Заломлення та відбиття світла на границі двох ізотропних діелектриків. Формули Френеля

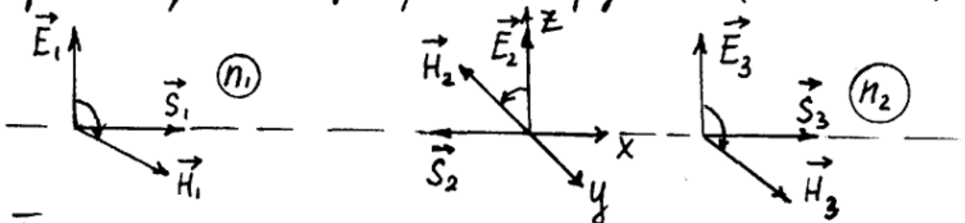
Коефіцієнт відбиття та коеф. пропускання при нормальному падінні світла

$$R = \frac{J_{відб}}{J_{пад}} = \frac{(c/4\pi)\cdot\sqrt{\varepsilon_1}\cdot E_{0\,відб}^2}{(c/4\pi)\cdot\sqrt{\varepsilon_1}\; E_{0\,пад}^2} = \frac{E_{0\,відб}^2}{E_{0\,пад}^2}$$

$$T = \frac{J_{прох}}{J_{пад}} = \frac{(c/4\pi)\sqrt{\varepsilon_2}\cdot E_{0\,пр}^2}{(c/4\pi)\sqrt{\varepsilon_1}\cdot E_{0\,пад}^2} = \frac{n_2}{n_1}\cdot\frac{E_{0\,пр}^2}{E_{0\,пад}^2}$$

Середовище без поглинання $\Rightarrow T + R = 1$

Для нормального падіння електромагн. хвилі (ЕМХ) на границю двох непроводящих середовищ ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0$):



I серед.: ε_1, $\mu_1 = 1$, $u_1 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_1}}$, II серед.: ε_2, $\mu_2 = 1$; $u_2 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_2}}$

В I серед. розповсюджуються 2 хвилі (пад. та відб.), в II серед — хвиля, що пройшла. Будемо вважати (поки що!): $\omega_1 \neq \omega_2 \neq \omega_3$. Хвиля — плоска:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{пад.}\ E_1 = E_{01} e^{i\omega_1(t - x/u_1)} & H_1 = \sqrt{\varepsilon_1}\, E_1 \\ \text{відб}\ E_2 = E_{02} e^{i\omega_2(t - x/u_1)} & H_2 = \sqrt{\varepsilon_1}\, E_2 \\ \text{прош.}\ E_3 = E_{03} e^{i\omega_3(t - x/u_2)} & H_3 = \sqrt{\varepsilon_2}\cdot E_3 \end{array}\right\} (1)$$

Вектори $\vec{E}, \vec{H}, \vec{S}$ в усіх 3-х хвилях строго орієнтовані за правилом правого гвинта

Для збереження правила правого гвинта ми обрали $\vec{H}_1$ та $\vec{H}_2$. З тим же успіхом можна було б приписати знак „–" вектору $\vec{E}_2$, але тоді б вектор $\vec{H}_2$ був би додатнім

Граничні умови – збереження tg-іальних складових векторів $\vec{E}$ та $\vec{H}$ на границі розділу ($x = 0$):

$$E_1 + E_2 = E_3 \qquad H_1 - H_2 = H_3 \qquad (2)$$

$$E_{01} e^{i\omega_1 t} + E_{02} e^{i\omega_2 t} = E_{03} e^{i\omega_3 t} \qquad (3)$$

При довільному t тотожність (3) може мати місце лише, якщо $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega$. Це так, крім випадку дуже потужної ЕМХ („нелін. оптика").

З (1), (2), (3) $\Rightarrow$ $E_{01} + E_{02} = E_{03}$; $H_{01} - H_{02} = H_{03}$

$$H_{01} = \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_{01}; \quad H_{02} = \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_{02}; \quad H_{03} = \sqrt{\varepsilon_2} \cdot E_{03} \quad (4)$$

$$З\ (4) \Rightarrow \begin{cases} E_{01} + E_{02} = E_{03} \\ \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_{01} - \sqrt{\varepsilon_1} \cdot E_{02} = \sqrt{\varepsilon_2} \cdot E_{03} \end{cases} \quad (5)$$

$$E_{01} - E_{02} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}} \cdot E_{03} \equiv \frac{n_2}{n_1} \cdot E_{03}$$

$$2E_{01} = E_{03}\left(1 + \frac{n_2}{n_1}\right); \qquad \boxed{E_{03} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \cdot E_{01}} \quad (6)$$

(6) → в I рівн. системи (5):

$$E_{01} + E_{02} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_{01} \Rightarrow \boxed{E_{01} \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = E_{02}} \quad (7)$$

Аналіз (7): 1) При $n_1 < n_2$ $E_{01} = -E_{02}$ ..., тобто відбувається втрата напівхвилі, або зсув фази відбитої хвилі на π. Вектори $\vec{H}_1$ та $\vec{H}_2$ коливаються при цьому синфазно.

2) При $n_1 > n_2$ знаки E_{01} та E_{02} співпадають. На границі двох діелектриків вектори $\vec{E}_1$ та $\vec{E}_2$ коливаються синфазно, а фази $\vec{H}_1$ та $\vec{H}_2$ відрізняються на π.

3) Для хвилі, що пройшла, амплітуда $\vec{E}_{03}$ завжди співпадає по знаку з ампл. $\vec{E}_{01}$. Тобто вектори $\vec{E}_{03}$ завжди софазні вектору $\vec{E}_{01}$. Те ж стосується і $\vec{H}_{03}$ та $\vec{H}_{01}$.

Введемо енерг. коеф. відбиття (R) і коеф. пропускання (T):

$$R = \frac{\text{сер. потік ен. відб. хв.}}{\text{сер. потік ен. пад. хв}} = \frac{\langle \frac{c}{4\pi} E_2 H_2 \rangle}{\langle \frac{c}{4\pi} E_1 \cdot H_1 \rangle} = \frac{J_{\text{відб}}}{J_{\text{пад}}}$$

$$T = \frac{\text{середн. потік ен. прох. хв.}}{\text{середн. потік ен. пад. хв}} = \frac{\langle \frac{4\pi}{c} E_3 \cdot H_3 \rangle}{\langle \frac{4\pi}{c} E_1 \cdot H_1 \rangle} = \frac{J_{\text{прош.}}}{J_{\text{пад.}}}$$

Використовуючи (6) та (7):

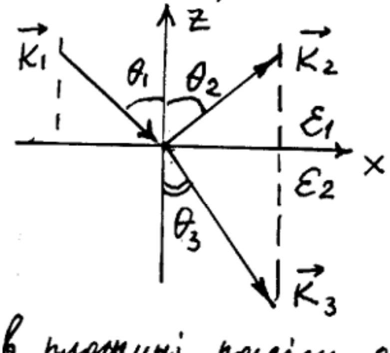
$$R = \frac{E_{02}^2}{E_{01}^2} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2$$

$$T = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{E_{03}^2}{E_{01}^2} = \frac{4 n_1 \cdot n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

для нормального падіння світла на межу двох діелектриків

Можна перевірити, що $R + T = 1$

Закон відбиття та закон заломлення (доведення)



пад. $\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \exp i(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r})$

відб. $\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \exp i(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r})$

зал: $\vec{E}_3 = \vec{E}_{03} \exp i(\omega t - \vec{k}_3 \vec{r})$

Граничні умови: $E_{1t} + E_{2t} = E_{3t}$ в площині розділу двох середовищ $\Rightarrow$

$$\vec{E}_{01t} \exp i(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r}) + \vec{E}_{02t} \exp i(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r}) = \vec{E}_{03t} \cdot \exp i(\omega t - \vec{k}_3 \cdot \vec{r}) \qquad (1)$$

де $\vec{E}_{0it}$ – tg-складові амплітуд (пост. величини)

Умова (1) повинна виконуватись в будь-який момент часу t та для всіх точок $\vec{r}$, які лежать на межі розділу. Звідси витікає, що

(2) $\begin{cases} \omega t - \vec{k}_1\vec{r} = \omega t - \vec{k}_2\vec{r} = \omega t - \vec{k}_3\vec{r}, \text{ а також} \\ \vec{k}_1\vec{r} = \vec{k}_2\vec{r} = \vec{k}_3\vec{r} \text{ або в декарт. СК} \end{cases}$

(3) $k_{1x}\cdot x + k_{1y}\cdot y + k_{1z}\cdot z = k_{2x}x + k_{2y}y + k_{2z}z =$

$(k_{1x} = \vec{k}_x\cdot\vec{i}\,) \qquad = k_{3x}\cdot x + k_{3y}\cdot y + k_{3z}\cdot z$

1) Остання умова повинна виконуватись для будь-яких x та y

2) $z=0$ (на межі розділу)

Тому: Для $x=0$ $\quad k_{1y} = k_{2y} = k_{3y}$ (4)

Висновки: Для $y=0$ $\quad k_{1x} = k_{2x} = k_{3x}$ (5)

1. Із (4) та (5) $\Rightarrow$ хвильові вектори відбитої та заломленої хвилі $\vec{k}_2$ та $\vec{k}_3$ лежать в площині падіння (в пл., в якій лежать $\vec{k}_1$ та $\vec{n}$).

   Таким чином: всі 4 вектори: $\vec{n}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3$ лежать в одній площині (компланарні).

2. Направимо вісь x вздовж границі розділу так, щоб пл. xz співпадала із пл. падіння. Тоді

   $k_{1y} = k_{2y} = k_{3y} = 0; \qquad k_{1x} = k_{2x} = k_{3x},$ (6)

   де $k_{1x} = k_1\cdot\sin\theta_1; \quad k_{2x} = k_2\sin\theta_2; \quad k_{3x} = k_3\sin\theta_3$ (7)

   $k_1 = \frac{\omega}{c}n_1 \qquad k_2 = \frac{\omega}{c}n_1 \qquad k_3 = \frac{\omega}{c}\cdot n_2$ (8)

   $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}; \qquad n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}.$ Із (6), (7) $\Rightarrow \boxed{\theta_1 = \theta_2}$ (9)

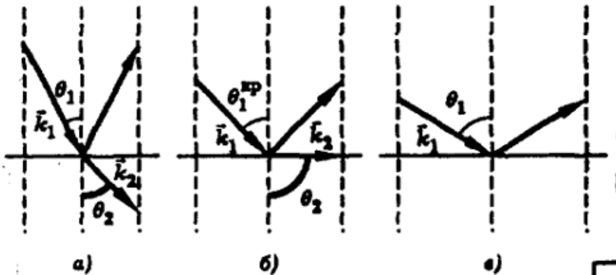
   Закон відбиття

3. Якщо обидва середовища прозорі, то n_1, n_2 — дійсні.

$(7),(8) \to (6)$: $\frac{\omega}{c} \boxed{n_1 \cdot \sin\theta_1 = \frac{\omega}{c} n_2 \sin\theta_2}$

закон Снелліуса

Повне внутрішнє відбиття



$n_1 > n_2$!

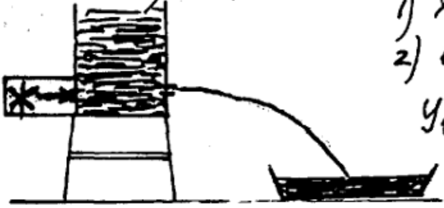
$\theta_2 > \theta_1$ — це витікає із закону Снелліуса

$n_1 \cdot \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

Якщо $\theta_2 = 90°$ ($\sin\theta_2 = 1$), то

$$\boxed{\theta_1^{кр} = \arcsin\frac{n_2}{n_1}}$$

При $\theta_1 = \theta_1^{кр}$ заломлений промінь не заходить в II середовище, а розповсюджується вздовж границі поділу (рис. б). Ефект повного внутрішнього відбиття, $\theta_1^{кр}$ — граничний кут ПВВ. На границі скло-повітря ($n_1 = 1.5$; $n_2 = 1.0$) $\theta_1^{кр} \cong 42°$.

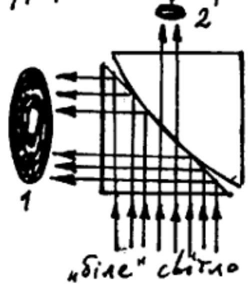


1) Демонстрація прояву ПВВ (див. рис.).
2) Оптичне волокно.

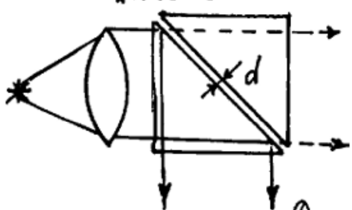
Увага!: Промінь ковзає вздовж межі розділу лише при $\theta_1 = \theta_1^{кр}$ (рис. б). При $\theta_1 > \theta_1^{кр}$ є тільки 2 промені: падаючий та відбитий (рис. в)

3) Ефектом ПВВ пояснюється відбиття радіохвиль від іоносфери. На висоті 100-300 км існує іонізований шар атмосфери, від якого відбиваються ЕМХ з $\lambda > 10$ м. Більш короткі хвилі проходять. В іоносфері $v_ф > c$. Із збільшенням висоти зменшується пок. зал. n. Дальня радіопередача.

Ефект порушення ПВВ при $\theta > \theta^{кр}$.
(Ефект проникнення, „просочування" світла в друге середовище при ПВВ)



Експеримент N 1:
В одній із призм зрізаються (зточуються, зішліфовуються) кути.
1 - має синій колір, 2 - червоний.
„Просочується" світло із великою λ.



Експеримент N 2:
При зазорах між поверхнями призм $d \lesssim \lambda$ світло „просочується".
Можна використати для модуляції світла.
Для проміжку „повітря-скло" $\theta^{кр} \approx 42°$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = n_{21} \Rightarrow \sin\theta_2 = \frac{\sin\theta_1}{n_{21}} \qquad n_{21} < 1$$

Це означає, що при $\theta_1 \uparrow$ колись $\sin\theta_2$ стане > 1 ?!?

$$\cos\theta_2 = \sqrt{1-\sin^2\theta_2} = \pm\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta_1}{n_{21}^2}} = \pm\sqrt{-1}\cdot\sqrt{\frac{\sin^2\theta_1}{n_{21}^2}-1} =$$

$$= \pm j\sqrt{\frac{\sin^2\theta_1}{n_{21}^2}-1} \qquad k_z = k\cdot\cos\theta_2$$

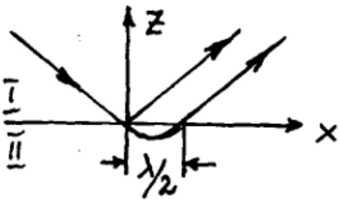
Хвиля, що „просочується", описується виразом:

$$D = D_0\exp\left(\pm jk\cos\theta_2\cdot z\right)\cdot\exp j(\omega t - k_x\cdot x) =$$

$$= \underbrace{D_0 e^{\pm jkz\sqrt{\frac{\sin^2\theta_1}{n_{21}^2}-1}}}_{\text{Амплітуда.}}\cdot e^{j(\omega t - k_x\cdot x)}$$

Хвиля з такою амплітудою неоднорідна. Знак „+" не має фіз. сенсу, бо означає нескінченне збільшення амплітуди хвилі в II середовищі. Знак „-" відповідає хвилі, яка швидко затухає по мірі проникнення в II середовище.

Практично ця неоднорідна хвиля існує лише в приповерхневому шарі II середовища, товщина якого $\sim \lambda$. 56



Частина енергії, яка попадає в II середовище, потім з неї виходить.

Оцінимо глибину проникнення:

$$k \cdot z \sqrt{\frac{\sin^2\theta_1}{n_{21}^2} - 1} = 1$$ – умова зменшення ампл. в e раз.

Із врахуванням того, що $k = 2\pi/\lambda$

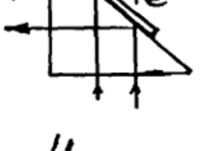
$$\boxed{z = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{\frac{\sin^2\theta_1}{n_{21}^2} - 1}}}$$

Коли $\lambda \uparrow$, величина $z \uparrow$.

Коли $\sin\theta_1 = n_{21}$ – неробоча обл.

Хвиля біжить вздовж x, амплітуда зменшується вздовж z

Базуючись на ефекті порушення ПВВ, можна навіть вимірювати спектри матеріалів



$$n_{21} = n_{21}(\lambda).$$

На порушенні ПВВ базується ближньопольова оптика (див. останню лекцію курсу).

Формули Френеля

Яка доля падаючого на границю двох діелектриків світла відбивається? Заломлюється? Чи залежить вона від величини кута падіння і поляризації падаючого світла?

Відповідь дають формули Френеля.

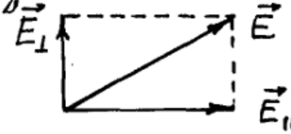
Розрахунок формул Френеля базується на:

1) врахуванні граничних умов;
2) зв'язку між полями $\vec{E}$ та $\vec{H}$ в світловій хвилі, який витікає із рівнянь Максвелла.

Хвилі – плоскі і монохроматичні.

Середовища – лінійні, ізотропні і х-уються $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

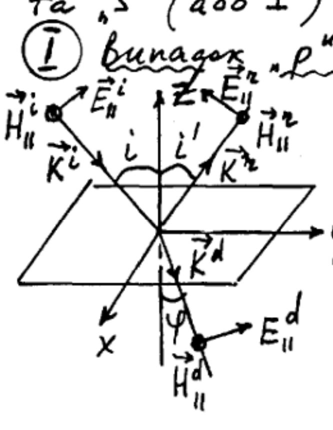
Хвилю з довільним станом поляризації можна представити у вигляді суперпозиції двох лінійно поляризованих хвиль $\vec{E} = \vec{E}_\perp + \vec{E}_\parallel$



Позначення: $E_\parallel$, або E_p – в пл. пад.
В напрямку $\perp$ пл. падіння $E_\perp$, або E_s.

Розглянемо окремо випадки: „p" (або $\parallel$) компоненти та „s" (або $\perp$) компоненти.

(I) Випадок „p" компоненти (вектор $\vec{E}$ в пл. падіння).



Умова збереження тангенц. складових ел.м. хвилі на границі поділу (граничні умови):
для амплітуд для $z=0$

$$\begin{cases} \vec{H}_\parallel^i + \vec{H}_\parallel^r = \vec{H}_\parallel^d & (1) \\ \vec{E}_\parallel^i - \vec{E}_\parallel^r = \vec{E}_\parallel^d & (2) \end{cases}$$

Раніш було встановлено зв'язок між $\vec{E}$ та $\vec{H}$:

$$H_{\parallel}^{i} = n_1 E_{\parallel}^{i}; \qquad H_{\parallel}^{r} = n_1 \cdot E_{\parallel}^{r}; \qquad H_{\parallel}^{d} = n_2 \cdot E_{\parallel}^{d} \qquad (3)$$

$(3) \to (1)$: $n_1 \cdot E_{\parallel}^{i} + n_1 \cdot E_{\parallel}^{r} = n_2 E_{\parallel}^{d}$

$$E_{\parallel}^{i} + E_{\parallel}^{r} = \frac{n_2}{n_1} E_{\parallel}^{d} = \frac{\sin i}{\sin \varphi} \cdot E_{\parallel}^{d} \qquad (4)$$

$$3\ (2) \Rightarrow E_{\parallel}^{i} \cdot \cos i - E_{\parallel}^{r} \cos i' = E_{\parallel}^{d} \cdot \cos\varphi \qquad (5)$$

$(4) + (5)$ та враховуючи, що $i = i'$:

$$2E_{\parallel}^{i} = E_{\parallel}^{d}\left(\frac{\sin i}{\sin\varphi} + \frac{\cos\varphi}{\cos i}\right) = E_{\parallel}^{d}\left(\frac{\cos i \cdot \sin i + \cos\varphi \cdot \sin\varphi}{\sin\varphi \cdot \cos i}\right)$$

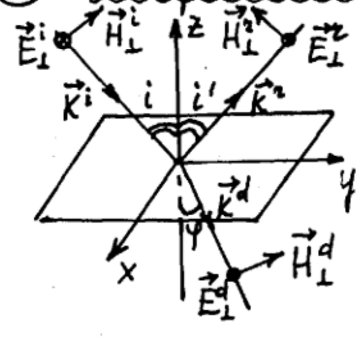
$$= E_{\parallel}^{d}\left(\frac{\sin 2\varphi + \sin 2i}{2\sin\varphi \cdot \cos i}\right)$$

$$\boxed{E_{\parallel}^{d} = \frac{2\cos i \cdot \sin\varphi}{\sin(i+\varphi)\cdot\cos(i-\varphi)} \cdot E_{\parallel}^{i}}$$ Перша формула Френеля

$$(4) : (5) \Rightarrow \frac{E_{\parallel}^{i} + E_{\parallel}^{r}}{E_{\parallel}^{i} - E_{\parallel}^{r}} = \frac{\sin i \cdot \cos i}{\sin\varphi \cdot \cos\varphi} = \frac{\sin 2i}{\sin 2\varphi}$$

$$\boxed{E_{\parallel}^{r} = \frac{\sin 2i - \sin 2\varphi}{\sin 2i + \sin 2\varphi} \cdot E_{\parallel}^{i} = \frac{\mathrm{tg}(i-\varphi)}{\mathrm{tg}(i+\varphi)} \cdot E_{\parallel}^{i}}$$ II формула Френеля

II Випадок „S" компоненти ($\vec{E} \perp$ пл. падіння)



Граничні умови:

$$\begin{cases} \vec{E}_{\perp}^{i} + \vec{E}_{\perp}^{r} = \vec{E}_{\perp}^{d} & (6) \\ \vec{H}_{\perp}^{i} - \vec{H}_{\perp}^{r} = \vec{H}_{\perp}^{d} & (7) \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{\perp}^{i} = n_1 \cdot E_{\perp}^{i}; \quad H_{\perp}^{r} = n_1 \cdot E_{\perp}^{r} \\ H_{\perp}^{d} = n_2 \cdot E_{\perp}^{d} \end{cases} \qquad (8)$$

$$
\begin{aligned}
(6) \Rightarrow & \begin{cases} E_\perp^i + E_\perp^r = E_\perp^d & (9) \\ H_\perp^i \cdot \cos i - H_\perp^r \cdot \cos i' = H_\perp^d \cos\varphi & (10) \end{cases} \\
(7) \Rightarrow &
\end{aligned}
$$

(10) із врахуванням (8) та того, що $i' = i$:

$$n_1 E_\perp^i \cdot \cos i - n_1 E_\perp^r \cos i = n_2 \cdot E_\perp^d \cos\varphi$$

$$E_\perp^i - E_\perp^r = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos\varphi}{\cos i} \cdot E_\perp^d \equiv \frac{\sin i}{\sin\varphi} \cdot \frac{\cos\varphi}{\cos i} E_\perp^d \quad (11)$$

(9) + (11) : $\quad 2E_\perp^i = E_\perp^d \left(1 + \frac{\sin i \cdot \cos\varphi}{\sin\varphi \cdot \cos i}\right)$

$$\boxed{E_\perp^d = \frac{2\sin\varphi \cdot \cos i}{\sin\varphi \cdot \cos i + \sin i \cdot \cos\varphi} E_\perp^i = \frac{2\sin\varphi \cdot \cos i}{\sin(i+\varphi)} \cdot E_\perp^i}$$ III форм. Френеля

(6) : (11) $\Rightarrow \quad \frac{E_\perp^i + E_\perp^r}{E_\perp^i - E_\perp^r} = \frac{\sin\varphi \cdot \cos i}{\sin i \cdot \cos\varphi}$

$$\boxed{E_\perp^r = -\frac{\sin(i-\varphi)}{\sin(i+\varphi)} \cdot E_\perp^i}$$ IV формула Френеля

Аналіз формул Френеля

1. Формули Фр. нами отримані для амплітуд. Для енергетичного опису явищ на границі поділу (по інтенс.) вводять коеф. відбиття (R) та коеф. пропускання (T):

$$R = \left(\frac{E^r}{E^i}\right)^2; \qquad T = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{E^d}{E^i}\right)^2$$

2. Якщо $E_\perp^r \neq E_\parallel^r$, то світло (частково) поляризоване.

Для природного світла ($E_\perp^i = E_\parallel^i$) $\quad \frac{|E_\perp^r|}{|E_\parallel^r|} = \frac{\cos(i-\varphi)}{\cos(i+\varphi)} > 1 \Rightarrow E_\perp^r > E_\parallel^r$

З II та IV формул Френеля витікає: відбите світло – частково поляризоване з переважно напрямленим вектором поляризації в „S" компоненті.

3. Якщо $E_\perp^i = E_\parallel^i$, то світло природне.
В природному світлі $J_\perp^i = J_\parallel^i = \frac{1}{2} J_0$

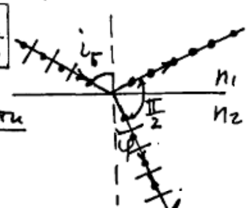
4. Ступінь поляризації: $P = \frac{J_\perp - J_\parallel}{J_\perp + J_\parallel}$

5. Якщо $i + \varphi = \frac{\pi}{2}$, то з (II): $tg\, \pi/2 \to \infty \Rightarrow$
$E_\parallel^r = 0 \Rightarrow$ після відбиття світло повністю поляризоване!
Кут падіння (i), для якого виконується умова $i+\varphi = \frac{\pi}{2}$, наз. кутом Брюстера ($i_Б$).

з іншого боку

$$\frac{\sin i}{\sin\varphi} = \frac{\sin i_Б}{\sin(\frac{\pi}{2} - i_Б)} = \frac{\sin i_Б}{\cos i_Б} = tg\, i_Б = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\boxed{i_Б = arc\,tg\,\frac{n_2}{n_1}}$$



Для $i_Б$ відбитий та заломлений кути ортогональні

Для переходу повітря-скло ($n = 1.5$) кут $i_Б \approx 57°$

Для $n_2 > n_1 \Rightarrow i_{Б-1}$ – не існує!
Для $n_2 < n_1 \Rightarrow i_{Б-2}$
$i^{кр} > i_{Б-2}$
$i_{Б-1} > i_{Б-2}$

6. Для нормального падіння світла на границю поділу двох середовищ $i = i' = 0$. Кут $\varphi = 0$ також.

$$E_\perp^r = E_\parallel^r = -\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E^i$$

7. Якщо $i \to \frac{\pi}{2}$, то $(E_\perp^r$ та $E_\parallel^r) \to E_\perp^i$ та $E_\parallel^i$.

8. За допомогою формул Френеля можна порахувати R та T.

$$R_\perp = \left(\frac{E_\perp^r}{E_\perp^i}\right)^2 = \frac{\sin^2(i-\varphi)}{\sin^2(i+\varphi)}$$ Коеф. відбиття для „s" компоненти

$$R_\parallel = \left(\frac{E_\parallel^r}{E_\parallel^i}\right)^2 = \frac{tg^2(i-\varphi)}{tg^2(i+\varphi)}$$ Коеф. відбиття для „p" компоненти світла

$$T_\perp = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{E_\perp^d}{E_\perp^i}\right)^2; \quad T_\parallel = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{E_\parallel^d}{E_\parallel^i}\right)^2$$ Коеф. пропускання для „s" та „p" компонент

Для природного світла:

$$R = \frac{(E_\perp^r)^2 + (E_\parallel^r)^2}{(E_\perp^i)^2 + (E_\parallel^i)^2} \underset{E_\perp = E_\parallel}{=} \dots = \boxed{\frac{1}{2}\left(R_\perp + R_\parallel\right) = R}$$

10. Можна ввести кут $\alpha_i = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{E_\perp^i}{E_\parallel^i}\right)$

$$\operatorname{tg}\alpha_i = \frac{E_\perp^i}{E_\parallel^i}$$ де α_i – азимут падаючого світла

$\alpha_i = 0$: $\vec{E} \parallel$ пл. падіння $\Rightarrow E_\perp = 0 \Rightarrow$ Існує лише „p" компонента

$\alpha_i = \frac{\pi}{2}$: $\vec{E} \perp$ пл. падіння $\Rightarrow E_\parallel = 0 \Rightarrow$ Існує лише „s" компонента

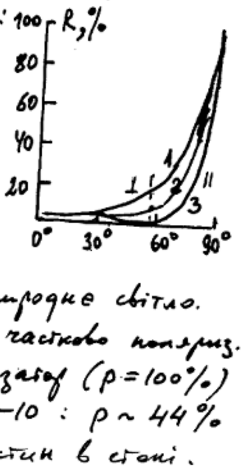
$\alpha_i = \frac{\pi}{4}$: $E_\perp = E_\parallel$

Фриш, Тиморева ... с. 144

При відбитті лінійно поляризованого світла з азимутом $\alpha_i \neq 0$ відбувається поворот вектора поляризації! Азимут змінюється! При куті падіння, наприклад, $i = 30°$ і азимуті $\alpha_i = 45°$ існує поворот $\vec{E}$ на 12°.

11. Графік залежності R від i:

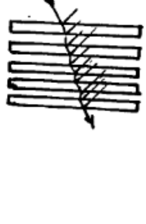
1 – „s" компонента ($R_\perp$)
2 – природне світло
3 – „p" компонента ($R_\parallel$)



На всій кривій виконується
$R_\perp + R_\parallel = 2R$

Наприклад!
$1+2 = 2\cdot 1.5$
$2+4 = 2\cdot 3$
$4+6 = 2\cdot 5$

12. Стопа Столетова



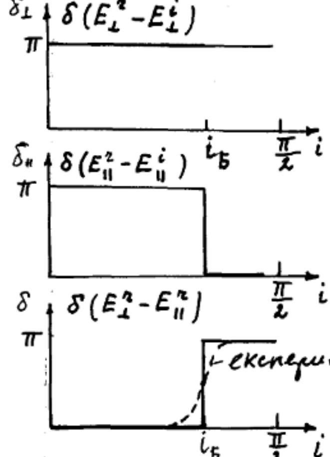
На стопу падає природне світло.
Із стопи виходить частково поляриз. світло.
Ідеальний поляризатор ($P = 100\%$) при $n = \infty$. Для $n = 8-10$: $P \sim 44\%$
n – кількість пластин в стопі.

Фазові співвідношення у відбитому та заломленому світлі

$n_1 < n_2 \Rightarrow i > \varphi$

Знак „-", наприклад, в IV формулі Френеля каже про зсув між фазами падаючої та відбитої хвилі на π

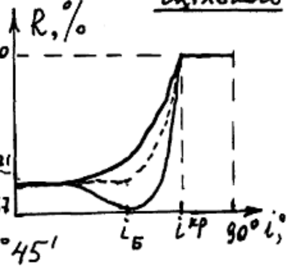
$\delta = \delta_\perp - \delta_\parallel$



Відбивання світла від середовища менш оптично щільного

$n_2 < n_1 \Rightarrow i < \varphi$

Вже розглядали ефект ПВВ з $i^{кр}$ та ефект Брюстера з $i_Б$



$\sin i^{кр} = n_{21}$

$\operatorname{tg} i_Б = n_{21}$

Для скла-повітря:

$\sin i^{кр} = \frac{1}{1.5} = 0.6667$

$n_{21} = 0.6667$

$i_Б = 33°45'$

$i^{кр} = 42°$;

(1) $\operatorname{tg}\frac{\delta_\parallel - \delta_\perp}{2} = \frac{\cos i\sqrt{\sin^2 i - n_{21}^2}}{\sin^2 i}$

Позначення:

$\delta_\parallel = \delta(E^r_\parallel - E^i_\parallel)$; $\delta_\perp = \delta(E^r_\perp - E^i_\perp)$; $\delta_\parallel - \delta_\perp = \delta$

Продиференц. (1) по i та прирівняємо $\frac{\partial}{\partial i}\left(\operatorname{tg}\frac{\delta}{2}\right) = 0$

$\Rightarrow$ одержимо умову виникнення max різниці фаз:

(1) із того, що ввели позначення:

$\frac{E^r_\parallel}{E^i_\parallel} = e^{i\delta_\parallel}$;

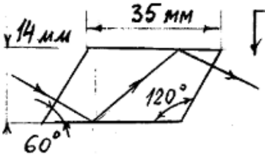
$\frac{E^r_\perp}{E^i_\perp} = e^{i\delta_\perp}$

$$\boxed{\cos i_{max} = \sqrt{\frac{1-n_{21}^2}{1+n_{21}^2}}} \quad \text{або} \quad \boxed{\sin i_{max} = \sqrt{\frac{2n_{21}^2}{1+n_{21}^2}}} \qquad (2)$$

$(2)\rightarrow(1)$: $$\boxed{tg\,\frac{\delta_{max}}{2} = \frac{1-n_{21}^2}{2n_{21}}} \qquad (3)$$

Формула (2) - для знаходження i_{max} по n_{21};
формула (3) - для знаходження δ_{max} по n_{21}.

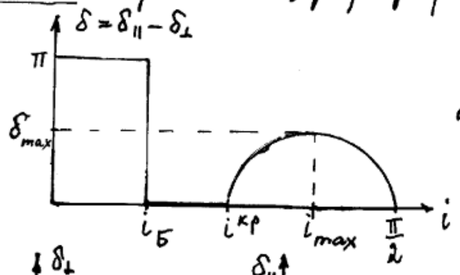
Чим більша різниця в показниках заломлення (чим менше їх відношення $n_{21} = n_2/n_1$), тим більше різниця фаз між двома коливаннями ($\delta=\delta_{\parallel}-\delta_{\perp}$).



Для отримання циркулярної поляризації, для якої потрібно, щоб $\delta_{max} = \pi/2$ і $tg\,\frac{\delta_{max}}{2} = 1$, різниця в n повинна бути дуже великою. Із умови $(1-n_{21}^2)/2n_{21} = 1$ знаходимо, що $n_{21} \approx 0.4$. Це досягається лише для алмаза (в опт. діапазоні): $n_1 = 2.4$; $n_2 = 1.0 \Rightarrow 1/2.4 \approx 0.4$

СРС: призма Френеля
Ландсберг... с. 486
Калитеевский... с. 84

Для границі скло-повітря $i_{max} \approx 51°$ (із (2)) і при одноразовому проходженні світла через межу ніяк отримати циркулярну поляризацію не можна.



Величина $\delta = \delta_{\parallel} - \delta_{\perp}$ обертається в нуль двічі:
1) при $i_Б < i < i^{кр}$
2) при $i = \frac{\pi}{2}$ (ковзаюче падіння світла).