

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 9.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У КОЛА ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Мета роботи: вивчення перехідних процесів у послідовному і коливальному контурах при дії імпульсної ЕРС.

КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1. Перехідні процеси в послідовному контурі. Основні поняття про перехідні процеси приведено в роботі 8. Нехай у колі з послідовно ввімкненими R , L і C в момент часу $t = 0$ ключ K замикається на клему «1» (рис.1). У момент комутації (перемикання) струм у колі $i(0) = 0$ і напруга на конденсаторі $U_c(0) = 0$, тобто задані нульові початкові умови.

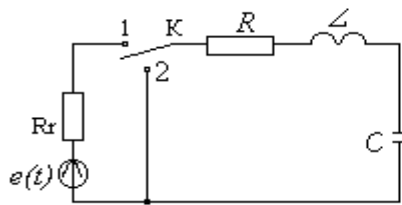


Рис.1

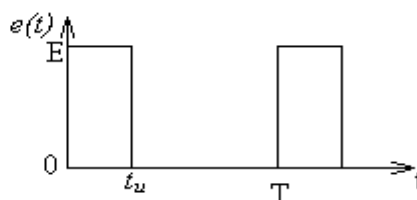


Рис.2

Рівняння стану кола згідно з другим законом Кірхгофа

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{c} \int idt = e(t). \quad (1)$$

Продиференціюємо обидві частини рівняння по t і розділимо на L . Одержимо диференціальне рівняння другого порядку для струму

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = \frac{1}{L} \cdot \frac{de}{dt}. \quad (2)$$

Загальне розв'язання рівняння (2)

$$i(t) = i'(t) + i''(t), \quad (3)$$

де $i'(t)$ – часткове розв'язання (2), $i''(t)$ – відповідає рішенням, коли в (2) $e(t) = 0$ (вільний режим).

Розв'язання однорідного рівняння

$$i''(t) = A \exp P_1 t + B \exp P_2 t \quad (4)$$

де P_1 і P_2 – корені характеристичного рівняння

$$P_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}; \quad \delta = R/2L; \quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC}. \quad (5)$$

Для визначення $i'(t)$ потрібно задати закон зміни $e(t)$. Нехай $e(t)$ – імпульсна ЕРС: $e(t) = E$, якщо $0 \leq t \leq t_u$; $e(t) = 0$, якщо $t_u < t < T$ (рис.2). Тут t_u – тривалість імпульсу, T – період повторення імпульсів. Поява прямокутного імпульсу в момент часу $t = 0$ відповідає ввімкненню постійної ЕРС величини E . Для випадку постійної ЕРС часткове розв'язання (2) $i'(t) = 0$. Таким чином, в інтервалі часу $0 \leq t \leq t_u$ перехідний струм визначається тільки вільною складовою, що описується рівнянням (4). Постійні інтегрування A і B визначаються шляхом використання початкових умов ($t = 0, i(0) = 0, U_c(0) = 0$).

Перехідний струм у колі

$$i(t) = \frac{E}{L(P_1 - P_2)} (e^{P_1 t} - e^{P_2 t}), \quad (6)$$

де $0 \leq t \leq t_u$.

Можливі такі випадки:

1. $\delta > \omega_0$ або $R > 2\sqrt{L/C}$ (апериодичний процес). Згідно з (5), P_1 і P_2 – відємні дійсні числа. Оскільки $|P_1| < |P_2|$, то складова $A \exp P_1 t$ зменшується повільніше, ніж складова $B \exp P_2 t$ і залежність $i(t)$ має максимум (рис.3).

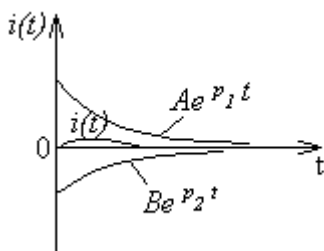


Рис.3

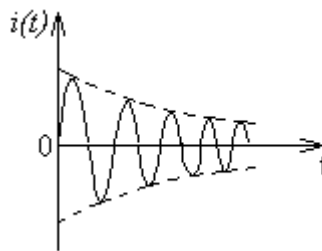


Рис.4

$\delta = \omega_0$ або $R = 2\sqrt{L/C}$ (критичний випадок). Згідно з (5), $P_1 = P_2 = -\delta$ і рівняння перехідного струму (6) представляє у цьому випадку невизначеність виду нуль на нуль. Розкриваючи її за правилом Лопітала, одержимо

$$i(t) = \frac{E}{L} t e^{-\delta t}. \quad (7)$$

Крива, що описується рівнянням (7), аналогічна кривій рис.3.

2. $\delta < \omega_0$ або $R < 2\sqrt{L/C}$ (коливальний процес). У цьому випадку корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені $P_{1,2} = -\delta \pm j\omega'$, де

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (8)$$

кутова частота власних коливань контуру. Згідно з рівнянням (6), перехідний струм

$$i(t) = \frac{E}{\omega' L} e^{-\delta t} \sin \omega' t. \quad (9)$$

З (9) випливає, що при $\delta < \omega_0$ у колі виникають синусоїдальні коливання з частотою ω' , при цьому обвідними струму служать криві $\pm (E/\omega' L) \exp(-\delta t)$ (рис.4). Коливання виникають внаслідок періодичного обміну енергією між магнітним полем котушки і електричним полем конденсатора з частковим поглинанням енергії активним опором кола.

При $t = 1/\delta$ ордината обвідної в e раз менша за початкове значення.

А тому величину

$$t_k = 1/\delta = 2L/R \quad (10)$$

називають постійною часу коливального контуру.

Перехідні напруги на окремих елементах контуру можна знайти, якщо використати значення перехідного струму для різних режимів кола

$$U_R(t) = R i(t); U_L(t) = L di/dt; U_C(t) = \frac{1}{C} \int i dt. \quad (11)$$

В інтервалі часу $t_u < t < T$, $e(t) = 0$, але в початковий момент цього інтервалу конденсатор заряджений до напруги $U_C(t_u) = U_0 < E$ (величина U_0 залежить від співвідношення t_u і t_k), а тому матиме місце розряд конденсатора на коло з послідовно ввімкненими R і L . Для схеми (рис.1) це означає перемикання ключа K в положення «2» при ненульових початкових умовах: при $t = 0, U_C(t) = U_0$ (момент комутації приймається за початок відліку часу). Перехідний струм і перехідні напруги на окремих елементах схеми у цьому випадку будуть мати такий же характер, як і відповідні перехідні величини в момент вмикання (початку) імпульсу напруги.

2. Перехідні процеси в паралельному контурі. У випадку паралельного контуру (рис.5) при дії імпульсної ЕРС, як і в послідовному контурі, в залежності від величини опору R спостерігається аперіодичний або коливальний процес. Проте на перехідні процеси в контурі істотно впливає величина резистора R_r , який увімкнений паралельно контуру і, отже, шунтує його. Це приводить до погіршення добротності контуру і до зміни швидкості перехідних процесів.

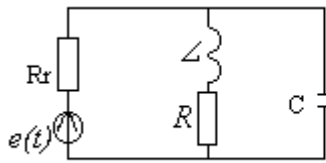


Рис.5

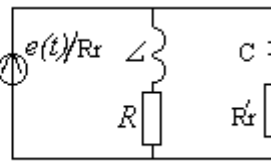


Рис.6

Дійсно, власна добротність контуру $Q = \rho / R$, де $\rho = \sqrt{L/C}$ – хвилевий опір контуру. Вплив величини резистора на добротність контуру можна врахувати, якщо зробити перерахунок паралельного сполучення на послідовне (рис.6): $R_r' = \rho^2 / R_r$ при умові, що $R_r \gg \rho$ (тобто $Q \gg 1$). Добротність контуру з урахуванням R_r

$$Q' = Q / \left(1 + R_{кр} / R_r \right) \quad (12)$$

де $R_{кр} = \rho^2 / R$ – резонансний опір контуру.

Таким чином, з урахування R_r , $Q' < Q$ покажемо, що зміна величини добротності веде до зміни швидкості перехідних процесів. Смуга прозорості контуру зв'язана з добротністю співвідношенням

$$2\Delta f = f_0 / Q = 1 / 2\pi \sqrt{LC} Q \quad (13)$$

З урахуванням рівняння (10) і виразу для власної добротності, з (13) одержимо

$$2\Delta f = 1 / \pi t_k ; t_k = Q / \pi f_0 \quad (14)$$

З (14) виходить, що чим менша добротність, тим менша постійна часу кола, отже, швидше зменшується амплітуда напруги на контурі.

Якщо вихідний опір генератора малий, то для задоволення нерівності $R_r \gg \rho$ послідовно з R_r умикають додатковий резистор.

Контрольні запитання

1. Чи може резонансна частота співпадати з власною частотою?
2. Як пояснити, чому у випадку $\delta > \omega_0$ не спостерігаються періодичні коливання?
3. Як пояснити зменшення амплітуди коливань з часом у випадку періодичного процесу?
4. Як впливає вихідний опір генератора на перехідні процеси у послідовному контурі?
5. Як впливає вихідний опір генератора на перехідні процеси у паралельному контурі?
6. Чому дорівнюють вимушені складові струмів у вітках паралельного контуру при дії постійної ЕРС (рис.5)?

Домашнє завдання

1. Вивчити короткі теоретичні відомості про перехідні процеси у колах другого порядку.
2. Дати відповіді на контрольні запитання у письмовій формі.
3. Використовуючи значення параметрів елементів послідовного контуру, розрахувати: а) резонансну частоту; б) власну частоту; в) постійну часу кола; г) величину опору резистора, що відповідає критичному режиму у контурі. Значення параметрів контуру: $L = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$, $R_k = 119 \text{ Ом}$, $R_r = 500 \text{ Ом}$ С – згідно з варіантом завдань.
4. Використовуючи значення параметрів елементів паралельного контуру, розрахувати: а) хвилевий опір; б) власну добротність; в) добротність при $R_r = 100 \text{ кОм}$; г) добротність при $R_r = 10 \text{ кОм}$; д) резонансну частоту; е) смугу прозорості (при $R_r = 100 \text{ кОм}$ і $R_r = 10 \text{ кОм}$).

№ варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
С, пФ послід. контур	470	740	1000	1500	1740	2000	2247	2400	3020	3300	3300
С, пф паралельн. контур	470	560	820	1000	1200	1430	1620	1820	2000	2200	2400

Лабораторне завдання

1. Ознайомитися з принципом дії приладів, що використовуються в роботі: генератор GFG-8210, осцилограф.
2. Ознайомитися з макетом, зібрати схему вимірювань для вивчення перехідних процесів у послідовному контурі. Увімкнути прилади для прогріву.

Примітка. Тумблери перемикачів котушки і генератора перевести вліво.

3. Встановити на виході генератора імпульс тривалості $t_{\mu} = 100$ мкс і частотою повторення $F = 5000$ імпл/с. Проконтролювати параметри імпульсу за допомогою осцилографа.
4. Зарисувати осцилограми напруг на конденсаторі і котушці для випадків а) аперіодичного процесу; б) критичного режиму; в) періодичного процесу.
5. По одній з осцилограм для випадку періодичного процесу визначити: а) постійну часу кола (час, за яким амплітуда коливань зменшується в e раз); б) власну частоту контуру (вимірявши величину періоду коливань). Отримані результати співставити з розрахунковими (у вигляді таблиці).
6. Зібрати схему вимірювань для вивчення перехідних процесів у паралельному контурі (дивіться схему макета).

Примітка. Тумблери перемикачів котушки і генератора перевести вправо.

7. При $R_r = 100$ кОм зарисуйте осцилограми напруг на контурі для випадків: а) аперіодичного процесу; б) критичного режиму; в) періодичного процесу.
8. Для випадку періодичного процесу за допомогою осцилографа визначити постійну часу кола і резонансну частоту контуру.
9. За одержаними даними визначити: а) добротність контуру; б) смугу прозорості контуру. Отримані результати співставити з розрахунковими (у вигляді таблиці).
10. Повторити пункти 7, 8 і 9 для випадку $R_r = 10$ кОм.
11. У звіті привести: принципові схеми вимірювань, розрахунки, опори напруг, результати вимірювань і короткі пояснення отриманих залежностей.

Список літератури

1. Попов В.П. Основы теории цепей. – М.: Высш. шк., 1985. – 496 с.
2. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. – Л.: Энергия, 1972. – 816 с.