<u>39.Полажіть, що коефіцієнт нелінійності</u> α_{mn} **<u>на квантовомупереході 2-1 не залежить від перестановки індексів</u>, тобто** $\alpha_{mn} = \alpha_{nm}$

Зазначимо, що $\alpha_{mn} = \alpha_{nm}$ у загальному випадку. Він вводиться як $\alpha_{ij} = \dfrac{M_{ij}}{D(u_{ij}=0)}$(1) ($D = D(u_{ij}=0) + M_{ij}u_{ij}$ (2)) D– це визначник системи

$\sum_{j \neq i} (P_{ji} n_j - P_{ij} n_i) = 0$ $\sum_{i=1}^{N} n_i = n$ (3) (n – загальна кількість частинок).

Ця система складається з N-1лінійно незалежнихрівнянь. Елементи визначника b_{ij} , за виключенням N-ї строки рівні

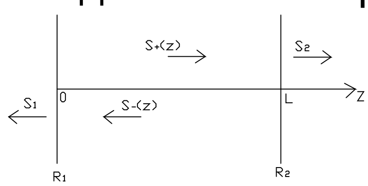
$b_{ij}(i \neq j) = -p_{ij}$, $b_{ii} = \sum_{m \neq i}^{N} P_{im}$ (але це писати необов'язково).

Зрозуміло що визначник системи постійний і не залежить від індексів, $u_{ij} = u_{ji}$ - густина випромінювання на переході , отже $D(u_{ij}=0) = D(u_{ji}=0)$, тобто з (2) $M_{ij} = M_{ji}$ тому з (1) $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$. Бажаючі можуть порахувати α_{12} для дворівневої системи, для цього необхідно знайти $D = \begin{vmatrix} P_{12} & -P_{21} \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = P_{21} + P_{12}$ (4) врахувати що $P_{12} = P_{12}^0 + B_{12}u_{21}$ і $P_{21} = P_{21}^0 + B_{21}u_{21}$ підставляючи це до (4), (2), (1) знайдемо $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \dfrac{B_{12} + B_{21}}{P_{21}^0 + P_{12}^0}$.

<u>41.Як розподіляється загальна вихідна потужність лазера між двома виходами з лазерних дзеркал? (Scul)</u>

Для відповіді на це питання відтворимо систему схематично, це дозволить почати аналіз. Зазначимо, що R_1 та R_2 параметри дзеркал, які нам задані через них ми і визначимо розподіл вихідної потужності.

Введемо вісь координат Z, перпендикулярно до дзеркальних площин. Позначимо потік, що йде в позитивному напрямку як $S_+(z)$, а у від'ємному як $S_-(z)$.



Тепер можемо скласти систему рівнянь: $S_1 + S_2 = S_{вих}$ (1);

$S_1 = S_-(0)\cdot(1-R_1)$ (2); $S_2 = S_+\cdot(1-R_2)$ (3); $S_-(L) = S_+(L)\cdot R_2$ (4); $S_+(0) = S_-(0)\cdot R_1$ (5); $S_+(L) = S_+(0)\cdot e^{\int_0^L (k_{ij}-\rho)dz}$ (6); $S_-(0) = S_-(L)\cdot e^{\int_0^L (k_{ij}-\rho)dz}$ (7). Рівняння (4)-(7) утворюють ланцюжок, з якого можна отримати амплітудну умову генерації: $R_1\cdot R_2\cdot e^{2\int_0^L (k_{ij}-\rho)dz} = 1$ (8), звідки $e^{\int_0^L (k_{ij}-\rho)dz} = \frac{1}{\sqrt{R_1\cdot R_2}}$ (9) – ми визначили коефіцієнт підсилення за потужністю при проходженні випромінювання в один бік. Підставимо (9) в (6) і (7): $S_+(L) = S_+(0)\cdot\frac{1}{\sqrt{R_1\cdot R_2}}$ (10); $S_-(0) = S_-(L)\cdot\frac{1}{\sqrt{R_1\cdot R_2}}$ (11). Перепишемо (2) з урахуванням (11) і (4): $S_1 = S_-(0)\cdot(1-R_1) = S_-(L)\cdot\frac{1-R_1}{\sqrt{R_1\cdot R_2}} = S_+(L)\cdot(1-R_1)\cdot\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$, поділимо це рівняння на (3): $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1-R_1}{1-R_2}\cdot\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \Rightarrow S_1 = S_2\,\frac{1-R_1}{1-R_2}\cdot\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$ (12). Підставимо (12) в (1): $S_2 + S_2\cdot\frac{(1-R_1)\sqrt{R_2}}{(1-R_2)\sqrt{R_1}} = S_{вих}$ отже

$$\frac{S_2}{S_{вих}} = \frac{1}{1+\frac{(1-R_1)\sqrt{R_2}}{(1-R_2)\sqrt{R_1}}} = \frac{(1-R_2)\sqrt{R_1}}{(1-R_2)\sqrt{R_1}+(1-R_1)\sqrt{R_2}}.$$

Тоді з (12)

$$\frac{S_1}{S_{вих}} = \frac{(1-R_1)\sqrt{R_2}}{(1-R_2)\sqrt{R_1}+(1-R_1)\sqrt{R_2}}.$$

Вирази для $\frac{S_1}{S_{вих}}$ і $\frac{S_2}{S_{вих}}$ фактично дають розподіл загальної вихідної потужності лазера між двома виходами з лазерних дзеркал. Як видно вирази є симетричними відносно індексів 1 і 2, до речі з них випливає, що коли з одного боку ідеальне дзеркало $R_i = 1$, то $S_i = 0$, тобто випромінювання крізь нього не проходить.

42.Яке було перевищення початкової різниці населеностей над пороговим значенням при перемиканні добротності резонатора лазера для одержання

гігантського імпульсу, якщо кінцеве значення різниці населеностей стало в е разів менше за початкову?(Scul)

Інверсія населеностей змінюється від початкового значення N_i (перед вмиканням добротності резонатора) до кінцевої величини N_f (після випромінення гігантського імпульсу).

Поведінку системи в часі можна описати за допомогою двох рівнянь з початковими умовами $N(0) = N_i$ і $q(0) = q_i$, де q_i - це невелика початкова кількість фотонів, необхідна лише для виникнення генерації.

Зробимо припущення, що зміна $N(t)$ - інверсія населеностей і $q(t)$ - число фотонів відбувається за настільки короткий час, що ми можемо нехтувати : складовими рівнянь, що відповідають за накачку $W_p(N_t - N)$, де W_p - швидкість накачки, N_t - повна кількість активних атомів(чи молекул); релаксацією N/τ.

Отже маємо два швидкісних рівняння: $\dot{N} = -BqN;\ \dot{q} = (V_a BN - \frac{1}{\tau_c})q$ (1). Доцільно вказати, які величини входять до цих рівнянь і які доданки за, що відповідають: V_a - об'єм, що займає мода в активному середовищі; $\frac{q}{\tau_c}$ - доданок, що враховує зменшення кількості фотонів внаслідок втрат в резонаторі; B - швидкість вимушеного випромінення на один фотон в моді. Слід зазначити, що як випливає з 2-го р-ня (1) населеність N_p, що відповідає моменту часу, коли імпульс досягає максимуму ($\dot{q} = 0$)визначається виразом: $N_p = \frac{1}{V_a B\tau_c} = \frac{\gamma}{\sigma l}$(2), де γ - втрати резонатора; l - довжина активного середовища;
σ - переріз переходу на частоті моди резонатора. Вираз для N_p співпадає з виразом для порогового значення різниці населеностей.

Розділимо 2-гер-ня (1) на 1-ше р-ня (1), використовуючи (2) отримаємо: $\frac{dq}{dN} = -V_a(1 - \frac{N_p}{N})$, проінтегрувавши його отримаємо: $q = V_a(N_i - N - N_p \ln(\frac{N_i}{N}))$ (3).

Коли $t = \infty : q = 0, N = N_f$. Отже (3) набуде вигляду : $N_i - N_f - N_p \ln(\frac{N_i}{N_f}) = 0$ (4). За умовою задачі $\frac{N_i}{N_f} = e \Rightarrow \ln(\frac{N_i}{N_f}) = 1$. Отже з

(4): $N_i = N_f + N_p$. Остаточно, перевищення початкової різниці населеностей
надпороговим значенням: $N_i - N_p = N_f$.

44.З якою похибкою повинен юстуватись резонатор лазера, що має довжину *L*, діаметр дзеркал а ікоефіцієнти відбивання дзеркал *R₁, R₂* ?

Щоб похибка юстування не впливала суттєво на роботу лазера, необхідно $\frac{1}{Q_R} >> \frac{1}{Q_d}$, $Q_R << Q_d$, де Q_R-добротність корисних втрат(втрати на відбиття), Q_d-добротність,зумовлена розюстуванням.[$Q \approx \frac{\omega W}{P}$, $тобто P_d << P_R$].Отже $\frac{\omega}{c}\frac{2L}{1-R_1R_2} << \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{2aL}{\alpha}}$; α-кутроз"юстування, R_1, R_2-коефіцфенти відбиття дзеркал,L-відстань між дзеркалами,а-діаметр дзеркал. $\frac{(2L)^2}{(1-R_1R_2)^2} << \frac{2aL}{\alpha}$; $\alpha << \frac{a}{2L}(1-R_1R_2)^2$-похибка юстування α (кут).

45. Чому і наскільки коефіцієнт підсилення газового лазера на довжині хвилі 3,39 мкм більший за коефіцієнт підсилення на довжині хвилі 0,63 мкм?

Точна формула для гаусовскої лінії : $g(\nu-\nu_0)\frac{1}{\nu_0}(\frac{Mc^2}{2\pi KT})^{\frac{1}{2}}\exp\left[\frac{-Mc^2}{2KT}\frac{(\nu-\nu_0)^2}{\nu_0^2}\right]$, Тоді напівширина визначається з рівняння $g(\nu-\nu_0)=\frac{1}{2}g(0)\Rightarrow$

$\frac{1}{2}\frac{1}{\nu_0}\left(\frac{Mc^2}{2\pi KT}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left(-\frac{Mc^2}{2KT}\frac{(\nu-\nu_0)^2}{\nu_0^2}\right)\Rightarrow$ $\nu-\nu_0=\nu_0\left(\frac{2KT}{Mc^2}\ln 2\right)^{\frac{1}{2}}$; А повна напівширина $\Delta\nu_0^*=2(\nu-\nu_0)=2\nu_0\left(\frac{2KT}{Mc^2}\ln 2\right)^{\frac{1}{2}}$; [В конспекті $\Delta\omega = 2KU\sqrt{\ln 2} = 2\frac{\omega}{c}U(\ln 2)^{\frac{1}{2}}$; $U=\sqrt{\frac{2KT}{m}}$; $\Delta\omega = 2\omega\left(\frac{2KT}{Mc^2}\ln 2\right)^{\frac{1}{2}}$,тобто те саме]. Тоді можна визначити $g(0)$ через $\Delta\nu_0^*$:

$$g(0) = \frac{1}{\nu_0}\left(\frac{Mc^2}{2\pi KT}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{\pi}}2\sqrt{\ln 2}\,\frac{1}{\Delta\nu_0^*};\ g(0) = \frac{2}{\Delta\nu_0^*\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}} \approx \frac{0.939}{\Delta\nu_0^*};$$

Розглянемо тепер He-Ne: $\lambda_1 = 0.63мкм; \lambda_2 = 3.39мкм; \omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \Rightarrow \omega_1;$

$\omega_2 = \omega_1 \cdot 0.186 = \frac{1}{5.38}\omega_1$ Висновки:1)напівширина лінії для 3,39мкм приблизно в 5 раз менше ніж у 0.63мкм. 2)коефіцфент підсилення на резонансній частоті, тобто g(0), для 3.39мкм в 5 раз більше ніж для 0.63мкм.

46.При якихперевищеннях накачки над порогом потужністьгенерації лазера зрівнюється з потужністюлюмінесценції?

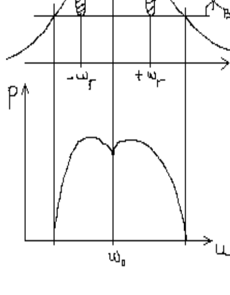
Выпишим необходимые формулы:

$$W_{ген} = \frac{nVh\nu_{21}}{1+g_1/g_2}(1-\delta)(\eta BU_H - \eta BU_H^{пор});\ W_{люм} = \frac{nVh\nu_{21}P_{21}^0}{1+g_1/g_2}\left(g_2/g_1 + \delta\right);$$

$\eta BU_H^{пор} = P_{21}^0\,\frac{g_2/g_1+\delta}{1-\delta}$. По условию Wген=WлюмПриравнивая ,сокращяя и подставляя последнию формулу для порогового значения получим ответ: $2U_H^{пор} = U_H$

48.Яка частотна залежність коефіцієнта підсилення активної речовини з неоднорідно ушириною лінією для однопрохідного і двопрохідного квантового підсилювача?

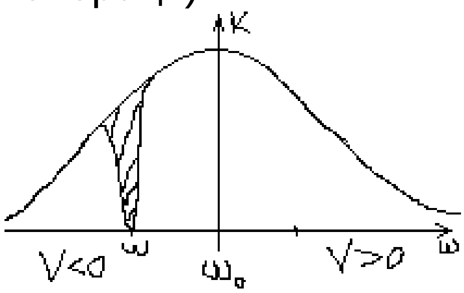
Для двох прохідного. Маємо дві хвилі, що розповсюджуються назустріч один одному. В активній речовині частинки рухаються вздовж розповсюдження оптичної хвилі з проекціями швидкості Vz<0 та Vz>0. Виникає доплревський



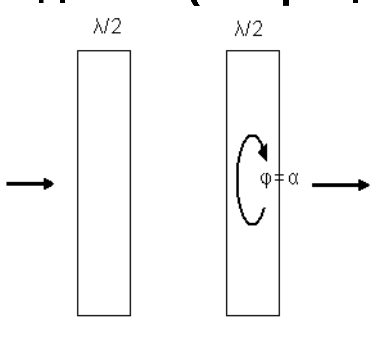
зсув частоти $\omega(V) = \omega_0(1 + V/c)$ тобто виникає дві резонансні частоти: для частинок що рухаються по полю і проти поля. Тоді на графіку залежності коефіцієнту підсилення від частоти

виникає два провали (наз. провал Бенета) з частотами $-\omega_Г$ (приV<0) та $+\omega_Г$ (при V>0)(частоти відносно ω_0).
Сума прощ цих провалів є потужність генерації. Коли $\omega_Г \to \omega_0$ провали почнуть рухатися назустріч друг другу і при цьому їх площа збільшується. Це збільшення буде до ти доку провали не почнуть перетинатися. При перетині їх сумарна площа зменшується. Мінімум площі(а отже и потужності генерації) буде коли вони повністю співпадуть, тобто коли $\omega_Г = \omega_0$. Далі провали розходяться и їх площа зростає. Отже для дох прохідного квантового підсилювача(абож генератора) маємо два провали на залежності коефіцієнта підсилення від частоти і мінімум у потужності.

Для однопрохідного підсилювача оптична хвиля проходить один раз (тобто тільки одна хвиля замість дух у двопрохідному). Для неї буде один провал на залежності коефіцієнта підсилення від частоти. Частота генерації буде залежати від доплеровського зсуву резонансної частоти активного середовища (АС) викликаної рухом частинок АС. $\omega(V) = \omega_0(1 + V/c)$. Зі зміною частоти провал буде рухатись і змінювати площу. Для потужності від частоти мінімуму не буде(тільки один провал площа якого пропорційна потужності генерації).



Задача 1 (Матриці Джонса).



Умова: Маємо с-му, яка складається з двох однакових пластин $\lambda/2$, причому друга пластина повернута на кут α, як показано на малюнку. Треба знайти власні хвилі такої с-ми (хвилі, поляризація яких не змінюється після проходження через пластини). Далі іде розв'язок. У власній с-мі координат матриця кожної з пластин має вигляд: $M_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. Але, т. як. друга пластина повернута на кут α, то матриця Джонса для неї матиме вигляд:

$M_\alpha = S(-\alpha)M_0 S(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha & 2\sin\alpha\cos\alpha \\ 2\sin\alpha\cos\alpha & \sin^2\alpha - \cos^2\alpha \end{bmatrix}$, де

$S(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$. Тоді повна матриця для с-ми при проходженні хвилі зліва направо має вигляд:

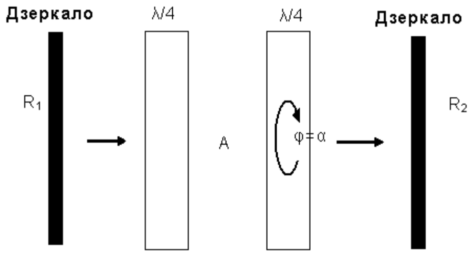
$M = M_\alpha M_0 = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha & -2\sin\alpha\cos\alpha \\ 2\sin\alpha\cos\alpha & \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \end{bmatrix}$.

Поляризаційні умови: стан поляризації не повинен змінитись після проходження с-ми, отже $M\vec{E} = \lambda\vec{E}$ (*). Тут $\vec{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$- компоненти хвилі у власній с-мі координат. Знаходимо λ з умови рівності нулю головного визначника с-ми (*):

$\det\begin{vmatrix} M_{11} - \lambda & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \pm 2i\sin\alpha\cos\alpha$. Далі обчислюємо відношення E_2 до E_1, яке дасть нам змогу визначити параметри хвилі: $(\frac{E_2}{E_1})_{1,2} = \rho e^{i\beta} = \frac{\lambda_{1,2} - M_{11}}{M_{12}} = \pm i$ (**).

Отже з (**) маємо: $\rho = 1$; $\beta = \pm\frac{\pi}{2}$. Далі обраховуємо параметри, які визначають вигляд поляризації, а саме еліптичність і азимут: $\varepsilon = tg(\frac{1}{2}\arcsin(\frac{2\rho}{1+\rho^2}\sin\beta)) = 1$- така еліптичність відповідає колу(циркулярно поляризована хвиля). Для азимуту θ маємо: $tg(2\theta) = \frac{2\rho}{1-\rho^2}\cos\beta = \frac{0}{0}$ - невизначеність. Нема нічого дивного, що не вдалося знайти азимут, оскільки для циркулярно поляризованої хвилі азимут дійсно не визначений, точніше він може бути будь яким.
Відповідь: власною хвилею для даної с-ми є циркулярно поляризована хвиля.

Задача 2 (Матриці Джонса).



Умова: Маємо с-му (дивись малюнок), яка складається з двох дзеркал (резонатор), між якими розташовано дві пластинки $\lambda/4$. Одна з пластинок повернута на кут α. Знайти власні хвилі с-ми (хвилі, поляризація яких не змінюється після проходження через пластини) та стан їх поляризації (еліптичність і азімут). Далі іде розв'язок. Будемо вважати, що дзеркала ідеальні. тоді $R_1 = R_2 = 1$. У власній с-мі координат матриця кожної з пластин має вигляд:

$$M_0 = \begin{bmatrix} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} 1+i & 0 \\ 0 & 1-i \end{bmatrix}$$ - т. як для пластинки $\lambda/4$

$2\varphi = \Delta\Phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$. Але, т. як. друга пластина повернута на кут α, то матриця Джонса для неї матиме вигляд:

$$M_\alpha = S(-\alpha)M_0 S(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} (1+i)\cos^2\alpha + (1-i)\sin^2\alpha & 2i\sin\alpha\cos\alpha \\ 2i\sin\alpha\cos\alpha & (1+i)\sin^2\alpha + (1-i)\cos^2\alpha \end{bmatrix}$$, де

$$S(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$. Повна матриця с-ми при проходженні хвилі туди і назад має вигляд: $M = M_0 R_1 M_0 M_\alpha R_2 M_\alpha = M_0^2 M_\alpha^2 = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$

$$M = \begin{bmatrix} 1-2\cos^2\alpha & -2\cos\alpha\sin\alpha \\ 2\cos\alpha\sin\alpha & 1-2\cos^2\alpha \end{bmatrix}$$. Тут обхід елементів с-ми здійснюється зліва направо починаючи з точки **A** (див.малюнок). Поляризаційні умови: стан поляризації не повинен змінитись після проходження с-ми, отже $M\vec{E} = \lambda\vec{E}$ (*).

Тут $\vec{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$- компоненти хвилі у власній с-мі координат.

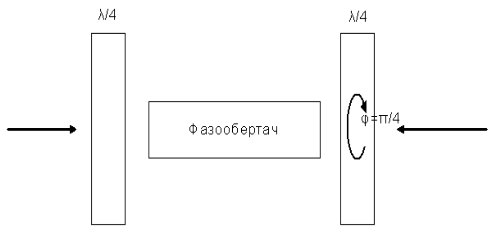
Знаходимо λ з умови рівності нулю головного визначника с-ми (*): $\det\begin{vmatrix} M_{11}-\lambda & M_{12} \\ M_{21} & M_{22}-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mathrm{h}^2 + 4\mathrm{h}\cos^2\alpha - 2h + 1 = 0 \Rightarrow$

$\lambda_{1,2} = 2\sin^2\alpha - 1 \pm 2i\cos\alpha\sin\alpha$. Далі обчислюємо відношення E_2 *до* E_1, яке дасть нам змогу визначити параметри хвилі:

$(\frac{E_2}{E_1})_{1,2} = \rho\, e^{i\beta} = \frac{\lambda_{1,2} - M_{11}}{M_{12}} = \pm 1 \ (**)$. Отже з (**) маємо: $\rho = 1$; $\beta = 0$; π .
Далі обраховуємо параметри, які визначають вигляд поляризації, а саме еліптичність і азимут:
$\varepsilon = tg(\frac{1}{2}\arcsin(\frac{2\rho}{1+\rho^2}\sin\beta)) = 0$ - така еліптичність відповідає прямій (лінійно поляризована хвиля). Для азимуту θ маємо:
$tg(2\theta) = \frac{2\rho}{1-\rho^2}\cos\beta = \pm\infty \Rightarrow \theta = \pm\frac{\pi}{4}$. Отже дві власні хвилі с-ми являють собою лінійно поляризовані хвилі, площина поляризації яких має кут $\theta = \pm\frac{\pi}{4}$ з осями власної с-ми координат.

Задача 3 (Матриці Джонса).

Умова: Маємо с-му (дивись малюнок), яка складається з двох пластинок $\lambda/4$, між якими розташовано фазообертач, який змінює фазу на кут θ. Права пластинока повернута на кут $\alpha = \frac{\pi}{4}$.



Знайти власні хвилі с-ми (хвилі, поляризація яких не змінюється після проходження через пластини) на прохід в обох напрямках та стан їх поляризації (еліптичність і азімут). Далі іде розв'язок. У власній с-мі координат матриця кожної з пластин має вигляд:
$M_0 = \begin{bmatrix} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} 1+i & 0 \\ 0 & 1-i \end{bmatrix}$ - т. як для пластинки $\lambda/4$
$2\varphi = \Delta\Phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$. Але, т. як. друга пластина повернута на кут $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то матриця Джонса для неї матиме вигляд: $M_\alpha = \begin{bmatrix} e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{bmatrix}$
. Матриця Джонса для фазообертача має вигляд:
$M_\theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$. Повна матриця с-ми при проходженні хвилі зліва направо має вигляд:
$M^+ = M_\alpha M_\theta M_0 = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -i\sin\theta \\ -i\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$. Поляризаційні умови: стан поляризації не повинен змінитись після проходження с-ми, отже $M\vec{E} = \lambda\vec{E} \ (*)$. Тут $\vec{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$ - компоненти хвилі у власній с-

мі координат. Знаходимо λ з умови рівності нулю головного визначника с-ми (*): $\det\begin{vmatrix} M_{11}-\lambda & M_{12} \\ M_{21} & M_{22}-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mathrm{h}^2 - 2\mathrm{h}\cos\theta + 1 = 0 \Rightarrow$

$\lambda_{1,2} = \cos\theta \pm i\sin\theta$. Далі обчислюємо відношення E_2 *до* E_1, яке дасть нам змогу визначити параметри хвилі: $(\frac{E_2}{E_1})_{1,2} = \rho\, e^{i\beta} = \frac{\lambda_{1,2} - M_{11}}{M_{12}} = \pm 1$ (**). Отже з (**) маємо: $\rho = 1$; $\beta = 0$; π. Далі обраховуємо параметри, які визначають вигляд поляризації, а саме еліптичність і азимут:

$\varepsilon = tg(\frac{1}{2}\arcsin(\frac{2\rho}{1+\rho^2}\sin\beta)) = 0$- така еліптичність відповідає прямій (лінійно поляризована хвиля). Для азимуту θ маємо:

$tg(2\theta) = \frac{2\rho}{1-\rho^2}\cos\beta = \pm\infty \Rightarrow \theta = \pm\frac{\pi}{4}$. Отже дві власні хвилі с-ми являють собою лінійно поляризовані хвилі, площина поляризації яких має кут $\theta = \pm\frac{\pi}{4}$ з осями власної с-ми координат. Для іншого напрямку поширення хвилі все аналогічно:

$M^- = M_0 M_\theta M_\alpha = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & i\sin\theta \\ i\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$. Власні числа і власні хвилі будуть точно такі самі як в попередньому випадку.

45.Чому і наскільки коефіцієнт підсилення газового лазера на довжині хвилі 3,39 мкм більший за коефіцієнт підсилення на довжині хвилі 0,63 мкм?(*F l u f f y*)

Точна формула для Гаусівської лінії має вигляд:

$g(\nu - \nu_O) = \frac{1}{\nu_O}\left(\frac{Mc^2}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{M \cdot c^2}{2kT}\frac{(\nu-\nu_O)^2}{\nu_O^2}\right]$ (1) Тоді напівширина визначається з рівняння: $g(\nu - \nu_O) = \frac{1}{2}g(0)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{1}{\nu_O}\left(\frac{Mc^2}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\nu_O}\left(\frac{Mc^2}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{M \cdot c^2}{2kT}\frac{(\nu-\nu_O)^2}{\nu_O^2}\right] \Rightarrow \nu - \nu_O = \nu_O\left(\frac{2kT}{Mc^2}\ln 2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

А повна напівширина: $\Delta\nu_O^x = 2(\nu - \nu_O) = 2\nu_O\left(\frac{2kT}{Mc^2}\ln 2\right)^{\frac{1}{2}}$ (3)

Тоді можна визначити $g(0)$ через $\Delta\nu_O^x$:

$$g(0) = \frac{1}{\nu_O}\left(\frac{Mc^2}{2\pi\cdot kT}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{\pi}}\cdot 2\cdot\sqrt{\ln 2}\cdot\frac{1}{\Delta\nu_O^x} = \frac{2}{\Delta\nu_O^x}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \approx \frac{0.939}{\Delta\nu_O^x} \quad (4)$$

Розглядаємо тепер He-Ne: $\lambda_1 = 0.63\ мкм$ $\lambda_2 = 3.39\ мкм$ Частоти, що їм відповідають ($\omega = \frac{2\pi\cdot c}{\lambda}$), співвідносяться відповідно $\omega_1 = 5.38\omega_2$.
Робимо висновки із отриманих чисельних результатів враховуючи формули (3) і (4): 1) напівширина лінії для 3.39 мкм більше як в 5 разів менша ніж у 0.63 мкм. 2) відповідно коефіцієнт підсилення на резонансній частоті для 3.39 мкм в 5 разів більший ніж у 0.63 мкм.

38.Виведіть формулу для частотної залежності коефіцієнта підсилення однорідноуширеної лінії активної речовини лазера при генерації на частоті ν_r, що не співпадає з центральною частотою ν_0. Відомі коефіцієнти втрат k_{bt} і ненасичене значення коефпідсилення на центральній частоті k_0.

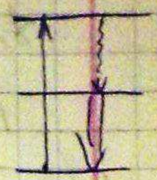
Однородное уширение линий может быть вызвано конечным временем жизни в данном состоянии связанным с вероятностью спонтанного перехода, либо взаимодействием молекул между собой (в том числе и соударением). Однородное уширение одинаково для каждой отдельной молекулы и характеризуется полушириной линии (шириной однородной линии перехода $\Delta\nu_\Lambda$(индекс л)), которая почему-то не задана (спросите у Пкгача). Будем считать ее заданной. (Насыщенныйкоэфусиленияопределяется из формулы $k = \frac{k_0}{1+\alpha S/v}$(1) , где α- коэф нелинейности, S – яркость, v – скорость света в среде (это так для справки)). Контур насыщения усиления описывается лоренцевой кривой $k(\nu) = \frac{k_m}{1+(\nu-\nu_0)^2/(\Delta\nu_\Lambda)^2}$(2), где k_m может быть найдено из условия

$k(\nu_r) = k_{bt}$, получим $k(\nu) = k_{bt} \dfrac{1 + ((\nu_r - \nu_0) / \Delta\nu_\Lambda)^2}{1 + ((\nu - \nu_0) / \Delta\nu_\Lambda)^2}$ (3). Зачем было дано k_0 не знаю.

КР №1

(1) Викор. балансн. метод для трирівн. атомів

$$\begin{cases} \dfrac{dn_i}{dt} = \sum\limits_{j \neq i}^{N=3} \left(p_{ij} n_j - p_{ij} n_i \right) \\ \sum\limits_{i=1}^{N=3} n_i = n \end{cases}$$



$$n_i = n \frac{\gamma_i}{\gamma}$$ (γ_i – визн. утв. зам. відп. стовпц. – стовпця вільн. членів)

$$\begin{cases} n_1 = \dfrac{n}{\gamma} \left(p_{32} \cdot p_{21} + p_{23} p_{31} + p_{31} p_{21} \right) \\ n_2 = \dfrac{n}{\gamma} \left(p_{32} p_{12} + p_{13} p_{32} + p_{31} p_{12} \right) \\ n_3 = \dfrac{n}{\gamma} \left(p_{12} p_{23} + p_{21} p_{13} + p_{13} p_{23} \right) \end{cases}$$

Накачка $p_{13} = p_{13}^{0} + BU_н \simeq BU_н$

Для НВЧ – діапазону: $p_{ij} = p_{ji}$, тоді отримаємо

$$\begin{cases} n_1 = \dfrac{n}{\gamma} \left(p_{23} p_{12} + p_{23} \cancel{BU_н} p_{31} + \cancel{BU_н} p_{31} p_{12} \right) \cancel{\dfrac{n}{\gamma}} \\ n_2 = \dfrac{n}{\gamma} \left(p_{23} p_{12} + BU_н p_{23} + p_{31} p_{12} \right) = \dfrac{n}{\gamma} BU_н p_{23} \\ n_3 = \dfrac{n}{\gamma} \left(p_{12} p_{23} + p_{12} BU_н + BU_н p_{23} \right) = \dfrac{n}{\gamma} BU_н \left(p_{12} + p_{23} \right) \end{cases}$$

$$\gamma = BU_н \left(p_{12} + 2 p_{23} \right)$$

$$\Delta n_{21} = \frac{n}{\gamma} BU_н p_{23} = \frac{n p_{23}}{p_{12} + 2 p_{23}}$$

$$\Delta n_{32} = \frac{n}{\gamma} BU_н p_{12} = \frac{n p_{12}}{p_{12} + 2 p_{23}}$$

$$\Delta n_{31} = \frac{n}{\gamma} BU_н \left(p_{12} + p_{23} \right) = \frac{n (p_{12} + p_{23})}{p_{12} + 2 p_{23}}$$

② Для НВЧ берем с № ①

Для оптич. діапазону: ($P_{3i}^{\circ} \gg BU_н$) $(+BU_н)$

$P_{12} = P_{23} = 0$; $P_{21} = P_{21}^{\circ}$; $P_{31} = P_{31}^{\circ}$; $P_{32} = P_{32}^{\circ}$; $P_{13} = BU_н$

! ($P_{13}^{\circ} = 0$!)

$$\begin{cases} n_1 = \frac{n}{\gamma}\left(P_{31} P_{21} + P_{32} P_{21}\right) = \frac{n}{\gamma} P_{21}^{\circ}\left(P_{31}^{\circ} + P_{32}^{\circ}\right) \\ n_2 = \frac{n}{\gamma}\left(P_{13} P_{32}\right) = \frac{n}{\gamma} P_{32}^{\circ} BU_н \\ n_3 = \frac{n}{\gamma}\left(P_{13} P_{21}\right) = \frac{n}{\gamma} P_{21}^{\circ} BU_н \end{cases}$$

$$\gamma = \left(P_{31}^{\circ} + P_{32}^{\circ}\right)\left(P_{21}^{\circ} + \frac{P_{32}^{\circ} + P_{21}^{\circ}}{P_{31}^{\circ} + P_{32}^{\circ}} BU_н\right)$$

Умова ств. інверсії 3 – 2 : $\Delta n_{32} > 0$

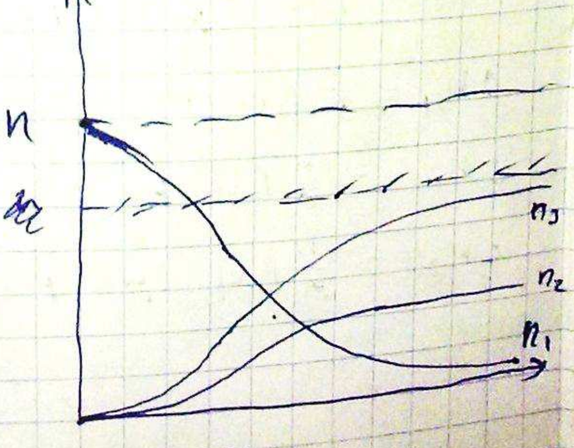
$$\Delta n_{32} = \frac{n}{\gamma}\left(P_{21}^{\circ} - P_{32}^{\circ}\right) BU_н > 0$$, або

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{P_{21}}{P_{32}} > 1$$, звідки $P_{21}^{\circ} > P_{32}^{\circ}$.

$$n_1 = n \frac{P_{21}^{\circ}}{P_{21}^{\circ} + \frac{P_{32}^{\circ} + P_{21}^{\circ}}{P_{31}^{\circ} + P_{32}^{\circ}} BU_н}$$

$$n_2 = n \frac{P_{32}^{\circ} BU_н}{\left(P_{31}^{\circ} + P_{32}^{\circ}\right)\left(P_{21}^{\circ} + \frac{P_{32}^{\circ} + P_{21}^{\circ}}{P_{31}^{\circ} + P_{32}^{\circ}} BU_н\right)}$$

$$n_3 = n \frac{P_{21}^{\circ} BU_н}{\left(P_{31}^{\circ} + P_{32}^{\circ}\right)\left(P_{21}^{\circ} + \frac{P_{32}^{\circ} + P_{21}^{\circ}}{P_{31}^{\circ} + P_{32}^{\circ}} BU_н\right)}$$



③ Знайти вираз для коефіцієнта нелінійності в оптичному діапазоні на переході $2 \to 1$ із врахуванням $P^0_{31} \gg BU_н$.

В оптичному діапазоні:

$P_{12} = P^0_{12} = 0$, $P_{23} = P^0_{23} = 0$, $P_{13} = \cancel{P^0_{13}} + BU_н \approx BU_н$

$P_{31} = P^0_{31} + \cancel{BU_н} = P^0_{31}$, оскільки ймов-сть спонтанних переходів для опт. діапазону набагато вища за ймов-сть вимушених. Оск. $A_{13} \sim \nu^3_{13} B_{13}$

Визначник системи алг. рівнянь для населеностей:

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}(U_{ij}=0) + \lambda_{ij} U_{ij}$$

$$\mathcal{D}_i = \mathcal{D}_i(U_{ij}=0) + \chi_j U_{ij}$$

λ_{ij}, χ_j – коеф-ти пропорційності

$$n_i = \frac{\mathcal{D}_i(U_{ij}=0) + \chi_j U_{ij}}{\mathcal{D}(U_{ij}=0) + \lambda_{ij} U_{ij}} = \frac{n_i(U_{ij}=0) + \gamma_j U_{ij}}{1 + \alpha_{ij} U_{ij}}$$

$$\alpha_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\mathcal{D}(U_{ij}=0)}$$

$$P_{12} = P^0_{12} + B_{12} U_{12} = B_{12} U_{12}$$

$$P_{21} = P^0_{21} + B_{21} U_{12}$$

$$\mathcal{D} = P_{13}P_{21} + P_{13}P_{23} + P_{12}P_{23} + P_{21}P_{32} + P_{21}P_{31} + P_{12}P_{32} + P_{31}P_{23} + P_{32}P_{13} + P_{12}P_{31} = BU_н P^0_{21} + BU_н B_{21} U_{21} + P^0_{21} P^0_{32} + P^0_{32} B_{21} U_{12} + P^0_{21} P^0_{31} + P^0_{31} B_{21} U_{12} + B_{12} U_{12} P^0_{32} + P^0_{32} BU_н + P^0_{31} B_{12} U_{12} =$$

$$= P^0_{21}(BU_н + P^0_{32} + P^0_{31}) + B_{21} U_{21}(BU_н + P^0_{32} + P^0_{31}) + B_{12} U_{21}(P^0_{32} +$$

$$\cancel{+P_{31}^{0}) + P_{32}^{0} BU_{\text{н}} = P_{21}^{0}(P_{32}^{0} + P_{31}^{0}) + B_{21}u_{21}(P_{32}^{0} + P_{31}^{0}) +}$$

$$\cancel{+ B_{12}u_{21}(P_{32}^{0} + P_{31}^{0}) + P_{32}^{0} BU_{\text{н}} = \{B_{12}g_1 = B_{21}g_2\} =}$$

$$\cancel{= \left[P_{21}^{0} + B_{21}u_{21}\left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right)\right](P_{32}^{0} + P_{31}^{0}) + P_{32}^{0} BU_{\text{н}}}$$

$$+ P_{31}^{0}) + P_{32}^{0} BU_{\text{н}} = \{B_{12}g_1 = B_{21}g_2\} = P_{21}^{0}(BU_{\text{н}} + P_{32}^{0} + P_{31}^{0}) +$$

$$+ B_{21}u_{21}(BU_{\text{н}} + P_{32}^{0} + P_{31}^{0}) + B_{21}\frac{g_2}{g_1}u_{21}(P_{32}^{0} + P_{31}^{0}) + P_{32}^{0} BU_{\text{н}} =$$

$$= \cancel{P_{21}^{0}(B} (BU_{\text{н}} + P_{32}^{0} + P_{31}^{0})P_{21}^{0} + B_{21}u_{21}\left(BU_{\text{н}} + \left(\frac{g_2}{g_1} + 1\right)(P_{32}^{0} + P_{31}^{0})\right) +$$

$$+ P_{32}^{0} BU_{\text{н}}$$

$$\mathcal{D} = P_{21}^{0}(BU_{\text{н}} + P_{32}^{0} + P_{31}^{0}) + B_{21}u_{21}\left(BU_{\text{н}} + \left(\frac{g_2}{g_1} + 1\right)(P_{32}^{0} + P_{31}^{0})\right) + P_{32}^{0} BU_{\text{н}}$$

$$\lambda_{21} = \left[\cancel{BU_{\text{н}}} + \left(\frac{g_2}{g_1} + 1\right)(P_{32}^{0} + P_{31}^{0})\right] \cdot B_{21}$$

$$\mathcal{D}(u_{21} = 0) = P_{21}^{0}(\cancel{BU_{\text{н}}} + P_{32}^{0} + P_{31}^{0}) + P_{32}^{0} BU_{\text{н}} = (P_{21}^{0} + \eta BU_{\text{н}})(P_{32}^{0} + P_{31}^{0})$$

де $\eta = \dfrac{P_{32}^{0}}{P_{32}^{0} + P_{31}^{0}}$

$$\Rightarrow \alpha_{21} = \frac{\lambda_{21}}{\mathcal{D}(u_{21} = 0)} = \frac{B_{21}\left(\frac{g_2}{g_1} + 1\right)\cancel{(P_{32}^{0} + P_{31}^{0})}}{(P_{21}^{0} + \eta BU_{\text{н}})\cancel{(P_{32}^{0} + P_{31}^{0})}}$$

$$\boxed{\alpha_{21} = \frac{B_{21}(1 + g_2/g_1)}{(P_{21}^{0} + \eta BU_{\text{н}})}}$$

(4') Знайти вираз для коефіцієнта нелінійності в оптичному діапазоні на переході $3 \to 2$ з врахуванням $P_{31}^{0} \gg BU_{\text{н}}$.

$P_{12} = P_{12}^{0} = 0 \quad P_{13} = BU_{\text{н}}$

$P_{32}^{0} + B_{32}u_{32} = P_{32}$

$P_{21} = P_{21}^{0} \quad P_{31} = P_{31}^{0} + \cancel{BU_{\text{н}}}$

$\cancel{P_{23}^{0}} + B_{23}u_{32} = B_{23}u_{32} = P_{23}$

$$\mathcal{D} = P_{13}P_{21} + P_{13}P_{23} + P_{12}P_{23} + P_{21}P_{32} + P_{21}P_{31} + P_{12}P_{32} + P_{31}P_{23} +$$

$$+ P_{32}P_{13} + P_{12}P_{31} = BU_{\text{н}}P_{21}^{0} + BU_{\text{н}}B_{23}u_{32} + P_{21}^{0}P_{32}^{0} + P_{21}^{0}B_{32}u_{32} +$$

$$+ P_{21}^{0}P_{31}^{0} + P_{31}^{0}B_{23}u_{32} + BU_{\text{н}}P_{32}^{0} + BU_{\text{н}}B_{32}u_{32} = P_{32}^{0}(P_{21}^{0} +$$

$$+ BU_{\text{н}}) + B_{23}u_{32}(BU_{\text{н}} + P_{31}^{0}) + B_{32}u_{32}(P_{21}^{0} + BU_{\text{н}}) + P_{21}^{0}(BU_{\text{н}} + P_{31}^{0})$$

$$B_{23} g_2 = B_{32} g_3$$

$$\mathcal{D} = P_{32}^{\circ}(P_{21}^{\circ} + Bu_{\text{н}}) + P_{21}^{\circ}(P_{31}^{\circ} + Bu_{\text{н}}) + B_{32} u_{32}\left(P_{21}^{\circ} + Bu_{\text{н}} + \frac{g_3}{g_2} P_{31}^{\circ} + \frac{g_3}{g_2} Bu_{\text{н}}\right) =$$

$$= P_{32}^{\circ}(P_{21}^{\circ} + Bu_{\text{н}}) + P_{21}^{\circ}(P_{31}^{\circ} + Bu_{\text{н}}) + B_{32} u_{32}\left(P_{21}^{\circ} + \frac{g_3}{g_2} P_{31}^{\circ} + Bu_{\text{н}}\left(1 + g_3/g_2\right)\right)$$

$$\left.\frac{\lambda_{ij}}{\mathcal{D}(u_{ij}=0)} = \alpha_{ij} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \lambda_{32} = B_{32}\left(P_{21}^{\circ} + \frac{g_3}{g_2} P_{31}^{\circ} + Bu_{\text{н}}\left(1 + g_3/g_2\right)\right) \\ \mathcal{D}(u_{32}=0) = P_{32}^{\circ}(P_{21}^{\circ} + Bu_{\text{н}}) + P_{21}^{\circ}(P_{31}^{\circ} + \cancel{Bu_{\text{н}}}) \end{array}$$

$$\mathcal{D}(u_{32}=0) = P_{32}^{\circ} P_{21}^{\circ} + P_{21}^{\circ} P_{31}^{\circ} + (P_{32}^{\circ} + \cancel{P_{21}^{\circ}}) Bu_{\text{н}} = (P_{32}^{\circ} + P_{31}^{\circ}) P_{21}^{\circ} + P_{32}^{\circ} Bu_{\text{н}} =$$

$$= (P_{21}^{\circ} + \eta Bu_{\text{н}})(P_{32}^{\circ} + P_{31}^{\circ}), \quad \text{де } \eta = \frac{P_{32}^{\circ}}{P_{32}^{\circ} + P_{31}^{\circ}}$$

$$\lambda_{32} = \frac{g_3}{g_2} B_{32}^{\circ}\left(\frac{g_2}{g_3} P_{21}^{\circ} + P_{31}^{\circ} + \cancel{Bu_{\text{н}}\left(1 + \frac{g_2}{g_3}\right)}\right) = B_{32}\left(P_{21}^{\circ} + \frac{g_3}{g_2} P_{31}^{\circ}\right)$$

$$\boxed{\alpha_{32} = \frac{\lambda_{32}}{\mathcal{D}(u_{32}=0)} = \frac{B_{32}\left(P_{21}^{\circ} + \frac{g_3}{g_2} P_{31}^{\circ}\right)}{(P_{21}^{\circ} + \eta Bu_{\text{н}})(P_{32}^{\circ} + P_{31}^{\circ})}}$$

КР №2

N13.

Для обертого Фарадеєвського типу

$$S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \qquad S^{+}(\theta) = S(\theta) \qquad S^{-}(\theta) = S(\theta)$$

$$S(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \qquad S^{+}(\alpha) = S(\alpha) \qquad S^{-}(\alpha) = S(-\alpha)$$

Матриця в прямому напрямку

$$M = S(\theta)\cdot S(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\alpha - \sin\theta\sin\alpha & \cos\theta\sin\alpha + \cos\alpha\sin\theta \\ -\cos\alpha\sin\theta - \cos\theta\sin\alpha & -\sin\theta\sin\alpha + \cos\theta\cos\alpha \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\alpha+\theta) & \sin(\alpha+\theta) \\ -\sin(\alpha+\theta) & \cos(\alpha+\theta) \end{pmatrix}$$

Матриця в зворотньому напрямку:

$$M = S(-\alpha)\,S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\alpha + \sin\alpha\sin\theta & \cos\alpha\sin\theta - \cos\theta\sin\alpha \\ \cos\theta\sin\alpha - \sin\theta\cos\alpha & \sin\alpha\sin\theta + \cos\alpha\cos\theta \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\theta-\alpha) & \sin(\theta-\alpha) \\ -\sin(\theta-\alpha) & \cos(\theta-\alpha) \end{pmatrix}$$

$$M'\vec{E} = \lambda\vec{E}$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha+\theta) & \sin(\alpha+\theta) \\ -\sin(\alpha+\theta) & \cos(\alpha+\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \cos(\alpha+\theta)\,E_1 + \sin(\alpha+\theta)\,E_2 = \lambda E_1 \\ -\sin(\alpha+\theta)\,E_1 + \cos(\alpha+\theta)\,E_2 = \lambda E_2 \end{cases}$$

звідси

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\left(2\cos(\alpha+\theta) \pm \sqrt{-4\sin^2(\alpha+\theta)}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(2\cos(\alpha+\theta) \pm 2i\sin(\alpha+\theta)\right) = \cos(\alpha+\theta) \pm i\sin(\alpha+\theta)$$

$$\frac{E_2}{E_1} = -\frac{(M_{11}-\lambda)}{M_{12}} = \frac{M_{21}}{\lambda - M_{22}} = \rho e^{i\beta}$$

$$\rho e^{i\beta} = \frac{-\sin(\alpha+\theta)}{i\sin(\alpha+\theta)} = i = \rho_1 e^{i\beta_1}$$

$\Rightarrow \rho_1 = 1, \quad \beta_1 = \pi/2$ $\Rightarrow$ це циркулярно-поляризована хвиля.

$$\rho_2 e^{i\beta_2} = \frac{-\sin(\alpha+\theta)}{-i\sin(\alpha+\theta)} = -i$$

$\Rightarrow \rho_2 = -1, \quad \beta_2 = \pi/2$ $\Rightarrow$ циркулярно поляриз.

У зворотному напрямку:

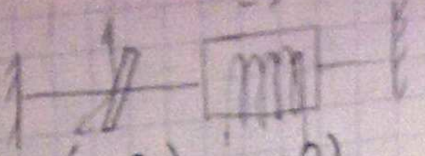
$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\left(2\cos(\alpha-\theta) \pm \sqrt{-4\sin^2(\theta-\alpha)}\right) = \cos(\theta-\alpha) \pm i\sin(\theta-\alpha)$$

$$\frac{M_{21}}{\lambda - M_{22}} = \pm i = \rho_{1,2} e^{i\beta_{1,2}}$$

$\rho_1 = 1 \quad \beta_1 = \pi/2$ теж циркулярно-поляриз. хвилі

$\rho_2 = -1 \quad \beta_2 = \pi/2$

11.



$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \tilde{\iota} \end{pmatrix}$ $\quad S(\theta)$

$$S(\theta)\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ -\sin\theta & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\cos\theta \pm \sqrt{\cos^2\theta}\right) = \left[\begin{matrix} 0 \\ \cos\theta \end{matrix}\right.$$

$\lambda = 0$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\lambda - M_{11}}{M_{12}} = \frac{M_{21}}{\lambda - M_{22}} = \frac{\cos\theta}{0} = \frac{0}{0}$$

$$S(\theta)\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \tilde{\iota} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \tilde{\iota} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\theta \ \cancel{\pm\tilde{\iota}\sin\theta} & 0 + \tilde{\iota}\sin\theta \\ -\sin\theta & \tilde{\iota}\cos\theta \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\cos\theta\,(1+\tilde{\iota}) \pm \sqrt{\cos^2\theta\,(-1+\tilde{\iota})^2 + 4\,(-\tilde{\iota}\sin^2\theta}\right.$$

* Щоб ~~бу~~ була еліптична поляризація, потрібно щоб:

$\cancel{\cos^2\theta\left((1+\tilde{\iota})^2 - 4\right) - 4\tilde{\iota}\sin^2\theta} < 0$

Задача №12.

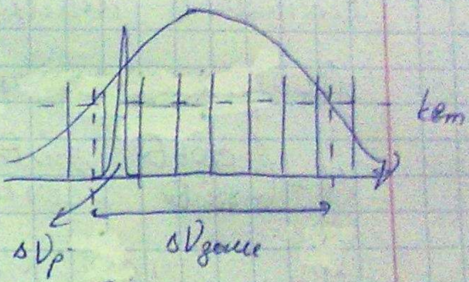
Добротність інтерферометра: $Q = \frac{\omega}{c}\frac{2l}{1-R_1R_2} = \frac{\nu}{\Delta\nu_p} = \frac{c/\lambda}{\Delta\nu_p}$

$\Rightarrow \frac{\omega}{c}\frac{2l\cdot\Delta\nu_p}{c/\lambda} = 1 - R_1R_2$ $\omega = 2\pi c/\lambda$.

$1 - R_1R_2 = \frac{2\pi}{c}\cdot\frac{2l\Delta\nu_p}{1}$

$R_1R_2 = 1 - \frac{4\pi}{c}\cdot l\Delta\nu_p$

$\Delta\nu_p \ll \frac{c}{2L}$



$\frac{c}{2l} > \Delta\nu_{зони} \Rightarrow l < \frac{c}{2\Delta\nu_{зони}} = \frac{10^8\cdot 3}{2\cdot 10^9} = 0,15$ м.

Нехай $\Delta\nu_{p\,max} = \frac{c}{4L}$.

$\Rightarrow (R_1R_2)_m = 1 - \frac{4\pi}{c}\cdot l\cdot\frac{c}{4L} = 1 - \frac{\pi l}{L} = 1 - \frac{3,14\cdot 0,15}{1} = 0,53$

$(R_1R_2)_{min} < R_1R_2 < 1 \Rightarrow 0,53 < R_1R_2 < 1.$

Отже: $l < 0,15$, $1 > R_1R_2 > 0,53$