

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКА .
ЗАКОН БИО–САВАРА–ЛАПЛАСА**

Методические указания
к лабораторной работе

Составители: *Е. Л. Казакова*, канд. физ.-мат. наук, доцент
А.И. Назаров, д.п.н., доцент

Рецензент: *В. С. Кривченкова*, канд. физ.-мат. наук, доцент

Петрозаводск
2007

Тема: Магнитное поле тока. Закон Био – Савара – Лапласа

Цель работы:

- ознакомиться с методом измерения индукции магнитного поля при помощи датчика Холла;
- исследовать магнитные поля проводников различной формы.

Задачи:

1. Ознакомиться с принципом действия датчика Холла.
2. Исследовать зависимость индукции магнитного поля в центре катушки от силы тока в катушке.
3. 3*. Изучить характер изменения индукции магнитного поля вдоль оси катушки для различных катушек.
4. Определить индукцию магнитного поля в центре кольцеобразных проводников и установить ее зависимость от радиуса и количества витков.
5. Определить магнитную постоянную μ_0 .
6. Сравнить полученные экспериментальные результаты с теоретическими. Оценить точность используемого метода измерений.

Приборы и принадлежности:

1. Датчик Холла (аксиальный),
2. измерительный модуль Тесла,
3. датчик перемещения, датчик тока на 6 А ("Sensor 6 А"),
4. универсальный измерительный блок «Кобра 3»,
5. универсальный источник питания, набор катушек и кольцеобразных проводников,
6. компьютер,
7. программное обеспечение.

Теоретическое введение

Закон Био – Савара – Лапласа

Одним из источников магнитного поля является проводник с током. Любой элемент проводника с током создает вокруг себя магнитное поле, которое характеризуется вектором напряженности \vec{H} .

В соответствии с принципом суперпозиции с помощью закона Био – Савара – Лапласа можно рассчитать напряженность магнитного поля, создаваемого проводником с током произвольной формы, в любой точке пространства.

Для этого выделим на проводнике бесконечно малый отрезок $d\vec{l}$. Вектор, равный по величине произведению силы тока на $d\vec{l}$ и сориентированный по направлению тока, называют элементом тока - $I \cdot d\vec{l}$ (рис.1).

Согласно закону Био – Савара – Лапласа, элемент тока $I \cdot d\vec{l}$ в точке пространства создает магнитное поле, напряженность которого $d\vec{H}$ определяется по формулам:

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3} \quad (1)$$

$$dH = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl \cdot \sin(\angle d\vec{l}, \vec{r})}{r^2} \quad (2)$$

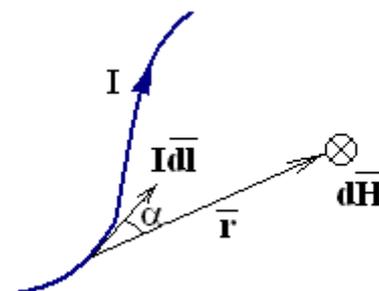


Рис. 1. Иллюстрация к закону Био-Савара-Лапласа

Из закона Био – Савара – Лапласа следует, что элементарный вектор магнитной индукции $d\mathbf{H}$ в какой-либо точке S магнитного поля перпендикулярен плоскости, в которой лежат вектора $d\mathbf{l}$ и \mathbf{r} . Вектора $d\mathbf{l}$, \mathbf{r} и $d\mathbf{H}$ составляют правую систему векторов. Направление вектора $d\mathbf{H}$ определяется в соответствии с правилом векторного произведения. Для нахождения направления вектора \mathbf{H} осуществляют поворот рукоятки правого винта (буравчика) по кратчайшему пути от вектора $d\mathbf{l}$ к вектору \mathbf{r} . Направление поступательного движения винта совпадает с направлением вектора напряженности магнитного поля.

Результирующую напряженность магнитного поля в данной точке пространства определяют в соответствии с принципом суперпозиции:

$$\vec{H} = \int_1 d\vec{H}. \quad (3)$$

Магнитное поле на оси витка.

Рассчитаем напряженность магнитного поля на оси витка радиусом R , по которому течет ток I (рис. 2).

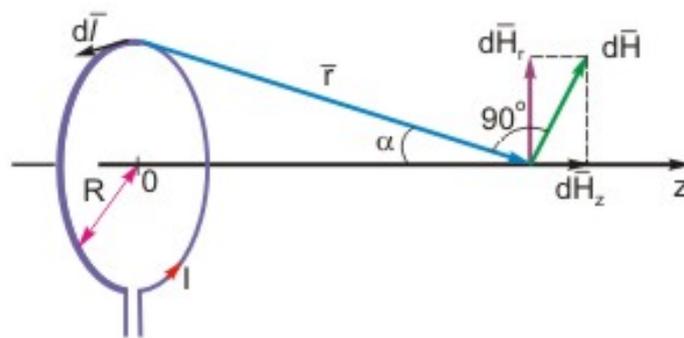


Рис. 2. К определению напряженности магнитного поля на оси витка

Выделим на проводнике бесконечно малый элемент $d\mathbf{l}$ и проведем радиус-вектор \mathbf{r} от элемента с током $I \cdot d\mathbf{l}$ до выбранной точки пространства, в которой определяем напряженность поля \mathbf{H} .

Разложим вектор $d\mathbf{H}$ на аксиальную dH_z и радиальную dH_r компоненты. Из соображений симметрии радиальная составляющая напряженности магнитного поля равняется нулю.

$$H_r = \int_1 dH_r = 0. \quad (4)$$

В соответствии с рис. 2 аксиальная составляющая (проекция напряженности магнитного поля на ось Z) определяется выражением

$$H_z = \int_1 \cos(\pi/2 - \alpha) dH = \int_0^{2\pi R} \frac{I \cdot R}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} dl = \frac{I \cdot R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (5)$$

Таким образом, напряженность магнитного поля на оси витка определяется компонентой H_z .

Магнитное поле в веществе характеризуется вектором магнитной индукции \mathbf{B} .

$$\mathbf{B} = \mu \cdot \mu_0 \cdot \mathbf{H}, \quad (6)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м – магнитная постоянная, μ – относительная магнитная проницаемость среды (для вакуума и воздуха $\mu = 1$).

Согласно (5), (6) индукция магнитного поля на оси витка определяется формулой:

$$B(z) = \frac{\mu\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (7)$$

Если несколько одинаковых витков расположены рядом, то магнитную индукцию в точке z можно рассчитать, умножив количество витков на индукцию магнитного поля для одного витка.

Магнитное поле на оси катушки

Рассчитаем индукцию магнитного поля на оси катушки цилиндрической формы из проволоки, витки которой намотаны в одном направлении и плотно прилегают друг к другу. Такую катушку называют *соленоидом*.

Отношение числа витков соленоида к его длине называют плотностью намотки $n = N/L$, а отношение длины соленоида к его радиусу – относительной длиной $\Lambda = L/R$.

В соответствии с принципом суперпозиции магнитное поле соленоида представляет собой результат наложения полей, создаваемых несколькими круговыми токами, расположенными рядом и имеющими общую ось. Для расчета магнитного поля соленоида совместим ось z с осью катушки (рис. 3) и поместим начало координат в центр катушки.

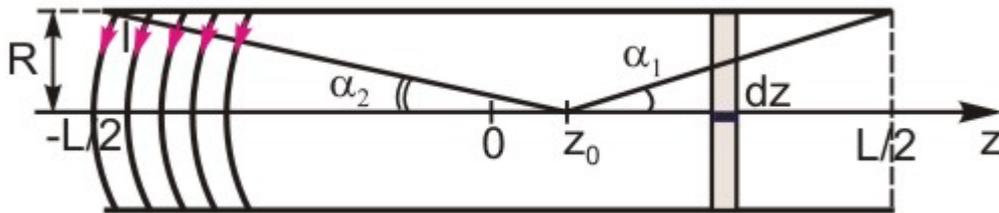


Рис.3. Иллюстрация к расчету индукции магнитного поля вдоль оси катушки.

На длине dz протекает ток $Indz$. Такой «виток» в точке с координатой z_0 создает поле, напряженность которого равна:

$$dB = \frac{\mu\mu_0 In}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + (z - z_0)^2)^{3/2}}. \quad (8)$$

Результирующая индукция магнитного поля в точке z_0 :

$$\begin{aligned} B(z_0) &= \frac{\mu\mu_0 I \cdot n \cdot R^2}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz}{(R^2 + (z - z_0)^2)^{3/2}} = \\ &= \frac{\mu\mu_0 I \cdot n}{2} \left(\frac{L/2 - z_0}{\sqrt{(R^2 + (L/2 - z_0)^2)}} + \frac{L/2 + z_0}{\sqrt{(R^2 + (L/2 + z_0)^2)}} \right) = (9) \\ &= \frac{\mu\mu_0 I \cdot n}{2} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2). \end{aligned}$$

Тогда в центре катушки:

$$B(0) = \frac{\mu\mu_0 I \cdot N}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + L^2/4}}. \quad (10)$$

Внутри длинного соленоида ($L \gg 1$) вдали от его краев магнитное поле можно считать однородным и магнитная индукция определяется по формуле:

$$B = \mu \cdot \mu_0 \cdot I \cdot n, \quad (11)$$

где μ - относительная магнитная проницаемость среды внутри соленоида.

Формулу (11) можно получить из формулы 9, положив $R = 0$, т.к. $L \gg R$.

Остепени однородности магнитного поля соленоида можно судить по характеру линий магнитной индукции. Линии индукции магнитного поля соленоида изображены на рис. 4.

По густоте линий магнитной индукции судят также и о величине индукции магнитного поля. Она максимальна в центре катушки.

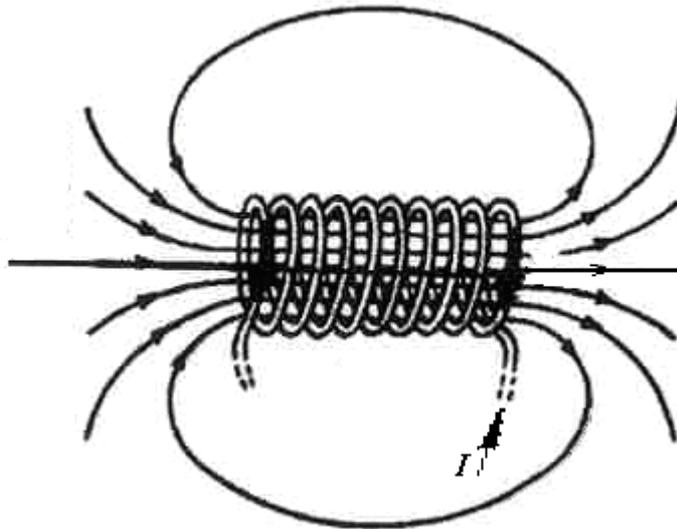


Рис. 4 Линии индукции магнитного поля соленоида

Закон полного тока

Циркуляция вектора \mathbf{H} напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру L равна полному току, охватываемому контуром L :

$$\oint_L \vec{\mathbf{H}} \cdot d\vec{\mathbf{L}} = I. \quad (12)$$

Если контур охватывает n проводников, по которым текут токи $I_1, I_2 \dots I_n$, то полный ток определяется алгебраической суммой этих токов (ток считается положительным, если направление обхода контура и направление тока связаны правилом правого винта):

$$I = \sum_{i=1}^n I_i. \quad (13)$$

Когда контур L охватывает площадку S , через которую течет ток плотностью \mathbf{j} , полный ток определяется интегралом:

$$I = \int_S \vec{\mathbf{j}} \cdot d\vec{\mathbf{S}}. \quad (14)$$

Закон полного тока или теорема о циркуляции вектора \mathbf{H} напряженности магнитного поля является аналитическим выражением вихревого характера магнитного поля. Наряду с законом Био – Савара – Лапласа, закон полного тока используют при расчете магнитных полей.

Магнитный момент замкнутого тока

Величина P_m , равная произведению силы тока в контуре на площадь, охватываемую контуром, называется магнитным моментом замкнутого тока. Магнитный момент - величина векторная. За направление вектора P_m принято направление положительной единичной нормали \mathbf{n} к плоскости контура (т.е. направление тока в контуре и направление нормали связаны правилом правого винта - правилом буравчика):

$$P_m = N \cdot I \cdot S \cdot \mathbf{n}, \quad (15)$$

где N – количество витков.

С учетом выражений(7) и (15) индукцию магнитного поля витка на его оси можно записать как:

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{2\pi \cdot (R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{P}_m. \quad (16)$$

Методика эксперимента

В данной работе индукция магнитного поля измеряется с помощью датчика Холла. Принцип действия датчика основан на явлении Холла. Это явление принадлежит к группе гальваномагнитных явлений, относящихся к изменению электрических свойств проводников и полупроводников под влиянием магнитного поля.

Рассмотрим проводник в виде прямоугольного бруска, по которому идет постоянный ток I (рис. 5).

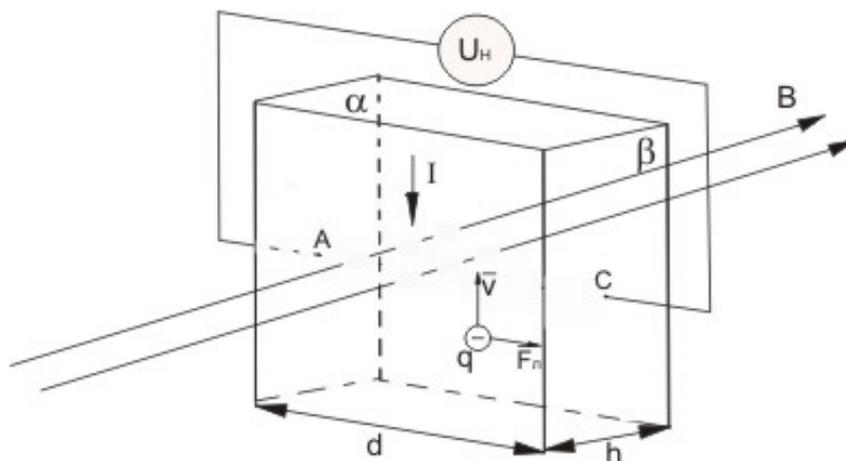


Рис 5 Иллюстрация к явлению Холла

Перпендикулярно проводнику направлено магнитное поле. К точкам А и С на противоположных гранях α и β присоединены электроды, соединенные с чувствительным вольтметром. Электроды устанавливаются так, чтобы в отсутствие магнитного поля их потенциалы были одинаковыми. При появлении магнитного поля между точками А и С возникает разность потенциалов U_H (разность потенциалов Холла).

Электронная теория объясняет явление Холла как следствие действия на электроны проводимости силы Лоренца:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}],$$

$$F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \sin(\vec{v}, \vec{B}),$$

где q – величина заряда, v – средняя скорость дрейфа электронов, B – индукция магнитного поля.

Эта сила вызывает смещение электронов (и вообще носителей тока) перпендикулярно направлению их движения по правилу векторного произведения. При направлении тока, указанном на рис., электроны начинают смещаться к грани β . На грани β появится избыточный отрицательный заряд, а на грани α – избыточный положительный заряд. При этом возникает поперечная разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_C$ и поперечное электрическое поле, перпендикулярное к вектору B и направлению электрического тока I . Со стороны этого электрического поля на электрон будет действовать сила:

$$F_3 = q \cdot E = \frac{q \cdot (\varphi_A - \varphi_C)}{d},$$

где d – расстояние между гранями α и β .

Перемещение электронов к грани β будет происходить до тех пор, пока действие силы Лоренца не будет уравновешено действием электрической силы со стороны поперечного электрического поля $F_L = F_3$. Между гранями α и β установится разность потенциалов, которую называют разностью потенциалов Холла:

$$U_H = (\varphi_A - \varphi_C) = d \cdot v \cdot B \cdot \sin(\vec{v}, \vec{B}).$$

Найдем скорость электронов из выражения для силы тока:

$$I = j \cdot S = q \cdot v \cdot n \cdot h \cdot d.$$

Окончательное выражение для U_H имеет вид:

$$U_H = R \cdot \frac{I \cdot B \cdot \sin(\vec{v}, \vec{B})}{h},$$

где $R = 1/(q n)$ – постоянная Холла.

Явление Холла получило значительное техническое применение. Так, датчики Холла, в котором создается ЭДС (U_H) при возникновении магнитного поля, можно использовать для измерения индукции B постоянных и переменных магнитных полей. Эквивалентную схему датчика (рис.6) можно представить в виде узлового соединения четырех резисторов и двух источников напряжения, включенных последовательно с выходными выводами.

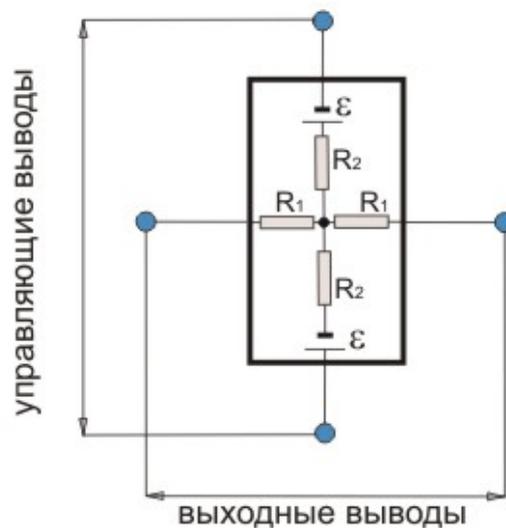


Рис.6. Эквивалентная схема датчика Холла

Установка для проведения измерений:

Общий вид лабораторной установки изображен на рис. 7.



Рис. 7: Общий вид лабораторной установки для измерения магнитного поля

Магнитная индукция измеряется при помощи датчика Холла, который подключается к модульному порту «Кобра 3» через измерительный модуль Тесла.

Для регистрации тока устройство «Датчик на 6 А» соединяется с аналоговым входом «Analog In 2/S2» измерительного блока "Кобра 3".

Исследуемая катушка или кольцеобразный проводник С подключается к универсальному источнику питания УИП и датчику тока на 6 А согласно рис. 8.

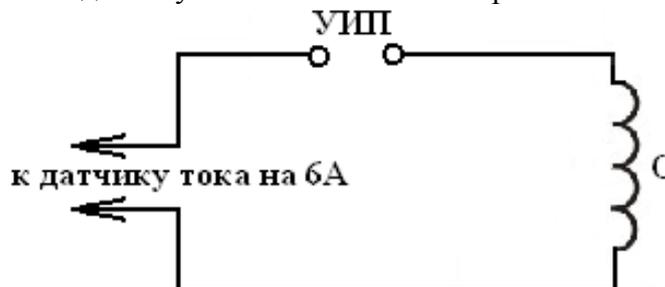


Рис. 8. Схема подключения исследуемой катушки.

Положение датчика Холла вдоль оси соленоида регистрируется с помощью датчика перемещения. Схема подключения датчика перемещения к блоку "Кобра 3" изображена на рис. 9.

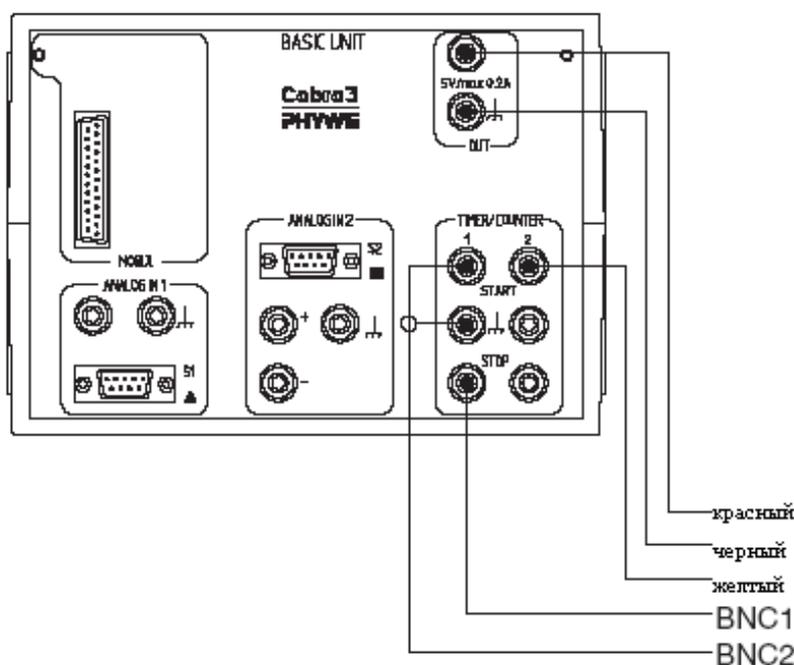


Рис. 9: Схема подключения датчика перемещения к измерительному блоку "Кобра 3".

Порядок выполнения работы

Упражнение 1. Исследование зависимости индукции магнитного поля в центре катушки от силы тока.

1. Соберите экспериментальную установку согласно рис. 1–3.
2. Расположите датчик Холла в центре катушки, сориентировав его вдоль ее оси.
3. Включите компьютер. Запустите программу для проведения измерений и выберите в меню «Gauge» («Устройство») «Cobra 3 Force/Tesla». Установите (выберите) параметры в диалоговых окнах, как показано на рис. 7.
4. Начните измерения, нажав кнопку «Continue» («Далее»).

5. Получите зависимость индукции магнитного поля в центре катушки от силы тока. Параметры катушки и максимально возможное значение I указаны на торце катушки. Источник питания должен работать в режиме источника постоянного тока (над регулятором тока должен гореть красный сигнал светодиода). Для этого первоначально поставьте регулятор напряжения в среднее положение (≈ 6 В).
6. Начните запись данных, щелкнув на кнопке «Start measurement» («Начать измерения»).
7. Плавно вращая ручку регулировки тока, увеличивайте силу тока от 0 до максимального значения I_{\max} .
8. Завершите опыт, щелкнув по кнопке «Stop measurement».
9. Ручку регулировки тока поверните в крайнее левое положение, понизив ток до 0.
10. Результаты эксперимента будут представлены в виде графика $B(I)$ и таблицы.
11. Определите параметры зависимости $B(I)$, воспользовавшись пунктами меню «Analysis» - «function fitting».
12. Полученные результаты сохраните в формате Excel. Для этого в меню «Measurement» выберите «Export data». В появившемся диалоговом окне выберите «Save to file» и «Export as numbers». Сохраните файл с расширением xls.
13. Полученную зависимость $B(I)$ сравните с теоретической (10). Для этого сопоставьте экспериментальный и теоретический графики, сравните теоретическое и экспериментальное значение магнитной индукции в центре катушки, проведя статистическую обработку результатов эксперимента.

Упражнение 2*. Исследование характера изменения индукции магнитного поля вдоль оси катушки.

Упражнение 3. Исследование магнитного поля в центре кольцеобразных проводников.

1. Отключив источник питания, вместо катушки в схему подключите кольцеобразный проводник.
2. Расположите датчик Холла в центре витка.
3. Включите компьютер. Запустите программу для проведения измерений и выберите в меню «Gauge» («Устройство») «Cobra 3 Force/Tesla». Установите (выберите) параметры в диалоговых окнах, как показано на рис. 8.
4. Начните измерения, нажав кнопку «Continue» («Далее»).
5. Измерьте индукцию магнитного поля при силе тока в витке 4 – 5 А.
6. Измеряемые поля незначительны (десятые доли мТ), поэтому для исключения помех лучше провести измерения, меняя направления тока в витке (перед изменением направления тока уменьшите ток до нуля). Для каждого направления снимите временную зависимость $B(t)$, а затем усредните значения B по времени, воспользовавшись меню «Analysis» - «Calculate average value».
7. Повторите измерения для кольцеобразных проводников с различным числом витков и различными диаметрами.
8. Полученные результаты сравните с теоретическими (7).

Упражнение 4. Определение магнитной постоянной μ_0 .

1. По результатам упражнений 1, 2* и 3 рассчитайте значение магнитной постоянной μ_0 .
2. Проведите статистическую обработку результатов измерений.
3. Полученные результаты сравните с табличным значением. Оцените точность используемого метода измерений.

Контрольные вопросы

1. Назовите источники магнитного поля.

- Охарактеризуйте магнитное поле прямолинейного проводника с током, кольцеобразного проводника и соленоида (катушки). Нарисуйте картины линий напряженности этих магнитных полей.
- Сформулируйте закон Био – Савара – Лапласа.
- Рассчитайте напряженность магнитного поля на оси витка с током.
- Получите и проанализируйте формулу для расчета магнитной индукции на оси катушки.
- *Сформулируйте закон полного тока.
- *С помощью закона полного тока докажите однородность магнитного поля в центре соленоида.
- *Пользуясь законом полного тока, выведите формулу для напряженности поля в центре длинного соленоида и оцените применимость этой формулы для исследуемой катушки.
- Можно ли назвать линии напряженности магнитного поля силовыми линиями?
- Объясните явление Холла. Как и для чего можно использовать данное явление?

Список литературы

- Сивухин Д. В. Общий курс физики / Д. В. Сивухин. М.: Наука, 1983. - Т. 3. - С. 234-238.
- Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм / А. Н. Матвеев. М.: Высшая школа, 1983. - С. 72.
- Калашников С. Г. Электричество / С. Г. Калашников. М.: Наука, 1985. - С. 161-165.
- Савельев И. В. Курс физики / И. В. Савельев. М.: Наука, 1989. - Т. 2. - С. 139-146; 196-205.
- Детлаф А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Л. В. Яворский. М.: Высшая школа, 1989. - С. 240-243; 275-285.
- Трофимова К. Ф. Курс физики / К. Ф. Трофимова. М.: Высшая школа, 1990. - С. 176-178; 185; 193-195; 197-200.

Индивидуальные задания

(выполняются по вариантам)

- По результатам работы рассчитайте поток магнитной индукции через один виток и потокосцепление катушки (пренебрегая рассеиванием потока на краях катушки) при силе тока I и сердечнике в катушке (в соответствии с Вашим вариантом).

Пользуйтесь графиком зависимости B от H для ферромагнетиков:

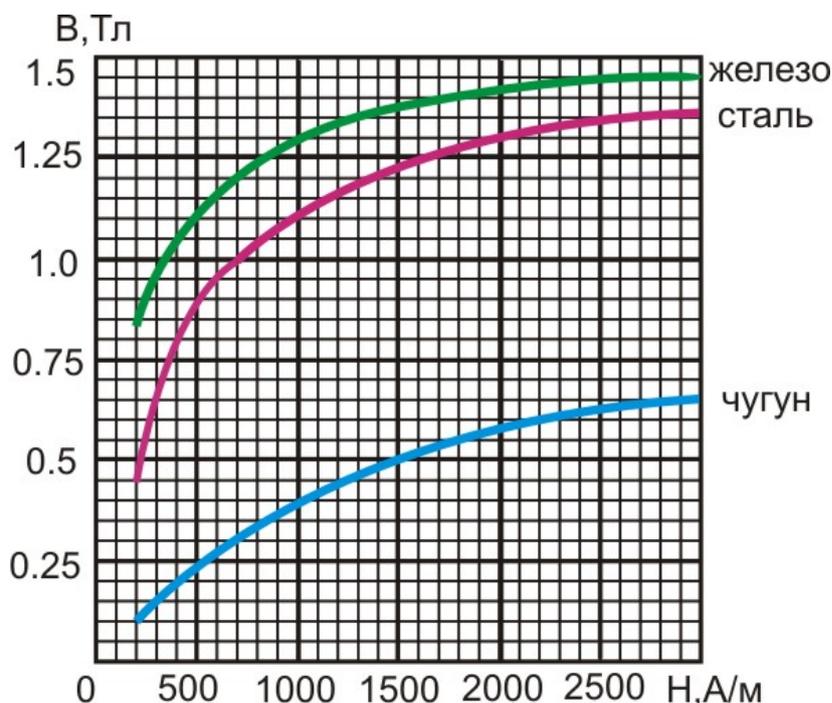


Рис. 10. График зависимости B от H для ферромагнетиков

Вариант №	1	2	3	4
Сила тока (А)	0,4	0,6	0,8	1,0
Вид сердечника	воздух чугун	воздух сталь	воздух железо	Воздух чугун

2. Рассчитать индуктивность катушки по результатам первого задания. Сравнить со значением индуктивности, указанном на торце катушки. Сделать выводы.

3. Рассчитать объемную плотность энергии магнитного поля в центре катушки.

4. Для исследуемых кольцеобразных проводников рассчитать магнитные моменты для силы тока 5 А.