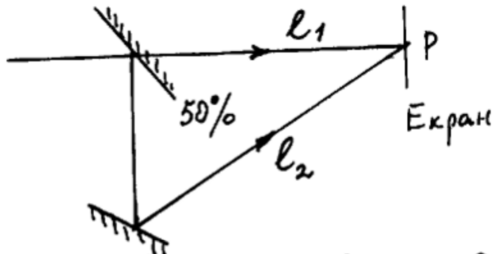
Когерентність світла

К.с.-хар-ка упорядкованості структури світла, ступінь наближеності світл. поля до ідеальної гармонічної хвилі. К.с. – здатність світла до інтерференції.

Розрізняють 2 види когерентності – просторову і часову.

Часова когерентність. Час когерентності. Довжина когерентності.



Для інтерф. в т. P двох променів необхідно, щоб

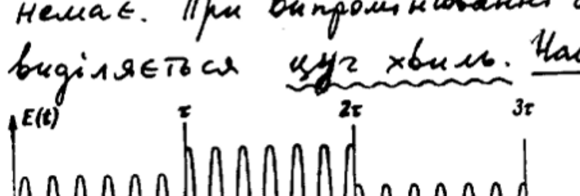
$$\varphi_1(t_1) - \varphi_2(t_1 + \tau_{затр}) = const$$

весь час спостереження.

Якщо τ – час спостереж. м.б. будь-яким, то кажемо про 100% когерентність у часі. Якщо величина τ обмежена, то маємо часткову когерентність.

Час когерентності – $\tau_к$: $\boxed{\varphi_1(t_1) - \varphi_2(t_1 + \tau_к) \le \pi}$

Через немонохр. світла ідеальної часової когер. ($\tau_к \to \infty$) немає. При випромінюванні світла ізольованим атомом виділяється цуг хвиль. Час випромінювання 1-го цугу і є час когерентн.

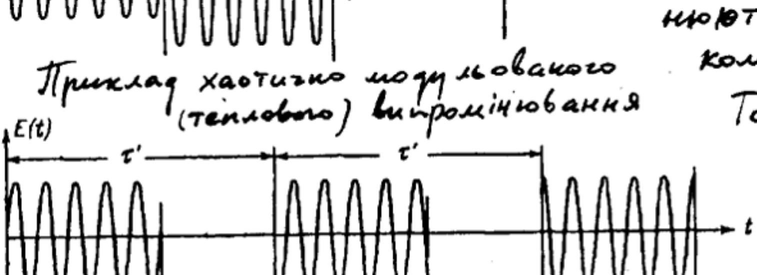


Приклад хаотично модульованого (теплового) випромінювання

На початку кожного цугу випадково змінюються фаза і ампл. коливань.

Тоді $\tau_к \sim 10^{-8}$ с

(дивись „Клас. теорія випром." – лекція 7).



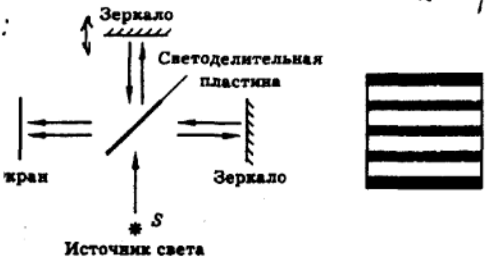
Ускладнена модель коливань опт. електрона

Ще один спосіб пояснення часу когерентн.: $\tau_к$ - це час затримки, необхідний променю, щоб пройти відстань, рівну різниці ходу променів - $\tau_к = \frac{\Delta}{c}$

1) $\Delta = \tau_к \cdot c = 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^{8} = 3$ м для теплових джерел

$\Delta = L_к$ - довжина когерентності.

Інтерферометр Майкельсона:



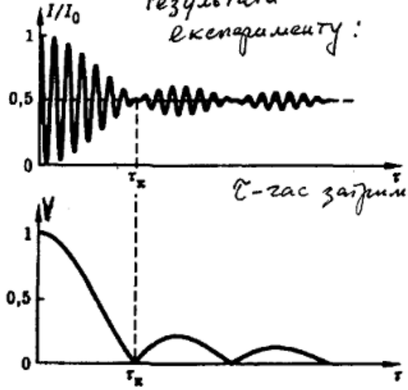
а) б)

Треба враховувати ще зіткнення атомів, рух атомів тощо. Тоді $\tau_к \sim 10^{-9} \div 10^{-10}$ с. $L_к = 3-30$ см

2) Для лазерів $\Delta\nu \sim 10^{2} c^{-1}$ Тоді $\tau_к = 10^{-2}$ с, $L_к = 10^{6}$ м!

Реально на лазерах вдається спостерігати інтерф. при $\Delta \sim$ декілька км. Обмеження - за рахунок неоднорідності земної атмосфери та вібрацій.

Результати експерименту:



в) г)

τ - час затримки

Інтерференція може спостерігатись у випадку, коли $\boxed{\Delta \le L_к}$

3) Вплив монохроматичності світла на часову когерентність променів

Джерелом світла будемо вважати збуджений ізольований атом.

Рівняння осцилят. $m\ddot{x} + kx + \beta\dot{x} = 0$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \gamma\dot{x} = 0$$

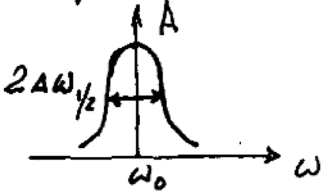
Розв'язок: $x = x_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t}\cdot e^{i\omega t}$, де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$

В курсі механіки при розгляді АЧХ було строго доведено, що ширина рез. кр. на напіввисоті АЧХ ($2\Delta\omega_{1/2}$) зв'язана з γ-декрементом затухання

$$\Delta\omega_{1/2} = \gamma.$$

Крім того, $\gamma = 1/\tau$, де τ – час релаксації. Тому: $\underline{\Delta\omega_{1/2}\cdot\tau = 1}$. $\Rightarrow$ Монохроматичність світла більша ($\Delta\omega_{1/2}$ менша) у тих хвиль, у яких тривалість цугу більша ($\tau\uparrow$).

В нашому випадку $\Delta\omega_{1/2}$ - радіаційна (природна) ширина лінії випромін. (~ МГц)



$$\tau\cdot\Delta\nu = \frac{1}{2\pi}$$

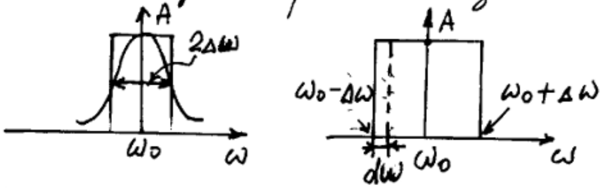
$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2}\cdot\Delta\lambda$$

$$\Delta\lambda \sim 10^{-3}\ \text{Å}$$

$$m_{max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{5\cdot10^3}{10^{-3}} = 5\cdot10^6 \text{ смуг!}$$

Але при цьому не враховувалося: 1) атом не ізольований: відбуваються зіткнення і уширення $\Delta\omega_{1/2} \sim 10$ МГц; 2) атом рухається $\Rightarrow$ ефект Доплера $\Rightarrow$ $\Delta\omega_{1/2} \sim 1500$ МГц - осн. внесок в уширення спектр. лінії; 3) є ще механізми уширення: ефект Зеемана та еф. Штарка $\Rightarrow$ розщеплення спектр. лінії.

Візьмемо джерело, в якому лінія випромінюв. замінена прямокутником з тією ж напівшириною



Інтенсивність джерела, яке має лінію випромін. у вигляді прямокутника шириною $2\Delta\omega$, дорівнює $\frac{J_0}{\Delta\omega_{1/2}}\cdot d\omega$. Для 2-х променевої інтерференції:

$$J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1\cdot J_2}\cdot\cos\Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi = k\cdot\Delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(r_2 - r_1)$$

$$J = 2J_1(1+\cos k\cdot\Delta)$$, якщо $J_1 = J_2$

$$J = \frac{2J_0}{\Delta\omega_{1/2}}\cdot d\omega\left(1+\cos\frac{\omega}{c}\cdot\Delta\right) = \frac{2J_0}{\Delta\omega_{1/2}}(1+\cos\omega\tilde{\tau}_k)\,d\omega$$

$$J = \int_{\omega_0-\Delta\omega}^{\omega_0+\Delta\omega} 2\frac{J_0}{\Delta\omega_{1/2}}(1+\cos\omega\tau)\,d\omega = 2J_0 + \frac{2J_0}{\Delta\omega_{1/2}}\cdot\frac{1}{\tau}\sin\omega\tau\Big|_{\omega_0-\Delta\omega}^{\omega_0+\Delta\omega} =$$

$$= 2J_0 + \frac{2J_0}{\tau\cdot\Delta\omega_{1/2}}\left[\sin(\omega_0+\Delta\omega)\tau - \sin(\omega_0-\Delta\omega)\tau\right] =$$

$$= 2J_0\left(1+\frac{2}{\Delta\omega_{1/2}\cdot\tau}\sin\frac{\Delta\omega_{1/2}\cdot\tau}{2}\cdot\cos\omega_0\tau\right) =$$

$$= 2J_0\left(1+\frac{\sin\left(\frac{1}{2}\Delta\omega_{1/2}\cdot\tau\right)}{\frac{\Delta\omega_{1/2}\cdot\tau}{2}}\cdot\cos\omega_0\cdot\tau\right)$$

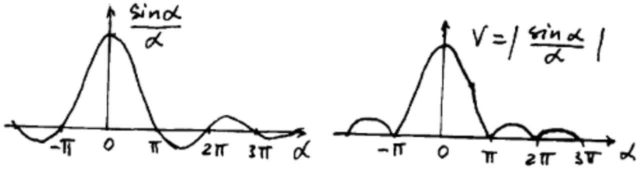
$$\frac{\sin\left(\frac{1}{2}\Delta\omega_{1/2}\cdot\tau\right)}{\frac{\Delta\omega_{1/2}\cdot\tau}{2}} = \frac{\sin\alpha}{\alpha}, \text{ де } \alpha = \frac{\Delta\omega_{1/2}\cdot\tau}{2}$$

V – видність інтерфер. картини:

$$V = \frac{J_{max} - J_{min}}{J_{max} + J_{min}}$$

$$J_{max} = 2J_0(1+\sin\alpha/\alpha)$$
$$J_{min} = 2J_0(1-\sin\alpha/\alpha)$$

$$\boxed{V = \frac{\sin\alpha}{\alpha} \neq 1},$$ хоча $J_1 = J_2$!



Подібна закономірність характерна і для інших контурів спектральної лінії випромінювання

$$\frac{\Delta\omega_{1/2}\cdot\tau}{2}=\pi \Rightarrow \Delta\nu_{1/2}\cdot\tau = 1 \Rightarrow \boxed{\tau=\frac{1}{\Delta\nu_{1/2}}}$$

τ – час затримки одного цуга відносно іншого

$$\Delta\nu_{1/2} = \Delta\nu_{зіткн} + \Delta\nu_{прир.} + \Delta\nu_{допл.} + \ldots \Rightarrow \tau \ll 10^{-8}\,c$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$d\nu = -\frac{c}{\lambda^2}\,d\lambda$$

$$\Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2}\cdot\Delta\lambda$$

$$\boxed{L_к = c\cdot\tau_к = c\cdot\frac{1}{\Delta\nu_{1/2}} = \frac{c}{\frac{c}{\lambda^2}\cdot\Delta\lambda_{1/2}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda_{1/2}}}$$ – довж. когер.

Для спостереження інтерфер. необхідно, щоб

$$\Delta < L_к = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda_{1/2}}.$$ Приклад:

$\Delta\lambda = 100\,Å$; $\lambda = 5000\,Å \Rightarrow L_к = 25$ мкм

Максимальний порядок інтерференції (m_{max}) обумовлений max різницею ходу: $\Delta_{max} = L_к$

$$m_{max}\cdot\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \Rightarrow m_{max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

Ще раз про визначення часу когерентності:

Часову когерентність якісно можна визначити, як

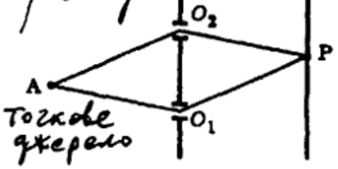
1) інтервал часу, на протязі якого фаза хвильового руху послідовно змінюється передбаченим чином при проходженні хвилі фіксованої точки простору.

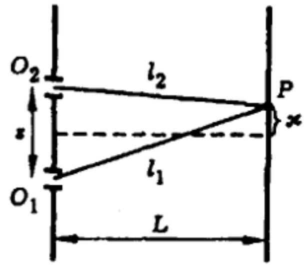
Більш кількісно $\tau_к$ визначають як проміжок часу,

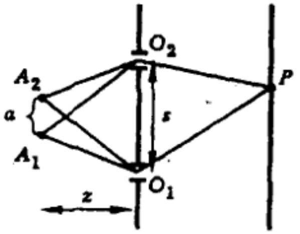
2) на протязі якого випадкові зміни фази хвилі в даній точці простору досягають значення порядку π.

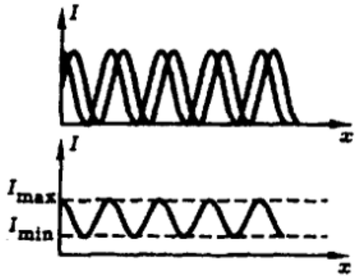
Просторова когерентність

1. Результати експерименту. Як розмір джерела в досліді Юнга впливає на видність інтерфер. картини:



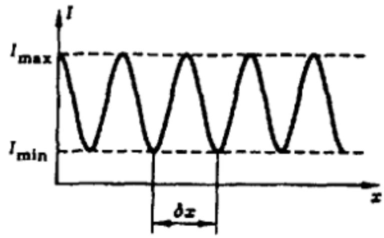


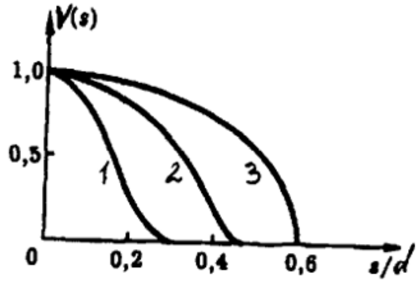




а)

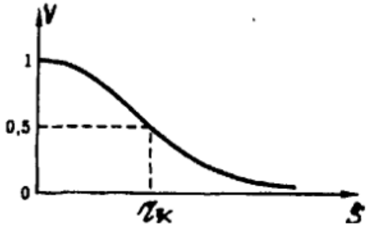
б)



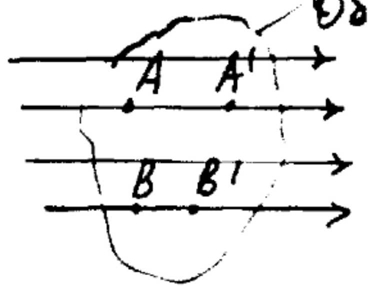


d – діаметр лазерного променя

1, 2, 3 – відносяться до різних типів лазерів



Просторова когерентність світлового поля означає, що різниця фаз коливань в різних довільно взятих точках простору не залежить від часу і є величиною сталою.

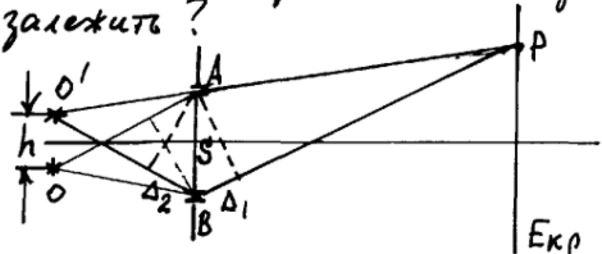


$$\varphi(A)-\varphi(A') = \varphi(B)-\varphi(B') \neq f(t) = \mathrm{const}$$

Два джерела, розміри і взаємне розташування яких дозволяють спостерігати інтерф. картину (при необхідному ступеню монохроматичності світла) називаються просторово когерентними.

Умова просторової когерентності

Якими повинні бути розміри джерела, щоб інтерф. картина спостерігалась? Від яких параметрів це залежить?



S – відстань між отворами A та B

$\Delta_1 < L_K = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

При зміщенні джерела з т. O в т. O' на відстань h з'являється додаткова різниця ходу Δ_2

$$J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 \cdot J_2} \cdot \cos k(\Delta_1 + \Delta_2)$$

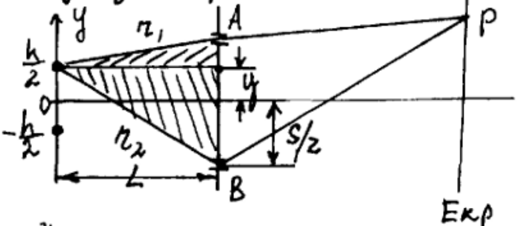
На екрані спостерігаються 2 інтерф. картини.

Коли $\Delta_2 \cdot k = \pi$ картинка зникає (потім знову з'являється).

$$\Delta_2 \cdot k \equiv \Delta_2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} < \pi$$

$\boxed{\Delta_2 < \frac{\lambda}{2}}$ – умова спостереження інт. картини від джерела довжиною h

Як розподіляється інтенсивність в інт. картині у випадку застосування не точкового (з кінечним розміром) джерела



J_0 – інтенс. джерела висотою h

Розіб'ємо умовно джерело на смуги шириною dy

$J_0 \frac{dy}{h}$ – інт. випром., що випромінюється смугою dy

Через отвори A та B проходить світло, яке має початкову різницю фаз $\Delta\varphi = \Delta_1 \cdot k$

Інтенс. світла в т. P від смуги dy

$$dJ_P = \underbrace{K_1 \frac{J_0}{h} dy}_{\text{інтенс. від } A} + \underbrace{K_2 \frac{J_0}{h} dy}_{\text{інтенс. від } B} + 2\sqrt{K_1 \cdot K_2}\,\frac{J_0}{h}\cos(k\Delta_1 + k\cdot\Delta_2)\,dy$$

$$J_P = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dJ_P \qquad \begin{cases} r_1^2 = L^2 + \left(\frac{S}{2} - y\right)^2 \\ r_2^2 = L^2 + \left(\frac{S}{2} + y\right)^2 \end{cases}$$

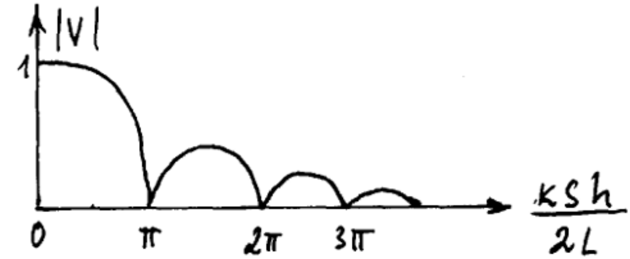
$$\overbrace{(r_2 - r_1)}^{\Delta_2}\overbrace{(r_2 + r_1)}^{2L} = 2Sy \Rightarrow \Delta_2 = \frac{S\cdot y}{L}$$

$$J_P = \int_{-\frac{h}{2}}^{h/2} dJ_P = J_1 + J_2 + 2\sqrt{K_1\cdot K_2}\cdot\frac{J_0}{h}\int_{-h/2}^{h/2}\cos\left(k\cdot\Delta_1 + k\frac{S\cdot y}{L}\right)dy$$

$$= J_1 + J_2 + 2\sqrt{K_1\cdot K_2}\cdot\frac{J_0 \sin(kSh/2L)}{\frac{kSh}{2L}}\cdot\cos k\cdot\Delta_1$$

$$V = \frac{J_{max} - J_{min}}{J_{max} + J_{min}}$$

$$\boxed{V = \frac{\sin\frac{kSh}{2L}}{\frac{kS\cdot h}{2L}}}$$



1) $V = 0$ при $\frac{kSh}{2L} = \pi$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \frac{kSh}{2L} = \frac{2\pi Sh}{2\lambda L} = \pi \Rightarrow \frac{S\cdot h}{\lambda\cdot L} = 1 \Rightarrow$$

При умові, що $\frac{S\cdot h}{L} = \lambda$ – інтерференції немає.

2) Якщо $\frac{k\cdot Sh}{2L} = \frac{\pi}{2}$, то $V = \frac{2}{3}$

При $J_1 = J_2$: в цьому випадку $V \sim 70\%$

$\boxed{\frac{S\cdot h}{L} < \lambda}$ <u>Умова просторової когерентності.</u>
<u>Реальне джерело можна вважати точковим, якщо $Sh/L \ll \lambda$</u>

$\frac{h}{L} = \alpha$ – кутовий розмір джерела $\Rightarrow$ $\boxed{S \cdot \alpha < \lambda}$ Умова просторової когерентн.

$S < \frac{\lambda}{\alpha}$ – умова для відстані між щілинами

Висновки:

1. Обираючи більшу λ, можна працювати з більшими розмірами джерела (h) і з більшими величинами S.
2. Чим менша відстань L між джерелом і щілинами, тим розмір джерела повинен бути меншим.
3. Чим більша відстань S між щілинами, тим меншим повинен бути розмір джерела (h).
4. Величина джерела дає виграш у світлосилі, але програш у просторовій когерентності.
5. Вводять поняття: радіус когерентності – як радіус перерізу променя, в межах якого виконується умова просторової когерентності $r_k = \frac{\lambda \cdot L}{h}$

   L – відстань від джерела світла до т. спостереження;
   h – розмір джерела; λ – довж. світлової хвилі.
   По мірі віддалення від джерела ($L\uparrow$) радіус когерентності зростає ($r_k \uparrow$).

– Оцінимо r_k прямого сонячного світла: $L = 150$ млн км; $h = 0.7$ млн км; $\lambda = 0.5$ мкм $\Rightarrow$ $r_k = 10^{-2}$ см $= 0.1$ мм

– Для розсіяного сонячного світла (наприклад, світло в хмарний день): $L/h \approx 1$; $\lambda = 0.5$ мкм $\Rightarrow r_k \sim \lambda \approx 10^{-4}$ см

– Промінь лазера може бути когерентним по всьому поперечному перерізу лазерного променя. Для отримання голограм можна використовувати широкі лазерні промені з $r_k \sim 1$ м.

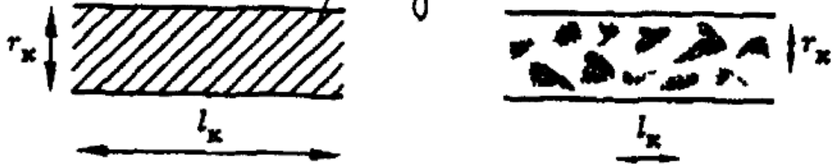
Спекл-структура плями від лазерного променя - характеристика його когерентних властивостей

а) б)

Спекли мають інтерференційне походження

Спекли свідчать про просторову когерентність вихідного променя

Некогерентне джерело спеклів не утворює



а) б)

Параметри $r_к$ та $L_к$ хар-ють середні розміри областей простору, в межах яких хвиля має структуру, близьку до ідеально гармонічної хвилі. Можна уявити собі ідеально когерентне світло ($L_к \to \infty$, $r_к \to \infty$) - див. рис. а.