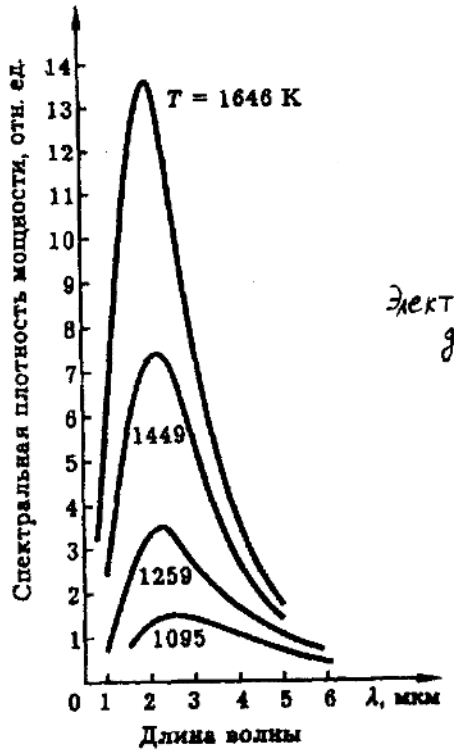
## *Теплове випромінювання*

Т.в. – це світло (не обов'язково – видиме, і в основному – невидиме людським оком), яке випромінюється нагрітим тілом (сонячне світло, полум'я свічки, ІЧ випромінювання тіла людини, паяльника, світло і тепло від лампи розжарювання, ел. дуги тощо).

*Основні експериментальні факти:*

1) Нагріті тіла світяться. Яскравість світіння збільшується із збільшенням температури (Т). Від Т залежить і колір світла, що випромінюється.

2) Світло від нагрітого тіла має широкий, суцільний спектр.

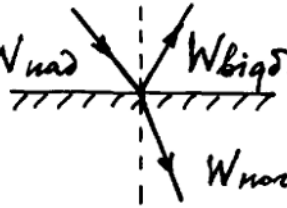


Люммер та Прингегейм, 1899 р.

Потужність теплового випромінювання вимірюють, наприклад, за допомогою термопари або болометра

## Поглинальна здатність тіл

Поглин. здатність $\alpha = \dfrac{dW_{погл.}(\nu, \nu+d\nu)}{dW_{пад.}(\nu, \nu+d\nu)}$ W - енергія світл. потоку

1) $\alpha$ – безрозмірна величина
2) $0 \le \alpha \le 1$
3) $\alpha = \alpha(\nu, T)$
4) У різних тіл функції $\alpha(\nu, T)$ – різні
5) Коли $\alpha = 0$ – „абс. біле тіло"
   Коли $\alpha = 1$ – „абс. чорне тіло" (а.ч.т.)
6) 


$W_{пад.} = W_{погл.} + W_{відб.}$

## Абсолютно чорне тіло

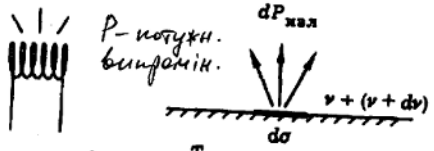
А.ч.т. – тіло, здатне поглинати все падаюче на нього випромінювання довільної $\lambda$ при довільній температурі (T).

Для а.ч.т. $\alpha(\nu, T) = 1$ для довільних $\nu$ та T.

В природі а.ч.т. не існує. А.ч.т. – ідеалізація, але можна знайти дуже близькі за своїми властивостями до а.ч.т. тіла: сажа, чорний оксамит, корувати тіла. В основі – багаторазове відбиття, яке

забезпечує сильні поглинаючі властивості. Маленький отвір в корожнині з ідеально відбиваючими поверхнями, які не прозорі для ел.м. випромінювання. На виході випромінювання має майже нульову потужність.

## Випромінювальна здатність тіл

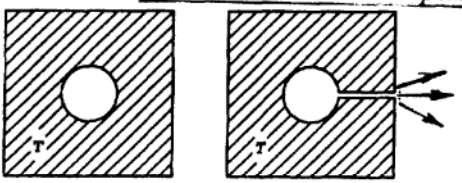



$dP_{випр.} \sim d\nu$
$dP_{випр} \sim d\sigma$
$\Rightarrow dP_{випр} = \varepsilon \cdot d\nu \cdot d\sigma$

$\varepsilon$ – випромінювальна здатність тіла.

Дослід показує, що $\varepsilon = \varepsilon(\nu, T)$ (як і поглинальна здатність). Але $\varepsilon(\nu,T)$ – розмірна величина (на відміну від $\alpha(\nu,T)$): $[\varepsilon] = Вт \cdot с / см^2$.

## Рівноважне теплове випромінювання




в стаціонарних умовах, коли T тіла підтримується постійною, в порожнині (рос. „полость") характеристики теплового випром. знаходяться в рівновазі із нагрітим тілом (самою порожниною, в даному випадку). Рівноважне теплове випромінювання – таке, що знаходиться в тепловій рівновазі з нагрітим тілом. Отвір зроблений для вимірювання х-ик випромінювання.

Порушення рівноважного стану означає, що тіло починає нагріватись або охолоджуватись.

## Закон Кірхгофа

В 1859 р. Кірхгоф встановив, що в стані теплової рівноваги відношення $\frac{\varepsilon(\nu,T)}{\alpha(\nu,T)}$ не залежить від природи тіла:

Закон Кірхгофа

$$\frac{\varepsilon(\nu,T)}{\alpha(\nu,T)} = f(\nu,T) = inv$$

$\rho(\nu, T)$ – універсальна (однакова для всіх тіл) функція частоти ($\nu$) та температури ($T$).

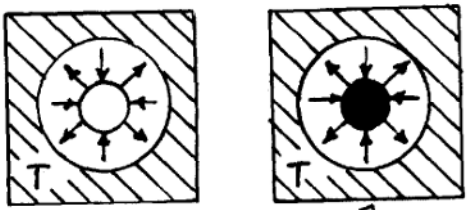
$\rho(\nu, T)$ – випромінювальна здатність а.ч.т.

Це витікає з того, що для а.ч.т. $\alpha(\nu, T) = 1$.

Значить $\rho(\nu, T) = \varepsilon(\nu, T)$ для а.ч.т.

Закон Кірхгофа, виведений спочатку із уявлень т/дин. теоретично, потім підтверджений експериментально.

Уявний експеримент, що демонструє справедливість закону Кірхгофа




а. б.

а – біла крейда в порожнині;
б – чорний вуголь в порожн.
В стані теплової рівноваги
$dW_{погл} = dW_{випр.}$ (1)

За визначенням: $dW_{погл} = \alpha \cdot dW_{пад}$
$dW_{випр} = \varepsilon \cdot d\nu \cdot d\sigma$ } (2)

(2) → (1): $\alpha \cdot dW_{пад} = \varepsilon \cdot d\nu \cdot d\sigma$ (3)

Пробне тіло (білу крейду) замінили на будь-яке інше тіло такого ж розміру і форми, але з іншого матеріалу, наприклад, з чорного вугілля.

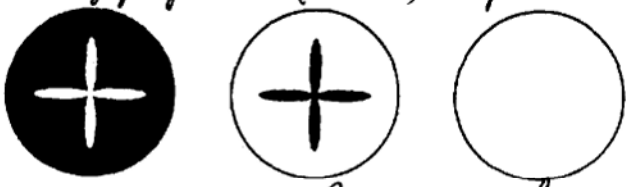
Х-ки тепл. випромінювання залишаються незмінними: пробні тіла мають розміри достатньо малі порівняно з термостатом і не впливають на х-ки тепл. випр. в порожнині.

В II випадку на елемент поверхні $d\sigma$ тіла в межах тієї ж смуги частот $d\nu$ падає випромін. тієї ж потужності $dW_{пад}$, що і в I випадку. Формули (2), (3)

залишаються в силі, хоча і з іншими значеннями коеф. $\alpha$ та $\varepsilon$. Але тоді, щоб (2), (3) залишались $i=v$, необхідно, щоб $\frac{\varepsilon}{\alpha} = i=v$, що і складає зміст закону Кірхгофа.

## Експеримент, що демонструє зв'язок між випромінювальною та поглинальною здатністю

Фарфорова (біла) тарілка з малюнком (темний хрест).



а. б. в.

а – світіння каструлі в муфельній печі до $T \sim 1000\,^\circ C$ в затемненій аудиторії;

б – вигляд тієї ж тарілки при 300 К;

в – вигляд тарілки у печі.

Висновок: $\alpha \sim \varepsilon$. Це витікає із закону Кірхгофа і підтверджує його.

## Закон Стефана – Больцмана

1879 р. Стефан встановив, що експериментально визначена величина інтегральної (просумованої по всіх частотах) випромінюючої здатності

$$E(T) = \int_0^\infty \varepsilon(\nu, T)\, d\nu = \sigma T^4 \quad (A)$$ закон Стеф.-Больцм

Больцман в 1884 р. довів, що формула (A) має місце не для всіх тіл, а лише для а.ч.т. де $\sigma$ – стала

Із досліду було визначено $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-4}$ $\frac{Вт}{см^2 \cdot град^4}$

## Формула Віна і закон зміщення Віна

Вільгельм Він
1893 р.

1893 р. Він, спираючись на закони т/дин та ел/дин, визначив х-ер залежності для випромін. здатності а.ч.т.

$$\boxed{\varepsilon(\nu,T) = C' \cdot \nu^3 \cdot F\left(\frac{\nu}{T}\right)} \quad (B)$$ формула Віна (I)

$\varepsilon(\nu,T)$ – функція 2-х аргументів

$F\left(\frac{\nu}{T}\right)$ – функція одного аргумента

де $C'$ – стала; $F\left(\frac{\nu}{T}\right)$ – деяка функція, вигляд якої йому не був відомий.

Висновки: ① Введемо функцію $\varepsilon(\lambda,T)$.

$\varepsilon(\nu,T)\cdot d\nu = \varepsilon(\lambda,T)\cdot d\lambda = d\Phi$ – світловий потік, який припадає на інтервал $d\nu$ або відповідно на інтервал $d\lambda$

$$\nu = \frac{c}{\lambda}; \quad d\nu = -\frac{c}{\lambda^2}d\lambda; \quad \frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$$

$$\varepsilon(\lambda,T) = \varepsilon(\nu,T)\cdot\frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{c}{\lambda^2}\cdot\varepsilon(\nu,T) \quad (1)$$

Тобто при переході від кривої $\varepsilon(\nu,T)$ до кривої $\varepsilon(\lambda,T)$ вигляд кривої змінюється (трансформується) $\Rightarrow$

Не можна записати: $\nu_{max} = \frac{c}{\lambda_{max}} \Rightarrow \nu_{max} \neq \frac{c}{\lambda_{max}}$

(B) → (1):

$$\boxed{\varepsilon(\lambda,T) = C'\frac{c^4}{\lambda^5}\cdot F\left(\frac{c}{\lambda\cdot T}\right)} \quad (B')$$ формула Віна (II)

Продиф. (B'):

$$\frac{d\varepsilon(\lambda,T)}{d\lambda} = -C'\frac{5\cdot c^4}{\lambda^6}\cdot F\left(\frac{c}{\lambda\cdot T}\right) - C'\frac{c^5}{\lambda^7\cdot T}\cdot F'\left(\frac{c}{\lambda\cdot T}\right)$$

Дослідимо на extr.: $\frac{d\varepsilon(\lambda,T)}{d\lambda} = 0$

$$5\cdot F\left(\frac{c}{\lambda_m\cdot T}\right) + \frac{c}{\lambda_m\cdot T}\cdot F'\left(\frac{c}{\lambda_m\cdot T}\right) = 0 \quad (2)$$

де $\lambda_m$ – значення дов. хв. випр., при якому випромін. здатність приймає max значення.

(2) – диф. рівняння I порядку. Його розв'язок:

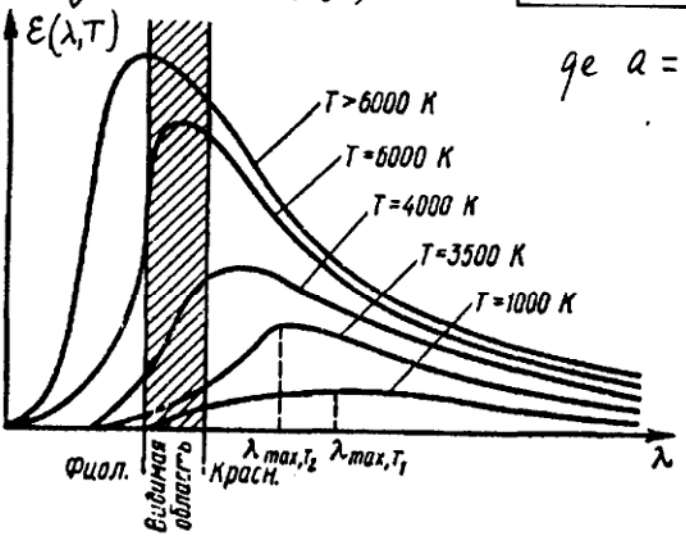
$$\frac{c}{\lambda_m \cdot T} = const \Rightarrow \boxed{\lambda_m \cdot T = b}$$ Закон зміщення (3)

② Отримаємо макс. значення випромін. здатн. $(\varepsilon_m)$.

$$(3) \to (8'): \varepsilon_m(\lambda_m, T) = \frac{c^4}{\lambda_m^5} \cdot F\left(\frac{c}{\lambda_m \cdot T}\right) \cdot \alpha =$$

$$= \frac{c^4}{b^5} \cdot T^5 \cdot F\left(\frac{c}{b}\right) \cdot \alpha = \boxed{a \cdot T^5 = \varepsilon_m(\lambda_m, T)} \quad (4)$$

де $a = \alpha \cdot \frac{c^4}{b^5} \cdot F\left(\frac{c}{b}\right) = const.$




Спектральна густина рівноважного теплового випромінювання

$u(\omega, T) = \frac{dW}{V \cdot d\omega}$; $u(\omega, T)$ – ен. рівноважн. тепл. випромінювання при темп. $T$, яка припадає на од. об'єму простору в елементарному інтервалі частот $d\omega$ поблизу $\omega$;

$dW$ – ен. тепл. випр. в об'ємі $V$ і смузі частот від $\omega$ до $\omega + d\omega$.

## Закон випромінювання Релея-Джинса.

Підхід Релея до вивчення теплового випромінювання – з статистичної фізики (не з термодинаміки, як у всіх).

Умова стоячої хвилі $L = m\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{m}$

$\lambda = \frac{v}{\nu} \Rightarrow \frac{v}{\nu} = \frac{2L}{m} \Rightarrow \nu = m\frac{v}{2L}$

За Релеєм число власних частот, які вкладаються в інтервалі $\nu, \nu + d\nu$ пропорц. об'єму порожнини $V$, квадрату $n$-ти $\nu^2$ та ширині інтервалу $d\nu$:

$$dN \sim V \cdot \nu^2 \cdot d\nu$$

На одну коливальну ступінь свободи в клас. фізиці припадає ен. $kT$ ($\frac{1}{2}kT$ – на кін. ен. і $\frac{1}{2}kT$ – на потенц. ен.): $u(\omega, T) \sim \omega^2 \cdot kT$

Джинс продовжив ідею Релея, знайшов коеф. і визначив, що

$$\boxed{u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT}$$

Формула Релея-Джинса (закон випромінювання Релея-Джинса)

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^2} \cdot kT$$

Узгоджується з експериментом в обл. низьких частот.

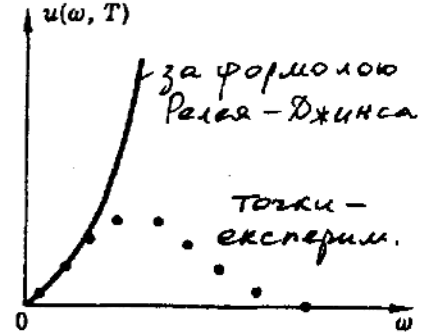
## Закон випромінювання Віна

В. Він (1896 р.) припустив, що випромінювання має розподіл за частотами, аналогічний максвелівському розподілу швидкостей молекул в газі:

$$u(\omega, T) = C_1 \cdot \omega^3 \exp\left(-\frac{\gamma \cdot \omega}{T}\right) \quad \text{де } C_1 \text{ та } \gamma - \text{сталі коеф.}$$

Ця функція має max і добре узгоджується із експериментом в області високих частот (далеко від max).

# "Ультрафіолетова катастрофа"




$u(\omega, T) \sim \omega^2$

Необмежений зріст спектр. густини тепл. випр. в обл. високих частот – абсурд!

Абсурд і те, що получається

$$\int_0^\infty u(\omega, T)\, d\omega = \infty$$

## Формула Планка

Наприкінці 1900р. в дослідженнях тепл. випромін. склалась така ситуація: були проведені точні експерим. вимірювання $u(\omega, T)$ Люммером та Прингсгеймом, були відомі ф-ла Релея-Джинса, яка описувала поведінку $u(\omega, T)$ в обл. НЧ, та формула Віна, яка добре узгоджувалась з експер. в обл. середніх та високих частот:

$$u(\omega, T) \sim \begin{cases} \omega^2 T, & \text{коли } \omega \to 0 \quad \text{(закон Релея-Дж.)} \\ \omega^3 e^{-\beta\omega/T}, & \text{коли } \omega \to \infty \quad \text{(закон Віна).} \end{cases}$$

М. Планк намагався побудувати (вивести) вираз, який об'єднував би НЧ та ВЧ області спектра. Планк придумав декілька формул, які задовольняли би цій умові, серед яких була одна, яка вражала своєю красотою та незвичайністю. В сучасних позначеннях, ця формула має вигляд

$$u(\omega, T) = \frac{1}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\hbar\omega^3}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

Формула Планка

$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-27}$ ерг·с

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$

$h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с