

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2.

РОЗРАХУНОК СКЛАДНИХ КІЛ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

Мета роботи: експериментально перевірити розрахунки кіл синусоїдального струму методами вузлових потенціалів, еквівалентного генератора і сигнального графа.

КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1. Вибір методу розрахунку. При виборі методу розрахунку прагнуть спростити розрахунок даного кола, тобто, скоротити до мінімуму число невідомих i , таким чином, знизити порядок системи рівнянь. Наприклад, для розрахунку кола за методом рівнянь Кірхгофа завжди число невідомих струмів дорівнює числу віток схеми. Якщо ж до цього кола застосувати метод контурних струмів, то кількість невідомих можна скоротити до числа $k = n - \alpha + 1$, де n – число віток, α – число вузлів схеми. Якщо коло утримує ряд паралельно сполучених віток, то число невідомих можна скоротити, використовуючи метод вузлових потенціалів. Для складних кіл, що утримують невелику кількість джерела енергії, найбільш доцільним методом розрахунку може виявитись метод сигнальних графів.

Якщо в складному колі потрібно знайти струм в якій-небудь одній вітці, то в цьому випадку доцільно використати метод еквівалентного генератора.

2. Розрахунок кола методом вузлових потенціалів. Цей метод будується за першим законом Кірхгофа і законом Ома. Якщо коло утримує α вузлів, то на підставі першого закону Кірхгофа можна записати $\alpha - 1$ число взаємно незалежних рівнянь. Потенціал α -го вузла приймають рівним нулю (заземлюють). Це завжди можна зробити, оскільки струми у вітках залежать від різниці потенціалів вузлів, а не від їх абсолютних величин. Виразивши струми через потенціали вузлів за законом Ома, отримують систему рівнянь по відношенню до невідомих потенціалів вузлів. Визначивши потенціали вузлів, знаходять струми у вітках.

Для прикладу знайдемо струми у вітках методом вузлових потенціалів для схеми (рис.1).

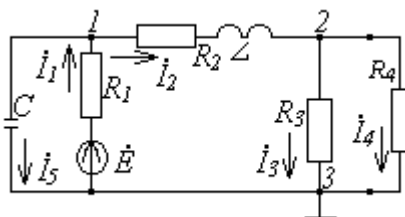


Рис. 1

Схема утримує три вузли (1, 2, 3). Вузол 3 заземлюємо ($\phi_3 = 0$). Тоді на підставі вище викладеного система рівнянь буде мати такий вигляд:

$$Y_{11}\phi_1 - Y_{12}\phi_2 = \dot{I}_{11}, \quad -Y_{21}\phi_1 + Y_{22}\phi_2 = \dot{I}_{22},$$

де $Y_{11} = 1/R_1 + 1/(R_2 + j\omega L) + j\omega C$; $Y_{22} = 1/(R_2 + j\omega L) + 1/R_3 + 1/R_4$ – сума провідностей віток, що сходяться до вузлів 1 і 2 відповідно; $Y_{12} = Y_{21} = 1/(R_2 + j\omega L)$ – сума провідностей віток між вузлами 1 і 2; $\dot{I}_{11} = \dot{E}/R_1$; $\dot{I}_{22} = 0$ – вузлові струми, що визначаються як алгебраїчна сума струмів активних віток, які сходяться до вузлів 1 і 2 відповідно.

Розв'язання системи рівнянь: $\phi_1 = \Delta_1 / \Delta$; $\phi_2 = \Delta_2 / \Delta$, де

$$\Delta = \begin{vmatrix} Y_{11} & -Y_{12} \\ -Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} \dot{I}_{11} & -Y_{12} \\ 0 & Y_{22} \end{vmatrix}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} Y_{11} & \dot{I}_{11} \\ -Y_{21} & 0 \end{vmatrix}$$

Через відомі потенціали вузлів знаходимо струми у вітках, використовуючи узагальнений закон Ома:

$$\dot{I}_{ij} = (\phi_i - \phi_j + \sum \dot{E}_{ij})Y_{ij}, \tag{1}$$

де $\sum \dot{\varepsilon}_{ij}$ – алгебраїчна сума ЕРС у вітці, що розглядається. Якщо між вузлами i та j утримується декілька паралельно сполучених віток, то рівняння (1) застосовується до кожної з віток окремо. Для схеми рис. 1:

$$\dot{I}_1 = (\dot{\varepsilon} - \dot{\phi}_1) / R_1; \dot{I}_2 = (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) / (R_2 + j\omega L); \dot{I}_3 = \dot{\phi}_2 / R_3; \dot{I}_4 = \dot{\phi}_2 / R_4; \dot{I}_5 = j\omega c \dot{\phi}_1$$

3. Метод еквівалентного генератора. В основі методу еквівалентного генератора лежить теорема про активний двополосник. Активний двополосник можна замінити еквівалентним генератором, ЕРС якого дорівнює напрузі холостого ходу на затискачах двополосника \dot{U}_x , а внутрішній опір дорівнює вхідному опору того ж двополосника Z_{ex} , в схемі якого відсутні всі джерела енергії, але їх внутрішні опори зберігаються. Таким чином, складну розгалужену схему розглядають як активний двополосник до вітки із шуканим струмом, який визначається за формулою

$$\dot{I} = \dot{U}_x / (Z + Z_{ex}). \quad (2)$$

Нехай у схемі (рис.1) потрібно визначити струм у вітці з резистором R_4 . Згідно з методом еквівалентного генератора \dot{U}_x і Z_{ex} визначаються з рис.2, а,б відповідно, а струм за формулою (2).

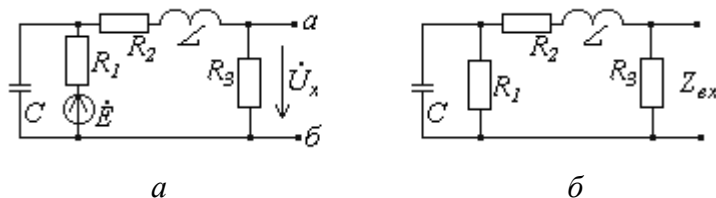


Рис.2

4. Метод сигнальних графів. При розрахунках кіл методом сигнальних графів необхідно спочатку побудувати сигнальний граф кола. При побудові графа на базі рівнянь, складених за методом вузлових потенціалів, число вузлів графа дорівнює числу незаземлених вузлів плюс число не рівних нулю вузлових струмів $\dot{I}_{\alpha\alpha}$ у цих вузлах. Кожний вузол $\dot{I}_{\alpha\alpha}$ сполучається з вузлом $\dot{\phi}_k$ віткою з передачею $a_{\alpha k} = 1/Y_{\alpha k}$, де $Y_{\alpha k}$ – сума провідностей віток, що сходяться у вузлі з потенціалом $\dot{\phi}_k$. Кожний вузол $\dot{\phi}_\alpha$ на графі сполучається з другим вузлом $\dot{\phi}_m$ двома вітками, якщо вузли α і m схеми сполучені деякою віткою або вітками. Одна вітка на графі спрямована до вузла $\dot{\phi}_\alpha$ і має передачу $b_{\alpha m} = Y_{\alpha m}/Y_{\alpha\alpha}$, друга спрямована до вузла $\dot{\phi}_m$ і має передачу $b_{m\alpha} = Y_{m\alpha}/Y_{mm}$, де $Y_{\alpha m}$ – сума провідностей віток, що сполучають вузли α і m .

Знаходження невідомих величин для простих графів можна здійснити шляхом безпосередніх обчислень. Сигнал X_k у вузлі k визначається рівнянням вигляду:

$$X_k = \sum_i a_{ki} X_i, \quad i = 1, 2, \dots, k, \dots, N, \quad (3)$$

де a_{ki} – передачі віток, що спрямовані до вузла, N – число вузлів графа.

Складні графи можна спростити, використовуючи властивості сигнальних графів. Для знаходження передачі складного сигнального графа можна також використати формулу Мезона:

$$H = \sum_{k=1}^n P_k \Delta_k / \Delta, \quad (4)$$

де $\Delta = 1 - \sum L_j + \sum L_j L_i - \sum L_j L_i L_k + \dots$; n – число шляхів від виток до стоку; P_k – передачі шляхів від виток до стоку; Δ_k – отримується шляхом виключення контурів, що дотикаються P_k шляху; $\sum L_j$ – сума передач усіх контурів графа; $\sum L_j L_i$ – сума добутків передач двох контурів, що не дотикаються між собою; $\sum L_j L_i L_k$ – сума добутків передач трійок контурів, що не дотикаються між собою і т. д.

Формула Мезона справедлива для графа з одним джерелом. Для графа з декількома джерелами потрібно застосувати формулу Мезона для кожного джерела окремо і результати обчислень скласти.

Як приклад знайдемо струм \dot{I}_4 (рис.1) методом сигнального графа. На рис.3 подано схему графа, що відповідає системі рівнянь, складених за методом вузлових потенціалів. Згідно з 3:

$$\dot{\phi}_1 = \frac{1}{Y_{11}} \dot{I}_{11} + \frac{Y_{12}}{Y_{11}} \dot{\phi}_2;$$

$$\dot{\phi}_2 = \frac{Y_{21}}{Y_{22}} \dot{\phi}_1 = \frac{Y_{21}}{Y_{22}} \left(\frac{1}{Y_{11}} \dot{I}_{11} + \frac{Y_{12}}{Y_{11}} \dot{\phi}_2 \right);$$

$$\dot{\phi}_2 = \frac{\frac{Y_{21}}{Y_{22}} \cdot \frac{1}{Y_{11}} \dot{I}_{11}}{1 - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{11} Y_{22}}}; \dot{I}_4 = \dot{\phi}_2 \cdot \frac{1}{R_4}.$$

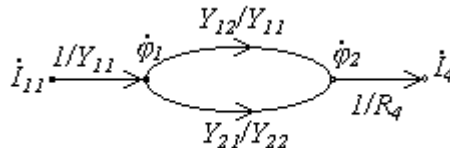


Рис. 3

Цей же результат можна отримати застосувавши формулу Мезона.

Контрольні запитання

1. В яких випадках для розрахунку кіл доцільно використати метод вузлових потенціалів?
2. Як знаходиться вузловий струм у методі вузлових потенціалів?
3. Сформулювати теорему про активний двополіусник.
4. Як визначається сигнал у вузлі графа?
5. Чи впливають на величину сигналів у вузлі графа вітки, що виходять з даного вузла?

Домашнє завдання

1. Вивчити теоретичні відомості за методом розрахунку складних кіл синусоїдального струму.
2. Дати відповіді на контрольні запитання в письмовій формі.
3. Обґрунтувати доцільність використання для схеми (рис.4) методу вузлових потенціалів.
4. Для схеми (рис.4) обчислити струми у вітках методом вузлових потенціалів, якщо $R_1 = 500$ Ом; $R_2 = 50$ Ом; $R_3 = 150$ Ом; $R_4 = 100$ Ом; $L = 183$ мГн; $c = 0,01$ мкф; $\varepsilon = 0,4$ В (виставити), а частота джерела енергії і опір резистора R_5 задаються в таблиці варіантів завдань.

№ варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
f , кГц	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,6	5,5	6,0
R_5 , Ом	20	36	62	82	100	120	150	180	200	220	240

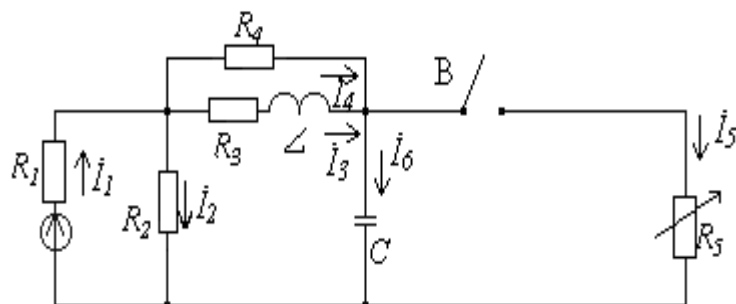


Рис.4

Лабораторне завдання

1. Ознайомитись з принципом роботи вимірювальних приладів, що використовуються в роботі: генератор, мілівольтметр.
2. Зібрати функціональну схему вимірювань, підключивши вимірювальні прилади до макету. Увімкнути прилади для прогріву. Виставити напругу з генератора $\varepsilon = 0,4$ В в холостому режимі (коли генератор не підключений до стенду), частоту генератора і величину опору резистора R_5 згідно з варіантом вашого завдання.
3. Виміряти величини напруг U_{13} , U_{12} і U_{23} і через них визначити струми у вітках. Отримані результати співставити з результатами обчислень.
4. Визначити струм у вітці з резистором R_5 методом еквівалентного генератора. Напругу холостого ходу виміряти мілівольтметром (при нажатій кнопці вимикача). Вхідний опір пасивного двополюсника обчислити за відомими параметрами елементів схеми.
5. Побудувати векторну діаграму напруг і струмів для досліджуваної схеми.

Список літератури

1. Попов В.П. Основы теории цепей. – М. Высш. шк., 1985, – 496с.
2. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. – Л.: Энергия, 1972. – 816с.
3. Байраченко И.В. Метод сигнальных графов в электротехнике. – Киев: КГУ, 1984,– 32с.