

МОСТИКОВАЯ СХЕМА В ПОЛНОЙ ЦЕПИ

*Методические указания
по курсу общей физики*

Составитель: *В. С. Кривченкова*, доцент, кандидат физ.-мат. наук

Рецензент: *Е. Л. Казакова*, доцент, кандидат физ.-мат. наук

Петрозаводск
2007

Мостиковая схема в полной цепи

Задача: изучение законов цепей переменного тока

Цель работы:

1. Познакомиться с мостовым методом измерения сопротивлений переменному току
2. Мостовым методом определить активное, индуктивное и емкостное сопротивления.

Введение

Мостовыми электрическими схемами называют составленный из сопротивлений замкнутый четырехугольник (см. рис. 1), в котором различают плечи AC, CB, BD и DA. Между двумя проти-

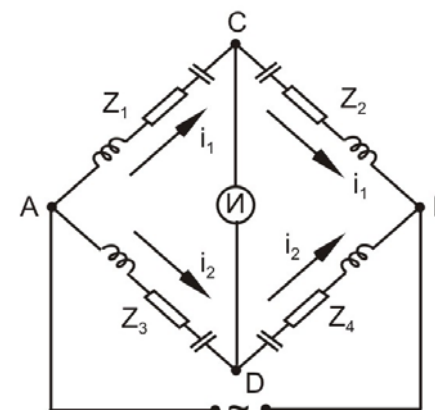


Рис. 1

воположными плечами перекинута мосты AB и CD, являющиеся *диагоналями* этого четырехугольника. В плечах и диагоналях в общем случае могут содержаться как сопротивления, так и источники электродвижущих сил. Наибольшее распространение получили мостовые схемы с одним источником питания, который может находиться либо в плече, либо в диагонали (рис. 1). В диагональ CD включен *индикатор баланса моста И*.

Условие равновесия моста

Метод мостовых схем часто применяется в лабораторной практике и является основным для измерения емкостей C и индуктивностей L . Точность измерения C и L определяется в основном точностью эталонных емкостей и индуктивностей.

На рис. 1 приведена схема моста переменного тока в общем виде. В каждом плече моста могут быть включены омические R , индуктивные ωL и емкостные $1/\omega C$ сопротивления. Полные сопротивления плеч моста равны:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (1)$$

Сдвиги фаз между током и напряжением в этих плечах могут быть рассчитаны по формуле:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (2)$$

При отсутствии тока в диагонали CD моста падение напряжения U_1 на плече AC равно падению напряжения U_3 на плече AD , и падение напряжения U_2 на плече CB равно падению напряжения U_4 на плече DB . При этих условиях токи в плечах AC и CB , а также в плечах AD и DB совпадают по величине. Тогда оказываются справедливыми следующие равенства:

$$i_1 Z_1 = i_2 Z_3$$

$$i_1 Z_2 = i_2 Z_4.$$

Деля одно равенство на другое, получаем следующее соотношение между полными сопротивлениями плеч моста:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4}. \quad (3)$$

Уравнение (3) является *условием равновесия (баланса) моста переменного тока*.

При этом потенциалы точек C и D должны быть равны в любой момент времени, то есть должны *совпадать как по амплитуде, так и по фазе*. Уравнение (3) справедливо для всех мостов и носит название «*теорема Фрелиха*».

Векторная диаграмма для сбалансированного моста приведена на рис. 2. Направление вектора амплитуды напряжения U , питающего мост, выбрано произвольно.

При балансе моста имеет место следующее равенство:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_4, \quad (4)$$

где $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ – сдвиги фаз между током и напряжением соответственно в плечах с сопротивлениями Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 . Условие (4) обеспечивается соответствующим построением плеч моста.

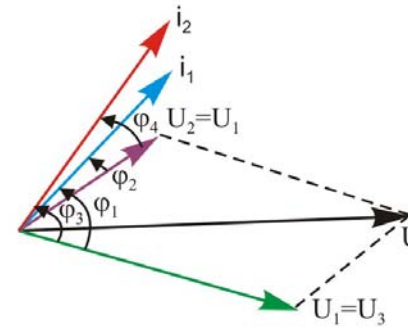


Рис. 2

Мостовой метод измерения сопротивлений

Общий вид установки представлен на рис. 3.



Рис. 3

1) Определение активного сопротивления

Пусть во все плечи мостика включены только активные (омические) сопротивления:

$$Z_1 = R_x, Z_2 = R_2, Z_3 = R_3, Z_4 = R_4,$$

здесь R_x – неизвестное сопротивление, R_2 – эталонное сопротивление, а R_3 и R_4 являются сопротивлениями двух участков калиброванной проволоки реохорда, натянутой вдоль масштаба (рис. 4). В этом случае равенство (3) примет вид:

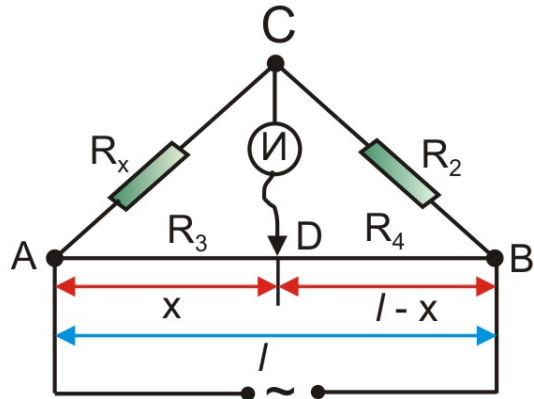


Рис. 4

$$\frac{R_x}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}. \quad (5)$$

По проволоке реохорда перемещается подвижный контакт D, делящий эту проволоку на две части длиной x и $l - x$ (l – длина всей проволоки) с сопротивлениями R_3 и R_4 соответственно. Длина частей проволоки определяется по масштабной линейке. Для калиброванной проволоки сопротивления прямо пропорциональны их длинам, тогда

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{x}{l - x}. \quad (6)$$

Объединяя (6) и (5), получим для неизвестного сопротивления:

$$R_x = \frac{x}{l - x} R_2. \quad (7)$$

2) Измерение индуктивности катушек

Мост переменного тока, содержащий омические r и индуктивные ωL сопротивления (ω – круговая частота; L – индуктивность) обычно имеют в своих плечах: 1) последовательное соединение омического и неизвестного индуктивного сопротивления $Z_1 = r_1 + i\omega L_x$ ($i = -1^{1/2}$). Сопротивление удобно записать в комплексном виде; 2) последовательное соединение омического и эталонного индуктивного сопротивления $Z_2 = r_2 + i\omega L_2$; 3) омическое сопротивление $Z_3 = R_3$ и 4) омическое сопротивление $Z_4 = R_4$. Схема такого моста приведена на рис. 5.

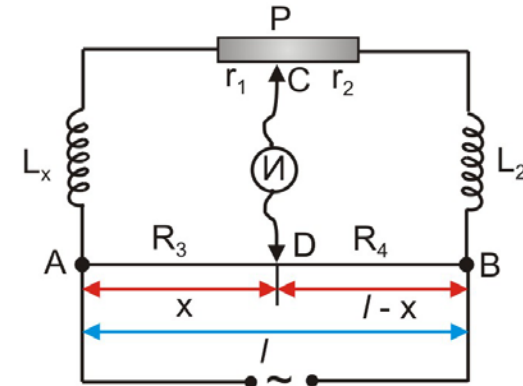


Рис. 5

Положим сначала $r_1 = 0$ и $r_2 = 0$ и учтем, что у катушек тоже есть омическое сопротивление r_{L_1} и r_{L_2} . Теперь равенство (3) будет иметь вид:

$$\frac{r_{L_x} + i\omega L_x}{r_{L_2} + i\omega L_2} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Так как правая часть величина действительная, то для удовлетворения написанного условия необходимо, чтобы *одновременно* выполнялись два равенства:

$$\frac{r_{L_x}}{r_{L_2}} = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{и} \quad \frac{L_x}{L_2} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Эти два условия в общем случае невыполнимы. Сопротивление катушки зависит от материала и сечения провода, из которого катушка сделана, а индуктивность катушки зависит от ее геометрии и способа намотки, поэтому прямой связи между L и r_L нет и уравновесить мост переменного тока при этих условиях невозможно.

Чтобы уравновешивание моста сделать возможным, в индуктивные ветви моста введен потенциометр P так, чтобы узел C оказался подвижным. При наличии потенциометра, сопротивление которого равно $r_1 + r_2$, условие (3) запишется так:

$$\frac{r_1 + r_{L_x} + i\omega L_x}{r_2 + r_{L_2} + i\omega L_2} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Теперь для соблюдения равенства должны иметь место две пропорции:

$$\frac{r_1 + r_{L_x}}{r_2 + r_{L_2}} = \frac{R_3}{R_4} \quad (8)$$

$$\text{и } \frac{L_x}{L_2} = \frac{R_3}{R_4}. \quad (9)$$

Поскольку сопротивлениям r_1 и r_2 можно придать необходимые значения, эти две пропорции могут быть сделаны справедливыми одновременно. Так как R_3 и R_4 – сопротивления плеч реохорда (как и в схеме на рис. 3), то, используя (6), получим, что

$$L_x = L_2 \frac{x}{l-x}. \quad (10)$$

3) Измерение емкости

Мост переменного тока, содержащий омические сопротивления R и емкости C , обычно имеет в своих плечах следующие сопротивления (рис. 6):

неизвестное емкостное сопротивление $Z_1 = -\frac{i}{\omega C_x}$ ($i = \sqrt{-1}$); эталонное емкостное сопротивление $Z_2 = -\frac{i}{\omega C_2}$; омическое сопротивление $Z_3 = R_3$; омическое сопротивление $Z_4 = R_4$ (R_3 и R_4 , как и

ранее – сопротивления частей проволоки реохорда). При этом равенство (3) примет вид: $\frac{C_2}{C_x} = \frac{R_3}{R_4}$, а с учетом (6) для неизвестной

емкости получим:

$$C_x = C_2 \frac{l-x}{x}. \quad (11)$$

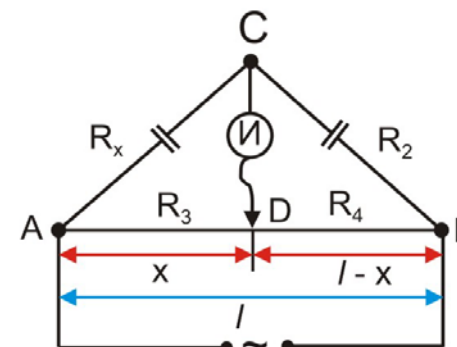


Рис. 6

Приборы и принадлежности

1. Измерительный мост с реохордом.
2. Наушники, стерео (индикатор И).
3. Набор катушек на 6, 300, 600, 1200 витков.
4. Индукционная катушка на 300 витков, $d = 40$ мм.
5. Набор угольных резисторов сопротивлениями 330 Ом, 470 Ом, 680 Ом, 1 кОм, 1.5 кОм, 2.2 кОм, 3.3 кОм мощностью 1 Вт.
6. Потенциометр 100 Ом, 0.4 Вт.
7. Набор конденсаторов 100 пФ, 470 пФ, 1 нФ, 10 нФ, 100 нФ.
8. Источник питания (генератор звуковой частоты).

Порядок действий

Упражнение № 1

1. Соберите схему, представленную на рис. 4. В качестве эталонного сопротивления R_2 возьмите угольный резистор на 1 кОм. В левое плечо моста включите один из резисторов, сопротивление которого надо определить. В диагональ CD моста включите в качестве индикатора наушники, т. к. ухо человека обла-

дает высокой чувствительностью. На генераторе звуковой частоты выберите максимальную чувствительность (от 500 Гц до 5 кГц).

2. Передвигая на реохорде ползунок D, найдите такое его положение, при котором звук в наушниках исчезает.
3. По масштабной линейке определите длины плеч реохорда x и $l - x$ и по формуле (6) вычислите неизвестное сопротивление.
4. Повторите опыт несколько раз. Проведите статистическую обработку полученных значений R_x .
5. Найдите неизвестные сопротивления остальных резисторов.

Упражнение № 2*

6. Соберите схему, представленную на рис. 5. В качестве эталонной индуктивности L_2 включите индукционную катушку на 800 мкГн (или катушку с $L_2 = 35$ мГн (по указанию преподавателя)). В левое плечо моста включите одну из набора катушек (по указанию преподавателя), индуктивность которой надо определить.
7. Передвигая оба ползунка (на потенциометре – точка C и на реохорде – точка D), найдите положение точек C и D, при котором звук в наушниках исчезает.
8. По формуле (10) вычислите неизвестную индуктивность.
9. Измерения индуктивности проведите не менее 5 раз и проведите статистическую обработку полученных результатов.
10. Найдите индуктивность остальных катушек.

Упражнение № 3

11. Соберите схему согласно рис. 6. В качестве эталонной емкости C_2 возьмите емкость 100 нФ.
12. Повторите действия, описанные в п. 2, 3, и 4, и найдите значения C_x для остальных конденсаторов, используя формулу (11).

Примечание: полного использования звука в наушниках при балансировке моста может не наблюдаться, т.к. во всяком диэлектрике, находящемся в переменном электрическом поле, имеются тепловые потери энергии. Они зависят от токов сме-

щения и от токов утечки, что не позволяет получить в обоих конденсаторах моста сдвиг фазы между током и напряжением, равным 90° .

Контрольные вопросы

1. Принимая, что в цепи переменного тока, где есть только омическое сопротивление R , ток меняется по закону $i = i_0 \cdot \sin(\omega t)$, найдите, как меняется в зависимости от времени напряжение U на этом сопротивлении и постройте векторную диаграмму для U , i .
2. Принимая, как в п. 1, $i = i_0 \cdot \sin(\omega t)$ и что в цепи есть только емкость C , найдите, как меняется напряжение между обкладками конденсатора и постройте векторную диаграмму для U , i .
3. Получите из выражения, найденного в п. 2, значение емкостного сопротивления.
4. Принимая, что $i = i_0 \cdot \sin(\omega t)$ и что в цепи есть только индуктивность L , найдите, как меняется напряжение U на индуктивности и постройте векторную диаграмму для U , i .
5. Получите выражение для индуктивного сопротивления.
6. Постройте векторную диаграмму для последовательного контура переменного тока, содержащего R , L и C . Пользуясь этой диаграммой, запишите «закон Ома для переменного тока». Чему равно полное сопротивление току в этой цепи?
7. Поясните, что значит: мост переменного тока сбалансирован?
8. Получите на основе уравнения (3) формулы для вычисления R_x , C_x , L_x : (7), (10) и (11).

Индивидуальные задания

1. Получите формулу для вычисления сопротивления батареи, состоящей из n последовательно соединенных
а) омических сопротивлений;
б) емкостей.
2. Проверьте с помощью мостового метода формулу, полученную в п. 1 для двух последовательно соединенных
а) омических сопротивлений;
б) емкостей.
3. Выведите формулу для вычисления сопротивления батареи, состоящей из n параллельно соединенных

* Звездочкой помечены задания, выполняемые студентами физической специальности

- а) омических сопротивлений;
б) емкостей.
4. Проверьте с помощью мостового метода формулу, полученную в п. 3 для двух параллельно соединенных
- а) омических сопротивлений;
б) емкостей.
5. Для конденсатора, указанного в задании, рассчитайте
- а) заряд на пластинах;
б) разность потенциалов между пластинами;
г) энергию (считать, что к зажимам АВ приложено напряжение 4 В).
6. Выведите формулу для емкости конденсатора
- а) плоского;
б) цилиндрического;
в) сферического.
7. *Получите формулу для вычисления индуктивности катушки.
8. *Постройте векторную диаграмму для сбалансированного моста переменного тока
- а) RR;
б) RC;
в) RL.

Таблица вариантов

№ вар.	Задания					
					*	*
1	1а	2а	5а C = 47 нФ	6б	7	8б
2	1б	2б	5б C = 10 нФ	6в	7	8а
3	3а	4а	5в C = 0.1 нФ	6а	7	8в
4	4а	4б	5а C = 47 нФ	6а	7	8в
5	5а C = 47 нФ	6б	5б C = 10 нФ	6б	7	8б

Литература

1. *С. Г. Калашников.* Электричество / С. Г. Калашников. М.: Наука, 1977. – Гл. 21.
2. *Матвеев А. Н.* Электричество и магнетизм / А. Н. Матвеев. М.: Высшая школа, 1983. – С. 340-343.
3. *Савельев И. В.* Курс общей физики / И. В. Савельев. М.: Наука, 1982. – Т. 2. – С. 270-273.
4. *Детлаф А. А.* Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. М.: Высшая школа, 1989. – С. 314-316.

Правила техники безопасности

1. Не включать схему до проверки ее преподавателем или инженером.
2. Все переключения в схеме выполнять при выключенном источнике питания моста.