щоб людське око могло впевнено розрізняти чергування світлих і темних смуг на інтерференційній картині, значення υ має бути щонайменше $0,1$ або $I_{\min} \approx 0,82 \cdot I_{\max}$. Для когерентних хвиль видність залежить лише від співвідношення між інтенсивностями інтерферуючих пучків:

$$\upsilon = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}. \tag{7}$$

Значення υ може також залежати від відмінностей у стані поляризації інтерферуючих хвиль, від наявності некогерентної складової в інтерферуючих світлових пучках тощо. У випадку накладання світлових пучків, до складу яких входить некогерентне світло, некогерентні частини світлових коливань створюють рівномірно освітлений фон, що призводить до зниження контрастності інтерференційної картини.

Розглянемо інтерференцію двох таких пучків з однаковими інтенсивностями. Ці інтенсивності можна представити у вигляді $I = \gamma I + (1-\gamma)I$. Тут перший доданок відповідає інтенсивності когерентного світла у складі цих пучків, другий – інтенсивність некогерентного світла. Параметр γ називають *ступенем когерентності світла*. Враховуючи, що змінну складову освітленості інтерференційної картини становить лише когерентна частина коливань, можна довести: $\upsilon = \gamma$. Ця формула справедлива лише у випадку рівності інтенсивностей інтерферуючих пучків.

Таким чином, параметр видності інтерференційної картини виявляється безпосередньо рівним частині когерентного світла, що наявна в інтерферуючих світлових пучках. Отже, вимірювання видності дозволяє в таких випадках визначити частку інтенсивності когерентних складових цих світлових пучків.

Для експериментального спостереження інтерференції хвильовий фронт розбивають на дві частини, а потім, за допомогою оптичної системи суміщають їх у просторі й таким чином одержують два когерентні, інтерферуючі між собою пучки світла. Розділення хвильового фронту з подальшим суміщенням його частин можна виконати в інтерференційній схемі з біпризмою Френеля – подвійною призмою з дуже малими заломлюючими кутами θ (рис. 2).

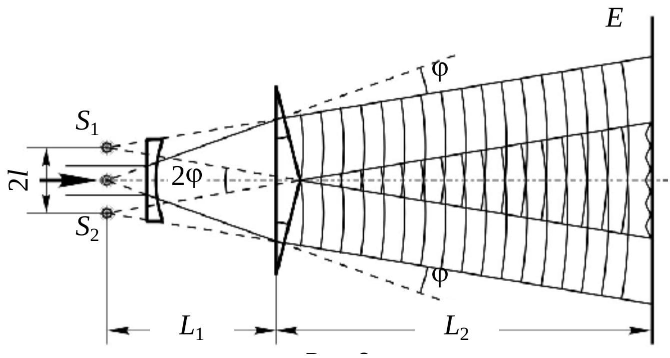


Рис. 2

На біпризмі світло заломлюється таким чином, що спостерігач бачить за біпризмою два уявних джерела світла S_1 та S_2. Розділені пучки частково перекриваються, утворюючи зону інтерференції. Максимуми й мінімуми інтерференційної картини у площині екрана E утворюють систему темних і світлих смуг, паралельних до ребра тупого кута біпризми.

Щоб визначити ширину інтерференційних смуг, розглянемо еквівалентну схему інтерференції на рис.1. Два когерентних (і уявних) джерела світла S_1 та S_2 розміщуються у площині, яка паралельна до площини екрана E. Відстань між цими площинами $D = L_1 + L_2$. Інтерференцію спостерігаємо в довільній точці A на екрані, відстань від якої до центра екрана визначається координатою h. Якщо $l << D$ і $h << D$, то має місце співвідношення $h/D = \Delta/2l$.

Різниця ходу Δ, яка відповідає різниці фаз δ між двома хвилями, що зустрічаються в точці A, визначається величиною $\Delta = 2l\dfrac{h}{D}$. Тоді вираз (5) можна записати у вигляді:

$$\langle I_A \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(k \cdot 2l\frac{h}{D}\right) \tag{8}$$

У випадку з біпризмою Френеля інтенсивність першого та другого пучків визначається інтенсивністю джерела S та освітленостями обох половинок біпризми. Якщо останні рівні між собою, то $I_1 = I_2 = I_0$, а вираз (8) переходить у

$$\langle I_A \rangle = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{2\pi\cdot 2lh}{\lambda D}\right)\right] \quad (9)$$

Наявність косинуса в (9) показує, що інтенсивність на екрані залежно від h періодично змінюється, тобто утворюються інтерференційні смуги шириною δh. Цю величину можна знайти, записавши умови двох послідовних максимумів інтерференційної картини:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= {2lh}/{D} = m\lambda \\ \Delta_2 &= {2l(h+\delta h)}/{D} = (m+1)\lambda \end{aligned} \quad \Rightarrow \delta h = \frac{D\lambda}{2l} \quad (10)$$

Із формули (10) випливає, що δh у стільки разів більше λ, у скільки D більше за $2l$. Для спостереження інтерференції неозброєним оком з урахуванням його роздільної здатності необхідно, щоб $\delta h \geq 0{,}1$ мм. Тоді

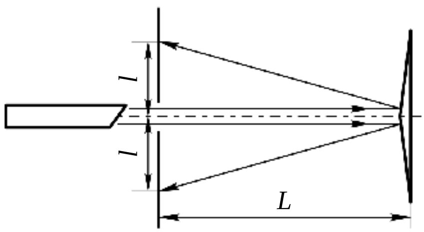
$$D/2l = \delta h/\lambda \approx 10^3 .$$

Якщо $D \approx 1$ м, то $2l \approx 1$ мм. Такі малі відстані між S_1 та S_2 можна забезпечити тільки з призмами, в яких заломлюючий кут θ не перевищує кількох мінут.

Таким чином, здійснивши інтерференційний дослід і визначивши величини $\delta h, D$ та l, можемо отримати довжину світлової хвилі λ. Подібні вимірювання були одними з перших, в яких було визначено довжину світла.

Завдання та методика вимірювань

1. Визначення кута заломлення біпризми. Визначити кут заломлення біпризми θ можна, скориставшись законами відбивання світла. Біпризма встановлюється перпендикулярно до лазерного променя так, щоб промінь одночасно падав на обидві її половини (рис. 3).



Вигляд картини відбитих променів буде залежати від того, яким боком біпризма повернута до екрана. НЕ НАМАГАЙТЕСЬ ВИЗНАЧИТИ ЦЕ НА ДОТИК. По-перше, таким чином ви забруднюєте поверхню біпризми; по-друге, це зробити практично

Рис. 3

неможливо через те, що величина тупого. кута біпризми близька до $180°$

Оскільки $l << L$, то відношення $2l/L$ фактично збігається з величиною кута між відбитими променями, а він, у свою чергу, пов'язаний простим співвідношенням із заломлюючим кутом θ. Спробуйте знайти цей зв'язок самостійно та визначити θ. Вимірювання проведіть для 3–5 різних значень L. Знайдіть середнє значення θ.

2. Визначення довжини хвилі випромінювання лазера. Оптичну схему установки для визначення довжини хвилі показано на рис. 4.

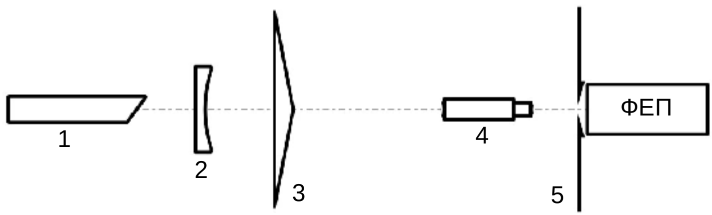


Рис. 4

Джерелом світла є гелій-неоновий лазер (1), випромінювання якого вузьким пучком з перерізом ∅1-2 мм спрямовано вздовж оптичної осі. Такий вузький пучок створює інтерференційну картину на дуже малій площі, тому за лазером на оптичній лаві розміщується розсіююча лінза (2), за якою поширюється сферична хвиля з центром кривини хвильового фронту у фокусі лінзи. Біпризма (3) на оптичній лаві розміщується так, щоб ребро тупого кута біпризмі було вертикальним і паралельним до щілини (5), за якою знаходиться фотопомножувач (ФЕП), за допомогою якого вимірюють видність інтерференційної картини. Для визначення ширини інтерференційних смуг за біпризмою розташовується вимірювальний мікроскоп (4). Ширина інтерференційних смуг залежить від взаємного розташування на оптичній лаві лінзи (2), біпризми (3) і відлікового мікроскопа (4).

Оскільки лазер випромінює світло достатньо високої просторової когерентності, то у схемі відсутня вхідна апертурна щілина, що необхідна в цій класичній схемі при звичайному тепловому джерелі світла. Вмикати лазер дозволяється лише в присутності викладача або співробітника лабораторії.

Виконання роботи починають з юстування схеми. Лінзу (2) розміщують так, щоб світло поширювалося вздовж оптичної осі схеми.

Потім переміщенням біпризми по горизонталі й вертикалі добиваються рівномірного освітлення обох її половинок. Для виконання цих дій лінза та біпризма встановлені на тримачах, які дозволяють пересувати їх перпендикулярно до оптичної осі й змінювати їх нахил. Якість інтерференційної картини контролюється на допоміжному екрані. Визначення ширини інтерференційних смуг проводять за допомогою відлікового мікроскопа, який рекомендується встановити на відстані 120–200 см від біпризми.

ДЛЯ ЗАХИСТУ ОЧЕЙ ВІД ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ ЗМЕНШІТЬ ІНТЕНСИВНІСТЬ СВІТЛА ЗА ДОПОМОГОЮ ПОЛЯРИЗАТОРА ЧИ НЕСЕЛЕКТИВНОГО СВІТЛОФІЛЬТРА. ТІЛЬКИ ПІСЛЯ ЦЬОГО ВИМІРЮВАННЯ ВІДЛІКОВИМ МІКРОСКОПОМ МОЖНА ПРОВОДИТИ ОКОМ.

Для підвищення точності вимірювань визначають відстань між кількома (5–10) смугами, а потім ділять отримане значення на кількість смуг. Вимірювання проводяться не менше п'яти разів для різних положень оптичних елементів на лаві.

Для визначення довжини хвилі генерації лазера скористаємось формулою (10). Як видно з рис. 2, відстань між уявними джерелами S_1 та S_2 становить $2l = 2\varphi \cdot L_1$. Для знаходження L_1 потрібно знати фокусну відстань розсіюючої лінзи (2). Кут відхилення променів при проходженні через біпризму φ пов'язаний з кутом заломлення θ і показником заломлення матеріалу n, з якого виготовлено біпризму (у нашому випадку $n = 1,5145$). Цей вираз для малих θ не залежить від того, з якого боку падають промені на біпризму, і має вигляд $\varphi = \theta \cdot (n-1)$. Таким чином,

$$\delta h = \frac{\lambda D}{2l} = \frac{\lambda \cdot (L_1 + L_2)}{2\theta \cdot (n-1) \cdot L_1} \qquad (11)$$

Побудуйте графік $\delta h = f\left(\frac{L_2}{L_1}\right)$ і обробіть його за допомогою методу найменших квадратів. З отриманих коефіцієнтів визначте довжину хвилі λ і похибку експерименту.

3. Визначення видності інтерференційної картини. Видність інтерференційної картини визначається за формулою (6). Для визначення інтенсивності світла в максимумах і мінімумах інтерференційної картини використовується фотопомножувач (ФЕП). Як і лазер, ФЕП живиться від джерела високої напруги, тому вмикати його самостійно забороняється.

Фотопомножувач змонтовано в циліндричному корпусі так, що його фотокатод розташовано безпосередньо за вхідною щілиною. Величина фотоструму, що виникає в приладі, фіксується мікроамперметром. Цей

струм пропорційний світловому потоку, що надходить до ФЕП, і залежить від площі вхідної щілини та її освітленості. Світловий потік, а отже й фотострум, зручно регулювати, змінюючи ширину вхідної щілини. Перед початком вимірювань прослідкуйте за тим, щоб вхідна щілина була повністю закрита, оскільки навіть короткочасне попадання світлового потоку через повністю відкриту щілину може вивести фотопомножувач з ладу.

Фотопомножувач встановлюється в кінці оптичної лави, де ширина інтерференційних смуг максимальна. Ширина вхідної щілини вибирається так, щоб відхилення на шкалі мікроамперметра не перевищувало 100 поділок, коли на щілину проектується світла ділянка інтерференційної картини. Переміщуючи ФЕП перпендикулярно до оптичної осі лави так, щоб на вхідну щілину по черзі потрапляли світлі та темні смуги, вимірюють відносні значення інтенсивності світла в максимумах і мінімумах інтерференційної картини $I_{\max}$ та $I_{\min}$. Знаходять середні значення $\langle I_{\max} \rangle$ і $\langle I_{\min} \rangle$ і за допомогою формули (6) оцінюють видність інтерференційної картини.

Контрольні запитання

1. Наведіть класичні схеми спостереження інтерференції для некогерентних джерел світла.
2. Що таке просторова та часова когерентність?
3. Який зв’язок між ступенем когерентності та видністю інтерференційної картини?
4. Чим визначається довжина когерентності для He-Ne лазера? Для окремого атома?
5. Що таке радіус когерентності? Як оцінити його експериментально?

Література

Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. – М., 1980. – С. 188–191; 199–204.
Ландсберг Г.С. Оптика. – М., 1976. – С. 62–69; 80–82; 91–94; 94–112.
Горбань І.С., Олійник О.І., Халімонова І.М. Основи хвильової та променевої оптики. – К., 1999. – С. 57–59; 83–90.
Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. – М., 1998. – С. 305–323.
Ахматов А.С., Андреевский В.М., Кулаков А.И. и др. Лабораторный практикум по физике. – М., 1980. – С. 238–242.

Лабораторна робота № 7

ВИЗНАЧЕННЯ РАДІУСА КРИВИНИ ЛІНЗИ ТА ДОВЖИНИ СВІТЛОВОЇ ХВИЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ КІЛЕЦЬ НЬЮТОНА

Мета роботи: Ознайомлення з явищем інтерференції в тонких прозорих ізотропних шарах речовин; вивчення інтерференційних смуг рівної товщини у схемі кілець Ньютона; визначення довжини світлової хвилі випромінювання джерела світла та радіуса кривини поверхні лінзи.

Теоретичні відомості

Кільця Ньютона є класичним прикладом інтерференційних смуг рівної товщини. Вони спостерігаються тоді, коли опукла поверхня лінзи торкається до плоскої, добре відполірованої поверхні платівки. При цьому між лінзою і платівкою утворюється повітряний клин, що поступово збільшує товщину від центра до країв. Якщо на систему (приблизно нормально до поверхні платівки) падає пучок монохроматичного світла, то хвилі, відбиті від верхньої та нижньої меж такого клина, будуть інтерферувати між собою. Інтерференційна картина в цьому випадку локалізується поблизу поверхні повітряного клина (зокрема, у випадку відбитого світла на продовженні променів 1 та 3). У відбитому світлі в центрі спостерігатиметься темна пляма, навколо якої розміститься ряд концентричних світлих і темних кілець, ширина яких поступово зменшується. У прохідному світлі матимемо іншу картину: пляма в центрі буде світлою, усі світлі кільця заміняться темними, і навпаки. Однак у більшості випадків картину все ж таки спостерігають у відбитому світлі. Обумовлюється це низькою контрастністю інтерференційної картини в прохідному світлі.

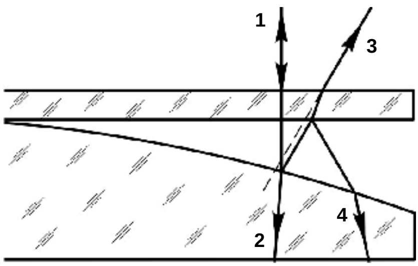


Рис. 1

Контрастність інтерференційної картини, отриманої від когерентних джерел, визначається функцією видності, що вводиться як:

$$\upsilon = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \qquad (1)$$

де I_{max} – інтенсивність світла в максимумі інтерференційної картини, а I_{min} – у мінімумі. Максимальне значення функції видності $\upsilon = 1$ $(I_{min} = 0)$ має інтерференційна картина з високою контрастністю. Інший крайній випадок – $\upsilon = 0$ $(I_{min} = I_{max})$ – відповідає зникненню

інтерференційної картини. Як показано на рис. 1 інтерференційна картина у відбитому світлі утворюється променями 1 та 3, порівняно близької інтенсивності, а в прохідному – променями 2 та 4, причому промінь 4 майже на два порядки слабший за промінь 2. Очевидно, що у відбитому світлі $I_{\min} \approx 0$ і $\upsilon \approx 1$, тоді як у прохідному $I_{\max} \approx I_{\min}$, а $\upsilon \approx 0$. При цьому не враховуємо зменшення видності кілець за рахунок скінченних розмірів джерела світла (неповна просторова когерентність) і довжини когерентності інтерферуючих світлових променів (неповна часова когерентність).

Розміри кілець Ньютона досить легко розрахувати. Розрахунок проведемо для інтерференційної картини, що спостерігається у відбитому світлі. Оскільки інтерференція відбувається між хвилями, відбитими від верхньої та нижньої поверхонь повітряного клину, то для знаходження повної різниці ходу треба врахувати, що при відбиванні хвиль від середовища з більшим показником заломлення (у даному випадку скла) втрачається півхвилі (для електричного вектора), тобто фаза коливань змінюється на π. У результаті цього між променями 1 та 3 виникає додаткова різниця ходу $\frac{\lambda}{2}$. Тоді повна оптична різниця ходу дорівнює

$$\Delta = 2h_m \cdot n \cdot \cos\varphi + \frac{\lambda}{2}, \qquad (2)$$

де h_m – товщина повітряного шару (рис. 2), n – показник заломлення речовини, що знаходиться між лінзою та пластинкою, тобто повітря, φ – кут заломлення променів при переході зі скла в повітряний клин.

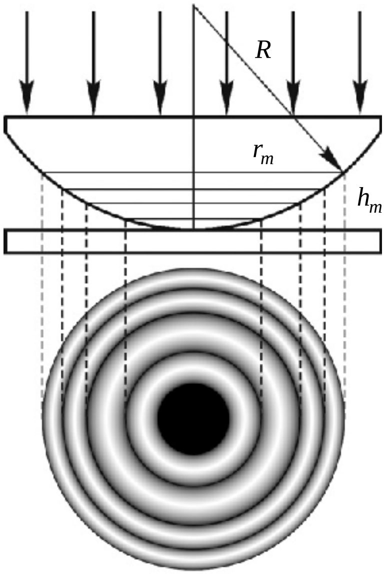


Рис. 2

При малому куті падіння та великому радіусі кривини лінзи

$$\Delta = 2h_m \cdot n + \frac{\lambda}{2} . \quad (3)$$

Величину h_m можна знайти на основі геометричних міркувань, враховуючи, що $r_m << R$.

$$h_m = \frac{r_m^{\ 2}}{2R} , \quad (4)$$

де R – радіус кривини лінзи, r_m – радіус m-го інтерференційного кільця. Умова утворення m-го темного інтерференційного кільця:

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} , \ m = 0,1,... \quad (5)$$

На основі формул (3), (4) та (5) одержуємо:

$$r_m = \sqrt{\frac{mR\lambda}{n}} . \quad (6)$$

Подібні розрахунки можна провести й для радіусів світлих кілець:

$$r'_m = \sqrt{\frac{(2m+1)R\lambda}{2n}}\ . \tag{7}$$

Опис установки

Схему спостереження кілець Ньютона наведено на рис. 3. Як джерело світла в роботі використовується ртутна лампа S, світло від якої проходить через світлофільтр $СФ$ і падає на напівпрозору платівку $П_1$. Після відбиття світло потрапляє на систему зі скляної плоскопаралельної платівки $П_2$ і лінзи $Л$. Інтерференційні кільця, що утворюються при відбитті променів від нижньої поверхні платівки $П_2$ і верхньої поверхні лінзи, спостерігаються за допомогою вимірювального мікроскопа M. Щоб збільшення лінзи не вносило похибку при визначенні R та λ, спостереження кілець краще проводити через платівку, а не крізь лінзу. Для відрахунку радіусів кілець у верхню частину тубуса мікроскопа вставлено окулярний мікрометр. У полі зору мікрометра видно хрест, який можна переміщувати за допомогою барабана. Кожен оберт барабана відповідає переміщенню хреста на 1 мм. Шкалу барабана розділено на 100 поділок. Отже, за його допомогою можна відраховувати соті частки міліметра.

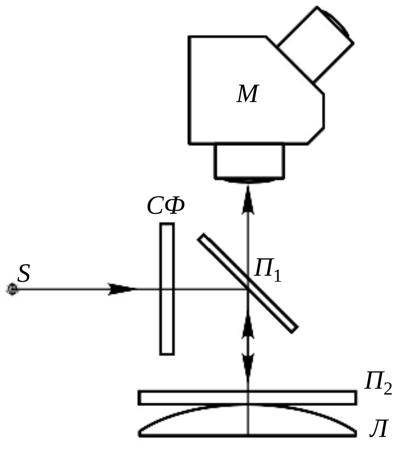


Рис. 3

Завдання та методика вимірювань

1. Визначення радіуса кривини лінзи. Поставити перед джерелом світла зелений світлофільтр ($\lambda = 546$ нм) і сфокусувати мікроскоп так, щоб кільця Ньютона було чітко видно. При цьому в центрі картини має бути темна пляма.

Обертаючи барабан вимірювального мікроскопа, встановлюють його так, щоб хрест у полі зору окуляра збігався з серединою будь-якого віддаленого від центра темного кільця, наприклад 15-го зліва, і роблять відлік по шкалі барабана. Після цього, обертаючи барабан, наводять хрест на 14-те, 13-те, 12-те в т. д., кільця, роблячи відліки. Пройшовши центральну пляму, продовжують вимірювання в тому самому напрямі, тобто вправо від центральної плями, доходячи до того самого 15-го кільця.

На основі одержаних результатів визначають діаметри, а потім і радіуси кілець. Аналогічні вимірювання виконують і для світлих кілець Ньютона. При обробці отриманих даних зручно користуватися графічним методом. Для цього слід побудувати графіки залежності квадрата радіуса кільця r_m^2 від його номера m. Згідно з теорією (див. формули (6) та (7)), ці графіки мають вигляд прямих ліній, перша з яких проходить через початок координат. Нахил прямих визначається радіусом кривини лінзи R і довжиною хвилі λ. Обробивши результати вимірювань за допомогою методу найменших квадратів, можна отримати значення цих величин. З того, наскільки близько експериментальні точки групуються вздовж лінії, можна судити про величину похибок.

Деформація лінзи та скляної платівки в місці їхнього контакту при малих m може призвести до відхилення від формул (6) та (7). Із цієї причини пряма, проведена через експериментальні точки для r_m^2, не пройде через початок координат. Тому до точок, що відповідають малим m, слід ставитися обережно. При проведенні прямої слід звертати особливу увагу на точки з великим m, де кільця менш викривлені за рахунок деформації.

2. Визначення довжини хвилі випромінювання джерела світла. Поставити перед джерелом світла червоний (синій, жовтий) світлофільтр і повторити вимірювання, як у завданні 1. Побудувати аналогічні графіки. Використовуючи значення R, одержане в першому завданні, знайти значення довжини хвилі випромінювання джерела світла λ і похибку експерименту.

Контрольні запитання

1. Пояснити явище інтерференції в тонкому шарі. Що таке смуги рівного нахилу та рівної товщини?

2. Як при спостереженні кілець Ньютона проявляється часткова когерентність світла (часова та просторова)?

3. Намалювати хід променів, що пояснює виникнення кілець Ньютона у відбитому та прохідному світлі.

4. Чому на місці світлих кілець у відбитому світлі спостерігаються темні кільця в прохідному світлі, і навпаки?

5. У якому світлі (прохідному чи відбитому) картина більш контрастна і чому?

6. Чому при різних світлофільтрах спостерігається різна кількість інтерференційних смуг? Як оцінити максимальну кількість інтерференційних кілець при спостереженні інтерференції в паралельних променях?

Література

Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. – М., 1980. – С. 233–235.

Ландсберг Г.С. Оптика. – М., 1976. – С. 125–127.

Горбань І.С., Олійник О.І., Халімонова І.М. Основи хвильової та променевої оптики. – К., 1999. – С. 63–69.

Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. – М., 1998. – С. 312–314.

Ахматов А.С., Андреевский В.М., Кулаков А.И. и др. Лабораторный практикум по физике. – М., 1980. – С. 249–253.

Лабораторна робота № 8

ВИЗНАЧЕННЯ ЛІНІЙНОЇ ДИСПЕРСІЇ ТА РОЗДІЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ СПЕКТРАЛЬНОГО ПРИЛАДУ

Мета роботи: Вивчення дисперсії світла, ознайомлення з роботою призмових спектральних приладів, знаходження їх основних характеристик.

Теоретичні відомості

Спектральні прилади використовують для розкладання білого або будь-якого іншого немонохроматичного світла у спектр за довжиною хвилі або частотою. Тому головна частина спектрального приладу – диспергуючий елемент, за допомогою якого світло розкладається у спектр. Найчастіше із цією метою використовують виготовлені з прозорого матеріалу призми, кут заломлення світла в яких залежить від довжини хвилі падаючого світла. Якщо спектр реєструється

фотографічним методом, то прилад називається *спектрографом*. Якщо світло реєструється фотоприймачем – *спектрометром*.

На рис. 1 наведено принципову схему будови спектрографа. Світло від джерела 1 за допомогою конденсора 2 заповнює вхідну щілину 3. Коліматор 4 із фокусною відстанню f_1 перетворює світловий пучок на паралельний. Розкладання світла у спектр відбувається в призмі 5. За призмою оптична система діє як фотокамера. У монохроматичному світлі камерний об'єктив 6 із фокусною відстанню f_2 утворює у фокальній площині зображення вхідної щілини. У білому світлі зображення вхідної щілини розтягується в прямокутник, оскільки після проходження призми промені різних довжин хвиль мають різний нахил до оптичної осі. Найбільше відхиляються короткохвильові промені (у скляній призмі – фіолетові, для яких показник заломлення максимальний). Із цієї ж причини фокусна відстань камерного об'єктива для них мінімальна, а для червоних – максимальна. Тому фокальна площина камерного об'єктива має нахил до оптичної осі тим більший, чим більша хроматична аберація об'єктива. Щоб уникнути хроматичної аберації, по можливості використовують ахроматичні об'єктиви. У спектрографах у фокальній площині камерного об'єктива розташовують касету з фотопластиною або фотоплівкою, на якій фіксується спектр. Якщо у фокальній площині розташувати ще одну щілину, вихідну, прилад перетворюється на монохроматор. Повертаючи призму, на виході з монохроматора отримаємо випромінювання з певною довжиною хвилі. Монохроматичність випромінювання буде залежати, зокрема, від ширини вхідної та вихідної щілин. Якщо за вихідною щілиною монохроматора розмістити фотоприймач і систему реєстрації фотоструму, отримуємо спектрометр.

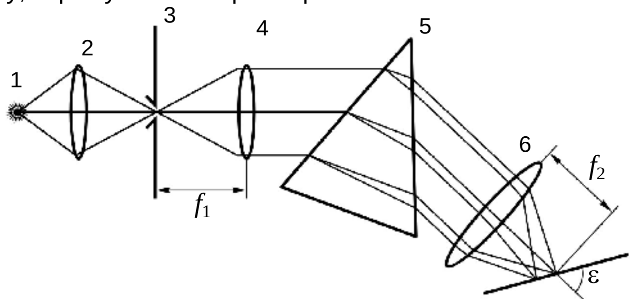


Рис. 1

Отриманий спектр насамперед характеризується дисперсією, тобто тим, наскільки змінюється кут відхилення променів залежно від довжини хвилі. Кількісною мірою в цьому випадку є кутова дисперсія приладу $D_\varphi = {d\varphi}/{d\lambda}$ – приріст кута відхилення $d\varphi$ при зміні довжини хвилі на

$d\lambda$. У загальному випадку D_φ, як і φ, залежить від параметрів призми та кута падіння променів на призму ι_1 (рис. 2). При цьому переріз світлового пучка до призми та після заломлення в призмі може змінюватись. Одночасно змінюється й якість одержаного спектра внаслідок астигматизму призми. Вплив астигматизму на якість спектра є мінімальним, якщо промені проходять через систему симетрично, тобто кут падіння променів на вхідну грань призми ι_1 дорівнює куту виходу променів з призми ι_4. При цьому переріз світлового пучка до призми й після неї залишається незмінним, а в призмі промені поширюються паралельно до її основи. Аналіз показує, що в цьому випадку кут відхилення променів у призмі φ є мінімальним, а кутова дисперсія приладу залежить лише від параметрів призми: заломлюючого кута θ, показника заломлення n і дисперсії речовини, з якої виготовлено призму $dn/d\lambda$.

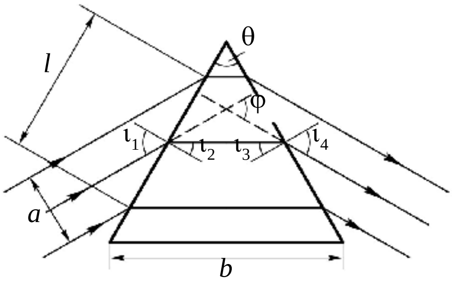


Рис. 2

Перевіримо ці твердження. На рис. 2 позначимо кути падіння й заломлення на гранях $\iota_1, \iota_2, \iota_3, \iota_4$. Кут відхилення φ, який утворюється між напрямами поширення падаючих і заломлених променів, можна визначити як

$$\varphi = (\iota_1 - \iota_2) + (\iota_4 - \iota_3).$$

Оскільки $\iota_2 + \iota_3 = \theta$, отримуємо $\varphi = \iota_1 + \iota_4 - \theta$.

Використовуючи закон заломлення $\sin\iota_1 = n\sin\iota_2$, $\sin\iota_4 = n\sin\iota_3$, запишемо φ як функцію кута ι_2:

$$\varphi = \arcsin(n\sin\iota_2) + \arcsin\left[n\sin\left(\theta - \iota_2\right)\right] - \theta. \quad (1)$$

Досліджуючи вираз (1) на екстремум, знаходимо умову мінімуму (коли $d\varphi/d\iota_2 = 0,\ d^2\varphi/d^2\iota_2 > 0.$). Він має місце при $\iota_2 = \theta/2$, тобто при $\iota_1 = \iota_4,\ \iota_2 = \iota_3$, коли промені йдуть через призму паралельно до її основи й астигматизм зведено до мінімуму. Тоді $\varphi_{min} = 2\iota_1 - \theta;\ \iota_1 = \left(\theta + \varphi_{min}\right)/2.$

Записуючи закон заломлення світла у вигляді $n = \dfrac{\sin\left[\left(\theta+\varphi_{\min}\right)/2\right]}{\sin\left(\theta/2\right)}$,

отримуємо

$$\varphi_{\min} = 2\arcsin\left[n\sin\left(\theta/2\right)\right]-\theta . \qquad (2)$$

Диференціюючи вираз (2) по λ, знаходимо кутову дисперсію приладу

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{d\varphi}{dn}\cdot\frac{dn}{d\lambda} = \frac{2\sin\left(\theta/2\right)}{\sqrt{1-n^2\sin^2\left(\theta/2\right)}}\cdot\frac{dn}{d\lambda}. \qquad (3)$$

На практиці часто використовують лінійну дисперсію D_l, яка визначає лінійний відрізок у фокальній площині приладу, що припадає на одиницю довжини хвиль $dl/d\lambda$. Розглядаючи хід променів з довжинами хвиль λ і $\lambda+\Delta\lambda$ через камерний об'єктив, знаходимо зв'язок між D_l і D_φ:

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda} = \frac{d\varphi}{d\lambda} f_2 = D_\varphi f_2 \qquad (4)$$

Остання формула справедлива, якщо для камерного об'єктива виправлено хроматичну аберацію і фокальна площина перпендикулярна до оптичної осі приладу. Врахування нахилу фокальної площини до осі приладу перетворює вираз (4) на

$$D_l = D_\varphi f_2 / \sin\varepsilon , \qquad (5)$$

де ε – кут між фокальною площиною та оптичною віссю приладу. У довідковій літературі часто наводять величину оберненої дисперсії спектральних приладів, $d\lambda/dl$, яка дає інтервал довжин хвиль у нанометрах, що припадає на один міліметр у фокальній площині камерного об'єктива.

Може скластися думка, що усунувши аберації та використовуючи камерний об'єктив з великою фокусною відстанню, можна зафіксувати окремо на фотоплівці дві як завгодно близькі за довжинами хвиль спектральні лінії. На практиці ж, заміна короткофокусної камери довгофокусною в даному спектральному приладі призводить не тільки до збільшення відстані Δl між ними, але й до уширення самих ліній у стільки ж разів, у скільки збільшується фокусна відстань. Цей недолік приладів викликано дифракційною природою утвореного зображення. У спектрографі, як і в будь-якому іншому оптичному приладі, має місце дифракція світла на діафрагмах і оправах, що обмежують світлові пучки. У спектральних приладах перерізи лінз і дзеркал, що використовуються як об'єктиви, перевищують перерізи призм. Унаслідок цього обмежує

світлові пучки саме призма. Переріз призми у площині, перпендикулярній до оптичної осі, має вигляд прямокутника. Дифракція світла на прямокутному отворі розмиває зображення у двох взаємно перпендикулярних напрямках. Оскільки збільшення довжини зображення вхідної щілини (спектральної лінії) на якість спектра практично не впливає, розглянемо вплив дифракції лише на ширину спектральних ліній. У цьому випадку дифракція на призмі може розглядатись як дифракція Фраунгофера на щілині шириною a, яка визначається шириною пучка, що пройшов крізь призму (рис. 2). Унаслідок дифракції промені відхиляються на кут $\delta\varphi$ від початкового напряму, замість зображення вузької щілини у фокальній площині об'єктива утворюється дифракційна картина, розподіл інтенсивності якої описується залежністю:

$$I(u) = \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2, \; u = \left(\frac{\pi a}{\lambda}\right)\sin(\delta\varphi).$$

Крива $I(u)$, яка визначає контур спектральної лінії внаслідок дифракції, називається *апаратною функцією призмового спектрального приладу*. Цю функцію зображено на рис. 3, *а*. Якщо джерело випромінює світло з близькими довжинами хвиль λ_1 і $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$, то кожній довжині хвилі відповідає своя крива $I(u_1)$ та $I(u_2)$. Якщо λ_1 і λ_2 мало відрізняються одна від одної, то сумарна огинаюча не має провалу між головними максимумами, спектральні лінії "не розділені". За умов більшої різниці довжин хвиль провал на сумарній огинаючій стає більш-менш помітним. Критерієм розділення вважають випадок, коли максимум освітленості першої кривої збігається з мінімумом другої (рис. 3, *б*). Тоді інтенсивність у мінімумі, що фіксується спектрограмою, становить $0{,}8$ від інтенсивності в максимумах. Цей критерій називають *критерієм Релея*, що визначає умову "розділення" двох спектральних ліній. Характеристикою роздільної здатності спектрального приладу є величина R, що дорівнює відношенню певної довжини хвилі λ до різниці довжин хвиль $\Delta\lambda$, що знаходяться на межі розділення. Відношення $R = \lambda / \Delta\lambda$ величина безрозмірна й може змінюватись від 10^2 до 10^5 залежно від типу, кількості й розмірів призм у приладі та робочої спектральної області.

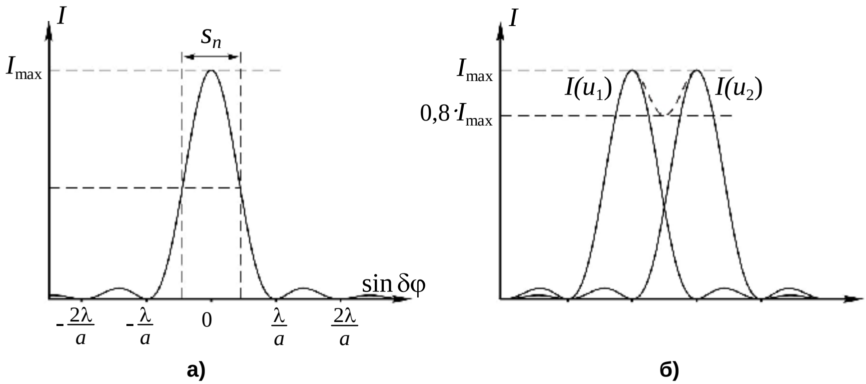


Рис. 3

Щоб знайти зв'язок між роздільною здатністю й параметрами призми, знайдемо кут $\Delta\varphi$ між напрямом на максимум і перший мінімум дифракційної кривої *I(u)* спектральної картини, яка спостерігається у фокальній площині камерного об'єктива. При дифракції Фраунгофера на апертурі шириною a умовою головного максимуму є $u = 0$, а умовою першого мінімуму $u = \pi$, тобто $a \sin\delta\varphi = \lambda$ або для малих кутів $\Delta\varphi = \lambda/a$.

За допомогою виразу для кутової дисперсії (3) знаходимо зв'язок між зміною кута і зміною довжини хвилі:

$$\Delta\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda}\Delta\lambda = \frac{2\sin(\theta/2)}{\sqrt{1-n^2\sin^2(\theta/2)}} \cdot \frac{dn}{d\lambda}\Delta\lambda .$$

Звідси отримуємо

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{2\sin(\theta/2)}{\cos\iota_1} \cdot \frac{dn}{d\lambda}\Delta\lambda ,$$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 2\frac{a\sin(\theta/2)}{\cos\iota_1} \cdot \frac{dn}{d\lambda} = 2l\sin(\theta/2)\frac{dn}{d\lambda}.$$

Ця формула відповідає випадку, коли передня поверхня призми освітлюється неповністю (призма не заповнена, див. рис. 2). За умови повного освітлення призми світлом

$$R = b\frac{dn}{d\lambda}, \tag{6}$$

де b – довжина основи призми.

Реальна роздільна здатність призми помітно менша, оскільки реальний контур спектральної лінії визначається не тільки дифракцією, а й шириною зображення вхідної щілини, дефектами виготовлення оптичних елементів, недоліками юстування приладу, зернистою структурою фотоемульсії. За

умов неправильної експлуатації приладу теоретична роздільна здатність може на порядок або й на два перевищувати реальну роздільну здатність. Теоретично врахувати всі фактори, які впливають на форму спектральної лінії, дуже складно. Простіше оцінити роздільну здатність експериментально, використовуючи спектр з лініями, що знаходяться на межі розділення.

Для максимального використання роздільної здатності спектрального приладу необхідно правильно вибрати ширину вхідної щілини і фотоматеріал. Теоретичне значення роздільної здатності (6) одержано для випадку, коли вхідна щілина є нескінченно вузькою. Насправді вона має певну ширину s_1. Щілину можна вважати вузькою, доки її кутові розміри s_1/f_1 менші за кут дифракції $\Delta\varphi = \lambda/a$. При цьому контур спектральної лінії мало відрізняється від кривої *I(u)*, наведеної на рис. 3, *а*. При зростанні s_1 ширина зображення спектральної лінії збільшується, а при $s_1 >> f_1 \lambda/a$ у фокальній площині камерного об'єктива спостерігається практично геометричне зображення щілини у вигляді прямокутника шириною $s_2 = s_1 f_2/f_1$ з дещо розмитими краями. У випадку, коли ширина геометричного зображення щілини s_2 дорівнює напівширині дифракційної картини (як на рис. 3, *а*), практична роздільна здатність наближається до теоретичної. Відповідне значення ширини вхідної щілини в цьому випадку називають *нормальною шириною щілини приладу*

$$s_n = f_1 \lambda/a \tag{7}$$

Для повного використання роздільної здатності спектрографа необхідно використовувати матеріали, в яких розміри зерен фотоемульсії менші за ширину спектральної лінії

$$s_2 = s_n \frac{f_2}{f_1 \sin\varepsilon}.$$

Ще одна важлива характеристика приладу – *світлосила*. Щоб визначити її, оцінимо освітленість спектральної лінії на фотоплівці (або вихідної щілини спектрометра):

$$E' = \Phi'/\left(h_2 s_2\right), \tag{8}$$

де Φ' – світловий потік, що падає на поверхню, обмежену шириною спектральної лінії s_2 висотою h_2. Світловий потік Φ' визначається світловим потоком Φ, що проходить через вхідну щілину, і коефіцієнтом пропускання оптичної системи τ. Світловий потік Φ можна визначити

через площу вхідної щілини, її яскравість L і кут Ω, під яким видно діючий отвір системи із центра щілини:

$$\Phi = Lh_2 s_2 \Omega = Lh_1 s_1 \sigma / f_1^2 . \tag{9}$$

Тут σ – площа перерізу діючого отвору системи (або призми, або коліматорного об’єктива). Підставляючи вираз (9) у (8), отримуємо

$$E' = \tau L s_1 h_1 \sigma / (s_2 h_2 f_1^2) .$$

Із геометричних міркувань знаходимо, що

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{f_1}{f_2}, \ \frac{s_1}{s_2} = \frac{f_1 \sin\varepsilon}{f_2} .$$

Остаточно вираз для освітленості зображення має вигляд $E' = \tau L \sigma \sin\varepsilon / f_2^2$.

Світлосилою приладу B називають відношення освітленості спектральної лінії E' до яскравості вхідної щілини L:

$$B = \tau\sigma \sin\varepsilon / f_2^2 .$$

Світлосила залежить від світлопропускання системи τ і квадрата відносного отвору вихідної апертури.

За даної світлосили приладу освітленість зображення залежить від яскравості щілини. Окрім того бажано, щоб все світло, що проходить через щілину, далі проходило через лінзу коліматора. Світловий потік має рівномірно розподілятись по всій площі перерізу коліматорної лінзи задля того, щоб повністю використати роздільну здатність приладу. Якщо джерело світла точкове, цю умову можна виконати, використовуючи трилінзовий конденсор-освітлювач. Якщо ж розміри джерела помітно більші за розміри вхідної щілини, достатньо однолінзового освітлювача. Для ртутної лампи, яка використовується в цій роботі, ця умова виконується.

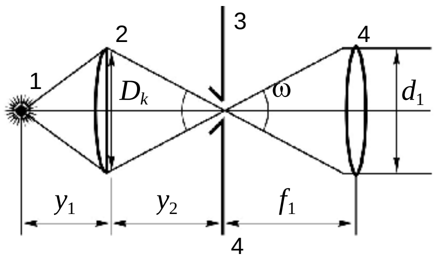


Рис. 4

На рис. 4 подано схему саме однолінзового освітлювача. Світло від джерела 1 за допомогою конденсора 2 освітлює вхідну щілину 3. Умова

заповнення коліматора 4 виконується, якщо кутові розміри конденсора та коліматора однакові:

$$\omega = \frac{D_k}{y_2} = \frac{d_1}{f_1}.$$

Із рис. 4 видно, що для виконання цієї умови необхідно використати конденсор з відносним отвором

$$\frac{D_k}{f_k} = \frac{d_1}{f_1}(1+\beta_k) = \frac{d_1}{f_1}\left(1-\frac{y_2}{y_1}\right). \qquad (10)$$

Опис вимірювальної установки

Робота виконується фотографічним методом на спектрографі ИСП-30, оптичну схему якого подано на рис. 5. Щілина 1 розташована у фокальній площині коліматорного дзеркала 2. Після коліматора промені паралельним пучком падають на бічну поверхню призми 3. Дисперговані в призмі промені камерним об'єктивом 4 збираються в його фокальній площині 6. Спектральні лінії є по суті монохроматичними зображеннями вхідної щілини, відстань між якими на фотоплівці залежить від дисперсії призми і фокусної відстані об'єктива. Тому останню роблять значною, а для досягнення компактних розмірів приладу на шляху променів після призми встановлюють плоске дзеркало 5. Інші особливості конструкції ИСП-30 пов'язані з тим, що він призначений для роботи в ультрафіолетовій частині спектра, де з поширених оптичних матеріалів прозорим є лише кварц. Тому для ультрафіолетової частини спектра не створені ахроматичні об'єктиви (котрі, як відомо, створюються з матеріалів, що мають різні показники заломлення). Унаслідок хроматичної аберації об'єктива 4 його фокальна площина не перпендикулярна до оптичної осі спектрографа, а нахилена до неї під кутом ε. З тієї ж причини, як коліматор використовують дзеркало, а не лінзу. Кварцову призму виготовлено з двох половинок: лівообертаючого та правообертаючого кварцу, щоб уникнути проявів оптичної активності кварцу на спектрограмі. А щоб позбавитись подвійного променезаломлення, в обох половинках оптична вісь кристала паралельна до основи призми, яка має назву *призми Корню*.

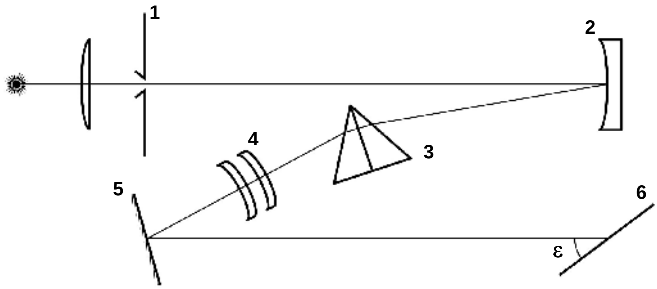


Рис. 5

Основні параметри приладу

Робоча область	200 – 600 нм
Довжина спектра	220 мм
Дзеркало-коліматор	фокусна відстань – 703 мм діаметр – 40 мм
Камерний об'єктив (для $\lambda = 257{,}3$ нм)	фокусна відстань – 830 мм діючий відносний отвір – 1:28
Призма Корню (призму виставлено в мінімум відхилення для $\lambda = 257{,}3$ нм)	заломлюючий кут – 60° основа – 42 мм висота – 30 мм
Збільшення системи (для $\lambda = 257{,}3$ нм)	$1{,}2^{\times}$
Кут нахилу	$\varepsilon = 41^{\circ}40'$

Обернена лінійна дисперсія

λ, нм	D_l^{-1}, нм/мм
200	0,35
250	0,9
310	1,6
360	2,5
400	3,9
600	11,0

Завдання та методика вимірювань

1. Ознайомитись з будовою приладу, занести його оптичну схему в протокол, за формулою (7) розрахувати значення нормальної ширини вхідної щілини s_n .

2. Увімкнути джерело світла (тільки в присутності працівника лабораторії).

3. За допомогою конденсорної лінзи домогтися найкращого освітлення вхідної щілини. За допомогою формули (10) перевірити заповнення дзеркала коліматора.

4. Перевірити за допомогою лупи різкість і рівномірність освітлення спектра.

5. Перевірити, якому значенню на шкалі відповідає момент відкриття вхідної щілини. Після цього виставити нормальне значення ширини щілини.

6. Встановити діафрагму Гартмана і сфотографувати спектр для двох експозицій. Час експозиції задають у лабораторії.

7. Проявити та закріпити фотоплівку.

8. Розшифрувати спектр за допомогою еталонного спектра й таблиць. Побудувати графік залежності $l = f(\lambda)$.

9. За графіком залежності $l = f(\lambda)$ визначити лінійну дисперсію для різних ділянок спектра (щонайменше п'ять точок). Для тих самих значень λ підрахувати теоретичне значення D_l за формулою (5). Побудувати обидві залежності для порівняння.

10. Визначити теоретичну роздільну здатність приладу за формулою (6) і порівняти її з практичною роздільною здатністю.

Для оцінки практичної роздільної здатності потрібно мати у спектрі кілька дублетів, що знаходяться на межі розділення. Якщо таких немає, то потрібно оцінити ширину лінії у спектрі Δl, а потім перевести її в $\Delta\lambda$ за допомогою співвідношення $\Delta\lambda = \Delta l \cdot {}^{d\lambda}\!/_{dl} = \Delta l \cdot D_l^{-1}$.

При розрахунках теоретичних значень D_l і R необхідно знати значення дисперсії матеріалу ${}^{dn}\!/_{d\lambda}$. Для визначення цієї величини слід скористатися таблицями, які є в лабораторії.

Контрольні запитання

1. Намалюйте хід променів через спектральний прилад. Поясніть принципи його дії.

2. Що таке кутова та лінійна дисперсія приладу?

3. Що називають роздільною здатністю призми?
4. Поясніть термін "нормальна ширина щілини".
5. Від чого залежить світлосила приладу?
6. Будова призми Корню.

Література

Горбань І.С., Олійник О.І., Халімонова І.М. Основи хвильової та променевої оптики. – К., 1999. – 181 с.

З М І С Т